

Diplomová práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra radioelektroniky

Teoretický model elektrostatického mikrofonu s nelinearitou

Jan Plaček

Vedoucí: Ing. Petr Honzík, Ph.D.
Studijní program: Elektronika a komunikace
Květen 2024

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Plaček** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **492015**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra radioelektroniky**
Studijní program: **Elektronika a komunikace**
Specializace: **Audiovizuální technika a zpracování signálů**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Teoretický model elektrostatického mikrofonu s nelinearitou

Název diplomové práce anglicky:

Theoretical Model of an Electrostatic Microphone with Nonlinearity

Pokyny pro vypracování:

Sestavte analytický model elektrostatického mikrofonu s axisymetrickou geometrií ve frekvenční oblasti a ověřte jeho výsledky pomocí numerických metod. Uvažujte vliv nelineárních dějů v mikrofonu na jeho výstupní signál, zaměřte se na nelinearitu způsobenou elektrostatickým převodem. Zkoumejte vliv amplitudy a frekvence vstupního akustického tlaku na úroveň vyšších harmonických složek ve výstupním signálu. Zkoumejte možnosti ověření teoretických závěrů měření pomocí metod dostupných v odborné literatuře. Vyhodnoťte použitelnost teoretických modelů a navrhnete doporučení pro další postup řešení problému.

Seznam doporučené literatury:

- [1] M. Bruneau, A.-M. Bruneau, Z. Škvor, and P. Lotton, An equivalent network modelling the strong coupling between a vibrating membrane and a fluid film, Acta Acust. united Ac. 2, 223-232 (1994).
- [2] P. Honzík, A. Podkovskiy, S. Durand, N. Joly, M. Bruneau, Analytical and numerical modeling of an axisymmetrical electrostatic transducer with interior geometrical discontinuity, J. Acoust. Soc. Am. 134 (2013), 3573-3579.
- [3] A., Novák, P. Honzík, Measurement of nonlinear distortion of MEMS microphones, Applied Acoustics 175 (2021), DOI: 10.1016/j.apacoust.2020.107802

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Petr Honzík, Ph.D. katedra radioelektroniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **03.02.2024**

Termín odevzdání diplomové práce: **24.05.2024**

Platnost zadání diplomové práce: **21.09.2025**

Ing. Petr Honzík, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Stanislav Vítek, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Petru Honzíkovi, Ph.D. za cenné rady, odborný dohled a vstřícnost při konzultacích.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS23/185/OHK3/3T/13.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 24.05.2024

Abstrakt

V práci je ukázáno získání analytického modelu elektrostatického mikrofonu s axi-symetrickou geometrií a následné porov-nání s modelem získaným numerickou me-todou. Dále seznámení se s elektrostatic-kou nelinearitou mikrofonu a její měření pomocí metodiky vytvořené na partner-ském pracovišti. Je zkoumán vliv vstup-ního tlaku a frekvence na výsledné neline-ární zkreslení mikrofonu.

Klíčová slova: mikrofon, model mikrofonu, nelinearita

Vedoucí: Ing. Petr Honzík, Ph.D.

Abstract

The work presents an analytical model of an electrostatic microphone with axi-symmetric geometry and compares it with a model obtained using a numeri-cal method. It also introduces the con-cept of electrostatic nonlinearity of the microphone and its measurement using a method developed at a partner work-pace. The influence of input pressure and frequency on the resulting nonlinear dis-tortion of the microphone is investigated.

Keywords: microphone, model of microphone, nonlinearity

Obsah

1 Úvod	1
2 Teoretická část	3
2.1 Elektroakustický měnič	3
2.1.1 Elektrostatický mikrofon	4
2.2 Analytický model mikrofonu	5
2.2.1 Rovnice popisující akustické pole uvnitř mikrofonu	6
2.2.2 Řešení pro výchylku membrány	9
2.2.3 Řešení pro tlak v dutině	9
2.2.4 Okrajové podmínky	10
2.2.5 Vazba mezi akustickým tlakem a výchylkou membrány	12
2.3 Model pomocí numerických metod	14
2.3.1 Příklady použití numerických metod v modelování	15
2.3.2 COMSOL Multiphysics	15
2.3.3 Slabé řešení diferenciálních rovníc	17
2.3.4 Akustická formulace v termoviskózním plynu	17
2.4 Výsledky modelů	18
2.4.1 Porovnání analytického modelu a numerického modelu	18
2.5 Nelinearity elektrostatického mikrofonu	25
2.5.1 Elektrostatická nelinearita . .	26
3 Praktická část	29
3.1 Porovnání analytického modelu s měřeným mikrofonem	29
3.2 Měření vyšších harmonických složek mikrofonu	31
3.2.1 Měření na elektroakustickém měniči	32
3.2.2 Měření MEMS mikrofonu . . .	41
4 Závěr	45
Literatura	47
A Schéma akustického měniče	49
B Seznam datových příloh	51
Složka Vychylka_Axi_DiraStred . . .	51

Obrázky

1.1 Náhradní obvod elektrostatického mikrofonu [2].	1
1.2 Řez mikrofonu s axisymetrickou geometrií.	2
2.1 COMSOL prostředí pro definování geometrie simulované soustavy.	15
2.2 COMSOL prostředí pro definování okrajových podmínek.	16
2.3 COMSOL prostředí na zobrazení 1D, 2D nebo 3D výsledků.	17
2.4 Různé úrovně rozdělení geometrie na elementy.	19
2.5 Rozdělení geometrie na elementy v části přechodu mezi hranou díry a dutinou mezi elektrodami.	20
2.6 Citlivost mikrofonu analytického modelu a numerického modelu z COMSOL Multiphysics.	21
2.7 Fáze průměrné výchylky membrány mikrofonu analytického modelu a numerického modelu z COMSOL Multiphysics.	21
2.8 Vliv počtu rozdělení geometrie do elementů na výslednou citlivost mikrofonu numerického modelu.	22
2.9 Akustický tlak uvnitř mikrofonu se znázorněnou výchylkou membrány.	23
2.10 Změny teploty uvnitř mikrofonu.	24
2.11 Změny akustické rychlosti uvnitř mikrofonu.	25
2.12 Výstupní napětí v časové a frekvenční oblasti.	27
2.13 Harmonická zkreslení výstupního napětí	28
3.1 Citlivost mikrofonu analytického modelu a měřeného mikrofonu na frekvencích od 10 Hz do 10 kHz.	30
3.2 Citlivost mikrofonu analytického modelu a měřeného modelu na frekvencích od 10 Hz do 400 Hz.	31
3.3 Vnitřek měřicí komory s měřeným a měřícím mikrofonem.	32
3.4 Mikrofony zavřené v plastové komoře mezi dvěma reproduktory.	32
3.5 Frekvenční a impedanční charakteristika reproduktoru VISATON FR 12 - 8 Ω [19].	33
3.6 Schéma měřicí aparatury pro nelineární chování vyrobeného měniče.	34
3.7 Frekvenční charakteristika mikrofonu B&K 4944-B bez krycí mřížky. [20]	34
3.8 Grafické uživatelské rozhraní algoritmu na nelineární chování.	35
3.9 Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 110 Hz.	37
3.10 Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 210 Hz.	38
3.11 Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 510 Hz.	39
3.12 Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 1 kHz.	40
3.13 Schéma měřicí aparatury pro nelineární chování MEMS mikrofonu.	42
3.14 Detailní záběr na pozici mikrofonů vůči sobě.	43
3.15 Harmonické zkreslení výstupního napětí MEMS mikrofonu měřené na frekvenci 4 kHz.	44
A.1 Schéma akustického měniče.	49

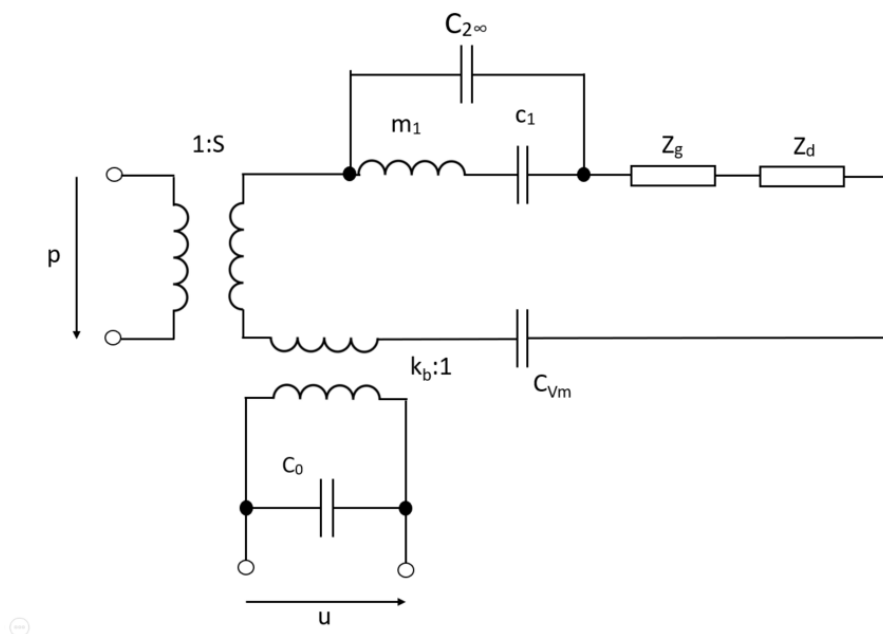
Tabulky

2.1 Parametry mikrofonu.	18
2.2 Parametry vzduchu.	18
3.1 Parametry mikrofonu.	29

Kapitola 1

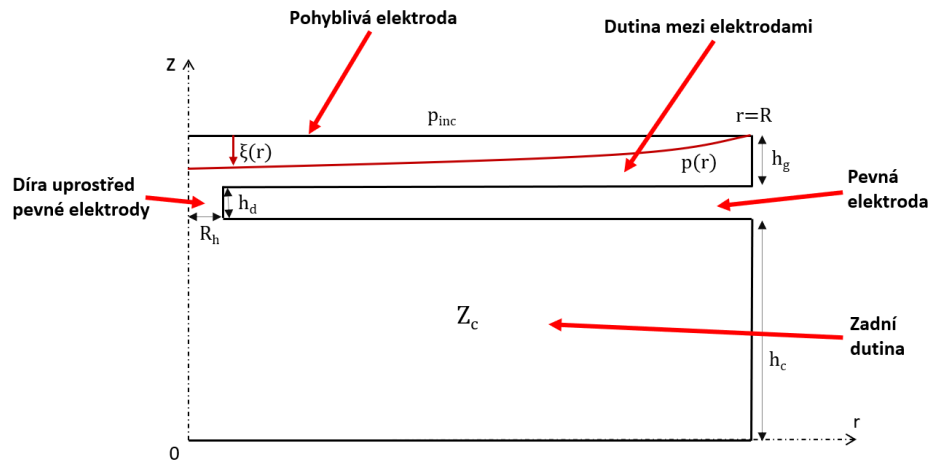
Úvod

Tato práce nepřímo navazuje na předchozí práci [1], která se zaměřovala na popis modelu MEMS elektrostatického mikrofonu. Vycházela z teorie, která je popsána v [2]. Předchozí analytický model mikrofonu byl popsán pomocí celkové impedance náhradního obvodu elektrostatického mikrofonu, viz obrázek 1.1.



Obrázek 1.1: Náhradní obvod elektrostatického mikrofonu [2].

Prvním cílem této práce je ukázat další možnost přístupu k vytvoření analytického modelu elektrostatického mikrofonu s axisymetrickou geometrií viz 1.2. Vytvořený model je poté porovnán s modelem vytvořeným pomocí numerické metody ve frekvenční oblasti.



Obrázek 1.2: Řez mikrofonu s axisymetrickou geometrií.

Druhým cílem práce je věnovat se vlivům nelineárního chování mikrofonu, způsobeným elektrostatickým převodem, na jeho výstupní signál. Konkrétně se zaměřením na úroveň první harmonické složky a vyšších harmonických složek ve výstupním signálu, které se mění v důsledku změn amplitudy a frekvence vstupního akustického tlaku.

Kapitola 2

Teoretická část

2.1 Elektroakustický měnič

Elektroakustické měniče představují fascinující oblast fyziky, která propojuje svět zvuku a elektřiny. Jejich princip fungování spočívá v konverzi mechanické energie zvukových vln na energii elektrickou a naopak. Tato vzájemná přeměna umožňuje širokou škálu aplikací, od snímání zvuku mikrofony až po jeho reprodukci reproduktory[3].

Při převodu akustické energie na elektrickou energii mají klíčovou roli mikrofony. Zvukové vlny dopadající na pohyblivou membránu mikrofону ji rozkmitají. Tyto mechanické kmity se následně transformují na elektrické signály pomocí různých principů, jako je elektromagnetická indukce, piezoelektrický jev nebo změna kapacity kondenzátoru.

Naproti tomu reproduktory mění elektrickou energii zpět na mechanickou energii zvuku. V případě elektrodynamického reproduktoru, elektrický signál ze zesilovače je přiveden na cívku reproduktoru připevněnou k membráně, která vytváří magnetické pole. Toto magnetické pole interaguje s permanentním magnetem v reproduktoru a vyvolává pohyb membrány. Vibrace membrány pak generují zvukové vlny, které vnímáme jako reprodukováný zvuk.

Existují různé druhy elektroakustických měničů a to v závislosti na principu funkce. Zde jsou uvedené základní druhy:

Elektrodynamický měnič - Činnost tohoto měniče je založena na vzájemném působení dvou magnetických polí. Jedno magnetické pole je tvořeno vodičem, který je připevněný k pohyblivé membráně a druhé magnetické pole je tvořeno připevněným permanentním magnetem.

Elektromagnetický měnič - Tento měnič pracuje na vzájemném působení elektromagnetického pole a membrány měniče. V případě reproduktoru, cívku pod magneticky citlivou membránou prochází elektrický signál a ta vytváří magnetické pole. Membrána začne vibrovat v souladu s elektrickým signálem. Mikrofon naopak rozpohybuje membránou cívku v magnetickém poli.

Elektrostatický měnič - Princip činnosti je založen na vzájemném přita-

hování a odpuzování dvou elektricky vodivých elektrod. Tyto elektrody jsou blízko sebe a odděleny dielektrikem. Pohyblivou elektrodu nazýváme membránou. Pevná elektroda je napájena polarizačním napětím. Více v 2.1.1.

