

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

**Fakulta strojní
Ústav letadlové techniky**



Bakalářská práce

**Návrh vrtule vyráběné 3D
tiskem**

2024

Sergej Vdovičenko

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci na téma „Návrh vrtule vyráběné 3D tiskem“ vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (zdroje, literaturu, SW apod.) uvedené v příloženém seznamu.

Poděkování

Tímto chci složit svůj vděk panu Ing. Janu Klesovi, Ph.D za projevenou ochotu při sepisování této závěrečné práce. Zároveň chci poděkovat rodině a mým blízkým za podporu při studiu.

Autor: Sergej Vdovičenko

Název bakalářské práce: Návrh vrtule vyráběné 3D tiskem

Rozsah práce:

Rok vyhotovení: 2024

Univerzita: České vysoké učení technické v Praze - fakulta strojní

Ústav: Ústav letadlové techniky

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Klíčová slova: 3D tisk, návrh vrtule, E.E.Larrabee,

Anotace:

Author: Sergej Vdovičenko

Title of bachelor thesis: Design of a Propeller Manufactured by 3D Printing

Extent:

Academic year: 2024

Univerzity: Czech Technical University in Prague - Faculty of Mechanical Engineering

Department: Department of aerospace engineering

Supervisor: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Key words: 3D print, propeller design, E.E.Larrabee

Annotation:

Obsah

Seznam obrázků.....	9
Seznam tabulek.....	10
Seznam použitých programů	10
Seznam příloh.....	10
Seznam značení	10
1 Úvod.....	12
2 Technologie 3D tisku	13
2.1 Historický kontext.....	13
2.2 Základní princip	13
2.2.1 Tloušťka tištěné vrstvy.....	15
2.2.2 Tloušťka stěny.....	16
2.2.3 Výplň.....	16
2.2.4 Tiskové podpory.....	18
2.3 Metody tisku.....	19
2.3.1 FDM	19
2.3.2 SLA	21
2.3.3 SLS	23
2.4 Vhodné materiály	24
2.5 Porovnání a volba vhodné metody	24
3 Úvod do aerodynamiky vrtulí	26
3.1 Obecné rozdělení.....	26
3.1.1 Rozdělení na pevné a stavitelné vrtule.....	26
3.1.2 Rozdělení dle počtu listů	26
3.1.3 Rozdělení dle materiálu.....	26
3.1.4 Rozdělení podle tvaru.....	27
3.2 Geometrie profilu vrtulového listu.....	27
3.2.1 Bezrozměrné koeficienty tahu a výkonu.....	28
3.2.2 Pracovní režimy vrtule	29
3.3 Teorie ideálního propulsoru	29
3.3.1 Výpočtové vztahy.....	30
3.4 Vírový popis.....	32
3.4.1 Tah a výkon.....	32
3.4.2 Žukovského teorie	36
4 Návrh vrtule pomocí metody Larrabee	39
4.1 Vstupní hodnoty	39
4.2 Odvození výpočetních vztahů	39

4.2.1	Součinitel Pc	40
4.2.2	Prandtlova ztrátová funkce	40
4.2.3	Součinitel Tc	41
4.2.4	Skutečný úhel proudění a rychlost proudu	42
4.2.5	Tětiva vrtulové listu a zkroucení	42
4.3	Výpočet pomocí programu	42
4.3.1	Prvotní návrh	42
4.3.2	Optimalizované hodnoty	44
5	Pevnostní kontrola	45
5.1	Předpoklady	45
5.2	Použité vztahy	45
6	Závěr	48
7	Zdroje	49
	Přílohy	51

Seznam obrázků

Obrázek 1 - Nastavení pro tloušťku vrstvy 0,3 mm	15
Obrázek 2 - Nastavení pro tloušťku 0,1 mm	15
Obrázek 3 - Nastavení perimetru s 5. vrstvami	16
Obrázek 4 - Nastavení perimetru s 2. vrstvami	16
Obrázek 5 - Tiskové nastavení s 70% výplní.	17
Obrázek 6 - Tiskové nastavení s 20% výplní	17
Obrázek 7 - Vzor "Octogram spiral"	17
Obrázek 8 - Přímocárý vzor výplně.....	17
Obrázek 9 - vlevo podpory pouze na tiskové podložce, vpravo podpěry všude [10]..	18
Obrázek 10 - Znáznornění převisů a nutnosti použití podpor [11]	19
Obrázek 11 - Tiskárna FDM [18]	20
Obrázek 12 - FDM tiskárna s kartézským systémem [19]	20
Obrázek 13 - FDM tiskárna Delta [13].....	20
Obrázek 14 - CoreXY uspořádání tiskárny.[21].....	21
Obrázek 15 - Tiskárna Scara [22].....	21
Obrázek 16 - Popis tiskového procesu SLA [2]	22
Obrázek 17 - SLA tiskárna [2]	23
Obrázek 18 - Konstrukce vnitřního prostoru SLS tiskárny [20]	23
Obrázek 19 - Základní rozdělení vrtulových listů dle tvaru.[29]	27
Obrázek 20 - Řez vrtulovým profilem a vymezení základních charakteristik [30]	27
Obrázek 21 - Model ideálního propulsoru [33]	30
Obrázek 22 - Vrtule a s ní spojené víry [33]	32
Obrázek 23 - Řez vrtulovým listem a rychlosti na něj působící [31]	33
Obrázek 24 - Působení sil na vrtulový list [31]	33
Obrázek 25 - Profil NACA0012 [34]	45
Obrázek 26 - Vrtulový list s rozměry pro určení odstředivé síly [35].....	45
Obrázek 27 - Průběh napětí blížíícího se k nekonečnu pro $S = 0$	46
Obrázek 31 - Průběh zkroucení na bezrozměrném poloměru	47
Obrázek 28 - Průběh úhlu beta v závislosti na bezrozměrném poloměru	47
Obrázek 29 - Průběh integrantů v závislosti na bezrozměrném poloměru.....	47
Obrázek 30 - Průběh veličiny G na bezrozměrném poloměru	47
Obrázek 32 - Průběh napětí pro vrtuli s posunutým začátkem.....	47

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Příklady G-code příkazů a jejich význam [17]	14
Tabulka 2 - Vzory výplní a jejich názvy	18
Tabulka 3 - Vybrané plastové materiály a jejich mechanické vlastnosti	24
Tabulka 4 - Porovnání vlastností konečného výrobku jednotlivých metod 3D tisku... 24	
Tabulka 5 - Vstupní hodnoty	39
Tabulka 6 - Tabulka výsledných hodnot pro R = 200 mm.....	43
Tabulka 7 - Tabulka výsledných hodnot pro R = 225 mm.....	43
Tabulka 8 - Tabulka výsledných hodnot pro R = 250 mm.....	43
Tabulka 9 - Tabulka výsledných hodnot pro R = 275 mm.....	43
Tabulka 11 - Tabulka výsledků po optimalizaci R = 275 mm	44
Tabulka 10 - Tabulka výsledků po optimalizaci pro R = 250 mm.....	44

Seznam použitých programů

Python3
Slicer

Seznam příloh

Příloha č.1: Výpočetní program v Python3

Seznam značení

<i>a</i>	Neznámá	-
<i>A</i>	Plocha	m ²
<i>B</i>	Počet lopatek	-
<i>b_z</i>	Koeficient pro určení	-
<i>c_D</i>	Součinitel odporu	-
<i>c_L</i>	Vztlakový součinitel	-
<i>p_c</i>	Součinitel výkonového zatížení	-
<i>D</i>	Průměr	m
<i>F</i>	Prandtlova ztrátová funkce	-
<i>f</i>	Koeficient pro určení	-
<i>G</i>	Bezrozměrná cirkulace	-
<i>Γ</i>	Cirkulace	-
<i>k</i>	Poměr odporu k vztlaku	-
<i>k_P</i>	Součinitel výkonového zatížení	-
<i>k_T</i>	Součinitel tahového zatížení	-
<i>L</i>	Vztlak	N
<i>Ma</i>	Machovo číslo	-
<i>n</i>	Otáčky	1/s
<i>P</i>	Výkon	W
<i>P_c</i>	Výkonový součinitel	-

Q	Kroutící moment	Nm
R	Poloměr lopatky	m
Re	Reynoldsovo číslo	-
s	Dráha	m
T	Tah	N
Tc	Součinitel tahu	-
U0	Obvodová rychlost	m/s
U1	Rychlost obvodová na vstupu	m/s
v	Rychlost proudění v axiálním směru	m/s
V	Rychlost	m/s
V0	Rychlost neporušeného proudu	m/s
V1	Rychlost v rovině listu	m/s
Vz	Rychlost zvuku	m/s
W	Rychlost	m/s
W1	Absolutní rychlost proudění	m/s
α	Úhel náběhu	°
α	Úhel náběhu	°
β	Úhel nastavení	°
β_0	Geometrický úhel náběhu	°
β_1	Úhel mezi rychlostmi	°
φ	Úhel	°
Ω	Úhlová rychlost otáčení	rad/s
η	Účinnost	-
λ	Poměr rychlostí	-
ξ	Relativní poloměr	-
μ	Dynamická viskozita	Pa·s
v	Kinematická viskozita	m ² /s
ρ	Hustota vzduchu	kg/m ³
ω	Úhlová rychlost	rad/s

1 Úvod

Primárním cílem této bakalářské práce je navrhnout model vrtule, kde následná realizace a vyhotovení bude provedena pomocí 3D tisku. Práce je rozdělena do celkem 4, hlavních kapitol.

V první kapitole je čtenář seznámen s technologií 3D tisku. Je zde popsán základní princip této technologie. Uvedeno je zde i základní dělení dle několika kritérií a dopodrobna jsou zde i popsány vybrané metody 3D tisku. Následuje porovnání vybraných metod a zvolení vhodné metody.

V druhé kapitole je čtenář seznámen se základním dělením vrtulí, geometrií vrtulového listu a základními předpoklady pro návrh vrtulového listu. Následně navazuje i úvod do návrhů vrtulí, a i samotný návrh vrtule pomocí metody Larrabee, která byla zvolena jako vhodná metoda pro tuto bakalářskou práci.

V poslední kapitole je provedena základní dynamická kontrola na odstředivé síly ve vrtuli. Na závěr je provedeno i základní kontrola na odstředivou sílu.

2 Technologie 3D tisku

V porovnání s tradičními výrobními technologiemi, jako je slévání a obrábění, se jedná o relativně mladou technologii, která umožňuje vytvářet tvarově složité výrobky z poměrně široké škály materiálů. Technologie je v současnosti velmi populární především u domácích kutilů a modelářů. Nachází své uplatnění i v mnohem větších podnicích a technologických odvětvích. Jedním z odvětví, kde 3D tisk nabírá na popularitě je i letecký průmysl. Je zde především používán pro výrobu lehkých a odolných komponent letounu. Další možné využití v nejen leteckém průmyslu je i výroba testovacích prototypů a modelů ve zmenšeném měřítku. Uplatnění ovšem získává i v menších výrobních firmách, kde zaměstnanci mohou tisknout náhradní díly na stroje, či je i případně modifikovat.

V hned poslední řadě na úvod je dobré si zmínit i jiné odvětví průmyslu, kde se už nyní technologie jeví jako velice perspektivní. V první řadě se jedná o stavební průmysl, kde už k dnešnímu dni je možné tisknout obytné rodinné domky. Zde se ovšem využívají tiskárny podstatně větší, než-li jsou ty, které se využívají pro běžný 3D tisk. Dalším velice významným technologickým odvětvím je i zdravotnictví. Jsou zde využívány jak klasické metody tisku, tak i metody přezdívané bio-tisk, díky kterým je možné vytvářet tkáň a i celé orgány.

2.1 Historický kontext

Technologie 3D tisku byla poprvé patentována v roce 1986 v americkém Cliftonu, Colorado. Technologii si nechal patentovat Chuck Hull, který je nyní považován za otce 3D tisku. Krátce po ukončení studia na technické univerzitě v Coloradu se začal zabývat myšlenkou o tištěných součástkách a svou myšlenku realizoval ve společnosti na výrobu UV světel. Díky možnostem, které mu byli poskytnuty mohl experimentovat a následně i vytvořit první metodu 3D tisku zvanou stereolitografie, zkráceně SLA nebo SL. Tato technologie je založena na vytvrzování tekutého fotopolymery ve vrstvách za použití laseru nebo právě zmíněného UV světla. [15]

K dnešnímu je již vynalezeno mnohem více metod 3D tisku. Všechny si ale zakládají na stejném principu. Obecně se jedná o jednu z nejrychleji se rozvíjejících technologií, která v budoucnu bude mít širokou škálu možností uplatnění.

2.2 Základní princip

Základním principem, na kterém si zakládají všechny metody a technologie 3D tisku, je postupné nanášení nebo vytvrzování vrstev materiálu. Dle požadovaných materiálových vlastností a tvarové složitosti tištěného výrobku se volí metoda, díky které se bude vyhovovat výrobek. Nejvíce rozšířenou a zároveň i populární metodou je metoda FDM, neboli Fused deposit modeling.

Výrobní proces pro tištěné modely je pro všechny metody 3D tisku obdobný. Prvním krokem vždy je tvorba vhodného 3D modelu pomocí CAD (Computer Aided Design) softwaru. Tento model definuje podrobnosti následně tištěného objektu, jako jsou rozměry a struktura, či případně barevné oblasti. Dalším krokem je volba materiálu. Jak již bylo dříve zmíněno, tisknout je možné z velké škály materiálů a vybírá se především s ohledem na zvolenou metodu. Každá metoda má jiný způsob podávání a vytvrzování materiálu. Může se ovšem stát, že některé metody jsou principiálně velmi podobné, avšak jsou právě odlišné ve způsobu uplatnění a nejsou proto považovány za identické metody.

Jedním z takových to příkladů podobnosti je již výše zmíněný způsob FDM tisku a tisk 3DCP. Metoda FDM je užívána především pro domácí tisk z platových výrobků, kdež-to metoda 3DCP je využívána v stavebnictví pro tisk budov. [24]

Následujícím krokem po zvolení materiálu je převedení 3D modelu do srozumitelné podoby pro 3D tiskárnu. Tiskárna, obdobně jako obráběcí stroje, funguje na principu plnění příkazů. Je nutno podotknout, že 3D tiskárna není obráběcí stroj. Na rozdíl od tradičních obráběcích strojů, jako jsou soustruhy, frézky a CNC obráběcí centra, se v tiskárně požadovaných rozměrů docílí přes přidávání a nanášení materiálu nikoliv přes ubírání materiálu z původního polotovaru. Pro zadání srozumitelného příkazu na tiskárnu je využíván příkazový jazyk G-code. Stejný jazyk je využíván i pro zadávání příkazů pro CNC stroje. Pro tiskárnu je podstatně jednodušší, jelikož nevyužívá tak rozsáhlou škálu příkazů. Pro vizuální reprezentaci je zde uvedeno i několik základních příkazů a jejich významy, které mohou tvořit výsledný příkazový kód.

Příkaz	Význam
G28	Vrácení se na nulovou pozici
G90 a G91	Absolutní a relativní pozicování
G1	Posunutí se o zadanou souřadnici.
M104 a M109	Zahřátí materiálového podavače na teplotu
M140 a M190	Zahřátí tiskové plochy
M106	Nastavení rychlosti větráčku

Tabulka 1 - Příklady G-code příkazů a jejich význam [17]

K výše zmíněným G-code příkazům je možné, někdy i nutné, zapisovat i doplňující informace. To je možné provést přidáním rozšiřujících parametrů k základnímu příkazu. Typickým parametrem udávaným např. k G1 příkazu může být X10, F2400 nebo pro jiné příkazy S190 či T1. Následně řádek výsledného kódu může vypadat takto:

G1 X30 Y10 E10 F1800 ;

Tiskárna si z tohoto rozkládá následující požadavek: rovnoměrným pohybem k pozici $X = 30$ a $Y = 10$ při rychlosti 1800 mm/min vytlač celkem 10 mm materiálu. Nutno podotknout, že tento příkaz by byl specifický pro metodu FDM. Pro každou metodu tisku je odlišný set příkazů a není možné aplikovat G-code soubor specifický pro jeden způsob tisku na jiném druhu tiskárny. [17]

Jelikož k výtisku jednoho modelu může být někdy potřeba i několik stovek tisíc řádků obdobných příkazů, využívá se pro generaci tohoto G-code souboru aplikace přezdívaná *Slicer*. Jak již z názvu vyplývá. Aplikace má za úkol nařezat, nebo taky navrstvit, 3D model. Zároveň se zde nastavují i tiskové vlastnosti, podmínky a proporce modelu.

Nyní je třeba specifikovat a definovat pojem tiskové vlastnosti. S několika vlastnostmi jsme se již setkali. Jedná se přesněji o rychlost posuvu a rychlosti podávání, které jsou uvedené v G-code souboru. Krom těchto dvou tiskových vlastností se může jednat i o průměr podávaného materiálu. Průměr podávaného materiálu je opět tisková vlastnost, která se objevuje pouze u několika druhů tiskařských metod jako je FDM nebo 3DCP. Jiné metody, jako je například SLS nebo SLA se materiál podává v kapalně nebo sypké formě, nikoliv v podobě drátu.

