

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ

Katedra mechaniky



Dynamická analýza Trojské lávky

Dynamic Analysis of the Troja Footbridge

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
2024

Petr Slunečko

Studijní program: Stavební inženýrství

Specializace: Konstrukce a dopravní stavby

Akademický rok: 2023/2024

Vedoucí práce: prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Slunečko** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **501979**
Fakulta/ústav: **Fakulta stavební**
Zadávací katedra/ústav: **Katedra mechaniky**
Studijní program: **Stavební inženýrství**
Specializace: **Konstrukce a dopravní stavby**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Dynamická analýza Trojské lávky

Název bakalářské práce anglicky:

Dynamic Analysis of the Troja Footbridge

Pokyny pro vypracování:

Výpočet vlastního kmitání Trojské lávky.
Výpočet odezvy na zatížení chodci, porovnání různých výpočetních modelů.
Zhodnocení výsledků, návrh případných opatření.

Seznam doporučené literatury:

- (1) Grandić, I. Š: Serviceability Verification of Pedestrian Bridges under Pedestrian Loading
- (2) FIB: Guidelines for the design of footbridges
- (3) Design of Footbridges. Guideline_EN03
- (4) JRC: Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

prof. Ing. Jiří Máca, CSc. katedra mechaniky FSv

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **20.02.2024**

Termín odevzdání bakalářské práce: **20.05.2024**

Platnost zadání bakalářské práce:

prof. Ing. Jiří Máca, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Jiří Máca, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Jiří Máca, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

20. 2. 2024
Datum převzetí zadání

Podpis studenta

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracoval samostatně a veškeré použité informační zdroje jsem uvedl v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, dne 17. 5. 2024

.....

Petr Slunečko

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval panu prof. Ing. Jiřímu Mácovi, CSc. za jeho čas, ochotu a cenné rady, které mi pomohly při vypracování této bakalářské práce.

Dále děkuji doc. Ing. Lukáši Vráblíkovi, Ph.D. za poskytnutou dokumentaci k Trojské lávce a prof. Ing. Michalu Polákovi, CSc. za vypůjčení zprávy o dynamické zkoušce Trojské lávky.

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem lávek pro chodce z hlediska mezního stavu použitelnosti. Práce se zabývá dynamickými modely zatížení chodci a jejich volbou při návrhu konstrukce. V práci jsou tyto modely zatížení demonstrovány na příkladu Trojské lávky. Účinky modelů zatížení na konstrukci jsou mezi sebou porovnány. Pro nevyhovující návrh jsou navržena opatření v podobě pohlcovače kmitání tak, aby byla splněna požadovaná kritéria.

KLÍČOVÁ SLOVA

modely zatížení chodci, kmitání, mezní stav použitelnosti, dynamická analýza, vlastní kmitání, odezva konstrukce, pohlcovač kmitání

ABSTRACT

This bachelor thesis deals with the design of pedestrian footbridges from the point of view of the limit state of serviceability. The thesis deals with dynamic pedestrian load models and their choice in the design of the structure. The thesis demonstrates these load models by using the example of the Troja footbridge. The effects of the load models on the structure are compared with each other. Measures in the form of vibration absorber are proposed for the non-conforming design in order to meet the required criteria.

KEYWORDS

pedestrian load models, vibration, serviceability limit state, dynamic analysis, eigenvalue analysis, response of structure, tuned mass damper

Obsah

Úvod.....	9
1 Dynamické modely zatížení chodci	10
1.1 Model chodce	10
1.1.1 Model svislé složky síly	12
1.1.2 Model vodorovné příčné složky síly	13
1.2 FIB	14
1.2.1 Model jediného chodce – DLM 1	14
1.2.2 Model skupiny chodců – DLM 2	15
1.2.3 Model průběžného proudu chodců – DLM 3	16
1.3 JRC	17
1.3.1 Kritický interval vlastních frekvencí	17
1.3.2 Určení návrhových situací	18
1.3.3 Modely zatížení	19
1.4 SÉTRA	20
1.4.1 Třída lávky	21
1.4.2 Úroveň komfortu	21
1.4.3 Stanovení frekvencí	22
1.4.4 Dynamické zatížení	22
2 Trojská lávka	25
2.1 Popis konstrukce	25
2.2 Model lávky ve výpočetním softwaru	27
3 Dynamická analýza	31
3.1 Energetická metoda	31
3.2 Vlastní kmitání	33
3.3 Útlum	35

3.3.1	Rayleighův útlum	36
3.4	Vynucené kmitání	38
3.4.1	FIB	38
3.4.2	JRC	41
3.4.3	SÉTRA	42
4	Srovnání modelů zatížení	45
4.1	Shrnutí výsledků dynamické analýzy	45
4.2	FIB	45
4.3	JRC	46
4.4	SÉTRA	46
4.5	Shrnutí	46
5	Návrh opatření	48
5.1	Přeladění konstrukce	48
5.1.1	Modifikace hmotnosti	48
5.1.2	Modifikace tuhosti	49
5.2	Zvýšení útlumu	49
5.3	Instalace pohlcovačů kmitání	49
5.4	Návrh pohlcovače kmitání	50
5.4.1	RFEM	51
Závěr		53
Seznam použité literatury		54
Seznam obrázků.....		56
Seznam tabulek.....		57

Úvod

V současné době je ve stavební praxi trendem navrhovat subtilní poměrně lehké konstrukce. Štíhlost takovýchto konstrukcí má za následek větší náchylnost konstrukcí k nadměrnému kmitání. Kmitání ve většině případů konstrukce neohrožuje v mezním stavu únosnosti, ale způsobuje to, že konstrukce jsou nevyhovující z hlediska druhého mezního stavu, tedy mezního stavu použitelnosti.

V bakalářské práci se věnuji používaným dynamickým modelům zatížení chodci. V úvodní části jsou představeny vybrané modely zatížení a obecná metodika jejich použití při návrhu. Metodiky obsahují všeobecnější postup při návrhu konstrukce a ověřování jejího dynamického chování.

V další části práce aplikuji metodiky návrhu a jejich prezentovaná zatížení na Trojskou lávku pro pěší. Provedená dynamická analýza má za úkol porovnat modely zatížení, jejich účinky na konstrukci a hlavně prokázat, zdali je konstrukce Trojské lávky navržena na požadovaná kritéria mezního stavu použitelnosti týkající se kmitání.

V závěru navrhuji možná opatření v případě, že konstrukce nevyhoví. Případ prvotního návrhu konstrukce Trojské lávky je nevyhovující a vyžaduje úpravu návrhu. Rozhodl jsem se přistoupit k použití pohlcovačů kmitání jako jedno z možných řešení.

1 Dynamické modely zatížení chodci

Eurokód 1 [1] jasně definuje zatížení dopravou na mosty pozemních komunikací a na železniční mosty a jak uvážit jejich dynamické účinky. Na toto zatížení se podle eurokódu v současné době zmíněné konstrukce navrhuje. Avšak dopravní dynamické zatížení pro pěší lávky, tedy zatížení chodci, v eurokódu schází. Eurokód uvádí, že tyto modely zatížení mohou být uvedeny v národní příloze. Ponechává tak jistou benevolenci jednotlivým státům.

Dynamické modely zatížení chodci lze rozdělit do dvou skupin, do skupiny pohyblivých zatížení, zatížení, která se v průběhu času pohybují po konstrukci, a do skupiny zatížení, které na konstrukci setrvávají v neměnné pozici. Pohyblivá zatížení se více přibližují reálnému působení chodců na konstrukci, dávají nám i přesnější výsledky, ale jejich velká nevýhoda je vysoká výpočetní náročnost. Nepohyblivá zatížení na druhou stranu mají tu výhodu, že jejich aplikace na model konstrukce je relativně jednoduchá.

Podle autorky Grandić se nedopustíme příliš velké chyby, když budeme používat nepohyblivé zatížení. Její výsledky ukazují, že hodnoty zrychlení získané po použití pohyblivého zatížení jsou větší od hodnot zrychlení získaných po aplikaci nepohyblivého zatížení pouze o zhruba 2,5 procenta [2].

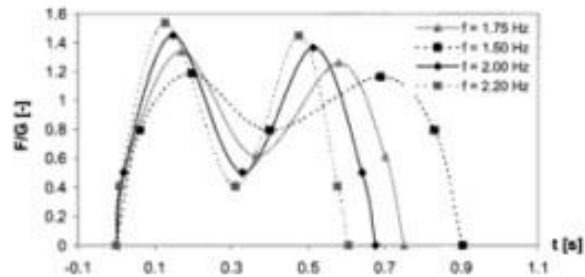
V této práci se budu zabývat pouze určitým výběrem nepohyblivých zatížení. Česká národní příloha Eurokódu 1 nabízí použití metodiky JRC [3], která obsahuje nepohyblivé dynamické zatížení chodci, toto zatížení je součástí výběru použitého v této práci.

1.1 Model chodce

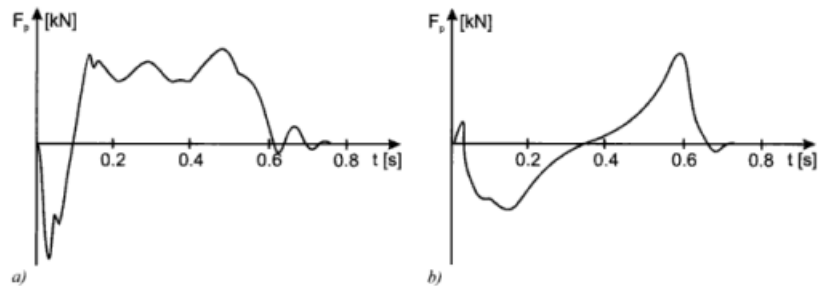
Zatížení vyvolané chůzí je periodické a jeho intenzita závisí převážně na frekvenci kroku a hmotnosti kráčejícího člověka. Zatížení je přítomno po celou dobu, protože při chůzi je vždy alespoň jedna noha v kontaktu s plochou, ale mění se jeho velikost, a to v důsledku přenosu váhy z jedné nohy na druhou. Tento přenos váhy z jedné nohy na druhou vyvolává periodické zatížení v příčném směru. Toto zatížení se tedy skládá ze tří složek, ze složky svislé a ze dvou složek vodorovných – vodorovné příčné a vodorovné podélné [4].

Svislá složka síly

Chůze vyvolává svislou sílu, jejíž průběh má dvě ostrá maxima. První maximum přísluší dopadu paty a druhé odrazu nohy od povrchu. Maxima rostou s rostoucí frekvencí chůze [4].



Obrázek 1.2: Svislé zatížení pro různé frekvence chůze [4]



Obrázek 1.1: Reakce sil působících na zem od chůze: a) příčná složka síly, b) podélná složka síly [4]

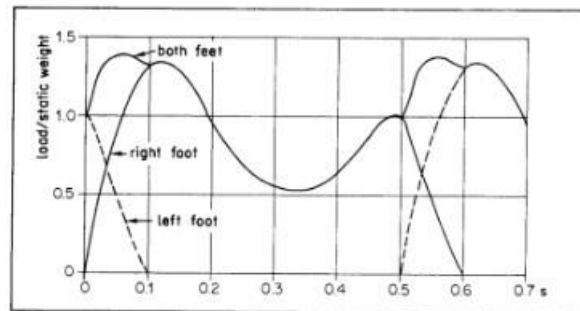
Pro frekvence chůze menší než 1 Hz, to odpovídá pomalé chůzi, je dynamické zatížení rovno statickému. S rostoucí frekvencí chůze roste dynamické zatížení. Pro rychlou chůzi s frekvencí kroku od 2 do 2,5 Hz dynamické zatížení vzroste až na 1,5násobek statického zatížení [4].

Vodorovné složky síly

Vodorovné složky síly jsou způsobeny oscilujícím pohybem těžiště člověka. Jsou výrazně menší než složka svislá. Frekvence se uvažuje poloviční oproti frekvenci svislé složky.

1.1.1 Model svislé složky síly

Síla působící na zem je periodická funkce, kterou při uvážení složek obou nohou a jejich



Obrázek 1.3: Funkce závislosti zatížení na čase pro překryv obou nohou [4]

překryvu lze popsat jako sumu sinusových funkcí s různými argumenty podle Fourierovy transformace takto:

$$F(t) = F_0 + \sum_i F_i \sin(2\pi i f_s t - \varphi_i) \text{ [N]} \quad (1)$$

- kde: F_0 průměrná nebo statická síla
 F_i složka zatížení pro frekvenci $i f_s$
 f_s frekvence chůze, obvykle se uvažuje 2 Hz
 φ_i fázový úhel složky zatížení F_i

Počet harmonických složek, které je potřeba uvažovat, závisí na jejich amplitudě a dynamickém vlivu. Článek FIB považuje za dostatečné uvažovat první tři harmonické složky [4].

Dále se článek odvolává na publikaci od autora Bachmanna [5], ve které jsou uvedeny jedny z možných Fourierových koeficientů. Po dosazení koeficientů vypadá Fourierova řada takto:

$$F_v(t) = F_0 + F_{1,v} \sin(2\pi f_s t) + F_{2,v} \sin(4\pi f_s t - \varphi_2) + F_{3,v} \sin(6\pi f_s t - \varphi_3) \text{ [N]} \quad (2)$$

- kde: F_0 tíha chodce (800 N)
 $F_{i,v}$ podíl i -té harmonické složky na výsledném zatížení
 f_s frekvence chůze

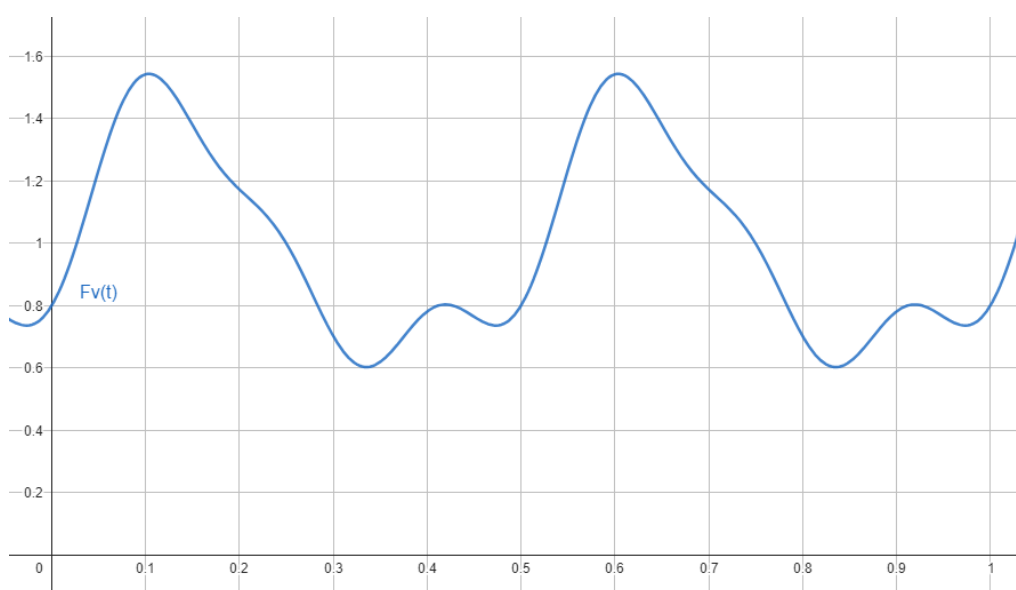
φ_i fázový úhel i-té harmonické složky

Hodnoty poměrů $F_{i,v}/F_0$ jsou uvedeny v tabulce 1.1.