Piezoelektrický měnič - Jedná se o zařízení využívající piezoelektrický jev k přeměně mechanické energie na elektrickou energii a naopak. Piezoelektrický jev je reverzibilní, což znamená, že pokud se na piezoelektrický materiál aplikuje elektrické napětí, může se deformovat.

Z výše uvedených druhů je dobré jmenovat hlavní typy elektroakustických měničů, jako jsou dynamické mikrofony, piezoelektrické mikrofony (využívané hlavně kvůli jejich velikosti, hmotnosti a odolnosti vůči nárazům), elektrodynamické reproduktory a elektrostatické mikrofony[3].

2.1.1 Elektrostatický mikrofon

Elektrostatické mikrofony, známé také jako kondenzátorové mikrofony, využívají elektrostatický princip k přeměně zvukových signálů na elektrické. Tato technologie nabízí vysokou citlivost, široký frekvenční rozsah a nízkou hladinu šumu, což je činí preferovanou volbou pro profesionální záznam zvuku či k různým laboratorním měřením. Elektrostatický mikrofon se skládá ze dvou elektrod, kde pohyblivá elektroda je membrána. Když zvukové vlny zasáhnou membránu a změní se akustický tlak, dochází k jejímu mechanickému pohybu, což mění vzdálenost mezi membránou a elektrodou. Elektroda je připojena k polarizačnímu napětí U_0 a membrána je ve většině případů připojena k zemi. Tento pohyb membrány indukuje změnu elektrické kapacity mezi elektrodami, což generuje elektrický signál odpovídající vstupním zvukům.

Elektrický náboj, který se vytvoří při změně výchylky membrány na elektrodě odpovídá [4]

$$Q = CU, \quad (2.1)$$

kde U je napětí na kondenzátoru a C je statická kapacita kondenzátoru, která se skládá z parazitní kapacity kondenzátoru C_p ¹ a aktivní statické kapacity C_0

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{h_g}, \quad (2.2)$$

kde S je plocha překryvu membrány a pevné elektrody a ϵ_0 je permitivita prostředí. Pro zjištění momentálního elektrického náboje, který se vytvoří na elektrodě zavedeme totální diferenciál náboje a ten se vyjádří jako [5]

$$dQ = dCU + CdU. \quad (2.3)$$

Po úvaze, že dU téměř odpovídá výstupnímu napětí mikrofonu u , pro které musí platit, že $u \ll U_0$ a $U \approx U_0$ se poté dostáváme k zjednodušenému vztahu pro výstupní napětí mikrofonu.

¹V této práci se s touto kapacitou nepočítá a kvůli její velikosti se zanedbává.

Jelikož je polarizační napětí vedené do pevné elektrody přes rezistor, řádově v giga ohmech, tak proud, který zde protéká $I = U_0/R$ je téměř nulový a proto platí $dQ \approx 0$, tudíž výstupní napětí mikrofону se rovná [4][5]

$$u = -U_0 \frac{dC}{C}. \quad (2.4)$$

Předpokládaná celková změna kapacity v čase je dána [4][5]

$$C_t(t) = C_0 + dC(t). \quad (2.5)$$

Změna kapacity v čase je dána změnou průměrné výchylky membrány $\tilde{\xi}(t)$ jako [4][5]

$$C_t(t) = C_p + \frac{\varepsilon_0 S}{h_g + \tilde{\xi}(t)} = C_p + C_0 \frac{1}{1 + \frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g}}, \quad (2.6)$$

kde h_g je tloušťka membrány, $S = \pi R^2$ je plocha menší elektrody, v tomto modelu se uvažuje plocha obou elektrod stejná, a ε_0 je permitivita vakua. Poté se vezme funkce $\frac{1}{1+x}$, kde $x = \frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g}$ a definuje se pomocí Taylorova rozvoje změna kapacity v čase [4][5]

$$dC(t) = -C_0 \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} - \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} \right)^3 - \dots \right). \quad (2.7)$$

Dosazením změny celkové kapacity do rovnice (2.4) nám vyjde, že výstupní napětí elektrostatického mikrofону se rovná

$$u(t) = U_0 \frac{C_0}{C_p + C_0} \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} - \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{\xi}(t)}{h_g} \right)^3 - \dots \right). \quad (2.8)$$

2.2 Analytický model mikrofону

Samotný model, který bude popisován níže v této kapitole, slouží nejen k popisu chování samotného elektrostatického měniče, ale také k zlepšování některých, pro naše všední účely, důležitých parametrů. Pomocí analytického modelu se dokážeme dostat až na hranice miniaturizace zařízení, kdy je mikrofón stále schopný mít námi požadované vlastnosti. Zejména vylepšování citlivosti mikrofónu, díky různým změnám parametrů, jak vnější tak i vnitřní stavby mikrofónu, nebo také vyzkoušení různých druhů materiálu [6].

Citlivost mikrofónu je pro nás nesmírně důležitým parametrem, neboť nám udává jak velké bude výstupní napětí mikrofónu pokud na jeho membránu bude působit akustický tlak o velikosti 1 Pa. Většinou se citlivost mikrofónu udává v mV/Pa, tedy v milivoltech na Pascal. Nejdůležitější je vědět, že čím vyšší je citlivost, tím větší je odstup změřeného signálu od šumu.

Citlivost je definovaná jako podíl výstupního napětí u a vstupního akustického tlaku na membráně p_{inc} . Pokud se použije výstupní napětí mikrofónu

z rovnice (2.8), s použitím pouze 1. harmonické složky, vyjde citlivost mikrofonu

$$\sigma = \frac{U_0}{p_{inc} h_g} \tilde{\xi}, \quad (2.9)$$

kde $\tilde{\xi}$ je průměrná výchylka membrány. Citlivost mikrofonu není závislá na čase, neboť výstupní napětí je efektivní hodnotou rovnice (2.8).

Zlomek $\frac{C_0}{C_p+C_0}$ z rovnice (2.9) zmizí, jelikož pro zjednodušení výpočtu se parazitní kapacita mikrofonu C_p v této práci zanedbává.

Zde je zcela jasně vidět, co potřebujeme získat za parametr mikrofonu a to průměrnou výchylku membrány, kterou získáme z okamžité výchylky membrány mikrofonu $\xi(r)$. Tím, že ji zintegrujeme přes celou plochu membrány a následně vydělíme touto plochou.

$$\tilde{\xi} = \frac{1}{S} \iint_S \xi(r) dS. \quad (2.10)$$

K tomu nám poslouží analytický model elektrostatického mikrofonu s axisymetrickou geometrií vycházející z popisu změn chování akustického tlaku $p(r)$ v úzké dutině mezi elektrodami v intervalech $(0, R_h)$ a (R_h, R) , podle obrázku 1.2, které byly vyvolány excitovanou membránou s poloměrem membrány R a poloměrem díry v pevné elektrodě R_h .

2.2.1 Rovnice popisující akustické pole uvnitř mikrofonu

Kombinací rovnic popisující chování tekutin získáme z rovnice pro popis akustického tlaku uvnitř mikrofonu². Jednotlivé rovnice ze kterých se vychází jsou linearizovaná Navier-Stokesova rovnice [8]

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 c_0} \mathbf{grad} p = l_v \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} - l'_v \mathbf{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v}, \quad (2.11)$$

kde charakteristické viskózní délky l'_v a l_v jsou definované jako $l'_v = \frac{\mu}{\rho_0 c_0}$ a $l_v = \frac{1}{\rho_0 c_0} (\frac{4}{3}\mu + \nu)$, dále Fourierova rovnice pro vedení tepla

$$\left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} - l_h \Delta \right) \tau = \frac{\gamma - 1}{\beta \gamma} \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} p, \quad (2.12)$$

kde Δ je Laplaceův operátor (divergence gradientu) a charakteristická tepelná délka l_h je definovaná jako $l_h = \frac{\lambda_h}{\rho_0 c_0 C_p}$ a rovnice popisující zákon o zachování hmoty neboli rovnice kontinuity

$$\rho_0 c_0 \operatorname{div} \mathbf{v} + \frac{\gamma}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} (p - \beta \tau) = 0, \quad (2.13)$$

kde parametry vzduchu jsou hustota ρ_0 , Poissonova konstanta pro adiabatický děj γ , smyková dynamická viskozita μ , objemová dynamická viskozita ν , tepelná vodivost λ_h , měrná tepelná kapacita při stálém tlaku C_p a zvýšení tlaku na jednotkový nárůst teploty při konstantní hustotě β .

²Následující část této kapitoly byla převzata z [7].

Pokud budeme uvažovat taková zjednodušení platící pro tenkou vrstvu tekutiny uvnitř dutiny, že změna rychlosti částic uvnitř mikrofónu v_r ve směru radiální souřadnice r kruhové geometrie, je mnohem větší než rychlost proudící kolmo na tento směr, respektive ve směru z [7][9]

$$\partial_z v_r \gg \partial_r v_r, \quad (2.14)$$

další zjednodušení se týká změny vedení tepla, u které ho platí

$$\partial_z \tau \gg \partial_r \tau, \quad (2.15)$$

a poslední zjednodušení takové, že tlak není závislý na ose z , neboli mění se pouze ve směru radiální souřadnice

$$p(r, z) \cong p(r). \quad (2.16)$$

Následným doplněním těchto úprav do rovnic (2.11) a (2.12) získáme

$$\left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} - l_v \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) v_r(r, z) = -\frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\partial}{\partial r} p(r), \quad (2.17)$$

$$\left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} - l_h \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tau(r, z) = \frac{\gamma - 1}{\beta \gamma c_0} \frac{\partial p(r)}{\partial t}. \quad (2.18)$$

Jelikož nás zajímá frekvenční oblast, z důvodu lepší interpretace a jednoduššího počítání, tak rovnice (2.17) a (2.18), závislé na čase, se přepíší pomocí časové závislosti $e^{j\omega t}$ na rovnice ve frekvenční oblasti

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_v^2 \right) v_r(r, z) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p(r)}{\partial r}, \quad (2.19)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_h^2 \right) \tau(r, z) = \frac{\gamma - 1}{\beta \gamma} k_h^2 p(r), \quad (2.20)$$

kde

$$k_v = \frac{1 - j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{\mu}}, \quad (2.21)$$

$$k_h = \frac{1 - j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\rho_0 \omega C_p}{\lambda_h}}, \quad (2.22)$$

jsou komplexní vlnová čísla, respektive konstanty šíření, které představují rychlost šíření a útlum vln v závislosti na viskózních efektech a teplotní vodivosti [9] a $\omega = 2\pi f$, kde f je kmitočet, je úhlová frekvence.

Pro získání rychlosti částic uvnitř mikrofónu $v_r(r, z)$ a změny teploty $\tau(r, z)$ se musí zavést okrajové podmínky na pohyblivé elektrodě ($z = h_h$) a zadní elektrodě ($z = 0$).

Okrajové podmínky se dají popsat jako

$$v_r(r, z = 0) = v_r(r, z = h_g) = 0, \quad (2.23)$$

$$\tau(r, z = 0) = \tau(r, z = h_g) = 0, \quad (2.24)$$

kde po dosazení těchto podmínek do rovnic (2.19) a (2.20) vyjde, že

$$v_r(r, z) = -\frac{1}{j\omega \rho_0} \frac{\partial p(r)}{\partial r} \left(\frac{\cos(k_v h_g) - 1}{\sin(k_v h_g)} \sin(k_v z) - \cos(k_v z) + 1 \right), \quad (2.25)$$

$$\tau(r, z) = \frac{\gamma - 1}{\gamma \beta} p(r) \left(\frac{\cos(k_h h_g) - 1}{\sin(k_h h_g)} \sin(k_h z) - \cos(k_h z) + 1 \right). \quad (2.26)$$

Vzhledem k definovanému zjednodušení (2.16) a snaze získat rovnice pro tlak v mikrofonu můžeme provést průměrování hodnot těchto veličin napříč tloušťkou dutiny mezi elektrodami. Pro rychlost bude platit

$$\langle v_r(r, z) \rangle_z = -\frac{1}{j\omega \rho_0} \frac{\partial p(r)}{\partial r} F_{vg}, \quad (2.27)$$

kde

$$F_{vg} = \frac{1}{h_g} \int_0^{h_g} \left(\frac{\cos(k_v h_g) - 1}{\sin(k_v h_g)} \sin(k_v z) - \cos(k_v z) + 1 \right) dz = 1 - \frac{\tan(k_v \frac{h_g}{2})}{k_v \frac{h_g}{2}}, \quad (2.28)$$

a pro změnu teploty bude platit

$$\langle \tau_r(r, z) \rangle_z = \frac{\gamma - 1}{\gamma \beta} p(r) F_{hg}, \quad (2.29)$$

kde

$$F_{hg} = \frac{1}{h_g} \int_0^{h_g} \left(\frac{\cos(k_h h_g) - 1}{\sin(k_h h_g)} \sin(k_h z) - \cos(k_h z) + 1 \right) dz = 1 - \frac{\tan(k_h \frac{h_g}{2})}{k_h \frac{h_g}{2}}. \quad (2.30)$$

Pokud dosadíme průměrné hodnoty rychlosti částic a změny teploty do rovnice kontinuity, kde bereme v potaz i vliv rychlosti pohyblivé elektrody $j\omega\xi(r)$, získáme

$$\Delta_r p(r) + \chi^2 p(r) = \zeta \xi(r), \quad (2.31)$$

kde ζ je konstanta definovaná jako [6]

$$\zeta = -\frac{\rho_0 \omega^2}{h_g F_v}, \quad (2.32)$$

a

$$\chi^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(\frac{1 + (\gamma - 1)(1 - F_{hg})}{F_{vg}} \right), \quad (2.33)$$

je komplexní vlnové číslo pro akustický tlak.