Další tiskovou vlastností, se kterou jsme doposud nesetkali je velikost tiskové plochy. Pro každou tiskárnu se velikost tiskové plochy může lišit a velikost se může pohybovat v rozmezích jednotek milimetrů až desítek metrů. Pro popis souřadnic se využívá, jak již předchozí odstavec napovídá, Kartézský souřadnicový systém. Pro popis obloukových, kruhových a eliptických ploch se nejčastěji metoda rozkouskování na nejmenší možný krok do souřadnic X a Y. V případě více výkonných tiskáren je možné využívat i G-code příkaz

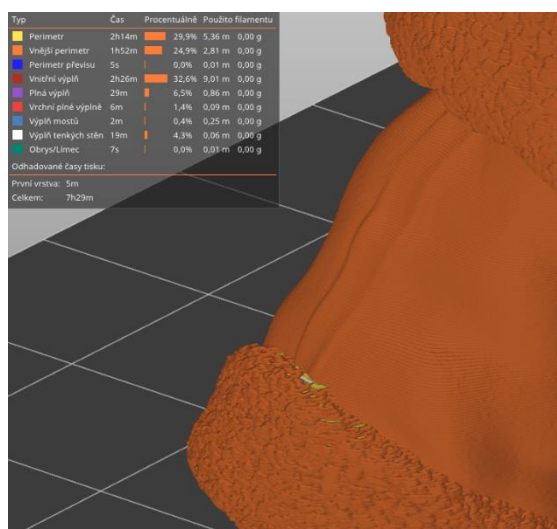
s označením G02 či G03. Oba příkazy interpretují kruhovou interpolaci s rozdílem ve směru pohybu.

Veškeré nastavení, které je většinou neměnné či ho nelze nastavovat v programu *Slicer* je možné označit za tiskové vlastnosti. Příkladem je právě výše zmíněná tisková plocha, kterou nelze přenastavovat a její rozměry jsou pevně dané z výroby či průměr podávaného materiálu nebo hrubost zrna. Naopak vlastnosti jako jsou rychlosti posuvu, podávání materiálu nebo rychlost chladicího větráčku je možné označit za tiskové podmínky. Jedná se o vlastnosti, které je možné ve *Slicer* předem nastavit, a i případně měnit v průběhu tisku. Další vlastnosti, které je možné za tiskové podmínky může být i teplota výtlačné trysky, které ohřívá podávaný materiál a teplota tiskové plochy. Tyto podmínky je možné optimalizovat s materiálovými vlastnostmi, aby bylo doraženo ideálních tiskových podmínek.

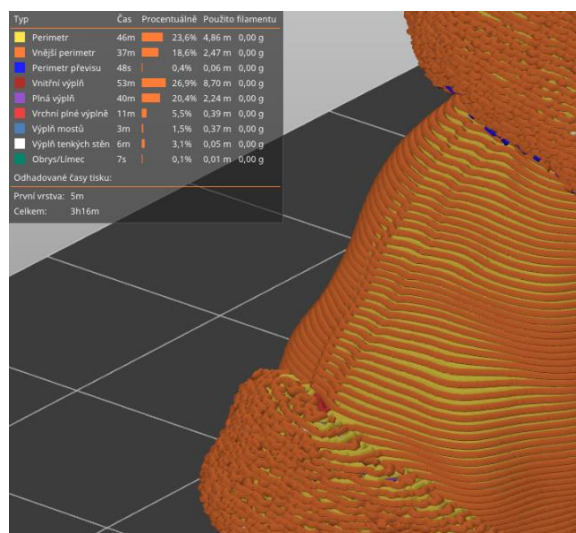
Jakožto poslední nastavení, které je možné nastavit v programu *Slicer* a následně je v průběhu tisku nelze měnit jsou proporce modelu. Po vložení modelu je možné nastavit širokou škálu vlastností modelu, které výsledně mění vlastnosti jak samotného tištěného výrobku, tak i samotného procesu tisku. Nastavení, které spadají do této kategorie jsou níže uvedeny a detailně objasněny níže.

2.2.1 Tloušťka tištěné vrstvy

Jedná se o základní a zároveň i nejdůležitější parametr, který má zásadní vliv na výsledný vzhled, povrch, strukturu, hmotnost, mechanické vlastnosti, případné termální vlastnosti výrobku, a především i čas potřebný pro uskutečnění výtisku. Obecně lze říct, že čím menší tištěná vrstva se zvolí, tím je výsledný výrobek kvalitnější. Jelikož se snížením tloušťky tištěné vrstvy dochází k nárůstu celkového počtu tištěných vrstev, narůstá i doba potřebná pro uskutečnění výtisku. Tzn. tisk je časově náročnější. Názorná ukázka, jak tloušťka vrstvy ovlivní dobu potřebnou pro výtisk je předvedena na tvarově složitějším modelu níže.



Obrázek 2 - Nastavení pro tloušťku 0,1 mm



Obrázek 1 - Nastavení pro tloušťku vrstvy 0,3 mm

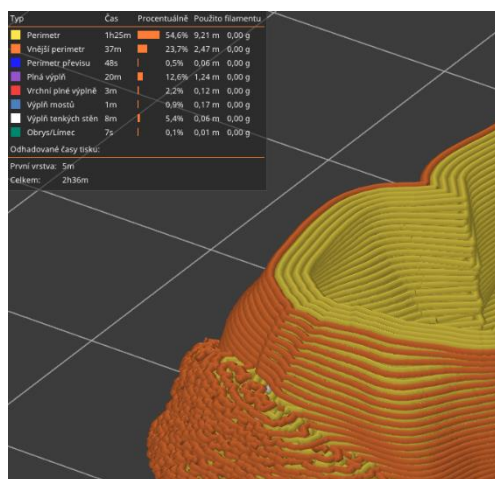
Na obrázku 1 je pro demonstraci nastavena tloušťka tištěné vrstvy na 0,3 mm. Při této hodnotě je odhadovaná doba potřebná pro uskutečnění tisku vypočtena na celkových 3 hodiny a 16 minut. Dále je zde možné pozorovat i jednotlivé vrstvy, které budou postupně nanášeny a i pohyb, který bude vykonávat extrudér při nanášení.

Pro porovnání je na obrázku 2 nastavena tloušťka vrstvy na 0,1 mm. Pro tuto hodnotu se nám čas potřebný pro uskutečnění tisku zvýšil na 7 hodin a 29 minut. Je zde i patrný rozdíl mezi jednotlivými vrstvami, které na následně způsobí mnohem jemnější povrch na výrobku.

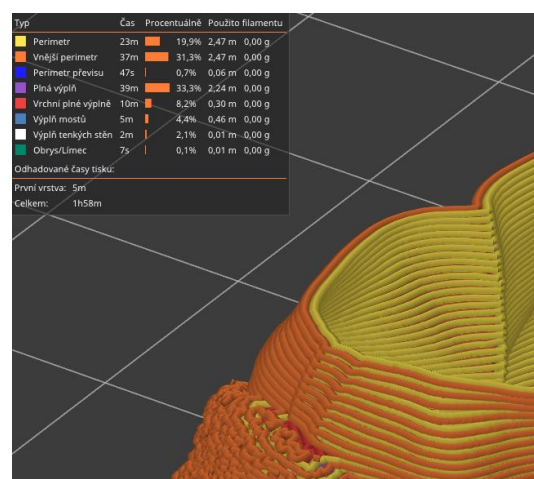
2.2.2 Tloušťka stěny

Také označována jako „Perimetr“ v anglickojazyčné literatuře je pojem definující minimální tloušťku stěny. Tento parametr má přímý vliv na povrchovou pevnost a následně i hmotnost a čas pro dokončení výtisku. Velikost neboli v tomto případě šířka okrajové vrstvy je udávána počtem vrstev perimetru a zejména se jedná o násobky průměru vytlačovaného materiálu. Pokud je průměr vytlačovaného materiálu 0,4 mm, bude šířka perimetru stanovena na $2 \cdot 0,4 = 0,8$ [mm]. [24]

Na následujícím obrázku 3 a 4 jsou nastaveny stejné tiskové podmínky s rozdílem v počtu vrstev. Pro obrázek 3 je nastavena velikost perimetru na tloušťku 2. vrstev. Pro obrázek 4 je naopak nastavena velikost perimetru na tloušťku 5. vrstev. Na obrázcích je možné, kromě šířky perimetrů, pozorovat i nárůst v doby potřebné pro tisk.



Obrázek 3 - Nastavení perimetru s 5. vrstvami



Obrázek 4 - Nastavení perimetru s 2. vrstvami

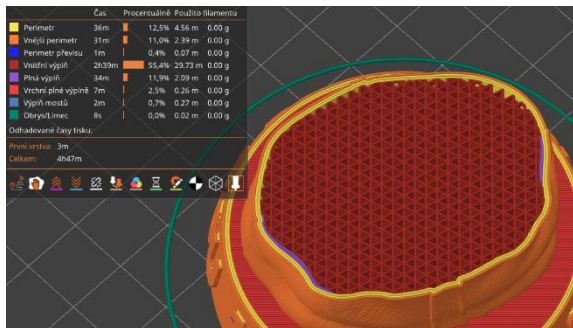
2.2.3 Výplň

Jedním z posledních nastavení, které je možné definovat v programu *Slicer*, je výplň výrobku. Výplň je myšlena vnitřní část výrobku. Na rozdíl od vnějších ploch a stěn na tyto plochy nepůsobí vnější vlivy a zatížení přímo, jsou proto zatěžovány podstatně méně. Hlavním úkolem těchto vrstev je poskytování stability a případné mechanické podpory pro vnější vrstvy. Materiálem pro výplň je nejčastěji využíván materiál stejný jako je povrch obrobku. Není to pravidlem a pro výplň je možné využívat i jiné materiály. Často tomu tak je u tiskáren s více podavači filamentu. Při nastavování výplně se uvažuje nad dvěma hlavními parametry výplně. A to jsou hustota a vzor tisku. [5]

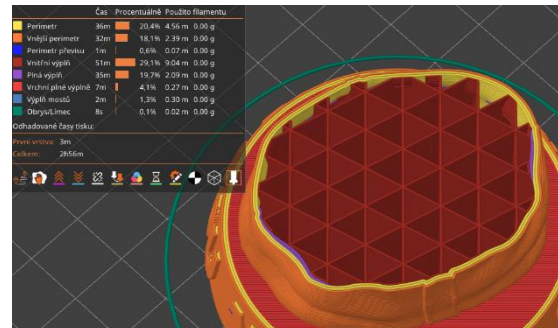
Pod pojmem hustota je ve světě 3D tisku myšlen procentuální poměr vyplněného prostoru pevným materiálem vůči celkovému nevyplněnému vnitřnímu prostoru. Na všech již dříve zmíněných obrázcích, např. obrázek 3, je zobrazen 3D model bez výplně. Toto nastavení se však v reálných podmínkách vyskytuje málo kdy a pro reálný výrobek toto nastavení přináší spíše negativní mechanické vlastnosti než-li kladné. Pravým opakem pro nastavení s nulovou výplní je nastavení se sto procentní výplní. Z výrobku se v podstatě stává absolutní těleso, které má v porovnání se správně zvolenými parametry vyšší hmotnost a stejně jako výrobek s nulovou výplní, má toto nastavení spíše negativní dopady na konečný

výrobek. Negativními dopady v tomto případě je možné považovat zvýšenou hmotnost, mezivrstvou křehkost, problémy s ochlazováním a zvýšenou spotřebu materiálu. [5]

Pro výběr optimálního nastavení je nutno uvažovat hned několik faktorů. Mezi ně patří např: konečná hmotnost výrobku, časová náročnost na výrobu, materiálová náročnost a konečné uplatnění. Nelze s jistotou říci, že existuje jedno nastavení, které je neoptimálnější pro všechny druhy nastavení a musíme se někdy rozhodovat mezi několika možnostmi nastavení. Pro názornou ukázkou zde opět využiji model z předchozích obrázků, tentokrát již s výplněmi. Na obrázku 5 je nastavena výplň na 20 %, kdežto na obrázku 6 je nastavena na 70%.



Obrázek 5 - Tiskové nastavení s 70% výplní.

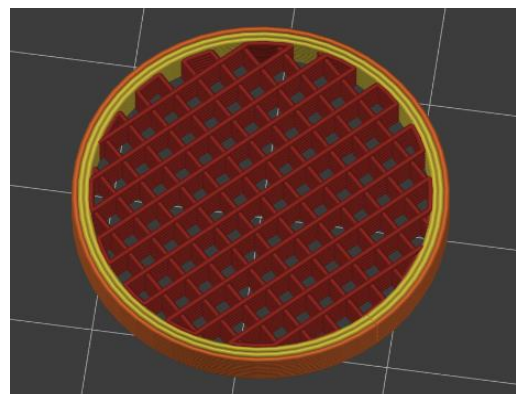


Obrázek 6 - Tiskové nastavení s 20% výplní

Kromě hustoty výplně se volí i vzor výplně. Ten se může vybírat z poměrně široké škály možností a tvarů. Počínaje základním vzorem pro výplň, taktéž nazývaným jako „přímochará“ výplň, přes některé geometrické útvary a končíc výplněmi zcela zřídka využívanými a vytvořenými spíše pro experimentální účely. Většinou je možné výplně popsat jednoduchými G-code příkazy. Pokud bysme volili nějaké složitější vzory, dojde nejpravděpodobněji k nárůstu doby potřebné po tisk. Vzor výplně může taktéž značně ovlivnit výsledné vlastnosti výrobku, jako je tvrdost vnější vrstvy. Názorným příkladem v rozdílnosti vzoru jsou následující obrázky 7 a 8. Na obrázku 7 je vyobrazen nejčastěji používaný vzor – přímochará. Tento vzor je považován za časově nejvýhodnější a v místech křížení cesty tisku nedochází ke kupení materiálu. Na obrázku 8 je zobrazen vzor přezdívaný „Octagram spiral“. Vzhledově tento vzor působí jako postupně rozvíjející se spirála. Jedná se ovšem o spíše experimentální vzor, jelikož při použití dochází k nárůstu tiskové doby. Ovšem při použití u tvarově jednodušších obrobků je zde vytvořena možnost pro prolití výrobků pryskyřicí a tím i docílení úplného prolití pryskyřicí. [5]

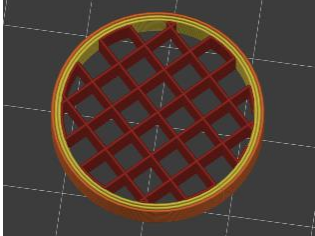
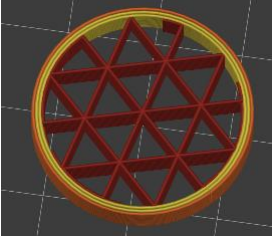
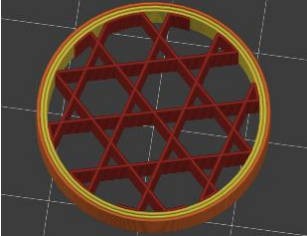

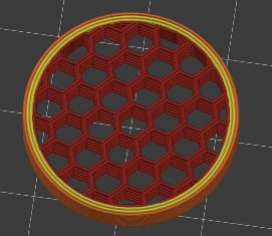
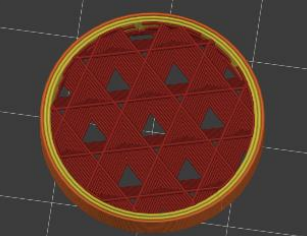


Obrázek 7 - Vzor "Octagram spiral"



Obrázek 8 - Přímochará vzor výplně

Některé další vzory jsou znázorněny v následující tabulce [1].