	$F_{1,v}/F_0$	$F_{2,v}/F_0$	$F_{3,v}/F_0$
Bachmann	0,4 pro $f_s=2$ Hz 0,5 pro $f_s=2,4$ Hz	0,1	0,1

Tabulka 1.1: Hodnoty poměrů složek pro svislé zatížení podle Bachmanna [5]

Hodnoty fázových úhlů závisí na různých parametrech a výrazně se liší. Bachmann se rozhodl použít $\varphi_2=\varphi_3=\pi/2$ [5].



Obrázek 1.4: Graf funkce $F_v(t)$ pro $f_s = 2$ Hz

1.1.2 Model vodorovné příčné složky síly

Pro tento model se opět uvažují první tři harmonické složky. Pro složky zatížení je použita polovina frekvence chůze. Předpis vodorovné příčné složky má následující tvar:

$$F_h(t) = F_{1,h} \sin\left(2\pi \frac{f_s}{2} t\right) + F_{2,h} \sin\left(4\pi \frac{f_s}{2} t - \varphi_2\right) + F_{3,h} \sin\left(6\pi \frac{f_s}{2} t - \varphi_3\right) \text{ [N]} \quad (3)$$

kde: $F_{i,h}$ podíl i-té harmonické složky na výsledném zatížení

f_s frekvence chůze

φ_i fázový úhel i-té harmonické složky

Doporučené hodnoty poměrů pro vodorovnou příčnou složku jsou uvedeny v tabulce 1.2.

	$F_{1,h}/F_0$	$F_{2,h}/F_0$	$F_{3,h}/F_0$
Eurokód 1 [6]	0,1	-	-
Jiné zdroje	0,05	0,01	0,05

Tabulka 1.2: Doporučené hodnoty poměrů složek pro vodorovné příčné zatížení [4]

Hodnoty fázových úhlů jsou shodné jako pro svislé zatížení, tedy: $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$ [4].

1.2 FIB

Tento článek navrhuje tři modely zatížení, které nejsou pohyblivé. Modely zatížení se na konstrukci umístí podle pravidel viz níže. Všechny tři modely vychází z modelu chodce, respektive z modelu síly působící na zem. Modely uvažují pouze první harmonickou složku.

Modely zatížení publikovala Mezinárodní federace pro konstrukční beton – fib, lze tedy očekávat, že modely zatížení jsou nastaveny spíše pro použití na betonové konstrukce.

1.2.1 Model jediného chodce – DLM 1

Model sestává z jediné harmonicky se měnící síly, která má dvě složky, složku pro svislé kmitání a pro vodorovné kmitání, pozice síly je v čase konstantní. Model má vystihnout člověka s hmotností 70 kg pohybujícího se po konstrukci rychlostí 0,9 m krát frekvence chůze. Síla se na konstrukci umístí tak, aby vyvolala co největší odezvu, to znamená, že se umísťuje do místa s největší pořadnicí vlastního tvaru příslušného ke zkoumané vlastní frekvenci [4].

Předpis pro svislou složku síly:

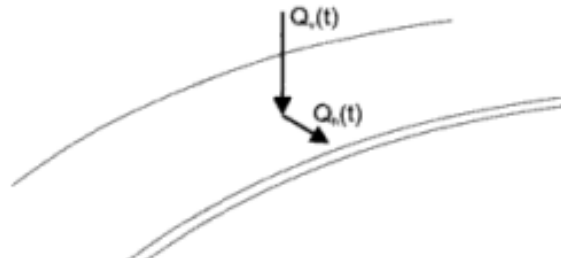
$$Q_{pv}(t) = 180 \sin(2\pi f_v t) \text{ [N]} \quad (4)$$

Předpis pro vodorovnou složku síly:

$$Q_{ph}(t) = 70 \sin(2\pi f_h t) \text{ [N]} \quad (5)$$

kde: f_v vlastní frekvence svislého kmitání mostu blízká 2 Hz

f_h vlastní frekvence vodorovného kmitání mostu blízka 1 Hz



Obrázek 1.5: Model zatížení DLM 1 [4]

1.2.2 Model skupiny chodců – DLM 2

Tento model má za cíl popsat pohyb skupiny chodců. Skupina čítá 8 až 15 chodců, kteří se pohybují nezávisle na sobě po celé konstrukci. Vliv synchronizace frekvence chůze a vzájemného posunu buzení konstrukce se zohlední koeficienty k_v a k_h . Tyto koeficienty jsou funkcemi frekvencí. Model má opět podobu jediné síly, ale navíc se do místa působivosti síly ještě přidá hmota 800 kg. Síla se na konstrukci umísťuje shodně s modelem DLM 1 [4].

Předpis svislé složky síly:

$$Q_{gv}(t) = 180k_v(f_v) \sin(2\pi f_v t) \text{ [N]} \quad (6)$$

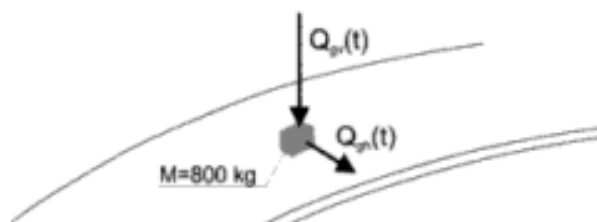
Předpis vodorovné složky síly:

$$Q_{gh}(t) = 70k_h(f_h) \sin(2\pi f_h t) \text{ [N]} \quad (7)$$

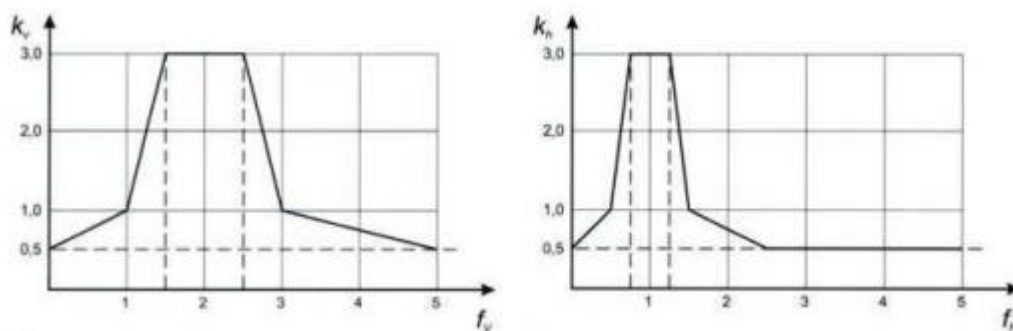
kde: f_v vlastní frekvence svislého kmitání mostu blízka 2 Hz

f_h vlastní frekvence vodorovného kmitání mostu blízka 1,5 Hz

$k_v(f_v), k_h(f_h)$ součinitele synchronizace viz obr. 1.7



Obrázek 1.6: Model zatížení DLM 2 [4]



Obrázek 1.7: Součinitele synchronizace k_v a k_h v závislosti na vlastní frekvenci [4]

1.2.3 Model průběžného proudu chodců – DLM 3

Na rozdíl od předchozích dvou modelů je zatížení chodci v tomto modelu nahrazeno spojitým plošným zatížením. Model simuluje proud chodců o hustotě $0,6 \text{ osob/m}^2$. Od této hustoty je jednotlivec pomalu nucen přizpůsobit se okolním chodcům, dochází k omezení rychlosti chůze jednotlivce a můžeme tak hovořit o proudu chodců.

Předpis pro svislou složku zatížení:

$$q_{sv}(t) = 12,6k_v(f_v) \sin(2\pi f_v t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (8)$$

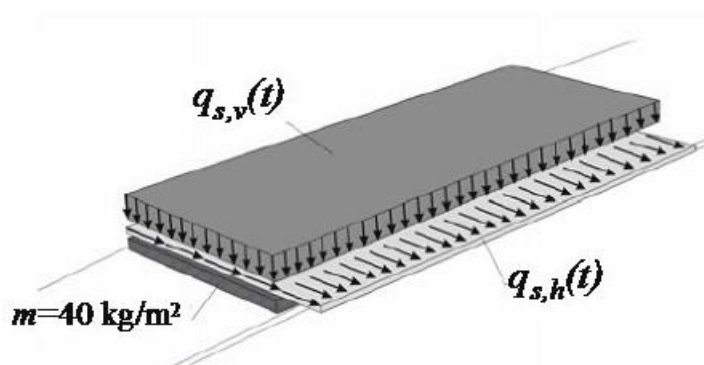
Předpis pro vodorovnou složku zatížení:

$$q_{sh}(t) = 3,2k_h(f_h) \sin(2\pi f_h t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (9)$$

kde: f_v vlastní frekvence svislého kmitání mostu blízká 2 Hz

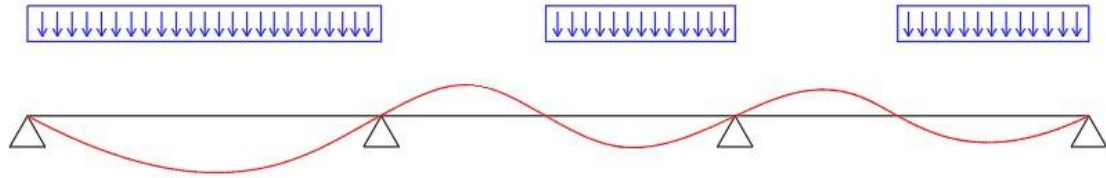
f_h vlastní frekvence vodorovného kmitání mostu blízká 1,5 Hz

$k_v(f_v), k_h(f_h)$ součinitele synchronizace viz obr. 1.7



Obrázek 1.8: Model zatížení DLM 3 [4]

Zatížení se na konstrukci umísťuje do nejnepříznivější polohy v závislosti na vlastním tvaru kmitání konstrukce. Současně se zatížením se přidá do stejné polohy hmota 40 kg/m^2 [4].



Obrázek 1.9: Schéma umístění zatížení na konstrukci v závislosti na vlastním tvaru

1.3 JRC

Dokument Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations [3] publikovaný v JRC Scientific and Technical Reports byl vydán za účelem rozvoje Eurokódu 3. Dokument shrnuje výsledky ze dvou evropských výzkumných projektů:

- 1) SYNPEX – Advanced Load Models for Synchronous Pedestrian Excitation and Optimised Design Guidelines for Steel Footbridges [7]
- 2) HIVOSS – Human induced vibrations of steel structures [8]

Toto shrnutí pracuje s komplexní metodikou návrhu lávek pro pěší na dynamické zatížení. Dynamický model zatížení chodci závisí na více parametrech, které lze definovat nebo vyplývají z okrajových podmínek. Parametry zohledňují například umístění lávky nebo očekávanou intenzitu provozu na lávce. Podle potřeby se volí i kritéria komfortu.

Tento princip návrhu lávek na mezní stav použitelnosti a splnění limitů kmitání, které bylo vyvoláno provozem chodců, je ukotven v české národní příloze Eurokódu 1 [1]. Norma nepřikazuje použití této metody návrhu, ale umožňuje její použití.

1.3.1 Kritický interval vlastních frekvencí

Pokud vlastní frekvence vyšetřované lávky leží mimo kritické intervaly, lávka z hlediska mezního stavu použitelnosti, maximálních přípustných hodnot zrychlení, vyhovuje a není potřeba provádět dodatečné posudky. Naopak pokud některá z vlastních frekvencí lávky leží v nebezpečném spektru, je potřeba provést dynamický výpočet a zkontrolovat, že jsou splněny limity pro zrychlení.

Kritický interval pro svislé a vodorovné podélné kmitání:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2,3 \text{ Hz} \quad (10)$$

Kritický interval pro vodorovné příčné kmitání:

$$0,5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1,2 \text{ Hz} \quad (11)$$




Pokud vlastní frekvence lávky leží v intervalu od 2,5 Hz do 4,6 Hz hrozí rozkmitání v důsledku druhého harmonického členu, proto se interval rozšiřuje a vypadá takto:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 4,6 \text{ Hz} \quad (12)$$

kde: f_i i-tá vlastní frekvence [3]

1.3.2 Určení návrhových situací

Myšlenka spočívá v tom, že se investor dohodne s projektantem na tzv. návrhových situacích. To jsou situace, které na lávce mohou během její životnosti nastat. Faktory, které se posuzují jsou třída provozu a třída pohody. Zvolí se třída provozu (TC), ta je definována slovním popisem a hustotou chodců, a k ní se vybere třída pohody (CL), která zohledňuje míru komfortu.

Traffic Class	Density d (P = pedestrian)	Description	Characteristics
TC 1*)	group of 15 P; $d = 15 P / (B L)$	Very weak traffic	(B =width of deck; L =length of deck)
TC 2	$d = 0,2 P/m^2$	Weak traffic 	Comfortable and free walking Overtaking is possible Single pedestrians can freely choose pace
TC 3	$d = 0,5 P/m^2$	Dense traffic 	Still unrestricted walking Overtaking can intermittently be inhibited
TC 4	$d = 1,0 P/m^2$	Very dense traffic 	Freedom of movement is restricted Obstructed walking Overtaking is no longer possible
TC 5	$d = 1,5 P/m^2$	Exceptionally dense traffic	Unpleasant walking Crowding begins One can no longer freely choose pace

Tabulka 1.3: Třídy provozu [3]

Návrhových tříd může být několik. Výhoda tohoto přístupu je taková, že pro různé třídy provozu můžeme definovat různou úroveň komfortu, třídu pohody. Pro třídy provozu, jež se na lávce nebudou vyskytovat příliš často můžeme uvažovat benevolentnější kritéria komfortu, nižší třídu pohody. Kombinacemi těchto faktorů vznikají návrhové situace.

