

Ústav letadlové techniky

Mechanika letu multikoptéry

Flight mechanics of multicopter

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2024

Matěj VOLDÁN

Studijní program:Dopravní a transportní technikaStudijní obor:Motorová vozidla

Vedoucí práce: Ing. Jan Klesa, Ph.D.



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení:	Voldán	Jméno: Matěj	Osobní číslo: 483945
Fakulta/ústav:	Fakulta strojní		
Zadávající kated	dra/ústav: Ústav I	etadlové techniky	
Studijní progran	n: Dopravní a tran a	sportní technika	
Specializace:	Motorová vozid	la	
ÚDAJE K DIPL	.OMOVÉ PRÁC	I	
Název diplomové p	oráce:		
Mechanika letu r	nultikoptéry		
Název diplomové p	práce anglicky:		
Flight mechanics	s of multicopter		
⊃okyny pro vyprac	ování:		
4) Simulace multiko5) Simulace dopřed6) Závěr	ptéry ve visu ného letu multikoptéry	У	
Seznam doporuče	né literatury:		
Dle pokynů vedouci	ího práce		
Jméno a pracovišt	ě vedoucí(ho) diplo	mové práce:	
Ing. Jan Klesa, P	h.D. ústav letad	llové techniky FS	
Jméno a pracovište	ě druhé(ho) vedouc	í(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové	e práce:
Datum zadání dip	lomové práce: 26.	04.2024 Termín odevzdání o	diplomové práce: 24.05.2024
Platnost zadání di	plomové práce:		
Ing. Jan Klesa	, Ph.D.	Ing. Milan Dvořák, Ph.D.	doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
	o) práce	podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	podpis dekana(ky)

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzul Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Matěj Voldán

Poděkování

Především bych chtěl poděkovat svému vedoucímu práce Ing. Janu Klesovi, Ph.D., za rady a připomínky, jež mi v průběhu psaní diplomové práce byly poskytnuty. Poděkování patří také rodině za podporu v průběhu mého studia, a především přítelkyni za její trpělivost v rámci několika posledních týdnů psaní této diplomové práce.

Anotační list

Jméno autora / Author:	Matěj Voldán		
Název práce / Thesis name:	Mechanika letu multikoptéry /		
	Flight mechanics of multicopter		
Rok / Year:	2024		
Studijní program / Study Programme:	Dopravní a transportní technika /		
	Transportation and handling techno	ology	
Obor studia / Field of study:	Motorová vozidla / Motor vehicles		
Ústav / Department:	Ústav letadlové techniky /		
	Department of Aerospace Engineer	ing	
Vedoucí práce / Thesis head:	Ing. Jan Klesa, Ph.D.		
Bibliografické údaje /	počet stran / no. of pages:	110	
Bibliographic data:	počet obrázků / no. of pictures:	31	
	počet grafů / no. of graphs:	44	
	počet tabulek / no. of tables:	22	
	počet příloh / no. of attachments:	4	
Klíčová slova:	multikoptéra, kvadrokoptéra, potřebný výkon, vis, dopředný let	mechanika letu,	
Keywords:	multicopter, quadcopter, flight mo power, hover, forward flight	echanics, required	

Anotace

Diplomová práce se zabývá mechanikou letu kvadrokoptéry. Po analýze rotoru a principu visu je stanoven potřebný výkon ve visu pro tři typy vrtulí. Dále je numericky řešena závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu s ohledem na hmotnost a letovou hladinu. Výsledkem práce je sestavení programu pro výpočet výkonů.

Abstract

This master's thesis deals with the flight mechanics of quadcopter. After rotor analysis and the principles of hover, the required power in the hover is determined for three types of propellers. Then the dependence of the required power on the forward flight speed is numerically solved with respect to the mass and flight level. The result of the work is the development of program for the calculation of performance.

Obsah

Seznam obrázků			L	
Seznam tabulek			3	
Sez	znam	grafi	۵ ۱	1
Sez	znam	použ	itých programů	5
Sez	znam	použ	itých zkratek	5
Sez	znam	použ	itého značení	7
1	Úvo	od)
2	Uve	edeni	í do problematiky bezpilotních prostředků12	L
	2.1	Defi	nice bezpilotních prostředků11	L
	2.2	Hist	orie a vývoj bezpilotních letadel12	2
	2.2	.1	První bezpilotní prostředek13	3
	2.2	.2	Přelom 19. a 20. století13	3
	2.2	.3	Období první světové války14	1
	2.2	.4	Meziválečné období15	5
	2.2	.5	Období druhé světové války17	7
	2.2	.6	Válka ve Vietnamu18	3
	2.2	.7	Válka v Perském zálivu20)
	2.2	.8	Konec 20. století	L
	2.2	.9	21. století	L
	2.2	.10	Civilní sektor	2
	2.3	Roz	dělení bezpilotních letadel podle typu konstrukce22	2
	2.3	.1	Bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou22	2
	2.3	.2	Bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou24	1
	2.3	.3	Hybridní bezpilotní letadla32	2
3	Me	zinár	odní standardní atmosféra37	7
	3.1	Před	dpoklady mezinárodní standardní atmosféry37	7
	3.2	Defi	nování fyzikálních veličin pro MSA39	Э
	3.3	Мо	del mezinárodní standardní atmosféry39	Э
	3.3	.1	Teplotní průběh	9
	3.3	.2	Tlakový průběh42	1

	3.3.3	3 Průběh hustoty	43
	3.4	Tabulka hodnot mezinárodní standardní atmosféry	45
4	Mec	hanika letu kvadrokoptéry	47
	4.1 /	Aerodynamika rotoru	49
	4.2 \	Visení kvadrokoptéry	50
	4.2.1	1 Teorie ideálního propulzoru	50
	4.2.2	2 Bezrozměrné veličiny	52
	4.2.3	3 Figure of Merit	54
	4.2.4	4 Odhad neideálních vlivů na základě měřeních rotoru	56
	4.2.5	5 Indukovaná ztráta na konci listů	56
	4.2.6	6 Potřebný výkon rotoru ve visu	58
	4.3 I	Modelový výpočet visení kvadrokoptéry	60
	4.3.1	1 Vstupní parametry zvolených vrtulí	60
	4.3.2	2 Výpočet plnosti rotoru	65
	4.3.3	3 Odhad neideálních vlivů na základě měřeních rotoru	66
	4.3.4	4 Stanovení potřebného výkonu ve visu	71
	4.3.5	5 Porovnání potřebných výkonů ve visu mezi druhy vrtulí	78
	4.4 [Dopředný let kvadrokoptéry	80
	4.4.1	1 Momentová analýza dopředného letu	80
	4.4.2	2 Potřebný výkon při dopředném letu	82
	4.5 I	Modelový výpočet dopředného letu kvadrokoptéry	85
	4.5.1	1 Metoda výpočtu dopředného letu kvadrokoptéry	85
	4.5.2	2 Závislost úhlu náběhu na rychlosti dopředného letu	88
	4.5.3	Potřebný výkon při dopředném letu pro APC Thin Electric 9x4,5	89
	4.5.4	Potřebný výkon při dopředném letu pro Graupner CAM Prop 9x4	90
	4.5.5	5 Potřebný výkon při dopředném letu pro Master Airscrew 9x4	91
	4.5.6	6 Porovnání potřebných výkonů při dopředném letu mezi druhy vrtulí	92
5	Závě	er	94
Se	znam p	ooužité literatury	95
Př	íloha 1	Geometrické vlastnosti vrtulí	98
Př	íloha 2	Statické vlastnosti vrtulí	103

Příloha 3	Potřebný výkon při dopředném letu	
-----------	-----------------------------------	--

Seznam obrázků

Obrázek 1 – Vyobrazení leteckého bombardování Benátek v roce 1849 [6]13
Obrázek 2 – Aerial Target od profesora Archibalda Montgomeryho Lowa [10]14
Obrázek 3 – Start rádiově řízeného letadla DH.82 Queen Bee, 6. června 1941 [12]16
Obrázek 4 – Radioplane OQ-3 [13]17
Obrázek 5 – U.S. Air Force AQM-34L (Ryan Model 147SC) "Tom Cat" [14]
Obrázek 6 – DQ-50C na palubě torpédoborce během nasazení ve Vietnamu v roce 1967 [16]20
Obrázek 7 – Rozdělení bezpilotních letadel podle typu konstrukce, a) s pevnou nosnou
plochou, b) s rotující nosnou plochou, c) hybridní [19]22
Obrázek 8 – Druhy konfigurací uspořádání nosných ploch pro bezpilotní letadla s pevnou
nosnou plochou [18]23
Obrázek 9 – Bezpilotní letadla s jedním rotorem, a) s vyrovnávacím rotorem na ocase, b)
koaxiální uložení rotorů [3]25
Obrázek 10 – Tdrone (koaxiální dron na bázi open source) [21]
Obrázek 11 – V-Coptr Falcon (bikoptéra) [23]27
Obrázek 12 - Konfigurační uspořádání trikoptér [24]28
Obrázek 13 - Konfigurační uspořádání kvadrokoptér [24]
Obrázek 14 - Různé konfigurační varianty rámů kvadrokoptér [25]
Obrázek 15 – Konfigurační uspořádání hexakoptér [24]30
Obrázek 16 – Konstrukční uspořádání hexakoptéry s označením "Y6" [26]
Obrázek 17 – Konfigurační uspořádání oktakoptér [24]32
Obrázek 18 – Konstrukční uspořádání oktakoptéry s označením "X8" [26]
Obrázek 19 – Vzlet a přistání hybridního bezpilotního letadla s přistávacím zařízením v ocasní
části [28]
Obrázek 20 – Konvertoplán s překlopnými rotory ("Tilt-rotor UA") [29]
Obrázek 21 – Konstrukční návrh hybridního bezpilotního letadla s duálním systém [30]36
Obrázek 22 – Schéma fází letu hybridního bezpilotního letadla s rotačním křídlem ("Rotary-
wing UA") [31]
Obrázek 23 – Element atmosférického sloupce [34]41
Obrázek 24 - Schéma mechaniky letu kvadrokoptéry tvaru "+" [35]48
Obrázek 25 – Rozložení rychlostí na rotorovém disku v závislosti na režimu letu [1]49
Obrázek 26 – Průchod vzduchu rotorovým diskem [36]51
Obrázek 27 – Rozložení vztlaku na lisu s koncovými ztrátami s porovnáním s ideálním případem
[1]57
Obrázek 28 – Vliv počtu listů rotoru a součinitele tahu na Prandtlův faktor [1]58
Obrázek 29 – Model proudění pro momentovou analýzu rotoru při dopředném letu podle
Glauerta [1]80
Obrázek 30 – Silová rovnováha pro dopředný let pro helikoptéru [1]82

Obrázek 31 – Rozložení sil kvadrokoptéry během dopředného letu	.85
--	-----

Seznam tabulek

Tabulka 1 – Přehled teplotních vrstev v termínech molekulární teploty [33]
Tabulka 2 – Hodnoty MSA do 20 km46
Tabulka 3 – Naměřené statické hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4 [37]62
Tabulka 4 – Naměřené statické hodnoty pro Master Airscrew 9x4 [37]63
Tabulka 5 – Geometrie zvolených vrtulí66
Tabulka 6 – Přehled součinitelů tahu a výkonu pro zvolené vrtule při otáčkách rotoru $n=$
5 000 <i>ot/min</i> 67
Tabulka 7 – Přehled výsledných koeficientů od neideálních vlivů
Tabulka 8 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – APC Thin
Electric 9x4,571
Tabulka 9 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – APC Thin
Electric 9x4,5
Tabulka 10 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – Graupner
CAM prop 9x474
Tabulka 11 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – Graupner
CAM prop 9x475
Tabulka 12 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – Master
Airscrew 9x476
Tabulka 13 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – Master
Airscrew 9x477
Tabulka 14 – Geometrické hodnoty pro APC Thin Electric 9x4.5 [37]
Tabulka 15 – Geometrické hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4 [37]99
Tabulka 16 – Geometrické hodnoty pro Master Airscrew 9x4 [37]101
Tabulka 17 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC
Thin Electric 9x4,5105
Tabulka 18 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce –
APC Thin Electric 9x4,5106
Tabulka 19 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti –
Graupner CAM Prop 9x4107
Tabulka 20 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce –
Graupner CAM Prop 9x4108
Tabulka 21 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Master
Airscrew 9x4109
Tabulka 22 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce –
Master Airscrew 9x4110

Seznam grafů

Graf 1 – Diference mezi geometrickou a geopotenciální výškou	38
Graf 2 – Průběh molekulární teploty vůči geopotenciální výšce	40
Graf 3 – Průběh teploty vůči geopotenciální výšce	41
Graf 4 – Průběh tlaku vůči geopotenciální výšce	43
Graf 5 – Průběh hustoty vůči geopotenciální výšce	44
Graf 6 – Průběh MSA s geopotenciální výškou do 20 km	46
Graf 7 – Porovnání vypočtených předpokladů pomocí momentové teorie a naměřené	ho
korekčního faktoru pro rotor ve visu [1]	54
Graf 8 – Porovnání průběhu hodnoty Figure of Merit ve visu na základě řady metod [1]	55
Graf 9 – Metoda na určení korekčního faktoru indukovaného výkonu a průměrné	ho
součinitele odporu profilu z naměřených hodnot součinitele tahu a výkonu [1]	56
Graf 10 – Naměřené statické hodnoty pro APC Thin Electric 9x4.5 [37]	61
Graf 11 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí	63
Graf 12 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí	64
Graf 13 – Závislost součinitele tahu na otáčkách	64
Graf 14 – Závislost součinitele výkonu na otáčkách	65
Graf 15 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – APC	68
Graf 16 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – Graupner	69
Graf 17 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – Master Airscrew	69
Graf 18 – Porovnání odhadů neideálních vlivů napříč výrobci	70
Graf 19 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – APC Thin Electric 9x4	1,5
	72
Graf 20 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – APC Thin Electric 9x4,5	73
Graf 21 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – Graupner CAM Prop 9	x4
	74
Graf 22 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – Graupner CAM Prop 9x4	75
Graf 23 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – Master Airscrew 9x4	76
Graf 24 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – Master Airscrew 9x4	77
Graf 25 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry	78
Graf 26 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce	79
Graf 27 – Závislost úhlu náběhu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC Thin Elect	ric
9x4,5	88
Graf 28 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC Th	nin
Electric 9x4,5	89
Graf 29 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a letové hladině – A	PC
Thin Electric 9x4,5	89
Graf 30 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Graupn	ıer
CAM Prop 9x4	90

Graf 31 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a letové hladině –
Graupner CAM Prop 9x490
Graf 32 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Master
Airscrew 9x491
Graf 33 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce –
Master Airscrew 9x491
Graf 34 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu o hmotnosti $m=1\ kg$
Graf 35 - Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu o hmotnosti $m=3\ kg$
93
Graf 36 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – APC Thin Electric 9x4,598
Graf 37 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – APC Thin Electric 9x4,599
Graf 38 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – Graupner CAM Prop 9x4100
Graf 39 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – Graupner CAM Prop 9x4.100
Graf 40 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – Master Airscrew 9x4101
Graf 41 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – Master Airscrew 9x4102
Graf 42 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – APC Thin Electric 9x4,5103
Graf 43 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – Graupner CAM Prop 9x4103
Graf 44 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – Master Airscrew 9x4104

Seznam použitých programů

MATLAB R2023b

Microsoft 365 Excel

Microsoft 365 Word

PropellerScanner

Seznam použitých zkratek

APC	Advanced precision composites			
CAM	Computer Aided Manufacturing			
CCW	V protisměru hodinových ručiček (Counter Clockwise)			
CG	Těžiště kvadrokoptéry (Center of gravity)			
CW	Ve směru hodinových ručiček (Clockwise)			
DASH	Drone Anti-Submarine Helicopter			
ESC	Elektronický kontrolér rychlosti (Electronic Speed Control)			
EU	Evropská unie (European union)			
FP	dráha letu (Flight path)			
GCS	Pozemní řídicí stanice (Ground control station)			
HTOL	Horizontální vzlet a přistání (Horizontal takeoff and landing)			
IAI	Israel Aerospace Industries			
ICAO	Mezinárodní organizace pro civilní letectví (International Civil Aviation Organization)			
ISA	International Standard Atmosphere			
MARS	Mid-air retrieval system			
MAV	Micro Air Vehicle			
MSA	Mezinárodní standardní atmosféra			
MSL	Mean sea level (Střední hladina moře)			
NAV	Nano Air Vehicle			
RAF	Královské letectvo (Royal Air Force)			
RC	Dálkové ovládání (Remote control)			
RFC	Royal Flying Corps			
UA	Bezpilotní letadlo (Unmanned aircraft)			
UAS	Bezpilotní systém (Unmanned aircraft system)			
UAV	bezpilotní letadlo (Unmanned aircraft vehicle)			
VTOL	Vertikální vzlet a přistání (Vertical takeoff and landing)			

Seznam použitého značení

Α	[m ²]	Plocha rotorového disku
<i>A</i> ₂	[m ²]	Plocha roviny 2, daleko za rotorovým diskem
A_b	[m ²]	Plocha listů
A_e	[m ²]	Efektivní plocha rotorového disku
В	[-]	Prandtlův faktor
С	[m]	Tětiva listu
C _d	[-]	Součinitel odporu
C_{d_0}	[-]	Součinitel profilového odporu
C_{D_f}	[-]	Součinitel odporu trupu
C _P	[-]	Součinitel výkonu
C_{P_0}	[-]	Součinitel profilového výkonu
C_{P_i}	[-]	Součinitel indukovaného výkonu
C _{Pmeas}	[-]	Naměřený součinitel výkonu
C_{Pp}	[-]	Součinitel parazitického výkonu
C _T	[-]	Součinitel tahu
C _{Tmeas}	[-]	Naměřený součinitel tahu
C _W	[-]	Hmotnostní součinitel
D	[m]	Průměr rotoru
D	[N]	Odpor kvadrokoptéry
f	[m ²]	Ekvivalentní omočená plocha
FM	[-]	Figure of Merit
g	[m/s ²]	Tíhové zrychlení
Н	[m]	Geopotenciální výška
h	[m]	Geometrická výška
L	[N]	Vztlak
т	[-]	Molekulová hmota
'n	[kg/s]	Hmotnostní tok
n	[mol]	Látkové množství

n	[ot/min]	Otáčky rotoru
N _b	[-]	Počet listů
p	[Pa]	Tlak
<i>P</i> ₀	[W]	Profilový výkon, potřebný k překonání vazkých ztrát
P _c	[W]	Výkon potřebný pro stoupání
P _i	[W]	Indukovaný výkon
P_p	[W]	Parazitický výkon
R	[K/kg·K]	Plynová konstanta vzduchu
r	[m]	Poloměr Země
R	[m]	Poloměr rotorového disku
r_0	[-]	Bezrozměrný poloměr výřezu u kořene
R _e	[m]	Efektivní poloměr rotoru
S _{ref}	[m ²]	Referenční plocha
Т	[°K]	Teplota
t	[°C]	Teplota
Т	[N]	Tah
U	[m/s]	Výsledná rychlost nabíhajícího proudu
V	[m ³]	Objem
V ₀	[m/s]	Rychlost vzduchu v rovině 0
<i>V</i> ₁	[m/s]	Rychlost vzduchu v rovině 1
<i>V</i> ₂	[m/s]	Rychlost vzduchu v rovině 2
V_{∞}	[m/s]	Rychlost vzduchu daleko před rotorovým diskem
V _c	[m/s]	Stoupací rychlost
v_h	[m/s]	Indukovaná rychlost pro zachování visu
v_i	[m/s]	Indukovaná rychlost
V_{tip}	[m/s]	Rychlost proudění na konci listů
w	[m/s]	Rychlost daleko za rotorovým diskem
W	[N]	Tíha kvadrokoptéry
α	[°]	Úhel náběhu

β	[°]	Úhel nastavení vrtule
δ	[-]	Bezrozměrná veličina pro vyjádření tlakového poměru
θ	[-]	Bezrozměrná veličina pro vyjádření teplotního poměru
κ	[-]	Korekční faktor indukovaného výkonu
λ	[-]	Rychlostní poměr
λ_h	[-]	Rychlostní poměr ve visu
λ_i	[-]	Indukovaný rychlostní poměr
μ	[-]	Postupový poměr
ρ	[kg/m ³]	Hustota
σ	[-]	Bezrozměrná veličina pro vyjádření poměru hustoty
σ	[-]	Plnost rotoru
τ	[°K]	Molekulární teplota
$ au^H$	[°K/km]	Gradient molekulární teploty
ψ	[°]	Úhel azimutu
Ω	[rad/s]	Úhlová rychlost

1 Úvod

Bezpilotní prostředky zaznamenaly v posledních letech prudký nárůst popularity v široké škále oblastí, od zábavy a fotografování až po průzkum a logistiku. Důvodem je neustále rostoucí technologický pokrok, který vede k lepší stabilizaci, snadnému ovládání a široké variabilitě využití. Nicméně pro efektivní a bezpečný provoz multikoptér je nezbytné důkladné pochopení principu jejich letu.

Tato diplomová práce se zaměřuje na mechaniku letu multikoptér, které se řadí mezi nejfrekventovaněji používané bezpilotní prostředky v oblasti civilní sféry, s nimiž se člověk běžně setkává v každodenním životě. Proto je snaha o dosáhnutí co nejefektivnějších prostředků s excelentními charakteristikami, jež by splnily veškeré nároky kladené na tyto bezpilotní systémy.

V první části jsou představeny bezpilotní prostředky. Jednotlivé podkapitoly jsou věnovány jejich historickému vývoji spolu se současnými typy, které se v dnešní době využívají. Dále je práce rozšířena o definování mezinárodní standardní atmosféry, která hraje klíčovou roli v letectví, a to včetně bezpilotních prostředků. A slouží jako základ pro stanovení výkonu a tahu jakéhokoliv vzdušného prostředku pohybujícího se v atmosféře Země.

Následující pasáž je zaměřena na popis funkce rotoru spolu s představením základů jeho aerodynamiky, která je ukázána na principu rotoru helikoptéry. Na čemž je vysvětlena mechanika helikoptéry při visu a při dopředném letu.

Důraz je kladen analýzu sil a momentů působících na kvadrokoptéru a implementace nabytých znalostí z aerodynamiky helikoptéry. Cílem práce je pak stanovení potřebného výkonu kvadrokoptéry v těchto režimech a jejich porovnání na základě typu použitých vrtulí, hmotnostní konfigurace, letové hladiny a rychlosti letu.

2 Uvedení do problematiky bezpilotních prostředků

V posledních dvou dekádách dochází k exponenciálnímu nárůstu využití bezpilotních prostředků v civilní i komerční sféře. Tato expanze má hned několik důvodů. Hlavní příčinou je technologický pokrok v oblasti senzoriky, akumulátorových technologií, řídicích systémů a miniaturizace komponent, který vedl k dramatickému snížení ceny a zároveň ke značnému zlepšení jejich výkonnostních parametrů. Díky tomu se staly dostupnějšími pro široké spektrum uživatelů a otevřely se tak dveře k nejrůznějšími inovativním aplikacím. [2]

Rostoucí poptávka z různých sektorů dále diverzifikuje uplatnění bezpilotních prostředků. V průmyslu se používají pro kontrolu infrastruktury, inspekci těžko dostupných lokalit, mapování a monitoring průmyslových procesů. V akademickém prostředí se stávají cenným nástrojem pro výzkum v oblasti geologie, biologie, ekologie a dalších disciplín. V civilním sektoru nacházejí uplatnění v zemědělství, lesnictví, záchranných akcích, doručování zásilek, leteckých záběrech a fotografiích a mnoha dalších oblastech.

Tato rostoucí poptávka a s ní spojený technologický vývoj vedou k tomu, že se bezpilotní prostředky stávají stále běžnějším prvkem současného světa. Proto se dá s jistotou předpokládat, že v budoucnu se jejich role bude dále rozvíjet a stanou se nezbytnou součástí mnoha aspektů každodenního moderního života.

Ačkoliv k největšímu rozvoji a inovacím v oblasti bezpilotních prostředků dochází, a vždy tomu tak i bylo, v sektoru obrany, jejich relativně nízká cena a široká škála uplatnění vedou k rostoucímu zájmu i na komerčním trhu, což je zapříčiněno neustálým technologickým pokrokem v odvětví mikroelektroniky, která hraje klíčovou roli v rychlém vývoji bezpilotních prostředků. Bezpilotní prostředky tak představují fascinující oblast s velkým potenciálem pro další vývoj a zdokonalení v rozmanitých oblastech lidské aktivity. Jejich vliv na různé aspekty lidské činnosti bude v budoucnu bezpochyby narůstat a je důležité, aby společnost k těmto faktorům přistupovala obezřetně s ohledem na jejich možné přínosy i rizika a vzala v úvahu etickou i právní stránku provozu bezpilotních prostředků.

2.1 Definice bezpilotních prostředků

S příchodem nových technologií je mnohdy spojen problém s nejednoznačnou a proměnlivou terminologií. Termín bezpilotní prostředky se obecně používá ve smyslu s létajícími nebo pozemními zařízeními pohybujícími se bez lidské posádky na palubě, které mohou být ovládány dálkově řídícím pilotem nebo autonomním systémem. Tato diplomová práce je věnována čistě létajícím bezpilotním prostředkům, proto je nutné zavést určitou terminologii.