Vzor mřížka	Vzor trojúhelník	Vzor hvězda
		
Vzor kružnice	Vzor pláštěv	Vzor kubický
		

Tabulka 2 - Vzory výplní a jejich názvy

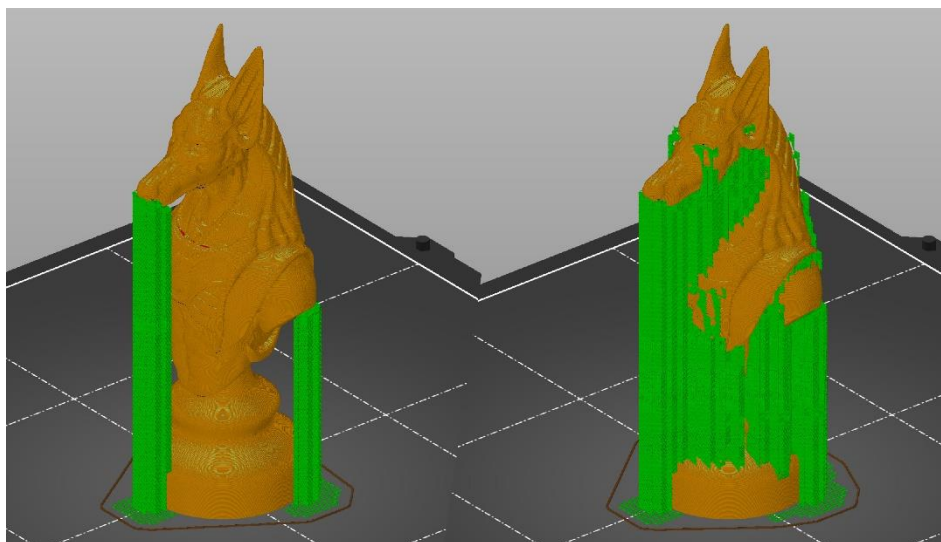
2.2.4 Tiskové podpory

Během nastavování parametrů tisku se občas operátor/uživatel potká s převisy na modelu. Za převis jsou považovány hrany a plochy, které přesahují 45 stupňů od osy Z. Tyto plochy jsou pro tiskárny již problematické a pro zajištění správného tisku slouží tiskové podpory. Pod tímto pojmem je možné se představit podpůrné konstrukce, které se tisknou současně s hlavním modelem a na ně jsou následně nanášeny vrstvy převisů a jiných problematických ploch. [11]

Existuje několik základních druhů podpěr:

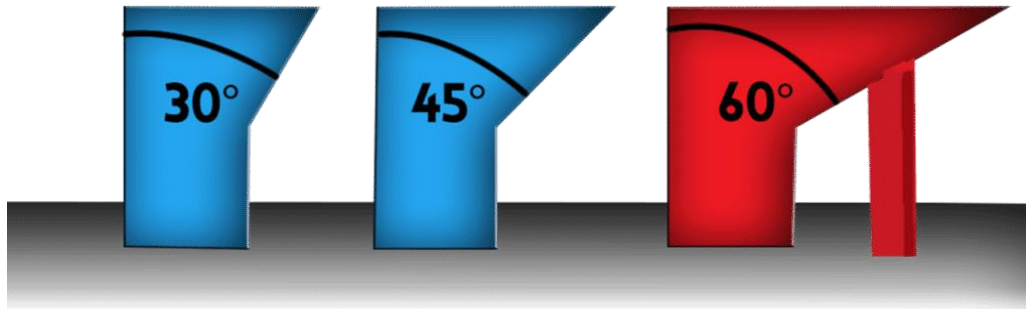
Prvním druhem podpěry jsou tzv. podpěry všude. Podpěry budou vygenerovány jak na tiskové podložce, tak i na samotném již částečně vytištěném výrobku. [10]

Druhým typem podpory jsou podpěry generované pouze na tiskové podložce. Tímto způsobem se zajistí nedotčenost výrobku. Vynucené podpěry jsou podpěry, které jsou v *Slicer* vyžádány uživatelem. Naopak je možné i zablokovat určité podpěry pokud nevyhovují. [10]



Obrázek 9 - vlevo podpory pouze na tiskové podložce, vpravo podpěry všude [10]

Dále je možné vyžádat i zesílení několika X prvních vrstev podpěr. Bývá využíváno při větších výrobcích. Je možné konfigurovat i styly podpěr. Podpěra může být tažená od počátku, čili tiskové plochy nebo naopak se může uchyťovat na výrobek a postupně tvořit požadovanou podporu. Materiály, které se užívají pro podpěry bývají zpravidla levnější než je materiál výrobku. Také mají nižší mechanické vlastnosti a nejsou tak pevné. K dnešnímu dni jsou i velmi populární organické podpěry, které jsou lépe čistitelné a šetří materiál. Zvláštní



Obrázek 10 - Znárodnění převisů a nutnosti použití podpěr [11]

případem, ale zároveň velmi oblíbeným pro tisk podpěr, je použití materiálu PLA, který je rozpustný ve vodě. Po dokončeném tisku se tyto konstrukce odlomí od hlavního výrobku. [10]

2.3 Metody tisku

V této kapitole se přiblížíme do bližších detailů a principů jednotlivých druhů 3D tisků. Bude zde i uvedeny tiskové metody, které jsou spíše zajímavostí a není možné s jejich pomocí vyrobit námi požadovanou vrtuli. Z ostatních metod se v pozdějších kapitolách vyberou nejvíce vhodná metoda pro realizaci.

2.3.1 FDM

Metoda „Fused deposit modeling“, zkrácené FDM je založena na principu podávání nahřátého materiálu přes podávací hlavici. [14] Metoda je nejpopulárnější pro použití v běžných domácnostech, hobby modelářů a nebo pro rychlé prototypování, jelikož nabízí širokou škálu tiskových možností při minimální údržbě a relativně kompaktních rozměrech za relativně nízkou pořizovací cenu. Vlastnosti tiskárny je možné měnit a samotnou tiskárnu vylepšovat. Mezi další výhody se řadí i jednoduchost zacházení s již vytištěnými výrobky a i široká škála materiálů vhodných k tisku. Naopak, za nevýhody této tiskové metody je možné považovat relativně nízkou tiskovou rychlost, pokud budeme porovnávat s jinými metodami jako je např. SLS nebo SLA.

Běžné FDM tiskárny jsou složeny z několika prvků a je možné je modifikovat.



Obrázek 11 - Tiskárna FDM [18]

FDM tiskárny je možné dělit hned na několik druhů z konstrukčního hlediska:

V prvním případě se jedná o způsob popsání kinematického pohybu extrudéru nebo tiskové plošiny. Prvním a zároveň nejvíce rozšířeným způsobem je popis kartézský. Z názvu plyne, že pro popis prostoru je využit klasický X,Y a Z souřadnicový systém. Pohyb jednotlivých os je zajištěn pomocí servomotorů a nejčastěji ozubených řemenů. [8]

Dalším způsobem přezdívaným CoreXY je méně obdoby mechanizmus, který je opět popsán kartézským souřadnicovým systémem, ale zapojení servomotorů je značně složitější. Při tomto zapojení je možné dosáhnout vyšší rychlosti posuvu v ose X a Y jelikož pro pohyb jsou využity zároveň dva servomotory. [21]

Tiskový prostoro je možné popsat i pomocí polárních souřadnic. Tiskárna v tomto případě mění pouze osu Z a pohybuje s extrudérem na jednom rameni. Může být uvedeno jako souřadnice R nebo X. Samotná tisková plošina se otáčí ve středu. K dnešnímu dni tato technologie není moc populární, jelikož ne každý Slicer umí převádět složité tvary do vhodných křivek. Je proto užívána spíše pro cylindrické modely. [8]

Složitější způsob popsání souřadnic využívá typ tiskáren zvaný Delta. Zde jsou využívány celkem 3 ramena, kde každé z ramen má dosah 120 stupňů. Ramena jsou spojena ve středu, kde se nachází i samotný extrudér. Seřízení tohoto typu tiskárny je poměrně složitá záležitost a běžný Slicer si s tímto typem uspořádání neporadí. Je zde zapotřebí speciálního software, který dokáže zkalibrovat každé rameno. Na druhou stranu tento typ zároveň dokáže poskytnout velký tiskový prostor a relativně velkou tiskovou rychlost. [8]



Obrázek 13 - FDM tiskárna Delta [13]

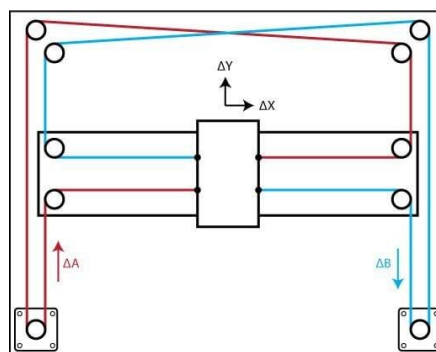


Obrázek 12 - FDM tiskárna s kartézským

Posledním způsobem, který stojí za zmínění je systém přezdívaný Scara. Pro ovládání pohybu extrudéru jsou použity dvě robotická ramena nebo jedno dvoukloubé rameno. [8]



Obrázek 15 - Tiskárna Scara [22]



Obrázek 14 - CoreXY uspořádání tiskárny.[21]

Dále se FDM tiskárny dělí dle počtu podávaných filamentů. K dnešnímu dni jsou již více populární tiskárny s možností podávání více materiálů. Oproti tiskárnám s podáváním jednoho materiálu tryskou, mají tyto tiskárny značné výhody především ve vizuálních možnostech tisku. Může se jednat až už o dvou a více barevný tisk, nebo tisk s dvěma a více materiály. Existují celkem dvě možnosti, jak je tisk více materiálů realizován.

Prvním možností je tiskárnou s dvěma a více extrudéry. Extrudéry jsou umístěny na jednom tiskovém ramenu a kvůli konstrukci ubírají tiskový prostor. Tento typ se moc neuchytil, jelikož dva souběžně běžící extrudéry přinášely spíše více problémů než užitku. [23]

Druhá možnost, která je k dnešnímu dni poměrně populární je přívod vícero materiálů do jedné trysky. Nutno poznamenat že se nesmí jednat o materiály se značnými rozdíly v tiskových podmínkách, mezitím co u dvou extrudérů jsou nastavit kompletně jiné tiskové podmínky pro každou hlavu zvlášť. Nejznámějším příkladem může posloužit tisk hlavního materiálu a podpůrného materiálu nebo tisk barevných výrobků. Mezitím co z hlavního materiálu se vytiskne konečný výrobek, podstavy a podpůrné konstrukce se tisknou z jiného, velmi často levnějšího materiálu, který se následně odlomí a zlikviduje. Velmi oblíbený materiál pro tisk podpěr je PVA plast, kvůli jeho schopnosti rozpouštění.

Obecně je možné plasty rozdělit na dva druhy, a to na reaktoplasty a termoplasty. Materiály, které se používají pro metodu FDM jsou pouze různé druhy termoplastů. Narozdíl od reaktoplastů, termoplasty je možné opětovně zahřívat a využívat pro tisk. Kromě plastů je možné využít i materiály jako jsou gumy, které na rozdíl od klasických plastů mají elastické vlastnosti.

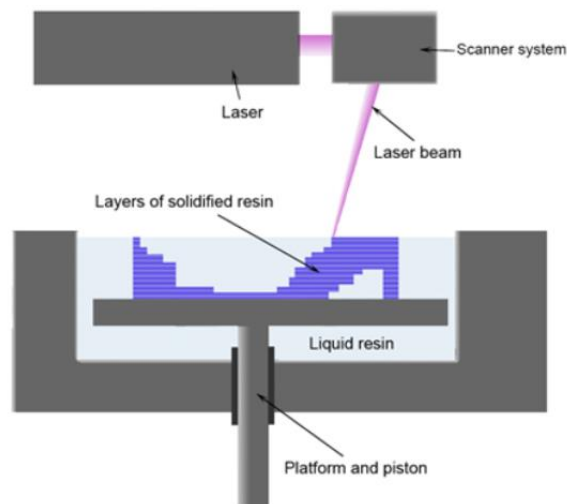
Posledním konstrukčním rozdílem je považována konstrukce s otevřenou a uzavřenou tiskového prostoru. Pro zajištění rovnoměrného tuhnutí materiálu je lepší využívat tiskárny s uzavřeným tiskovým prostorem. Záleží zde ovšem na materiálu, jelikož některé plasty naopak vyžadují přísun chladnějšího vzduchu. Příkladem je PLA plast, který měkne už při nižší teplotě a při vstupu do extrudéru se může zaseknout. Na výrobek v uzavřeném tiskovém prostoru působí vyšší okolní teploty a dochází tak k menšímu pnutí během tuhnutí. Využití uzavřené se vyplatí zejména u tvarově větších výrobků nebo u výrobků s větším procentem výplně.

2.3.2 SLA

Metoda SLA neboli stereolitografie je metoda, která je považována za první vzniklou metodu 3D tisku. Jedná se o metodu, která je hned po FDM metodě druhá nejpoužívanější.

Využití této metody je uskutečněno v již více detailním modelování. Používá se spíše pro již hotové výrobky, nikoliv pro rychlé prototypování, jako metoda FDM. [2]

Pokud budeme porovnávat metodu SLA s metodou FDM, najdeme zde hned několik konstrukčních a materiálových rozdílů. Prvním zásadním rozdílem je materiál, který se používá pro tisk. U FDM metody se jako vstupní materiál využívá tenký plastový drát, který se roztaví při určité teplotě a následně opět ztuhne. Pro metodu SLA se jako vstupní materiál používá tekuté fotopolymery, které následně tuhnou pomocí paprsků UV světla. Na Obrázek 16 je popsán obecný princip fungování této metody. Postupné nanášení vrstev probíhá pomocí paprsku laseru, který je usměrněn do požadované oblasti. Po dokončení jedné vrstvy se plošina ponořená v roztoku tekutého polymeru pomocí zvedacího mechanismu posune a tím vytvoří prostor pro novou vrstvu.



Obrázek 16 - Popis tiskového procesu SLA [2]

Fotopolymery jsou běžně označovány i jako pryskyřice. V praxi je možné pryskyřice rozdělit do několika hlavních skupin a to na akrylátové, epoxidové a plněné pryskyřice. Akrylátové pryskyřice jsou k dnešnímu dni nejméně výhodné pro tisk přesných modelů. Mají obecně vysoký koeficient smrštění, což může vést k nepřesnostem v konečném výrobku a vysokým výrobním nepřesnostem. Naopak epoxidové pryskyřice, přezdívané také jako epoxidy, mají značně nižší koeficient smrštění a jsou tak mnohem vhodnější pro přesné tisky. [2]

Poslední skupinou jsou plněné pryskyřice, které jsou vhodné spíše pro výrobky, které jsou následně mechanicky namáhány v praxi. [2]

Konstrukce SLA tiskárny je nastíněna na Obrázek 17. Tiskový proces probíhá pomocí zdroje UV světla skrytého pod nádobkou na fotopolymer. Jako zdroj UV světla se používá Display nebo laser. Nádobka má částečně průhledné dno, aby umožnila prostup UV světla. Paprsky UV světla následně vyztužují jednotlivé vrstvy pryskyřice a tisková plocha díky posuvnému mechanismu vyjíždí výš a tím umožňuje tuhnout nových vrstev. Na rozdíl od metody FDM je zde vždy přítomná i ochranná bariéra a je zde vždy pouze jeden posuvný mechanismus. **Přidat popisky a doladit formát**

Struktura povrchu konečného výrobku je v porovnání s FDM metodou mnohem jemnější. Způsobeno je to především výrazně menším průměrem laseru nebo rozlišením UV displaye, který vytvrzuje vrstvy, než je průměr podávaného materiálu v metodě FDM. Tloušťka jedné vrstvy se může pohybovat v rozmezí 0,05 mm až 0,3 mm. [2]

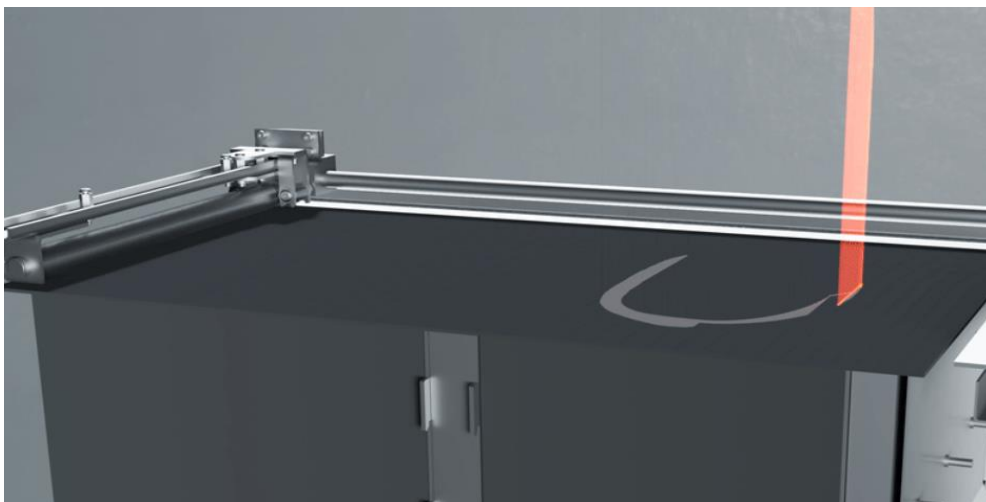


Obrázek 17 - SLA tiskárna [2]

2.3.3 SLS

SLS metoda, neboli *Selective Laser Sintering*, si zakládá na spékání vrstev malých částic práškového materiálu. Pro tuto metodu je dostupná poměrně široká škála materiálů, ale pouze v práškové podobě. Výsledné výrobky jsou celkem pevné. Uplatnění této metody je především v profesionálním tisku dílů na zakázku. Metoda není výhodná pro nadšence 3D tisku, hlavně kvůli pořizovací hodnotě samotného stroje. Zároveň je metoda i energeticky velice náročná a údržba samotného stroje vyžaduje značné časové náklady. [3]

Konstrukce tiskárny je oproti SLA a FDM metodám značně složitější, jelikož pro spékání využívá silného karbondioxidového paprsku laseru. Náhled do vnitřního tiskového prostoru je zobrazen na Obrázek 18.