■ 2.2.2 Řešení pro výchylku membrány

Rovnice popisující chování výchylky pohyblivé elektrody $\xi(r)$, pro úzkou membránu, je popsána pomocí vlnové rovnice [2]

$$T(\Delta_r + K^2)\xi(r) = p_{inc} - p(r), \quad (2.34)$$

která je buzená harmonickým tlakem p_{inc} po celé své ploše rovnoměrně a zatížená tlakovým polem $p(r)$ skládajícím se z $p_g(r)$ a p_c uvnitř mikrofónu [8][10], kde p_c , počítaný pro interval radiální směrové souřadnice $r \in (0, R_h)$, je akustický tlak v zadní dutině mikrofónu a předpokládá se, že je rovnoměrný v celém objemu dutiny, tudíž dále v práci uvažujeme, že má konstantní hodnotu, a $p_g(r)$ je akustický tlak v dutině mezi elektrodami na intervalu $r \in (R_h, R)$.

Obecné řešení výchylky membrány lze formulovat jako součet řady přes vlastní funkce $\Psi_n(r)$ [6]

$$\Psi_n(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}R J_1(K_n R)} J_0(K_n r), \quad (2.35)$$

kde J_1 je Besselova funkce prvního řádu a K_n je dáno kořeny Besselovy funkce nultého řádu, pro které platí $J_0(K_n R) = 0$, s příslušným modálním koeficientem ξ_n [6]

$$\xi(r) = \sum_n \xi_n \Psi_n(r). \quad (2.36)$$

Pokud využijeme vzájemné ortonormality vektorů vlastních funkcí $\Psi_n(r)$, tak poté se modální koeficienty mohou vyjádřit jako [6]

$$\xi_n = \frac{1}{T(K^2 - K_n^2)} \iint_S (p_{inc} - p(r)) \Psi_n dS, \quad (2.37)$$

kde S je aktivní plocha membrány, resp. plocha menší elektrody.

■ 2.2.3 Řešení pro tlak v dutině

Výsledné řešení pro akustický tlak předpokládáme [6][10]

$$p(r) = A J_0(\chi r) + B Y_0(\chi r) + \sum_n p_n \Psi_n(r), \quad (2.38)$$

kde zdrojová část $\sum_n p_n \Psi_n(r)$, která se objevuje v (2.38) se vytvořila dosazením (2.38) do (2.31)

$$p_n = \frac{\zeta \xi_n}{\chi^2 - K_n^2}, \quad (2.39)$$

Složky tvořící tlakového pole zatěžující výchylku membrány, zmíněné v (2.2.2), jsou akustický tlak v zadní dutině p_c a akustický tlak v dutině mezi elektrodami $p_g(r)$. Tyto tlaky vychází z vyjádření (2.38) pro konkrétní radiální směrové souřadnice

$$p_g(r) = A J_0(\chi r) + B Y_0(\chi r) + \sum_n p_n \Psi_n(r), \quad r \in (R_h, R), \quad (2.40)$$

kde tlak p_c se, z důvodu kontinuity tlaku v R_h , získá dosazením R_h do rovnice (2.40)

$$p_c = p_g(R_h) = AJ_0(\chi R_h) + BY_0(\chi R_h) + \sum_n p_n \Psi_n(R_h), \quad r = R_h. \quad (2.41)$$

2.2.4 Okrajové podmínky

Integrační konstanty A a B z rovnic (2.41) a (2.40) se získají z okrajových podmínek v R_h a R [8]. Pro $r = R$ musí platit, že derivace akustického tlaku na stěně dutiny mezi elektrodami je rovná nule, resp. rychlost částic je na stěně dutiny nulová

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R} = 0. \quad (2.42)$$

Na úrovni hrany díry v pevné elektrodě je to mírně složitější, pro $r = R_h$ platí [8]

$$w_g(R_h) - w_m(R_h) = w_h, \quad (2.43)$$

kde w_g je objemová rychlost v dutině, w_m je objemová rychlost membrány a $w_h = p_c/Z_h$ je objemová rychlost v díře pevné elektrody, kde Z_h je vstupní akustická impedance. Po dosazení všech dílčích objemových rychlostí do rovnice (2.43) vyjde

$$2\pi R_h h_g v_g(R_h) + j\omega 2\pi \int_0^{R_h} \xi(r) r dr = \frac{p_c}{Z_h}, \quad (2.44)$$

kde $v_g(r) = -\frac{F_v}{j\omega \rho_0} \partial r p_g(r)$ je akustická rychlost v dutině a Z_h je celková akustická impedance systému, tudíž impedance zadní dutiny Z_c , díry Z_d a hran u dutiny mezi elektrodami Z_{eG} [11] (impedance diskontinuity) a u zadní dutiny mikrofonu Z_{eC} (vyzařovací impedance), která má tvar

$$Z_h = -(Z_d + Z_c + Z_{eG} + Z_{eC}), \quad (2.45)$$

kde jednotlivé impedance mají tvar [12]

$$Z_d = \frac{j\omega \rho_0 h_d}{F_{vh} S_h}, \quad (2.46)$$

$$Z_c = \frac{\rho_0 c_0^2}{j\omega V_{complex}}, \quad (2.47)$$

kde komplexní objem zadní dutiny, který bere v úvahu tepelné ztráty v dutině, se rovná [9]

$$V_{complex} = V_c \left(1 + (1 - j)(\gamma - 1) S_c \frac{\sqrt{c_0 \frac{l_h}{\omega}}}{V_c \sqrt{2}} \right), \quad (2.48)$$

kde $S_c = 2\pi R(R + h_d)$ je plocha zadní dutiny a $V_c = \pi R^2 h_c$ je objem zadní dutiny s hloubkou zadní dutiny h_c . Diskontinuita na obou stranách díry je aproximována impedancí [11]

$$Z_{eG} = \frac{j\omega \rho_0}{R} (0.26164 - 0.353\alpha + 0.0809\alpha^3), \quad (2.49)$$

kde poměr poloměrů je $\alpha = R_h/R$, respektive vyzářovací impedancí na straně dutiny [2]

$$Z_{eC} = \frac{Z_{mech-eC}}{S_h^2} = \frac{\rho_0 c_0 \pi R_h^2}{S_h^2} \left(1 - \frac{J_1(2kR_h)}{kR_h} + \frac{jH_1(2kR_h)}{kR_h} \right), \quad (2.50)$$

kde h_d je hloubka díry, resp. tloušťka pevné elektrody, poloměr díry je R_h , plocha nad dírou je $S_d = \pi R_h^2$, mechanická impedance na hraně u zadní dutiny je $Z_{mech-eC}$, vlnové číslo ve vzduchu je $k = \omega/c_0$ a Struveho funkce prvního řádu je H_1 . Poté co do těchto podmínek dosadíme $p(r)$, dostaneme soustavu rovnic s integračními konstantami A a B

$$\begin{aligned} A\partial_r J_0(\chi R) + B\partial_r Y_0(\chi R) + \sum_n p_n \partial_r \Psi_n(K_n R) &= 0, \\ - \frac{2\pi R_h h_g F_{vg} Z_h}{j\omega \rho_0} [-A\chi J_1(\chi R_h) - B\chi Y_1(\chi R_h) - \\ - \sum_m p_m \frac{K_m}{N_m} J_1(K_m R_h)] - j\omega 2\pi Z_h \sum_m \xi_m \left(\frac{R_h}{K_m N_m} J_1(K_m R_h) \right) &= \\ = AJ_0(\chi R_h) + BY_0(\chi R_h) + \sum_m p_m \Psi_m(K_m R_h). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Po úpravě rovnic pro získání integračních konstant se konstanty A a B rovnají

$$A = \sum_m \xi_m L_{jm} (L_2 H_m - L_5 P_m - L_2 O_m + L_8 P_m), \quad (2.52)$$

$$B = \sum_m \xi_m L_{jm} (L_4 R_h P_m + L_1 O_m - L_1 H_m - L_7 P_m), \quad (2.53)$$

kde člen L_{jm} odpovídá

$$L_{jm} = \frac{1}{L_1 L_5 - L_2 L_4 - L_1 L_8 + L_2 L_7}, \quad (2.54)$$

proměnné L odpovídají $L_1 = -\chi J_1(\chi R)$, $L_2 = -\chi Y_1(\chi R)$, $L_4 = -L_1 R_h \frac{2\pi R_h h_g F_{vg} Z_h}{j\omega \rho_0}$, kde $L_{1R_h} = -\chi J_1(\chi R_h)$, $L_5 = -L_2 R_h \frac{2\pi R_h h_g F_{vg} Z_h}{j\omega \rho_0}$, kde $L_{2R_h} = -\chi Y_1(\chi R_h)$, $L_7 = J_0(\chi R_h)$ a $L_8 = Y_0(\chi R_h)$. Dále platí

$$H_m = \frac{\zeta 2\pi R_h h_g F_{vg} Z_h K_m J_1(K_m R_h)}{j\omega \rho_0 N_m (\chi^2 - K_m^2)} + \frac{j\omega 2\pi Z_h R_h J_1(K_m R_h)}{K_m N_m}, \quad (2.55)$$

$$O_m = \frac{\zeta J_0(K_m R_h)}{(\chi^2 - K_m^2) N_m}, \quad (2.56)$$

$$P_m = -\frac{\zeta K_m}{(\chi^2 - K_m^2) \sqrt{\pi R}}. \quad (2.57)$$

Pro další výpočty jsou integrační konstanty upraveny do zkráceného tvaru, které vychází z rovnic (2.52) a (2.53)

$$A = \sum_m \xi_m \alpha_m, \quad (2.58)$$

$$B = \sum_m \xi_m \beta_m. \quad (2.59)$$

2.2.5 Vazba mezi akustickým tlakem a výchylkou membrány

Po dosazení obou akustických tlaků p_c a $p_g(r)$ do rovnice pro modální koeficienty ξ_n (2.37) získáváme výsledný vzorec, ze kterého ho získáme hledanou okamžitou výchylku membrány, respektive průměrnou výchylku membrány

$$\xi_n = \frac{2\pi}{T(K^2 - K_n^2)} \left[p_{inc} \int_0^R \Psi_n(r) r dr - p_c \int_0^{R_h} \Psi_n(r) r dr - \int_{R_h}^R p_g(r) \Psi_n(r) r dr \right]. \quad (2.60)$$

Díky axisymetrické geometrii se dá využít úpravy, že se vytkne 2π a plošné integrály v (2.60) přejdou na určité integrály v daných intervalech. Výsledný tvar rovnice pro modální koeficient ξ_n je rovno

$$\frac{T(K^2 - K_n^2)}{2\pi} \xi_n = b_n + \sum_{nm} \xi_m C_{nm}, \quad (2.61)$$

kde první člen b_n je získán výpočtem prvního integrálu z rovnici (2.60) a má tvar:

$$b_n = p_{inc} \int_0^R N_n J_0(K_n r) r dr = \frac{2\sqrt{\pi p_{inc}}}{K_n}, \quad (2.62)$$

kde $N_n = \frac{1}{\sqrt{\pi R} J_1(K_n R)}$ je norma vlastní funkce (2.35). Člen C_{nm} je získán ze dvou zbývajících integrálů rovnice (2.60), kde výpočet druhého integrálu vypadá následovně

$$\begin{aligned} p_c \int_0^{R_h} N_n J_0(K_n r) r dr &= p_c N_n \frac{R_h J_1(K_n R_h)}{K_n} = p_c G_n = \\ &= A J_0(\chi R_h) G_n + B Y_0(\chi R_h) G_n + G_n \sum_m p_m \Psi_m(K_m R_h) = \\ &= J_0(\chi R_h) G_n \sum_m \xi_m \alpha_m + Y_0(\chi R_h) G_n \sum_m \xi_m \beta_m + \\ &+ G_n \sum_m p_m \Psi_m(K_m R_h) = \sum_{nm} \xi_m (\alpha_m J_0(\chi R_h) G_n + \\ &+ \beta_m Y_0(\chi R_h) G_n + \frac{\zeta J_0(K_m R_h) N_m}{\chi^2 - K_m^2}) = \sum_{nm} \xi_m G_{nm}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Výpočet třetího integrálu je rozdělen na tři integrály

$$\begin{aligned} \int_{R_h}^R p_g(r) \Psi_n(r) r dr &= \\ &= \int_{R_h}^R \left(A J_0(\chi r) + B Y_0(\chi r) + \sum_m p_m \Psi_m(K_m r) \right) \Psi_n(K_n r) r dr, \end{aligned} \quad (2.64)$$

kde první integrál po výpočtu vyjde

$$\begin{aligned} \text{Int}_{31} &= \int_{R_h}^R A J_0(\chi r) \Psi_n(K_n r) r dr = A N_n \int_{R_h}^R J_0(\chi r) J_0(K_n r) r dr = \\ &= A N_n \left[\frac{1}{\chi^2 - K_n^2} \left(K_n R J_1(K_n R) J_0(\chi R) - R \chi J_0(K_n R) J_1(\chi R) - \right. \right. \\ &\left. \left. - K_n R_h J_1(K_n R_h) J_0(\chi R_h) + \chi R_h J_0(K_n R_h) J_1(\chi R_h) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.65)$$

a jelikož $J_0(K_n R) = 0$, tak se integrál Int_{31} zjednoduší na

$$\begin{aligned} \text{Int}_{31} &= AN_n \left[\frac{1}{\chi^2 - K_n^2} \left(K_n R J_1(K_n R) J_0(\chi R) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_n R_h J_1(K_n R_h) J_0(\chi R_h) + \chi R_h J_0(K_n R_h) J_1(\chi R_h) \right) \right] = \\ &= A\gamma_n = \sum_{nm} \xi_m \alpha_m \gamma_n, \end{aligned} \quad (2.66)$$

druhý integrál po výpočtu vyjde

$$\begin{aligned} \text{Int}_{32} &= \int_{R_h}^R B Y_0(\chi r) \Psi_n(K_n r) r dr = BN_n \int_{R_h}^R Y_0(\chi r) J_0(K_n r) r dr = \\ &= BN_n \left[\frac{1}{\chi^2 - K_n^2} \left(K_n R J_1(K_n R) Y_0(\chi R) - R \chi J_0(K_n R) Y_1(\chi R) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_n R_h J_1(K_n R_h) Y_0(\chi R_h) + \chi R_h J_0(K_n R_h) Y_1(\chi R_h) \right) \right] = \\ &= BN_n \left[\frac{1}{\chi^2 - K_n^2} \left(K_n R J_1(K_n R) Y_0(\chi R) + \chi R_h J_0(K_n R_h) Y_1(\chi R_h) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_n R_h J_1(K_n R_h) Y_0(\chi R_h) \right) \right] = B\epsilon_n = \sum_{nm} \xi_m \beta_m \epsilon_n, \end{aligned} \quad (2.67)$$

a třetí integrál vyjde

$$\begin{aligned} \text{Int}_{33} &= \int_{R_h}^R \sum_{nm} p_m \Psi_n(K_n r) \Psi_m(K_m r) r dr = \\ &= \sum_{nm} N_n N_m \int_{R_h}^R p_m J_0(K_n r) J_0(K_m r) r dr = \sum_{nm} \zeta \frac{\xi_m N_n N_m}{\chi^2 - K_m^2} \\ &\quad \left[\frac{1}{K_m^2 - K_n^2} \left(K_m R J_1(K_m R) J_0(K_n R) - K_n R J_0(K_m R) J_1(K_n R) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_m R_h J_1(K_m R_h) + K_n R_h J_0(K_m R_h) J_1(K_n R_h) \right) \right] = \sum_{nm} \xi_m D_{nm}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Rovnice (2.61) se dá řešit maticově, což velmi usnadní výpočet modálních koeficientů

$$\{[\mathbf{U}] - [\mathbf{C}]\}(\Xi) = (B), \quad (2.69)$$

kde (Ξ) jsou sloupcové vektory modálních koeficientů ξ_n a (B) jsou sloupcové vektory dané rovnicí (2.62). Matice $[\mathbf{U}]$ je diagonální a obsahuje členy $T(K^2 - K_n^2)/2\pi$ a matice $[\mathbf{C}]$ je tvořena členy C_{nm} definovanými výše.