Na létající bezpilotní prostředky je mnohdy nahlíženo jako na drony, avšak tento název je spojován s armádním původem a vznikla k němu averze z různých míst světových organizací. Proto se zavedla řada alternativních označení a zkratek, které jsou používány různými nadnárodními uskupeními a mezinárodními organizacemi. Správné označení pro létající bezpilotní prostředek dle prováděcího nařízení Komise (EU) 2019/947 je bezpilotní letadlo (UA – unmanned aircraft). Případně se v literatuře vyskytuje i starší pojem, a to bezpilotní letecký prostředek (UAV – unmanned aerial vehicle), který se používá i nadále a označuje totožnou věc. Nařízení Komise v přenesené pravomoci (EU) 2019/945 definuje pojem bezpilotní letadlo (UA) jako letadlo, které je projektované nebo provozované pro autonomní činnost nebo které je určeno pro řízení na dálku, kdy se pilot nenachází na palubě letadla. Avšak tato definice může být brána za příliš obecnou a spadaly by do této kategorie i balistické řízené střely a rakety, které se běžně nepovažují za bezpilotní letadla. Proto je vhodné v rámci této diplomové práce stanovit novou definici, která by blíže specifikovala konkrétní bezpilotní letadla. [2, 4, 5]

Nové vymezení má podobnou podobu jako stanovená definice z nařízení Komise v přenesené pravomoci (EU) 2019/945 a to takovou, že se stále jedná o bezpilotní letadlo, které je projektováno a určeno pro autonomní provoz nebo provozováno pro řízení na dálku bez pilota na palubě. Dále je toto tvrzení rozšířeno o dodatek, kde se blíže vymezují podmínky charakterizující přesnější typ, které definují bezpilotní letadlo jako letadlo, jež je schopno generovat aerodynamický vztlak a případně nést užitečné zatížení. Vlivem této upřesňující definice je lépe formulovaný pojem bezpilotní letadlo a definice tak lépe vymezuje kategorii bezpilotních letadel a odlišuje je od jiných typů létajících objektů. [2, 5]

Poslední termín, který se ve smyslu k bezpilotním prostředkům vyskytuje, je bezpilotní systém (UAS – unmanned aircraft system). Pojem bezpilotní systém označuje kompletní systém za bezpilotním provozem, do kterého spadá několik subsystémů. Nejdůležitějším subsystémem je samotné bezpilotní letadlo (UA), dále se sem řadí užitečné zatížení a vybavení pro řízení bezpilotních letadel na dálku. To zahrnuje dálkové ovládání v podobě pozemních řídicích stanic (GCS – ground control station) nebo dálkové ovládání (RC – remote control), které je typické především pro menší bezpilotní letadla. Stejně tak se sem řadí zařízení pro vypuštění a návrat, kontrolní subsystémy, komunikační subsystémy a jakékoliv další prvky, které jsou nezbytné pro umožnění letu bezpilotního letadla. Bezpilotní systém tak představuje integrovaný celek, ve kterém všechny komponenty spolupracují na dosažení požadovaného cíle. [3, 5]

2.2 Historie a vývoj bezpilotních letadel

Historie bezpilotních letadel je úzce spjata s vývojem letadel obecně. V raných fázích sdílela bezpilotní letadla s letadly s posádkou mnoho technologií a konceptů a lišila se jen nepatrně. V podstatě by bylo možné konstatovat, že bezpilotní letadla procházela paralelním vývojem s letadly, i když s některými klíčovými odlišnostmi. Až s příchodem 21. století se bezpilotní letadla etablovala jako samostatný a progresivně se vyvíjející obor s unikátními oblastmi zaměření a vlastními inovativními aplikacemi.

2.2.1 První bezpilotní prostředek

Za využití úplně prvního bezpilotního systému se považuje událost z poloviny 19. století, která se stala v červenci roku 1849, kdy byl první bezpilotní prostředek použit při bombardování Benátek ze strany Rakouské armády. Jednalo se o přibližně 200 horkovzdušných balónů, na které byly zavěšeny bomby naplněné střelným prachem a olověnými kuličkami. Bomby byly vybaveny časovým mechanismem, jenž po určité době výbušninu uvolnil a odpálil. Navzdory složitému plánování a všem vynálezům nenesla operace takový úspěch a účinnost byla zanedbatelná. Hlavním problémem byl proměnlivý vítr, na kterém byla celá operace závislá, jelikož tyto prostředky nebylo možné nijak ovládat. Většina bomb tak dopadlo mimo město a některé se i dokonce vrátily nad rakouská vojska. I když se jednalo o neúspěšný experiment, bezpilotní systémy prokázaly svůj potenciál, který inspiroval k dalšímu vývoji v této oblasti. [6]



Obrázek 1 – Vyobrazení leteckého bombardování Benátek v roce 1849 [6]

2.2.2 Přelom 19. a 20. století

Zásadní zlom v historii bezpilotních prostředků přichází, podobně jako v letectví, s příchodem prvního letadla těžšího než vzduch v roce 1903, který sestrojili bratři Wrightové a nesl název Flyer I. Jednalo se o historický milník v letectví, jenž oznamoval příchod nové éry letecké dopravy a inspiroval širokou škálu inovací v oblasti letectví. [2]

Dalším klíčovým momentem byl vynález bezdrátového dálkového ovládání. O ten se postaral Nikola Tesla 8. listopadu 1898, kdy si ho nechal patentovat pod názvem "Metoda a přístroj pro ovládací mechanismus pohybujících se plavidel nebo vozidel" (patent USA č. 613809 A). Vynález, který pojmenoval "teleautomaton", byl prvním svého druhu a jednalo se o malou loď na dálkové ovládání, kterou prezentoval na Madison Square Garden. Teslův vynález demonstroval koncept dálkového řízení bezdrátovou technologií pomocí rádiových vln. Tento vynález společně s příchodem letectví představoval základ pro ovládání bezpilotních prostředků v budoucnu. [7, 8]

2.2.3 Období první světové války

Příchod prvních bezpilotních letadel je datován do doby první světové války v Anglii a USA. Na vzniku prvního bezpilotního letadla se podílel v Anglii profesor Archibald Montgomery Low, kterému se přezdívalo otec rádiových naváděných systémů a který pracoval pro Royal Flying Corps (RFC). V roce 1916 vynalezl bezpilotní letadlo, které neslo název Aerial Target (Vzdušný cíl). [9]



Obrázek 2 – Aerial Target od profesora Archibalda Montgomeryho Lowa [10]

V USA vše začalo kolem roku 1911, kdy Elmer Sperry, vynálezce gyroskopu, projevil zájem o využití dálkového ovládání u letadel. V roce 1913 získal podporu od amerického námořnictva a společně provedli 58 testovacích letů, kde se prokázala účinnost gyroskopu na stabilizaci letu, což byl klíčový faktor pro vývoj stabilních bezpilotních platforem. Tím získal potřebnou pomoc pro další výzkumy v oblasti bezpilotních letadel. V roce 1916 se Sperry spojil s Peterem Cooperem Hewittem, jenž byl znám pro výrobu systémů pro rádiové řízení, a společně začali pracovat na vývoji vzdušného torpéda. Avšak tento projekt vzdušného torpéda se potýkal s množstvím technických výzev, jelikož tehdejší rádiové řídicí systémy byly poměrně primitivní, a proto se u projektu vyskytovala řada problémů a havárií, které bylo potřeba překonat, což by bez finanční podpory ze strany amerického námořnictva nebylo možné. V roce 1917 se k projektu přidává Glenn Curtis, známý letecký konstruktér a výrobce letadel. Curtis dodává pro vzdušné torpédo svůj prototyp draku letadla, čímž výrazně zlepšil jeho letové vlastnosti. Následně se 6. března 1918 podařilo uskutečnit úspěšný automatický let dlouhý 1000 yardů

s vzdušným torpédem, kterému se přezdívalo Curtis-Sperry aerial torpedo. I když vzdušná torpéda nenalezla úspěch v první světové válce, vedla ke vzniku prvních letadel schopných navigace a stabilizace, u kterých nebyl pilot přítomen na palubě. [11]

Kromě výzkumu amerického námořnictva se od roku 1917 do vývoje bezpilotních letadel zapojila i americká armáda. Armáda oslovila vynálezce Charlese Ketteringa s úkolem navrhnout bezpilotní vzdušnou bombu, která by byla schopná zasáhnout cíl na 50 mílí. Ketteringův prototyp dvouplošníku byl dokončen ke konci první světové války a na rozdíl od vzdušného torpéda amerického námořnictva se stal prvním sériově vyráběným bezpilotním letadlem, kterému se říkalo Kettering Bug. První úspěšný let se uskutečnil až 22. října 1918, a proto už nebyl nasazen v boji během první světové války, avšak i přes to byl po válce dál využíván k testům. [7, 11]

2.2.4 Meziválečné období

Krátce po válce zájem o vývoj bezpilotních prostředků opadá spolu s postupně se snižujícími vojenskými rozpočty. Sice do roku 1921 ještě probíhají občasné testy vzdušných torpéd, avšak jejich neúspěšné výsledky vedou k definitivnímu ukončení projektů a utlumení veškerého dalšího výzkumu po dobu téměř dvou desetiletí.

V první polovině 20. let 20. století se objevila série událostí, které částečně zvrátila útlum vývoje bezpilotních systémů. Klíčovou roli v tomto obratu sehrál generál Billy Mitchell, zastánce letecké nadvlády a průkopník leteckého bombardování. Mitchell prosazoval myšlenku, že bombardéry zvládnou efektivně ničit i velké válečné lodě. Proto v roce 1921 uspořádal sérii testů, které měly tuto teorii ověřit. V prvním testu v červenci 1921 byla potopena bývalá německá válečná loď SMS Ostfriesland, získaná na základě válečných reparací. Potom následovaly bombardovací testy amerického letectva s tzv. pre-dreadnought bitevní lodi USS Alabama (BB-8), která již byla zastaralá a sloužila jako cvičný cíl. Dne 27. září 1921 byla Alabama potopena v posledním kole testů. Výsledky Mitchellových testů měly ohromující dopad. Potvrdily jeho tvrzení o zranitelnosti válečných lodí vůči bombardování z letadel a vedly k dramatickému nárůstu investic do letecké techniky a protiletadlové obrany. V tomto kontextu se znovu probudil zájem o bezpilotní systémy, avšak s mírně odlišným zaměřením. [11]

Vzhledem k rostoucímu důrazu na protiletadlovou obranu se výzkum bezpilotních letadel transformoval na jinou podobu. Původní zaměření na bombardování ustoupilo do pozadí a prioritou se stal vývoj tzv. cvičných vzdušných terčů. Tyto bezpilotní letouny, simulovaly chování a vlastnosti skutečných letadel, čímž poskytovaly realistické a náročné cíle pro testování protiletadlové techniky a taktiky. Data získaná z těchto testů pomohly vylepšit systémy řízení palby, strategii nasazení protiletadlové artilerie a další aspekty protivzdušné obrany. Vývoji těchto cvičných vzdušných terčů se věnovalo především USA a Anglie, jako tomu bylo za 1. světové války. [11]

Snaha Královského letectva (RAF – Royal Air Force) se v raných fázích vývoje bezpilotních systémů upínala na konverzi existujících letadel na dálkově řízené varianty. První úsilí vedlo k úpravě plovákového letadla Fairey IIIF na rádiově řízené letadlo, které si získalo přezdívku "Fairey Queen". Během testů v roce 1933 ve Středozemním moři prokázalo Fairey Queen velký potenciál a stalo se výchozím bodem pro následující výzkumy. Na tomto základě RAF dále rozvíjelo koncept a aplikovalo systém řízení letu z Fairey Queen na stabilnější de Havilland Tiger Moth. V roce 1935 tato snaha vyústila v masovou produkci nového bezpilotního cvičného terče s názvem "DH.82 Queen Bee". Tento model se stal ikonickým představitelem rané generace bezpilotních letadel a našel využití až do roku 1943. Navíc se s jeho vznikem spojuje i původ slova "dron". [7, 11]



Obrázek 3 – Start rádiově řízeného letadla DH.82 Queen Bee, 6. června 1941 [12]

Ve stejnou dobu se na druhé straně v Americe výzkum bezpilotních letadel přesunul z vojenského sektoru do civilního. V tomto smyslu oslovila Americká armáda Reginalda Dennyho, bývalého příslušníka Royal Flying Corps, který po válce emigroval do USA. V roce 1934 založil společnost Reginald Denny Industries a otevřel obchod s modely letadel, z kterého později vznikla společnost Radioplane Compeny. Ta vyvinula v roce 1935 jejich první prototyp, který pojmenovala Radioplane One (RP-1), avšak tento prototyp se nesetkal s úspěchem. V roce 1938 společnost odkoupila nový konstrukční návrh od Waltera Righta, ze kterého po vývoji vznikl nový prototyp RP-2, jenž se už setkal s lepšími výsledky. Průlom nastal

až s příchodem modelu RP-4 a následně RP-5, později označovaného jako OQ-2 Radioplane, jenž přinesl kontrakt od Americké armády a stal se tak v roce 1941 prvním sériově vyráběným bezpilotním letadlem na území USA. Radioplane Company se dále věnovala vývoji cvičných terčů a v roce 1952 byla prodána společnosti, která v dnešní době nese název Northrop Grumman a která se nepřetržitě věnuje vývoji bezpilotních letadel. [2, 11]



Obrázek 4 – Radioplane OQ-3 [13]

2.2.5 Období druhé světové války

Jako tomu bylo za první světové války, i v období druhé se objevila snaha o vývoj útočných bezpilotních letadel. Proto se oživila koncepce vzdušných torpéd, které by se daly využít na prolomení nepřátelské obrany. Na rozdíl od úspěchu s vzdušnými terči se vývoj útočných bezpilotních letadel nesetkal s tak pozitivním výsledkem. Zrodilo se několik pokusů o přestavení letadel na rádiově řízená, avšak míra úspěšnosti těchto strojů byla velmi malá. Jedním z takových pokusů byla přestavba vysloužilých bombardérů B-17, přezdívaných Flying Fortress, na rádiově řízená letadla naplněná výbušninami. Těch bylo využito během operace Afrodita, kdy se Američané snažili o likvidaci německých zařízení na výrobu a odpalování zbraní s označením V-1 a V-2. Během těchto pokusů se vyskytla řada problémů s řídícími systémy a operace Afrodita tak dopadla katastroficky. [11]

O největší prosperitu se ve vývoji útočných bezpilotních letadel v období druhé světové války zasloužilo Německo s jejich řízenou střelou V-1 ("Vergeltungswaffe 1", což v překladu znamená odvetná zbraň). V-1 byla poháněna pulzačním motorem, který sice nedosahoval vysoké účinnosti, ale jednalo se o levný a spolehlivý pohon s vysokým tahem, jenž byl schopný

pohánět V-1 o hmotnosti přes dvě tuny spolu s bojovou hlavicí o váze 830 kg. Byla řízena jednoduchým autopilotem, který používal spolehlivý tříosý gyroskop. Její hlavní výhodou byla možnost startu ze země i ze vzduchu s využitím výkonného pneumatického katapultovacího systému. Jednalo se o první sériově vyráběnou střelu s plochou dráhou letu, jejíž konfigurace ovlivnila řadu budoucích konstrukcí bezpilotních letadel. Během druhé světové války jich bylo vyrobeno více než 25 000 a jedná se tak o nejpočetnější bojové bezpilotní letadlo v historii, pokud se zanedbá vliv dnešních moderních zařízení. I přes značné ztráty způsobené protivzdušnou obranou nepřítele a nepřesnost navigačního systému prokázala V-1 svůj strategický dopad bombardováním britských měst, čímž se stala symbolem teroru a předzvěstí moderních raketových technologií. [7]

Až do konce druhé světové války byla bezpilotní letadla používána především v roli bojových bezpilotních letadel. V období studené války dochází ke změně trendu. Pokrok se posouvá směrem k průzkumným bezpilotním letadlům a k letadlům, která fungovala jako návnada. Hlavním důvodem tohoto vývoje byl progres v oblasti zobrazovacích technologií a v rozvoji kamer. Tato tendence pokračuje až dodnes, kdy téměř 90 % bezpilotních letadel je určeno k monitorování a sběru dat. [7]

2.2.6 Válka ve Vietnamu

V 60. letech 20. století během války ve Vietnamu dochází k významnému milníku ve vývoji bezpilotních letadel. Během tohoto konfliktu ovlivnila průzkumná bezpilotní letadla průběh války a byla nasazena ve velkém měřítku. V průběhu války prokázala neopomenutelný vliv a po válce začíná výzkum bezpilotních systémů i v dalších zemích mimo USA a Spojené království. Dochází ke zvýšení doletu a možnosti udržování vyšší nadmořské výšky. [2]

Válka ve Vietnamu přinesla v letech 1964-1975 celkem 3435 průzkumných operací s využitím bezpilotních letadel ze strany USA, z nichž přibližně jednu třetinu misí mělo na svědomí bezpilotní letadlo Ryan Model 147. Vytvořen byl z iniciativy společnosti Ryan Aircraft Company a později byl přejmenován na AQM-34, který nesl přezdívku "Lightning Bug". Jednalo se o proudové bezpilotní letadlo, které bylo schopné dosahovat vysokých podzvukových rychlostí a mohlo operovat ve výšce nad 15 km. Během svého nasazení až do roku 2003 prošel Ryan Model 147 řadou modifikací a bylo v něm použito mnoho převratných technologií od vypouštění z křídel letadel DC-130 až po zachycování pomocí systému MARS (Mid-air retrieval system), kdy se jednalo o metodu zachycení ze vzduchu pomocí vrtulníků H-2 Jolly Green, který zachytil bezpilotní letadlo po jeho vypuštění padáku. [7, 11]



Obrázek 5 – U.S. Air Force AQM-34L (Ryan Model 147SC) "Tom Cat" [14]

V polovině 50. let 20. století rostla hrozba ze strany sovětských ponorek. Z toho důvodu zároveň začal vývoj první bezpilotní helikoptéry. Americké námořnictvo proto vyvinulo QH-50 DASH (Drone Anti-Submarine Helicopter), což byla bezpilotní helikoptéra s dvěma dvoulistými protiběžnými rotory s koaxiálním uspořádáním. Tato helikoptéra byla primárně určena pro prodloužení dosahu protiponorkových torpéd. Důvodem jejího vzniku byl krátký dosah torpédoborců, které dokázaly detekovat nepřátelskou ponorku na vzdálenost přes 30 km, avšak byly schopné odpalu torpéd pouze na vzdálenost menší než 8 km. Tato disproporce zdůraznila potřebu vývoje efektivnějšího boje proti ponorkám, za tímto účelem se vyvinula DQ-50 DASH, která byla schopná přiblížit a shodit torpéda nad nepřátelskou ponorku a prodloužit tak dosah torpéd. Bezpilotní helikoptéra byla při přistání a vzletu ovládána prostřednictvím dálkově řídicího pilota na palubě lodi a následně se aktivoval autopilot se stabilizátorem pro dosažení cíle. QH-50 DASH používalo námořnictvo až do roku 1970, kdy byla ukončena sériová výroba. V průběhu jejich provozu jich bylo vyrobeno téměř 800 kusů. Hlavní příčinou zastavení produkce byl konec životnosti torpédoborců, na kterých operovala, a vyčerpání finančních prostředků kvůli válce ve Vietnamu. Zbylé helikoptéry nalezly uplatnění jako cvičné vzdušné cíle. [7, 11, 15]



Obrázek 6 – DQ-50C na palubě torpédoborce během nasazení ve Vietnamu v roce 1967 [16]

2.2.7 Válka v Perském zálivu

Po ukončení války ve Vietnamu nastal v oblasti bezpilotních letadel dynamický vývoj. Nové modely se vyznačovaly prodlužujícím se doletem s vytrvalostí a rostoucí schopností dosahovat vyšších nadmořských výšek. Prvnímu bojovému nasazení bezpilotních letadel v novodobé historii dochází v 80. letech během první libanonské války v roce 1982. Izrael během tohoto konfliktu poprvé použil bezpilotní letadla pro boj zblízka, která intenzivně sloužily ke sběru informací o nepřátelských silách. [2, 7]

Tato událost podnítila zájem USA o bezpilotní letadla, což vedlo ke vzniku bezpilotní letadla Pioneer, který je výsledkem izraelsko-americké spolupráce mezi společnostmi AAI Corporation a Israel Aerospace Industries (IAI). Pioneer disponoval doletem přes 180 km a vytrvalostí 5,5 hodiny. Od poloviny 80. let sloužil primárně k navádění dělostřelectva a průzkumu nepřátelského území. I přes počáteční technické problémy, které zapříčinily řadu haváriím, se stal Pioneer důležitým vojenským prvkem během války v Perském zálivu v letech 1990 a 1991. V rámci rozsáhlého nasazení při operacích Pouštní štít a Pouštní bouře zaznamenal Pioneer přes 300 bojových průzkumných misí a získal si značné uznání napříč vojenskými složkami. Navzdory pokročilým technologiím Pioneer postrádal schopnost autonomního letu. Pro pohotovější manévrování během misí byl i nadále nutný dálkově řídicí pilot a řízení na přímou viditelnost. Důvodem byla tehdejší nedostatečná technologická úroveň systému GPS a výpočetního výkonu pozemních stanic, které neumožňovaly řízení v reálném čase. [7, 11]

2.2.8 Konec 20. století

Po úspěšném nasazení během války v Perském zálivu se bezpilotní prostředky staly nedílnou součástí všech složek armády. V roce 1995 byl během války na Balkáně s velkým úspěchem opět použit Pioneer, čímž se potvrdil jejich značný potenciál. V tomto období docházelo k dynamické modernizaci bezpilotních letadel, kterou poháněla především miniaturizace a snižování ceny počítačových komponent. Dalším důležitým faktorem byl kontinuální vývoj systémů GPS, který zpřesnil určování polohy na řády desítek centimetrů. [7, 17]

Tyto technologické pokroky vedly k představení nového bezpilotního letadla Letectva Spojených států amerických (USAF), které uvedlo v roce 1995 do provozu RQ-1 Predator od společnosti General Atomics. Ten byl vybaven systémy, které umožňovaly satelitní spojení s řídicím střediskem. Tím se jim výrazně prodloužila operační vzdálenost a byl schopný provozu za jakýchkoliv klimatických podmínek. Zpočátku sloužil výhradně na průzkumné mise, od toho nesl označení RQ-1, kde "R" označuje průzkumný (z anglického slova reconnaissance) a "Q" označuje bezpilotní systém. Později prošel řadou modifikací a byl vybaven dvěma řízenými střelami, proto v roce 2002 došlo k přejmenování na MQ-1 Predator, kde "M" je označení pro víceúčelový (multi-role). [17]

Rozšíření bezpilotních letadel do všech vojenských složek vedlo k vývoji menších bezpilotních letadel pro pozemní síly, která by bylo snadné používat, byla by lehká a zároveň by bylo možné je vypustit z ruky. K tomuto účelu vznikl AeroVironment FQM-1 Pointer, který má rozpětí 2,74 m a váží pouhých 3,6 kg. Vývoj a implementace bezpilotních letadel zdůraznily jejich nespornou důležitost a široké spektrum využití v moderním způsobu boje. Implementace bezpilotních letadel má zásadní vliv na taktiky bojových operací, otevírá cestu k inovativním řešením v oblasti vojenských technologií a transformuje charakter bojových polí. [17]

2.2.9 21. století

Až do začátku 21. století byla aplikace bezpilotních letadel v armádním prostředí jen v omezeném rozsahu. Důvodem byla primárně neakceptace ze strany pilotů, kteří vnímali bezpilotní prostředky jako hrozbu pro existenci jejich profese. Za zlom lze v tomto případě považovat teroristické útoky z 11. září 2001, které vyzvaly k implementaci inovativních a flexibilních nástrojů v rámci boje s terorismem a dalšími hrozbami. Nízké náklady, minimalizace rizika ohrožení na životě a široké uplatnění vede k exponenciálnímu nárůstu počtu bezpilotních letadel v armádním prostředí. Jedním z takových je nástupce MQ-9 Reaper, který poprvé vzlétl v roce 2001 a operačního nasazení se dočkal v Afghánistánu v roce 2007. MQ-9 Reaper oproti svému předchůdci, MQ-1 Predator, disponuje výrazně zdokonalenými parametry, jako je velikost, dolet a sofistikovanější vybavení pro průzkum a ničení nepřátelských pozemních cílů. MQ-9 Reaper představuje technologický milník v oblasti bezpilotních letadel s jedinečnou výdrží a značnou palebnou silou. [17]

2.2.10 Civilní sektor

Společně s vývojem bezpilotních letadel se objevila poptávka na spotřebitelském trhu. Ten měl podstatně odlišné potřeby oproti známému armádnímu sektoru. U spotřebitelského trhu byla poptávka po lehkých, snadno přenositelných a cenově dostupných bezpilotních letadlech. To vedlo od 90. let k oddělenému vývojovému proudu zaměřenému na specifické potřeby civilního sektoru. Ústředním bodem bylo zdokonalení pohonných systémů, a to především elektromotorů a spalovacích motorů, které umožnily prodloužit vytrvalost. Zmenšení elektronických komponent a vývoj miniaturních radiopřijímačů vedl k zrození nových bezpilotních letadel. Avšak tyto inovace se dostávají ke spotřebiteli až v roce 1999, kdy byla uvedena na trh první komerční sériově vyráběná kvadrokoptéra s kamerou Draganflyer I od společnosti Draganfly. [2]

Po roce 2005 dále rostl zájem o kvadrokoptéry, což vedlo v roce 2006 k založení čínské společnost DJI, která je nyní předním světovým producentem bezpilotních letadel. Na to navazoval vývoj od francouzské společnosti Parrot, která v roce 2010 představila první bezpilotní letadlo (AR.Drone) ovládané výhradně pomocí WiFi, která umožňovala ovládání pomocí chytrého telefonu. Další vývoj se zaměřil především na zdokonalení hardwarových a softwarových vlastností, které vedly k současné podobě bezpilotních letadel, kdy jejich trh zaznamenává exponenciální růst. [2]

2.3 Rozdělení bezpilotních letadel podle typu konstrukce

Bezpilotní letadla se dají klasifikovat do několika kategorií podle různých kritérií. Jedním ze základních rozdělení je rozdělení podle typu konstrukce. Tím lze rozdělit bezpilotní letadla do dvou základních skupin na bezpilotní letadla s pevnou a rotující nosnou plochou. Mnohdy se toto rozdělení doplňuje o třetí typ, který je kombinací dvou předchozích a nese název hybridní.