Obrázek 18 - Konstrukce vnitřního prostoru SLS tiskárny [20]

Tiskový proces je rozdělen do několika kroků a probíhá následovně:

- Práškovací válec nabere materiál v zásobníku.
- Nanesení nové vrstvy práškového materiálu po celé tiskové ploše pomocí práškovací válce.
- Spečení materiálu pomocí laseru.
- Nanesení nové vrstvy.

Výrobky jsou v porovnání s metodou FDM a SLA výrazně pevnější a více mechanicky odolné. Zároveň, metoda nevyžaduje žádné podpurné konstrukce, protože se materiál spéká na předchozí vrstvě a je držen okolním materiálem. Metoda je proto i vhodná pro tisk tvarově složitých součástí. Nevýhodou, kromě již výše zmíněných, je i nemožnost vytvářet dutiny. Jelikož se práškový materiál nanáší po celé tiskové ploše, zůstává pak nespečený materiál uvnitř dutiny. [1]

Nejběžnější materiály používané pro SLS tisk jsou elastomery (TPE, TPU), polyamidy (PA6, PA11, PA 12) a polystyreny (PS2500). Možné je použít takřka každý materiál, který je možné spékat v práškové podobě. Naopak semikrystalické polymery (PP, PE) a amorfnní polymery (PC, ABS) se pro SLS tisk nevyužívají. [3]

Obdobnou metodou ale pro tisk kovových materiálů je metoda přezdívaná Laser Powder Bed Fusion, zkráceně LPBF. [4]

2.4 Vhodné materiály

V této kapitole se zaměříme na materiály vhodné pro tisk leteckých vrtulí. Pro každou metodu jsou zde uvedeny celkem 2 různé materiály, ze kterých se následně bude volit.

Metoda Tisku	Jednotky	FDM		SLA		SLS	
Označení materiálu	-	PLA	ABS	FLEX 80	Alabaster	PA 6	PA 12
Mez kluzu	MPa	65	47	17,87	59,4	80	50
Tvrdość povrchu	kJ/M ²	13	21	-	6,4	135	78
Teplota tání	°C	210	255	-	-	220	178
Provozní teplota	°C	54	-	60	60	80	80

Tabulka 3 - Vybrané plastové materiály a jejich mechanické vlastnosti

2.5 Porovnání a volba vhodné metody

V této kapitole je provedeno výsledné porovnání tří výše zmíněných metod tisku. Hodnotíme především vlastnosti výsledného výrobku.

Metoda	FDM	SLA	SLS
Kvalita povrchu	3	5	4
Přesnost tisku	4	5	5
Jemnost	3	5	4
Tvarová složitost	3	4	5
Jednoduchost obsluhy	5	4	4
Dokončovací operace	3	3	5
Celkem	21	26	27

Tabulka 4 - Porovnání vlastností konečného výrobku jednotlivých metod 3D tisku.

Hodnocení tiskových metod v Tabulka 4 je uskutečněno pomocí známek. Znamky jsou v rozmezí 1-5, kde známka 1 je nejhorší možná známka. Naopak 5 je nejlepší známka.

Celkové vyhodnocení je uskutečněno na základě nejvyššího čísla sečtených známek pro každou tiskovou metodu.

Vzhledem k tiskovým vlastnostem a vlastnostem výsledného výrobku je pro tisk vrtule, která se bude navrhovat v této práci, nejvíce vhodná metoda SLS.

Zvolený materiál pro tisk vrtule je materiál s označením PA6.

3 Úvod do aerodynamiky vrtulí

Názvem vrtule je myšleno aerodynamické zařízení, které přeměňuje energii rotačního pohybu na tah. V některých případech se vrtule využívají jako generátor energie, např. větrné nebo vodní elektrárny. Nejedná se však o letecké technologické odvětví, proto se zde budeme zabývat pouze vrtulemi využívanými v letectví. [26]

Vrtule se svým tvarem a geometrií velice podobá křídílům letadel. Více vysvětleno v kapitole 3.1.4. Stejně jako křídla letadel si i vrtule prošly velkými změnami. První zmínky o vrtulích se uvádějí už od vynálezce Leonarda Da Vinci. Následně se jeho myšlenky uchopil matematik Jean Pierre Paucton v druhé polovině 18. století. První skutečně použitelné dřevěné vrtule začal vznikat na přelomu 19. a 20. století. Během II. Světové války se začaly vyrábět vrtule z kovových materiálů a vznikly stavitelné vrtule. Krátce na to následovaly vrtule z plastických hmot. Koncem 20. století se začaly využívat i vrtule vyrobené z kompozitních materiálů. [26]

3.1 Obecné rozdělení

Letecké vrtule lze klasifikovat do několika skupin na základě technologických kritérií.

3.1.1 Rozdělení na pevné a stavitelné vrtule

Prvním kritériem, je možnost nastavení nebo změny úhlu náběhu. Je proto možné rozdělit vrtule na pevné a stavitelné vrtule. [27]

Pevné vrtule na rozdíl od stavitelných vrtulí mají konstantní úhel náběhu. Vrtule tak pracuje pouze v jednom provozním režimu, při kterém dosahuje nejvyšší účinnosti. Naopak vrtule se stavitelným úhlem má možnost měnit tento úhel dle letového režimu. Z počátku se jednalo pouze o dva letové režimy – start a cestovní let. Nyní je však možné díky silovým systémům využít výkon motoru s mnohem větší celkovou účinností. Stavitelné vrtule lze však rozdělit na dvě další podskupiny. [26]

Prvním z nich jsou vrtule stavitelné na zemi a jak z názvu napovídá. Nastavení vrtule se provádí na zemi pro předpokládaný režim letu. Druhou skupinou jsou vrtule stavitelné za letu. To je umožněno díky výše zmíněným silovým systémům. [26]

3.1.2 Rozdělení dle počtu listů

K tomuto rozdělení není třeba přidávat dlouhé komentáře. Jak napovídá název, jedná se pouze o rozdělení závislém na počtu listů.

3.1.3 Rozdělení dle materiálu

Veškeré materiály, ze kterých se vrtule vyrábí musí splňovat vysoké požadavky na pevnost, nízkou hmotnost a vysokou odolnost.

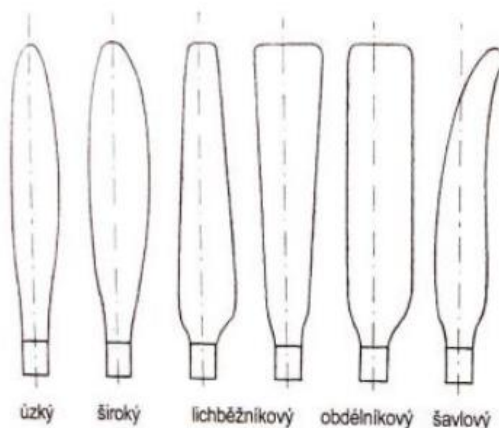
První skupinou, která vznikla, jsou vrtule vyrobené z dřeva. Často se vyráběly z jednoho kusu dřevěné latě. Později se začaly různé druhy latí slepovat dohromady. [26]

Druhou skupinou jsou vrtule vyrobené z kovových materiálů. Nejvhodnějšími materiály jsou hliník a slitiny hliníku, jako je dural, a nebo titan. Méně často se využívají i ocelové vrtule, ale nejsou příliš vhodné kvůli hmotnosti. [28]

Poslední a zároveň nejmladší skupinou jsou vrtule z kompozitních materiálů. Jsou nejčastěji vyrobeny z kevlaru, skelného vlákna nebo uhlíkových vláken. [28]

3.1.4 Rozdělení podle tvaru

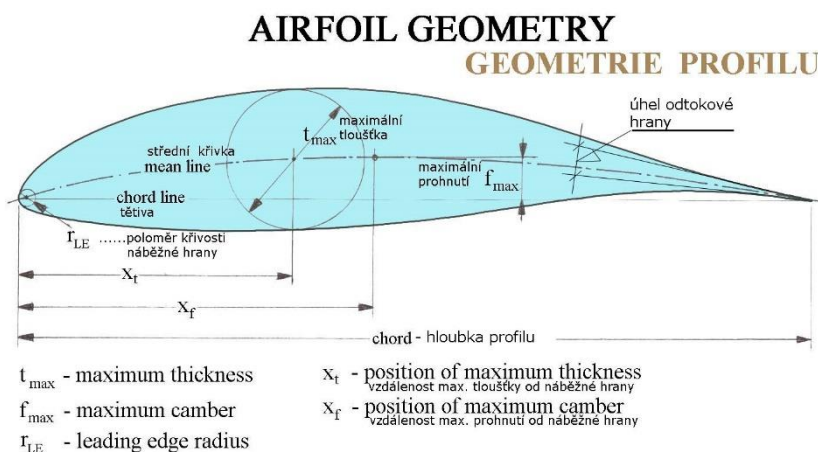
Posledním kritériem, dle kterého ho letecké vrtule, přesněji vrtulové listy, rozdělovat je jejich konstrukční provedení. Jedná se především o tvar listu, který je možné rozdělit na celkem 5 základních. [29]



Obrázek 19 - Základní rozdělení vrtulových listů dle tvaru.[29]

3.2 Geometrie profilu vrtulového listu

Vrtule jsou považovány aerodynamický stroj a jak již dříve, v kapitole 3. bylo zmíněno, konstrukčně se jedná o velice podobné zařízení jako je křídlo letounu. Stejně tak jako u křídla a letounů obecně, existují určité letové režimy pro vrtulové listy.



Obrázek 20 - Řez vrtulovým profilem a vymezení základních charakteristik [30]

Na Obrázek 20 jsou vymezeny základní geometrické rozměry, které se na profilu vyskytují. Slovní popis je následující:

- Tětiva – přímka spojující nejkrajnější body na náběžné a odtokové hraně [30]
- Střední křivka – spojnice všech středů kružnic vepsaných do obrysu profilu[30]
- Maximální tloušťka – průměr největší z vepsaných kružnic [30]
- Prohnutí profilu – rozdíl vzdáleností mezi tětivou a střední křivkou v průběhu profilu [30]
- Maximální prohnutí profilu – největší vzdálenost mezi tětivou a profilem prohnutí [30]
- Poloměr náběžné hrany – udává zakřivení na přední straně profilu [30]

3.2.1 Bezrozměrné koeficienty tahu a výkonu

Obdobně jako u letounů se používají součinitele vztlaku a odporu pro vyjádření velikostí samotného vztlaku a odporu. Používají se i obdobné bezrozměrné veličiny pro vyjádření výkonů. Obecně se pro odvození těchto bezrozměrných veličin nejčastěji využívají vrtulářské a aerodynamické vzorce. [31]

V praxi jsou více oblíbené vrtulářské vzorce. Pro výpočet musíme znát průměr vrtule a otáčky. Tyto vzorce, které jsou závislé na námi hledanými součiniteli, lze uvádět v následujícím tvaru [31]:

$$T = c_T \rho n^2 D^4 \quad (3.1)$$

$$P = c_P \rho n^3 D^5 \quad (3.2)$$

Z rychlostního poměru λ lze vyjádřit rychlost letu V_0 [31]:

$$\lambda = \frac{V_0}{nD} \rightarrow V_0 = \lambda nD \quad (3.3)$$

Účinnost vrtule lze vyjádřit následovně [31]:

$$\eta = \frac{TV_0}{P} \quad (3.4)$$

Po dosazení výrazu T z rovnice (3.1), P z (3.2) a V_0 z (3.3) získáme následující výraz :

$$\eta = \frac{c_T \rho n^2 D^4 \cdot \lambda nD}{c_P \rho n^3 D^5} \quad (3.5)$$

Po zkrácení se dostaneme na výraz [31]:

$$\eta = \frac{c_T \lambda}{c_P} \quad (3.6)$$

Z aerodynamických vzorců je možné síly T a P vyjádřit jako [31]:

$$T = \frac{1}{2} k_T \rho V_0^2 A \quad (3.7)$$

$$P = \frac{1}{2} k_P \rho V_0^3 A \quad (3.8)$$

kde:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (3.9)$$

Po vyjádření součinitele tahového zatížení vrtule k_T ze vzorce (3.7) a součinitele výkonového zatížení k_P ze vzorce (3.8) dostáváme následující rovnice [31]:

$$k_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_0^2 A} \quad (3.10)$$

$$k_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V_0^3 A} \quad (3.11)$$

Ze vzorců (3.10) a (3.11) je patrné, že se limitně hodnoty součinitelů k_T a k_P budou blížit nekonečnu. Aerodynamické vzorce není vhodné využívat, pokud vrtuli uvažujeme s nulovou rychlostí V_0 , jelikož vrtule má konečný nenulový tah a odebírá nenulový konečný výkon. [31]

Následným porovnáním rovnic pro veličinu T z rovnic (3.1) a (3.7) obdržíme následnou závislost součinitele c_T na k_T [31]:

$$c_T = \frac{\pi}{8} k_T \lambda^2 \quad (3.12)$$

Obdobným způsobem se dá zjistit závislost c_P na k_P [31]:

$$c_P = \frac{\pi}{8} k_P \lambda^3 \quad (3.13)$$

Součinitele c_T , c_P a účinnost η jsou závislí na rychlostním poměru λ . [31]

3.2.2 Pracovní režimy vrtule

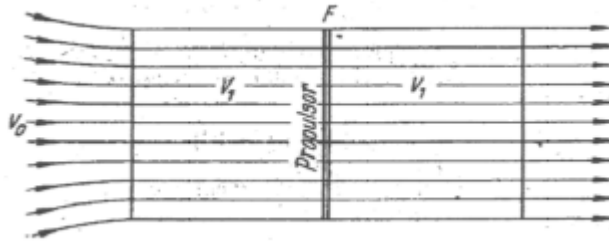
Vrtule v závislosti na rychlosti letu, či případném rychlostním poměru λ pracuje v jednom z následujících režimů [31]:

- A. Vrtulový režim.** Běžný provozní režim, kdy vrtule generuje tah a využívá výkon. $c_T > 0$ a $c_P > 0$.
- B. Nulový tah.** Tah na vrtuli je roven nule, přitom ale využívá výkon. $c_T = 0$ a $c_P > 0$.
- C. Reverzní tah.** Tah vrtule je záporný a využívá výkon. Přistávací režim pro zkrácení brzdě dráhy. $c_T < 0$ a $c_P > 0$.
- D. Autorotace.** Tah na vrtuli je záporný a spotřeba výkonu nulová. Aerodynamická brzda. $c_T < 0$ a $c_P = 0$.
- E. Mlýnkový režim.** Obecně řečeno generátorový režim. Využívá se u větrných elektráren. Na letounech může dojít k poškození motoru. $c_T < 0$ a $c_P < 0$.

3.3 Teorie ideálního propulsoru

Praktické využití této teorie je při odhadu výkonu potřebného pro pohon vrtule s určitým tahem a nebo k určení tahu při daném výkonu motoru. Jedná zjednodušený model pro popsání aerodynamiky vrtule. I přes svou jednoduchost nám poskytuje cenné údaje o výkonu vrtule a umožňuje pochopit klíčové fyzikální vlastnosti. Nezahrnuje v potaz ovšem vazby mezi proudovým polem, výkonem a geometrií jednotlivých listů. Neuvažuje se zde ani s rotací vzduchu za vrtulí. Počítá se vždy s ideálním modelem propulsoru. Reálné vrtule mají výkony horší než odpovídající ideální propulsor. [31]

Při výpočtech se vrtule nahradí rovinnou plochou, do které vstupuje energie do proudu vzduchu.