Comfort class	Degree of comfort	Vertical a_{limi}	Lateral a_{limi}
CL 1	Maximum	< 0,50 m/s ²	< 0,10 m/s ²
CL 2	Medium	0,50 – 1,00 m/s ²	0,10 – 0,30 m/s ²
CL 3	Minimum	1,00 – 2,50 m/s ²	0,30 – 0,80 m/s ²
CL 4	Unacceptable discomfort	> 2,50 m/s ²	> 0,80 m/s ²

Tabulka 1.4: Třídy pohody [3]

1.3.3 Modely zatížení

Dokument pracuje se spojitým zatížením, které má vystihovat účinky proudu chodců. Model převádí proud chodců čítající n „náhodných“ chodců na ideální proud n' perfektně synchronizovaných chodců tak, aby účinky na konstrukci obou proudů byly stejné. Proud n' chodců lze deterministicky modelovat [3].

Podle metodiky návrhu existují dva modely zatížení. Použití jednoho nebo druhého modelu závisí na hustotě pěšího provozu/třídě provozu. Modely se od sebe liší výpočtem ekvivalentního počtu chodců n' a tím pádem výslednou amplitudou. Předpis harmonického spojitého zatížení má tento tvar:

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n' \psi \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (13)$$

kde: $P \cos(2\pi f_s t)$ harmonické zatížení vyvolané jediným chodcem

P složka síly zatížení jediným chodcem

f_s frekvence chůze rovna vyšetřované vlastní frekvenci lávky

n' ekvivalentní počet chodců na zatížené ploše S

S zatížená plocha

ψ redukční koeficient zohledňující kritický interval

Jaký máme použít model zatížení a jaké máme vzít hodnoty ostatních veličin a součinitelů nám říká tabulka 1.5.

P [N]		
Vertical	Longitudinal	Lateral
280	140	35
Reduction coefficient ψ		
Vertical and longitudinal		Lateral
Equivalent number n' of pedestrians on the loaded surface S for load model of:		
TC1 to TC3	(density $d < 1,0$ P/m ²):	$n = \frac{10,8\sqrt{\xi \times n}}{S}$ [m ²]
TC4 and TC5	(density $d \geq 1,0$ P/m ²):	$n = \frac{1,85\sqrt{n}}{S}$ [m ²]

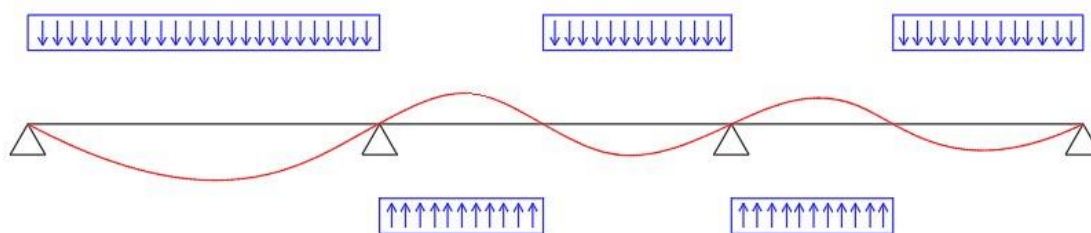
Tabulka 1.5: Hodnoty veličin a součinitelů pro harmonické spojité zatížení [3]

kde: ξ hodnota poměrného útlumu [-]

n počet chodců na zatíženém povrchu S , $n=S \cdot d$

d hustota chodců [os/m²]

Zatížení se na konstrukci aplikuje podle vlastního tvaru příslušícího vyšetřované vlastní frekvenci. Zatěžuje se celá plocha konstrukce, směr zatížení ale musí respektovat znaménko vlastního tvaru.



Obrázek 1.10: Schéma zatěžování konstrukce v závislosti na vlastním tvaru

1.4 SÉTRA

Technický návod [9] týkající se problematiky kmitání lávek pro pěší od pěší dopravy vydaný francouzskou službou pro studie o dopravě, silnicích a jejich vývoji – Sétra představuje metodiku návrhu pěších lávek velmi podobnou metodice JRC.

Nejprve se určí třída mostu, která reflektuje hustotu provozu, poté vlastník mostu/investor definuje úroveň komfortu. Následuje analýza vlastních frekvencí konstrukce. Hodnoty vlastních frekvencí rozhodují o nutnosti dynamického výpočtu s dynamickým zatížením chodci.

1.4.1 Třída lávky

Technický návod obsahuje třídění lávek pro pěší do čtyř skupin, třída 1 až třída 4. Jednotlivé třídy jsou slovně popsány, charakterizovány jsou podle umístění lávky a podle hustoty očekávaného provozu na lávce.

Třída 4 nevyžaduje ověření dynamického chování. Pro velmi lehké konstrukce však návod doporučuje zvolit alespoň třídu 3 [9], to z důvodu ověření dynamického chování, protože lehké konstrukce mohou výrazně kmitat a nemusely by vyhovět limitům.

1.4.2 Úroveň komfortu

Návod uvádí tři úrovně komfortu: maximální, průměrný a minimální. Pro jednotlivé úrovně existují intervaly hodnot zrychlení, ve kterých musí ležet hodnota zjištěná na konstrukci, aby úroveň komfortu byla splněna. Intervaly zrychlení jsou uvedeny v následujících tabulkách.

Acceleration ranges	0	0.5	1	2.5
Range 1	Max			
Range 2		Mean		
Range 3			Min	
Range 4				

Tabulka 1.6: Intervaly zrychlení v m/s^2 pro svislé kmitání [9]

Acceleration ranges	0	0.1	0.15	0.3	0.8
Range 1	Max				
Range 2			Mean		
Range 3				Min	
Range 4					

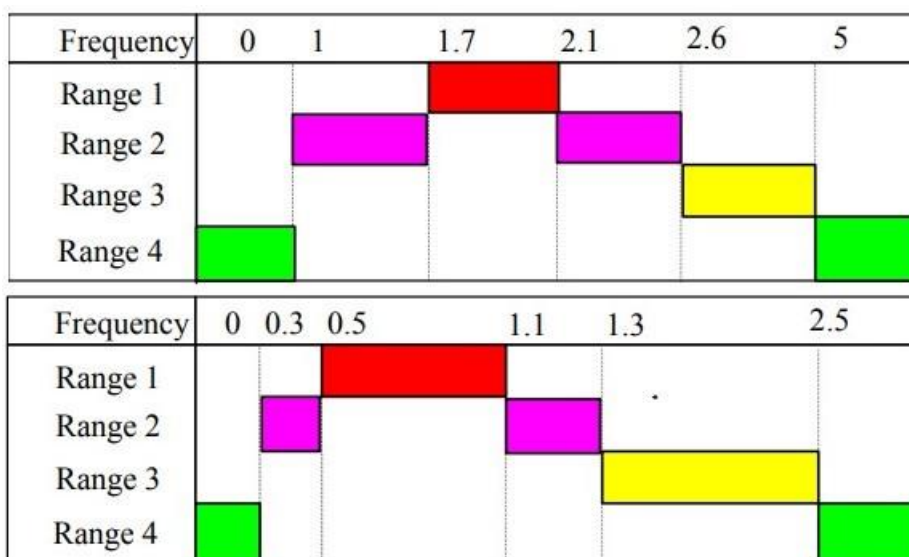
Tabulka 1.7: Intervaly zrychlení v m/s^2 pro vodorovné kmitání [9]

Čtvrtý interval zobrazuje nepřijatelné hodnoty zrychlení [9].

1.4.3 Stanovení frekvencí

Pro lávky třídy 1 až 3 je nutné stanovit vlastní frekvence. Potřebujeme zjistit vlastní frekvence pro svislé kmitání i pro oba směry vodorovného kmitání. Vlastní frekvence se určují pro dva stavy. První stav je nezatížená konstrukce a druhý stav je konstrukce zatížená 70 kg/m^2 , to odpovídá jednomu člověku na metr čtvereční.

Návod prezentuje tabulku s rozsahy frekvencí. Rozsahy vyplývají z rizika rezonance. Podle nich a třídy lávky se stanoví dynamický zatěžovací stav [9].



Tabulka 1.8: Rozsahy frekvencí v Hz pro svislé a vodorovné podélné kmitání nahoře, pro vodorovné příčné kmitání dole [9]

1.4.4 Dynamické zatížení

Dynamické zatížení se určí na základě zjištěného rozsahu vlastních frekvencí a třídy lávky. Tato metodika používá tři případy dynamického zatížení. Kdy, jaký případ použít, ukazuje tabulka 1.9.

Doprava	Třída	Rozsahy vlastních frekvencí		
		1	2	3
řídká	3	Případ 1	-	-
hustá	2	Případ 1	Případ 1	Případ 3
velmi hustá	1	Případ 2	Případ 2	Případ 3

Tabulka 1.9: Výběr případů dynamického zatížení

Případ 1: řídké a husté davy

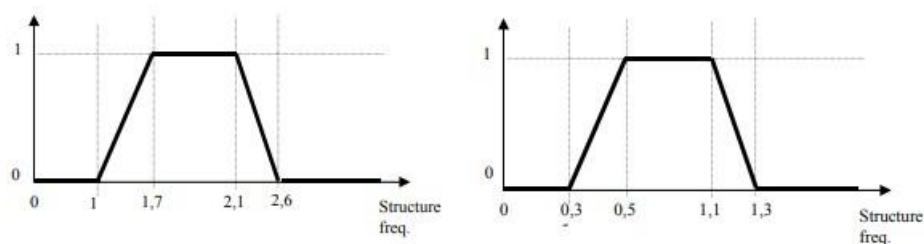
Tento případ se používá pouze pro třídy 3 a 2. Uvažuje se dav rovnoměrně rozložený po celé pochozí ploše lávky. Rozdíl mezi třídou 3 a 2 spočívá v uvažované hustotě osob na metr čtvereční. Pro třídu 3 se uvažuje 0,5 chodců na metr čtvereční, pro třídu 2 hustota vzroste na 0,8 chodců na metr čtvereční [9]. Předpisy pro jednotlivé směry kmitání jsou uvedeny v tabulce 1.10.

Direction	Load per m ²
Vertical (v)	$d \times (280\text{N}) \times \cos(2\pi f_v t) \times 10.8 \times (\xi/n)^{1/2} \times \psi$
Longitudinal (l)	$d \times (140\text{N}) \times \cos(2\pi f_l t) \times 10.8 \times (\xi/n)^{1/2} \times \psi$
Transversal (t)	$d \times (35\text{N}) \times \cos(2\pi f_t t) \times 10.8 \times (\xi/n)^{1/2} \times \psi$

Tabulka 1.10: Předpisy dynamického zatížení pro případ 1 [9]

- Kde: d hustota chodců podle třídy lávky
 f_v analyzovaná vlastní frekvence
 ξ hodnota poměrného útlumu [-]
 n počet chodců na lávce, $n=d \cdot S$
 ψ součinitel zohledňující riziko rezonance

Vzorec pro výpočet zatížení je totožný se vzorcem z dokumentu JRC pro třídy provozu 1 až 3, pouze je pomocí matematických uprav uveden v jiné podobě. Jinak návod Sétra uvažuje koeficient ψ , ten je uveden na grafech níže.



Obrázek 1.11: Součinitel ψ pro svislé a vodorovné podélné kmitání vlevo, pro vodorovné příčné kmitání vpravo [9]

Umístění zatížení na konstrukci je taktéž totožné jako v JRC. Jednotlivé směry kmitání se posuzují odděleně.

Případ 2: velmi hustý dav

Zatížení v tomto případě se aplikuje pouze pro třídy lávek 1. Hustota chodců se uvažuje 1,0 chodce na jeden metr čtvereční, ekvivalentní počet chodců se počítá podle jiného vzorce, pro součinitel ψ se použijí stejné grafy. Dynamické zatížení je ukázáno v následující tabulce:

Direction	Load per m ²
Vertical (v)	$1.0 \times (280\text{N}) \times \cos(2\pi f_s t) \times 1.85 (1/n)^{1/2} \times \psi$
Longitudinal (l)	$1.0 \times (140\text{N}) \times \cos(2\pi f_s t) \times 1.85 (1/n)^{1/2} \times \psi$
Transversal (t)	$1.0 \times (35\text{N}) \times \cos(2\pi f_s t) \times 1.85 (1/n)^{1/2} \times \psi$

Tabulka 1.11: Předpisy dynamického zatížení pro případ 2 [9]

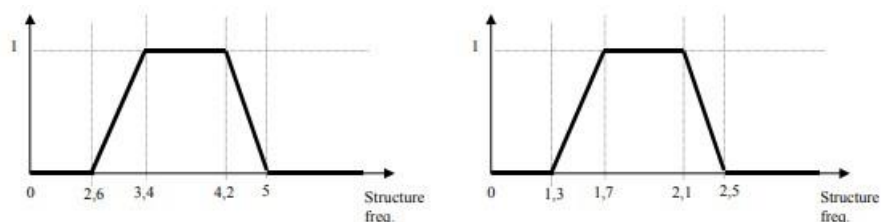
Označení veličin zůstává stejné jako v případě 1. Stejně zůstává i umístění zatížení na konstrukci.

Toto zatížení je analogií zatížení JRC pro třídu provozu 4 a 5.

Případ 3: efekt druhé harmonické složky

Tento případ zohledňuje vybuzení kmitání konstrukce druhou harmonickou složkou, jejíž frekvence je dvojnásobná oproti první složce. Zatížení je podobné jako v případě 1 a 2, jde o kombinaci obou případů. Případ se používá pouze pro třídy lávek 1 a 2.

Síly vyvolané chodcem se redukuje následovně: 70 N pro svislé kmitání, 7 N pro vodorovné příčné kmitání a 35 N pro vodorovné podélné kmitání. Hustoty se uvažují příslušně podle třídy lávky. Výpočet ekvivalentního počtu chodců se pro lávky třídy 1 provede podle případu 2, pro lávky třídy 2 se provede stejně jako v případě 1. Protože se změnila frekvence vyvolávaná chodcem, je potřeba upravit závislost koeficientu ψ na frekvenci [9].