Obrázek 7 – Rozdělení bezpilotních letadel podle typu konstrukce, a) s pevnou nosnou plochou, b) s rotující nosnou plochou, c) hybridní [19]

2.3.1 Bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou

Bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou, v angličtině označována jako fixed-wing UA, fungují na stejném principu jako klasická lehká letadla. Obecně pro ně platí, že k vzletu je vyžadována vzletová dráha nebo je potřeba uražení určité horizontální vzdálenosti pro dosažení minimální vzletové rychlosti. Tato minimální vzletová rychlost může být dosažena

buď použitím motorů a rotorů, nebo získáním počáteční rychlosti využitím leteckého katapultu při startu. Z tohoto důvodu jsou bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou mnohdy klasifikována jako prostředky s horizontálním vzletem a přistáním (HTOL – horizontal takeoff and landing). [2, 18]

Pro generování vztlaku využívají bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou svá křídla. Princip generování vztlaku na křídlech vychází z Kutta-Žukovského teorému, aerodynamického principu popisujícího proudění kolem aerodynamického profilu. Křídla u bezpilotních letadel s pevnou nosnou plochou se vyskytují v rozmanitých konfiguracích. Tyto různé konfigurace mají za úkol zlepšení letových vlastností, jako je výkon, manévrovatelnost, dolet a nosnost, které jsou voleny na základě požadovaných atributů pro specifické potřeby jejich využití. Proto se kromě typických bezpilotních letadel s jedním párem křídel vyskytují i letadla s větším počtem nosných ploch. Obrázek 8 vyobrazuje různé konfigurace bezpilotních letadel s pevnou nosnou plochou. [2, 18]

Bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou se vyznačují jednoduchou konstrukcí, která umožňuje jejich realizaci v široké škále rozměrů a kategorií, od nano letadel (NAV – Nano Air Vehicle) přes mikro letadla (MAV – Micro Air Vehicle) až po klasická bezpilotní letadla (UA). Tato variabilita vede k širokému spektru využití, od průzkumu terénu až po přepravu materiálu. Dalším klíčovým aspektem je univerzálnost pohonných systémů, kdy se běžně používají spalovací motory i elektromotory, bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou tak mohou létat v širokém výškovém rozsahu a zvládat velké vzdálenosti. Díky tomu vyžadují obvykle méně energie a mají tendenci k vyšší účinnosti oproti bezpilotním letadlům s rotujícími křídly. I s ohledem na širokou škálu benefitů se bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou obvykle neobejdou bez vzletové a přistávací dráhy, která je nezbytná pro jejich fungování. [2, 18]



Obrázek 8 – Druhy konfigurací uspořádání nosných ploch pro bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou [18]

2.3.2 Bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou

Druhou kategorií bezpilotních letadel jsou bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou. Obecně pro bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou platí, že k vzletu a přistání není potřeba dráhy na rozdíl od bezpilotních letadel s pevnou nosnou plochou, a jsou tedy schopna vertikálního vzletu a přistání (VTOL – vertical takeoff and landing). To je způsobeno vznikem vztlaku, který je generován otáčejícími rotorovými listy na rotoru. Proto není potřeba žádné minimální rychlosti pro vzlet a přistání. To jim umožňuje provádět i let ve visu, při kterém se jejich relativní poloha vůči zemi nemění. Díky těmto vlastnostem se stávají bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou ideální volbou pro let ve stísněných prostorách, uzavřených interiérech nebo v místech s omezenou startovací plochou, která by neumožnila horizontální vzlet a přistání. Na druhou stranu mají tendenci mít menší účinnost, která se s přibývajícím počtem rotorů dále snižuje. To vede ke kratší době letu a dělá z nich vhodná řešení pro lety na krátkou vzdálenost. V závislosti na tyto vlastnosti jsou bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou stratovací a jejich ovládání se stává jednodušším. [2, 18, 20]

V základu lze dělit bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou na dvě podkategorie, na helikoptéry a multikoptéry. Dělení se provádí na základě počtu rotorů, které slouží ke generování vztlaku. Zatímco helikoptéry mají obvykle pouze jeden hlavní rotor, multikoptéry jich mají více a dále se rozlišují podle jejich počtu. Výhodou většího počtu rotorů je především vyšší stabilita ve vzduchu. S rostoucí stabilitou ale roste i spotřeba, a proto multikoptéry obvykle mívají menší výslednou účinnost s kratší dobou letu. Každý typ bezpilotních letadel s rotující nosnou plochou má své klady a zápory, které jsou spojené se zamýšleným využitím a s požadavky dané mise. [2, 18, 20]

2.3.2.1 Helikoptéry

První skupinu lze zjednodušeně nazývat helikoptérami, jelikož se konstrukcí velice podobají klasickým vrtulníkům. Tato kategorie se mírně odlišuje od multikoptér vzhledem k tomu, že má obvykle pouze jeden hlavní rotor, a proto je zapotřebí pro řízení jednorotorového bezpilotní letadla vyřešení problému s potlačením vyskytujícího se krouticího momentu, jenž vzniká reakcí na otáčení hlavního rotoru. Za tímto účelem byla vyvinuta řada řešení. Nejznámější metodou je implementace pomocného vyrovnávacího rotoru na ocase (Obrázek 9 – a). Dalším řešením je využití koaxiálního uložení rotorů (Obrázek 9 – b). I když toto řešení již striktně nesplňuje podmínku jednoho nosného rotoru, v principu se více přibližuje klasickým helikoptérám než bikoptérám. [18, 20]



Obrázek 9 – Bezpilotní letadla s jedním rotorem, a) s vyrovnávacím rotorem na ocase, b) koaxiální uložení rotorů [3]

Helikoptéry s vyrovnávacím rotorem na ocase

Konstrukce s pomocným vyrovnávacím rotorem je typická především pro klasické velké helikoptéry. Hlavní rotor helikoptéry generuje značný krouticí moment, který by helikoptéru otáčel v opačném směru k rotaci rotoru. Tomuto nežádoucímu efektu se zabraňuje pomocí malého vyrovnávacího rotoru umístěného vzadu na ocase. Tento malý rotor generuje protisměrný boční tah, jenž kompenzuje krouticí moment hlavního rotoru a zajišťuje tak směrovou stabilitu helikoptéry vzhledem k ose Y. [3, 20]

Hlavní přínos použití pomocného vyrovnávacího rotoru spočívá v nižší spotřebě paliva a delší vytrvalosti, jelikož tento pomocný rotor přidává přibližně pouze dalších 10 % k potřebné energii pro hlavní rotor. Navíc vyrovnávací rotor umožňuje let s větší hmotností a dosažení vyšších rychlostí. [3]

Na druhou stranu má konstrukce i několik nevýhod. První nevýhodou je asymetrická konstrukce helikoptéry ve všech rovinách, která výrazně přispívá k obtížnosti ovládání. Z tohoto důvodu se u bezpilotních letadel častěji vyskytují multikoptéry, které nemají vyrovnávací rotor a jejich konstrukce je tak symetričtější. Další nevýhodou vyrovnávacího rotoru je jeho křehkost a náchylnost k poškození nárazem, což může vést ke ztrátě kontroly nad řízením. [3]

Helikoptéry s koaxiálním uspořádáním rotorů

U konstrukčního řešení využívajícího koaxiálního uspořádání rotorů jsou umístěny dva rotory s protiběžným chodem nad sebou. V případě helikoptéry s posádkou se koaxiální uspořádání používá jen zřídka. Důvodem je jeho větší výška ve srovnání s klasickou jednorotorovou helikoptérou. Tato nevýhoda může být spjata s komplikovanější údržbou a s umístěním do

hangáru. Pro bezpilotní letadla tyto nevýhody již nepředstavují takový problém, jelikož se obvykle jedná o výrazně lehčí a menší modely. [3]

Hlavní výhodou koaxiálního uspořádání je absence pomocného vyrovnávacího rotoru vzadu na ocase, jelikož vznikající krouticí momenty obou rotorů se navzájem vyruší. Nepřítomnost křehkého vyrovnávacího rotoru přináší několik benefitů. První výhodou je jednodušší konstrukce, která přináší zjednodušený algoritmus pro systémové řízení letu. Zároveň se konstrukce stává téměř dokonale symetrickou, což přispívá k jednoduššímu ovládání a snižuje jeho odezvu na turbulence. V neposlední řadě pak koaxiální uspořádání rotorů vede k nižší spotřebě paliva a vyššímu tahu rotoru v porovnání s konfigurací s jedním rotorem. Díky těmto výhodám se koaxiální uspořádání rotorů stává stále populárnější volbou pro bezpilotní letouny, u kterých hraje klíčovou roli nízká hmotnost s vysokou spolehlivostí. [3]



Obrázek 10 – Tdrone (koaxiální dron na bázi open source) [21]

2.3.2.2 Multikoptéry

Pojmem multikoptéry se označují bezpilotní letadla s rotující nosnou plochou, které se skládají ze dvou nebo více rotorů, pomocí kterých je generován vztlak. Multikoptéra je řízena změnou rychlosti otáčení jednotlivých rotorů. Zvýšením otáček jednoho rotoru se na dané straně multikoptéry zesílí vztlak, a naopak snížením otáček dochází ke snížení vztlaku. Tato asymetrická změna vztlaku umožňuje multikoptéře naklánění a otáčení se ve všech osách. Tímto dosahují multikoptéry výborné obratnosti oproti bezpilotním letadlům s pevnou nosnou plochou i oproti helikoptérám. Na druhou stranu jsou velice náročné na spotřebu energie a jejich spotřeba roste se zvyšujícím se počtem rotorů. Proto se multikoptéry stávají nevhodnými pro aplikace s dlouho dobou letu. [18, 20, 22]

Na rozdíl od helikoptéry se u multikoptéry neobjevuje problém s krouticím momentem vznikajícím rotací rotoru. Klíčem k řešení je, podobně jako to bylo u koaxiálního uspořádání rotoru, opačná rotace páru sousedních rotorů. Tento koncept se stává v posledních letech velice populárním a vyskytuje se v řadě konfigurací, které jsou označeny na základě počtu rotorů. Mezi hlavní konfigurace multikoptér se řadí bikoptéry, trikoptéry, kvadrokoptéry, hexakoptéry a oktakoptéry. [18, 22]

Bikoptéry

Bikoptéry disponují dvěma rotory, které se otáčí v opačných směrech. Tím se vzájemně neutralizuje jejich krouticí moment. Pohyb obou rotorů je kontrolován pomocí dvou servomotorů, které je naklání kolem boční osy, čímž je lze zařadit i mezi konvertoplány. V neposlední řadě lze pohyb kontrolovat podobně jako u helikoptér, a to změnou rychlosti otáčení jednotlivých rotorů. [18, 22]

Bikoptéry vynikají vyšší efektivitou a delší vytrvalostí oproti ostatním multikoptérám, toho je dosaženo využitím malého počtu rotorů a s tím spojenou malou výslednou hmotností. Tímto lze s touto konfigurací docílit vyšších maximálních rychlostí. Nevýhodou se stává nižší stabilita s generovanou menší vztlakovou silou, jelikož má právě jen dva rotory. Poslední komplikace je spjata se složitostí řídicích algoritmů a laděním celého systému. [18, 22]



Obrázek 11 – V-Coptr Falcon (bikoptéra) [23]

Trikoptéry

Tato konfigurace se skládá ze tří rotorů, které jsou obvykle rozmístěny na ramenech svírajících mezi sebou úhel 120°. Toto uspořádání je přínosné především při umístění kamery, jelikož vrtule tak zůstávají mimo záběr. Trikoptéry se vyznačují kompaktní konstrukcí s nízkým počtem rotorů, čímž se snižuje i jejich pořizovací cena. Oproti bikoptérám dosahují trikoptéry větší stability, avšak pro některé případy je tato stabilita stále nedostačující. S tím souvisí generování menší vztlakové síly ve srovnání s multikoptérami s větším počtem rotorů, i když na druhé straně dosahují trikoptéry lepší vytrvalosti. [18, 22]

Trikoptéry se nejčastěji vyskytují ve dvou konfiguracích. Častější konfigurací je uspořádání rotorů do tvaru písmene "Y", kdy, jak už bylo zmíněno, spolu ramena svírají 120°. Druhá konfigurace se označuje písmenem "T". Pro obě konfigurace platí upořádání dvou rotorů na přední ramena ve směru letu, s kterými nelze hýbat, a jeden zadní rotor, který lze pomocí mechanismů naklánět do stran a tím řídit směr letu (yaw). [18, 22]



Obrázek 12 - Konfigurační uspořádání trikoptér [24]

Kvadrokoptéry

Dominantní konfigurací mezi multikoptérami se staly kvadrokoptéry, které získaly velkou popularitu v široké škále oblastí. Základní princi fungování kvadrokoptéry spočívá v synergii čtyř rotorů, které jsou upevněny na čtyřech ramenech. U této konstrukce se používají dvě sady rotorů a vrtulí, jedna sada se otáčí ve směru hodinových ručiček (CW) a druhá v protisměru hodinových ručiček (CCW). Tím se vyrovnává reakční krouticí moment jednotlivých rotorů. Tato konfigurace zajišťuje stabilitu a snadné ovládání kvadrokoptéry, čímž se stává ideální volbou pro široké spektrum aplikací. [18, 22]

Pohyb kvadrokoptéry je závislý na spolupráci čtyř rotorů, které se otáčí stejnou rychlostí pro zachování visení ve vzduchu. Aby toto bylo možné, bývají kvadrokoptéry symetrické a jejich těžiště se nachází přesně uprostřed rámu. Hlavní předností kvadrokoptér je absence přídavných servomotorů pro změnu úhlu náběhu jednotlivých rotorových listů. Tento faktor výrazně zjednodušuje samotnou konstrukci a přispívá k celkové mobilitě kvadrokoptér, která je řízena změnami rychlosti otáčení jednotlivých rotorů a s tím souvisejících změn vztlaku generovaných na každém rotoru. [18, 22]

Podobně jako u trikoptér se u kvadrokoptér objevuje široká škála variant uspořádání rámů. Mezi nejběžnější varianty se řadí konfigurace ve tvaru písmene "X", "H" a "+" (Obrázek 13). Konfigurace ve tvaru "X" se nejvíce vyskytuje u kvadrokoptér, které jsou vybaveny záznamovým zařízením. Hlavní výhodou této konfigurace je chování při různých letových módech. Pro všechny uzpůsobení rámů kvadrokoptér platí, že jsou stabilní při dopředném
letu, avšak během tohoto letu pro dosažení vyšší rychlosti je vyžadována větší síla na vychýlení kvadrokoptéry do většího náklonu. Proto dominují kvadrokoptéry ve tvaru "X", které dosahují při klonění a klopení asi o 30 % větší síly. [18, 22, 24]



Obrázek 13 - Konfigurační uspořádání kvadrokoptér [24]

Konstrukce typu "H" se dříve používala převážně za závodními účely. Tento fakt byl způsoben rozšířenou základnou, která byla schopná nést veškeré FPV vybavení. Navíc zde byl dostatek místa pro případné konstrukční změny. Avšak právě kvůli své rozměrnosti se od tohoto typu v posledních letech upustilo a nahradily je různé obměny zmíněných konfigurací (Obrázek 14). [25]



Obrázek 14 - Různé konfigurační varianty rámů kvadrokoptér [25]

Hexakoptéry

U hexakoptér se jedná o případ použití šesti rotorů na šesti ramenech. Tato ramena jsou obvykle uspořádána v pravidelném šestiúhelníku s úhlem o velikosti 60° mezi sebou, čímž se zajišťuje stabilita a vyvážený let. Podobně jako u kvadrokoptér i hexakoptéry využívají rotory s neměnným úhlem náběhu, což přispívá k jednoduchosti systému. Podstatná výhoda

hexakoptér nastává při selhání jednoho z rotorů, kdy je schopna letu díky zbývajícím pěti rotorům, jenž poskytují dostatečnou stabilitu pro bezpečné přistání. Tato redundance minimalizuje riziko havárie a předchází se tak jejich zřícení a poškození drahých komponent, které jsou na hexakoptérách běžně instalovány. [22, 24]

Vzhledem k většímu počtu rotorů mají hexakoptéry větší vztlakovou sílu a jsou schopny nesení většího a těžšího nákladu. To umožňuje zvýšení limitu pro užitečné zatížení. Proto se hexakoptéry stávají ideálními pro nesení objemného kamerového vybavení. Na druhou stranu s rostoucím počtem rotorů klesá efektivita a vytrvalost multikoptéry. Z tohoto důvodu jsou hexakoptéry vhodné pouze pro lety v krátkém operačním dosahu v řádech desítek minut. [22]

Konfigurační uspořádání rámu je podobné jako u kvadrokoptér, jelikož i hexakoptéry se vyskytují v konfiguracích typu "X" a "+" (Obrázek 15). Jediný rozdíl mezi těmito dvěma uspořádáními je v počtu rotorů, které směřují dopředu. Pro konfiguraci "X" směřují dopředu dva rotory, avšak pro "+" to je pouze jeden. Konfigurace typu "X" se navíc často konstruuje v podobě roztaženého rámu, čímž se zajišťuje především širší výhled pro upevněná záznamová zařízení. [22]



Obrázek 15 – Konfigurační uspořádání hexakoptér [24]

Zvláštní konstrukcí, která se pro konfigurace se šesti rotory používá, je hexakoptéra s označením "Y6". Z hlediska rámu se jedná o podobnou konstrukci jako u trikoptér, jelikož má také pouze tři ramena. Avšak odlišnost spočívá v počtu rotorů, které jsou v případě konfigurace "Y6" uspořádány do páru na každém rameni. Tyto rotory jsou umístěny koaxiálně s opačným směrem otáčení, čímž se eliminuje vznikající krouticí moment rovnou na každém rameni zvlášť. V porovnání s klasickými hexakoptérami s šesti rameny nedosahují takové účinnosti, ale jejich hlavní předností je zvětšené zorné pole díky menšímu počtu ramen a kompaktnějšímu uspořádání. [22, 26]



Obrázek 16 – Konstrukční uspořádání hexakoptéry s označením "Y6" [26]

Oktakoptéry

Mezi poslední typické konfigurace multikoptér se řadí i oktakoptéry. Ojediněle se vyskytují i modely s větším počtem rotorů, ty jsou však určeny jen pro specifické případy použití. Oktakoptéra se skládá z osmi rotorů, z nichž polovina se otáčí ve směru hodinových ručiček (CW) a druhá polovina v protisměru hodinových ručiček (CCW). Tato konfigurace představuje vylepšenou verzi multikoptéry, u které je cílem generování větší vztlakové síly. Díky tomu oktakoptérý dosahují větších výšek a unesou větší užitečné zatížení. Osm rotorů zajišťuje oktakoptérám vynikající stabilitu ve vzduchu. Tato vlastnost je klíčová pro odolnost proti silným poryvům větru a zajišťuje plynulý a stabilní let i v náročných podmínkách. Podobně jako u hexakoptér se i oktakoptéry považují za spolehlivé bezpilotní prostředky i při poruše. Konstrukce s osmi rotory umožňuje bezpečné přistání i v případě výpadku až dvou rotorů, čímž minimalizuje riziko poškození a ztrát. [22, 24]

Konfigurační řešení oktakoptér se shoduje s dříve popsanými typy. Vyskytují se především v uspořádání typu "X" a "+" (Obrázek 17), kde pro ně platí stejná pravidla jako pro hexakoptéry. Proto se i zde preferuje použití konfigurace typu "X" především pro letecké záběry, které vyžadují maximální stabilitu s minimem vibrací. Uspořádání "+" je naopak vhodné pro akrobatické létání. [22]



Obrázek 17 – Konfigurační uspořádání oktakoptér [24]

Koaxiální uspořádání rotorů u oktakoptéry se označuje jako "X8". Tato konfigurace využívá rám velice podobný s konfigurací kvadrokoptéry typu "X", kde se nachází dva rotory na jednom rameni a otáčí se v opačných směrech. Konstrukční uspořádání a charakteristiky jsou velice podobné hexakoptéře typu "Y6", avšak v tomto případě dosahuje oktakoptéra výrazně vyšší vztlakové síly a stability. Obrázek 18 ilustruje konstrukční uspořádání oktakoptéry typu "X8". Z obrázku je patrná symetrická distribuce rotorů na rámu, která je klíčová pro dosažení maximální stability a vztlakové síly. [22]



Obrázek 18 – Konstrukční uspořádání oktakoptéry s označením "X8" [26]

2.3.3 Hybridní bezpilotní letadla

Poslední kategorií jsou hybridní bezpilotní letadla, která představují kombinaci bezpilotních letadel s pevnou nosnou plochou a s rotující nosnou plochou. Výsledkem je unikátní hybridní letadlo spojující výhody obou kategorií, otevírající nové možnosti pro bezpilotní letouny a rozšiřující jejich uplatnění v civilním i vojenském sektoru. Princip fungování hybridních bezpilotních letadel spočívá v kombinace vertikální vzletu a přistání, typického pro drony s rotující nosnou plochou, s efektivním horizontálním letem, charakteristickým pro bezpilotní letadla s pevnou nosnou plochou. Tato inovace umožňuje překonání vznikajícího omezení u letadel s rotující nosnou plochou, u kterých dochází při vyšších cestovních rychlostech k odtržení proudu vzduchu na ustupujícím listu rotoru, čímž se snižuje jejich efektivita v horizontálním letu. Hybridní bezpilotní letadla naproti tomu zvládají plynule přecházet mezi vertikálním a horizontálním letem, během kterého využívají výhod pevné nosné plochy. Tím zvládají let ve vyšších cestovních rychlostech a dochází k prodloužení doletu s vytrvalostí, čímž dosahují výjimečných vlastností. [3, 18, 27]

Nevýhodou hybridních letadel je především složitější dynamika letu. To klade vyšší nároky na řídicí systém a konstrukci bezpilotního letadla. Avšak díky neustálému technologickému vývoji se tato nevýhoda postupně eliminuje a hybridní bezpilotní letadla se stávají dostupnějšími. [18]

Existují dva hlavní typy hybridních bezpilotních letadel. První skupinou jsou konfigurace typu konvertoplánu, kdy je přechod mezi vertikálním a horizontálním letem řízen pomocí naklápěcího mechanismu. Druhá skupina nedisponuje žádným naklápěcím zařízením. [18]

2.3.3.1 Překlopná hybridní bezpilotní letadla

U překlopných hybridních letadel je konstrukce navržena tak, že se určité části nebo celé letadlo překlápí v závislosti na požadovaném typu letu. Tato technologie umožňuje plynulou změnu směru působení tahu a hladký přechod z vertikálního na horizontální let. Do této podkategorie se řadí množství konfigurací, od hybridních letadel s přistávacím zařízením v ocasní časti, přes konvertoplány s překlopnými rotory, po konvertoplány s překlopnými celými křídly. [18, 27]

Hybridní bezpilotní letadla s přistávacím zařízením v ocasní části

Na rozdíl od konvertoplánů s překlopnými křídly a s překlopnými rotory dochází u těchto hybridních letadel k překlopení celého letadla o 90°, čímž se mění orientace rotorů. Vzlet a přistání jsou prováděny ve vertikální poloze, odkud mají svůj anglický název "Tail-sitter VTOL UA". V horní části jejich konstrukce se nachází jeden nebo více rotorů generujících tah, zatímco ve spodní části se nachází ocas. Ten plní stabilizační funkci během cestovního letu a zároveň slouží jako opora při vzletu a přistání. [18]

Provoz hybridního bezpilotního letadla s přistávacím zařízením v ocasní části se skládá ze tří fází letu. První fází je přistání a vzlet ve vertikální poloze, druhá je přechodná fáze mezi vertikálním a horizontálním letem a poslední fází je samotný horizontální let. Tato konfigurace je spojena s řadou komplikací, které jsou zapříčiněny pevným uchycením rotorů, jenž nedosahují optimální účinnosti ve všech fázích letu. Další problém se může vyskytnout při silném poryvu ve chvíli, kdy se letadlo nachází ve vertikální pozici. [18, 27]



Obrázek 19 – Vzlet a přistání hybridního bezpilotního letadla s přistávacím zařízením v ocasní části [28]

Konvertoplány s překlopnými celými křídly

U těchto hybridních bezpilotních letadel dochází k překlopení nosných křídel společně s připevněnými rotory, zatímco zbytek trupu zůstává pevným. Díky tomuto unikátnímu principu získávají konvertoplány s překlopnými celými křídly označení "Tilt-wing UA". Rozsah otáčení křídel se u nich pohybuje minimálně od 0° do 90°. V první fázi letu se nachází křídla pod úhlem 90°, aby směr tahu byl opačný k tíze, jako je tomu u bikoptér. Tím je možný efektivní vertikální vzlet a přistání. V další fázi s přibývající rychlostí dochází k překlopení křídel do polohy pro horizontální let. Tento typ dosahuje výborných letových vlastností, avšak vede k několika komplikacím především při návrhu palivového systému. Dalším faktorem jsou jejich vyšší pořizovací náklady a s nimi spojené i vyšší náklady na provoz a údržbu. [3, 18, 27]

Konvertoplány s překlopnými rotory

Konstrukční řešení konvertoplánu s překlopnými rotory se velmi podobá předchozímu typu. Tato konstrukce je označována jako "Tilt-rotor UA". Jediný rozdíl mezi nimi je spjat s rozdílnou otočnou částí, jelikož u konvertoplánu s překlopnými rotory se překlápí pouze rotory, zatímco křídla zůstávají pevně na místě. Proto ve srovnání s konvertoplány s překlopnými křídly bývá konstrukce jednodušší a lehčí, jelikož se nenaklápějí celá křídla. [3, 27]