Obrázek 21 - Model ideálního propulsoru [33]

Celkem se v modelu uvažuje se třemi hlavními rovinami. Ty jsou označeny jako roviny 0, 1 a 2. Rovinu 0 uvažujeme jako rovinu daleko před vrtulí. Statický tlak v této rovině odpovídá atmosférickému tlaku p_a a rychlost proudění odpovídá proudu V_0 . [31]

Rovina 1 odpovídá vrtulí. Uvažuje se zde s rychlostí $V_1 = V_0 + v_1$. v_1 je zrychlení proudu. Zároveň se rovina 1 rozděluje na dvě další roviny, které mají rozdílné statické tlaky. Rovinu před propulzorem, nebo také v tomto případě, rovinou 1 lze zavést jako rovinu 11. Obdobně lze zavést i rovinu 12, která je umístěna za propulzorem. V rovině 12 působí statický tlak p_{11} . V rovině 12 působí statický tlak p_{12} . [31]

O rovině 2 lze obecně říci, že zde již nedochází k žádnému urychlování částic proudu. Rychlost V_2 odpovídá vstupní rychlosti V_0 a zrychlení v_2 . Proto $V_2 = V_0 + v_2$. Statický tlak je v této rovině opět roven atmosférickému tlaku p_a . [31]

3.3.1 Výpočtové vztahy

Pro výpočet tahu propulsoru je možné využít změnu hybnosti tekutiny protékající propulzorem [31]:

$$T = \dot{m}V_2 - \dot{m}V_0 = \dot{m}(V_2 - V_0) \quad (3.14)$$

Rozdíl rychlostí $V_2 - V_0$ je roven zrychlení v_2 . Lze proto rovnici (3.14) zjednodušit na tvar [31]:

$$T = \dot{m}v_2 \quad (3.15)$$

Hmotnostní tok \dot{m} v rovině 1 je závislý na velikosti plochy vrtulového disku $A = \frac{\pi D^2}{4}$. Je možné ho určit z následujícího vztahu [31]:

$$\dot{m} = \rho V_1 A \quad (3.16)$$

Pro zjištění výkonu potřebného k urychlení proudu vzduchu na lze vycházet ze změny kinetické energie \dot{E}_k následovně [31]:

$$P = \frac{1}{2} \dot{m}(V_2^2 - V_0^2) = \dot{E}_k \quad (3.17)$$

Účinnost vrtule je pro stejná jako v rovnici (3.4) a lze ji upravit na tvar [31]:

$$\eta = \frac{TV_0}{P} = \frac{2}{1 + \frac{V_2}{V_0}} \quad (3.18)$$

V tuto chvíli již známe vztahy $V_1 = V_0 + v_1$ a $V_2 = V_0 + v_2$. Obě rychlosti jsou závislé na zrychlení v_1 a v_2 a v tuto chvíli neznáme jiné souvislosti mezi těmito rychlostmi. Pro doplnění vzájemných relací mezi rychlostmi je možné vycházet z rovnice o zachování

energie. Bernouliovu rovnici je možné sestavit mezi rovinami 0 a 11 a bude vypadat následovně:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho V_0^2 = p_{11} + \frac{1}{2}\rho V_1^2 \quad (3.19)$$

A pro roviny 12 a 2 následovně:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = p_{12} + \frac{1}{2}\rho V_1^2 \quad (3.20)$$

Z rovnic (3.19) a (3.20) po jejich sečtení zjistíme vztah pro zjištění rozdílu tlaků na vrtulovém listu:

$$\Delta p = p_{12} - p_{11} = \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_0^2) \quad (3.21)$$

Tah vrtule lze alternativně vyjádřit jako závislost plochy A na rozdílu tlaků p_{11} a p_{12} [31]:

$$T = \Delta p A = A(p_{12} - p_{11}) \quad (3.22)$$

Rovnici (3.22) lze upravit na následující tvar:

$$p_{12} - p_{11} = \frac{T}{A} \quad (3.23)$$

Dosazením rovnice (3.23) do rovnice (3.21) získáme vztah pro výpočet tahu v následujícím tvaru:

$$T = \rho A V_1 (V_2 - V_0) \quad (3.24)$$

Po dosazení rovnice (3.24) do rovnice (3.23) získáme Δp v následujícím tvaru:

$$\Delta p = p_{12} - p_{11} = \rho V_1 (V_2 - V_0) \quad (3.25)$$

Sečtením obou Bernouliho rovnic (3.19) a (3.20) dostaneme rovnici (3.21) pro rozdíl tlaků. Zároveň pro vyjádření rychlosti V_1 můžeme využít dosazení Δp do rovnice (3.25) a získat tento vztah:

$$V_1 = \frac{V_2 + V_0}{2} \quad (3.26)$$

Zrychlení v_0 je nulové, proto je možné zrychlení v_1 vyjádřit následovně [31]:

$$v_1 = \frac{v_2}{2} \quad (3.27)$$

V praxi to značí, že k polovině urychlení proudu dochází před vrtulí a k druhé následně za vrtulí. [31]

Účinnost vrtule lze vyjádřit v základním tvaru nebo s využitím rychlosti v_1 [31]:

$$\eta = \frac{V_0}{V_0 + \frac{v_2}{2}} = \frac{V_0}{V_0 + v_1} \quad (3.28)$$

Účinnost lze vyjádřit i jako závislost koeficientů k_T a k_P z kapitoly 3.2.1 následovně:

$$\eta = \frac{k_T}{k_P} \quad (3.29)$$

Z rovnice (3.10) známe vyjádření pro k_T a po dosazení rychlosti V_1 z rovnice (3.26) do rovnice (3.24) zjistíme, že výsledná rovnice vypadá takto [31]:

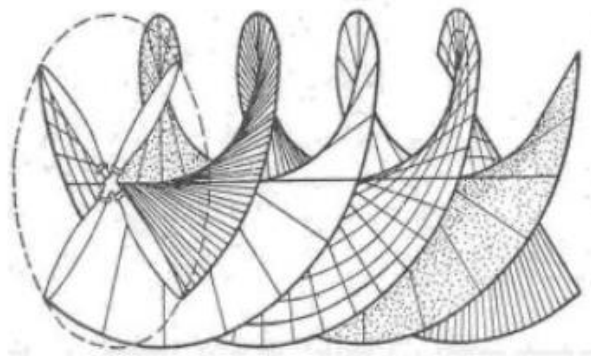
$$k_T = \left(\frac{V_2}{V_0}\right)^2 - 1 \rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \sqrt{1 + k_T} \quad (3.30)$$

Z účinnosti ideálního (3.18) propulsoru jsme schopni zjistit závislost, kdy zvýšením tahu u vrtule dojde ke snížení účinnosti [31]:

$$\eta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + k_T}} \quad (3.31)$$

3.4 Vírový popis

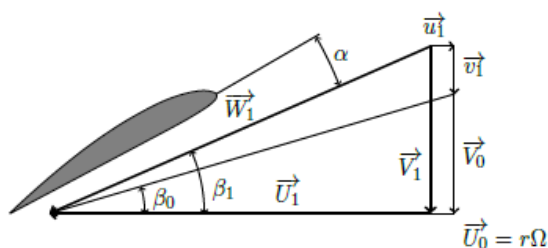
Vírová teorie je pokročilý model používaný k analýze a popisu proudění kolem rotorů, vrtulí a křídel letadel. Tato teorie, přezdívaná také jako teorie vírového listu, poskytuje hlubší pochopení aerodynamických sil a momentů generovaných těmito zařízeními, než jaké nabízí jednodušší teorie, jako je teorie ideálního propulsoru. Vírová teorie se používá k analýze komplexních jevů spojených s rotorem, jako je rozložení cirkulace, indukovaný odpor a vliv koncových vírů. V praxi se jedná o nahrazení listů za křivky, které připomínají tvar šroubovice. Jedná se o ideální model, kde se zanedbává kontrakce proudu za vrtulí a tím nejsou brány v potaz deformace vírových vláken. [31]



Obrázek 22 - Vrtule a s ní spojené víry [33]

3.4.1 Tah a výkon

Pro začátek a prvotní pochopení problematiky je nutno si odvodit jak vznikají na vrtulových listech tah a výkon. Pro to je třeba si objasnit jaké rychlosti a síly působí v průřezu vrtulového listu. Popis rychlostí v řezu vrtulového profilu je znázorněn na následujícím obrázku 23:

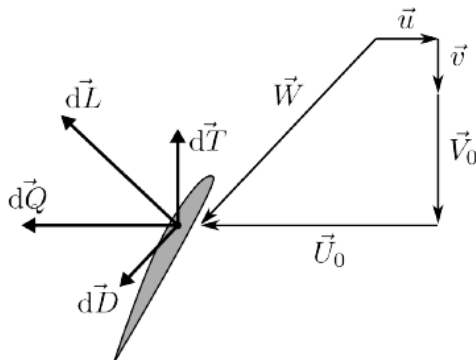


Obrázek 23 - Řez vrtulovým listem a rychlosti na něj působící [31]

Stručný přehled a vysvětlení rychlostních veličin z obrázku 23:

- \vec{V}_0 – Rychlost neporušeného proudu, před tím než narazí na vrtulový list
- \vec{U}_0 – Obvodová rychlost vrtulového listu
- \vec{V}_1 – Rychlost v rovině vrtulové listu. Kombinace \vec{V}_0 a \vec{U}_0
- \vec{W}_1 – Absolutní rychlost proudění vzduchu kolem vrtulového listu
- \vec{u} – Indukovaná rychlost. Vzniká prouděním kolem vrtulového listu
- \vec{v} – Rychlost proudění v axiálním směru (v ose rotace listu)
- α – Úhel náběhu mezi rychlostí \vec{W}_1 a tětivou profilu
- β_0 – Geometrický úhel náběhu
- β_1 – Úhel mezi \vec{W}_1 a \vec{U}_0

Pro popis sil v řezu vrtulového profilu je použit obrázek 24.



Obrázek 24 - Působení sil na vrtulový list [31]

Význam sil zobrazených na obrázku 24:

- $d\vec{L}$ – Vztlačková síla působící kolmo na \vec{W}
- $d\vec{D}$ – Odporová síla působící ve směru \vec{W}
- $d\vec{T}$ – Tahová síla působící ve směru \vec{U}_0 [31]
- $d\vec{Q}$ – Obvodová síla působící ve směru rotace listu [31]

Všechny vyobrazené síly působí na elementu o velikosti dr . Kvůli orientaci absolutní síly \vec{W} je potřeba vztlačkovou sílu $d\vec{L}$ a odporovou sílu $d\vec{D}$ rozdělit na složky a z nich vyjádřit sílu $d\vec{T}$ a $d\vec{Q}$ následovně [31]:

$$dT = dL \cos \beta_1 - dD \sin \beta_1 \quad (3.32)$$

$$dQ = dL \sin \beta_1 + dD \cos \beta_1 \quad (3.33)$$

Poměr vztlaku a odporu, případně jejich bezrozměrných součinitelů lze porovnat následujícím vztahem

$$\mu = \frac{D}{L} = \frac{c_D}{c_L} \quad (3.34)$$

Rovnice (3.32) a (3.33) jsme pomocí dosazení z rovnice (3.34) schopni upravit na následující tvary

$$dT = dL \cos \beta_1 - \mu dL \sin \beta_1 \quad (3.35)$$

$$dQ = dL \sin \beta_1 + \mu dL \cos \beta_1 \quad (3.36)$$

Pro další odvozování tahu T a výkonu P je nutno nejdříve zavést veličinu Γ , která představuje součet cirkulací na každém listu vrtule. [31] Definice a odvození veličiny Γ je uskutečněno v kapitole 3.4.2.

Dle Kutta-Žukovského věty je možné vztahové síly působící na element dr vyjádřit následovně [31]:

$$dL = \rho W_1 \Gamma dr \quad (3.37)$$

Po dosazení Γ do rovnic (3.35) a (3.36) obdržíme následující tvary rovnic:

$$dT = \rho W_1 \Gamma \cos \beta_1 dr - \mu \rho W_1 \Gamma \sin \beta_1 dr \quad (3.38)$$

$$dQ = \rho W_1 \Gamma \sin \beta_1 dr + \mu \rho W_1 \Gamma \cos \beta_1 dr \quad (3.39)$$

Po úpravě:

$$dT = \rho W_1 \Gamma (\cos \beta_1 - \mu \sin \beta_1) dr \quad (3.40)$$

$$dQ = \rho W_1 \Gamma (\sin \beta_1 + \mu \cos \beta_1) dr \quad (3.41)$$

Rovnice lze dále upravit pomocí vztahů pro osovou složku rychlosti V_1 a obvodovou složku U_1 [31]

$$V_1 = W_1 \sin \beta_1 \quad (3.42)$$

$$U_1 = W_1 \cos \beta_1 \quad (3.43)$$

Kde následně získáme následující tvary rovnic pro dT a dQ [31]:

$$dT = \rho \Gamma (U_1 - \mu V_1) dr \quad (3.44)$$

$$dQ = \rho \Gamma (V_1 + \mu U_1) dr \quad (3.45)$$

Výkon je možné zjistit ze závislosti na obvodové síle následujícím vztahem [31]:

$$dP = dQ \Omega r \quad (3.46)$$

Dosazením rovnice (3.45) do (3.46) získáme vztah pro dP ve tvaru:

$$dP = \rho \Gamma (V_1 + \mu U_1) \Omega r dr \quad (3.47)$$

Pro integraci je nutno uvažovat meze od 0 do R, kde R je poloměr vrtule [31]:

$$T = \rho \int_0^R \Gamma(U_1 - \mu V_1) dr \quad (3.48)$$

$$P = \rho \int_0^R \Gamma(V_1 + \mu U_1) \Omega r dr \quad (3.49)$$

Pokud-li chceme zjistit lokální účinnosti vrtule, tj. účinnost v místě řezu vrtule, budeme vycházet ze vztahu (3.18) pro výpočet celkové účinnosti vrtule. Pro výpočet lokální účinnosti je nutno za veličiny T a P vkládat veličiny vztažené na daný řez vrtule. Pro to se využijí upravené vzorce (3.44) a (3.47), které mají následující tvar [31]:

$$dT = \rho \Gamma U_1 \left(1 - \frac{\mu V_1}{U_1}\right) dr \quad (3.50)$$

Pro rovnici (3.47) je využit vztah $U_0 = \Omega r$.

$$dP = \rho \Gamma U_0 V_1 \left(1 + \frac{\mu U_1}{V_1}\right) dr \quad (3.51)$$

Z obrázku 23 je patrné, že je možné vyjádřit poměry rychlostí U_1 a V_1 v závislosti na úhlu β_1 následujícím způsobem [31]:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{V_1}{U_1} \quad (3.52)$$

$$\operatorname{cotg} \beta_1 = \frac{V_1}{U_1} \quad (3.53)$$

Po dosazení vztahů (3.50) a (3.51) do vztahu pro výpočet účinnosti a následném dosazení veličin $\operatorname{tg} \beta_1$ a $\operatorname{cotg} \beta_1$ za rychlosti U_1 a V_1 získáme následující rovnici [31]:

$$\eta = \frac{dT V_0}{dP} = \frac{V_0 U_1}{V_1 U_0} \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \beta_1}{1 + \mu \operatorname{cotg} \beta_1} = \eta_a \eta_t \eta_{prof} \quad (3.54)$$

η_a odpovídá axiální účinnosti, η_t odpovídá tangenciální složce, η_{prof} odpovídá profilové účinnosti. [31]

Kutta-Žukovského věta umožňuje vyjádřit závislost vztlakové síly dL na elementu o velikosti dr i s použitím bezrozměrného elementu c_L .

$$dL = c_L \frac{1}{2} \rho W_1^2 b dr \quad (3.55)$$

Rovnice (3.37) je přesná formulace Kutta-Žukovského věty a po sečtení s rovnicí (3.50) obdržíme výraz pro vyjádření Γ v závislosti na c_L [31]

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_L W_1 b \quad (3.56)$$

3.4.2 Žukovského teorie

Popisuje výpočet vztlaku na křídlech nebo vrtulových listech. Použitím Žukovského teorie je možné do podrobnosti analyzovat a případně optimalizovat vlastnosti vrtulí. Pro použití je nutné vycházet z několika předpokladů.

Prvním z předpokladů je rovnoměrné spojité zatížení vírů na povrchu válcových ploch. Tento stav odpovídá pro výpočet s nekonečným počtem listů. [31]

Vliv počtu listů je závislý na rychlostní poměru λ . Teorii je možné využít pro vrtulové listy s vysokým zatížením. [31]

Posledním důležitým předpokladem je uvažování tvaru soustavy víru jakožto válcovou plochu, kde celková cirkulace odpovídá součtu cirkulací kolem jednotlivých listů. [32]

Obecný vztah pro výpočet cirkulace Γ zmíněné v rovnici (3.37) odpovídá hodnotě integrálu rychlosti po uzavřené křivce [31]

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \, d\vec{s} \quad (3.57)$$

Jedním z předpokladů, na kterém je teorie Žukovského založena předpokládá rovnoměrné rozložení vírů po válcové ploše [31] [32]. Uvažuje rychlost u_2 jako funkci závislé pouze na poloměru r [31].

Pro integraci je možné dosadit do rovnice (3.57) následujícím způsobem:

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \, d\vec{s} = \oint_C u_2 \, ds \quad (3.58)$$

Vyjádření válcové plochy je možné provést následovně:

$$ds = r d\varphi \quad (3.59)$$

Protože u_2 je konstanta, bude následná integrace vypadat následovně:

$$\Gamma = \oint_C u_2 \, ds = u_2 \int_0^{2\pi} r \, d\varphi = u_2 2\pi r \quad (3.60)$$

Z rovnice (3.60) je možné vyjádřit u_2 :

$$u_2 = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3.61)$$

Pro konečné stanovení cirkulace na vrtuli je nutno zavést bezrozměrné veličiny vztažené na poloměr vrtule R .