Obrázek 1.12: Součinitel pro druhou harmonickou složku, vlevo pro svislé a vodorovné podélné kmitání, vpravo pro vodorovné příčné kmitání [9]

2 Trojská lávka

Trojská lávka pro pěší spojuje pražský Císařský ostrov s městskou částí Troja na pravém břehu řeky Vltavy a zajišťuje tak spojení levého a pravého břehu v severní části Prahy. Lávka stojí na místě bývalé Trojské lávky z předpjatého betonu, která se zřítily, a je její náhradou.

Lávka přemostňuje řeku Vltavu a na pravém břehu ulici Povltavská. Lávka slouží pro pěší i cyklistický provoz.

2.1 Popis konstrukce

Lávka je koncipována jako ocelová konstrukce s dřevěnou mostovkou. Šířka průchozího prostoru lávky je 4,0 m. Lávka je směrově nezakřivená, tzn. je v přímé, výškově je z části v zakružovacím oblouku s poloměrem 1200 m a z části v konstantním stoupání/klesání. Pole mezi opěrou O1 a pilířem P1, pole mezi pilíři P2 a P3 a krajní pole mezi pilířem P6 a opěrou O7 jsou v konstantním sklonu 6,1 %, zbylá část konstrukce je ve výškovém zakružovacím oblouku. Hmotnost nosné konstrukce je zhruba 180 tun.



Obrázek 2.1: Pohled na Trojskou lávku z pravého břehu po proudu řeky

Staticky lávka působí jako spojitý nosník o šesti polích, které mají různou délku. Rozpětí jednotlivých polí jsou 24,500 m + 40,000 m + 44,986 m + 55,028 m + 44,986 m + 42,000 m, celková délka nosné konstrukce je 252,900 m. Jedná se o trémovou konstrukci s jediným páteřním nosníkem. Příčnický jsou téměř na celé konstrukci v pravidelné rozteči 2,5 m. Mezi příčnický jsou pnuty podélnický s kloubovýým uložením, na kterých jsou přišroubovány dřevěné fošny, které tvoří pochozí plochu mostovky.

Na opěrách je hlavní nosná konstrukce uložena na dvojici podélně posuvných kalotových ložisek, která jsou do opěry kotvena. K nosné konstrukci jsou ložiska přišroubována přes klínovou desku na koncové tuhé příčnický. S pilíři je páteřní nosník spojen pomocí dvojice

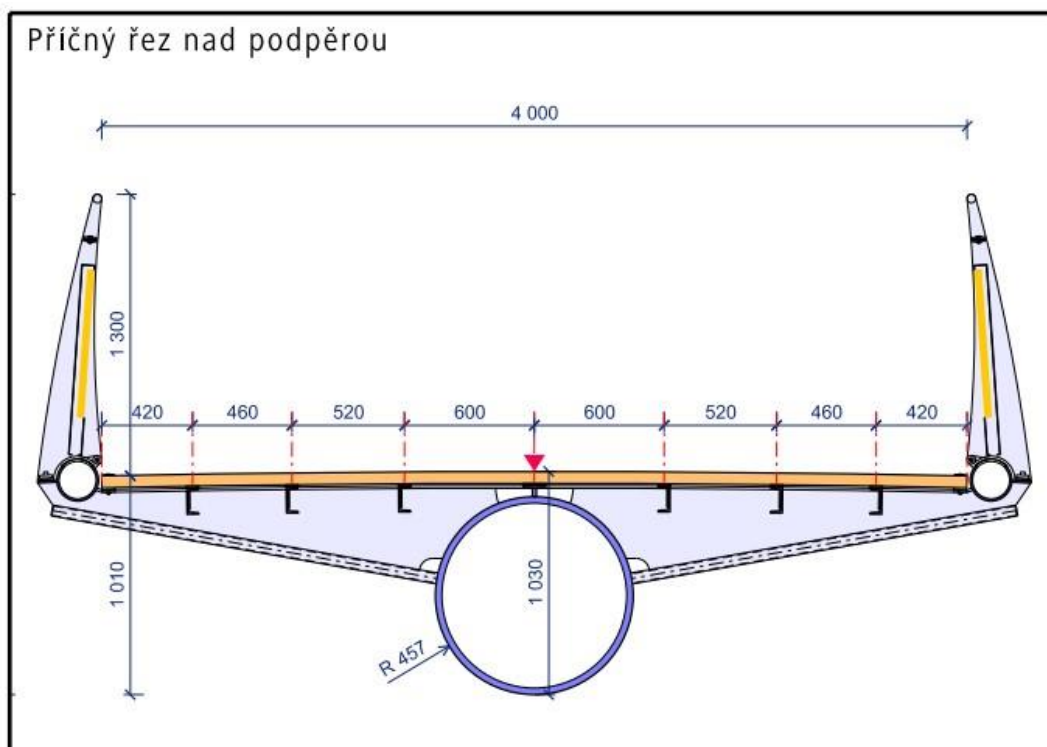
čepů. Toto propojení téměř dokonale simuluje teoretickou kloubovou podporu v ose kolmé na osu lávky. De facto tak umožňuje pouze vzájemné pootočení nosné konstrukce a spodní stavby.

Spodní stavba

Stavbu tvoří dvě krajní opěry a pět mezilehlých pilířů. Opěry jsou navrženy jako masivní betonové se základem, dříkem, úložným prahem a křídly. Pilíře jsou konstrukčně řešeny kombinací betonu a konstrukční oceli, mají tvar oválu. Konstrukce pilíře závisí na jeho umístění. Pilíř P2 nacházející se na břehu Císařského ostrova má betonový základ, dřík pilíře je z oceli. Navíc má v patě umístěnou další dvojici čepů, tím pádem staticky působí jako kyvná stojka. Pilíře P3 a P6 jsou si charakterově podobné. Oba pilíře se nachází na břehu a mají podobnou výšku. Pata dříku pilíře je tvořena betonem a až poté následuje ocelová konstrukce. Pilíře P4 a P5 jsou si opět podobné. Tyto dva pilíře jsou založeny v korytě řeky Vltavy. Dřík pilířů je ve spodní části tvořen betonem, cirká od 4 m nad normální hladinou řeky až k vodorovné nosné konstrukci je dřík z oceli.

Nosná konstrukce

Pátevní nosník je tvořen ocelovou trubkou s průměrem 914 mm s proměnlivou tloušťkou. Nad pilíři má trubka tloušťku 30 mm, v polích je tloušťka trubky 16, 20 nebo 25 mm. Příčníky jsou svařované trojúhelníkovitého tvaru a jako konzola vybíhají z hlavního nosníku. Jsou pravidelně rozmístěny po 2,5 m. Dolní pas příčníku je tvořen kruhovou trubkou o průměru 60,3 mm s tloušťkou stěny 5 mm, horní pas je šířky 150 mm z plechu P12 a stojina má 10 mm. Mezi příčníky jsou kloubově pnuty podélníky, jež jsou z válcovaných profilů UPN 120. Mostovku tvoří dřevěné fošny AZOBE 140/55 položené příčně přes podélníky. Fošny jsou k podélníkům přišroubovány. Konstrukce je osazena zábradlím výšky 1300 mm se svislou výplní.



Obrázek 2.2: Vzorový příčný řez nad podpěrou [20]

Materiál použitý na nosnou konstrukci je ocel S355 J2+N pro plechy a válcované profily, na kruhové trubky byla použita ocel S355 J2H.

Při popisu konstrukce a jejích technických parametrů jsem vycházel z výkresové dokumentace [10], vizuální prohlídky konstrukce a z technické zprávy [11].

2.2 Model lávky ve výpočetním softwaru

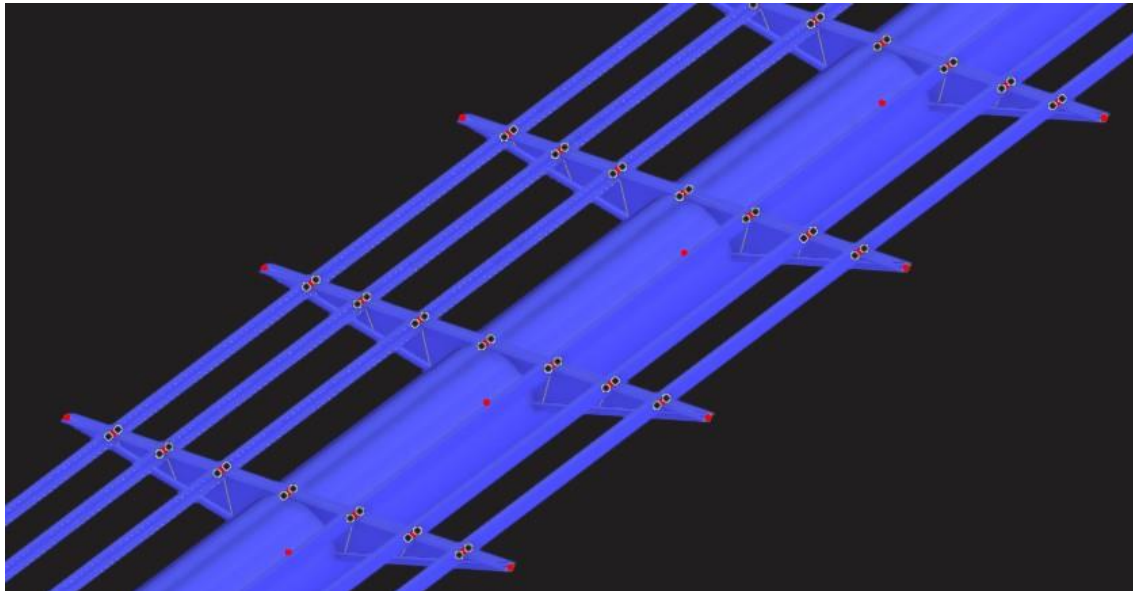
Pro účely dynamické analýzy jsem se rozhodl použít výpočetní software Dlubal RFEM 6 verze 6.04.

V softwaru jsem modeloval pouze nosnou konstrukci lávky. Toto zjednodušení jsem provedl na základě předpokladu, že osová tuhost pilířů je vysoká a prakticky neovlivňuje kmitání nosné konstrukce ve svislém směru. Stejný předpoklad jsem použil pro tuhost pilířů ve směru kolmém na osu lávky, tedy že pilíře budou mít minimální vliv na kmitání nosné konstrukce a mostovky ve vodorovném příčném směru.



Obrázek 2.3: Model nosné konstrukce ve výpočetním programu RFEM 6

Konstrukce je modelována ve 3D zejména z prutových prvků. Plochy jsem použil pro stojiny příčníků a potom v oblastech uložení nosné konstrukce na spodní stavbu.



Obrázek 2.4: Detail nosné konstrukce ve výpočetním programu RFEM 6

Výpočetní model jsem kalibroval na základě experimentálně změřených vlastních frekvencí a vlastních tvarů z dynamické zatěžovací zkoušky provedené Zkušební laboratoří Fakulty stavební ČVUT z konce září a začátku října 2020 [12]. Prvotní ověření korespondence modelu a reality jsem ověřoval pomocí energetické metody, viz podkapitola 3.1. Porovnání prvních dvanácti experimentálně změřených vlastních frekvencí a vlastních frekvencí získaných výpočtem ukazuje tabulka 2.1.

tvar kmitání	experimentálně změřené $f_{(i)obs}$ [Hz]	výpočetní model $f_{(i)cal}$ [Hz]	odchylka $\Delta_{(i)}$ [%]
1. tvar svislého kmitání	0,91	1,03	13,3
1. tvar vodorovného příčného kmitání	1,02	1,01	-0,7
2. tvar svislého kmitání	1,26	1,28	1,3
2. tvar vodorovného příčného kmitání	1,39	1,35	-2,9
3. tvar svislého kmitání	1,45	1,49	2,8
3. tvar vodorovného příčného kmitání	1,48	1,53	3,1
4. tvar svislého kmitání	1,75	1,82	3,9
4. tvar vodorovného příčného kmitání	1,88	1,87	-0,7
5. tvar svislého kmitání	1,99	2,00	0,7
5. tvar vodorovného příčného kmitání	1,91	2,07	8,3
6. tvar svislého kmitání	3,14	3,07	-2,2
6. tvar vodorovného příčného kmitání	2,76	3,23	17,0

Tabulka 2.1: Porovnání prvních dvanácti vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a z výpočetního modelu

Odchylka $\Delta_{(i)}$ byla počítána ze vztahu (14).

$$\Delta_{(i)} = \frac{f_{(i)cal} - f_{(i)obs}}{f_{(i)cal}} \cdot 100 \text{ [%]} \quad (14)$$

Za komentář stojí hlavně odchylka základní vlastní frekvence svislého kmitání, která vyšla výrazně větší v porovnání s ostatními vlastními frekvencemi. Na jednodušším modelu s použitím kloubových podpor umožňujících pootočení pouze kolem osy kolmé na podélnou osu lávky jsem byl schopen docílit odchylky zhruba 4 %, viz tabulka 2.2. Obecně u všech prvních šesti svislých vlastních frekvencí bylo dosaženo shody s odchylkou zhruba do 5 %. Tyto výsledky potvrzují, že skutečné podpory prakticky odpovídají teoretickým kloubům. Model ale vůbec neodpovídal realitě v chování ve vodorovném příčném směru.

tvar kmitání	experimentálně změřené $f_{(i)obs}$ [Hz]	výpočetní model $f_{(i)cal}$ [Hz]	odchylka $\Delta_{(i)}$ [%]
1. tvar svislého kmitání	0,91	0,94	3,7
2. tvar svislého kmitání	1,26	1,19	-5,4
3. tvar svislého kmitání	1,45	1,41	-2,8
4. tvar svislého kmitání	1,75	1,80	2,8
5. tvar svislého kmitání	1,99	2,01	1,0
6. tvar svislého kmitání	3,14	3,09	-1,7

Tabulka 2.2: Porovnání svislých vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a jednoduchého výpočetního modelu

Po drobné modifikaci kloubových podpor a umožnění pootočení nosné konstrukce kolem svislé osy bylo dosaženo výsledků ve vodorovném příčném směru, které se blížily reálným vlastnostem konstrukce. Vlastní frekvence spočítané na upraveném modelu ukazuje tabulka 2.3. Odchytky 1. a 2. vlastní frekvence vodorovného příčného kmitání však byly větší než 10 %. Z tohoto důvodu jsem přistoupil k dalšímu zpřesnění modelu. Výsledky spočítané na finálním modelu jsou zobrazeny v tabulce 2.1.

tvar kmitání	experimentálně změřené $f_{(i)obs}$ [Hz]	výpočetní model $f_{(i)cal}$ [Hz]	odchylka $\Delta_{(i)}$ [%]
1. tvar svislého kmitání	0,91	0,94	3,7
1. tvar vodorovného příčného kmitání	1,02	0,90	-12,1
2. tvar svislého kmitání	1,26	1,19	-5,4
2. tvar vodorovného příčného kmitání	1,39	1,22	-11,9
3. tvar svislého kmitání	1,45	1,41	-2,8
3. tvar vodorovného příčného kmitání	1,48	1,43	-3,2
4. tvar svislého kmitání	1,75	1,80	2,8
4. tvar vodorovného příčného kmitání	1,88	1,83	-2,9
5. tvar svislého kmitání	1,99	2,01	1,0
5. tvar vodorovného příčného kmitání	1,91	2,04	7,0
6. tvar svislého kmitání	3,14	3,09	-1,7
6. tvar vodorovného příčného kmitání	2,76	3,15	14,1

Tabulka 2.3: Porovnání vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a z upraveného výpočetního modelu

Skutečnost, že základní vlastní frekvence svislého kmitání vyšla s poměrně velikou odchylkou oproti vyšším vlastním frekvencím, je zvláštní. Spíše bych čekal, že relativní shoda bude v základních a nižších vlastních frekvencích a že s vyššími vlastními frekvencemi odchylka poroste. Tento trend možná naznačuje odchylka u 6. vodorovného tvaru. Tuto hypotézu bohužel nejsem schopen ani potvrdit ani vyvrátit, protože neexistují experimentálně změřené vyšší vlastní frekvence. Při dynamické zkoušce [12] byly měřeny pouze vlastní frekvence do 3,5 Hz.