Konstrukce s překlopnými rotory bývají efektivnější při visení, na druhou stranu konvertoplán s překlopnými křídly dosahuje lepších výsledků v horizontálním letu. Obě konfigurace v závěru vedou k těžším a složitějším konstrukcím kvůli naklápěcímu mechanismu. Navíc je zapotřebí silný aktuátor pro natočení celých křídel, což může vést ke konstrukčním výzvám. Na druhou stranu se jedná o dobře ovladatelné a stabilní hybridní bezpilotní letadla, která jsou schopna VTOL a zároveň vynikají vysokou vytrvalostí. [3, 18]



Obrázek 20 – Konvertoplán s překlopnými rotory ("Tilt-rotor UA") [29]

2.3.3.2 Hybridní bezpilotní letadla s pevnou konfigurací rotorů

Hybridní bezpilotní letadla s pevnou konfigurací rotorů se odlišují od ostatních hybridních letadel absolutní absencí naklápěcího mechanismu. Díky tomuto principu nepotřebují tato letadla vykonávat žádné rotace rotorů ani přechodovou fázi mezi vertikálním a horizontálním letem. To vede k výraznému zjednodušení výsledné konstrukce, která je lehčí, kompaktnější a méně náchylná k poruchám. Existují dva typy hybridních letadel s pevnou konfigurací rotorů, do kterých se řadí hybridní letadla s duálním systémem a s rotačním křídlem. [18, 27]

Hybridní bezpilotní letadla s duálním systém

Hybridní bezpilotní letadla s duálním systémem se odlišují od ostatních typů hybridních letadel tím, že využívají dva nezávislé systémy rotorů pro vertikální a horizontální let. Zjednodušeně se jedná o přímou kombinaci bezpilotního letadla s pevnou nosnou plochou s multikoptérou, která se vyznačuje pouze dvěmi fázemi letu. Během jednotlivých fází je vždy aktivován pouze jeden systém a druhý zůstává deaktivován. Při vzletu je letadlo poháněno pomocí čtyř vztlakových motorů, podobně jako tomu je u kvadrokoptér. Po dosažení požadované výšky je zapnut tlačný rotor, který je umístěný na trupu. V momentě dosažení stanovené cestovní rychlosti dochází k vypnutí prvního systému. [18, 27]

Absencí naklápěcího mechanismu dochází ke snížení složitosti celé konstrukce, čímž se zvyšuje spolehlivost a snižují se pořizovací náklady a náklady na údržbu. Výhodou této konfigurace je relativně snadné ovládání, které je podpořeno převážně pevnou konfigurací rotorů. Přes spojení těchto kladů nenachází hybridní letadla s duálním systémem velké uplatnění. Značnou nevýhodou je u nich zbytečné používání druhého systému v jednotlivých fázích letu, který představuje nadbytečnou zátěž a způsobuje dodatečný aerodynamický odpor. Čímž se ve výsledku snižuje účinnost celého systému, která následně vede k vyšší spotřebě energie a dochází ke snížení celkového doletu. [18, 27]



Obrázek 21 – Konstrukční návrh hybridního bezpilotního letadla s duálním systém [30]

Hybridní bezpilotní letadla s rotačním křídlem

Druhým typem hybridních bezpilotních letadel jsou letadla s rotačním křídlem ("Rotary-wing UA"), u kterých se křídlo podílí na horizontálním i vertikálním letu. Toho je dosaženo inovativním mechanismem, kdy celé křídlo rotuje během vertikálního letu a generuje vztlak obdobně jako rotor. Naopak v horizontální fázi letu je rotační mechanismus deaktivován a křídlo se chová jako pevné nosné křídlo. Nevýhodou této konstrukce je především složitý dynamický a aerodynamický model kvůli nestabilitě v přechodovém režimu. Z toho důvodu se konfigurace s rotačním křídlem téměř nevyskytuje. [18]



Rotující křídlo



Pevné křídlo

Obrázek 22 – Schéma fází letu hybridního bezpilotního letadla s rotačním křídlem ("Rotary-wing UA") [31]

3 Mezinárodní standardní atmosféra

Hustota vzduchu hraje klíčovou roli v letectví, a to včetně bezpilotních prostředků. Pro stanovení výkonu jednotlivých rotorů a celkového výkonu kvadrokoptéry, nebo jakéhokoli rotorového UAV, je nezbytná znalost hustoty vzduchu, ve kterém se bezpilotní prostředek pohybuje. Bez známosti této hodnoty vznikají komplikace při předpovědi vlastností bezpilotního prostředku a zároveň porovnání vlastností různých bezpilotních prostředků se stává nemožným.

Jelikož atmosféra Země není ideální, vznikla za tímto účelem mezinárodní standardní atmosféra (MSA, v angličtině International Standard Atmosphere – ISA), která byla přijatá Mezinárodní organizací pro civilní letectví (ICAO) v roce 1952. Představuje zjednodušený matematický model ideální zemské atmosféry, pro který jsou definovány výchozí hodnoty na úrovni hladiny moře a jejich průběhy s měnící se nadmořskou výškou, jak jsou definovány Brožem v Aerodynamice nízkých rychlostí [32] a v U.S. Standard Atmosphere, 1976 [33].

3.1 Předpoklady mezinárodní standardní atmosféry

Mezinárodní standardní atmosféra považuje vzduch za suchý a ideální, proto zde platí stavová rovnice ideálního plynu

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T , \qquad (3.1)$$

která lze přepsat do tvaru

$$p = \rho \cdot R \cdot T , \qquad (3.2)$$

kde R je plynová konstanta vzduchu. Vlivem změny molekulové hmoty m s rostoucí nadmořskou výškou, se rovnice mění do formy

$$p = R_0 \cdot \frac{m_0}{m} \cdot \rho \cdot T , \qquad (3.3)$$

což lze přepsat do tvaru

$$p = R_0 \cdot \rho \cdot \tau \,, \tag{3.4}$$

kde τ je označení pro molekulární teplotu, která lze vyjádřit jako

$$\tau = \frac{m_0}{m} \cdot T , \qquad (3.5)$$

ve které je vyjádřena závislost molekulární teploty na zmíněné molekulové hmotě m. Avšak vzhledem k měnícím se molekulárním vlastnostem vzduchu až ve velkých výškách je možné tento jev v případě kvadrokoptéry neuvažovat, jelikož se pohybují pouze v troposféře. Proto je plynová konstanta vzduchu R uvažována jako neměnná a tedy konstantní. Pro suchý vzduch má hodnotu R = 287,1 J/kg·K.

Druhý předpoklad se věnuje změně tíhového zrychlení s nadmořskou výškou, kdy vychází z Newtonova gravitačního zákona

$$g(h) = g_0 \cdot \left(\frac{r}{r+h}\right)^2, \qquad (3.6)$$

kde r označuje poloměr Země a je roven 6 378 km. Tíhové zrychlení na hladině moře je definováno jako g_0 a hodnota zrychlení je stanovena na 9,807 m/s². Pro usnadnění následujících výpočtů je vhodné definovat geopotenciální výšku H, jež je dána vztahem

$$g_0 \cdot H = \int_0^h g(h) \cdot dh \,. \tag{3.7}$$

Dosazením rovnice (3.6) do rovnice (3.7) a následnou úpravou lze dosáhnout závislosti mezi geopotenciální výškou H a geometrickou výškou h. Tato závislost je dána rovnicí

$$H = \frac{1}{g_0} \cdot \int_0^h g_0 \cdot \left(\frac{r}{r+h}\right)^2 \cdot dh \,. \tag{3.8}$$

Z tohoto vztahu vyplývá definice pro geopotenciální výšku *H*. Jedná se o vertikální souřadnici, která odkazuje k průměrné hladině moře a je definována jako práce, kterou je potřeba vykonat, aby se jednotková hmotnost v gravitačním poli Země zvedla od hladiny moře do daného bodu (geometrické výšky *h*). Zavedením geopotenciální výšky *H* je docíleno použití konstantní hodnoty tíhového zrychlení a počítání pouze s hodnotou tíhového zrychlení na hladině moře ($g_0 = 9,807 \text{ m/s}^2$), jelikož se tato hodnota s geopotenciální výškou *H*. Graf 1 zobrazuje rozdíl mezi geometrickou výškou *h* a geopotenciální výškou *H*.



Graf 1 – Diference mezi geometrickou a geopotenciální výškou

Rozdíl mezi geometrickou výškou h a geopotenciální výškou H naznačuje diferenci o velikosti pouhých 19 m v geopotenciální výšce 11 km, která je považována za horní hranici v mírném pásu. Proto je mnohdy možné tento nepatrný rozdíl při výpočtu zanedbat, jelikož kvadrokoptéry nedosahují takových výšek, ve kterých by byl rozdíl znatelný.

3.2 Definování fyzikálních veličin pro MSA

Na základě mezinárodní standardní atmosféry jsou definovány fyzikální veličiny na úrovni hladiny moře, která je uvažována ve výšce h = H = 0.

Stanovené fyzikální konstanty:

Tíhové zrychlení	$g_0 = 9,807 \text{ m/s}^2$
Molekulová hmota vzduchu	$m_0 = 28,97$
Plynová konstanta vzduchu	$R_0 = 287,1 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$
Stavové veličiny:	
Teplota	<i>t</i> ₀ = 15 ℃
Tlak	$p_0 = 101~325~{ m Pa}$

$\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$

3.3 Model mezinárodní standardní atmosféry

Vypracování matematického modelu pro mezinárodní atmosféru se zakládá na stanovení průběhu funkcí pro teplotu T(H), tlak p(H) a hustotu $\rho(H)$.

3.3.1 Teplotní průběh

Hustota

Průběh teploty v závislosti na výšce je definován pomocí přímkových aproximací na několik úseků, které jsou znázorněny v Tabulka 1 a v Graf 2.

H [km]	τ [°K]	$\frac{d au}{dH}$ [°K/km]
0	288,15	-6,5
11	216,65	0
20	216,65	1
32	228,65	2,8
47	270,65	0
51	270,65	-2,8
71	214,65	-2
84,852	186,946	0
90	186,946	4

Tabulka 1 – Přehled teplotních vrstev v termínech molekulární teploty [33]

Průběh lze znázornit pomocí rovnice

$$\tau = \tau_d + \frac{d\tau}{dH} \cdot (H - H_d) = \tau_d + \tau^H \cdot (H - H_d), \qquad (3.9)$$

kde τ_d označuje molekulární teplotu na spodní hranici každé teplotní vrstvy a H_d označuje geopotenciální výšku na spodní hranici vrstvy. Poměr $d\tau/dH$ vyjadřuje gradient molekulární teploty, se kterým se mění molekulární teplota v daném pásmu rozsahu.



Graf 2 – Průběh molekulární teploty vůči geopotenciální výšce

Vlivem uvažování pouze troposféry je podstatný jen první úsek těchto aproximací, pro který je hodnota gradientu rovna -6.5 °K na geopotenciální výšku 1 km. Tím se značně zjednodušuje rovnice (3.9), kde pro potřeby troposféry byly změny molekulárních vlastností zanedbány, jelikož se podstatně nemění až do nadmořské výšky 90 km. Z toho důvodu je možno uvažovat molekulární hmotu $m = m_0$, což vede k dalšímu předpokladu, kdy molekulární teplota τ na základě rovnice (3.5) je rovna teplotě T. Na základě těchto předpokladů lze rovnici (3.9) přepsat do následující podoby, která platí pro troposféru (0 \div 11 km),

$$T = T_0 - 0,0065 \cdot H \,, \tag{3.10}$$

Výsledkem toho lze získat průběh teploty v závislosti na nadmořské výšce, který znázorňuje Graf 3.



Graf 3 – Průběh teploty vůči geopotenciální výšce

3.3.2 Tlakový průběh

Tlakový průběh je již řešen pouze pro potřeby troposféry, jelikož bylo stanoveno, že vyšších nadmořských výšek kvadrokoptéry nedosahují. Stále platí předpoklady stanovené dříve, kdy je uvažována molekulární hmota $m = m_0$ a molekulární teplota $\tau = T$. Při určení tlakového průběhu se vychází z rovnice hydrostatické rovnováhy a má podobu

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dh = -\rho \cdot g_0 \cdot dH.$$
(3.11)

Obrázek 23 – Element atmosférického sloupce [34]

Obrázek 23 vyobrazuje hydrostatickou rovnováhu, která lze přepsat do následujícího tvaru

$$\frac{dp}{dH} = -\rho \cdot g_0 \,. \tag{3.12}$$

Vydělením rovnice hydrostatické rovnováhy (3.11) stavovou rovnicí pro ideální plyn (3.2) je obdržena diferenciální rovnice ve tvaru

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho \cdot g_0 \cdot dH}{\rho \cdot R \cdot T} = -\left(\frac{g_0}{R \cdot T}\right) \cdot dH , \qquad (3.13)$$

která lze přepsat do integrálního tvaru v mezích od hladiny moře do daného výškového bodu

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{g_0}{R} \cdot \int_{H_0=0}^{H} \frac{dH}{T(H)},$$
(3.14)

kde za teplotu lze dosadit rovnici $T = T_0 - 0,0065 \cdot H$, která je funkčním předpisem vývoje teploty v troposféře

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{g_0}{R} \cdot \int_{H_0=0}^{H} \frac{dH}{T_0 - 0,0065 \cdot H}.$$
(3.15)

Následnou integrací je dosaženo následujícího vztahu a dosazením hodnot na úrovni hladiny moře pro tíhové zrychlení a plynovou konstantu vzduchu je získána finální rovnice stanovující průběh tlaku v závislosti na proměnné nadmořské výšce

$$p = p_0 \cdot \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{\frac{g_0}{R \cdot 0,0065}} = p_0 \cdot \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{5,256}.$$
 (3.16)

Pro modelování tlaku nad úrovní troposféry se rovnice mění, jelikož je zde teplota konstantní a není závislá na nadmořské výšce. Modifikovaná rovnice v integrálním tvaru vypadá následovně

$$\int_{p_{11}}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{g_0}{R \cdot T_{11}} \cdot \int_{H_{11}=11000}^{H} dH , \qquad (3.17)$$

kde index odpovídá hodnotám na hranici troposféry o výšce $11 \ \mathrm{km}$ nad mořem. Po integraci vede vztah ke tvaru

$$p = p_{11} \cdot e^{-\frac{g_0}{R \cdot T_{11}}(H - H_{11})} .$$
(3.18)

Výsledný tlakový průběh vůči nadmořské výšce je zobrazen v Graf 4.



Graf 4 – Průběh tlaku vůči geopotenciální výšce

3.3.3 Průběh hustoty

Průběh hustoty je opět řešen pouze pro troposféru. Stanovení průběhu vychází ze stavové rovnice (3.2) a diferenciální rovnice (3.13). Logaritmickým diferencováním stavové rovnice lze získat následující rovnici

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T},$$
(3.19)

ze které se vyjádří logaritmický diferenciál pro hustotu

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}.$$
(3.20)

Následuje dosazení diferenciální rovnice (3.13) za dp/p a postupnou úpravou lze docílit rovnice

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\left(\frac{g_0}{R} + \frac{dT}{dH}\right) \cdot \frac{dH}{T},$$
(3.21)

která lze zapsat v integrálním tvaru

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -\left(\frac{g_0}{R} + \frac{dT}{dH}\right) \cdot \int_{H_0=0}^{H} \frac{dH}{T(H)}.$$
(3.22)

Řešením této integrace je dosaženo rovnice pro průběh hustoty v závislosti na geopotenciální výšce H. Tato podoba rovnice je platná v oblasti troposféry, tzn. od H = 0 km až do H = 11 km, a vypadá následovně

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{\frac{g_0}{R \cdot 0,0065} - 1} = \rho_0 \cdot \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{4,256}.$$
 (3.23)

Analogicky jako u modelování tlaku nad úrovní troposféry se stejně mění i rovnice pro stanovení hustoty, kdy spodní část stratosféry má izotermický charakter. Proto je teplota T = konst. od nadmořské výšky 11 km. Integrální zápis má takovou podobu

$$\int_{\rho_{11}}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -\left(\frac{g_0}{R} + \frac{dT}{dH}\right) \cdot \frac{1}{T_{11}} \cdot \int_{H_{11}=11000}^{H} dH .$$
(3.24)

Vzhledem k teplotnímu gradientu dT/dH, který je roven 0 pro spodní část stratosféry, tento člen vypadne z rovnice a je získán tvar

$$\int_{\rho_{11}}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{g_0}{R \cdot T_{11}} \cdot \int_{H_{11}=11000}^{H} dH , \qquad (3.25)$$

který je shodný s rovnicí (3.17), proto i rovnice pro stanovení hustoty v závislosti na nadmořské výšce v oblasti nad troposférou je stejná jako pro tlak a má podobu



$$\rho = \rho_{11} \cdot e^{-\frac{g_0}{R \cdot T_{11}}(H - H_{11})} \,. \tag{3.26}$$

Graf 5 – Průběh hustoty vůči geopotenciální výšce

Po vyhodnocení těchto rovnice lze psát

$$\frac{dp}{p_{11}} = \frac{d\rho}{\rho_{11}} = e^{-\frac{g_0}{R \cdot T_{11}} \cdot (H - H_{11})},$$
(3.27)

a po dosazení hodnot ($g_0 = 9,807 \text{ m/s}^2$, $R = 287,1 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $H_{11} = 11\,000 \text{ m}$, $T_{11} = 216,78$ °K) je získán výsledný tvar

$$\frac{dp}{p_{11}} = \frac{d\rho}{\rho_{11}} = e^{-0,0001576 \cdot (H-11000)} \,. \tag{3.28}$$

3.4 Tabulka hodnot mezinárodní standardní atmosféry

Pro zajištění přehlednosti výsledků a názornější představu je vhodné zavedení bezrozměrných veličin pro tlak a hustotu. Zavedení bezrozměrných veličin vede k porovnání změn tlaku a hustoty s hodnotami na úrovni MSL (na úrovni střední hladiny moře). To přispívá ke zlepšení pochopení a ke snadnému porovnání výsledků pro různé případy.

Zavedená bezrozměrná veličina pro tlak je δ a je získaná pomocí vztahu

$$\delta = \frac{p}{p_0} = \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{5,256}.$$
(3.29)

Pro hustotu je stanovena bezrozměrná veličina σ , která se analogicky získá jako poměr hustoty ρ v aktuální výšce oproti referenční hodnotě hustoty ρ_0 , jež odpovídá hodnotě hustoty na úrovni střední hladiny moře.

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - 0,0065 \cdot \frac{H}{T_0}\right)^{4,256}.$$
(3.30)

Jako poslední je možné definovat bezrozměrnou veličinu θ , která je určena pro vyjádření poměru teplot T a T_0 . Průběhy jednotlivých bezrozměrných veličin jsou vyjádřeny ve společném grafu (Graf 6). Jednotlivé průběhy mají vypovídající hodnotu o jejich míře poklesu s rostoucí nadmořskou výškou. Jelikož jsou všechny veličiny bezrozměrné, lze provést jejich vzájemnou komparaci a získat náhled na průběh teploty, tlaku a hustoty v mezinárodní standardní atmosféře.

Tímto stanovením jsou známy veškeré veličiny a lze sestavit přehlednou tabulku hodnot, s kterou je možné pracovat. Užitečné hodnoty pro mezinárodní standardní atmosféru jsou vyobrazeny v Tabulka 2.



Graf 6 – Průběh MSA s geopotenciální výškou do 20 km

<i>H</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>T</i> [°K]	<i>t</i> [°C]	<i>p</i> [Pa]	ho [kg/m ³]	δ[-]	σ[-]	$\vartheta \left[- ight]$
0	0	288,15	15	101 325	1,225	1	1	1
1 000	1 000,157	281,65	8,5	89 874,32	1,1116	0,8870	0,9075	0,9774
2 000	2 000,627	275,15	2	79 494,76	1,0065	0,7846	0,8216	0,9549
3 000	3 001,412	268,65	-4,5	70 107,94	0,9091	0,6919	0,7421	0,9323
4 000	4 002,510	262,15	-11	61 639,51	0,8191	0,6083	0,6687	0,9098
5 000	5 003,923	255,65	-17,5	54 019,11	0,7361	0,5331	0,6009	0,8872
6 000	6 005,650	249,15	-24	47 180,18	0,6597	0,4656	0,5385	0,8647
7 000	7 007,691	242,65	-30,5	41 059,87	0,5895	0,4052	0,4812	0,8421
8 000	8 010,047	236,15	-37	35 598,93	0,5252	0,3513	0,4287	0,8195
9 000	9 012,718	229,65	-43,5	30 741,59	0,4663	0,3034	0,3807	0,7970
10 000	10 015,704	223,15	-50	26 435,43	0,4127	0,2609	0,3369	0,7744
11 000	11 019,004	216,65	-56,5	22 631,26	0,3639	0,2234	0,2971	0,7519
12 000	12 022,620	216,65	-56,5	19 330,11	0,3108	0,1908	0,2537	0,7519
13 000	13 026,551	216,65	-56,5	16 510,49	0,2655	0,1629	0,2167	0,7519
14 000	14 030,798	216,65	-56,5	14 102,15	0,2268	0,1392	0,1851	0,7519
15 000	15 035,361	216,65	-56,5	12 045,12	0,1937	0,1189	0,1581	0,7519
16 000	16 040,239	216,65	-56,5	10 288,13	0,1654	0,1015	0,1350	0,7519
17 000	17 045,433	216,65	-56,5	8 787,434	0,1413	0,0867	0,1153	0,7519
18 000	18 050,943	216,65	-56,5	7 505,638	0,1207	0,0741	0,0985	0,7519
19 000	19 056,770	216,65	-56,5	6 410,814	0,1031	0,0633	0,0842	0,7519
20 000	20 062,913	216,65	-56,5	5 475,688	0,0880	0,0540	0,0719	0,7519

Tabulka 2 – Hodnoty MSA do 20 km

4 Mechanika letu kvadrokoptéry

Kvadrokoptéry se vyznačují oproti helikoptérám značně zjednodušenou mechanikou letu, která pramení z jejich specifické konstrukce. Na rozdíl od helikoptér, které představují komplexní systémy s jedním hlavním a jedním pomocným rotorem pro vyrovnávání krouticích momentů, využívají kvadrokoptéry hned čtyři rotory, které jsou nezávisle regulovatelné. Tato konfigurace eliminuje nutnost pomocného rotoru a umožňuje tak jednodušší a kompaktnější konstrukci.

Základní princip letu kvadrokoptér sdílí s vrtulníky princip generování vztlaku rotací rotorových listů. Každý rotor, otáčející se konstantní rychlostí, produkuje vztlakovou sílu kolmou k rovině rotorových disků. Vztlaková síla všech čtyř rotorů dohromady umožňuje kvadrokoptéře vzlétnout a udržovat se ve vzduchu.

Klíčovou vlastností kvadrokoptér je možnost individuální regulace otáček pomocí ESC každého rotoru. To umožňuje měnit tahové síly na jednotlivých ramenech kvadrokoptéry, čímž dochází ke klopení a klonění stroje v požadovaném směru. Tato funkce je nezbytná pro dosažení široké škály letových režimů,

U kvadrokoptéry je problém s kroutícím momentem vyřešen jiným způsobem a jejich základní mechanika letu je na pochopení velice jednoduchá a souvisí s jejich unikátní konstrukcí. Uspořádání rotorů u kvadrokoptéry, jak už bylo naznačeno na Obrázek 13, připomíná svým tvarem buď písmeno "X" nebo tvar "+". Vyskytuje se i řada další variancí, avšak tyto dvě se řadí mezi nejfrekventovaněji používané konfigurace. Na Obrázek 24 je následně naznačena základní mechanika letu kvadrokoptéry ve tvaru písmena "+".

Vzniklý krouticí moment, který vzniká rotací rotoru, je v případě kvadrokoptéry eliminován použitím více rotorů, které se otáčí v opačných směrech. Tím dochází k vzájemné silové a momentové rovnováze, čehož je následně využíváno i pro samotné ovládání. Změny v generovaných silách je docíleno regulací otáček na jednotlivých rotorech, čímž je řešena kompletní mechanika letu kvadrokoptéry.

Kvadrokoptéra je obecně schopna čtyř základních pohybů, mezi které se řadí klonění, klopení, rotace kolem osy z a svislý pohyb. Při svislém pohybu je hlavním úkolem kvadrokoptéry vyrovnat její tíhu. V tento moment nedochází k žádnému pohybu do stran a všechny její rotory se otáčí stejnou rychlostí. Pro zvýšení nebo snížení letové hladiny je zapotřebí regulace otáček na všech rotorech ve stejném poměru. Speciálním případem je vis kvadrokoptéry, kdy je svislá složka rychlosti nulová a dochází pouze k vyrovnání vzniklé tíhy.



Obrázek 24 - Schéma mechaniky letu kvadrokoptéry tvaru "+" [35]

Druhým typem je let dopředu či dozadu, jehož je dosaženo klopením kolem osy Y. Klopení nastává vlivem zvýšení otáček zadního rotoru a snížení otáček předního motoru, jak je ukázáno na Obrázek 24. S tímto pohybem souvisí třetí typ, kdy dochází ke klonění kolem osy X. Toho je docíleno analogicky, kdy dochází k naklonění kvadrokoptéry vlivem zvýšení tahu zadního rotoru.

Posledním typem je rotace kolem svislé osy z, ke které dojde vlivem snížení otáček dvou rotorů se stejným směrem otáčení a zároveň zvýšení otáček rotorů s opačným směrem otáčení, aby byla zachována celková síla potřebná pro vis. Důsledkem tohoto jevu je otáčení na místě, jehož rychlost lze zvyšovat navýšením poměru mezi dvojicemi rotorů.

V této diplomové práci jsou detailněji rozebrány dva režimy letu, kde prvním je vyřešení silové rovnováhy visu a stanovení potřebného výkonu pro tento let. A druhá část je následně věnována mechanice letu kvadrokoptéry při dopředném letu při zanedbání vertikální složky rychlosti.