Poloměr \bar{r} [31]:

$$\bar{r} = \frac{r}{R} \quad (3.62)$$

Rychlosti \bar{U}_1 a \bar{V}_1 vztažené k obvodové rychlosti na špičce listu [31]:

$$\bar{U}_1 = \frac{U_1}{R\Omega} \quad (3.63)$$

$$\bar{V}_1 = \frac{V_1}{R\Omega} \quad (3.64)$$

Rychlost nerušeného proudu vzduchu \overline{U}_0 lze vyjádřit a zjednodušit s pomocí vztahu (3.56) následovně [31]:

$$\overline{U}_0 = \frac{U_0}{R\Omega} = \frac{r\Omega}{R\Omega} = \bar{r} \quad (3.65)$$

Rychlost nerušeného proudu vzduchu \overline{V}_0 lze vyjádřit a zjednodušit s pomocí vztahu (3.3) následovně [31]:

$$\overline{V}_0 = \frac{V_0}{R\Omega} = \frac{V_0}{\frac{2D\pi}{2}\Omega} = \frac{\lambda}{\pi} \quad (3.66)$$

Vyjádření cirkulace Γ přes bezrozměrný člen je možné následovně [31] :

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{4\pi R^2 \Omega} \quad (3.67)$$

Výraz (3.56) je označován jako rovnice vazby. Definuje vztah mezi tvarem listu a cirkulací a převod na bezrozměrný tvar je možné uskutečnit následovně [31]:

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_L W_1 b \rightarrow \bar{\Gamma} = \frac{1}{2} c_L \bar{b} \overline{W}_1 \quad (3.68)$$

V předchozí rovnici figurují dvě doposud nedefinované výrazy. Prvním výrazem je bezrozměrná rychlost \overline{W}_1 definovaná následovně:

$$\overline{W}_1 = \frac{W_1}{U_0} \quad (3.69)$$

Druhý koeficientem je veličina b , které sebou představuje střední aerodynamickou tětívu listu [33]. Bezrozměrný člen lze definovat následovně [31]:

$$\bar{b} = \frac{Nb}{4\pi R} \quad (3.70)$$

Výraz (3.61) lze převést na bezrozměrný tvar následovně [31]:

$$\overline{u}_2 = \frac{2\bar{\Gamma}}{\bar{r}} \quad (3.71)$$

Bezrozměrný tvar pro rychlost \overline{u}_1 lze odvodit, protože je její velikost se rovná polovině hodnoty \overline{u}_2 . Proto

$$\overline{u}_1 = \frac{\overline{u}_2}{2} = \frac{2\bar{\Gamma}}{2\bar{r}} = \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}} \quad (3.72)$$

Je nutno stanovit několik posledních bezrozměrných veličin. Začneme proto veličinou \overline{v}_1 , kterou je možné stanovit na základě podobnosti rychlostních trojúhelníků z Obrázek 21 [31]

$$\overline{v}_1 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 + \bar{\Gamma}} - \frac{\lambda}{2\pi} \quad (3.73)$$

Rychlost \bar{V}_1 je možné stanovit následovně [31]:

$$\bar{V}_1 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 + \bar{\Gamma}} + \frac{\lambda}{2\pi} \quad (3.74)$$

Nyní již máme určené všechny bezrozměrné veličiny, které potřebujeme pro konečný výpočet cirkulace. Pro výpočet uijme následující předpoklady [31]:

- a) Vysoký počet listů
- b) Rychlosti W_0 a W_1 jsou si blízké. Pro výpočet $W_0 = W_1$.
- c) Pohybujeme se v lineární oblasti vztahové čáry. $c_L = c_L^\alpha \alpha$

Spojením tvrzení b) a rovnice (3.68) získáme následující vztah [31]:

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{2} c_L^\alpha \alpha \bar{b} \bar{W}_0. \quad (3.75)$$

\bar{W}_0 se pro tento případ bude rovnat [31]

$$\bar{W}_0 = \sqrt{\bar{r} + \frac{\lambda}{\pi}}, \quad (3.76)$$

a úhel aerodynamického náběhu pro daný vrtulový režim, zmíněno v kapitole 3.2.2 [31]

$$\alpha = (\phi - \alpha_0) - \beta_1. \quad (3.77)$$

Po dosazení všech výrazů do rovnice (3.75) dostaneme konečný výraz pro výpočet cirkulace $\bar{\Gamma}$ [31]:

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{2} \bar{b} \bar{W}_0 c_L^\alpha \alpha = \frac{1}{2} \bar{b} \bar{W}_0 c_L^\alpha [(\phi - \alpha_0) - \beta_1] \quad (3.78)$$

S vypočtenou hodnotu $\bar{\Gamma}$ lze následně vypočítat součinitele c_T a c_P .

4 Návrh vrtule pomocí metody Larrabee

Tato metoda byla vyvinuta Eugenem Larrabeem v 70. letech minulého století. Využívá teoretický základ teorie vrtulí s minimální indukovanou ztrátou. Samotný výpočet zahrnuje i Prandtlovu ztrátovou funkci. Původně byla teorie formulována pro výpočet vrtulí pro letouny poháněných lidskou silou. K dnešnímu dni má již uplatnění i pro velké vrtule větrných elektráren. Popularitu především získala díky výsledným návrhům vrtulí s vysokou účinností. [33]

Jedním z cílů této práce je návrh aerodynamických charakteristik vrtule pro akrobatický model letounu s rozpětím křídel 70 cm. Akrobatické modely letounů mají provozní rozmezí rychlostí 40 – 70 km/h. Při výpočtech budeme uvažovat rychlost 55 km/h. Výkon motoru akrobatického letounu uvažujeme 0,25 kW. Uvažujeme dvoulistou vrtuli s listem průřezu NACA 0012 a koeficientem tloušťky $k_{tl} = 0,12$.

4.1 Vstupní hodnoty

Pro výpočet pomocí této metody je potřeba znát následující vstupní údaje.

Vstupní veličina	Označení	Vstupní hodnota	Jednotka
Počet listů	B	2	-
Požadovaný tah	T	Není určen	N
Požadovaný výkon	P	0,25	kW
Navrhovaná rychlost letu	V	40	km/h
Otáčky motoru	n	9000	ot/min
Hustota vzduchu	ρ	1,225	kg/m ³
Návrhový součinitel vztlaku	c_{Ld}	0,5	-
Návrhový poměr odporu a vztlaku	D/L	0,02	-
Návrhový úhel	α_d	1	°

Tabulka 5 - Vstupní hodnoty

4.2 Odvození výpočetních vztahů

Pro výpočet podle metody Larrabee je nutno opět zavést nebo přizpůsobit již dříve zmiňované veličiny.

Bezrozměrný poloměr z rovnice (3.56) budeme pro tento výpočet uvažovat v následujícím tvaru [33]:

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (4.1)$$

Úhlová rychlost otáčení:

$$\Omega = \frac{\pi n}{30} \quad (4.2)$$

Rychlostní poměr:

$$\lambda = \frac{V}{\Omega R} \quad (4.3)$$

Souřadnice pro integraci podél listu:

$$x = \frac{\Omega r}{V} \quad (4.4)$$

4.2.1 Součinitel P_c

Dle metody Larrabee je možné tah určit jako :

$$T = \pi R^2(p_2 - p_1) = \rho V(1 + a)bV\pi R^2 \quad (4.5)$$

Pro určení neznámé a je nutno sestavit Bernoulliho rovnici před plochou vrtulového listu. p_1 uvažujeme jako tlak před vrtulovým diskem a p_2 za vrtulovým diskem

$$\frac{\rho}{2}V^2(1 + a) + p_1 = \frac{\rho}{2}V^2, \quad (4.6)$$

za plochou je nutno taktéž sestavit Bernoulliho rovnici

$$\frac{\rho}{2}V^2(1 + a)^2 + p_2 = \frac{\rho}{2}V^2(1 + b)^2. \quad (4.7)$$

Z rovnic (4.5), (4.6) a (4.7) lze vyjádřit koeficient a . Koeficient b ve výše zmíněných rovnicích představuje šířku rozpětí [33]:

$$a = \frac{b}{2} \quad (4.8)$$

Koeficient pro tah T_c lze po dosazení vyjádřit jako [32]:

$$T_c = \frac{2T}{\rho V^2 \pi R^2} = 4a(1 + a) \quad (4.9)$$

Obdobným způsobem lze vyjádřit i koeficient P_c . Musíme ovšem k využitelnému výkonu TV přidat kinetickou energii urychleného proudu vzduchu. [33] Výsledný vztah vypadá následovně:

$$P_c = \frac{2P}{\rho V^3 \pi R^2} = 4a(1 + a)^2 \quad (4.10)$$

Účinnost vrtule je vypočtena jako

$$\eta = \frac{TV}{P} = \frac{1}{1 + a} \quad (4.11)$$

4.2.2 Prandtlova ztrátová funkce

Hodnota F je označována jako Prandtlova ztrátová funkce. Popisuje prostorový charakter proudění a jeho vliv na lokální vztlak na vrtulovém listu. Rychlost F unášených částic pohybujících se ve směru roviny lze vyjádřit:

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-f} \quad (4.12)$$

kde f je vyjádřeno následujícím vztahem:

$$f = \frac{B \sqrt{\lambda^2 + 1}}{2 \lambda} (1 - \xi) \quad (4.13)$$

Prandtova aproximace Goldsteinovy funkce umožňuje vypočítat normalizovanou cirkulaci pro minimální indukovanou ztrátu v případě, že známe geometrii impulsu. Pro znalost geometrie impulsu musíme znát hodnoty B, Ω a V a počítat s předpokladem pro nízké zatížení kdy vrtule s nejvyšší účinností musí mít hodnoty T_c a P_c menší než 0,5 [31]:

$$G = \frac{B \Omega \Gamma}{2 \pi V v'} = \frac{F x^2}{x^2 + 1} \quad (4.14)$$

4.2.3 Součinitel T_c

Součinitel tahu T_c , případně P_c , je možné definovat jako [31]:

$$T_c = I_1 \zeta - I_2 \zeta^2 \quad (4.15)$$

$$P_c = J_1 \zeta + J_2 \zeta^2 \quad (4.16)$$

Parametr ζ zde představuje poměr hybnosti. Složky I_1, I_2, J_1, J_2 jsou integrované funkce i_1, i_2, j_1, j_2 dle proměnné ξ po délce celého listu [31]:

$$\zeta = \frac{J_1}{2J_2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4J_2 P_c}{J_1^2}} \right) = \frac{I_1}{2I_2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4I_2 T_c}{I_1^2}} \right) \quad (4.17)$$

$$I_1 = \int i_1 d\xi = \int_0^1 4G \left(1 - \frac{D/L}{x} \right) \xi d\xi \quad (4.18)$$

$$I_2 = \int i_2 d\xi = \int_0^1 2G \left(1 - \frac{D/L}{x} \right) \frac{1}{x^2 + 1} \xi d\xi \quad (4.19)$$

$$J_1 = \int j_1 d\xi = \int_0^1 4G \left(1 - \frac{D}{L} x \right) \xi d\xi \quad (4.20)$$

$$J_2 = \int j_2 d\xi = \int_0^1 2G \left(1 - \frac{D}{L} x \right) \frac{x^2}{x^2 + 1} \xi d\xi \quad (4.21)$$

Po dosazení a zjištění všech koeficientů jsme schopni zjistit účinnost. Pokud je postačující, můžeme pokračovat ve výpočtu geometrických koeficientů. V případě, že dostačující není, musíme poupravit vstupní hodnoty.

4.2.4 Skutečný úhel proudění a rychlost proudu

Skutečný úhel proudění lze získat z následujícího vztahu [33]:

$$\phi = \arctan\left(\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)\left(1 + \frac{\xi}{2}\right)\right) \quad (4.22)$$

Výpočet skutečné rychlosti proudu je možné provést pomocí [33]:

$$\frac{W}{V} = \sqrt{x^2 + 1 - \left(\frac{\xi \cos \phi}{2}\right)^2}, \quad (4.23)$$

nebo pomocí zjednodušeného vztahu, který neuvažuje s natočením ϕ [31]:

$$\frac{W}{V} = \sqrt{x^2 + 1}, \quad (4.24)$$

4.2.5 Tětiva vrtulové listu a zkroucení

Tětivu lze vypočítat z poměrového vztahu [31]:

$$\frac{c}{R} = \frac{4\pi\lambda}{B} \frac{GW}{V} \frac{\xi}{c_{Ld}}. \quad (4.25)$$

Výsledné zkroucení je součtem návrhového úhlu α_d a skutečného úhlu proudění ϕ [31]:

$$\beta = \phi + \alpha_d \quad (4.26)$$

4.3 Výpočet pomocí programu

Pro výpočet výstupních hodnot je v rámci této BP sepsán jednoduchý Python program, který je v přílohách této práce. Výstupy tohoto programu jsou grafy znázorňující závislosti na parametru ξ . Pro aerodynamický návrh se využívá hodnota parametru $\xi = 0,75$. Pro tuto hodnotu je v programu vytvořen přehled výstupních hodnot.

4.3.1 Prvotní návrh

Jelikož průměr vrtule není pevně určen, budeme provádět návrh pro celkem 4 vrtule s různými průměry. Průměry jsou následující: 200 mm, 225 mm, 250 mm, 275 mm. Níže jsou výsledky z prvotních návrhů.

Označení	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Průměr	D	0.200	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.8973	-
Šířka lopatky	c	0.0217	m
Úhel nastavení	β	40.61	°
Výsledná rychlost	W	89.67	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	149810.78	-
Machovo číslo	Ma	0.27	-

Tabulka 6 - Tabulka výsledných hodnot pro $R = 200$ mm

Označení	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Průměr	D	0.225	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.9150	-
Šířka lopatky	c	0.0156	m
Úhel nastavení	β	36.75	°
Výsledná rychlost	W	97.00	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	116833.12	-
Machovo číslo	Ma	0.29	-

Tabulka 7 - Tabulka výsledných hodnot pro $R = 225$ mm

Označení	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Průměr	D	0.250	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.9255	-
Šířka lopatky	c	0.0117	m
Úhel nastavení	β	33.68	°
Výsledná rychlost	W	104.27	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	93728.27	-
Machovo číslo	Ma	0.31	-

Tabulka 8 - Tabulka výsledných hodnot pro $R = 250$ mm

Označení	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Průměr	D	0.275	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.9319	-
Šířka lopatky	c	0.0089	m
Úhel nastavení	β	31.10	°
Výsledná rychlost	W	111.73	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	76697.87	-
Machovo číslo	Ma	0.34	-

Tabulka 9 - Tabulka výsledných hodnot pro $R = 275$ mm

4.3.2 Optimalizované hodnoty

Z výsledků jsme zjistili, že nejvíce účinná lopatka vychází pro největší průměr. Tedy 275 mm. Zároveň v závislosti na velikosti průměru vrtule provedeme optimalizaci návrhového poměru vztlaku a odporu D/L a snížíme parametr na 0,0125.

Tabulky výsledných hodnot po optimalizaci:

Označení	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Průměr	D	0.250	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.9406	-
Šířka lopatky	c	0.0118	m
Úhel nastavení	β	33.69	°
Výsledná rychlost	W	104.27	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	94708.10	-
Machovo číslo	Ma	0.31	-

Tabulka 11 - Tabulka výsledků po optimalizaci pro $R = 250$ mm

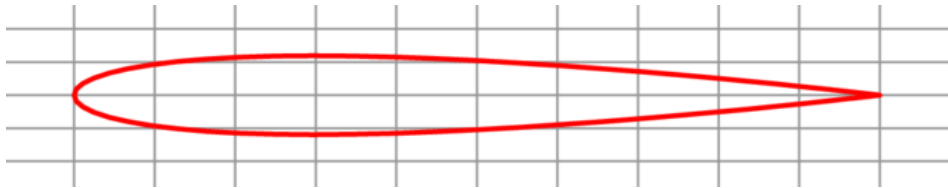
Průměr	D	0.275	m
Počet lopatek	B	2	-
Účinnost	η	0.9475	-
Šířka lopatky	c	0.0090	m
Úhel nastavení	β	31.11	°
Výsledná rychlost	W	111.73	m/s
Reynoldsovo číslo	Re	77575.84	-
Machovo číslo	Ma	0.34	-

Tabulka 10 - Tabulka výsledků po optimalizaci $R = 275$ mm

Z tabulek pro optimalizované hodnoty je zřejmé, že účinnost pro vrtuli s průměrem $R = 250$ mm je 94,06%. Pro vrtuli s průměrem $R = 275$ mm je účinnost rovna 94,75%. Pro další výpočet a konečný návrh volíme tedy vrtuli o průměru $R = 275$ mm.

5 Pevnostní kontrola

Profil NACA0012 má symetrický řez a má následující tvar:



Obrázek 25 - Profil NACA0012 [34]

Pro tisk volíme metodu SLS, dle tabulky Tabulka 4.
Materiálem pro tisk volíme PA6 pro jeho vysokou mez kluzu.

