Posudek vedoucího bakalářské práce

Název: Vlnová rovnice s dirakovským tlumením
The wave equation with Dirac damping

Autor: Mikuláš Kučera

Vedoucí: prof. Mgr. David Krejčiřík, Ph.D., DSc.

Vlnová rovnice modeluje vibrující systémy v klasické fyzice, jakož i relativistické částice v kvantové mechanice, a to včetně moderních materiálů typu grafen aspol. Matematicky se jedná o spektrální (a pseudospektrální) analýzu nesamosdruženého maticově diferenciálního operátoru na Hilbertově prostoru.

Tématem bakalářské práce je vlnová rovnice na omezeném intervalu s distributivním útlumem typu Diracovy delta funkce. Tento model byl v roce 1982 navržen matematiky Bamberger, Rauch a Taylor za účelem vysvětlení flažoletových tónů při hře na strunných hudebních nástrojích. V relativistické kvantové mechanice lze model identifikovat s Diracovým operátorem se silně lokalizovaným potenciálem.

Bakalářská práce je pak bezprostředně motivována navazujícím článkem matematiků Cox a Henrot z roku 2008, v němž je ukázáno, že zobecněné vlastní vektory tvoří Rieszovu bázi, pokud je delta funkce lokalizována v racionálních bodech (vzhledem k délce) intervalu a koeficient tlumení není roven dvojce. Úkolem studenta bylo nastudování této spektrální analýzy a prozkoumání nepochopitelně opomenutých realizací, zvláště pak magické dvojky.

Student se této výzvy svědomitě zhostil a mimo jiné ukázal, že koeficient útlumu rovný dvojce vede k absenci Rieszovy báze, coby důsledek neúplnosti systému zobecněných vlastních vektorů. Kromě těchto vlastních výsledků bakalářská práce obsahuje přehledné shrnutí netriviálního aparátu funkcionální analýzy od omezených po neomezené disipativní operátory, spektrálně teoretické uchopení vlnové rovnice a její fyzikální interpretace.

Bakalářskou práci považuji za excelentní naplnění zadaného úkolu. Použitý funkcionální počet a provedená spektrální analýza jdou silně nad rámec obvyklých znalostí absolventa bakalářského studia.

Dovolte mi rovněž poznamenat, že s bakalářskou prací se student umístil na třetím místě v kategorii M1+M2 v soutěži SVOČ 2024 v Olomouci. (Kdyby nedošlo ke sloučení kategorií M1 a M2, v původně přihlášené kategorii M2 by se umístil na prvním místě.)

Navrhuji bakalářskou práci ohodnotit známkou ***A - výborně***.

David Krejčiřík

V Praze dne 8. srpna 2024, David Krejčiřík