Výsledkem maticového výpočtu jsou modální koeficienty ξ_n ze kterých se následně získává průměrná výchylka membrány nad aktivní plochou membrány podle rovnice

$$\xi = \frac{2\pi}{S - S_h} \sum_n \xi_n \frac{R J_1(K_n R) - R_h J_1(K_n R_h)}{K_n \sqrt{\pi} R J_1(K_n R)}, \quad (2.70)$$

kde S_h je plocha nad dírou.

2.3 Model pomocí numerických metod

Numerické metody hrají v modelování důležitou roli, protože nám umožňují řešit matematické modely, které by jinak byly analyticky těžko řešitelné. Numerické metody jsou algoritmy, které numericky aproximují řešení matematických problémů. To znamená, že rozdělí problém na malé, řešitelné kroky a poté je vyřeší jeden po druhém[13].

Existuje mnoho různých numerických metod, každá s vlastními silnými a slabými stránkami. Volba vhodné numerické metody závisí na konkrétním problému, který se řeší. Mezi běžné numerické metody patří[13]:

Metoda konečných rozdílů - Tato metoda aproximuje derivace funkcí pomocí konečných rozdílů mezi hodnotami funkce v diskrétních bodech.

Metoda konečných prvků - Tato metoda aproximuje řešení parciálních diferenciálních rovnic rozdělením oblasti řešení na menší elementy a aproximací řešení v každém elementu.

Metoda Monte Carlo - Tato metoda aproximuje řešení stochastických problémů náhodným vzorkováním.

Numerické metody se používají v široké škále oblastí, včetně fyziky, inženýrství, ekonomie a financí. V modelování se numerické metody používají k:

Řešení diferenciálních rovnic - Diferenciální rovnice se používají k modelování mnoha reálných jevů, jako je pohyb objektů, šíření tepla a proudění tekutin. Numerické metody se používají k řešení těchto rovnic a k předpovědi chování systému v čase.

Optimalizaci - Numerické metody se používají k nalezení optimálního řešení optimalizačních problémů, jako je nalezení maximální nebo minimální hodnoty funkce.

Simulaci - Numerické metody se používají k simulaci chování složitých systémů v čase. To může být užitečné pro pochopení chování systému a pro předpověď jeho reakce na různé vstupy.

Numerické metody jsou mocným nástrojem pro modelování složitých reálných systémů. Umožňují nám řešit matematické modely, které by jinak byly analyticky neřešitelné, a získat tak cenné poznatky o chování systému[13].

Jelikož jsme se doposud zabývali analytickým modelem mikrofónu, tak jediné možné ověření funkčnosti či korektnosti tohoto modelu je porovnání buď s jiným podobným analytickým modelem, který je ověřený nebo ho porovnat právě s numerickým modelem.

V této práci byl analytický model porovnán právě s modelem získaným numerickými metodami, dále jen referenčním modelem. Pro tento referenční model byl využit fyzikální a inženýrský software COMSOL Multiphysics, který slouží jako analyzátor, řešitel a simulátor konečných prvků.

2.3.1 Příklady použití numerických metod v modelování

Zde je uvedeno několik příkladů použití numerických metod v modelování a to v různých odvětvích:

Modelování počasí - Numerické metody se používají k řešení komplexních modelů atmosféry, které předpovídají počasí.

Modelování klimatických změn - Numerické metody se používají k simulaci klimatu Země a k předpovědi dopadů změny klimatu.

Modelování proudění tekutin - Numerické metody se používají k simulaci proudění tekutin, jako je proudění vzduchu kolem křídla letadla, automobilů a jiných dopravních prostředcích nebo proudění vzduchu skrze dutiny mikrofonu nebo proudění krve v cévách.

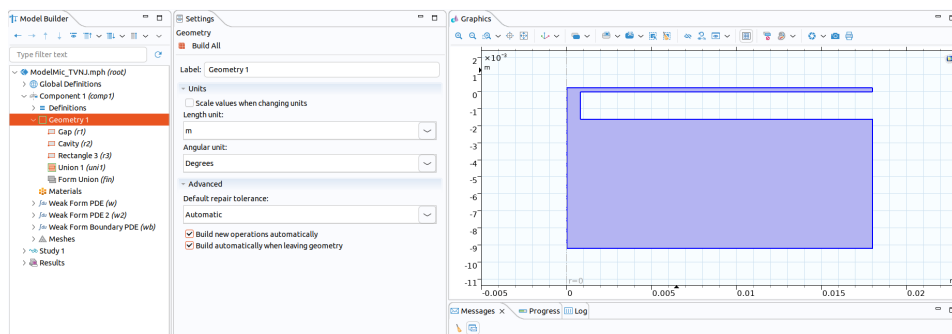
Modelování šíření tepla - Numerické metody se používají k simulaci šíření tepla, jako je třeba šíření tepla z horkého objektu do studeného prostředí nebo změny teplot v prostředí v čase.

Modelování ekonomických systémů - Numerické metody se používají k modelování ekonomických systémů, jako je například předpověď inflace nebo růstu HDP.

2.3.2 COMSOL Multiphysics

Jak už bylo zmíněno dříve, jedná se o pokročilý software pro simulaci a modelování různých fyzikálních a inženýrských jevů. V této části bude popsáno v několika krocích, jak COMSOL Multiphysics pracuje[13]:

1. Definování geometrie - Nejprve si uživatel softwaru vytvoří geometrický model soustavy, kterou chce dále simulovat. Software nabízí různé nástroje pro kreslení mnoha různých geometrických útvarů a to ve 1D, 2D a 3D prostoru. COMSOL také disponuje možností importování geometrií z jiných CAD programů.

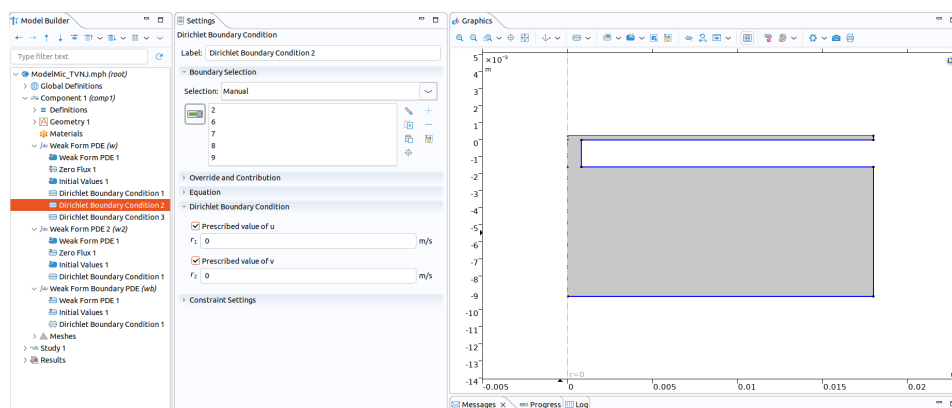


Obrázek 2.1: COMSOL prostředí pro definování geometrie simulované soustavy.

2. Výběr fyzikálních jevů - Poté co si uživatel vytvoří geometrii, následně si vybere jaký fyzikální jev chce vlastně modelovat. COMSOL

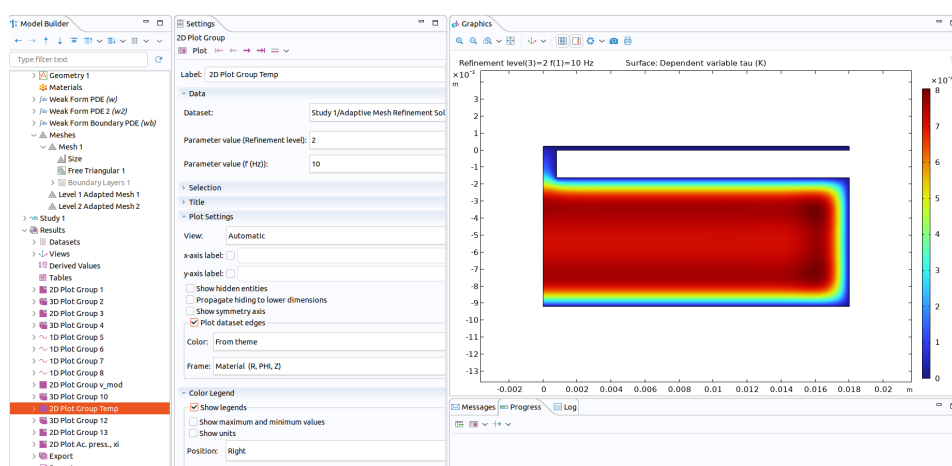
nabízí velkou škálu modulů pro různé oblasti, jako je termodynamika, elektromagnetismus, mechanika, proudění tekutin a další. Jednotlivé moduly obsahují relevantní rovnice a parametry pro daný fyzikální jev. Uživatel si také může vybrat pouze prázdný modul, kde si sám následně dovyplní veškerá data a formulace problémů odpovídající jeho simulaci.

- 3. Nastavení materiálových vlastností** - Uživatel definuje materiálové vlastnosti pro každou část geometrie. Tyto vlastnosti mohou zahrnovat hustotu, tepelnou kapacitu, elektrickou vodivost a další, v závislosti na zvoleném fyzikálním jevu.
- 4. Nastavení okrajových podmínek** - Okrajové podmínky definují, jak se simulovaný systém chová na svých hranicích. Mohou to být například teplotní podmínky, rychlostní podmínky nebo elektrické napětí.



Obrázek 2.2: COMSOL prostředí pro definování okrajových podmínek.

- 5. Mesh generování** - COMSOL rozdělí podle nastavených pravidel celou geometrii na menší části, tzv. elementy. Čím jemnější mesh, tím přesnější měření je, avšak délka výpočtu rapidně stoupá.
- 6. Řešení rovnic** - Po nastavení všech parametrů COMSOL použije metodu konečných prvků k řešení soustavy parciálních diferenciálních rovnic, které popisují daný fyzikální jev.
- 7. Následné zpracování** - Po vyřešení rovnic ve všech elementech geometrie si uživatel může zobrazit a analyzovat výsledky simulace. COMSOL nabízí i možnost vypočítat různé odvozené veličiny z rovnic a sledovat jejich chování jak v čase, tak ale i v závislosti na jiných parametrech.



Obrázek 2.3: COMSOL prostředí na zobrazení 1D, 2D nebo 3D výsledků.

2.3.3 Slabé řešení diferenciálních rovnic

V sekci 2.3.2 bylo zmíněno řešení soustav diferenciálních rovnic. Aby COMSOL mohl správně spočítat jednotlivé soustavy je potřeba, aby se tvar rovnic zadal do software korektně. Ke správné modifikaci se používá tzv. Galerkinova variační metoda, často také Ritzova-Galerkinova metoda, která nahradí tzv. silnou formulaci její integrální formou a následně diskretizuje slabé řešení (metoda konečných prvků).

V této práci je potřeba získat soustavu rovnic pro COMSOL, která obsahuje rovnici pro akustickou rychlost a změnu teploty v zadní dutině mikrofону a v dutině mezi elektrodami. Výchylka membrány je zde určena pomocí okrajové podmínky.

2.3.4 Akustická formulace v termoviskózním plynu

Pro popis akustické rychlosti a změny teploty v dutinách mikrofónu se vychází z linearizované Navier-Stokesovy rovnice, rovnice zachování hmoty, rovnice zachování energie a termodynamických stavových zákonů pro tekutiny [14][15]. Rovnice popisující akustickou rychlost a teplotu jsou

$$\omega^2 \mathbf{v} + B \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} + C \mathbf{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} - D \mathbf{grad} \tau = \mathbf{0}, \quad (2.71)$$

$$j\omega\tau + Q \operatorname{div} \mathbf{grad} \tau - R \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (2.72)$$

kde $B = \frac{c^2}{\gamma} + j\omega cl_v$, $C = -j\omega cl_v$, $D = \frac{j\omega\hat{\beta}}{\rho_0}$, $Q = -\gamma l_h c$, $R = \frac{-(\gamma - 1)\rho_0 c_0^2}{\gamma\hat{\beta}}$ a $\hat{\beta} = \frac{\partial P}{\partial T}$ je změna tlaku vůči změně teploty při konstantní hustotě. Na předchozí rovnice pro akustickou rychlost (2.71) a teplotu (2.72) se použije Galerkinova variační metoda a tím se získá slabé řešení těchto diferenciálních rovnic³ [15]. Na tuhých izotermických stěnách byla použita homogenní

³Příklad implementace do simulačního softwaru COMSOL Multiphysics byl dodán vedoucím práce.

Dirichletova okrajová podmínka pro akustickou rychlost a změnu teploty ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$ a $\tau = 0$), na membráně je použita Dirichletova okrajová podmínka $v_z = j\omega \xi$, $v_x = v_y = 0$ a $\tau = 0$.