Vzhledem k tomu, že vlastní frekvence nacházející se v kritických intervalech se ve finálním modelu dostatečně přiblížily experimentálně změřeným vlastním frekvencím, prohlásil jsem model v oblasti zájmu za dostatečně věrohodně popisující realitu, i přes to, že shoda v základní frekvenci pro svislé kmitání nebyla veliká. Na tomto modelu jsem dále prováděl dynamickou analýzu.

3 Dynamická analýza

3.1 Energetická metoda

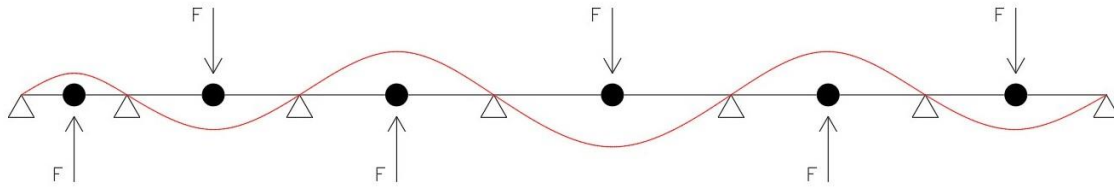
Energetická metoda nebo také Rayleighova metoda slouží k aproximaci základní vlastní frekvence pro soustavy s více stupni volnosti. Jedná se o odhad shora. Metoda využívá zákon zachování mechanické energie a bilancuje energii kinetickou a potenciální.

Metodu jsem využil pro jednoduché ověření, zdali výpočetní model simuluje reálnou konstrukci. Konkrétně jsem si chtěl především ověřit ohybovou tuhost.

Spojitou konstrukci o šesti polích jsem nahradil jednodušším modelem s diskrétně rozdělenou hmotou. Polovinu hmoty pole jsem soustředil do podpor a druhou polovinu do hmotného bodu, který jsem uvažoval vždy v polovině pole. Vznikla tak soustava s šesti stupni volnosti. Hmotnost hmotných bodů jsem počítal ze stálého zatížení konstrukce, tedy: vlastní tíha nosné konstrukce, vlastní tíha dřevěných fošen mostovky a hmotnost zábradlí. Hodnotu vlastní tíhy dřevěných fošen a hmotnost zábradlí jsem převzal z dynamického výpočtu provedeného při návrhu lávky [13]. Uvažovaná hodnota vlastní tíhy dřevěných fošen je $0,605 \text{ kN/m}^2$ a tíha zábradlí je uvažována jako bodová síla $0,9 \text{ kN}$ na koncích konzol příčníků.

Zásadní pro správné výsledky je znalost prvního vlastního tvaru, respektive alespoň jeho správný odhad. Pro spojitý nosník o šesti polích není složité odhadnout, že první vlastní tvar bude mít podobu sinových vln s uzly v podporách a maximálními pořadnicemi přibližně v polovině polí. Znaménka maximálních pořadnic se v jednotlivých polích budou střídát.

Na hmotné body umístíme síly o velikosti vlastních tíh hmotných bodů, ale musíme si dát pozor na orientaci sil. Síly musíme umístit tak, jako kdyby vlastní tvar vyvodily. Od tohoto zatížení spočítáme průhyby konstrukce v místech hmotných bodů.



Obrázek 3.1: Soustava s 6 stupni volnosti, odhad 1. vlastního tvaru a orientace sil

Vzorec energetické metody vypadá takto:

$$\omega \equiv \omega_1 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N F_i \phi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_i^2} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (15)$$

kde: ω_1 první vlastní kruhová frekvence

F_i síla odpovídající vlastní tíze hmotného bodu, $F_i = m_i g$

g tíhové zrychlení, hodnota rovna $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

m_i hmotnost hmotného bodu

ϕ_i průhyb konstrukce v místě hmotného bodu

Z kruhové frekvence ω dopočítáme frekvenci f podle jednoduchého vztahu (16).

$$\omega = 2\pi f \quad (16)$$

Hodnoty vstupující do výpočtu a odhad 1. vlastní frekvence ukazuje tabulka 3.1.

Hmotný bod	ϕ_i [m]	m_i [t]	F_i [kN]	$F_i \cdot \phi_i$	$m_i \cdot \phi_i^2$	ω [rad·s ⁻¹]
1	-0,0572	10,299	-101,032	5,78	0,034	6,493
2	0,1554	20,905	205,080	31,87	0,505	f [Hz]
3	-0,1997	23,477	-230,310	45,99	0,936	1,033
4	0,3193	28,621	280,770	89,65	2,918	
5	-0,2076	23,477	-230,310	47,81	1,012	
6	0,1951	21,802	213,876	41,73	0,830	
SUMA				262,83	6,234	

Tabulka 3.1: Výpočet první vlastní frekvence energetickou metodou

3.2 Vlastní kmitání

Vlastní frekvence a vlastní tvary jsou přirozenými vlastnostmi každé konstrukce. Závisí na maticích tuhosti a hmotnosti konstrukce.

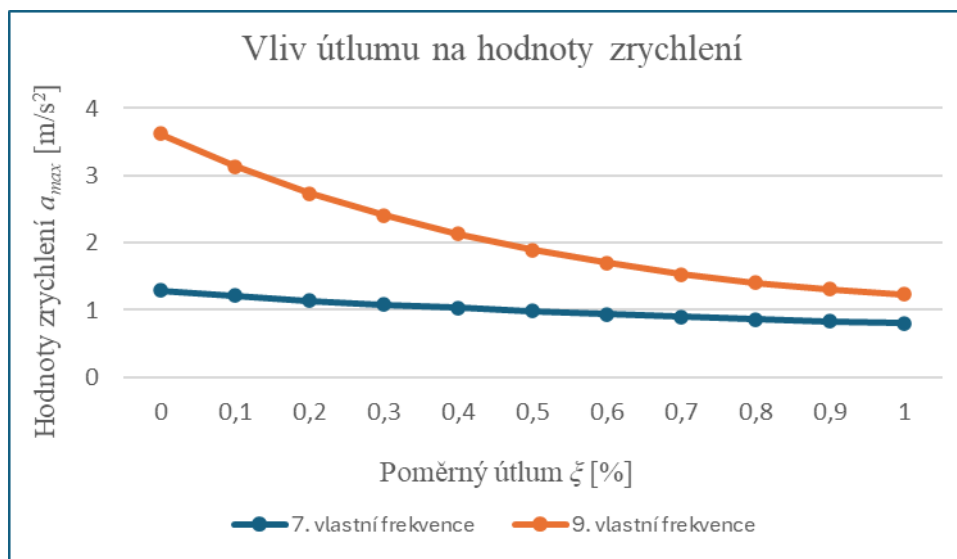
Zmíněné charakteristiky byly počítány na modelu popsaném v podkapitole 2.2. Pro řešení vlastních čísel byla v RFEMu zvolena Lanczosova metoda. V programu bylo vypočítáno prvních dvacet vlastních frekvencí a k nim příslušné vlastní tvary. Rozmístění hmoty nosné konstrukce bylo provedeno programem, ostatní stálé zatížení v podobě fošen mostovky a zábradlí jsem na konstrukci umístil jako soustředěné hmoty na příčníky. Vypočítané vlastní frekvence a vlastní tvary jsou zobrazeny v tabulce 3.2.

pořadí	tvár kmitání	vlastní frekvence f_n [Hz]	normovaný vlastní tvar
1	vodorovné příčné	1,013	
2	svislé	1,031	
3	svislé	1,277	
4	vodorovné příčné	1,350	
5	svislé	1,490	
6	vodorovné příčné	1,526	
7	svislé	1,818	
8	vodorovné příčné	1,867	
9	svislé	2,003	
10	vodorovné příčné	2,068	
11	svislé	3,072	
12	vodorovné příčné	3,230	
13	svislé	3,626	
14	vodorovné příčné	3,785	
15	svislé	4,231	
16	vodorovné příčné	4,386	
17	svislé	4,545	
18	vodorovné příčné	4,741	
19	svislé	4,906	
20	svislé	5,287	

Tabulka 3.2: Prvních dvacet vlastních frekvencí a vlastních tvarů

3.3 Útlum

Pro vynucené tlumené kmitání se vliv útlumu projeví v případech, kdy frekvence budící síly je blízká nebo dokonce totožná s některou z vlastních frekvencí konstrukce, v ostatních případech vliv útlumu nemá velkou roli. Situacím, kde frekvence buzení konstrukce je rovna vlastní frekvenci konstrukce, říkáme rezonance a je to přesně případ zatěžování konstrukce v této práci. Útlum bude tedy významně ovlivňovat výsledky dynamické analýzy.



Obrázek 3.2: Vliv útlumu na hodnoty zrychlení

Na obrázku 3.2 je ukázán vliv útlumu na odezvu konstrukce zatíženou vybraným zatížením. Zatížení bylo uvažováno podle [3] pro třídu provozu TC 3. Graf zobrazuje maximální hodnoty zrychlení mostovky. Na grafu jsou zobrazeny dva zatěžovací stavy, první odpovídá 7. vlastní frekvenci (4. svislý tvar kmitání) a druhý 9. vlastní frekvenci (5. svislý tvar kmitání). Například pro 9. vlastní frekvenci při použití útlumu 0,6 % a 0,4 % dojde k poklesu hodnot zrychlení o zhruba 20 %. Pro 7. vlastní frekvenci při stejném použití útlumu klesnou hodnoty zrychlení o 9 %.

Paradoxem je, že realisticky stanovit hodnotu útlumu není triviální úloha. Obzvláště odhadnout hodnotu útlumu ve fázi návrhu konstrukce. Komplikací je skutečnost, že hodnota útlumu se pro jednotlivé vlastní frekvence může lišit. Dalším fenoménem je nelinearita útlumu v závislosti na velikosti kmitání. Konstrukce kmitající s většími výchylkami budou více tlumeny.

Výpočetní program RFEM 6 umožňuje zadání útlumu dvěma způsoby. První je pomocí hodnoty poměrného útlumu odpovídajícímu vlastnímu tvaru kmitání a druhý způsob je Rayleighův útlum, tj. klasický útlum.

Já jsem vzal podle literatury [3] a [9] průměrnou hodnotu poměrného útlumu ζ pro svařované konstrukce rovnu 0,4 %. To, že je tato hodnota na straně bezpečné ukazují výsledky dynamické zkoušky [12]. Při dynamické zkoušce byly spolehlivě vyhodnoceny hodnoty útlumu pro tři vlastní frekvence. Zjištěné hodnoty jsou uvedeny v přehledné tabulce 3.3.

tvar kmitání	vlastní frekvence f_n [Hz]	poměrný útlum ζ [%]
1. tvar vodorovný příčný	1,02	1,46
4. tvar svislý	1,75	0,67
5. tvar svislý	1,99	0,62

Tabulka 3.3: Změřené hodnoty poměrných útlumů

3.3.1 Rayleighův útlum

Na základě znalosti poměrných útlumů pro některé vlastní frekvence jsem se rozhodl vybrané zatěžovací stavy spočítat s Rayleighovým útlumem. Vybrané zatěžovací stavy jsou vlastní frekvence f_7 a f_9 pro třídu provozu TC 3 podle [3].

Matice útlumu C se pro Rayleighův útlum uvažuje jako lineární kombinace matic hmotnosti a tuhosti [14], viz vztah (17).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (17)$$

Kde: α, β koeficienty Rayleighova útlumu

M matice hmotnosti

K matice tuhosti

Po vynásobení rovnice (17) zleva transponovanou modální maticí Φ^T a zprava modální maticí Φ obdržíme i rovnic ve tvaru (18) [14].

$$2\xi_i \omega_i = \alpha + \beta \omega_i^2 \quad (18)$$

Po matematických úpravách rovnice (18) vypadá takto:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (19)$$

kde: ξ_i hodnota poměrného útlumu pro i -tou vlastní frekvenci [-]

ω_i i -tá vlastní kruhová frekvence [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]

α, β koeficienty Rayleighova útlumu

Koeficienty α a β lze dopočítat za předpokladu znalosti hodnot poměrných útlumů pro dvě různé vlastní frekvence. Publikace [14] uvádí, že je vhodné znát hodnotu poměrného útlumu pro základní vlastní frekvenci a poté pro dostatečně vzdálenou vlastní frekvenci.

