

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ**

**FAKULTA STAVEBNÍ**

**KATEDRA BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ**



## **PŘÍLOHA 2.5**

**VELIKOST TRHLIN VE SMĚRU X**

## Výpočet šířky trhlin železobetonového prvku

### 1) Vstupní hodnoty výpočtu

#### Geometrie

$h =$	930 mm	$c =$	55 mm
$b =$	200 mm	$\emptyset_{tf} =$	0 mm
$A_c =$	186000 mm <sup>2</sup>		
$a_c =$	465 mm		

#### Materiálové charakteristiky

Beton:	C 35/45	Ocel:	B500B
$f_{ck} =$	35 MPa	$f_{yk} =$	500 MPa
$f_{cd} =$	23,3 MPa	$f_{yd} =$	434,8 MPa
$f_{ctm} =$	3,2 MPa	$E_s =$	200 GPa
$f_{ctk0,05} =$	2,2 MPa	$\alpha_e =$	5,88
$\epsilon_c =$	0,23%		
$\epsilon_{cu} =$	0,35%	Frakce kameniva:	
$E_{cm} =$	34 GPa	$D_{max} =$	22 mm

#### Výztuž

Typ: Výztuž soudržná  
 Typ: Výztuž s žebírkovým povrchem

i	n	$\emptyset$	$A_s$	d	$d'$	$s_a$
		mm	mm <sup>2</sup>	mm	mm	mm
1	5	25	2454,4	862,5	862,5	16,3
2	3	20	942,5	65,0	65,0	35,0

#### Zatížení

Doba trvání: Dlouhodobé  
 Typ namáhání: Ohyb  
 $N_{kd} =$  0 kN  
 $M_{kd} =$  142 kNm

Pozn.:

$N_{kd}$  je působící normálová síla vztažená k těžisti betonového průřezu.

$M_{kd}$  je působící ohybový moment vztažený k těžisti betonového průřezu.

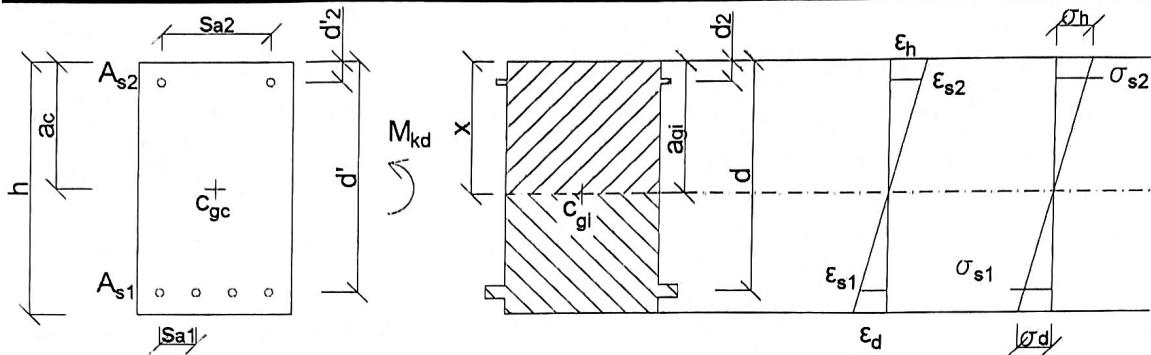
Klasická znaménková konvekce:

Kladná osová síla značí tah.

Kladný moment vyvozuje ve spodních vláknech tahy.

## Výpočet šířky trhlin železobetonového prvku

### 2) Analýza vzniku trhlin



Poměr modulu pružnosti betonu a modulu pružnosti výztuže:

$$\alpha_e = E_s/E_{cm}$$

$$\alpha_e = 5,88$$

Plocha ideálního průřezu:

$$A_i = A_c + (\alpha_e)(A_{s1} + A_{s2})$$

$$A_i = 0,206 \text{ m}^2$$

Vzdálenost těžistě ideálního průřezu od horního okraje:

$$a_{gi} = [A_c a_c + (\alpha_e)(A_{s1}d + A_{s2}d_2)]/A_i$$

$$a_{gi} = 0,482 \text{ m}$$

Vzdálenost těžistě betonové části průřezu od horních vláken:

$$a_c = h/2$$

$$a_c = 0,465 \text{ m}$$

Moment setrvačnosti betonové části průřezu k jeho těžišti:

$$I_c = \frac{1}{12} b h^3$$

$$I_c = 0,013406 \text{ m}^4$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu k jeho těžišti:

$$I_l = I_c + A_c(a_{gi} - a_c)^2 + (\alpha_e)[A_{s1}(d - a_{gi})^2 + A_{s2}(a_{gi} - d_2)^2]$$

$$I_l = 0,016514 \text{ m}^4$$

## Výpočet šírky trhlin železobetonového prvku

---

Pevnost betonu v tahu

$$f_{ctm} = 3,2 \text{ MPa}$$

Napětí působící v dolních vláknech:

$$\sigma_d = \frac{M_{kdi}(h - a_{gi})}{I_i}$$

$$\sigma_d = 3,851 \text{ MPa}$$

Napětí působící v horních vláknech:

$$\sigma_h = \frac{M_{kdi} a_{gi}}{I_i}$$

$$\sigma_h = -4,145 \text{ MPa}$$

Napětí v jedných krajních vláknech překročilo pevnost betonu v tahu zatímco opačná krajní vlákna jsou tlačena.