2.4 Výsledky modelů

V této části práce bude ukázáno, jaký je rozdíl mezi jednotlivými modely a to analytickým modelem elektrostatického mikrofonu a numerickým modelem.

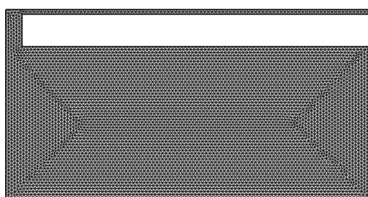
2.4.1 Porovnání analytického modelu a numerického modelu

Tabulka 2.1: Parametry mikrofonu.

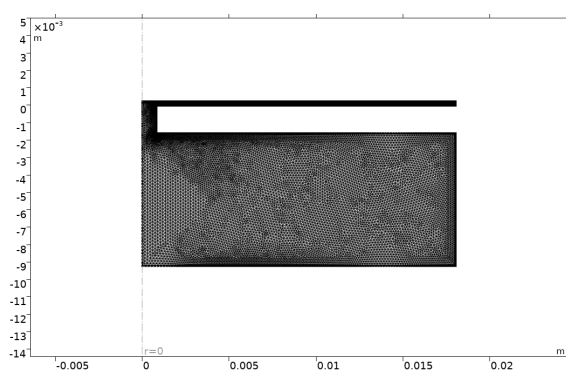
Parametr	Hodnota	Jednotka	Popis
h_m	$25 \cdot 10^{-6}$	m	Tloušťka membrány
ρ_m	1944	kg/m^3	Hustota membrány
R	$18 \cdot 10^{-3}$	m	Poloměr membrány
h_g	$230 \cdot 10^{-6}$	m	Tloušťka vzduchové mezery mezi elektrodami
h_h	$1.6 \cdot 10^{-3}$	m	Tloušťka pevné elektrody, hloubka děr
R_d	$0.8 \cdot 10^{-3}$	m	Poloměr díry v pevné elektrodě
h_d	$7.6 \cdot 10^{-3}$	m	Hloubka zadní dutiny
V_c	$7.74 \cdot 10^{-6}$	m^3	Objem zadní dutiny
T	116.27	N/m	Mechanické napětí membrány

Tabulka 2.2: Parametry vzduchu.

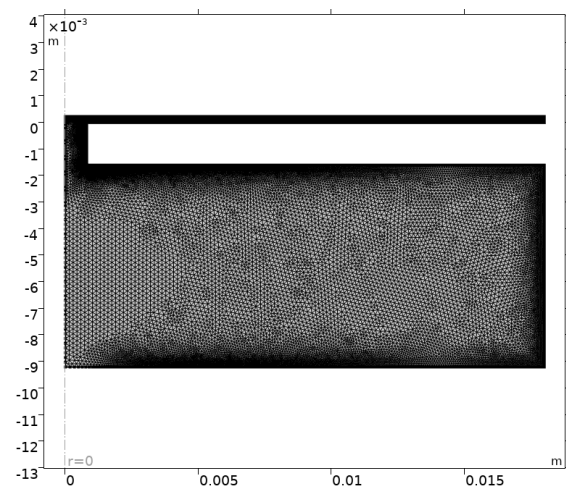
Parametr	Hodnota	Jednotka	Popis
P_0	101.325	Pa	Atmosférický tlak
T_0	296.15	K	Statická teplota
λ_h	$24.4 \cdot 10^{-3}$	$W/(m \cdot K)$	Tepelná vodivost
c	345.9	m/s	Adiabatická rychlost zvuku
ρ_0	1.18	kg/m^3	Hustota vzduchu
μ	$1.183 \cdot 10^{-5}$	$Pa \cdot s$	Smyková dynamická viskozita
ν	0.7098	$Pa \cdot s$	Objemová dynamická viskozita
$\hat{\beta}$	340,52	$J/(m^3 \cdot K)$	Změna tlaku vůči změně teploty při konstantní hustotě
γ	1.4	-	Poissonova konstanta pro adiabatický děj
c_p	1010	$J/(kg \cdot K)$	Měrná tepelná kapacita při stálém tlaku



(a) Základní rozdělení geometrie.



(b) Adaptivní rozdělení geometrie na elementy úrovně 1.

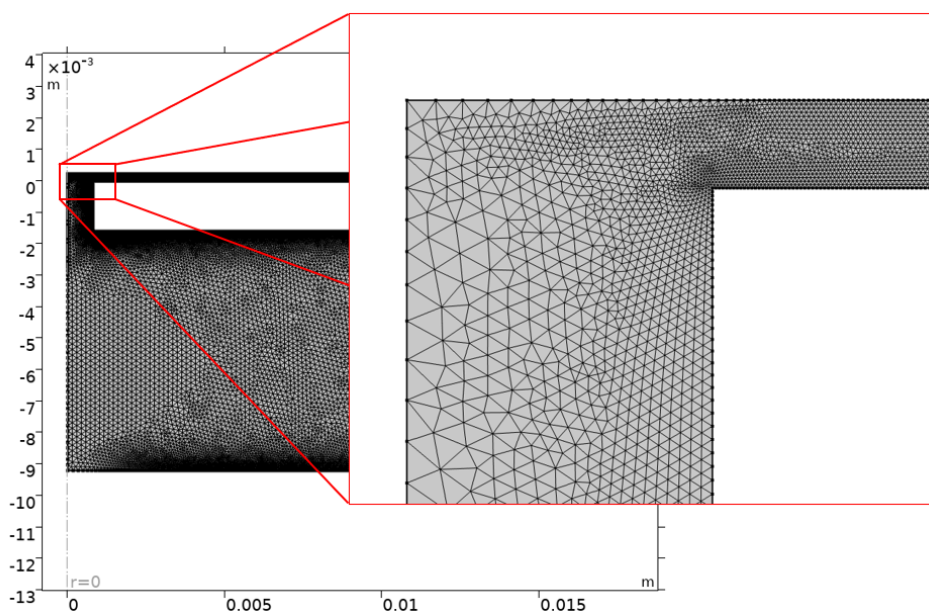


(c) Adaptivní rozdělení geometrie na elementy úrovně 2.

Obrázek 2.4: Různé úrovně rozdělení geometrie na elementy.

Na obrázcích 2.4(a), 2.4(b) a 2.4(c) jsou vidět různé úrovně rozdělení geometrie. Důležité je si všimnout, že COMSOL disponuje funkcí adaptivního rozdělení, to znamená, že program našlo místa, kde se hodnoty skrze měřenou frekvenci

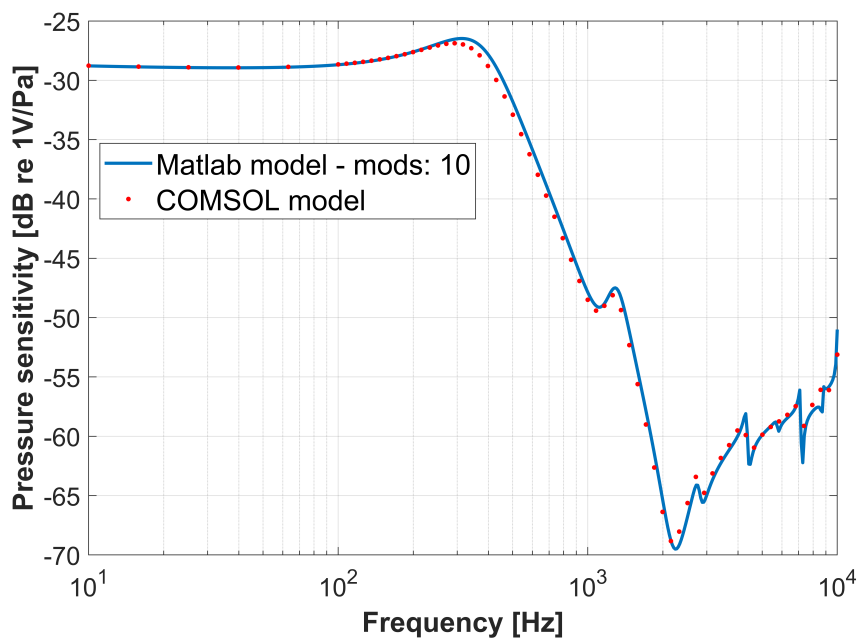
často liší a na těchto místech COMSOL provedl jemnější rozdělení. Lépe je to vidět na obrázku 2.5, kde je krásně vidět hustší rozdělení na hraně díry a dutiny mezi elektrodami, kde se hodnoty akustické rychlosti, tlaku a teploty mění.



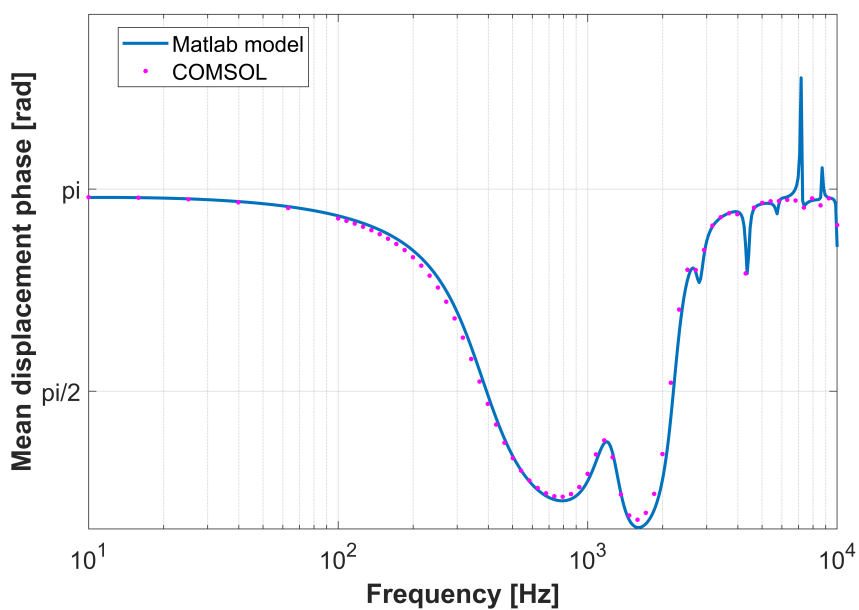
Obrázek 2.5: Rozdělení geometrie na elementy v části přechodu mezi hranou díry a dutinou mezi elektrodami.

Porovnání analytického modelu, počítaného pro 10 módů, neboli pro 10 hodnot ξ_n z (2.36), s modelem vypočítaný numerickou metodou v programu COMSOL Multiphysics lze vidět na obrázku 2.6 spolu s fází průměrné výchyly, ze které se citlivost počítá na obrázku 2.7. Jedná se o citlivosti mikrofonu vypočítané podle (2.9). Lze pozorovat pouze malý rozdíl mezi jednotlivými modely a to v částech, které jsou ovlivněny tlumením⁴.

⁴V příloze B se nachází jednotlivé Matlab skripty k výpočtu a porovnání analytického modelu.



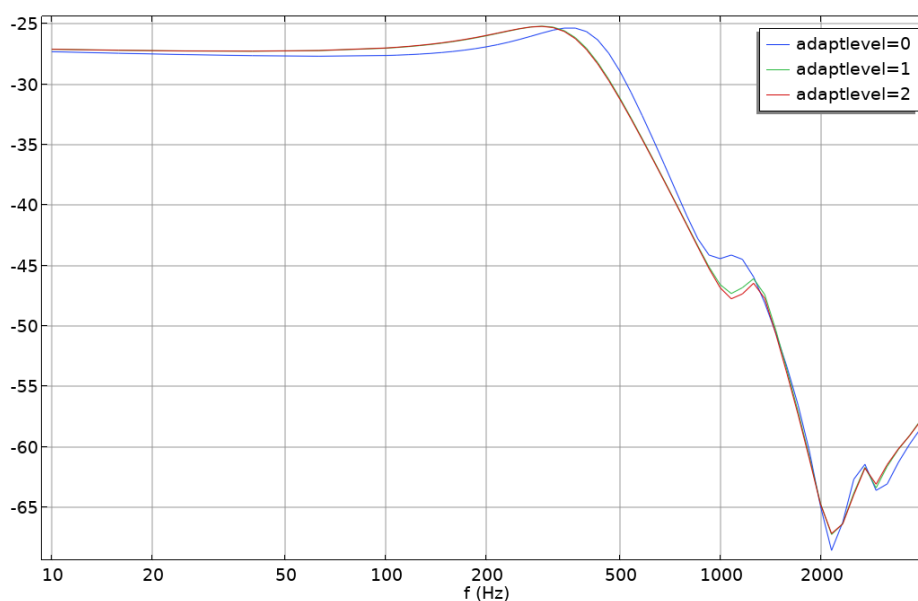
Obrázek 2.6: Citlivost mikrofonu analytického modelu a numerického modelu z COMSOL Multiphysics.



Obrázek 2.7: Fáze průměrné výchylky membrány mikrofonu analytického modelu a numerického modelu z COMSOL Multiphysics.

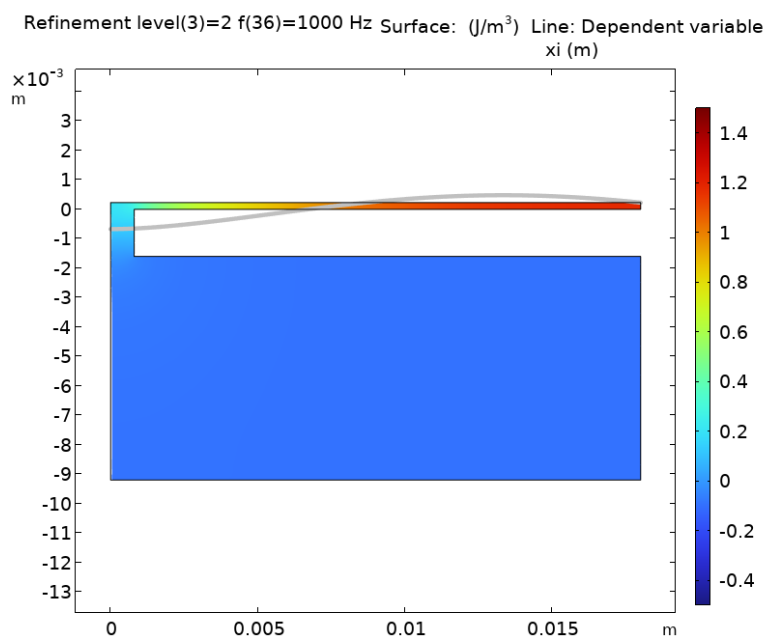
Čím větší počet módů, tím přesnější výpočet analytického modelu, avšak o to delší a náročnější výpočet. To samé platí i pro numerickou metodu, čím větší počet rozdělených elementů ke spočítání tím vyšší výpočetní čas, jedná se

až o dny či týdny neustálého výpočtu. Vliv rozdělení na citlivost mikrofonu do elementů je názorně demonstrováno na příloženém obrázku 2.8, kde na svislé ose je citlivost v dB re 1V/Pa a na vodorovné ose frekvence v Hz. Jednotlivé úrovně adaptivního rozdělení, uvedené v legendě, odpovídají rozdělením na obrázcích 2.4(a,b,c).