4.1 Aerodynamika rotoru

Veškeré následující výpočty vychází z Leishmana [1], který se v druhé kapitole nejprve věnuje aerodynamice rotoru a následně přechází na složitější případy.

Rotor jakýchkoliv prostředků s rotující nosnou plochou má obvykle tři základní funkce:

- Generování vztlakové síly k opačnému směru působení tíhové síly od hmotnosti prostředku s rotující nosnou plochou
- 2) Generování horizontální propulzní síly při dopředném letu
- 3) Generování sil a momentů ovlivňujících výšku a pozici v prostoru

Vztlaková síla jakékoliv části rotujícího listu souvisí s jeho lokálním úhlem náběhu a lokálním dynamickým tlakem. Zároveň je ovlivněna režimem letu, který má účinek na proudění vzduchu kolem rotorového listu. Pro lepší představu o poloze listu je definován úhel azimutu (ψ), jenž je při $\psi = 0^{\circ}$ v zadní poloze a vzduch proudí podél listu, a naopak při poloze $\psi = 180^{\circ}$ list směřuje dopředu. Poloha listů $\psi = 90^{\circ}$ a $\psi = 270^{\circ}$ určuje, zda se jedná o postupující nebo ustupující list.

Na následujícím obrázku je vyobrazeno rozložení rychlostí v závislosti na režimu letu při směru otáčení rotoru proti směru hodinových ručiček. Pro multikoptéry není žádný standardní směr otáčení, jako tomu je u helikoptér, jelikož se využívá střídavého směru otáčení na jednotlivých rotorech za účelem eliminace kroutícího momentu vznikajícího v reakci na rotaci.



Obrázek 25 – Rozložení rychlostí na rotorovém disku v závislosti na režimu letu [1]

Při poloze rotoru ve visu dochází k rovnoměrnému rozložení sil na rotorovém disku, které jsou nulové v ose rotoru a maximální na konci listů. V tomto místě dosahuje rychlost maxima po celém rozložení a je určena na základě součinu poloměru disku s úhlovou rychlostí, $V_{tip} = \Omega \cdot R$.

Při dopředném letu se do výpočtu dostává rychlost od volného proudění daleko před diskem (V_{∞}), proto dochází ke změně rozložení sil. Nově se rychlost na konci listů vypočte pomocí následujícího vzorce

$$V_{tip} = \Omega \cdot R + V_{\infty} \cdot \sin \psi , \qquad (4.1)$$

který se mění s funkcí sinus pro úhel azimutu. Rozložení je sice stále lineární, avšak dochází k osové nesymetričnosti. Z toho vyplívá, že pro postupující list s úhlem náběhu $\psi = 90^{\circ}$ se složka od volného proudění daleko před diskem přičítá, čímž dochází k nárůstu rychlosti, vzniklého vztlaku i odporu na této straně. Na druhé straně u ustupujícího listu s úhlem náběhu $\psi = 180^{\circ}$ vede vliv od volného proudění ke snížení rychlosti obtékání. Tím vzniká nerovnováha sil i momentů, která je u kvadrokoptéry elimininována použitím rotorů s opačnými směry otáčení.

Problém u dopředného letu nastává právě s přičítající se složkou od volného proudění, která při vyšších rychlostech má za vznik řadu aerodynamických problémů, jenž limitují výkonnost rotorů. Nejzřejmější problém nastává u postupujícího listu, u kterého se rychlosti na konci listů mohou dostávat do kritických Machových čísel a do transsonického proudění. V této oblasti hraje významnou roli stlačitelnost, se kterou je spojen vznik silných rázových vln a s tím výskyt vlnového odporu, čímž je vyžadováno většího výkonu rotoru.

Na druhé straně rotorového disku dochází k opačnému problému. Vliv od dopředného letu snižuje rychlost proudění a dynamický tlak kolem profilu listu. Pro zachování potřebné hodnoty vztlaku se vyžaduje vysoký úhel náběhu listů, s kterým je spjato dynamické odtržení proudu vzduchu, k němuž může dojít vlivem příliš velkého úhlu náběhu a malé rychlosti proudění. Avšak úhel náběhu listů je možné měnit u helikoptér. U multikoptér se tento složitý mechanismus obvykle nepoužívá.

V neposlední řadě dochází při vyšších rychlostech na straně ustupujícího listu k vzniku oblasti zpětného proudění, která je vyobrazena i na předchozím obrázku (Obrázek 25). Tato oblast znázorňuje místo, ve kterém je zpětné obtékání listu. Tím dochází k obtékání listu od odtokové hrany k náběžné. Čím větší je dopředná rychlost letu, tím je větší i tato oblast zpětného proudění.

4.2 Visení kvadrokoptéry

Visení kvadrokoptéry je nejjednodušším režimem letu, který se u jakýchkoliv prostředků s rotující nosnou plochou vyskytuje. U visu kvadrokoptéry je hlavním úkolem rotorů vytvoření dostatečného vztlaku, který působí pouze proti tíze kvadrokoptéry. Během tohoto režimu je proudění kolem rotorů osově symetrické, což výrazně ulehčuje analýzu letu.

4.2.1 Teorie ideálního propulzoru

Visení je speciální případ letu, při kterém je nulová dopředná i vertikální rychlost. Z toho důvodu je proudění kolem rotoru osově symetrické. Teorie ideálního propulzoru slouží pro

zjednodušený popis aerodynamiky vrtule, který využívá principů zachování hmoty, hybnosti a energie pro stanovení tahu a výkonu generovaného vrtulí. Tato teorie byla poprvé představena W. M. J. Rankinem v roce 1865 pro použití u analýzy lodních šroubů. Později byla teorie upravena Froudem. V této kapitole je představen daný model pro jeden rotor ve visu, jak ho popisuje Leishman [1].

Teorie pohlíží na rotorový disk jako na nekonečně tenkou kruhovou desku, kde dochází ke změně tlaku. Tento koncept je ekvivalentní k případu, kdy je uvažován nekonečný počet listů o nulové tloušťce, přes které prochází proud vzduchu. Ten je v celé rovině urychlen pomocí rotace disku rovnoměrně směrem dolů, proto teorie pohlíží na vzduch jako na ideální tekutinu, která je nestlačitelná, kvazistatická, jednosměrná a nevazká. Obrázek 26 zobrazuje tento princip. Nevýhodou je, že teorie zanedbává vliv od vlastností vrtule a neuvažuje konstrukci samotných listů.



Obrázek 26 – Průchod vzduchu rotorovým diskem [36]

Teorie zavádí tři roviny, které usnadňují popis proudového pole. V první rovině, která nese označení 0, je rychlost proudění neovlivněna rotorem. Jedná se tedy o rovinu daleko před samotnou vrtulí. V této rovině je statický tlak rovný okolnímu atmosférickému tlaku. V případě visení je hodnota rychlosti proudění $V_0 = 0$. Rovina 1 určuje rovinu rotorového disku, ve které je rychlost proudu vzduchu $V_1 = V_0 + v_i$, kde v_i představuje indukovanou rychlost vyvolanou rotorem. Rovina 2 se nachází daleko za vrtulí, ve které už nedochází k urychlování částic proudu vzduchu. Hodnota statického tlaku se zpátky vrací na hodnotu okolního atmosférického tlaku a rychlost proudění se v tomto místě určení jako $V_2 = V_0 + w$, kde je proud vzduchu urychlen o w.

Na základě platnosti třetího Newtonova zákona zde vzniká tah, který je pouze opačnou reakcí na působení rotoru na vzduch. Ten lze určit pomocí zákonu zachování hybnosti mezi

vstupujícím proudem vzduchu v rovině 0 a proudem vzduchu v rovině 2, což je možné vyjádřit pomocí rovnice

$$T = \dot{m} \cdot V_2 - \dot{m} \cdot V_0 , \qquad (4.2)$$

kde \dot{m} označuje hmotnostní tok, který musí být v proudovém poli konstantní. Proto platí rovnice

$$\dot{m} = \rho \cdot A_2 \cdot w = \rho \cdot A \cdot v_i \,. \tag{4.3}$$

Jelikož rychlost daleko před rotorem je rovna nule, lze předchozí vztah upravit do podoby

$$T = \dot{m} \cdot w \,. \tag{4.4}$$

Ze zákona zachování energie plyne, že práce představená rotorem se rovná přírůstku energie za jednotku času.

$$T \cdot v_i = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot V_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot V_0^2 , \qquad (4.5)$$

z čehož opět po uvážení nulové složky rychlosti daleko před rotorem vyplývá

$$T \cdot v_i = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot w^2 \,. \tag{4.6}$$

Kombinací předchozích rovnic je získán poměr mezi indukovanou rychlostí a rychlostí daleko za rotorem

$$v_i = \frac{1}{2} \cdot w \,. \tag{4.7}$$

Na základě vztahu pro hmotnostní tok lze vyjádřit vzorec pro indukovanou rychlost z rovnice tahu, kde je dosazeno $w = 2 \cdot v_i$. Jelikož se jedná o režim letu visení, indukovaná rychlost ve visu v_h je totožná s indukovanou rychlostí v_i

$$v_h \equiv v_i = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot \rho \cdot A}},\tag{4.8}$$

čímž je získán potřebný výkon pro visení

$$P = T \cdot v_i \equiv T \cdot v_h = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}}.$$
(4.9)

4.2.2 Bezrozměrné veličiny

Bezrozměrné veličiny se zavádí za účelem snazšího porovnávání při analýzách rotorů, jelikož lze snáze provádět jejich vzájemné srovnání. První zavedenou bezrozměrnou veličinou je rychlostní poměr ve visu λ_h , jenž představuje poměr mezi indukovanou rychlostí a rychlostí na konci listů, V_{tip} ,

$$\lambda_h = \lambda_i = \frac{\nu_i}{V_{tip}} = \frac{\nu_i}{\Omega \cdot R}.$$
(4.10)

Další bezrozměrnou veličinou je součinitel tahu c_T , který je běžně definován následovně

$$c_T = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot V_{tip}^2} = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot \Omega^2 \cdot R^2},$$
(4.11)

kde A představuje plochu rotorového disku a referenční rychlost je rychlost na konci listů, ΩR . Pro toto vyjádření existuje vztah s rychlostním poměrem λ_i , který lze získat kombinací předchozích rovnic,

$$\lambda_h = \lambda_i = \frac{\nu_i}{\Omega \cdot R} = \frac{1}{\Omega \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot \rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot A \cdot \Omega^2 \cdot R^2}} = \sqrt{\frac{c_T}{2}}.$$
 (4.12)

Součinitel výkonu c_P je velice podobný součiniteli tahu s jediným rozdílem, že se u rychlosti na konci listů nachází třetí mocnina,

$$c_P = \frac{P}{\rho \cdot A \cdot V_{tip}^3} = \frac{P}{\rho \cdot A \cdot \Omega^3 \cdot R^3}.$$
(4.13)

A v závislosti na momentové teorii je možné přepsat vyjádření pro součinitel výkonu ve visu ve vztahu k součiniteli tahu

$$c_{P} = \frac{T \cdot v_{i}}{\rho \cdot A \cdot \Omega^{3} \cdot R^{3}} = \left(\frac{T}{\rho \cdot A \cdot \Omega^{2} \cdot R^{2}}\right) \cdot \left(\frac{v_{i}}{\Omega \cdot R}\right) = c_{T} \cdot \lambda_{i} = c_{T} \cdot \sqrt{\frac{c_{T}}{2}} = \frac{c_{T}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}.$$
 (4.14)

U všech těchto vztahů byl předpoklad ideálního stavu se zanedbání ztrát způsobených vazkostí tekutin a dalších vlivů. Pro lepší a reálnější představu vznikl korekční faktor indukovaného výkonu κ . Tato hodnota je získána na základě rotorových měření nebo pomocí letových zkoušek a zahrnuje vliv všech neideálních jevů. Jeho průměrná hodnota se nejčastěji u helikoptér pohybuje mezi $\kappa = 1,10 \div 1,15$,

$$c_{P_i} = \frac{\kappa \cdot c_T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}.$$
 (4.15)

S tím souvisí zavedení profilového výkonu P_0 , který představuje potřebný výkon pro překonání vazkých ztrát na rotoru. Pro nezúžený list s konstantním součinitelem odporu c_{d0} lze profilový výkon vyjádřit jako

$$P_0 = \frac{1}{8} \cdot \rho \cdot N_b \cdot \Omega^3 \cdot c \cdot c_{d0} \cdot R^4 , \qquad (4.16)$$

kde N_b představuje počet listů rotoru a c je tětiva listu. Tento tvar lze převést do standardního součinitele výkonu podělením rovnice tvarem $\rho \cdot A \cdot \Omega^3 \cdot R^3$. Výsledná rovnice je

$$c_{P0} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{N_b \cdot c \cdot R}{A}\right) \cdot c_{d0} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{N_b \cdot c}{\pi \cdot R}\right) \cdot c_{D0} = \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot c_{d0} .$$
(4.17)

A celkový součinitel výkonu nabývá podoby

$$c_P = c_{Pi} + c_{P0} = \frac{\kappa \cdot c_T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot c_{d0} .$$
(4.18)

Tyto předpoklady jsou i vyobrazeny v následujícím grafu, kde je vyobrazen vztah mezi součinitel tahu c_T a součinitel výkonu c_P .



Graf 7 – Porovnání vypočtených předpokladů pomocí momentové teorie a naměřeného korekčního faktoru pro rotor ve visu [1]

Poslední zavedenou bezrozměrnou veličinou, která se již vyskytuje v předchozích vztazích, je plnost rotoru σ . Tato bezrozměrná veličina vyjadřuje poměr mezi plochou listů a plochou rotorového disku. V případě helikoptér dosahuje plnost rotoru hodnot mezi 0,05 a 0,12. A pro rotor s obdélníkovými listy vypadá následovně

$$\sigma = \frac{plocha \, list \mathring{u}}{plocha \, rotorov \acute{e}ho \, disku} = \frac{A_b}{A} = \frac{N_b \cdot c \cdot R}{\pi \cdot R^2} = \frac{N_b \cdot c}{\pi \cdot R}.$$
(4.19)

4.2.3 Figure of Merit

V případě snahy o zjištění účinnosti rotoru se objevuje řada komplikací, jelikož do výpočtu vstupuje několik parametrů, od plochy rotorového disku, přes plnost rotoru, aerodynamické charakteristiky profilu, až po rychlost na konci listů. Pro tento případ se zavedl nový parametr, který v angličtině nese název "Figure of Merit" a označuje se jako *FM*, v českém jazyce pro něj neexistuje přesný termín, proto se používá ten anglický. *FM* je vypočtena na základě jednoduché momentové teorie jako referenční hodnota a skutečná hodnota potřebného výkonu k visení,

$$FM = \frac{i de \acute{a} ln \acute{i} v \acute{y} kon \, pot \check{r} e bn \acute{y} \, pro \, v is}{r e \acute{a} ln \acute{y} v \acute{y} kon \, pot \check{r} e bn \acute{y} \, pro \, v is} < 1 \,. \tag{4.20}$$

Ideální výkon potřebný pro vis je spočtený na základě jednoduchého vzorce momentové teorie z $c_P = c_T^{3/2}/\sqrt{2}$, který zanedbává vazké ztráty. Z toho důvodu je porovnáván s reálným potřebným výkonem, který bere v potaz veškeré vlivy od vazkosti a profilových vlastností. Proto *FM* nikdy nemůže být větší než 1. Figure of merit může být zapsána i v této podobě

$$FM = \frac{P_{ideal}}{P_{meas}} = \frac{c_{T_{meas}}^{3/2} / \sqrt{2}}{c_{P_{meas}}} = \frac{c_{T_{meas}}^{3/2}}{\sqrt{2} \cdot c_{P_{meas}}},$$
(4.21)

kde $c_{P_{meas}}$ představuje naměřený součinitel výkonu, který zahrnuje veškeré neideální vlivy.

Použitím modifikované podoby momentové teorie s neideální aproximací lze hodnotu FM vyjádřit jako

$$FM = \frac{ide\acute{a}ln\acute{i} v\acute{y}kon}{indukovan\acute{y} + profilov\acute{y}} = \frac{P_{ideal}}{\kappa \cdot P_{ideal} + P_0} = \frac{\frac{c_T^{3/2}}{\sqrt{2}}}{\frac{\kappa \cdot c_T^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8}}.$$
 (4.22)

Všechny tyto metody jsou zohledněny v následujícím grafu, kde se porovnává FM se součinitel tahu c_T .



Graf 8 – Porovnání průběhu hodnoty Figure of Merit ve visu na základě řady metod [1]

Z grafu je zřejmé, že pro malé hodnoty c_T nabývá FM malých hodnot, které rostou s přibývajícím součinitelem tahu. Tento jev pokračuje až do chvíle, kdy se hodnota FM přibližuje k hodnotě $1/\kappa$. V ten moment dochází ke stagnaci a v praxi i poklesu této hodnoty. To je způsobeno rostoucím odporem profilu, který se rapidně zvyšuje s přibývajícím součinitel

tahu, když se zvětšuje oblast zpětného proudění na rotoru. Tento bod představuje maximální možnou hodnotu FM rotoru, která se pro rotory helikoptér běžně pohybuje mezi 0,7 a 0,8.

4.2.4 Odhad neideálních vlivů na základě měřeních rotoru

Pro výpočty je mnohdy potřeba provádět odhady korekčního faktoru indukovaného výkonu κ a průměrného součinitele odporu profilu c_{d0} . Na základě naměřených hodnot součinitele tahu c_T a součinitele výkonu c_P , které byly zjištěny z experimentálních metod při testování osamoceného rotoru, lze určit požadované hodnoty.

Odhad se provádí vykreslením závislosti $8C_{P_{meas}}/\sigma$ na $c_{T_{meas}}^{3/2}/\sqrt{2}$, jak je naznačeno v následujícím grafu. Na základě lineární regrese jsou proloženy naměřené hodnoty přímkou a ze sklonu přímky lze stanovit κ a z průsečíku s osou y se odečte c_{d0} . Tento způsob je naznačen na grafu níže.



Graf 9 – Metoda na určení korekčního faktoru indukovaného výkonu a průměrného součinitele odporu profilu z naměřených hodnot součinitele tahu a výkonu [1]

4.2.5 Indukovaná ztráta na konci listů

Vliv od vzniklých vírů na konci listů produkuje vysoký lokální přítok nad koncem listů a způsobuje ztrátu vztlaku v tomto místě. Ideálním případem by byl exponenciálně zvětšující se vztlak až na konec listů, jak je naznačeno na následujícím obrázku. Avšak ve skutečnosti se u konců listů právě vyskytují nepříznivé jevy, které lokálně snižují vztlak na rotorovém listu.



Obrázek 27 – Rozložení vztlaku na lisu s koncovými ztrátami s porovnáním s ideálním případem [1]

Tomuto jevu se obecně říká koncové ztráty a představuje ztrátu vztlaku ve smyslu k ideálnímu případu bez jakýchkoliv ztrát. Proto se zavedl Prandtlův faktor B, jenž koresponduje s koncovými ztrátami a zavádí efektivní poloměr listu R_e , pro který platí nerovnost $R_e < R$.

$$R_e = B \cdot R \tag{4.23}$$

S tím souvisí stanovení efektivní plochy rotorového disku A_e a vyjádření této hodnoty pomocí Pradtlova faktoru B.

$$A_e = \pi \cdot R_e^2 = \pi \cdot (B \cdot R)^2 = B^2 \cdot A \tag{4.24}$$

Rozšířením tohoto řešení je uvážení vlivu od výřezu u kořene, kde jsou listy uchyceny k rotoru. Tato část se označuje bezrozměrnou veličinou r_0 a výsledná efektivní plocha rotorového disku ve visu je získána takto

$$A_e = \pi \cdot B^2 \cdot R^2 - \pi \cdot r_0^2 \cdot R^2 \,. \tag{4.25}$$

A v poměru lze přepsat do tvaru

$$\frac{A_e}{A} = \frac{\pi \cdot B^2 \cdot R^2 - \pi \cdot r_0^2 \cdot R^2}{\pi \cdot R^2} = B^2 - r_0^2 .$$
(4.26)

Z toho vyplývá, že ztráta na konci listů vede ke zvýšení indikované rychlosti o faktor B^{-1} pro daný tah. Zároveň povede ke zvýšení odpovídajícího indukovaného výkonu. Prandtlovo přístup k zjištění koncové ztráty definuje rovnici pro získání přibližné hodnoty efektivního poloměru rotoru, jež vypadá následovně

$$\frac{R_e}{R} \approx 1 - \left(\frac{1,386}{N_b}\right) \cdot \frac{\lambda_i}{\sqrt{1 + \lambda_i^2}}.$$
(4.27)

57

Jelikož rychlostní poměr λ_i bývá u helikoptér a multikoptér obvykle menší než 0,07, je možné zanedbat ve výpočtu jeho mocninu a zjednodušit tvar rovnice do podoby

$$\frac{R_e}{R} \approx 1 - \left(\frac{1,386}{N_b}\right) \cdot \lambda_i \,. \tag{4.28}$$

Z toho vyplívá obecná rovnice pro Prandtlův faktor

$$B = 1 - \frac{1,386 \cdot \lambda}{N_b},$$
 (4.29)

kde rychlostní poměr $\lambda = (V_c + v_i)/(\Omega \cdot R)$ a kde V_c je stoupací rychlost. Pro vis už byla dokázána závislost

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{c_T}{2}},\tag{4.30}$$

která vede k finální podobě stanovení hodnoty Prandtlova faktoru jako

$$\frac{R_e}{R} = B = 1 - \left(\frac{1,386}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{c_T}}{N_b} \approx 1 - \frac{\sqrt{c_T}}{N_b}.$$
(4.31)

V praxi dosahují rotory helikoptér hodnot mezi 0,95 až 0,98 a záleží u nich především na počtu listů. Tento rozdíl je vyobrazen na následujícím grafu.



Obrázek 28 – Vliv počtu listů rotoru a součinitele tahu na Prandtlův faktor [1]

4.2.6 Potřebný výkon rotoru ve visu

Potřebný výkon rotoru ve visu se spočítá na základě této rovnice

$$P = P_i + P_0 = \frac{\kappa \cdot W^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} + \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 \cdot \left(\frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8}\right), \tag{4.32}$$

kde P_i označuje indukovaný výkon a P_0 profilový výkon. Jelikož se jedná o potřebný výkon k visu, vstupuje do rovnice tíha W, kterou musí daný rotor unést. Navíc lze tuto rovnici přepsat ve formě vyjádření pomocí FM,

$$P = P_i + P_0 = \left(\frac{1}{FM}\right) \cdot \frac{W^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}}.$$
(4.33)

Případně je možný i zápis pomocí bezrozměrných součinitelů

$$c_P = c_{P_i} + c_{P_0} = \frac{\kappa \cdot W^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8} = \left(\frac{1}{FM}\right) \cdot \frac{c_W^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}},$$
(4.34)

kde c_W je hmotnostní součinitel, který odpovídá součiniteli tahu c_T .

Na základě těchto rovnice vyplívá závislost potřebného výkonu ve visu na hmotnosti kvadrokoptéry a na hustotě vzduchu, ve kterém se kvadrokoptéra pohybuje.

4.3 Modelový výpočet visení kvadrokoptéry

Pro modelový výpočet visení kvadrokoptéry byly použity experimentálně naměřené hodnoty z univerzity Illinois v Urbana Champaign (UIUC) [37], kde prováděli experimentální měření vrtulí od různých výrobců, které se používají pro malá bezpilotní letadla a modely letadel.

Pro následující výpočet byly zvoleny tři vrtule se stejným průměr a velice podobným stoupáním, aby bylo možné následné porovnání. Jednalo se o vrtule od APC, Graupner a Master Airscrew, které jsou vhodné pro použití na malé kvadrokoptéry o váze od 0,5 kg do 2,5 kg. Pro stanovení potřebného výkonu jednotlivých vrtulí k visu bylo potřeba dopočítat geometrické vlastnosti a provést odhad neideálních vlivů na jejich provoz. Ten byl zjištěn z naměřených hodnot ze statických testů vrtulí.

4.3.1 Vstupní parametry zvolených vrtulí

V první fázi výpočtu bylo nutné uvést vstupní parametry pro jednotlivé vrtule. V porovnání jsou uvažovány tři druhy vrtulí:

- 1) APC Thin Electric 9x4,5
- 2) Graupner CAM Prop 9x4
- 3) Master Airscrew 9x4

Pro značení vrtulí se používá formát 9x4, kde první číslo vyjadřuje průměr vrtule a druhé označuje stoupání vrtule. Obě tyto hodnoty jsou uvedeny v palcích.

4.3.1.1 Stanovené hodnoty pro APC Thin Electric 9x4,5

První vrtulí je vrtule APC Thin Electric 9x4,5. Vstupní parametry jsou zadané od výrobce, z čehož odpovídá průměr rotoru, který po přepočtu z palců je D = 22,86 cm, pro který je vyjádřen následný poloměr rotoru R = 11,43 cm.

Geometrie vrtule byla naměřena na UIUC a data v bezrozměrné podobě z tohoto měření jsou uvedena v Příloha 1, navíc je tabulka doplněna o konkrétní hodnoty poloměru a tětivy profilu. Tyto hodnoty byly dále ověřeny v programu "PropellerScanner", který vyhodnocuje geometrii vrtule na základě metody analýzy fotografie. Snímky půdorysu a bokorysu spolu s požadovanými parametry vyhodnotí software a vrátí geometrii vrtule. Spolu s tabulkou je v příloze zobrazena geometrie v grafické podobě.