**Trhliny od daného zatížení vzniknou.**

Pro výpočet napjatosti je zvolen model **Průřez s trhlinou a tlačenou částí.**

### 3) Výpočet napjatosti průřezu

---

Výška tlačené oblasti:

$$x = \frac{\alpha_e}{b} (A_{s1} + A_{s2}) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b}{\alpha_e} \frac{A_{s1}d + A_{s2}d_2}{(A_{s1} + A_{s2})^2}} \right]$$

$$x = 271,7 \text{ mm}$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu k jeho těžišti:

$$I_i = \frac{1}{3} b x^3 + (\alpha_e) [A_{s1}(x - d)^2 + A_{s2}(x - d_2)^2]$$

$$I_i = 6\,613\,329 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

Napětí v betonu v krajních tlačených vláknech:

$$\sigma_c = -(|M_{kd}| / I_i)x$$

$$\sigma_c = -5,834 \text{ MPa}$$

Napětí ve výztuži:

$$\sigma_{s1} = \alpha_e \frac{|M_{kd}|}{I_i} (d - x)$$

$$\sigma_{s1} = 74,618 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s2} = \alpha_e \frac{|M_{kd}|}{I_i} (d_2 - x)$$

$$\sigma_{s2} = -26,110 \text{ MPa}$$

---

## Výpočet šířky trhlin železobetonového prvku

---

### 4) Výpočet rozdílu poměrných přetvoření betonu a výztuže

---

Tažená výztuž:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= 74,618 \text{ MPa} \\ A_s &= 2454,4 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

Modul pružnosti výztuže a pracovní součinitel (poměr modulu pružnosti betonu a výztuže):

$$\begin{aligned}E_s &= 200 \text{ GPa} \\ \alpha_e &= 5,88\end{aligned}$$

Průměrná hodnota pevnosti betonu v tahu v okamžiku vzniku trhlin:

$$f_{ct,eff} = 3,2 \text{ MPa}$$

Výška tlačené oblasti:

$$x = 271,7 \text{ mm}$$

Výška efektivní tažené oblasti betonu:

$$\begin{aligned}h_{c,eff} &= \min\{2,5(h - d); (h - x)/3\} \\ h_{c,eff} &= 168,75 \text{ mm}\end{aligned}$$

Plocha efektivní tažené oblasti betonu:

$$\begin{aligned}A_{c,eff} &= b h_{c,eff} \\ A_{c,eff} &= 33750 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

Účinný stupeň vyztužení efektivní tažené oblasti betonu:

$$\begin{aligned}\rho_{p,eff} &= A_s/A_{c,eff} \\ \rho_{p,eff} &= 0,072722\end{aligned}$$

Součinitel vyjadřující vliv doby trvání zatížení:

$$k_t = 0,4 \text{ (Dlouhodobé)}$$

Rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{1}{E_s} \left[ \sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff}) \right]$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000247$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0,6 \sigma_s / E_s$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0,000224$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000247$$

## Výpočet šířky trhlin železobetonového prvku

---

### 5) Výpočet maximální vzdálenosti trhlin

---

Soudržnost výztuže:

Výztuž soudržná

Průměr tažené výztuže:

$$\emptyset = 25 \text{ mm}$$

Krytí podélné výztuže:

$$c' = 55 \text{ mm}$$

Vzdálenost prutů tažené výztuže:

$$s_a = 16,3 \text{ mm} < 337,5 \text{ mm} = 5(c' + \emptyset/2)$$

Vzdálenost prutů je malá

Součinitel vlivu soudržnosti výztuže:

Výztuž s žebírkovým povrchem

$$k_1 = 0,8$$

Součinitel vlivu rozdělení poměrného přetvoření po výšce průřezu (typ namáhání):

Ohyb

$$k_2 = 0,5$$

Součinitele dle ČSN EN 1992-1-1:

$$k_3 = \min \left\{ 3,4 \left( \frac{25}{c'} \right)^{\frac{2}{3}}, 3,4 \right\}$$

$$k_3 = 2,01$$

$$k_4 = 0,425$$

Maximální vzdálenost trhlin dle vztahu A:

$$s_{r,max,A} = k_3 c' + k_1 k_2 k_4 \frac{\emptyset}{\rho_{p,eff}}$$

$$s_{r,max,A} = 169,0 \text{ mm}$$

Maximální vzdálenost trhlin dle vztahu B:

$$s_{r,max,B} = 1,3(h - x)$$

$$s_{r,max,B} = 855,8 \text{ mm}$$

## Výpočet šířky trhlin železobetonového prvku

---

Hodnotu ze vztahu A lze použít v případě, že jsou splněny podmínky:

Výzvuž v tažené oblasti je s betonem soudržná

VYHOVUJE

$$s_a \leq 5(c' + \emptyset/2)$$

VYHOVUJE

nebo

Hodnota dle vztahu A je větší než hodnota dle vztahu B

NEVYHOVUJE

### Maximální vzdálenost trhlin:

Pro maximální vzdálenost trhlin je použita hodnota určená vztahem A.

$$s_{r,max} = 169,0 \text{ mm}$$

---

### 6) Šířka trhlin

---

#### Charakteristická šířka trhlin:

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

$$w_k = 0,042 \text{ mm}$$