5.1 Předpoklady

Výpočty jsou provedeny pro profil NACA0012, pro který je možno použít zjednodušený výpočet plochy řezu jako

$$A_p = c * k_{tl} * \frac{c_D}{c_L},$$

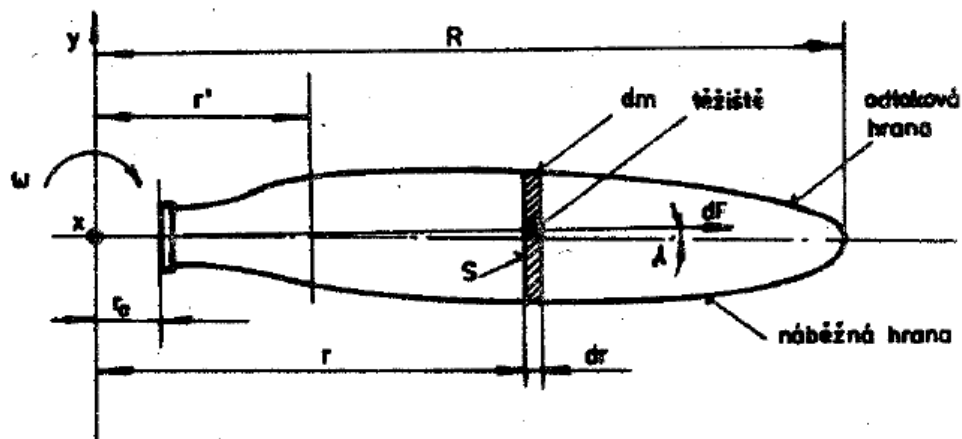
kde k_{tl} je koeficient tloušťky tětiny [32].

Hustota materiálu PA6 je 1150 kg/m^3 .

Dovolené napětí pro materiál PA6 je $\sigma_D = 80 \text{ MPa}$.

5.2 Použité vztahy

Pro kontrolu tahového zatížení je nutné si nejdříve odvodit výpočet. Na obrázku níže jsou zavedeny rozměry, díky kterým je možné výpočet uskutečnit.



Obrázek 26 - Vrtulový list s rozměry pro určení odstředivé síly [35]

Pro výpočet platí předpoklad kdy úhel λ na tomto obrázku je velmi malý.
Odstředivou sílu je možné vyjádřit následujícím vztahem

$$dF = r \cdot \omega \cdot dm = \rho \cdot \omega^2 \cdot S \cdot r \cdot dr \quad (5.2)$$

Pro rovnici platí, že S (resp. A_p v rovnici (5.1)) je plochou průřezu, dm uvažujeme jako hmotný element, r je poloměr, ω uvažujeme úhlovou rychlost a ρ je hustota materiálu.

Pro libovolný element o poloměru r' platí následující vztah [35]:

$$F_{r'} = \rho \omega^2 \int_{r'}^R S_r r dr \quad (5.3)$$

Pro celkovou odstředivou F_c sílu platí [35]:

$$F_c = \rho \omega^2 \int_{r_0}^R S r dr \quad (5.4)$$

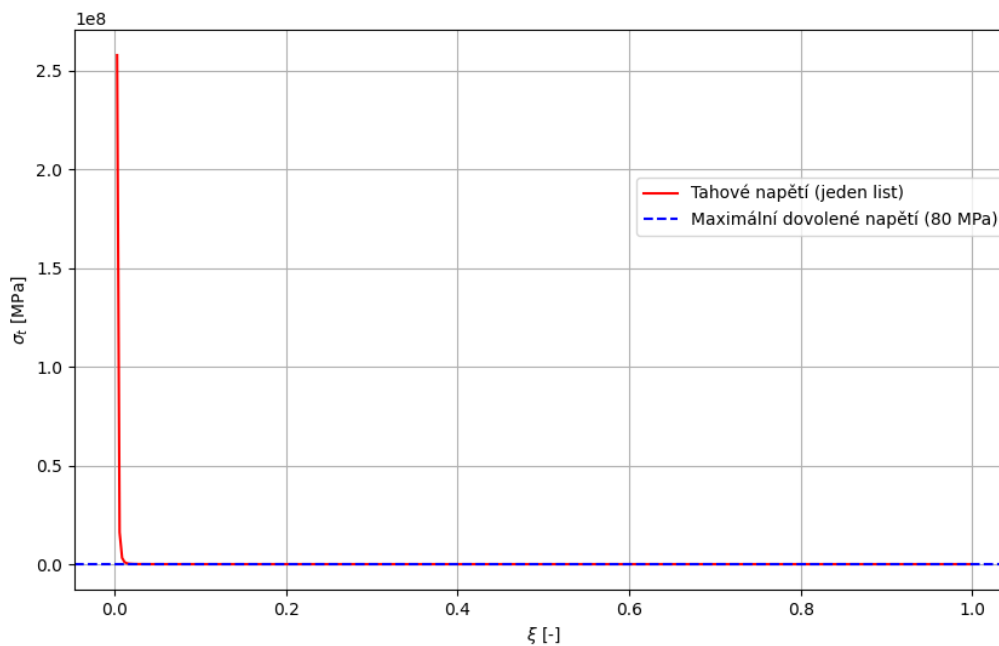
Napětí je možné určit ze vztahu:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (5.5)$$

Pro každý element o poloměru r' lze upravit rovnici (5.5) na tvar [35]

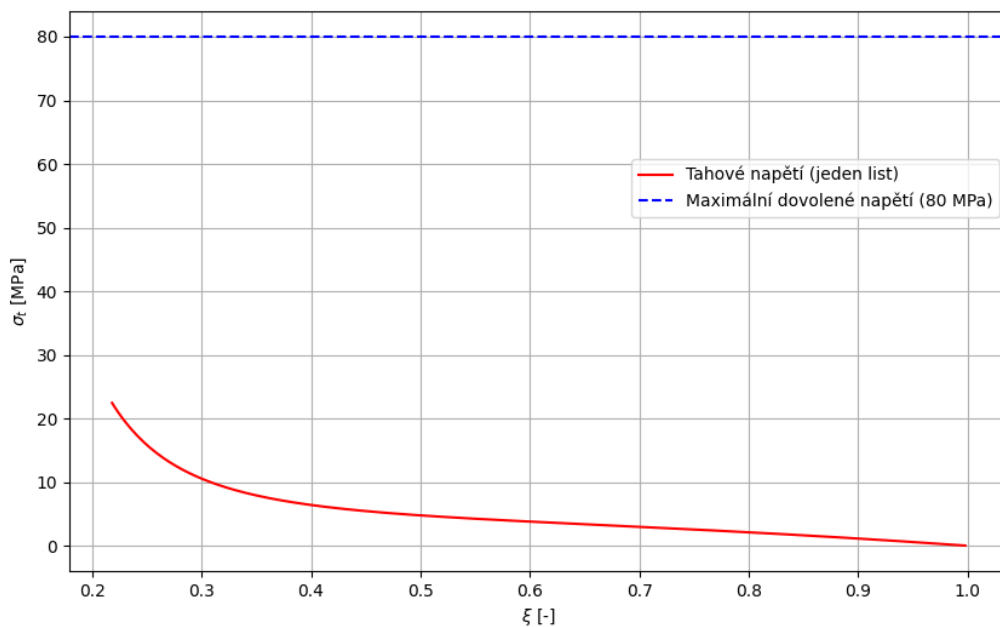
$$\sigma_{r'} = \frac{F_{r'}}{S_{r'}} \quad (5.6)$$

Z rovnice (5.6) pro plochu $S_{r'} = 0$ se výsledné napětí limitně blíží k nekonečnu, vypadá následný graf pro průběh napětí následovně [35]:

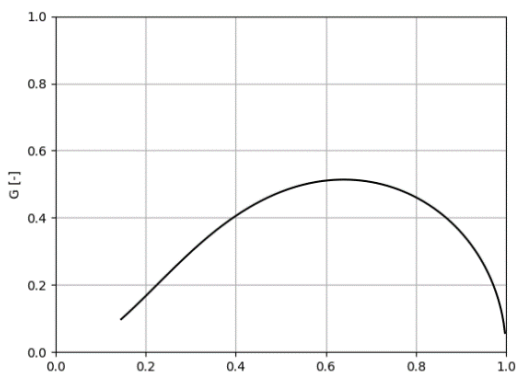


Obrázek 27 - Průběh napětí blížího se k nekonečnu pro $S = 0$

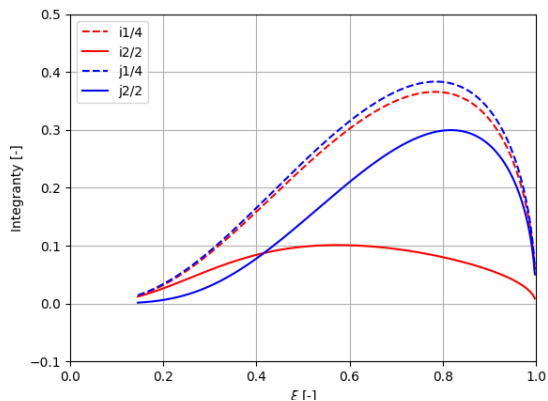
Pro určení průběhu napětí je použit výpočetní program uvedený v příloze.



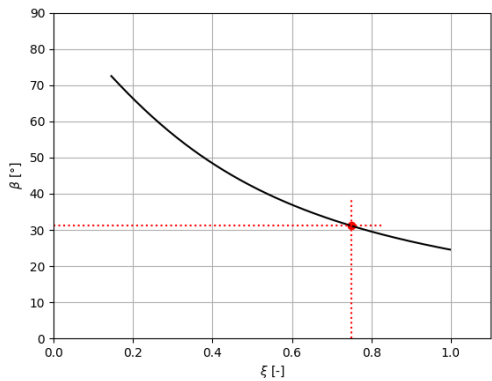
Obrázek 32 - Průběh napětí pro vrtuli s posunutým začátkem.



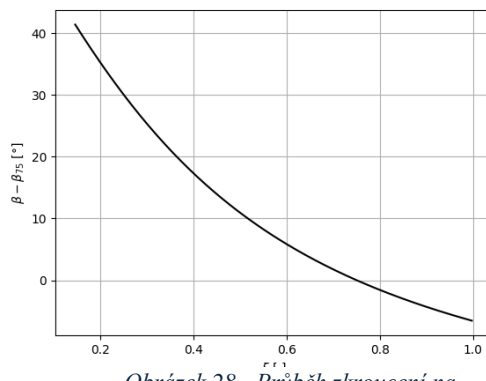
Obrázek 31 - Průběh veličiny G na bezrozměrném poloměru



Obrázek 30 - Průběh integrandů v závislosti na bezrozměrném poloměru



Obrázek 29 - Průběh úhlu beta v závislosti na bezrozměrném poloměru



Obrázek 28 - Průběh zkroucení na bezrozměrném poloměru

6 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo navrhnout vrtuli vyráběnou pomocí technologie 3D tisku, kde se kladl důraz na volbu vhodného materiálu a zvolení správné metody pro tisk.

V první části jsme se zaměřili na problematiku 3D tisku a následně vysvětlili podrobný tiskový proces pro metody FDM, SLA a SLS. Dále jsme si vysvětlili i tisková nastavení, která mohou tiskový proces ovlivnit a případně zdokonalit. Z těchto metod jsme zvolili metodu SLS jako nejvhodnější způsob pro vytištění námi navržené vrtule. Hlavními hledisky pro volbu této metody byl způsob tištění, kdy má vytištěný výrobek skoro homogenní strukturu a samotný tisk nevyžaduje žádné dokončovací operace na rozdíl od metod FDM a SLA.

Volbu materiálu jsme provedli v závislosti na mezi tahu různých materiálů. Vybrali jsme materiál PA6, který má podstatně vyšší mez tahu než ostatní materiály.

V další části této práce je čtenář obeznámen se základy aerodynamiky. Je zde uvedeno obecné rozdělení vrtulí a jejich částečná podobnost s profilem křídla. Odvodili jsme si způsob jakým vzniká tah na vrtuli a jak generuje výkon. Hned na to jsou zde objasněny i letové režimy vrtule. Pro náš návrh vrtule se uvažovalo s cestovním režimem vrtule. Součástí této kapitoly je i geometrie vrtulového listu a rychlosti, které se vyskytují.

Následoval úvod do teorie ideálního propulsoru, která se používá pro návrh vrtulových listů. Díky této části jsme schopni zjistit požadovaný tah a případně výkon.

Následovala část návrhu vrtule za pomoci metody Larrabee, která využívá lehce odlišné značení během výpočtů.

Návrh jsme prováděli pro modelářský letoun s rozpětím křídel 60 *cm*. Vrtule pro tento letoun je uvažována jako dvoulistá vrtule se středovým upevněním. Profil této vrtule je profil NACA0012. Požadovaný výkon pro tento letoun byl 0,25 *kW*.

Díky výpočetnímu programu jsme vypočítali aerodynamické charakteristiky, pro návrh vhodné a nám vyhovující vrtule. Přehled vypočtených základních charakteristik je v tabulce níže.

Poslední částí této práce byla provedení pevnostní analýzy pro námi navrženou vrtuli. Po krátkém odvození jsme došli k závěru, že kvůli nekonečně velkému napětí v ose rotace vrtule, je nutné zamezit vzniku tak velkého napětí. Pro to je možné využít uchycení vrtule a tím i posunutí začátku listu. Vrtule začíná tedy na poloměru 30 *mm*. Průběh je možné vidět na Obrázek 32.

Z obrázku je patrné, že mez pevnosti materiálu PA6 je postačující pro námi navrženou vrtuli. Doplněním k této práci zde uvádím i jiné grafy hodnot, které jsme odvozovali v druhé části.

7 Zdroje

[1]	VRBICKÝ, Ladislav. <i>Konstrukční návrh podavače tiskového materiálu pro 3D tiskárny</i> . Bakalářská práce, vedoucí Doc. Ing. Josef Formánek, Ph.D. Plzeň: Západočeská Univerzita v Plzni, Fakulta strojní, 2018. Dostupné také z: https://dspace5.zcu.cz/bitstream/11025/31615/1/BP_Vrbicky_original_podavac_3D_tiskarny.pdf .
[2]	ČVUT FS. <i>SLA</i> . Online. Praha, 2024. Dostupné z: https://www.fs.cvut.cz/ostatni/sekce-3dtisk/3dtisk/moznosti-3dtisk/rozdeleni-technologie-3dtisk/sla-3dtisk/ . [cit. 2024-05-26].
[3]	ČVUT FS. <i>SLS</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://www.fs.cvut.cz/ostatni/sekce-3dtisk/3dtisk/moznosti-3dtisk/rozdeleni-technologie-3dtisk/sls-3dtisk/ . [cit. 2024-05-26].
[4]	ČVUT FS. <i>LPBF</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://www.fs.cvut.cz/ostatni/sekce-3dtisk/3dtisk/moznosti-3dtisk/rozdeleni-technologie-3dtisk/lpbf-3dtisk/ . [cit. 2024-05-26].
[5]	KOČÍ, Jakub. <i>Everything you need to know about infills</i> . Online. 2021. Dostupné z: https://blog.prusa3d.com/everything-you-need-to-know-about-infills_43579/ . [cit. 2024-05-22].
[6]	FORMLABS. <i>Guide to 3D Printing Materials: Types, Applications, and Properties</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://botland.cz/3d-tiskarny-flsun/22115-3d-tiskarna-flsun-v400-5904422383732.html . [cit. 2024-05-22].
[7]	FORMLABS. <i>Guide to Stereolithography (SLA) 3D Printing</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://formlabs.com/eu/blog/ultimate-guide-to-stereolithography-sla-3d-printing/ . [cit. 2024-05-26].
[8]	MAKERSLAB. <i>Typy 3D tiskáren</i> . Online. 2016. Dostupné z: https://makerslab.cz/typy-3d-tiskaren/ . [cit. 2024-05-26].
[9]	KOČÍ, Jakub. <i>Prusa Tabulka Materiálů</i> . Online. 2020. Dostupné z: https://help.prusa3d.com/cs/materials . [cit. 2024-05-26].
[10]	PRUSA RESEARCH. <i>Materiál pro podpěry</i> . Online. 2021, 2022. Dostupné z: https://help.prusa3d.com/cs/article/material-pro-podpery_1698#styl . [cit. 2024-05-22].
[11]	FACFOX. <i>The Ultimate guide for 3D printing supports</i> . Online. 2020. Dostupné z: http://cz.insta3dp.com/info/the-ultimate-guide-for-3d-printing-support-str-51887244.html . [cit. 2024-05-26].
[12]	PLASTUM TRADING S.R.O. <i>ERTALON [PA] Polyamid</i> . Online. 2016. Dostupné z: https://plastum.cz/zakladni-technicke-plasty/ertalon/ . [cit. 2024-05-26].
[13]	<i>3D tiskárna - Flsun V400</i> . Online. In: Botland.cz. 2024. Dostupné z: https://botland.cz/3d-tiskarny-flsun/22115-3d-tiskarna-flsun-v400-5904422383732.html . [cit. 2024-05-22].
[14]	SHARPLAYERS. <i>Shrnutí základních technologií 3D tisku</i> . Online. 2023. Dostupné z: https://eshop.sharplayers.cz/a/technologie-3d-tisku . [cit. 2024-05-26].
[15]	<i>Pioneers of Printing: Chuck Hull and the Beginning of 3D Printing</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://www.drupa.com/en/Media_News/drupa_blog/Print_Technologies/Pioneers_of_Printing_Chuck_Hull_and_the_Beginning_of_3D_Printing . [cit. 2024-05-26].
[16]	STŘÍTESKÝ, Ondřej. <i>Základy 3D tisku</i> . Online. Prusa Research, 2019. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/ped/jaro2021/TI9009/111101390/zaklady-3d-tisku.pdf . [cit. 2024-05-26].
[17]	SIMPLYFY3D. <i>3D Printing G-Code Tutorial</i> . Online. 2024. Dostupné z: https://www.simplify3d.com/resources/articles/3d-printing-gcode-tutorial/ . [cit. 2024-05-26].