Pro tento případ jsem uvažoval základní vlastní frekvenci $f_1 = 1,013$ Hz s hodnotou poměrného útlumu $\xi_1 = 0,0146$ a 9. vlastní frekvenci $f_9 = 2,003$ Hz s poměrným útlumem $\xi_9 = 0,0062$. Po dosazení těchto hodnot do rovnic (19) a vyřešení soustavy rovnic, vycházejí koeficienty α a β takto: $\alpha = 0,196095$ a $\beta = -0,000253$.

Obvykle však máme k dispozici pouze hodnotu poměrného útlumu pro základní vlastní frekvenci nebo častěji její odhad. Koeficienty α a β pak lze dopočítat po přijetí doplňujícího předpokladu, že nejméně je tlumen první vlastní tvar [14]. Vzorce pro výpočet koeficientů α a β poté vypadají následovně:

$$\alpha = \xi_1 \omega_1 \quad (20)$$

$$\beta = \frac{\xi_1}{\omega_1} \quad (21)$$

kde: ξ_1 hodnota poměrného útlumu pro 1. vlastní frekvenci [-]

ω_1 základní kruhová vlastní frekvence konstrukce, viz rovnice (16) [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]

Po dosazení hodnot $\xi_1 = 0,004$ a $f_1 = 1,013$ Hz do rovnic (20) a (21), koeficienty α a β vycházejí následovně: $\alpha = 0,025459$ a $\beta = 0,000628$.

Porovnání výsledků pro použití tří způsobů zavedení útlumu ukazuje následující tabulka. V tabulce jsou uvedeny maximální hodnoty zrychlení mostovky v m/s^2 pro dva výše zmíněné zatěžovací stavy.

f_n [Hz]	Poměrný útlum	Rayleighův útlum s doplňujícím předpokladem	Rayleighův útlum
1,013	1,03	1,00	0,89
2,003	2,13	1,90	1,66

Tabulka 3.4: Porovnání výsledků při použití tří způsobů zavedení útlumu

Z výsledků je patrné, že největší hodnoty zrychlení byly získány při použití poměrného útlumu s hodnotou rovnou 0,4 %. Hodnoty zrychlení spočítané s použitím Rayleighova útlumu s předpokladem o nejméně tlumeném prvním vlastním tvaru se od hodnot při použití poměrného útlumu výrazněji neliší. Z výsledků dynamické zkoušky [12] je však zjevné, že předpoklad o nejméně tlumeném 1. vlastním tvaru není splněn. Hodnoty zrychlení získané z výpočtu s Rayleighovým útlumem jsou menší o 14 % pro f_7 a o 22 % pro f_9 oproti hodnotám s poměrným útlumem. Hodnoty odpovídají uvažovaným útlumům (menší hodnoty zrychlení pro větší hodnoty útlumu).

Na základě získaných výsledků jsem se rozhodl dynamickou analýzu provádět s použitím poměrného útlumu odpovídajícímu příslušnému vlastnímu tvaru s hodnotou uváděnou v literatuře [3] a [9], $\zeta = 0,004$.

3.4 Vynucené kmitání

Odezva konstrukce na vynucené kmitání vyvolané budicí silou byla řešena rozkladem do vlastních tvarů kmitání. To znamená, že pro výpočet byly použity výsledky vlastního kmitání, tj. vlastní frekvence a vlastní tvary. Útlum byl uvažován podle podkapitoly 3.3 roven 0,4 % pro všechny zatěžovací stavy.

3.4.1 FIB

Model DLM 1

Pro svislé kmitání byla hodnotě 2 Hz nejbližší 9. vlastní frekvence $f_9 = 2,003$ Hz. Pro vodorovné příčné kmitání se hodnotě 1 Hz nejvíce přiblížila základní vodorovná vlastní frekvence $f_1 = 1,013$ Hz. Předpisy pro svislou a vodorovnou příčnou budicí sílu pro frekvence f_9 a f_1 jsou uvedeny v rovnici (22) respektive (23).

$$Q_{pv9}(t) = 180 \sin(12,585t) \text{ [N]} \quad (22)$$

$$Q_{ph1}(t) = 70 \sin(6,365t) \text{ [N]} \quad (23)$$

Síly jsem umístil do nejnepříznivější polohy na konstrukci, tedy do místa největší pořadnice vlastního tvaru. Pro svislou sílu to bylo zhruba místo v polovině rozpětí druhého pole a pro vodorovnou sílu to bylo uprostřed čtvrtého, největšího, pole. Účinky sil na konstrukci jsem uvažoval odděleně.

Model DLM 2

Předpis svislé budící síly je téměř totožný s předpisem pro model zatížení DLM 1. Odlišnost je ve velikosti amplitudy síly. Pro model DLM 2 se amplituda síly násobí koeficientem synchronizace k_v , který je podle obr. 1.7 pro frekvenci 2,003 Hz roven 3,0. Výsledný předpis svislé budící síly vypadá takto:

$$Q_{gv9}(t) = 540 \sin(12,585t) \text{ [N]} \quad (24)$$

Pro vodorovné kmitání je situace obdobná až na dva rozdíly. Amplituda síly je přenásobena koeficientem k_h a frekvence f_h se uvažuje nejbližší vlastní frekvence hodnotě 1,5 Hz. V tomto případě se jedná o 6. vlastní frekvenci $f_6 = 1,526$ Hz. Hodnota koeficientu k_h pro tuto frekvenci je rovna 1,0. Předpis síly se rovná:

$$Q_{gh6}(t) = 70 \sin(9,588t) \text{ [N]} \quad (25)$$

Poloha síly Q_{gv9} je totožná jako v případě DLM 1. Síla Q_{gh6} má působiště v poli tři, 2,5 m od středu blíže k pilíři P2.

Umístění dodatečné hmoty na konstrukci způsobí změnu dynamických vlastností konstrukce. Proto byly pro oba zatěžovací stavy vlastní frekvence a vlastní tvary přepočítány. Nové výsledky výpočtů vlastního kmitání byly použity pro výpočet odezvy konstrukce.

Model DLM 3

Koeficienty k_v a k_h jsou totožné jako pro model DLM 2. Vyšetřované frekvence jsou také shodné. Předpisy zatížení vypadají následovně:

$$q_{sv9}(t) = 37,8 \sin(12,585t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (26)$$

$$q_{sh6}(t) = 3,2 \sin(9,588t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (27)$$

Plošné zatížení a plošnou hmotnost jsem na konstrukci umístil podle schématu na obr. 1.9 na základě vlastních tvarů nezatížené konstrukce.

I v tomto modelu se uvažuje hmota navíc, proto bylo nutné spočítat vlastní frekvence a tvary odpovídající přidané hmotě. Nové vlastní frekvence a tvary vstupovaly do výpočtu vynuceného kmitání.

Limitní hodnoty zrychlení

Článek neuvádí jedny pevné limitní hodnoty nebo vzorce, podle kterých se limitní hodnoty dají dopočítat. Článek zmiňuje, že pohoda chodců je subjektivním kritériem [4], proto uvádí výčet limitních hodnot z literatury. Například normu ISO 2631-1 [15], britskou normu [16], Ontario Highway Bridge Design Code [17], Eurokód 1 [6] a další. Já jsem zvolil limitní hodnoty z Eurokódu 1, které jsou rovny $a_{vlim} = 0,7 \text{ m/s}^2$ pro svislé kmitání a $a_{hlim} = 0,2 \text{ m/s}^2$ pro vodorovné příčné kmitání.

Výsledky

			DLM 1	DLM 2	DLM 3		DLM 1	DLM 2	DLM 3
pořadí	tvar kmitání	f_n [Hz]	a_{max} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	posouzení		
1	vodorovné	1,013	0,14	-	-	0,20	vyhovuje	-	-
6	vodorovné	1,526	-	0,10	0,22	0,20	-	vyhovuje	nevyhovuje
9	svislé	2,003	0,30	0,85	2,58	0,70	vyhovuje	nevyhovuje	nevyhovuje

Tabulka 3.5: Shrnutí výsledků – fib

V tabulce 3.5 jsou shrnuty výsledky dynamické analýzy s použitím modelů zatížení navrhovaných v článku fib. V tabulce jsou uvedeny maximální hodnoty zrychlení mostovky. Trojská lávka vyhoví na zatížení modelem DLM 1, které reprezentuje jediného chodce. Na model zatížení DLM 2 reprezentující skupinu chodců lávka vyhovuje ve vodorovném směru, ale ve směru svislém maximální zrychlení mostovky překračuje limitní hodnotu a lávka tedy z pohledu MSP nevyhovuje. Maximální hodnoty zrychlení vypočtené při aplikaci modelu DLM 3 (spojitý proud chodců) překračují limitní hodnoty jak pro vodorovné, tak pro svislé kmitání. Lávka na model zatížení DLM 3 nevyhovuje ve vodorovném ani ve svislém směru.

Trojská lávka z hlediska kmitání v mezním stavu použitelnosti na prezentovaná zatížení nevyhovuje. Nevyhovující je zejména chování lávky na svislé zatížení. Maximální svislé hodnoty zrychlení značně překračují normou definované limitní hodnoty.

3.4.2 JRC

Do kritického intervalu pro vodorovné příčné kmitání spadla pouze jedna vlastní frekvence, a to hned ta základní s hodnotou $f_1 = 1,013$ Hz. Protože svislé vlastní frekvence lávky ležely i v intervalu od 2,5 Hz do 4,6 Hz, používal jsem rozšířený kritický interval (12). Do kritického intervalu spadá 8 frekvencí: $f_3 = 1,277$ Hz, $f_5 = 1,490$ Hz, $f_7 = 1,818$ Hz, $f_9 = 2,003$ Hz, $f_{11} = 3,072$ Hz, $f_{13} = 3,626$ Hz, $f_{15} = 4,231$ Hz a $f_{17} = 4,545$ Hz. Pro všechny tyto frekvence bylo nutné ověřit odezvu konstrukce a posoudit vypočtené hodnoty zrychlení.

Návrhové situace

Pro posouzení jsem navrhl tři návrhové situace. První dvě reprezentují obvyklý provoz na lávce, jedná se o třídy provozu TC 2 a TC 3. Třída provozu TC 2 bude posouzena na maximální třídu pohody CL 1. Pro třídu TC 3 bylo zvoleno mírnější kritérium. Bude posouzena na třídu pohody CL 2. Třetí návrhovou situací bude třída provozu TC 4 s třídou pohody CL 3. Třída provozu TC 4 odpovídá hustotě provozu, který na lávce po dobu její životnosti nastane pouze několikrát anebo vůbec nenastane, ale zajímá mě, jak se lávka pod relativně velkým zatížením bude chovat.

Zatížení

Hodnoty potřebné pro výpočet předpisů funkcí zatížení pro jednotlivé vlastní frekvence a třídy provozu jsou ukázány v tabulce 3.6.

f_n [Hz]	ψ	P [kN]	TC 2			TC 3			TC 4		
			d [os/m ²]	n' [m ⁻²]	amplituda $p(t)$ [N/m ²]	d [os/m ²]	n' [m ⁻²]	amplituda $p(t)$ [N/m ²]	d [os/m ²]	n' [m ⁻²]	amplituda $p(t)$ [N/m ²]
1	0,94	35	0,2	0,010	0,32	0,5	0,015	0,50	1,0	0,058	1,91
3	0,06	280	0,2	0,010	0,16	0,5	0,015	0,26	1,0	0,058	0,98
5	0,53	280	0,2	0,010	1,43	0,5	0,015	2,25	1,0	0,058	8,63
7	1,00	280	0,2	0,010	2,69	0,5	0,015	4,25	1,0	0,058	16,29
9	1,00	280	0,2	0,010	2,69	0,5	0,015	4,25	1,0	0,058	16,29
11	0,16	280	0,2	0,010	0,43	0,5	0,015	0,68	1,0	0,058	2,61
13	0,25	280	0,2	0,010	0,67	0,5	0,015	1,06	1,0	0,058	4,07
15	0,23	280	0,2	0,010	0,62	0,5	0,015	0,98	1,0	0,058	3,75
17	0,03	280	0,2	0,010	0,08	0,5	0,015	0,13	1,0	0,058	0,49

Tabulka 3.6: Výpočet hodnot zatížení – JRC

Zatížení bylo na konstrukci aplikováno v souladu se schématem z obrázku 1.10.

Výsledky

	TC 2	CL 1	TC 3	CL 2	TC 4	CL 3	TC 2	TC 3	TC 4
f_n [Hz]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	posouzení		
1,013	0,16	0,10	0,26	0,30	0,98	0,80	nevyhovuje	vyhovuje	nevyhovuje
1,277	0,07	0,50	0,11	1,00	0,40	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
1,490	0,41	0,50	0,64	1,00	2,45	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
1,818	0,65	0,50	1,03	1,00	3,95	2,50	nevyhovuje	nevyhovuje	nevyhovuje
2,003	1,35	0,50	2,13	1,00	8,16	2,50	nevyhovuje	nevyhovuje	nevyhovuje
3,072	0,13	0,50	0,20	1,00	0,77	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
3,626	0,21	0,50	0,32	1,00	1,25	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
4,231	0,24	0,50	0,38	1,00	1,47	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
4,545	0,02	0,50	0,04	1,00	0,14	2,50	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje

Tabulka 3.7: Shrnutí výsledků – JRC

Tabulka 3.7 ukazuje maximální hodnoty zrychlení mostovky a limitní hodnoty pro návrhové situace. Z výsledků je na první pohled patrné, že odezva konstrukce na zatížení pro 7. a 9. vlastní frekvenci je nevyhovující. Hodnoty zrychlení ve všech třech návrhových situacích překračují stanovené limity. U 9. vlastní frekvence hodnoty zrychlení překračují limitní hodnoty dokonce více než dvakrát. U vodorovného kmitání konstrukce na třídu provozu TC 3 vyhoví a u první návrhové situace můžeme slevit z požadované třídy pohody CL 1 na CL 2, protože kritérium $a_{lim} = 0,1 \text{ m/s}^2$ je velmi přísné. V takovém případě konstrukce vyhoví. Třídu provozu TC 4 pro její minoritní výskyt nepovažují za rozhodující návrhový faktor.

Konstrukce podle metodiky JRC z hlediska mezního stavu použitelnosti nevyhovuje. Problémové je kmitání ve 4. a 5. vlastním svislém tvaru.

3.4.3 SÉTRA

Trojskou lávku jsem podle popisu z předpisu [9] zařídil do třídy 3. Úroveň komfortu jsem zvolil průměrnou.