Mezi další vstupní parametry se řadí naměřené hodnoty pro statický součinitel tahu a součinitel výkonu, které byly experimentálně naměřeny na UIUC, grafy pro tyto hodnoty jsou k nalezení v 0. Avšak pro potřeby tohoto výpočtu jsou hodnoty nevyhovující a potřebují přepočítat. Hodnoty součinitele tahu a výkonu byly na UIUC zjištěny na základě následujících rovnic

$$c_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4},\tag{4.35}$$

$$c_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}.$$
(4.36)

Pro stanovení součinitelů byly použity otáčky n, které jsou definovány v otáčkách za minutu. Avšak v rámci této práce je používán následující vyjádření, kde je uvažována úhlová rychlost Ω s jednotkou rad/s

$$c_T = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^2},\tag{4.37}$$

$$c_P = \frac{P}{\rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3}.$$
(4.38)

Z toho důvodu je zapotřebí provést přepočet součinitelů tahu a výkonu. Vzájemným porovnáním těchto dvou rovnic je zjištěn koeficient, pomocí kterého je dosaženo požadovaných hodnot. Tato závislost je zapsána v následující dvojici rovnic, kde jeden koeficient je pro přepočet součinitele tahu a druhý pro součinitel výkonu

$$c_{T-\Omega} = \frac{4}{\pi^3} \cdot c_{T-n}$$
, (4.39)

$$c_{P-\Omega} = \frac{4}{\pi^4} \cdot c_{P-n} \,. \tag{4.40}$$

Tímto zjištěným koeficientem byly přepočteny všechna data součinitelů tahu a výkonu a v následující tabulce jsou obsaženy již přepočtené hodnoty součinitelů v závislosti na měnících se otáčkách rotoru.

n [ot/min]	$C_T[-]$	$C_P[-]$
2499	0,01152	0,00507
2800	0,01193	0,00508
3119	0,01207	0,00506
3384	0,01210	0,00498
3679	0,01219	0,00494
3972	0,01233	0,00494
4271	0,01240	0,00494
4569	0,01253	0,00497
4830	0,01262	0,00495
5157	0,01271	0,00498
5450	0,01276	0,00498
5731	0,01280	0,00498
6043	0,01285	0,00499
6335	0,01291	0,00501
6641	0,01297	0,00502
6922	0,01306	0,00506

Graf 10 – Naměřené statické hodnoty pro APC Thin Electric 9x4.5 [37]

4.3.1.2 Stanovené hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4

Graupner CAM Prop 9x4 je druhou vrtulí, jež se používá v následujících porovnání. Analogicky je její průměr D = 22,86 cm a její následný poloměr R = 11,43 cm. Rozdíl oproti APC Thin Electric 9x4,5 je pouze v odlišném stoupání, které je rozdílné o půl palce. Tato hodnota je v rámci práce zanedbána, i když má vliv na výsledné součinitele tahu i výkonu.

Geometrická data pro Graupner CAM Prop 9x4 spolu s grafy zobrazujícími závislost tětivy a úhlu nastavení na relativním rozpětí jsou analogicky vyobrazena v Příloha 1.

Podobně jako u APC Thin Electric 9x4,5 bylo potřeba přepočítat hodnoty součinitelů tahu a výkonu o koeficient $4/\pi^3$ a $4/\pi^4$. Tyto hodnoty jsou zobrazeny v následující tabulce.

n [ot/min]	$C_T[-]$	$C_P[-]$
2554	0,00717	0,00356
2836	0,00737	0,00359
3105	0,00757	0,00357
3428	0,00771	0,00356
3709	0,00790	0,00357
4014	0,00802	0,00356
4319	0,00819	0,00356
4607	0,00835	0,00355
4919	0,00851	0,00355
5211	0,00864	0,00353
5506	0,00880	0,00353
5804	0,00891	0,00352
6101	0,00909	0,00351
6409	0,00913	0,00350
6704	0,00928	0,00350
7031	0,00934	0,00348

Tabulka 3 – Naměřené statické hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4 [37]

4.3.1.3 Stanovené hodnoty pro Master Airscrew 9x4

Poslední vrtulí je vrtule od Master Airscrew, která nese označení Master Airscrew 9x4. Hodnoty průměru i poloměru jsou stejné jako pro předcházející vrtule. Tyto hodnoty jsou D = 22,86 cm a R = 11,43 cm. Konkrétní geometrické hodnoty jsou uvedeny v Příloha 1.

Tabulky s přepočítanými součiniteli tahu a výkonu se nachází na následující stránce.

n [ot/min]	$C_T[-]$	$C_P[-]$
2985	0,00827	0,00401
3313	0,00884	0,00408
3558	0,00894	0,00399
3793	0,00916	0,00400
4072	0,00934	0,00397
4357	0,00948	0,00395
4634	0,00955	0,00392
4898	0,00970	0,00392
5134	0,00978	0,00391
5418	0,00982	0,00388
5682	0,00992	0,00388
5952	0,00999	0,00388
6228	0,01005	0,00388
6490	0,01010	0,00386
6756	0,01010	0,00384
7007	0,01017	0,00384

Tabulka 4 – Naměřené statické hodnoty pro Master Airscrew 9x4 [37]

4.3.1.4 Porovnání geometrií a statických vlastností vrtulí

Tato část je věnována grafickému zobrazení a porovnání jednotlivých vrtulí, které byly zmíněny dříve. Prvním dvojice grafů se zabývá geometrickými vlastnostmi.



Graf 11 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí



Graf 12 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí

Další dva grafy jsou následně věnovány statickým vlastnostem jednotlivých vrtulí v porovnání s ostatními, kde na prvním je vyjádřena závislost součinitele tahu na otáčkách.



Graf 13 – Závislost součinitele tahu na otáčkách


Na druhém se nachází součinitel výkonu v porovnání s počtem otáček za jednu minutu.

Graf 14 – Závislost součinitele výkonu na otáčkách

4.3.2 Výpočet plnosti rotoru

Druhou fází je stanovení hodnoty plnosti rotoru, aby bylo možné provést odhad konstant pro neideální vlivy. Pro tento výpočet je tedy nutné přidat do vzorku další vrtule, aby byl odhad přijatelný. Z toho důvodu vzniká nová tabulka, ve které jsou uvedeny data pro jednotlivé vrtule. Odhady jsou následně provedeny vždy pro jeden typ vrtule od jednoho výrobce, tudíž výpočtem jsou získány tři různé výsledky.

Hodnota plnosti rotoru, jak už bylo dříve zmíněno, se stanoví na základě této rovnice

$$\sigma = \frac{plocha \, listů}{plocha \, rotorového \, disku} = \frac{A_b}{A} = \frac{N_b \cdot c \cdot R}{\pi \cdot R^2} = \frac{N_b \cdot c}{\pi \cdot R}.$$
(4.41)

Jelikož se nejedná o obdélníkové listy, stanoví se hodnota plnosti rotoru jen na základě poměrů ploch a zbytek rovnice je v tomto případě nepoužitelný. Výsledná rovnice pro plnost rotoru je následovná

$$\sigma = \frac{A_b}{A}.\tag{4.42}$$

Zde se výpočet komplikuje, protože listy rotoru nejsou obdélníkové ani lichoběžníkové. Pro vrtule do APC je výpočet jednodušší, neboť uvádí hodnoty plochy listů v technické dokumentaci, ale i přesto byl proveden kontrolní výpočet. Každopádně pro zbylé vrtule je nutné jejich plochu dopočítat. Ta se vypočte pomocí lichoběžní metody, čímž se provede přibližný numerický výpočet určitého integrálu a výsledkem je přibližný odhad stanovené plochy listu. Tato plocha se následně musí vynásobit počtem listů, který je v rámci všechny druhů vrtulí stejný, $N_b = 2$. Plocha rotoru se stanoví na základě obyčejného obsahu kruhu.

APC						
Označení	<i>R</i> [cm]	$A_b [\mathrm{cm}^2]$	$A [\mathrm{cm}^2]$	σ[-]		
APC Thin Electric 8x4	10,16	3,9624	0,032429	0,122187		
APC Thin Electric 9x4.5	11,43	4,3309	0,041043	0,105520		
APC Thin Electric 9x6	11,43	4,2956	0,041043	0,104660		
APC Thin Electric 10x5	12,7	4,8089	0,050671	0,094904		
APC Thin Electric 11x5.5	13,97	5,5474	0,061312	0,090480		
APC Thin Electric 11x7	13,97	5,6167	0,061312	0,091610		
APC Thin Electric 12x6	15,24	6,8506	0,072966	0,093888		
APC Thin Electric 13x6.5	16,51	7,5701	0,085634	0,088401		
APC Thin Electric 13x8	16,51	7,5797	0,085634	0,088513		
APC Thin Electric 14x7	17,78	8,4695	0,099315	0,085280		
APC Thin Electric 14x8.5	17,78	10,1274	0,099315	0,101972		
APC Thin Electric 16x8	20,32	11,1283	0,129717	0,085789		
APC Thin Electric 18x8	22,86	15,3587	0,164173	0,093552		
APC Thin Electric 20x10	25,4	20,5950	0,202683	0,101612		
	Graup	ner				
Označení	<i>R</i> [cm]	$A_b [\mathrm{cm}^2]$	$A [\mathrm{cm}^2]$	σ[–]		
Graupner MAC Prop 9x4	11,43	34,5229	410,4331	0,0841		
Graupner MAC Prop 9x6	11,43	36,1494	410,4331	0,0881		
Graupner MAC Prop 10x6	12,70	44,5160	506,7075	0,0879		
Graupner MAC Prop 11x4	13,97	51,6493	613,1160	0,0842		
Graupner MAC Prop 11x6	13,97	50,1271	613,1160	0,0818		
Master Airscrew						
Označení	<i>R</i> [cm]	$A_b [\mathrm{cm}^2]$	$A [\mathrm{cm}^2]$	σ[-]		
Master Airscrew 9x4	11,43	38,0699	410,4331	0,0928		
Master Airscrew 9x6	11,43	37,4363	410,4331	0,0912		
Master Airscrew 11x4	13,97	56,4210	613,1160	0,0920		
Master Airscrew 11x6	13,97	56,6064	613,1160	0,0923		
Master Airscrew 11x7	13.97	56.0990	613.1160	0.0915		

Tímto jsou známé všechny hodnoty pro stanovení plnosti rotoru a je proveden výpočet. Výsledné hodnoty jsou přehledně zapsány v následující tabulce.

Tabulka 5 – Geometrie zvolených vrtulí

4.3.3 Odhad neideálních vlivů na základě měřeních rotoru

Odhad neideálních vlivů se provádí na základě metody, která již byla pospána dříve. V závislosti na předchozích výpočtech je proveden odhad korekčního faktoru indukovaného výkonu κ a průměrného součinitele odporu profilu c_{d0} .

Poslední neznámou ke stanovení je těchto hodnot jsou hodnoty součinitele tahu c_T a součinitele výkonu c_P . Tyto hodnoty byly zjištěny experimentálně, avšak je potřeba je sjednotit na stejné otáčky. Pro odhad byly zvoleny otáčky rotoru n = 5000 ot/min. Při těchto otáčkách bylo potřeba dopočítat konkrétní hodnoty součinitele tahu c_T a součinitele výkonu c_P . Tyto hodnoty byly získány na základě metody proložení naměřených hodnot polynomem, která se označuje jako polynomická regrese.

Pro polynomickou regresi byl zvolen polynom třetího stupně a výpočet byl proveden pomocí funkce "polyfit" v MATLABu. Tím se získaly hodnoty koeficientů a byly dopočítány hodnoty součinitele tahu c_T a součinitele výkonu c_P při otáčkách rotoru n = 5000 ot/min.

APC						
Označení	R [cm]	σ[–]	<i>c</i> _{<i>T</i>} [-]	<i>c</i> _P [-]		
APC Thin Electric 8x4	10,16	0,12219	0,01210	0,00162		
APC Thin Electric 9x4.5	11,43	0,10552	0,01264	0,00158		
APC Thin Electric 9x6	11,43	0,10466	0,01482	0,00212		
APC Thin Electric 10x5	12,7	0,09490	0,01243	0,00151		
APC Thin Electric 11x5.5	13,97	0,09048	0,01127	0,00129		
APC Thin Electric 11x7	13,97	0,09161	0,01379	0,00180		
APC Thin Electric 12x6	15,24	0,09389	0,01315	0,00132		
APC Thin Electric 13x6.5	16,51	0,08840	0,01272	0,00128		
APC Thin Electric 13x8	16,51	0,08851	0,01392	0,00151		
APC Thin Electric 14x7	17,78	0,08528	0,01225	0,00119		
APC Thin Electric 14x8.5	17,78	0,10197	0,01399	0,00151		
APC Thin Electric 16x8	20,32	0,08579	0,01230	0,00117		
APC Thin Electric 18x8	22,86	0,09355	0,01181	0,00109		
APC Thin Electric 20x10	25,4	0,10161	0,01400	0,00134		
	Graup	ner				
Označení	<i>R</i> [cm]	σ[–]	$c_{T}[-]$	<i>c</i> _{<i>P</i>} [-]		
Graupner MAC Prop 9x4	11,43	0,0841	0,00856	0,00354		
Graupner MAC Prop 9x6	11,43	0,0881	0,01248	0,00611		
Graupner MAC Prop 10x6	12,70	0,0879	0,01302	0,00532		
Graupner MAC Prop 11x4	13,97	0,0842	0,00820	0,00297		
Graupner MAC Prop 11x6	13,97	0,0818	0,01111	0,00413		
Master Airscrew						
Označení	<i>R</i> [cm]	σ[–]	<i>c</i> _{<i>T</i>} [-]	<i>c</i> _{<i>P</i>} [-]		
Master Airscrew 9x4	11,43	0,0928	0,00974	0,00392		
Master Airscrew 9x6	11,43	0,0912	0,01343	0,00593		
Master Airscrew 11x4	13,97	0,0920	0,00841	0,00296		
Master Airscrew 11x6	13,97	0,0923	0,01223	0,00472		
Master Airscrew 11x7	13,97	0,0915	0,01293	0,00503		

Přehled potřebných hodnot pro odhad neideálních vlivů je uveden v tabulce níže.

Tabulka 6 – Přehled součinitelů tahu a výkonu pro zvolené vrtule při otáčkách rotoru n = 5~000~ot/min

Odhad korekčního faktoru indukovaného výkonu κ a průměrného součinitele odporu profilu c_{d0} se provádí vykreslením závislosti $8C_{P_{meas}}/\sigma$ na $c_{T_{meas}}^{3/2}/\sqrt{2}$. Následně pomocí funkce na lineární regresi byly hodnoty proloženy přímkou a ze získaných parametrů přímky lze dopočítat požadované neznámé.

Lineární regrese byla provedena pro vrtule od každého výrobce zvlášť, aby bylo docíleno stanovení požadovaných neznámých čistě pro jeden typ. Grafické zobrazení těchto funkcí je vyobrazeno následujícími prvky.



Graf 15 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – APC

Popisky os byly nahrazeny proměnnou, která má hodnotu zmiňovaných veličin

$$x = \frac{c_{T_{meas}}^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2}},$$
 (4.43)

$$x = \frac{8C_{P_{meas}}}{\sigma}.$$
(4.44)



Graf 16 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – Graupner



Graf 17 – Odhad neideálních vlivů na základě naměřených hodnot – Master Airscrew

Z posledního grafu je patrné, že směrnice přímky dosahuje nejnižších hodnot u vrtulí od APC. To může být způsobeno tím, že jsou u nich obecně volena nižší stoupání u listů.



Graf 18 – Porovnání odhadů neideálních vlivů napříč výrobci

Z parametrů získaných lineární regresí je nyní možné stanovit hodnotu průměrného součinitele odporu profilu c_{d0} , která odpovídá průsečíku s osou y, a hodnotu korekčního faktoru indukovaného výkonu κ , která se dopočte ze směrnice přímky následujícím způsobem

$$\kappa = \sigma \cdot \frac{sm\check{e}rnice \ p\check{r}imky}{8}.$$
(4.45)

Přehled výsledných koeficientů pro zvolené vrtule se nachází v následující tabulce.

Označení vrtule	$c_{d0} [-]$	κ [−]
APC Thin Electric 9x4,5	0,01235	1,36950
Graupner CAM Prop 9x4	0,02425	1,42512
Master Airscrew 9x4	0,01397	1,48967

Tabulka 7 – Přehled výsledných koeficientů od neideálních vlivů

4.3.4 Stanovení potřebného výkonu ve visu

Zjištěním koeficientů od neideálních vlivů jsou již známy veškeré nezbytné hodnoty ke stanovení potřebného výkonu ve visu. Ten se vypočte na základě rovnice potřebného výkonu rotoru ve visu

$$P = P_i + P_0 = \frac{\kappa \cdot W^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} + \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 \cdot \left(\frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8}\right).$$
(4.46)

Tuto rovnici je ještě potřeba upravit pro kvadrokoptéru, jelikož se jedná o rovnici pouze pro jeden rotor, tudíž rovnice potřebného výkonu kvadrokoptéry ve visu bude mít následující podobu

$$P = N \cdot \left(\frac{\kappa \cdot \left(\frac{W}{N}\right)^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} + \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 \cdot \left(\frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8}\right) \right).$$
(4.47)

Úprava rovnice vede k vynásobení původní rovnice počtem rotorů N, který je pro kvadrokoptéru roven 4. Zároveň k podělení tíhy kvadrokoptéry W počtem rotorů, čímž se u tohoto členu získal indukovaný výkon čistě pro jeden rotor.

Výpočet potřebného výkonu k visu byl proveden v závislosti na změně hmotnosti a na měnící se hustotě vzduchu. Všechny výpočty jsou provedeny pro zvolené otáčky rotorů, které byly n = 5000 ot/min. V následujících kapitolách jsou jednotlivě rozebrány potřebné výkony pro každý typ vrtule zvlášť a na závěr je provedeno jejich vzájemné porovnání.

4.3.4.1 Potřebný výkon ve visu pro APC Thin Electric 9x4,5

Potřebný výkon byl nejprve stanoven na základě měnící se hmotnosti kvadrokoptéry. Ta se měnila v rozpětí od 1 kg do 3 kg a samotný výpočet byl proveden v pěti geopotenciálních výškách H od MSL po 6 000 m. Stanovené hodnoty jsou zobrazeny v následující tabulce a jejich průběh je poté vyobrazen v Graf 19.

<i>m</i> [kg]	P_{0m} [W]	P_{1500m} [W]	$P_{3\ 000\ m}$ [W]	P_{4500m} [W]	$P_{6\ 000\ m}$ [W]
1	73,37	77,46	82,23	87,78	94,20
1,5	128,91	137,22	146,70	157,52	169,88
2	194,69	207,99	223,05	240,12	259,51
2,5	269,29	288,26	309,65	333,81	361,17
3	351,78	377,03	405,41	437,40	473,58

Tabulka 8 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – APC Thin Electric 9x4,5

Vliv hmotnosti se u vrtule APC Thin Electric 9x4,5 projevuje nárůstem hodnoty potřebného výkonu. Tento výsledek plyne i ze samotné rovnice, kde se tíha kvadrokoptéry vyskytuje v čitateli spolu s exponentem, z kterého plyne exponenciální průběh potřebného výkonu.



Graf 19 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – APC Thin Electric 9x4,5

V druhé fázi byl proveden výpočet potřebného výkonu ve visu v závislosti na geopotenciální výšce H, která byla uvažována od MSL do $10\ 000\ m$. A podobně byly hodnoty stanoveny pro různé hmotnosti.

<i>H</i> [m]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} \ [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} \ [W]$	$P_{3 kg} [W]$
0	73,37	128,91	194,69	269,29	351,78
1 000	76,02	134,33	203,37	281,69	368,28
2 000	78,97	140,24	212,80	295,11	386,12
3 000	82,23	146,70	223,05	309,65	405,41
4 000	85,84	153,76	234,19	325,42	426,30
5 000	89,81	161,46	246,31	342,55	448,97
6 000	94,20	169,88	259,51	361,17	473,58
7 000	99,03	179,09	273,90	381,45	500,37
8 000	104,35	189,17	289,63	403,57	529,56
9 000	110,21	200,23	306,83	427,74	561,44
10 000	116,68	212,37	325,68	454,22	596,34

Tabulka 9 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – APC Thin Electric 9x4,5



Graf 20 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – APC Thin Electric 9x4,5

Z naměřených hodnot lze spatřit, že potřebný výkon u kvadrokoptéry, která váží 1 kg, se s geopotenciální výškou výrazně nemění. Pro těžší kvadrokoptéry již průběh funkce má výraznou rostoucí tendenci, jež se s hmotností stále zvětšuje.

4.3.4.2 Potřebný výkon ve visu pro Graupner CAM Prop 9x4

Výpočet potřebného výkonu ve visu pro Graupner CAM Prop 9x4 byl proveden analogicky, jako tomu bylo u vrtule APC Thin Electric 9x4,5.

<i>m</i> [kg]	$P_{0 m}$ [W]	$P_{1500 m}$ [W]	<i>P</i> _{3000 m} [W]	P_{4500m} [W]	P_{6000m} [W]
1	80,03	83,78	88,30	93,67	100,00
1,5	137,83	145,97	155,39	166,26	178,76
2	206,27	219,62	234,84	252,21	272,03
2,5	283,91	303,15	324,96	349,70	377,82
3	369,75	395,52	424,60	457,50	494,80

Tabulka 10 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – Graupner CAM prop 9x4



Graf 21 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – Graupner CAM Prop 9x4

Vliv hmotnosti na potřebný výkon je v případě vrtule Graupner CAM Prop 9x4 markantnější, kdy potřebný výkon dosahuje vyšších hodnot až kolem 500 W pro hmotnost 3 kg.

<i>H</i> [m]	P_{1kg} [W]	$P_{1.5 \ kg}$ [W]	P_{2kq} [W]	$P_{2.5 \ kg}$ [W]	P_{3kq} [W]
0	80,03	137,83	206,27	283,91	369,75
1 000	82,45	143,12	214,97	296,47	386,58
2 000	85,20	148,96	224,47	310,12	404,82
3 000	88,30	155,39	234,84	324,96	424,60
4 000	91,78	162,46	246,16	341,10	446,08
5 000	95,67	170,23	258,52	358,67	469,41
6 000	100,00	178,76	272,03	377,82	494,80
7 000	104,82	188,14	286,80	398,71	522,46
8 000	110,16	198,43	302,97	421,54	552,64
9 000	116,09	209,76	320,69	446,52	585,65
10 000	122,66	222,23	340,15	473,90	621,80

Druhá fáze výpočtu potřebného výkonu ve visu v závislosti na geopotenciální výšce *H*.

Tabulka 11 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – Graupner CAM prop 9x4



Graf 22 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – Graupner CAM Prop 9x4

U vrtule Graupner CAM Prop 9x4 má funkce výraznější rostoucí průběh už při hmotnosti 1 kg. Se zvětšující se hmotností se zároveň zvyšuje směrnice tečny k dané funkci.

4.3.4.3 Potřebný výkon ve visu pro Master Airscrew 9x4

Poslední vrtulí je Master Airscrew 9x4, pro kterou je postup stejný jako v předchozích případech. Výsledné hodnoty jsou vyobrazeny v následující tabulce s grafem.

<i>m</i> [kg]	P_{0m} [W]	P_{1500m} [W]	<i>P</i> _{3000 m} [W]	P_{4500m} [W]	P_{6000m} [W]
1	79,15	83,69	88,96	95,06	102,11
1,5	139,57	148,69	159,09	170,93	184,43
2	211,11	225,67	242,14	260,77	281,93
2,5	292,26	312,99	336,33	362,68	392,51
3	381,99	409,54	440,49	475,37	514,78

Tabulka 12 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na hmotnosti kvadrokoptéry – Master Airscrew 9x4



Graf 23 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry – Master Airscrew 9x4

Potřebný výkon vrtule Master Airscrew 9x4 dosahuje nejvyšších hodnot ze všech. To může být zapříčiněno vyšším korekčním faktorem indukovaného výkonu κ , který v případě Master Airscrew 9x4 dosahuje hodnoty téměř 1,5. Tím dochází k vyššímu nárůstu vlivu od indukovaného výkonu a vyšších výsledných hodnot.

<i>H</i> [m]	$P_{1 kg} [W]$	$P_{1,5 \ kg} \ [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} [W]$	$P_{3 kg} [W]$
0	79,15	139,57	211,11	292,26	381,99
1 000	82,10	145,52	220,62	305,81	400,00
2 000	85,36	152,01	230,94	320,46	419,46
3 000	88,96	159,09	242,14	336,33	440,49
4 000	92,93	166,81	254,30	353,54	463,27
5 000	97,30	175,23	267,53	372,21	487,97
6 000	102,11	184,43	281,93	392,51	514,78
7 000	107,40	194,49	297,62	414,60	543,95
8 000	113,22	205,49	314,76	438,70	575,74
9 000	119,63	217,55	333,50	465,03	610,46
10 000	126,69	230,78	354,04	493,85	648,45

Druhá fáze výpočtu potřebného výkonu ve visu v závislosti na geopotenciální výšce *H*.

Tabulka 13 – Hodnoty potřebného výkonu v závislosti na geopotenciální výšce – Master Airscrew 9x4



Graf 24 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce – Master Airscrew 9x4

Vliv geopotenciální výšky je nejvýraznější především při vyšších hmotnostech kvadrokoptéry. Pro které dosahuje zadaná vrtule Master Airscrew 9x4 potřebného výkonu přes 600 W ve výškách kolem 10 000 m. I když se v této nadmořské výšce kvadrokoptéry běžně nevyskytují, jsou schopné se do takové výšky dostat. Avšak jsou limitovány výdrží baterií, které jim obvykle neumožní takové výšky v první řadě vůbec dosáhnout.

4.3.5 Porovnání potřebných výkonů ve visu mezi druhy vrtulí

Poslední fází modelového výpočtu visení kvadrokoptéry je vzájemné porovnání stanovených potřebných výkonů pro jednotlivé typy vrtulí. Ty byly porovnány na základě stejných parametrů a jejich průběhy byly pro lepší představu vykresleny vždy do jednoho grafu.