[18]	Stavebnice 3D tiskárny Original Prusa MK4. Online. In: PRUSA RESEARCH. Prusa Research. 2024. Dostupné z: https://www.prusa3d.com/cs/produkt/original-prusa-mk4-kit-2/?country=CZ&cy=czk&gad_source=1&gclid=CjwKCAjwr7ayBhAPEiwA6EIGxFwo0L7oSkme0ZxpLR0j--1OIX5a2ig6GV9eEyDy68af4CgImiAhlBoCNagQAvD_BwE . [cit. 2024-05-26].
Ú[19]	3D tiskárna - Original Prusa MINI. Online. In: Botland.cz. 2024. Dostupné z: https://botland.cz/3d-tiskarny-prusa/15977-3d-tiskarna-original-prusa-mini-sada-pro-zjednodusenou-montaz-8594173671331.html . [cit. 2024-05-26].
[20]	What is 3D printing? Online. 2022. Dostupné z: https://sinterit.com/blog/sls-technology/what-is-sls-3d-printing/ . [cit. 2024-05-26].
[21]	Are CoreXY 3D Printers Taking Over? Online. In: Fabbaloo. 2020. Dostupné z: https://www.fabbaloo.com/2020/03/are-corexy-3d-printers-taking-over . [cit. 2024-05-26].
[22]	3D PotterBot Scara Mini v1. Online. In: 3DUniverse. 2024. Dostupné z: https://shop3duniverse.com/products/3d-potterbot-scara-mini-v1#v44930924020032 . [cit. 2024-05-26].
[23]	SNAPMAKER. Dual Extruder and IDEX: The Pros and Cons Simply Explained. Online. 2023. Dostupné z: https://support.snapmaker.com/hc/en-us/articles/19572060017047-Dual-Extruder-and-IDEX-The-Pros-and-Cons-Simply-Explained . [cit. 2024-05-26].
[24]	3D TISK BETONU. Online. 2024. Dostupné z: https://cze.sika.com/cs/o-nas/media/reference/3d-tisk-betonu-domu.list.html/o-nas/inovace/3D-tisk-betonu.html . [cit. 2024-05-26].
[25]	PRUSA RESEARCH. Layers and perimeters. Online. 2020, 2023. Dostupné z: https://help.prusa3d.com/article/layers-and-perimeters_1748 . [cit. 2024-05-26].
[26]	Letecká vrtule. Online. 2010. Dostupné z: https://www.filabrno.net/namety/vrtule.htm . [cit. 2024-05-26].
[27]	PAULINY, Jozef. THE OVERVIEW OF PROPELLERS IN GENERAL AVIATION: PŘEHLED VRTULÍ VE VŠEOBECNÉM LETECTVÍ. Bakalářská práce, vedoucí Ing. PAVEL IMRIŠ, Ph.D. Brno: VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ, 2012. Dostupné také z: https://dspace.vut.cz/server/api/core/bitstreams/99b22d9e-2362-4420-a0d8-9f8b65bdbbc3/content .
[28]	SOUTHERNWINGS. Aircraft Propeller Basics. Online. 2020. Dostupné z: https://www.southernwings.co.nz/aircraft-propeller-basics/ . [cit. 2024-05-26].
[29]	HUJEČEK, Zdeněk. Vrtule: studijní modul 17. Učební texty dle předpisu JAR-66. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-7204-363-3.
[30]	LNĚNIČKA, Jaroslav. Profily nosných a ocasních ploch, listů vrtulí a rotorů. Online. In: AKADEMIE LETECTVÍ. Akademie Letectví. 2008. Dostupné z: https://www.airspace.cz/akademie/rocnik/2008/07/profily_04.jpg . [cit. 2024-05-26].
[31]	KLESA, Jan. Letecké vrtule. ČVUT, 2023.
[32]	TARI, David. Aerodynamický návrh vrtule. Bakalářská práce, vedoucí Ing. Jan Klesa Ph.D. Praha: ČVUT FS, 2019. Dostupné také z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/84753/F2-DP-2019-Tari-David-Zaverecna%20prace.pdf?sequence=-1&isAllowed=y .
[33]	ALEXANDROV, L.V. Letecké vrtule. SNTL, 1954.
[34]	NACA 0012 symmetric airfoil geometry. Online. 2021. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/NACA-0012-symmetric-airfoil-geometry_fig1_348799794 . [cit. 2024-05-31].
[35]	STATEČNÝ, Jiří, František SEDLÁŘ a Zdeněk DOLEŽAL. Pevnost a životnost leteckých turbínových motorů. Dot. 1. vyd. Praha: České vysoké učení technické, 1995. ISBN 80-01-00420-1.

Přílohy

Příloha č.1: Výpočetní program v Python3

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def plot_results(R, B, eta, c, beta, W, Re, Ma, bz):
    # Vytvoření nového obrazu
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(14, 6))

    # Skrytí os a rámečku grafu
    ax.axis('off')
    ax.axis('tight')

    # Data pro tabulku
    data = [
        ["Průměr", "D", f"{2 * R:.3f}", "m"],
        ["Počet lopatek", "B", f"{B}", "-"],
        ["Účinnost", r"$\eta$", f"{eta:.4f}", "-"],
        ["Šířka lopatky", "c", f"{c[bz]:.4f}", "m"],
        ["Úhel nastavení", r"$\beta$", f"{beta[bz]:.2f}", "°"],
        ["Výsledná rychlost", "W", f"{W[bz]:.2f}", "m/s"],
        ["Reynoldsovo číslo", "Re", f"{Re[bz]:.2f}", "-"],
        ["Machovo číslo", "Ma", f"{Ma[bz]:.2f}", "-"]
    ]

    # Vytvoření tabulky
    table = ax.table(cellText=data, colLabels=["Označení", "Zkratka", "Hodnota",
    "Jednotky"], cellLoc='center', loc='center')

    # Stylizace tabulky
    table.auto_set_font_size(False)
    table.set_fontsize(14)
    table.scale(1.2, 1.2)

    # Nastavení pevné šířky pro všechny sloupce
    for key, cell in table.get_celld().items():
        cell.set_width(0.25)
        cell.set_height(0.1) # Nastavení pevné výšky pro lepší vertikální centrování
        cell.set_text_props(va='center', ha='center') # Centrovat text vertikálně i
    horizontálně

    # Zvýraznění hlavičky
    cells = table.get_celld()
    for i in range(0, len(data) + 1):
```

```

cells[i, 0].set_edgecolor('black')
cells[i, 1].set_edgecolor('black')
cells[i, 2].set_edgecolor('black')
cells[i, 3].set_edgecolor('black')
if i == 0:
    cells[i, 0].set_facecolor('#40466e')
    cells[i, 1].set_facecolor('#40466e')
    cells[i, 2].set_facecolor('#40466e')
    cells[i, 3].set_facecolor('#40466e')
    cells[i, 0].set_text_props(color='w', weight='bold', va='center', ha='center')
    cells[i, 1].set_text_props(color='w', weight='bold', va='center', ha='center')
    cells[i, 2].set_text_props(color='w', weight='bold', va='center', ha='center')
    cells[i, 3].set_text_props(color='w', weight='bold', va='center', ha='center')
else:
    cells[i, 0].set_facecolor('#f5f5f5')
    cells[i, 1].set_facecolor('#f5f5f5')
    cells[i, 2].set_facecolor('#f5f5f5')
    cells[i, 3].set_facecolor('#f5f5f5')

# Zobrazení tabulky
plt.show()

def prubeh_napeti(xi,c,polomer,omega):
    # Rozměry profilu
    koeficient_tloustky = 0.12
    koeficient = 0.02
    hustota = 1150 # Hustota materiálu (kg/m^3)

    # Výpočet tloušťky podél listu
    tloustka = c * koeficient_tloustky
    prurezova_plocha = c * tloustka * koeficient

    # Výpočet odstředivé síly pro jeden list
    dr = polomer / len(xi)
    f_c = np.zeros_like(xi)
    for i in range(len(xi)):
        r = xi[i] * polomer
        f_c[i] = hustota * (omega**2) * r * prurezova_plocha[i] * dr

    # Integrace odstředivé síly podél délky jednoho listu
    F_c = np.cumsum(f_c[::-1])[::-1] # Reverzní kumulativní součet pro odstředivou
    sílu od konce ke kořeni

    # Výpočet tahového napětí v každé sekci pro jeden list
    sigma_t = np.zeros_like(xi)
    for i in range(len(xi)):
        sigma_t[i] = F_c[i] / prurezova_plocha[i]

    # Převod tahového napětí na MPa
    sigma_t_MPa = sigma_t / 1e6

```

```

# Vykreslení rozložení tahového napětí pro jeden list v MPa
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(xi, sigma_t_MPa, 'r-', label='Tahové napětí (jeden list)')
plt.axhline(y=80, color='b', linestyle='--', label='Maximální dovolené napětí (80
MPa)')
plt.xlabel(r'\xi$ [-]')
plt.ylabel(r'\sigma_t$ [MPa]')
plt.grid(True)
plt.legend(loc='upper right', bbox_to_anchor=(1, 0.75)) # Posunutí legendy do
právého horního rohu, čtvrtina odshora
plt.show()

```

```

# Zobrazení maximálního tahového napětí pro ověření
print("Maximální tahové napětí:", sigma_t.max() / 1e6, "MPa")

```

```

#-----

```

```

# VSTUPNÍ PARAMETRY

```

```

B = 2          # [-] počet lopatek
R = 0.275 / 2  # [m] poloměr lopatky
ro = 1.225     # [kg/m^3] hustota vzduchu
mi = 1.59e-5  # [Pa.s] viskozita vzduchu
V = 55        # [m/s] maximální letová rychlost
Vz = 331.4    # [m/s] rychlost zvuku
omega = 9000 * np.pi / 30 # [rad/s] úhlová rychlost
P = 250       # [W] výkon

```

```

clD = 0.5     # [-] návrhový vztlakový součinitel
alfaD = 1    # [°] návrhový úhel náběhu
k = 0.02     # k=cd/cl [-] poměr odporu k vztlaku
rotor = 0.02 # [m] polomer upevneni vrtule

```

```

#-----

```

```

# VÝPOČET RELATIVNÍCH VELIČIN

```

```

#r = np.arange(0.008, R, 0.0004) # [m] poloměr elementu
r = np.arange(rotor, R, 0.0004) # [m] poloměr elementu
r_zero = np.arange(0,rotor,0.0004) #pomocne pole pro vypocet 0,75 bodu
xi = r / R          # [-] relativní poloměr
x = (omega * r) / V # [-] inverzní poměr rychlostí
lambda_ = V / (omega * R) # [-] poměr rychlostí
bz = round((len(r)+len(r_zero))*0.75-len(r_zero)) # Koefficient pro urcování 0,75
návrhové délky

```

```

#-----

```

```

# VÝPOČET CÍRKULACE

```

```

f = (B / 2) * (((lambda_**2 + 1)**0.5) / lambda_) * (1 - xi)
F = (2 / np.pi) * np.arccos(np.exp(-f)) # [-] Prandtlóva ztrátová funkce

```

```

G = (F * x**2) / (x**2 + 1)          # [-] bezrozměrná církulace

plt.figure()                          # Vykreslení grafu pro
plt.plot(xi, G, 'k')
plt.grid(True)
plt.xlabel(r'$\xi$ [-]')
plt.ylabel('G [-]')
plt.axis([0, 1, 0, 1])
plt.show()

#-----
# VÝPOČET INTEGRÁLU ZATÍŽENÍ

i1 = 4 * G * xi * (1 - k / x)
i2 = 2 * G * (1 - k / x) * (1 / (x**2 + 1)) * xi
j1 = 4 * G * xi * (1 + k * x)
j2 = 2 * G * (1 + k * x) * (x**2 / (x**2 + 1)) * xi

plt.figure()                          # Vykreslení grafu pro integrace
plt.plot(xi, i1/4, 'r--', label='i1/4')
plt.plot(xi, i2/2, 'r', label='i2/2')
plt.plot(xi, j1/4, 'b--', label='j1/4')
plt.plot(xi, j2/2, 'b', label='j2/2')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.xlabel(r'$\xi$ [-]')
plt.ylabel('Integranty [-]')
plt.axis([0, 1, -0.1, 0.5])
plt.show()

#-----
# VÝPOČET INTEGRÁLŮ

N = len(xi)
I1 = np.sum([(xi[i + 1] - xi[i]) * i1[i] for i in range(N - 1)])
I2 = np.sum([(xi[i + 1] - xi[i]) * i2[i] for i in range(N - 1)])
J1 = np.sum([(xi[i + 1] - xi[i]) * j1[i] for i in range(N - 1)])
J2 = np.sum([(xi[i + 1] - xi[i]) * j2[i] for i in range(N - 1)])

#-----
# VÝPOČET NA ZÁKLADĚ MAXIMÁLNÍHO VÝKONU MOTORU

Pc = 2 * P / (ro * V**3 * np.pi * R**2) # [-] výkonový součinitel
zeta = (J1 / (2 * J2)) * (np.sqrt(1 + (4 * Pc * J2 / J1**2)) - 1) # [-] indukovaný poměr
rychlostí
Tc = I1 * zeta - I2 * zeta**2          # [-] součinitel tahu
Pc = J1 * zeta + J2 * zeta**2          # [-] výkonový součinitel

T = Tc * ro * np.pi * V**2 * R**2 / 2 # [N] tah
eta = Tc / Pc                          # [-] účinnost

```

```

fi = np.arctan((lambda_ / xi) * (1 + zeta / 2)) * 180 / np.pi # [°] nastavení rychlosti
beta = fi + alfaD # [°] úhel nastavení
zkrouceni = beta - beta[bz] # [°] úhel zkroucení

WkuV = np.sqrt(x**2 + 1 - (zeta * np.cos(fi * np.pi / 180) / 2)**2) # [-] poměr
výsledné rychlosti
W = WkuV * V # [m/s] výsledná rychlost lopatky

ckuR = (4 * np.pi * lambda_ / B) * (G / WkuV) * (zeta / clD) # [-] relativní šířka
lopatky
c = ckuR * R # [m] šířka lopatky

Re = W * c * ro / mi # [-] Reynoldsovo číslo
Ma = W / Vz # [-] Machovo číslo

plt.figure() # Vykreslení sirky lopatky po delce
plt.plot(xi, c * 1000, 'k')
plt.scatter(xi[bz], c[bz]*1000, color='red')
plt.axhline(y=c[bz]*1000, color='red', linestyle=':', xmax=xi[bz]/max(xi))
plt.axvline(x=xi[bz], color='red', linestyle=':', ymax=c[bz]*1000/max(c*1000))
plt.grid(True)
plt.xlabel(r'\xi$ [-]')
plt.ylabel('c [mm]')
plt.axis([0, 1.1, 0, 12])
plt.show()

plt.figure() # Vykreslení uhli zkroucení
plt.plot(xi, beta, 'k')
plt.scatter(xi[bz], beta[bz], color='red')
plt.axhline(y=beta[bz], color='red', linestyle=':', xmax=xi[bz]/max(xi))
plt.axvline(x=xi[bz], color='red', linestyle=':', ymax=beta[bz]/max(beta))
plt.grid(True)
plt.xlabel(r'\xi$ [-]')
plt.ylabel(r'\beta$ [°]')
plt.axis([0, 1.1, 0, 90])
plt.show()

plt.figure() # Vykreslení uhlu zkroucení/uhel pro 75
plt.plot(xi, zkrouceni, 'k')
plt.grid(True)
plt.xlabel(r'\xi$ [-]')
plt.ylabel(r'\beta - \beta_{75}$ [°]')
plt.show()

print(f"D = {2 * R:.3f} m") # Vypsání hledaných hodnot do konzole
print(f"B = {B}")
print(len(r)*0.75)
print(f"eta = {eta:.4f}")
print("c (šířka lopatky) [m]:")

```

```
print(c[bz])
print("beta (úhel nastavení) [°]:")
print(beta[bz])
print("W (výsledná rychlost) [m/s]:")
print(W[bz])
print("Re (Reynoldsovo číslo):")
print(Re[bz])
print("Ma (Machovo číslo):")
print(Ma[bz])

# Volání funkce pro vytvoření tabulky s výsledky
plot_results(R, B, eta, c, beta, W, Re, Ma, bz)
prubeh_napeti(xi,c,R,omega)
```