Vlastní frekvence nezatížené lávky se nachází v rozsahu 1 pro svislé i vodorovné příčné kmitání. Vlastní frekvence lávky zatížené dodatečnou hmotou 70 kg/m^2 se taktéž nachází v rozsahu 1 pro oba směry kmitání. Vlastní tvary lávky se prakticky nezměnily, jen se hodnoty vlastních frekvencí snížily. Vlastní frekvence zatížené lávky zobrazuje tabulka 3.8.

Na základě definované třídy lávky a zjištěných rozsahů frekvencí jsem podle tabulky 1.9 použil dynamické zatížení z případu 1. A to jak pro stav 1 (nezatížená konstrukce), tak pro stav 2 (konstrukce zatížená dodatečnou hmotou reprezentující chodce).

pořadí	tvar kmitání	vlastní frekvence f_n [Hz]
1	vodorovné příčné	0,898
2	svislé	0,914
3	svislé	1,131
4	vodorovné příčné	1,196
5	svislé	1,315
6	vodorovné příčné	1,347
7	svislé	1,608
8	vodorovné příčné	1,649
9	svislé	1,764
10	vodorovné příčné	1,814
11	svislé	2,711
12	vodorovné příčné	2,854
13	svislé	3,136
14	vodorovné příčné	3,264
15	svislé	3,672
16	svislé	3,782
17	vodorovné příčné	3,864
18	svislé	4,118
19	vodorovné příčné	4,152
20	svislé	4,567

Tabulka 3.8: Vlastní frekvence zatížené lávky

Stav 1

V rozsahu frekvencí 1 se nacházejí vlastní frekvence f_1 , f_7 a f_9 . Předpisy funkcí zatížení jsou téměř totožné s předpisy z metodiky JRC pro třídu provozu TC 3. Jinak se uvažuje koeficient ψ . Ten je pro všechny tři frekvence roven 1,0. Plošné zatížení vypadá následovně:

$$v_1^1(t) = 0,53 \cos(6,365t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (28)$$

$$s_7^1(t) = 4,25 \cos(11,423t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (29)$$

$$s_9^1(t) = 4,25 \cos(12,585t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (30)$$

Stav 2

V rozsahu frekvencí 1 se nacházejí vlastní frekvence $f_1 = 0,898$ Hz a $f_9 = 1,764$ Hz. Do posouzení jsem se však rozhodl zahrnout ještě frekvence $f_4 = 1,196$ Hz a $f_7 = 1,608$ Hz. Koeficient ψ je postupně pro jednotlivé frekvence roven 1,0; 0,52; 0,87 a 1,0. Předpisy plošného zatížení vypadají takto:

$$v_1^2(t) = 0,53 \cos(5,642t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (31)$$

$$v_4^2(t) = 0,28 \cos(7,515t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (32)$$

$$s_7^2(t) = 3,70 \cos(10,103t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (33)$$

$$s_9^2(t) = 4,25 \cos(11,084t) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (34)$$

Výsledky

stav	tvar kmitání	f_n [Hz]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	posouzení
1	vodorovné příčné	1,013	0,27	0,3	vyhovuje
1	svislé	1,818	1,03	1,0	nevyhovuje
1	svislé	2,003	2,13	1,0	nevyhovuje
2	vodorovné příčné	0,898	0,23	0,3	vyhovuje
2	vodorovné příčné	1,196	0,12	0,3	vyhovuje
2	svislé	1,608	0,86	1,0	vyhovuje
2	svislé	1,764	1,80	1,0	nevyhovuje

Tabulka 3.9: Shrnutí výsledků – SÉTRA

V tabulce 3.9 jsou uvedeny maximální hodnoty zrychlení mostovky. Z výsledků je opět patrné, že lávka nevyhovuje na svislé kmitání. Hodnoty zrychlení pro vodorovné příčné kmitání splňují zvolené limity, tudíž lávka v tomto ohledu vyhovuje. Hodnoty zrychlení vypočítané ze stavu 2 jsou v průměru o 15,6 % menší než hodnoty ze stavu 1. Výpočet s uvážením dodatečné hmoty v podobě chodců nezanedbatelně ovlivňuje výsledek. Bezpečnější z hlediska návrhu je hmotnost chodců neuvažovat.

4 Srovnání modelů zatížení

Na začátek je potřeba zmínit, že použitím jakékoliv z výše uvedených metodik, bychom neudělali chybu, respektive dospěli bychom ke stejnému finálnímu závěru, tedy že konstrukce v posuzovaném stavu nevyhovuje na požadavky mezního stavu použitelnosti s ohledem na kmitání.

4.1 Shrnutí výsledků dynamické analýzy

Ve všech třech případech výsledky jasně ukazují, že konstrukce nadměrně kmitá, jestliže dojde k rezonanci se 7. nebo 9. vlastní frekvencí. Jedná se o 4. a 5. vlastní tvar svislého kmitání. Při prověřování odezvy konstrukce na 9. vlastní frekvenci a použití plošného zatížení (z kterékoliv metodiky) maximální hodnoty zrychlení mostovky překračovaly stanovené limitní hodnoty více než dvakrát. Odezva konstrukce na rezonanci se 7. vlastní frekvencí byla také nepřijatelná, ale hodnoty zrychlení nepřekračovaly limity takovým zásadním způsobem jako u 9. vlastní frekvence. Toto chování konstrukce přisuzují průběhu 9. vlastního tvaru. U 9. vlastního tvaru totiž všechny pole až na první kmitají ve stejnou dobu stejným směrem. U ostatních vlastních tvarů dochází k prostřídání směrů kmitání mezi jednotlivými poli. Zatížení aplikované na konstrukci při posuzování 9. vlastního tvaru tak působí prakticky po celé konstrukci jedním směrem.

Provedený dynamický výpočet také ukazuje náchylnost konstrukce na zvýšené kmitání vybuze chodci ve vodorovném příčném směru. Jedná se o 1. vlastní tvar. Dynamický výpočet prokázal, že konstrukci na posuzovaná kritéria lze považovat za vyhovující. To ovšem platí za splnění předpokladu uvažovaného nebo většího útlumu. Posuzované hodnoty se velmi blížily těm limitním.

Všechny tři metodiky použité v této práci podobnými výsledky dospěly ke stejnému závěru. Konstrukce je nevyhovující a je potřeba navrhnout patřičná opatření.

4.2 FIB

Tato metodika pracuje jak s jednotlivými silami, tak i s plošným zatížením. To, že metodika pracuje i se silami, považují bezpochyby za výhodu, protože například v situaci, kdybychom dynamickou analýzu prováděli na zjednodušeném modelu s N stupni

volnosti, nedovedu si dost dobře představit, jak bych měl na tuto soustavu uvažovat spojitě zatížení reprezentující proud chodců.

Na druhou stranu tento postup prověřuje jen nejbližší vlastní frekvence ke stanoveným kritickým frekvencím. Počet analyzovaných zatěžovacích stavů se tak redukuje, ale nemyslím si, že to je správná cesta. Konstrukce by se měla prověřit v širším spektru. Další možnou nevýhodou je absence jednoznačných limitních hodnot. Článek argumentuje subjektivitou vnímání vibrací. Toto tvrzení se nedá rozporovat, přesto si myslím, že by limitní hodnoty měly být článkem stanoveny, nebo alespoň doporučeny.

4.3 JRC

Tato metodika mi připadá nejvhodnější pro použití, ačkoliv má z mého pohledu také určité nedostatky. Nespornou výhodou je možnost individuálního přístupu k návrhu lávky. Mám tím na mysli možnost stanovit si, jak přísná kritéria chceme splnit. Je to jistým způsobem reflektování důležitosti lávky jako dopravní cesty.

Určité pochybnosti mám v případě použití plošného zatížení pro třídy provozu TC 1 a TC 2. Jde mi o to, zdali spojitě rozložené zatížení přijatelně simuluje nižší hustoty provozu na lávce. Protože například pro hustotu 0,2 os/m² na zhruba 250 m dlouhé a 4 m široké lávce jako je Trojská lávka, dostáváme celkový počet chodců na lávce na 200. Toto číslo mi přijde dost vysoké na to, že se po konstrukci reálně pohybuje 5 až 10 skupin po 3 až 5 chodcích. Jedná se o čistě můj subjektivní dojem. Samozřejmě jsem si vědom, že nejde o to, aby zatížení odpovídalo realitě, ale aby se účinky na konstrukci blížily skutečnosti.

4.4 SÉTRA

Tato metodika je velmi podobná postupu návrhu JRC. Do výběru jsem ji zařadil, protože mě zajímal rozdíl výsledků, pokud budeme na lávce uvažovat hmotnost chodců.

Vzhledem k podobnosti s JRC platí pro tuto metodiku stejné závěry.

4.5 Shrnutí

Výše uvedené názory jsem získal po použití metodik na jednu vybranou konstrukci, to rozhodně nestačí k vyvození všeobecně platných závěrů. Metodika by měla být

univerzální, relativně jednoduchá a měla by postihnout, pokud možno co nejvíce odlišných případů bez toho, aniž by musely být nějak zásadně modifikovány její metody. Z mého pohledu by bylo nejlepší při návrhu použít metodiku JRC doplněnou o posouzení na modely zatížení DLM 1 a DLM 2, při uvážení všech vlastních frekvencí nacházejících se v kritických intervalech.

5 Návrh opatření

Pro splnění podmínek 2. mezního stavu a zajištění provozuschopnosti konstrukce lze provést tato opatření:

- 1) Přeladění konstrukce
- 2) Zvýšení útlumu konstrukce
- 3) Instalace pohlcovačů kmitání

Určité úpravy lze provést pouze ve fázi návrhu konstrukce, jedná se zejména o úpravu vlastních frekvencí změnou tuhosti konstrukce [18]. Ostatní modifikace je možné provést i na stávajících nevyhovujících konstrukcích.

5.1 Přeladění konstrukce

Konstrukci lze přeladit pomocí změny její hmotnosti nebo úpravy její tuhosti. Vlastní frekvence konstrukce jsou úměrné druhé odmocnině z poměru tuhosti a hmotnosti, viz vztah (35).

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (35)$$

5.1.1 Modifikace hmotnosti

Tento zásah do konstrukce má za účel zlepšit dynamickou odezvu konstrukce na působící zatížení. Modifikace spočívá ve zvýšení vlastní tíhy konstrukce. Jedním možným způsobem, jak toho docílit, je například použití betonové desky mostovky [18]. Nebo lze na konstrukci umístit balast, který nemá jinou funkci než působit jako „mrtvá váha“. Tato opatření v podobě umístění dodatečné hmoty, která nemá statickou funkci, ovšem lze provést jen v případě, kdy nosné prvky konstrukce mají dostatečnou rezervu a nedošlo by k vyčerpání jejich únosnosti.

Tuto možnost zajištění splnění podmínek mezního stavu použitelnosti považují za příhodnou v případech, kdy konstrukce nevyhovuje o malé procento.

5.1.2 Modifikace tuhosti

Toto opatření může být provedeno pouze ve fázi návrhu lávky, jelikož může vyžadovat zásadní konstrukční úpravy. Motivací této úpravy je úplné vyvarování se kritickým intervalům. Cíl je posunout vlastní frekvence nad nebezpečné intervaly a zabránit tak možnosti vzniku rezonance konstrukce vyvolané zatížením chodci.

K docílení zvýšení vlastních frekvencí je nutné poměrně hodně zvýšit tuhost konstrukce. Této změny můžeme dosáhnout zesílením průřezů, zvětšením/zvýšením průřezů anebo změnou konstrukčního řešení.

Toto opatření je ekonomicky náročné, protože konstrukce není nadále dimenzována na 1. mezní stav, ale rozhodující je 2. mezní stav. Na konstrukci je použito mnohem více materiálu, než je nutné z pohledu únosnosti. Toto řešení dává smysl asi jen v případě, kdy je z nějakého důvodu obava použít pohlcovače kmitání.

5.2 Zvýšení útlumu

Další možností, jak zabránit nadměrnému kmitání, jež je vyvoláno peším provozem, je zvýšit útlum. Podle publikací [3] a [4] použití zábradlí z drátěného pletiva může výrazně zvýšit útlum konstrukce, protože dojde ke tření mezi dráty. Publikace JRC [3] však dále uvádí, že efekt většího tlumení se může projevit až pro větší amplitudy kmitání. Podle této publikace je další možností použití elastomerových ložisek. Pro ocelové konstrukce stojí za zvážení použití šroubovaných spojů vzhledem k jejich příznivému účinku na útlum [3].

5.3 Instalace pohlcovačů kmitání

Opatřením se znatelnými a zaručenými výsledky je instalace pohlcovačů kmitání. Pohlcovače jsou zařízení, které mají za úkol pohlcovat kmitání konstrukce a disipovat energii. Existují aktivní a pasivní systémy pohlcování kmitání. Pro každý systém existuje několik typů pohlcovačů. Pro stavební konstrukce se s výhodou využívají pasivní pohlcovače kmitání. Využívají se pro svoji spolehlivost, nenáročnost na údržbu a cenu [18]. Nespornou výhodou pohlcovačů je možnost jejich přeladění v průběhu životnosti konstrukce a reakce na změnu vlastních frekvencí konstrukce.

5.4 Návrh pohlcovače kmitání

V rámci návrhu opatření pro Trojskou lávku jsem přistoupil k použití pasivního pohlcovače kmitání TMD – tuned mass damper. Tlumič byl navržen na 9. vlastní frekvenci podle postupu uváděného v metodice [3].

Postup návrhu:

1) Volba hmotnosti pohlcovače

Hmotnost pohlcovače m_d se dopočte z rovnice (36) na základě volby poměru μ a znalosti efektivní modální hmoty m_s pro příslušný vlastní tvar. Poměr μ se volí mezi 0,01 a 0,05.

$$\mu = \frac{m_d}{m_s} [-] \quad (36)$$

Kde: m_d hmotnost pohlcovače

m_s efektivní modální hmotnost konstrukce příslušná vlastnímu tvaru

μ poměr mezi hmotnostmi

Hodnotu μ jsem zvolil rovnu 0,02. Hodnotu efektivní modální hmotnosti ve svislém směru jsem použil z výpočetního programu, $m_s = 97,066$ t. Hmotnost pohlcovače m_d jsem dopočetl z upravené rovnice (36), po zaokrouhlení je rovna $m_d = 2,0$ t. Po zpětném dosazení m_d a m_s je hodnota μ po zaokrouhlení rovna 0,021.