V prvním grafu je zobrazen průběh potřebného výkonu *P* na hmotnosti kvadrokoptéry *m*. Výsledné průběhy potřebného výkonu byly vyhodnoceny v závislosti na pěti letových hladinách od 0 m do 6 000 m. Z grafu je vidět značná podoba mezi vrtulemi. Nejlépe vychází v tomto případě vrtule APC Thin Electric 9x4,5, což je pravděpodobně způsobeno stoupáním vrtule, které je a půl palce větší oproti vrtulím od Graupner a Master Airscrew. Zároveň to může být ovlivněno volbou vstupních parametrů vrtulí při odhadu neideálních vlivů, kdy pro Graupner a Master Airscrew bylo použito pro stanovení koeficientů menšího počtu prvků, než tomu bylo u APC.

Navzdory všemu tomu vychází nejhůře vrtule od Master Airscrew, které jako jediné překračují hranici pro potřebný výkon P = 500 W. Této hodnoty bylo docíleno při hmotnosti m = 3 kg a letové hladině o hodnotě H = 6000 m.



Graf 25 – Závislost potřebného výkonu na hmotnosti kvadrokoptéry

V druhém grafu je vyjádřen průběh potřebného výkonu P na geopotenciální výšce H. Průběhy byly sestaveny pro pět různých hmotových konfigurací od 1 kg do 3 kg, pro které se u všech tří případů potřebný výkon ve visu navyšoval.

Nejlépe vychází hodnoty potřebného výkonu pro APC Thin Electric 9x4,5, jako to bylo možné pozorovat v předcházejícím grafu. A nejhůře na tom je vrtule Master Airscrew 9x4, jež dosahuje hodnoty kolem 650 W při výšce $H = 6\ 000\ m$.



Graf 26 – Závislost potřebného výkonu na geopotenciální výšce

4.4 Dopředný let kvadrokoptéry

U bezpilotních letadel s rotující nosnou plochou je během dopředného letu vyžadováno, aby rotor produkoval vztlakovou sílu k překonání tíhy prostředku a zároveň hnací sílu, která bude pohánět prostředek dopředu. Z toho důvodu je potřeba docílit naklonění dopředu, aby rotorové disky byly nakloněny o úhel náběhu α vůči relativnímu nabíhajícímu proudu vzduchu. Vlivem těchto podmínek je ztracena osová symetričnost proudového pole a výpočet se tak stává více komplikovaným.

4.4.1 Momentová analýza dopředného letu

Chování rotorového disku při dopředném letu bylo poprvé prezentováno Glauertem a jeho adaptace proudění pro momentovou analýzu je naznačena na helikoptéře následujícím schématem, avšak pro kvadrokoptéru je toto chování stejné.



Weight of aircraft, W

Obrázek 29 – Model proudění pro momentovou analýzu rotoru při dopředném letu podle Glauerta [1]

Oproti visu je nyní hmotnostní tok *m*, který protéká skrz rotor, roven

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot U , \qquad (4.48)$$

kde U je výsledná rychlost nabíhajícího proudu na rotorový disk, jež je určena pomocí

$$U = \sqrt{(V_{\infty} \cdot \cos \alpha)^2 + (V_{\infty} \cdot \sin \alpha + v_i)^2}, \qquad (4.49)$$

kde α označuje úhel náběhu rotorového disku k relativnímu směru nabíhajícího proudu vzduchu.

Aplikace zákona zachování hybnosti ve směru normály k rotorovému disku dává rovnici pro tah

$$T = \dot{m} \cdot (w + V_{\infty} \cdot \sin \alpha) - \dot{m} \cdot V_{\infty} \cdot \sin \alpha = \dot{m} \cdot w.$$
(4.50)

A vlivem platnosti poměru mezi indukovanou rychlostí v_i a rychlostí daleko za rotorem w, který lze zapsat ve tvaru

$$w = 2 \cdot v_i , \qquad (4.51)$$

je možné přepsat tahovou rovnici do tvaru

$$T = 2 \cdot \dot{m} \cdot v_i = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot U \cdot v_i , \qquad (4.52)$$

což po dosazení rovnice (4.49) za rychlost nabíhajícího proudu U dává tvar

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot v_i \cdot \sqrt{(V_{\infty} \cdot \cos \alpha)^2 + (V_{\infty} \cdot \sin \alpha + v_i)^2}.$$
(4.53)

Přepsáním této rovnice a použitím tahové rovnice pro vis

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot v_h^2 \,, \tag{4.54}$$

kde v_h představuje indukovanou rychlost rotoru potřebnou k visu, je možné vyjádřit indukovanou rychlost jako

$$v_i = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_\infty \cdot \cos \alpha)^2 + (V_\infty \cdot \sin \alpha + v_i)^2}}.$$
(4.55)

To vede k myšlence zavedení rychlostního poměru λ a postupového poměru μ , které jsou představeny následujícími závislostmi

$$\mu = \frac{V_{\infty} \cdot \cos \alpha}{\Omega \cdot R}, \qquad (4.56)$$

$$\lambda = \frac{V_{\infty} \cdot \sin \alpha + v_i}{\Omega \cdot R} = \mu \cdot \tan \alpha + \lambda_i .$$
(4.57)

Prostřednictvím posledního opomenutého zákona, kterým je zákon zachování energie, je získána rovnice pro výkon

$$P = T \cdot (v_i + V_{\infty} \cdot \sin \alpha) = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (2 \cdot V_{\infty} \cdot w \cdot \sin \alpha + w^2), \qquad (4.58)$$

jež je možná zapsat i ve tvaru

$$P = T \cdot V_{\infty} \cdot \sin \alpha + T \cdot v_i \,. \tag{4.59}$$

Vyjádřením v poměru k potřebnému výkonu ve visu je docíleno poměru výkonů, který je možný zapsat tvarem

$$\frac{P}{P_h} = \frac{T \cdot V_{\infty} \cdot \sin \alpha + T \cdot v_i}{T \cdot v_h} = \frac{V_{\infty} \cdot \sin \alpha + v_i}{v_h} = \frac{\lambda}{\lambda_h}.$$
(4.60)

81

4.4.2 Potřebný výkon při dopředném letu

Celkový potřebný výkon při dopředném letu je sumou několika dílčích výkonu od různých vlivů, které jsou představeny v následující rovnici

$$P = P_i + P_0 + P_p + P_c , (4.61)$$

kde P_i představuje indukovaný výkon, P_0 je potřebný profilový výkon pro překonání vazkosti, P_p určuje parazitický výkon potřebný k překonání odporu kvadrokoptéry a P_c je výkon při stoupání, kdy je cílem zvýšení gravitačního potenciálu kvadrokoptéry. Vzhledem k této práci, kde bude předpoklad dopředného letu při hodnotě vertikální stoupací rychlosti $V_c = 0$ m/s, vypadává z rovnice člen pro potřebný výkon při stoupání P_c .

Schéma rozložení sil a úhlů pro dopředný let je naznačeno na obrázku vlivem k helikoptéře, avšak pro kvadrokoptéru je silová orientace totožná.



Obrázek 30 – Silová rovnováha pro dopředný let pro helikoptéru [1]

Jelikož existuje předpoklad nulové stoupací rychlosti V_c , úhel dráhy letu θ_{FP} je taktéž roven nule. S čímž tento člen vypadává i z následujících rovnic. A odpor kvadrokoptéry D bude vodorovný ve směru letu, čímž platí následující silová rovnováha

$$T \cdot \sin \alpha = D . \tag{4.62}$$

Pro získání celkového potřebného výkonu je zapotřebí rozebrat jednotlivé členy, které do výpočtu vstupují.

4.4.2.1 Indukovaný výkon

Prvním členem je indukovaný výkon P_i , který je znám už z momentové teorie a je roven

$$P_i = \kappa \cdot T \cdot v_i \,. \tag{4.63}$$

V případě dopředného letu, kdy postupový poměr $\mu > 1$, je možné provést aproximaci indukovaného výkonu na základě Glauerta. Indukovaný výkon je potom roven

$$P_i = \frac{\kappa \cdot T^2}{2 \cdot \rho \cdot A \cdot V_{-\infty}},\tag{4.64}$$

kde κ , jež označuje korekční faktor indukovaného výkonu, jež zastupuje především ztráty na konci listů a nerovnoměrný proud vzduchu, je již známá z visu kvadrokoptéry.

Z předchozí rovnice při uvažování i nižších rychlostí je možné vyjádřit součinitel indukovaného výkonu

$$c_{P_i} = \frac{\kappa \cdot c_T^2}{2 \cdot \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}},\tag{4.65}$$

což při vyšších hodnotách postupového poměru lze zanedbat vliv od rychlostního poměru a počítat se tvarem

$$c_{P_i} = \frac{\kappa \cdot c_T^2}{2 \cdot \mu}.$$
(4.66)

4.4.2.2 Profilový výkon

Odhad součinitele profilového výkonu provedli mezi prvními Glauert a Bennett pomocí listové teorie, odtud nabývá součinitel profilového výkonu hodnoty

$$c_{P_0} = \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\frac{U}{\Omega \cdot R}\right)^3 \cdot dr \cdot d\psi , \qquad (4.67)$$

kde c_{d0} je součinitel odporu profilu a U je rychlost nabíhajícího proudu na list. Výsledkem této analýzy byl zisk aproximační rovnice

$$c_{P_0} = \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8} \cdot (1 + K \cdot \mu^2) , \qquad (4.68)$$

kde se hodnota koeficientu K pohybuje od 4,5 pro vis do 5 pro postupový poměr o velikosti $\mu = 0,5$. Avšak běžně se při výpočtech používá přibližné hodnoty K = 4,65 nebo K = 4,7 pro řešení s postupovým poměrem $\mu < 0,5$. Při rychlost nad už je potřeba vzít v úvahu vlivy od oblasti zpětného proudění a na druhé straně od vysokých rychlostí postupového listu. Proto nabývá rovnice pro součinitel profilového výkonu následující podoby

$$c_{P_0} = \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8} \cdot \left(1 + 4 \cdot \mu + \frac{5}{8} \cdot \mu^4\right).$$
(4.69)

4.4.2.3 Parazitický výkon

Posledním členem vstupujícím do potřebného výkonu při dopředném letu je parazitický výkon P_p , který je zdrojem od rámu kvadrokoptéry a dalšího vybavení. Tento prvek v případě letadel s rotující nosnou plochou může dosahovat výrazných hodnot. Je to především způsobeno nepříliš ideálním aerodynamickým tvarem, který u multikoptér dosahuje ještě vyšších hodnot než u helikoptér. Rovnice parazitického výkonu proto lze zapsat ve tvaru

$$P_p = \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{\infty}^2 \cdot S_{ref} \cdot c_{D_f}\right). \tag{4.70}$$

A vyjádření pomocí součinitele vypadá takto

$$c_{P_p} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S_{ref}}{A}\right) \cdot \mu^3 \cdot c_{D_f} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{A}\right) \cdot \mu^3 , \qquad (4.71)$$

kde f je ekvivalentní omočená plocha, S_{ref} je referenční plocha a c_{D_f} vyjadřuje součinitel odporu trupu, který je dán vztahem

$$c_{D_F} = \frac{D_f}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{\infty}^2 \cdot S_{ref}},$$
(4.72)

Z čehož plyne vyjádření pro

$$f = \frac{D_f}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{\infty}^2}.$$
(4.73)

4.4.2.4 Celkový potřebný výkon při dopředném letu

Celkový potřebný výkon je dán součtem všechny předchozích výkonů a po vyjádření rovnice ve tvaru součinitelů je získána finální verze součinitele výkonu

$$c_P = \frac{\kappa \cdot c_T^2}{2 \cdot \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} + \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8} \cdot (1 + K \cdot \mu^2) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{A}\right) \cdot \mu^3.$$
(4.74)

4.5 Modelový výpočet dopředného letu kvadrokoptéry

Výpočet mechaniky letu při dopředném letu se v porovnání s visem, jak už bylo naznačeno v předcházející kapitole, značně komplikuje. Do výpočtu vstupuje nová proměnná, která je od vlivu rychlosti dopředného letu V_{∞} . Tato rychlostní složka spolu se silovým rozložením je vyobrazena na Obrázek 31.



Obrázek 31 – Rozložení sil kvadrokoptéry během dopředného letu

Pro výpočet dopředného letu bylo nutné nejprve udělat řadu předpokladů. Prvním předpoklad byl ideální let bez vertikální rychlostní složky, $V_c = 0$ m/s, s kterou souvisí předpoklad orientace odporu kvadrokoptéry, která leží ve směru nabíhajícího proudu vzduchu na ose x.

Druhou podmínkou byla poloha těžiště v ose rotorových disků. Z toho důvodu bylo možné zanedbat vzniklý moment od polohy těžiště při dopředném letu, jelikož se nachází ve stejné rovině jako působiště sil od jednotlivých rotorů. Tímto byly dány veškeré předpoklady pro výpočet a bylo možné přejít k samotnému řešení dopředného letu.

4.5.1 Metoda výpočtu dopředného letu kvadrokoptéry

Hlavním problémem u výpočtu dopředného letu je nemožnost analytického a potřeba numerického řešení, které vede k použití iteračního způsobu. Důvodem je indukovaná rychlost v_i , která je závislá na generovaném tahu, ale zároveň je vyžadována v první fázi při stanovení

odporu kvadrokoptéry. Druhý problém vzniká u indukovaného rychlostní poměru, jenž je závislý sám na sobě.

Výpočetní postup potřebného výkonu vychází ze stanovených hodnot z visu kvadrokoptéry, které jsou základem pro další výpočty. Metoda výpočtu spočívala v prvotním odhadu α a v_i . Na základě těchto hodnot byla vektorově stanovena výsledná rychlost nabíhajícího proudu U, která se získá na základě rovnice

$$U = \sqrt{(V_{\infty} \cdot \cos \alpha)^2 + (V_{\infty} \cdot \sin \alpha + v_i)^2}.$$
(4.75)

V druhém kroku byl stanoven odpor kvadrokoptéry

$$D_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{A}\right) \cdot A \cdot \rho \cdot U^2 , \qquad (4.76)$$

kde f/A vyjadřuje poměr ekvivalentní omočené plochy f k ploše rotorového disku A, která pro kvadrokoptéru byla odhadnuta na f/A = 0,03.

Se získaným odporem je možné určit úhel náběhu α z rovnice

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{D_f}{W}\right),\tag{4.77}$$

kde za tíhu W se dosazuje tíha kvadrokoptéry v závislosti na jeden rotor, která se spočte jako $W = m \cdot g/N$, kde N označuje počet rotorů.

Dále bylo možné stanovit otáčky rotoru úpravou tahové rovnice (4.37)

$$\Omega = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g}{\cos \alpha \cdot c_T \cdot \rho \cdot A \cdot N}},$$
(4.78)

z které se pak stanovila hodnota postupového poměru

$$\mu = \frac{V_{\infty} \cdot \cos \alpha}{\Omega \cdot R}.$$
(4.79)

Pro následné stanovení rychlostního poměru λ bylo nutné provést druhou iteraci, kde se za prvotní odhad použila hodnota rychlostního poměru při visu $\lambda_0 = \lambda_h = \sqrt{c_T/2}$, která se v první iteraci dosadila do rovnice

$$\lambda_{n+1} = \mu \cdot \tan \alpha + \frac{c_T}{2 \cdot \sqrt{\mu^2 + \lambda_n^2}},\tag{4.80}$$

kde *n* označuje iterační číslo. V případě použití hodnoty λ_h jako prvního odhadu, je docíleno požadované hodnoty rychlostního poměru λ obvykle do čtyř iterací.

Posledním bodem bylo stanovení indukované rychlosti v_i z rovnice

$$v_i = \frac{c_T \cdot \Omega \cdot R}{2 \cdot \sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}.$$
(4.81)

Tím se první iterace ukončila a veškeré vypočtené hodnoty vstupovaly zpět do rovnice (4.75), odkud pokračovala další iterace, dokud se limitně nedošlo k výsledku pro jednotlivé členy. Poté již bylo možné dopočítat potřebný výkon kvadrokoptéry při dopředném letu z rovnice

$$c_{P} = \frac{\kappa \cdot c_{T}^{2}}{2 \cdot \sqrt{\lambda^{2} + \mu^{2}}} + \frac{\sigma \cdot c_{d0}}{8} \cdot \left(1 + 4 \cdot \mu + \frac{5}{8} \cdot \mu^{4}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{A}\right) \cdot \mu^{3}, \qquad (4.82)$$

z které se výsledný potřebný výkon dopočte základním vztahem pro výkon a počtem vrtulí

$$P = N \cdot \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 \cdot c_P \,. \tag{4.83}$$

Celý výpočet byl prováděn v závislosti na měnící se rychlosti dopředného letu V_{∞} a od jednotlivých hmotových konfigurací pro jednotlivé vrtule. Následně byl vyřešen i pro měnící se nadmořskou výšku, s kterou souvisí měnící se hustota vzduchu. Hodnota potřebného výkonu byla řešena pro úhel náběhu $\alpha < 35^{\circ}$, jelikož vyšší hodnoty nemají v případě řešení dopředného letu u kvadrokoptér smysl.

Jako první byl proveden výpočet potřebného výkonu při dopředném letu pro vrtuli APC Thin Electric 9x4,5. Výsledné hodnoty byly nejprve porovnány v rámci měnící se hmotové konfigurace (Graf 28) s konstantní hodnotou hustoty, která odpovídala definované hodnotě na úrovni hladiny moře. Potom byl proveden výpočet podle letové hladiny (Graf 29), kde pro změnu byla konstantní hmotnost, jež odpovídala hodnotě m = 1 kg. Následně byl stejný výpočet použit i pro stanovení hodnot vrtule Graupner CAM Prop 9x4 (Graf 30 a Graf 31) a Master Airscrew 9x4 (Graf 32 a Graf 33). Pro všechny tyto vrtule byly vytvořeny tabulky hodnot potřebných výkonů, které se nachází v Příloha 3.

Z těchto grafů je patrný vývoj potřebného výkonu, který se zvětšuje s rostoucí hmotností. Na druhou stranu je u těžších kvadrokoptér možné dosahovat vyšších rychlostí, jelikož s rostoucí hmotností roste stabilita, a tak dosahují stejných hodnot úhlů náběhů až při vyšších rychlost.

Pro zvyšující se letovou hladinu se stává graf zajímavějším. Jelikož se dostává do bodu, kdy se začíná projevovat nižší hustota, s kterou při vyšších rychlostech výrazně klesá odpor, jenž je spjat s potřebným parazitickým výkonem. Tím dochází k výměně křivek a pro kvadrokoptéru při vyšších rychlostech platí, že je potřeba nižšího výkonu pro stejnou rychlost jako by tomu bylo pro nižšího letovou hladinu. A zároveň s vyšší letovou hladinou je kvadrokoptéra schopna dosahovat vyšších rychlostí, což může být v určitých momentech žádoucí. Avšak, jak už bylo řečeno v úvodních kapitolách, kvadrokoptéra patří mezi civilně používané bezpilotní prostředky, které obvykle dosahují omezeného doletu z důvodu použitého pohonu, který při hmotnosti do tří kil je výhradně elektrický.

4.5.2 Závislost úhlu náběhu na rychlosti dopředného letu

Mezi hodnoty, které výrazně ovlivňuje dopředný let, se řadí i úhel náběhu α . S jeho rostoucí hodnotou se zvyšuje odpor kvadrokoptéry, což výrazně zvyšuje potřebný výkon. Proto je potřeba při tomto režimu letu najít vhodný kompromis pro dosažení maximální energetické účinnosti.



Graf 27 – Závislost úhlu náběhu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC Thin Electric 9x4,5

Na základě tohoto zobrazení plyne pro rychlost dopředného letu V_{∞} jeho závislost na úhlu náběhu α . Pro těžší kvadrokoptéry platí, že jsou schopny dosahovat vyšších rychlostí při nižších hodnotách úhlu náběhu, čímž se u nich snižuje vliv od potřebného parazitického výkonu.

Tato závislost je naznačena pouze pro vrtuli APC Thin Electric 9x4,5, jelikož je chování u ostatních identické. Konkrétní grafy pro každou vrtuli se nachází až u stanovených potřebných výkonů v následující kapitole.



4.5.3 Potřebný výkon při dopředném letu pro APC Thin Electric 9x4,5

Graf 28 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC Thin Electric 9x4,5



Graf 29 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a letové hladině – APC Thin Electric 9x4,5



4.5.4 Potřebný výkon při dopředném letu pro Graupner CAM Prop 9x4

Graf 30 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Graupner CAM Prop 9x4



Graf 31 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a letové hladině – Graupner CAM Prop 9x4



4.5.5 Potřebný výkon při dopředném letu pro Master Airscrew 9x4

Graf 32 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Master Airscrew 9x4



Graf 33 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce – Master Airscrew 9x4

4.5.6 Porovnání potřebných výkonů při dopředném letu mezi druhy vrtulí

Posledním bodem diplomové práce je porovnání potřebných výkonů při dopředném letu pro jednotlivé vrtule a jejich vyhodnocení.

Porovnání potřebných výkonů v závislosti na dopředném letu je naznačeno na následujících grafech. V prvním grafu (Graf 34) se jedná o porovnání při hmotnosti m = 1 kg a na druhém (Graf 35) je vyobrazen potřebný výkon při hmotnosti m = 3 kg.



Graf 34 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu o hmotnosti $m = 1 \ kg$



Graf 35 - Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu o hmotnosti $m = 3 \ kg$

Na obou těchto grafech je vidět, že nejhůře vychází hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4, což se paradoxně neshoduje se zjištěním z visu. Tato změna je způsobena vlivem součinitele odporu c_{d0} , jenž u této vrtule dosahoval téměř dvojnásobné hodnoty oproti ostatním vrtulím ($c_{d0} = 0,02425$), a který se u visu příliš neprojevil, avšak v tomto případě negativně ovlivňuje potřebný profilový výkon. Čímž dosahuje vrtule Graupner CAM Prop 9x4 nejhorších výsledků.

Na druhé straně stojí vrtule APC Thin Electric 9x4,5, jež měla nejlepší výkonnostní charakteristiky i v případě visu. To je spojeno s nejmenšími hodnotami pro korekční faktor indukovaný faktor κ a pro součinitel odporu c_{d0} .

5 Závěr

Tato diplomová práce se komplexním přístupem zaměřila na mechaniku letu multikoptér. Na úvod byl proveden detailní rozbor bezpilotních prostředků od jejich definice, přes historii a vývoj, až po rozdělení podle konstrukcí. V kontextu bezpilotních prostředků byla následně nastíněna problematika mezinárodní standardní atmosféry, která slouží jako referenční model pro výpočty letových vlastností. Zároveň pro ni byla stanovena závislost tlaku, hustoty a teploty na geopotenciální výšce.

Hlavní část práce se zabývala mechanikou letu kvadrokoptéry. Nejprve byla popsána aerodynamika rotoru a následně byl na příkladu helikoptéry vysvětlen základní princip visu helikoptéry, pro které platí přibližně stejná pravidla jako pro kvadrokoptéry.

Následovala teorie ideálního propulzoru a nastínění metody odhadu neideálních vlivů na základě získaných měření rotoru. Tím bylo možné sestavit výpočet potřebného výkonu ve visu v prostředí MATLAB R2023b. Výpočet byl aplikovaná na tři typy vrtulí a jejich výsledky byly následně porovnány. Nejlépe dopadla vrtule APC Thin Electric 9x4,5, pro kterou byly odhadnuty i nejnižší hodnoty pro korekční faktor indukovaného výkonu a průměrného součinitele odporu.

Poslední fází bylo stanovení chování kvadrokoptéry během dopředného letu. Nejprve bylo nutné sestavení silové rovnováhy a následně bylo možné přejít k výpočtu, kde byly využity zjištěné hodnoty z visu. Vzhledem k náročnosti výpočtu oproti visu, byla nejprve stanovena řadu předpokladů pro jeho zjednodušení.

I přes zjednodušení nebylo analytické řešení možné a bylo nutné problém řešit numericky pomocí iterační metody. Díky tomuto řešení se dospělo ke stanovení závislosti potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu. Z výsledků byla patrná závislost na zvyšující se hmotnosti nebo vliv letové hladiny, která má na dopředný let při vyšších rychlostech pozitivní vliv.

Výstupem této diplomové práce je široký záběr do problematiky mechaniky letu kvadrokoptér a řešení chování během dopředného letu společně s vytvořeným výpočtového souboru. Tato zjištění mohou být zdrojem pro další výzkum v oblasti bezpilotních prostředků a sloužit k optimalizaci konstrukce a letových vlastností kvadrokoptér.