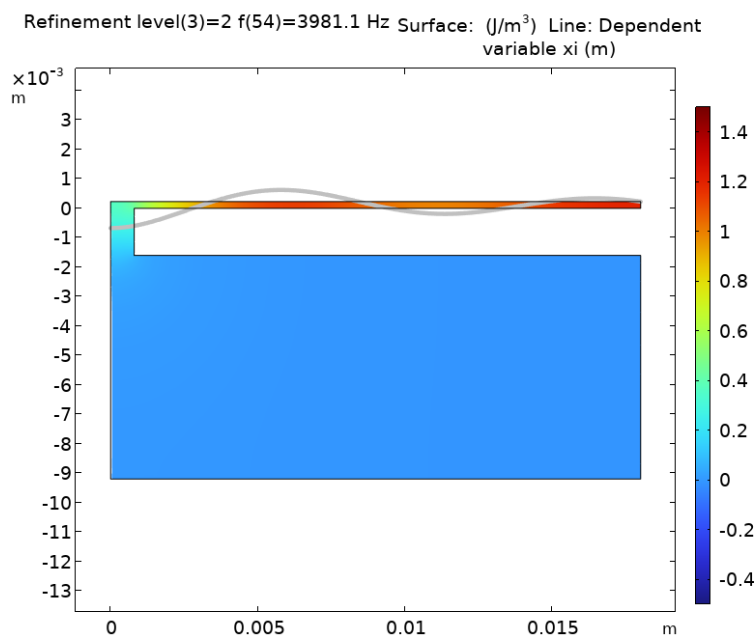


Obrázek 2.8: Vliv počtu rozdělení geometrie do elementů na výslednou citlivost mikrofonu numerického modelu.

Parametry mikrofonu jsou uvedené v tabulce 2.1 nad tabulkou s parametry vzduchu 2.2. Ukázka změny tlaku v uvnitř mikrofonu na různých frekvencích jsou vidět na obrázcích 2.9(a) a 2.9(b).



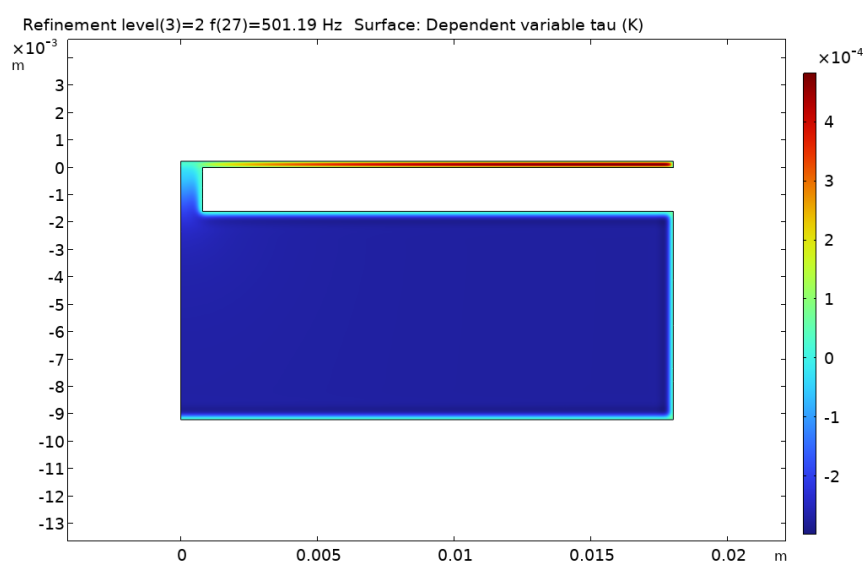
(a) Akustický tlak na frekvenci 1 kHz, měřítko v Pa.



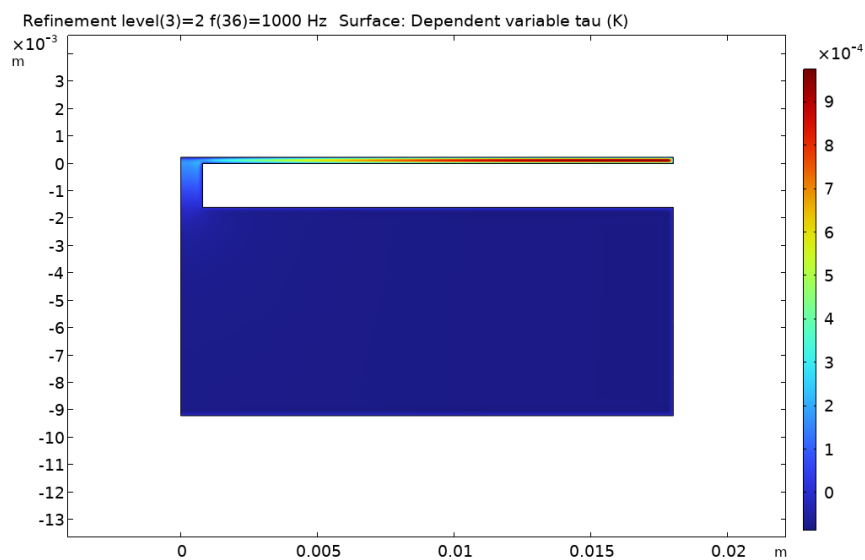
(b) Akustický tlak na frekvenci 3981,1 Hz, měřítko v Pa.

Obrázek 2.9: Akustický tlak uvnitř mikrofону se znázorněnou výchylkou membrány.

Na obrázcích 2.10(a) a 2.10(b) jsou vidět změny teploty a na obrázcích 2.11(a) a 2.11(b) změny akustické rychlosti uvnitř mikrofону, kde hlavně u změny teploty je možné pozorovat vliv tepelných limitních vrstev a vliv viskózních vrstev lze pozorovat v oblasti díry u změny akustické rychlosti.

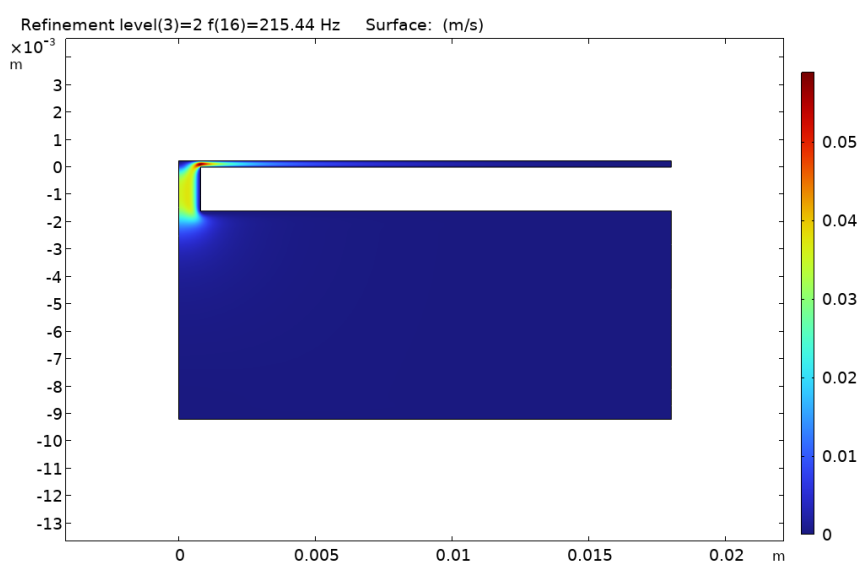


(a) Změna teploty na frekvenci 501 Hz, měřítko v Kelvinech.

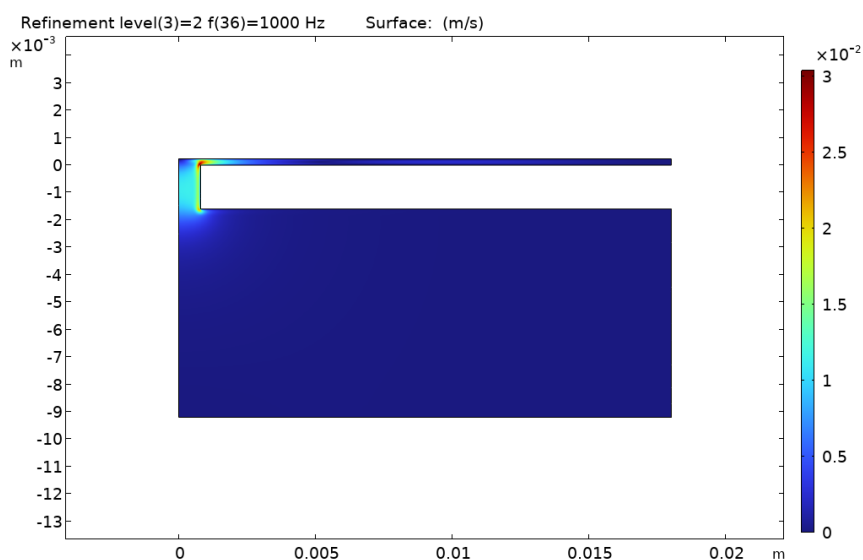


(b) Změna teploty na frekvenci 1 kHz, měřítko v Kelvinech.

Obrázek 2.10: Změny teploty uvnitř mikrofону.



(a) Změna akustické rychlosti na frekvenci 215 Hz, měřítko v m/s.



(b) Změna akustické rychlosti na frekvenci 1 kHz, měřítko v m/s.

Obrázek 2.11: Změny akustické rychlosti uvnitř mikrofonu.

2.5 Nelinearity elektrostatického mikrofonu

Nelineární zkreslení vznikající v mikrofonu může mít významný vliv na přesnost výsledků měření, proto je velmi důležité a hlavně zajímavé se těmto chováním u mikrofonů věnovat. Zejména u elektrostatických mikrofonů, neboť ty hlavně se používají pro různá akustická měření.

V rámci této práce se pozorovalo nelineární chování dvou typů elektrostatických mikrofonů, viz část 3, a to MEMS mikrofonu s analogovým výstupem a elektroakustickým měničem dodaným vedoucím práce, pro který je tento

analytický model, v této práci popsán, vytvořen.

V elektrostatickém mikrofonu existuje mnoho zdrojů nelineárního chování [16], zejména akustické nelinearity tvořené nelineárním stlačováním vzduchu mezi samotnými elektrodami, tuhost zadní dutiny či extrémně vysokým tlakem v úzké dutině mezi elektrodami. Dalšími zdroji mohou být mechanické vlastnosti membrány a nelinearity vytvořené samotným předzesilovačem a nelinearitou kapacity v dutině.

Jelikož pro měření nelineárního chování jsou využívány excitační zařízení, dále jen reproduktory, tak je nutno brát v potaz, že se používají pro vybuzení nelineárních testovacích systémů, v tomto případě vybuzení vlivů nelineárního chování elektrostatického mikrofonu. Vlivem jejich nelineárního chování se na jejich výstupu kromě požadované části periodického signálu objevují také nežádoucí složky [16]. Proto je nutné pro správnou analýzu testovaných mikrofonů nutně překonat vliv nelineárních reproduktorů. Detailnější popis korigace zkreslení výstupů reproduktorů bude popsána v kapitole 3.2.

2.5.1 Elektrostatická nelinearita

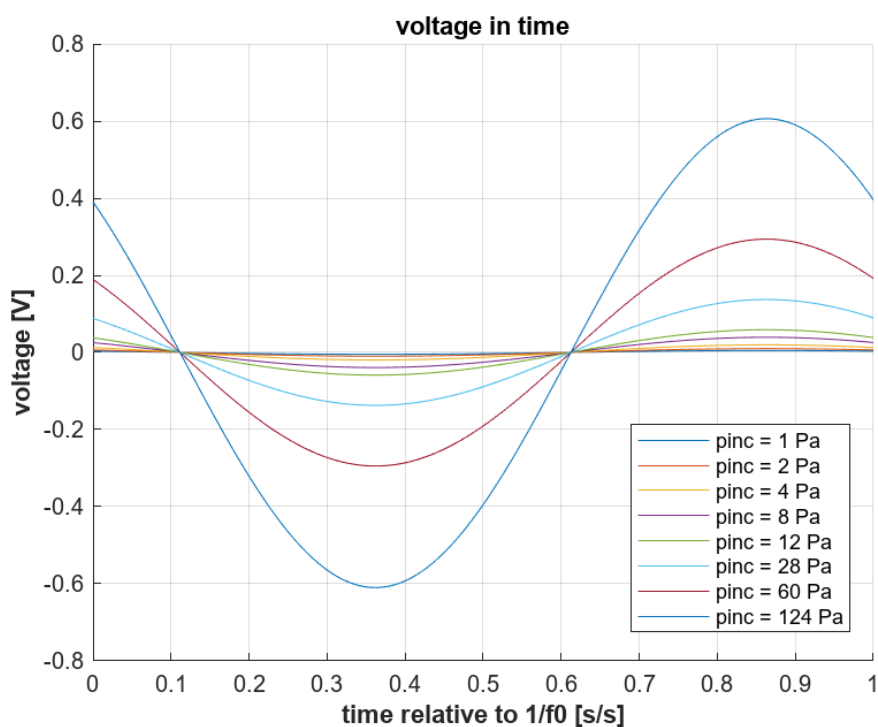
Důležitou, neboť u miniaturních elektrostatických mikrofonů téměř nezanedbatelnou vlastností, nebo také se dá říci zásadním chováním, je jejich elektrostatická nelinearita, která vyplývá z podstaty fungování elektrod mikrofonu jako kapacitoru.