2) Optimální poměr frekvencí

Frekvence tlumiče se ladí tak, aby byla blízká problémové vlastní frekvenci a zároveň menší.

$$\delta_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} [-] \quad (37)$$

$$\delta_{opt} = \frac{f_d}{f_s} [-] \quad (38)$$

Kde: δ_{opt} poměr frekvencí tlumiče a konstrukce

μ poměr hmotností tlumiče a konstrukce

f_d frekvence tlumiče

f_s vlastní frekvence konstrukce

Po kombinaci a dosazení do rovnic (37) a (38) je frekvence tlumiče rovna $f_d = 1,961$ Hz.

3) Optimální poměr tlumení

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad [-] \quad (39)$$

Kde: ξ_{opt} optimální poměr tlumení

μ poměr hmotnosti tlumiče a efektivní modální hmotnosti konstrukce

Po dosazení μ do rovnice (39) vychází $\xi_{opt} = 0,086$.

4) Konstanty tlumiče

Konstantu tuhosti k_d a konstantu tlumení c_d lze dopočítat z rovnice (40), respektive (41).

$$k_d = (2\pi f_d)^2 m_d \quad [\text{kN/m}] \quad (40)$$

$$c_d = 2m_d(2\pi f_d)\xi_{opt} \quad [\text{t/s}] \quad (41)$$

Konstanty jsou rovny $k_d = 303,630 \text{ kN/m}$ a $c_d = 4,239 \text{ t/s}$.

5.4.1 RFEM

Tlumič jsem na konstrukci umístil do nejefektivnější polohy, ta odpovídá největší pořadnici vlastního tvaru [19]. Pro 9. vlastní tvar se největší pořadnice nachází uprostřed druhého pole.

Tlumič jsem ve výpočetním programu modeloval pomocí náhradního prutu a hmoty umístěné na jeho konci. Náhradní prut má za úkol simulovat pružinu. Prut má takový průřez a délku, aby se jeho osová tuhost rovnala vypočtené konstantě k_d . Prutu je přiřazen materiál s nulovou objemovou hmotností. Program RFEM 6 bohužel neumí zadávat útlum jednotlivým prvkům, proto konstanta c_d v modelu není zohledněna. Lze ale očekávat, že odezva konstrukce při použití reálného tlumiče a jeho útlumu bude příznivější než výsledky získané z modelu.

Aplikace tlumiče způsobila rozdělení původní 9. vlastní frekvence na dvě. Při posuzování konstrukce s tlumičem byla ověřena odezva konstrukce už jen na tyto vlastní frekvence: $f_5 = 1,427 \text{ Hz}$, $f_7 = 1,749 \text{ Hz}$, $f_9 = 1,889 \text{ Hz}$ a $f_{11} = 2,253 \text{ Hz}$. Všechny čtyři frekvence přísluší svislému kmitání.

Zatížení

Zatížení jsem uvažoval z podkapitoly 3.4.2 pro třídy provozu TC 2 a TC 3. Frekvence f_0 a f_{11} jsem doplnil o model DLM 2. Amplitudy plošného zatížení jsou uvedeny v tabulce 5.1. Síly vystupující v modelu DLM 2 mají amplitudu 0,54 kN. Pro 9. vlastní tvar je síla společně s dodatečnou hmotou umístěna uprostřed 5. pole a pro 11. tvar uprostřed 2. pole.

třída provozu	pořadí	f_n [Hz]	ψ	P [kN]	d [os/m ²]	n' [m ⁻²]	amplituda $p(t)$ [N/m ²]
TC 2	5	1,427	0,44	280	0,2	0,010	1,18
	7	1,749	1,00	280	0,2	0,010	2,69
	9	1,889	1,00	280	0,2	0,010	2,69
	11	2,253	0,24	280	0,2	0,010	0,65
TC 3	5	1,427	0,44	280	0,5	0,015	1,87
	7	1,749	1,00	280	0,5	0,015	4,25
	9	1,889	1,00	280	0,5	0,015	4,25
	11	2,253	0,24	280	0,5	0,015	1,02

Tabulka 5.1: Amplitudy plošného zatížení pro TC 2 a TC 3

Výsledky

Výsledky pro výše zmíněné zatěžovací stavy jsou uvedeny v následující tabulce 5.2.

	TC 2	CL 1	TC 3	CL 2	DLM 2		TC 2	TC 3	DLM 2
f_n [Hz]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	a_{max} [m/s ²]	a_{lim} [m/s ²]	posouzení		
1,427	0,31	0,50	0,50	1,00	-	-	vyhovuje	vyhovuje	-
1,749	0,44	0,50	0,70	1,00	-	-	vyhovuje	vyhovuje	-
1,889	0,43	0,50	0,68	1,00	0,29	0,70	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje
2,253	0,07	0,50	0,11	1,00	0,22	0,70	vyhovuje	vyhovuje	vyhovuje

Tabulka 5.2: Shrnutí výsledků při použití pohlcovače kmitání

Uvedeny jsou maximální hodnoty zrychlení mostovky.

Navržené opatření v podobě instalace pohlcovače kmitání zmenšilo kmitání konstrukce od zatížení chodci. Konstrukce splňuje požadované maximální hodnoty zrychlení a vyhovuje tak na mezní stav použitelnosti.

Závěr

V první části práce jsem se věnoval vybraným dynamickým modelům chodců, které se používají pro ověření dynamické odezvy konstrukce. Představil jsem články, ve kterých jsou modely zatížení prezentovány a krátce jsem shrnul metodiky při návrhu konstrukce a použití těchto modelů.

V druhé části práce jsem představil a popsal konstrukci Trojské lávky, na které bylo provedeno srovnání zmíněných modelů zatížení chodci. V této části práce jsem se také věnoval problematice výpočetního modelu v použitém softwaru. Snaha byla vystihnout výpočetním modelem co nejlépe reálné chování konstrukce.

Dále je v práci popsána provedená dynamická analýza. Je popsán výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů lávky. Část práce se zabývá volbou útlumu a jeho vlivu na výsledky. V práci je uvedeno použití jednotlivých metodik a modelů zatížení na konkrétní případ Trojské lávky. Jsou uvedeny výsledky a posouzení konstrukce na 2. mezní stav. Výsledky ukázaly, že konstrukce je nevyhovující a je nutné navrhnout opatření.

V další kapitole jsou mezi sebou jednotlivé metodiky a jejich modely zatížení porovnány. Jsou shrnuty přednosti a zápory jednotlivých metod.

Závěr práce se zabývá opatřeními, které lze provést, aby konstrukce vyhověla. Pro případ Trojské lávky bylo přistoupeno k návrhu pohlcovače kmitání. Po aplikaci pohlcovače a ověření odezvy konstrukce bylo dosaženo výsledků, které splňují předepsaná kritéria. Navržené opatření bylo tedy účinné a konstrukce vyhověla.

Při skutečném návrhu Trojské lávky prvotní návrh konstrukce nevyhovoval na mezní stav použitelnosti s ohledem na maximální přípustné hodnoty zrychlení. Jako opatření byly navrženy dva pohlcovače kmitání, které zajistily provozuschopnost lávky.

Seznam použité literatury

- [1] ČSN EN 1991-2 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 2: Zatížení mostů dopravou, Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2018.
- [2] GRANDIĆ, Ivana Štimac, *Serviceability Verification of Pedestrian Bridges under Pedestrian Loading*, 2015.
- [3] *Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations*, JRC, 2009.
- [4] *Guidelines for the design of footbridges*, CEB, fib Bulletin 32, 2005.
- [5] BACHMANN, Hugo, AMMANN, Walter, *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines*, Curych: IABSE-AIPC-IVBH, 1987.
- [6] EN 1991-2, *Eurocode 1 - Actions on structures, Part 2: Traffic loads on bridges*, European Committee for Standardization CEN, 2003.
- [7] FELDMANN, Markus, BUTZ, Christiane, HEINEMEYER, Christoph, *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges*, European Commission, Directorate-General for Research and Innovation, 2008.
- [8] *Design of Footbridges Guideline, Human induced Vibrations of Steel Structures*, 2008.
- [9] *Technical guide Footbridges Assesment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*, Sétra, 2006.
- [10] HARAZIM, Petr, *Přehledné výkresy ocelové konstrukce*, NOVÁK & PARTNER, s.r.o., 2020.
- [11] KÁBRT, Libor, VRÁBLÍK, Lukáš, ELICHOVÁ, Gabriela, ELICH, Martin, *Stavba č. 44115 Obnova Trojské lávky, Technická zpráva*, NOVÁK & PARTNER, s.r.o., 2019.
- [12] POLÁK, Michal, *Zpráva o zkoušce: Dynamická zkouška SO201 lávky v rámci akce - stavba č. 44115 obnova Trojské lávky*, České Vysoké Učení Technické v Praze Fakulta stavební - Zkušební laboratoř, 2020.
- [13] HARAZIM, Petr, *Stavba č. 44115 Obnova Trojské lávky, Dynamický výpočet*, NOVÁK&PARTNER, 2020.

- [14] BITTNAR, Zdeněk, ŘEŘIČHA, Petr, *Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí*, Praha: SNTL, 1981.
- [15] ISO 2631-1 1997, *Mechanical vibration and shock: evaluation of human exposure to whole-body vibration - part 1: general requirements*, Geneva: International Organization for Standardization.
- [16] *British Standard "Steel, Concrete and Composite Bridges: Specifications for Loads" BS 5400, Part 2*, British Standards Institution, 1978.
- [17] *ONT83 "Ontario Highway Bridge Design Code"*, Toronto: Highway Engineering Division, Ministry of Transportation and Communication, 1983.
- [18] HEINEMEYER, Christoph, FELDMANN, Markus, *European Design Guide for Footbridge Vibration*, 2008.
- [19] MÁČA, Jiří, *Dynamic response of footbridges with tuned mass dampers*, Materials Science and Engineering, vol 23, 2017.
- [20] KÁBRT, Libor, *Stavba č. 44115 Obnova Trojské lávky, Vzorový příčný řez nad podpěrou a v poli*, 2019.

Seznam obrázků

Obrázek 1.1: Reakce sil působících na zem od chůze: a) příčná složka síly, b) podélná složka síly [4].....	11
Obrázek 1.2: Svislé zatížení pro různé frekvence chůze [4].....	11
Obrázek 1.3: Funkce závislosti zatížení na čase pro překryv obou nohou [4]	12
Obrázek 1.4: Graf funkce $F_v(t)$ pro $f_s = 2$ Hz.....	13
Obrázek 1.5: Model zatížení DLM 1 [4]	15
Obrázek 1.6: Model zatížení DLM 2 [4]	15
Obrázek 1.7: Součinitele synchronizace k_v a k_h v závislosti na vlastní frekvenci [4]	16
Obrázek 1.8: Model zatížení DLM 3 [4]	16
Obrázek 1.9: Schéma umístění zatížení na konstrukci v závislosti na vlastním tvaru ...	17
Obrázek 1.10: Schéma zatěžování konstrukce v závislosti na vlastním tvaru.....	20
Obrázek 1.11: Součinitel ψ pro svislé a vodorovné podélné kmitání vlevo, pro vodorovné příčné kmitání vpravo [9]	23
Obrázek 1.12: Součinitel pro druhou harmonickou složku, vlevo pro svislé a vodorovné podélné kmitání, vpravo pro vodorovné příčné kmitání [9]	24
Obrázek 2.1: Pohled na Trojskou lávku z pravého břehu po proudu řeky	25
Obrázek 2.2: Vzorový příčný řez nad podpěrou [20].....	27
Obrázek 2.3: Model nosné konstrukce ve výpočetním programu RFEM 6	28
Obrázek 2.4: Detail nosné konstrukce ve výpočetním programu RFEM 6	28
Obrázek 3.1: Soustava s 6 stupni volnosti, odhad 1. vlastního tvaru a orientace sil.....	32
Obrázek 3.2: Vliv útlumu na hodnoty zrychlení.....	35

Seznam tabulek

Tabulka 1.1: Hodnoty poměrů složek pro svislé zatížení podle Bachmanna [5].....	13
Tabulka 1.2: Doporučené hodnoty poměrů složek pro vodorovné příčné zatížení [4] ...	14
Tabulka 1.3: Třídy provozu [3].....	18
Tabulka 1.4: Třídy pohody [3].....	19
Tabulka 1.5: Hodnoty veličin a součinitelů pro harmonické spojitě zatížení [3]	20
Tabulka 1.6: Intervaly zrychlení v m/s^2 pro svislé kmitání [9]	21
Tabulka 1.7: Intervaly zrychlení v m/s^2 pro vodorovné kmitání [9].....	21
Tabulka 1.8: Rozsahy frekvencí v Hz pro svislé a vodorovné podélné kmitání nahoře, pro vodorovné příčné kmitání dole [9].....	22
Tabulka 1.9: Výběr případů dynamického zatížení	22
Tabulka 1.10: Předpisy dynamického zatížení pro případ 1 [9]	23
Tabulka 1.11: Předpisy dynamického zatížení pro případ 2 [9]	24
Tabulka 2.1: Porovnání prvních dvanácti vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a z výpočetního modelu	29
Tabulka 2.2: Porovnání svislých vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a jednoduchého výpočetního modelu.....	29
Tabulka 2.3: Porovnání vlastních frekvencí z dynamické zkoušky a z upraveného výpočetního modelu	30
Tabulka 3.1: Výpočet první vlastní frekvence energetickou metodou.....	32
Tabulka 3.2: Prvních dvacet vlastních frekvencí a vlastních tvarů.....	34
Tabulka 3.3: Změřené hodnoty poměrných útlumů.....	36
Tabulka 3.4: Porovnání výsledků při použití tří způsobů zavedení útlumu	38
Tabulka 3.5: Shrnutí výsledků – fib.....	40
Tabulka 3.6: Výpočet hodnot zatížení – JRC	41
Tabulka 3.7: Shrnutí výsledků – JRC.....	42
Tabulka 3.8: Vlastní frekvence zatížené lávky	43
Tabulka 3.9: Shrnutí výsledků – SÉTRA	44
Tabulka 5.1: Amplitudy plošného zatížení pro TC 2 a TC 3.....	52
Tabulka 5.2: Shrnutí výsledků při použití pohlcovače kmitání	52