Seznam použité literatury

- [1] LEISHMAN, J. Gordon. *Principles of helicopter aerodynamics*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2006. ISBN 05-218-5860-7.
- [2] STEWART, M. P. a MARTIN, S. T. Unmanned Aerial Vehicles: Fundamentals, Components, Mechanics, and Regulations. Online. In: BARRERA, Nicholas (ed.). Unmanned Aerial Vehicles. New York: Nova Science Publishers, 2020, s. 70. ISBN 978-1-53618-900-1. Dostupné z: https://novapublishers.com/wp-content/uploads/2020/10/Unmanned-Aerial-Vehicles.pdf. [cit. 2024-05-24].
- [3] AUSTIN, Reg. Unmanned Aircraft Systems: UAV Design, Development and Deployment. Online. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. ISBN 978-0-470-05819-0. Dostupné z: https://perpus.univpancasila.ac.id/repository/EBUPT200208.pdf. [cit. 2024-05-24].
- [4] Prováděcí nařízení Komise (EU) 2019/947: ze dne 24. května 2019 o pravidlech a postupech pro provoz bezpilotních letadel. Online. 2019. Dostupné z: https://eur-lex.europa.eu/legalcontent/CS/ALL/?uri=CELEX%3A32019R0947. [cit. 2024-05-24].
- [5] Nařízení Komise v přenesené pravomoci (EU) 2019/945: ze dne 12. března 2019 o bezpilotních systémech a o provozovatelích bezpilotních systémů ze třetích zemí. Online. 2019. Dostupné z: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/CS/TXT/?uri=CELEX%3A32019R0945. [cit. 2024-05-24].
- [6] KOZERA, Cyprian Aleksander. Military Use of Unmanned Aerial Vehicles A Historical Study. Online. Safety & Defense. Vol 4 (2018). Dostupné z: https://doi.org/10.37105/sd.4. [cit. 2024-05-24].
- [7] MARSHALL, Douglas M.; BARNHART, Richard K.; HOTTMAN, Stephen B.; SHAPPEE, Eric a MOST, Michael Thomas (ed.). *Introduction to Unmanned Aircraft Systems*. Online. CRC Press, 2011. ISBN 978-1-4398-3521-0. [cit. 2024-05-24].
- [8] Method of and apparatus for controlling mechanism of moving vessels or vehicles (UNITED STATES PATENT OFFICE.). Nikola Tesla. Přihl.: 1. července 1898. Uděl.: 8. listopadu 1898. No. 613,809. Dostupné také z: https://patents.google.com/patent/US613809A/en.
- [9] BLOOM, Ursula. *He Lit the Lamp: A Biography of Professor A.M. Low*. Burke, 1958.
- [10] RAF Aerial Target / AT. Online. In: *Their Flying Machines*. 1904. Dostupné z: https://flyingmachines.ru/Site2/Crafts/Craft29148.htm. [cit. 2024-05-24].
- [11] KEANE, John F. a CARR, Stephen S. A Brief History of Early Unmanned Aircraft. Online. In: AUTONOMOUS SYSTEMS. 2013. Dostupné z: https://secwww.jhuapl.edu/techdigest/Home/Detail?Journal=J&VolumeID=32&IssueID=3. [cit. 2024-05-24].
- [12] Winston Churchill and the Secretary of State for War waiting to see the launch of a de Havilland Queen Bee radio-controlled target drone, 6 June 1941. Online. In: Wikipedia. 1941. Dostupné z: https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Winston_Churchill_and_the_Secretary_of_State_for_War _waiting_to_see_the_launch_of_a_de_Havilland_Queen_Bee_radiocontrolled_target_drone,_6_June_1941._H10307.jpg#filelinks. [cit. 2024-05-24].

- [13] LARKINS, Bill. WTL and Radioplane OQ-3 (4978679254). Online. In: Wikimedia Commons. 2006.
 Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:WTL_and_Radioplane_OQ-3_(4978679254).jpg. [cit. 2024-05-24].
- [14] UNITED STATES AIR FORCE, USGOV-PD. 556th RS AQM-34 Drone. Online. In: Wikimedia Commons. 1969. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:556th_RS_AQM-34_Drone.jpg. [cit. 2024-05-24].
- [15] Gyrodyne QH-50 DASH. Online. NAM Vietnamská válka 1964-75. Dostupné z: http://www.namvalka.cz/vrtulniky/qh-50.html. [cit. 2024-05-24].
- [16] BOLLIN, Eric USN. QH-50 DD-692 1967. Online. In: Wikimedia Commons. 1967. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:QH-50_DD-692_1967.jpg. [cit. 2024-05-24].
- [17] PALIK, Mátyás a NAGY, Máté. Brief history of UAV development. Online. *Repüléstudományi Közlemények*. 2019, roč. 31, č. 1, s. 155-166. ISSN 14170604. Dostupné z: https://doi.org/10.32560/rk.2019.1.13. [cit. 2024-05-24].
- [18] DARVISHPOOR, S.; ROSHANIAN, J.; RAISSI, A. a HASSANALIAN, M. Configurations, flight mechanisms, and applications of unmanned aerial systems: A review. Online. In: *Progress in Aerospace Sciences*. Volume 121. 2020. ISSN 0376-0421. Dostupné z: https://doi.org/doi.org/10.1016/j.paerosci.2020.100694. [cit. 2024-05-24].
- [19] ALGHAMDI, Yousef; MUNIR, Arslan a LA, Hung Manh. Architecture, Classification, and Applications of Contemporary Unmanned Aerial Vehicles. Online. *IEEE Consumer Electronics Magazine*. 2021, roč. 10, č. 6, s. 9-20. ISSN 2162-2248. Dostupné z: https://doi.org/10.1109/MCE.2021.3063945. [cit. 2024-05-24].
- [20] PETRICCA, Luca; OHLCKERS, Per a GRINDE, Christopher. Micro- and Nano-Air Vehicles: State of the Art. Online. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2011, č. Article ID 214549. Dostupné z: https://doi.org/https://doi.org/10.1155/2011/214549. [cit. 2024-05-24].
- [21] Tdrone Open Source Coaxial Drone. Online. In: SHENZHEN ACCELERATION TECH CO. GrabCAD Community. 2018. Dostupné z: https://grabcad.com/library/tdrone-open-source-coaxial-drone-1. [cit. 2024-05-24].
- [22] AGRAWAL, Kanaiya a SHRIVASTAV, Punit. Multi-rotors: A Revolution In Unmanned Aerial Vehicle. Online. International Journal of Science and Research (IJSR). 2014, roč. Index Copernicus Value (2013), č. NOV151540, s. 1800-1804. ISSN 2319-7064. Dostupné z: https://www.ijsr.net/archive/v4i11/NOV151540.pdf. [cit. 2024-05-24].
- [23] *Drone V-Coptr Falcon*. Online. In: MEGADRON. Dostupné z: https://megadron.pl/en/products/drone-v-coptr-falcon-24314.html. [cit. 2024-05-24].
- [24] MISHRA, Ashish. Different Types of Drone Frames: Monocopter to Octocopter. Online. In: Circuit Digest. 2021. Dostupné z: https://circuitdigest.com/article/different-types-of-drone-framesmonocopter-to-octocopter. [cit. 2024-05-24].
- [25] All About Multirotor Drone FPV Frames. Online. Getfpv. 2018. Dostupné z: https://www.getfpv.com/learn/new-to-fpv/all-about-multirotor-fpv-drone-frame/. [cit. 2024-05-24].

- [26] LIANG, Oscar. Y6 Copter, Y3 Copter & other Multicopter Configurations. Online. DroneThusiast. Dostupné z: https://www.dronethusiast.com/what-you-should-know-about-multicopterconfigurations/. [cit. 2024-05-24].
- [27] GU, Haowei; LYU, Ximin; LI, Zexiang; SHEN, Shaojie a ZHANG, Fu. Development and experimental verification of a hybrid vertical take-off and landing (VTOL) unmanned aerial vehicle(UAV). Online. 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). 2017, s. 160-169. ISBN 978-1-5090-4495-5. Dostupné z: https://doi.org/10.1109/ICUAS.2017.7991420. [cit. 2024-05-24].
- [28] MATSUMOTO, Takaaki; KITA, Koichi; SUZUKI, Ren; OOSEDO, Atsushi; GO, Kenta et al. A hovering control strategy for a tail-sitter VTOL UAV that increases stability against large disturbance. Online. 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2010, s. 54-59. ISBN 978-1-4244-5038-1. Dostupné z: https://doi.org/10.1109/ROBOT.2010.5509183. [cit. 2024-05-24].
- [29] MILLER, Marek. TILTROTOR MODELLING FOR SIMULATION IN VARIOUS FLIGHT CONDITIONS. Online. In: JOURNAL OF THEORETICALAND APPLIED MECHANICS. Leden 2006. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/237103324_TILTROTOR_MODELLING_FOR_SIMUL ATION_IN_VARIOUS_FLIGHT_CONDITIONS. [cit. 2024-05-24].
- [30] Dual-system (hybrid) VTOL UAV, Promoting the Maneuverability and Fault-Tolerant Control Capabilities of Dual-System/Hybrid VTOL UAVs. Online. In: ARABIAN JOURNAL FOR SCIENCE AND ENGINEERING. Springer link. Dostupné z: https://link.springer.com/article/10.1007/s13369-023-08255-0/figures/1. [cit. 2024-05-24].
- [31] Stop-Rotor Rotary Wing Aircraft. Online. In: NAVAL RESEARCH LABORATORY, WASHINGTON, DC. Tech Briefs. Dostupné z: https://www.techbriefs.com/component/content/article/27203-stoprotor-rotary-wing-aircraft. [cit. 2024-05-24].
- [32] BROŽ, Václav. Aerodynamika nízkých rychlostí. Vyd. 5. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-010-2347-8.
- [33] UNITED STATES AIR FORCE. U.S. STANDARD ATMOSPHERE, 1976. Online. Stock. No. 003-017-00323-0. Washington, D.C., říjen 1976. Dostupné z: https://www.ngdc.noaa.gov/stp/spaceweather/online-publications/miscellaneous/us-standard-atmosphere-1976/us-standardatmosphere_st76-1562_noaa.pdf. [cit. 2024-05-24].
- [34]CAVCAR, Mustafa. Http://fisicaatmo.at.fcen.uba.ar/practicas/ISAweb.pdf. Online. Anadolu
University, 26470 Eskisehir, Turkey. Dostupné z:
http://fisicaatmo.at.fcen.uba.ar/practicas/ISAweb.pdf. [cit. 2024-05-24].
- [35] *Quadcopter Mechanics*. Online. UAV Society. 2014. Dostupné z: https://uavsociety.blogspot.com/2014/06/quadcopter-mechanics.html. [cit. 2024-05-24].
- [36] ŠVÉDA, Jiří. Praktická aerodynamika vrtulníku. Brno: Vojenská akademie, 1995.
- [37] BRANDT, John B.; DETERS, Robert W.; ANANDA, Gavin K.; DANTSKER, Or D. a SELIG, Michael S. UIUC Propeller Data Site. Online. Dostupné z: https://mselig.ae.illinois.edu/props/propDB.html. [cit. 2024-05-24].

Příloha 1 Geometrické vlastnosti vrtulí

r/R [-]	c/R [-]	θ [°]	<i>r</i> [cm]	<i>c</i> [cm]
0,15	0,157	34,80	1,7145	1,7945
0,2	0,163	36,50	2,2860	1,8631
0,25	0,187	34,26	2,8575	2,1374
0,3	0,206	29,64	3,4290	2,3546
0,35	0,217	25,62	4,0005	2,4803
0,4	0,222	22,53	4,5720	2,5375
0,45	0,222	20,25	5,1435	2,5375
0,5	0,217	18,37	5,7150	2,4803
0,55	0,209	16,83	6,2865	2,3889
0,6	0,197	15,51	6,8580	2,2517
0,65	0,183	14,38	7,4295	2,0917
0,7	0,167	13,45	8,0010	1,9088
0,75	0,150	12,56	8,5725	1,7145
0,8	0,133	12,09	9,1440	1,5202
0,85	0,116	11,25	9,7155	1,3259
0,9	0,099	10,46	10,2870	1,1316
0,95	0,074	9,68	10,8585	0,8458
1	0,049	8,90	11,4300	0,5601

Tabulka 14 – Geometrické hodnoty pro APC Thin Electric 9x4.5 [37]



Graf 36 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – APC Thin Electric 9x4,5



Graf 37 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – APC Thin Electric 9x4,5

r/R[-]	c/R [-]	θ [°]	<i>r</i> [cm]	<i>c</i> [cm]
0,15	0,163	36,40	1,7145	1,8631
0,2	0,157	37,31	2,2860	1,7945
0,25	0,156	35,28	2,8575	1,7831
0,3	0,156	31,16	3,4290	1,7831
0,35	0,155	26,88	4,0005	1,7717
0,4	0,152	23,30	4,5720	1,7374
0,45	0,148	20,25	5,1435	1,6916
0,5	0,144	17,70	5,7150	1,6459
0,55	0,140	15,78	6,2865	1,6002
0,6	0,136	14,18	6,8580	1,5545
0,65	0,131	12,96	7,4295	1,4973
0,7	0,127	11,77	8,0010	1,4516
0,75	0,121	10,67	8,5725	1,3830
0,8	0,114	9,63	9,1440	1,3030
0,85	0,105	8,65	9,7155	1,2002
0,9	0,090	7,33	10,2870	1,0287
0,95	0,062	6,84	10,8585	0,7087
1	0,034	6,39	11,4300	0,3886

Tabulka 15 – Geometrické hodnoty pro Graupner CAM Prop 9x4 [37]



Graf 38 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – Graupner CAM Prop 9x4



Graf 39 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – Graupner CAM Prop 9x4
r/R [-]	c/R [-]	θ [°]	<i>r</i> [cm]	<i>c</i> [cm]
0,15	0,153	30,18	1,7145	1,7488
0,2	0,148	32,66	2,2860	1,6916
0,25	0,149	31,47	2,8575	1,7031
0,3	0,154	26,99	3,4290	1,7602
0,35	0,159	23,27	4,0005	1,8174
0,4	0,161	21,06	4,5720	1,8402
0,45	0,161	19,25	5,1435	1,8402
0,5	0,161	17,60	5,7150	1,8402
0,55	0,160	16,14	6,2865	1,8288
0,6	0,158	14,96	6,8580	1,8059
0,65	0,154	13,83	7,4295	1,7602
0,7	0,149	12,99	8,0010	1,7031
0,75	0,143	12,28	8,5725	1,6345
0,8	0,135	11,69	9,1440	1,5431
0,85	0,127	10,92	9,7155	1,4516
0,9	0,118	10,17	10,2870	1,3487
0,95	0,105	9,28	10,8585	1,2002
1	0,091	8,38	11,4300	1,0401

Tabulka 16 – Geometrické hodnoty pro Master Airscrew 9x4 [37]



Graf 40 – Závislost relativní tětivy na relativním rozpětí – Master Airscrew 9x4



Graf 41 – Závislost úhlu nastavení vrtule na relativním rozpětí – Master Airscrew 9x4





Graf 42 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – APC Thin Electric 9x4,5



Graf 43 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – Graupner CAM Prop 9x4



Graf 44 – Závislost součinitele tahu a výkonu na otáčkách – Master Airscrew 9x4

Příloha 3 Potřebný výkon při dopředném letu

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro APC Thin Electric 9x4	1,5
na úrovni moře pro hmotnost od $1 \div 3~{ m kg}$.	

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} \ [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} \ [W]$	$P_{3 kg} [W]$
0	74,20435	136,3221	209,8816	293,3184	385,5771
2,5	71,67726	134,0272	208,0991	292,1713	385,1202
5	62,48324	121,5035	192,8805	274,7935	366,0659
7,5	53,2485	106,5962	173,2627	251,0838	338,634
10	47,63548	94,33919	154,4959	226,3632	308,5569
12,5	45,85562	86,99255	140,6573	205,7719	281,3339
15	47,26175	84,28914	132,5889	191,5317	260,4837
17,5	51,43673	85,54885	129,7238	183,5945	246,766
20	58,17974	90,30201	131,3862	181,2605	239,6775
22,5	67,37753	98,28847	137,1068	183,8861	238,4905
25	78,91036	109,3649	146,6051	191,0255	242,6094
27,5	92,58962	123,4273	159,7172	202,3994	251,6222
30	108,1186	140,3553	176,3328	217,8364	265,2625
32,5	125,0742	159,9718	196,3479	237,2206	283,3596
35	142,9119	182,0158	219,6283	260,4511	305,7954
37,5	160,9929	206,1256	245,9837	287,4112	332,4695
40	178,6332	231,8348	275,1478	317,9437	363,2726
42,5	195,1654	258,5802	306,7675	351,8329	398,0643
45	210,0021	285,7234	340,3977	388,7913	436,6569
47,5		312,5824	375,5065	428,4517	478,8021
50		338,4727	411,4871	470,3649	524,1822
52,5		362,7505	447,6787	514,0034	572,4053
55		384,8541	483,3934	558,771	623,0049
57,5		404,3382	517,9477	604,0184	675,4438
60			550,6957	649,0636	729,1232
62,5			581,0601	693,2162	783,3954
65			608,559	735,8032	837,5809
67,5				776,196	890,9883
70				813,8341	942,9361
72,5				848,2455	992,7744
75					1 039,906
77,5					1 083,807
80					1 124,038

Tabulka 17 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – APC Thin Electric 9x4,5

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} [W]$	$P_{2 kg}$ [W]	$P_{2,5 \ kg} [W]$	$P_{3 kg}$ [W]
0	74,20435	79,84389	86,13669	93,18645	101,1181
2,5	71,67726	77,6845	84,35065	91,77328	100,07
5	62,48324	68,76526	75,75397	83,54499	92,25896
7,5	53,2485	59,13878	65,88854	73,59772	82,37844
10	47,63548	52,51495	58,31364	65,17269	73,24887
12,5	45,85562	49,59252	54,22353	59,90519	66,82359
15	47,26175	49,82965	53,26295	57,711	63,3595
17,5	51,43673	52,76971	54,96289	58,15224	62,51007
20	58,17974	58,1701	59,03678	60,90577	63,93505
22,5	67,37753	65,90691	65,33452	65,78672	67,41373
25	78,91036	75,88921	73,76881	72,69357	72,81901
27,5	92,58962	87,99968	84,25992	81,55839	80,07621
30	108,1186	102,0543	96,69684	92,31044	89,12973
32,5	125,0742	117,7772	110,9103	104,8499	99,91835
35	142,9119	134,7899	126,6559	119,0293	112,3569
37,5	160,9929	152,6171	143,6073	134,6413	126,3231
40	178,6332	170,708	161,3602	151,4137	141,6483
42,5	195,1654	188,4725	179,4479	169,0119	158,1134
45	210,0021	205,3266	197,3666	187,0481	175,4489
47,5		220,7414	214,6081	205,099	193,3409
50		234,2855	230,6961	222,7275	211,4409
52,5			245,2198	239,5095	229,3809
55			257,8612	255,0591	246,791
57,5				269,0524	263,3183
60					278,6456
62,5					292,5072

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro APC Thin Electric 9x4,5 o konstantní hmotnosti (m = 1 kg) a s měnící se letovou hladinou.

Tabulka 18 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce – APC Thin Electric 9x4,5

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} [W]$	$P_{3 kg}$ [W]
0	91,11187	167,3832	257,7033	360,1513	473,4312
2,5	90,08924	167,4072	259,0657	362,9802	477,7836
5	82,11626	156,773	246,4308	348,9022	462,765
7,5	74,07919	143,6362	229,196	328,213	439,0062
10	69,78135	133,226	212,814	306,4386	412,4613
12,5	69,43558	127,887	201,5203	288,9197	388,8436
15	72,36233	127,3341	196,1839	277,9612	371,8078
17,5	78,12359	130,8533	196,2076	273,5058	362,1371
20	86,50944	137,9514	200,8824	274,8185	359,3007
22,5	97,40482	148,3557	209,7154	281,2238	362,5344
25	110,6927	161,9174	222,4121	292,2533	371,2136
27,5	126,1898	178,5323	238,8016	307,6142	384,9052
30	143,6068	198,0828	258,7718	327,1273	403,3296
32,5	162,5291	220,3973	282,2199	350,6739	426,3088
35	182,4212	245,2214	309,0156	378,1535	453,7212
37,5	202,6538	272,2016	338,9742	409,4523	485,4666
40	222,5525	300,8801	371,8364	444,4179	521,4379
42,5	241,4592	330,7031	407,2568	482,8407	561,4989
45	258,7958	361,0415	444,7992	524,4405	605,4675
47,5		391,2229	483,9407	568,8581	653,1021
50		420,5724	524,0838	615,653	704,0926
52,5		448,4553	564,5773	664,3067	758,0553
55		474,3193	604,7429	714,2324	814,5325
57,5		497,7279	643,9065	764,7903	872,9961
60			681,4317	815,308	932,8567
62,5			716,7501	865,1045	993,4761
65			749,389	913,5164	1 054,184
67,5				959,9244	1 114,3
70				1 003,777	1 173,15
72,5				1 044,611	1 230,095
75				1 082,067	1 284,546
77,5					1 335,989
80					1 383,993

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro Graupner CAM Prop 9x4 na úrovni moře pro hmotnost od $1 \div 3$ kg.

Tabulka 19 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Graupner CAM Prop 9x4

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} \ [W]$	$P_{2 \ kg} \left[W \right]$	$P_{2,5 \ kg} \ [W]$	$P_{3 kg}$ [W]
0	91,11187	98,03638	105,763	114,4191	124,158
2,5	90,08924	97,39676	105,5123	114,5567	124,6758
5	82,11626	89,7115	98,16422	107,5934	118,1479
7,5	74,07919	81,27129	89,47948	98,82721	109,4546
10	69,78135	75,92961	83,1554	91,62509	101,5253
12,5	69,43558	74,40734	80,42937	87,68412	96,38877
15	72,36233	76,13489	80,9265	86,91208	94,30842
17,5	78,12359	80,63288	84,1545	88,84926	94,91993
20	86,50944	87,64678	89,81244	93,15639	97,86619
22,5	97,40482	97,04823	97,7433	99,63944	102,9154
25	110,6927	108,7465	107,8577	108,1927	109,9343
27,5	126,1898	122,6276	120,0772	118,7474	118,8456
30	143,6068	138,5127	134,2939	131,2342	129,5933
32,5	162,5291	156,1323	150,3432	145,5563	142,1176
35	182,4212	175,1155	167,9865	161,5703	156,3358
37,5	202,6538	194,9948	186,9037	179,0736	172,1292
40	222,5525	215,2276	206,6974	197,7996	189,333
42,5	241,4592	235,2321	226,9078	217,4192	207,7327
45	258,7958	254,4325	247,0383	237,5509	227,0636
47,5		272,3077	266,5878	257,7771	247,0169
50		288,4343	285,0867	277,6669	267,2491
52,5			302,1311	296,8022	287,3974
55			317,4097	314,803	307,0969
57,5				331,351	326
60					343,7943
62,5					360,2189

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro Graupner CAM Prop 9x4 o konstantní hmotnosti (m = 1 kg) a s měnící se letovou hladinou.

Tabulka 20 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce – Graupner CAM Prop 9x4

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} [W]$	$P_{3 kg}$ [W]
0	83,71032	153,7857	236,7685	330,8941	434,9716
2,5	81,21409	151,6708	235,3399	330,2855	435,2428
5	71,43989	138,4026	219,2681	311,9931	415,2547
7,5	61,57143	122,4915	198,3613	286,7631	386,104
10	55,569	109,389	178,305	260,3583	354,0005
12,5	53,63937	101,5301	163,5111	238,3461	324,9019
15	55,05641	98,60101	154,8721	223,1202	302,6126
17,5	59,34689	99,83977	151,7483	214,6049	287,9357
20	66,27727	104,7153	153,3825	212,016	280,3005
22,5	75,71562	112,9275	159,2441	214,6318	278,8926
25	87,53167	124,3078	169,0102	221,9472	283,0431
27,5	101,5311	138,7365	182,4885	233,6409	292,2839
30	117,4146	156,0828	199,5498	249,5119	306,3078
32,5	134,7587	176,164	220,077	269,4236	324,9149
35	153,0195	198,7155	243,9277	293,2606	347,9655
37,5	171,5603	223,3743	270,9059	320,8961	375,3439
40	189,6993	249,6741	300,7425	352,166	406,9296
42,5	206,7717	277,0528	333,0826	386,8501	442,5745
45	222,1928	304,8736	367,4811	424,6583	482,0854
47,5		332,4571	403,4067	465,2221	525,2103
50		359,1211	440,2542	508,092	571,6296
52,5		384,2246	477,3648	552,7415	620,9505
55		407,2085	514,0531	598,5756	672,7063
57,5		427,6296	549,6381	644,947	726,361
60			583,4765	691,176	781,3169
62,5			614,9937	736,5745	836,9284
65			643,7101	780,4726	892,5182
67,5				822,244	947,3975
70				861,3307	1 000,887
72,5				897,2631	1 052,34
75				929,675	1 101,162
77,5					1 146,831
80					1 188,91

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro Master Airscrew 9x4 na úrovni moře pro hmotnost od $1 \div 3$ kg.

Tabulka 21 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a hmotnosti – Master Airscrew 9x4

V_{∞} [m/s]	P_{1kg} [W]	$P_{1,5 \ kg} \ [W]$	$P_{2 kg} [W]$	$P_{2,5 \ kg} \ [W]$	$P_{3 kg} [W]$
0	83,71032	90,07231	97,17126	105,1241	114,0719
2,5	81,21409	87,97671	95,48237	103,8414	113,1868
5	71,43989	78,50538	86,36544	95,12831	104,9303
7,5	61,57143	68,2215	75,83124	84,51366	94,39586
10	55,569	61,14003	67,73356	75,50759	84,63795
12,5	53,63937	58,00093	63,35421	69,87418	77,76882
15	55,05641	58,19518	62,28961	67,50706	74,05534
17,5	59,34689	61,20819	64,01349	67,91567	73,1082
20	66,27727	66,76105	68,19988	70,73546	74,54563
22,5	75,71562	74,70826	74,67412	75,75412	78,117
25	87,53167	84,94609	83,33373	82,85251	83,67517
27,5	101,5311	97,34975	94,08969	91,95145	91,13217
30	117,4146	111,7312	106,8254	102,973	100,4236
32,5	134,7587	127,8126	121,3685	115,8131	111,4824
35	153,0195	145,2153	137,473	130,3214	124,2198
37,5	171,5603	163,4648	154,8125	146,2895	138,5112
40	189,6993	182,0118	172,9834	163,445	154,1867
42,5	206,7717	200,2683	191,5201	181,4536	171,0268
45	222,1928	217,6527	209,9206	199,9286	188,7625
47,5		233,638	227,6786	218,448	207,0803
50		247,7952	244,3198	236,5763	225,6329
52,5			259,435	253,8909	244,0534
55			272,7083	270,0079	261,9734
57,5				284,6046	279,0414
60					294,9416
62,5					309,4095

Ukázka vypočtených hodnot potřebného výkonu pro dopředný let pro Master Airscrew 9x4 o konstantní hmotnosti (m = 1 kg) a s měnící se letovou hladinou.

Tabulka 22 – Závislost potřebného výkonu na rychlosti dopředného letu a nadmořské výšce – Master Airscrew 9x4