Elektrostatickou nelinearitu lze snadno vidět v rovnici (2.8). Pro zjednodušení se toto vyjádření výstupního napětí v čase dá zapsat jako [5]

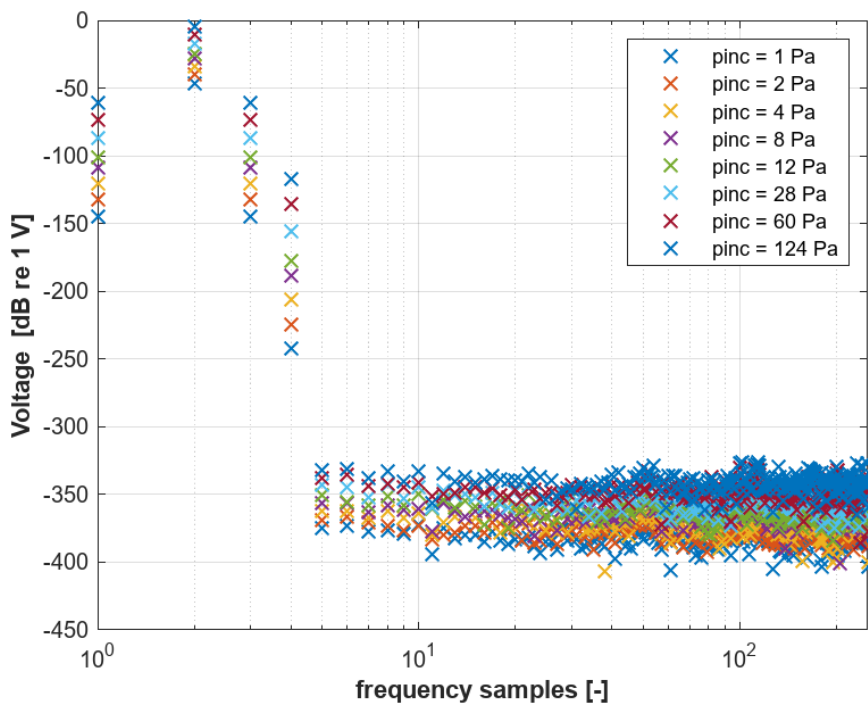
$$u(t) = K_0 \left[y(t) - y^2(t) + y^3(t) - \dots \right], \quad (2.73)$$

kde K_0 je konstanta závislá na polarizačním napětí mikrofonu U_0 a kapacitách mikrofonu (C_0 i C_p) a y je poměr průměrné výchylky membrány k tloušťce dutiny mezi elektrodami.

Jedny z proměnných parametrů, se kterými se u mikrofonů setkáváme je vstupní akustický tlak p_{inc} a vstupní frekvence f_0 . Právě tyto parametry je zajímavé sledovat vliv na výstupní napětí (2.73).



(a) Výstupní napětí o frekvenci $f_0 = 1$ kHz a proměnným vstupním tlakem p_{inc} .



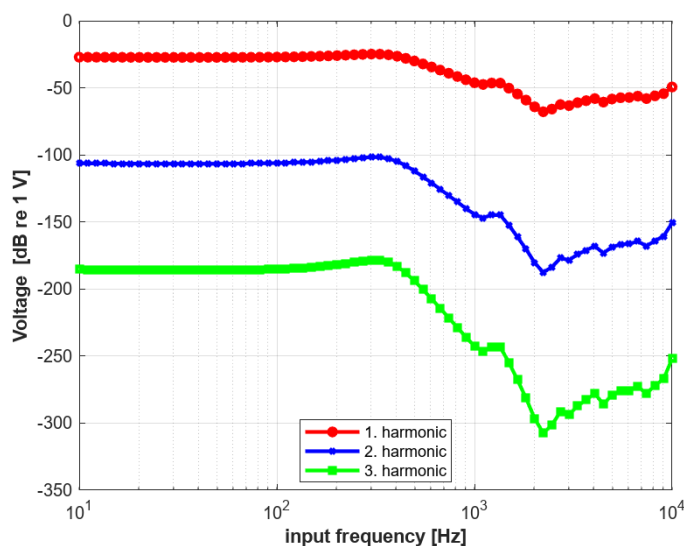
(b) Spektrum výstupního napětí při frekvenci $f_0 = 1000$ Hz.

Obrázek 2.12: Výstupní napětí v časové a frekvenční oblasti.

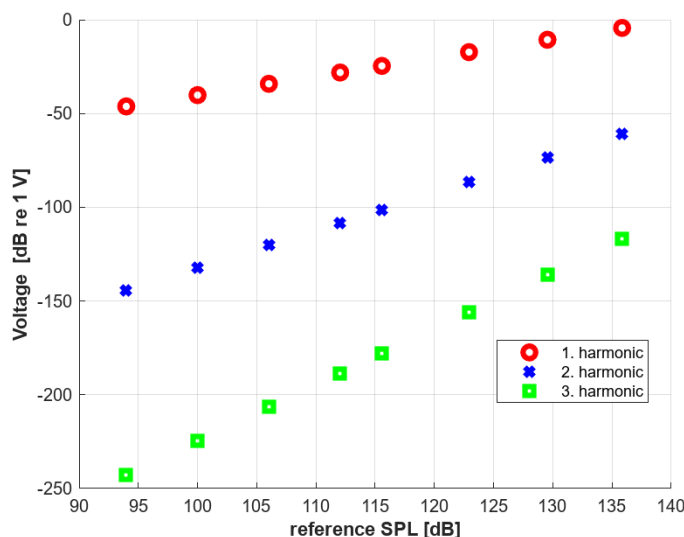
Na obrázku 2.12(a) můžete sledovat vliv různé úrovně akustického vstupního

tlaku p_{inc} na amplitudu výstupního napětí a harmonické zkreslení závislé na obrázku 2.13(b). Tento průběh je vytvořen na modelu mikrofону popsaném v 2.2, kde výstupní amplituda průměrné výchylky $\tilde{\xi}$ byla dosazena do (2.73). Pro lepší představu jaký má vliv vstupní tlak na vyšší harmonické složky, tak je k dispozici spektrum výstupního napětí na obrázku 2.12(b).

Vliv zvolené frekvence na harmonické zkreslení výstupního napětí je ukázáno na obrázku 2.13(a). Změřené elektrostatické nelineární vlivy jsou dále ukázány a popsány v části 3.2



(a) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na frekvenci ($p_{inc} = 1 \text{ Pa}$).



(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na vstupním tlaku (p_{inc} při frekvenci $f_0 = 1000 \text{ Hz}$).

Obrázek 2.13: Harmonická zkreslení výstupního napětí

Kapitola 3

Praktická část

V rámci této práce byla prováděna měření s analogovým MEMS mikrofonem CMM-2718AB-38316-TR¹ a také s elektroakustickým měničem². Jedním z hlavních cílů této práce bylo ukázat funkčnost a správnost analytického modelu právě tohoto měniče. Což již bylo ukázáno v 2.4.

Dalším cílem bylo změřit vliv nelineárních dějů v mikrofonu na jeho výstupní signál, zejména vliv nelineárního chování způsobené elektrostatickým převodem. Toto měření se provedlo na výše zmíněných mikrofonech, kde měření MEMS mikrofonu nebylo tolik důležité, neboť toto měření již se provedlo v [5]. Hlavní důvod opakování tohoto měření bude zmíněn v 3.2. V rámci měření vlivů nelineárních dějů se změřila také citlivost akustického měniče pro porovnání s analytickým modelem.

3.1 Porovnání analytického modelu s měřeným mikrofonem

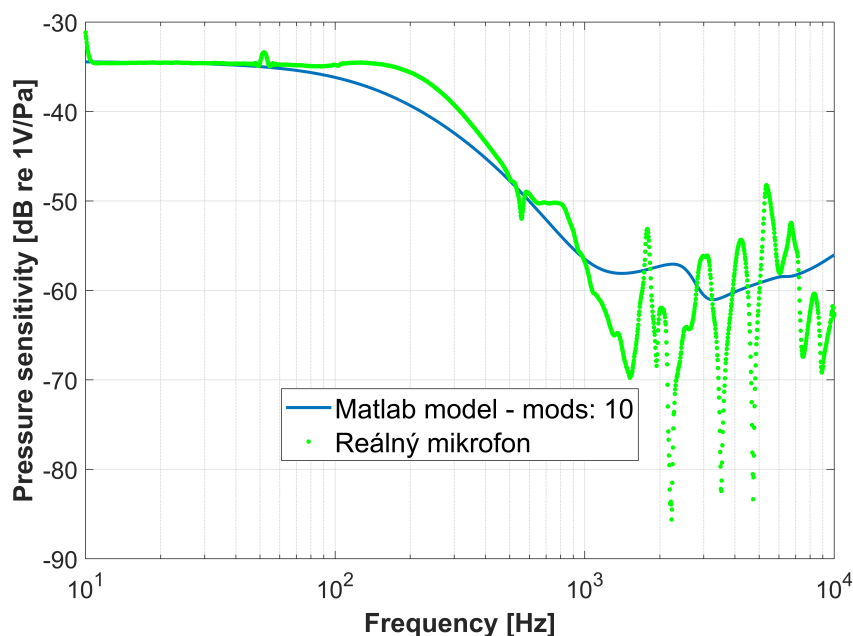
Tabulka 3.1: Parametry mikrofonu.

Parametr	Hodnota	Jednotka	Popis
h_m	$28 \cdot 10^{-6}$	m	Tloušťka membrány
ρ_m	1956	kg/m^3	Hustota membrány
R	$28.2 \cdot 10^{-3}$	m	Poloměr membrány
h_g	$290 \cdot 10^{-6}$	m	Tloušťka vzduchové mezery mezi elektrodami
h_h	$1.6 \cdot 10^{-3}$	m	Tloušťka pevné elektrody, hloubka děr
R_d	$0.8 \cdot 10^{-3}$	m	Poloměr díry v pevné elektrodě
h_d	$7.6 \cdot 10^{-3}$	m	Hloubka zadní dutiny
V_c	$18.99 \cdot 10^{-6}$	m^3	Objem zadní dutiny
T	4248.3	N/m	Mechanické napětí membrány

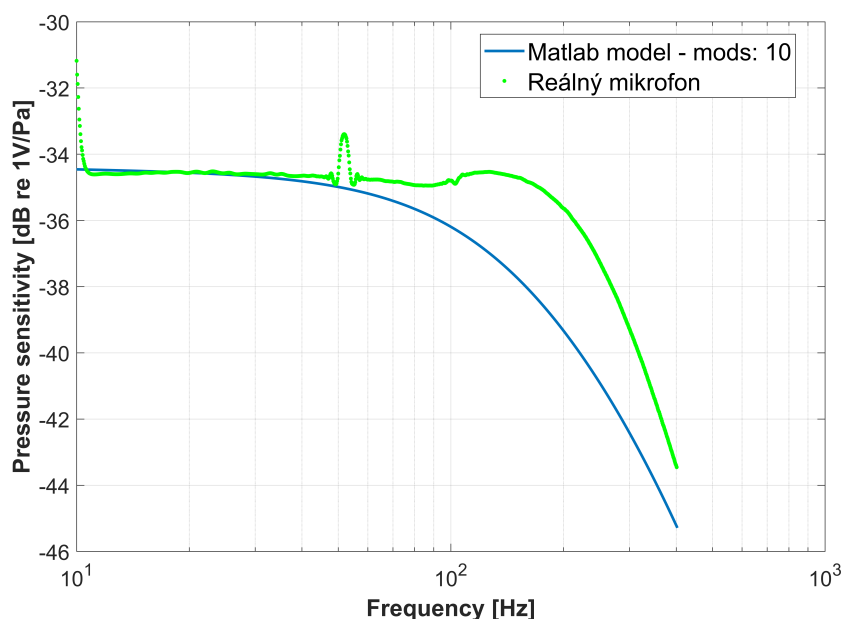
¹Technické parametry k MEMS mikrofonu zde [17].

²Vyrobeným a dodaným vedoucím práce v rámci bakalářské práce Condenser Microphone with Sigma-Delta Conversion [18], schéma měniče v příloze A.

Na obrázku 3.1 je vidět porovnání citlivosti reálného mikrofonu a jeho analytického modelu, kde na hodně nízkých frekvencích je vidět odpozorovaný vliv nabíjení polarizačním napětím a na frekvenci 50 Hz je vidět vliv střídavého proudu ze sítě, který se tam přes nějaký měřicí přístroj nejspíše dostal. Z průběhu měřeného mikrofonu je také patrné, že mikrofon je možné používat zhruba jen do 1 kHz, neboť svou velikostí má zúženou frekvenční charakteristiku. Nad frekvencí zhruba 1 kHz už se projevovaly vlastní módy dutiny, ve které byl elektroakustický měnič měřen, viz obrázek 3.3. Měřený elektroakustický měnič vykazuje menší tlumení než předpokládá teorie, jak můžete vidět na obrázku 3.2. To může být způsobeno odhadnutými některými veličinami, jako jsou rezonanční frekvence mikrofonu a s ní i související parametr napětí membrány nebo tloušťka vzduchové mezery mezi elektrodami, neboť tloušťka mezery je dána vloženou podložkou a její přesná hodnota není známá, také tloušťka se zmenší o statickou výchylku membrány způsobenou elektrostatickou přitažlivou silou, která je způsobena po připojení polarizačního napětí. Další detail na konstrukci mikrofonu je ten, že díra nacházející se v pevné elektrodě byla vyvrtána výrobcem na námi požadovaný průměr, avšak vnitřek díry byl pokoven, což její průměr lehce zmenšilo. Analytický model byl tedy s těmito parametry odhadnut. Jednotlivé odhadnuté parametry a jejich hodnoty jsou v tabulce 3.1. Detailnější průběh na nízkých frekvencích modelu se změřeným mikrofonem je vidět na obrázku 3.2, kde je velice dobře vidět, jak velký vliv má nabíjení polarizačním napětím.



Obrázek 3.1: Citlivost mikrofonu analytického modelu a měřeného mikrofonu na frekvencích od 10 Hz do 10 kHz.



Obrázek 3.2: Citlivost mikrofonu analytického modelu a měřeného modelu na frekvencích od 10 Hz do 400 Hz.

3.2 Měření vyšších harmonických složek mikrofonu

Aby se mohl měřit vliv nelineárního chování mikrofonu elektrostatickým převodem bylo nutné měřený mikrofón zavřít do co nejvíce malého prostoru, kde bude optimálně vystavován pouze námi vyvolaným zvukovým vlnám, o co největší amplitudě. Pro toto měření jsem využil měřicí metodu [16] vytvořenou Antonínem Novákem (Le Mans University, Francie), která funguje na principu, že měřený mikrofón je společně s referenčním mikrofónem zavřený v malé dutině do které se pouští zvukové vlny excitované reproduktory podle obrázků 3.3 a 3.4, kde pomocí algoritmu [16] referenční mikrofón kompenzuje nelineární chování periodického signálu způsobené nelineárními reproduktory, dále jen algoritmus na nelineární chování. Tím pádem výstupní signál měřeného mikrofonu bude obsahovat pouze nelineární chování, které je tvořené samotným mikrofónem.



Obrázek 3.3: Vnitřek měřicí komory s měřeným a měřícím mikrofonem.



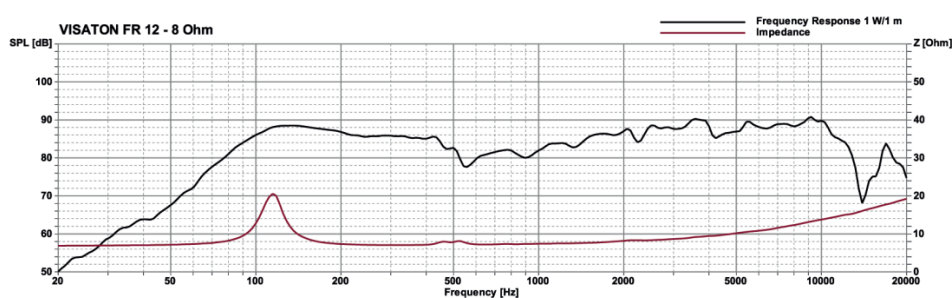
Obrázek 3.4: Mikrofony zavřené v plastové komoře mezi dvěma reproduktory.

■ 3.2.1 Měření na elektroakustickém měniči

Na toto měření byly použity dva stejné reproduktory VISATON FR 12 s impedancí $8 \Omega^3$. Jejich frekvenční a impedanční charakteristika je na obrázku 3.5. Volba těchto reproduktorů byla zvolena kompromisem mezi výkonem, rovností charakteristiky a cenou. Dalším důvodem proč se použily tyto reproduktory

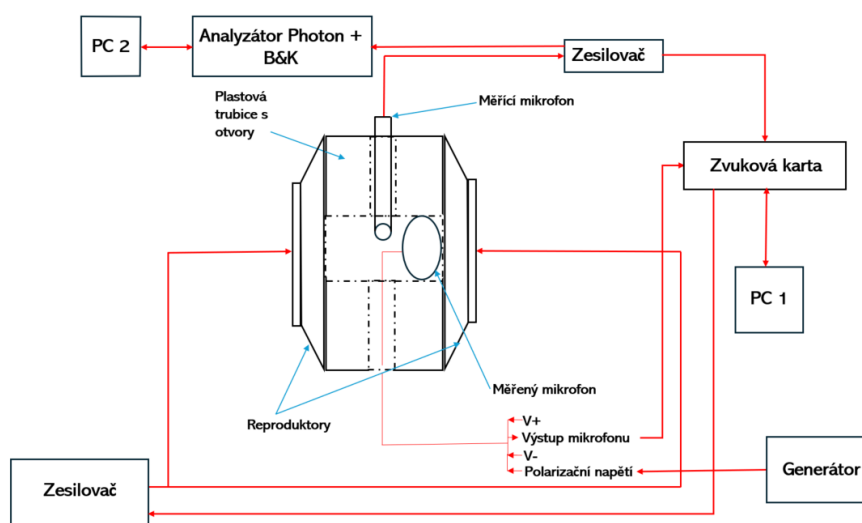
³Technické parametry reproduktoru dostupné zde [19].

byl ten, že membrána reproduktorů je velmi rovná, nemá tak moc kónický tvar jako jiné reproduktory, tudíž se dutina měřící aparatury tolik nezvětšila. Co se týče rovnosti charakteristiky reproduktoru na vyšších frekvencích, tak na to nebylo třeba brát ohled, neboť měřený měnič správně funguje pouze zhruba do 1 kHz. Reproduktory byly zapojeny paralelně. Během měření bylo potřeba kontrolovat výstupní napětí na zesilovači do reproduktorů, neboť pro některá měření, zejména na vyšších měřených frekvencích, elektroakustický měnič se měřil na frekvencích 110, 210, 510 a 1000 Hz, bylo potřeba silné zesílení a mohlo by se stát, že by se reproduktory mohly zničit. Maximální možné napětí pouštěné do reproduktorů, s uvažováním maximálního výkonu reproduktorů 30 W a malou rezervou, bylo ± 10 V.

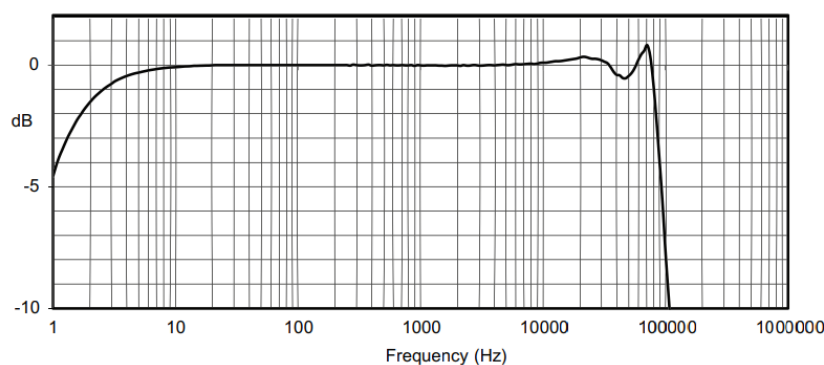


Obrázek 3.5: Frekvenční a impedanční charakteristika reproduktoru VISATON FR 12 - 8 Ω [19].

Měření probíhalo podle schématu 3.6, kde jako referenční mikrofon byl použit B&K 4944-B s frekvenční charakteristikou na obrázku 3.7. Měřený elektroakustický měnič spolehlivě pracuje do 1 kHz, tudíž referenční mikrofon splnil očekávání s tak rovnou frekvenční charakteristikou. Volba referenčního mikrofonu byla klíčová, neboť pokud by neměl tak rovnou charakteristiku, metoda na odečítání nelineárního chování reproduktorů by nebyla tolik přesná. Dalším hlavním důvodem u výběru mikrofonu byl ten, že má velký dynamický rozsah 30 - 170 dB, kde THD jsou 3 % pro 170 dB SPL [20].



Obrázek 3.6: Schéma měřící aparatury pro nelineární chování vyrobeného měniče.



Obrázek 3.7: Frekvenční charakteristika mikrofonu B&K 4944-B bez krycí mřížky. [20]

Měřicí mikrofon je připojen k zesilovači B&K 1704-A-002, který má funkci CCLD „Constant Current Line Drive“. Což je technologie k napájení snímačů. Tato technologie umožňuje dodávat konstantní proud do snímače pomocí stejného koaxiálního kabelu, který slouží k přenosu signálu zpět k měřicímu zařízení. Nejen, že to snižuje cenu za množství použitých kabelů, ale také to zvyšuje odolnost proti rušení [21]. Dále byl referenční mikrofon připojen k analyzátoru Photon + od B&K⁴, kvůli kontrole výkonu, jestli reálná hodnota akustického tlaku odpovídá hodnotě, kterou ukazovalo grafické prostředí na odečítání nelineárních vlivů. Oba mikrofony byly připojeny ke zvukové kartě Fireface UCX⁵, kde na jak vstupních i výstupních kanálech bylo nastaveno zesílení 0 dB.

Měřený elektroakustický měnič byl usazen do plastového prstenu podle obrázku 3.3 a vzdálený svou membránou od středu membrány referenčního

⁴Technické parametry k dispozici zde [22].

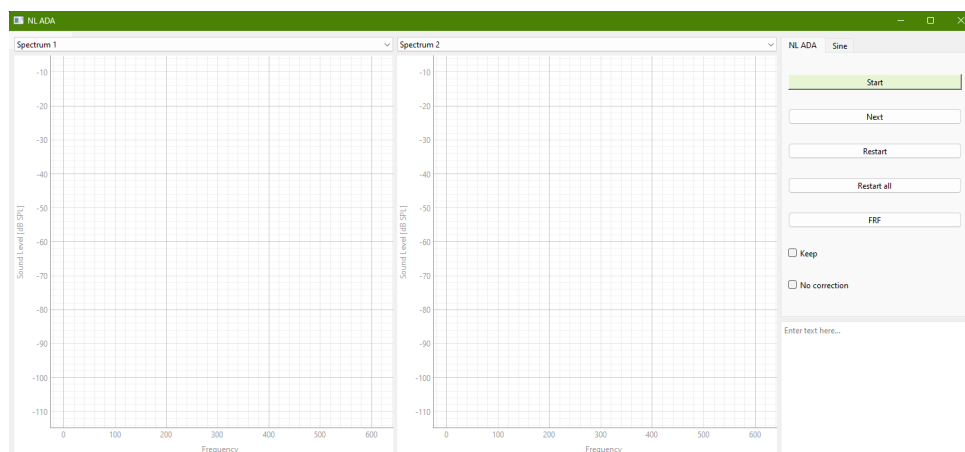
⁵Technické parametry dostupné zde [23]

mikrofonu rovných 16,85 mm, což by se mohlo zdát na měření vyšších harmonických složek hodně, ale větší vzdálenost by vytvářela zkreslení až na vyšších frekvencích.

Elektroakustický měnič se skládal z pevné elektrody a napnuté membrány. Na zadní straně pevné elektrody je elektronika ke správnému chodu měniče a ochraně elektronických prvků. Nachází se tam například operační zesilovač pro možnost nastavení zesílení nebo pouze jako funkce sledování, v tomto měření je OZ nastaven pro sledování, dále filtr a také regulátor napětí, který převádí vstupních 9 V z baterie na ± 5 V. K měniči byl dále připojen zdroj polarizačního napětí Kond. Messmikrofon AMC 331 značky TESLA. Hodnota polarizačního napětí se rovná 165,1 V.

Jako první věc před začátkem měření bylo potřeba provést nastavení výkonu reproduktorů, aby referenční mikrofon odpovídal správnému nastavení jako v programu na algoritmus na nelineární chování, dále jen ALCH. Algoritmus byl napsán v programovacím jazyce Python a byl dodán partnerským pracovištěm. Neboť ve skriptu na ALCH bylo před začátkem měření potřeba provést nastavení tzv. výkonových cílů, kde se začínalo na nejvyšší hodnotě a pro spuštění měření bylo potřeba tuto hodnotu navýšit na referenčním mikrofону alespoň o 1 dB.

Po spuštění programu si sám program ALCH skrze výstupní kanál ze zvukové karty korigoval zesílení na korektní hodnoty výkonových cílů. Na jednotlivých výkonových cílech bylo možné sledovat spektra jednotlivých mikrofónů a také postupná kompenzace harmonických složek vytvořenými reproduktory, po odečtení nelineárních vlivů bylo možné pomocí tlačítka „Next“ viz obrázek 3.8 přeskokovat na další cíle, kde se prováděla korekce znovu.

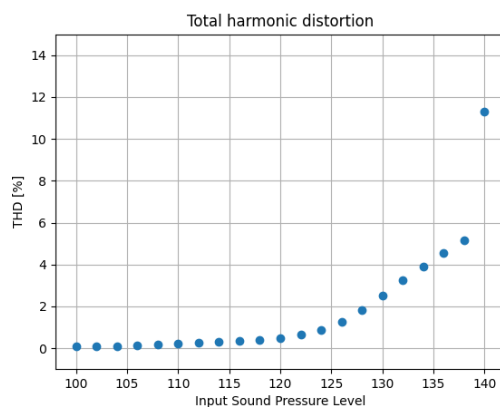


Obrázek 3.8: Grafické uživatelské rozhraní algoritmu na nelineární chování.

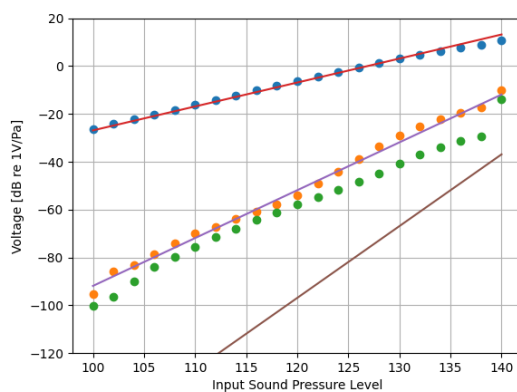
■ Výsledky měření

Jakmile se provedla korekce nelineárních vlivů na všech výkonových cílech, program uložil výstupní data do svého repozitáře. Tyto data se dále pomocí příložené funkce „plot_results.py“ od autora ALCH mohou zobrazit. Na následujících obrázcích budou ukázány výsledky výstupního napětí na jednotlivých

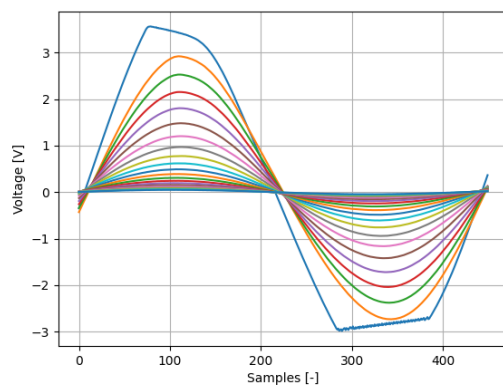
měřených kmitočtech a proměnným vstupním tlakem p_{inc} a harmonické zkruslení výstupního napětí akustického měniče závislé na vstupním tlaku při daných frekvencích. Na obrázcích (b) body znázorňují změřené harmonické složky pro různý akustický tlak, modře 1. harmonická, oranžově 2. harmonická a zeleně 3. harmonická složka. Plnými čarami jsou zobrazeny teoretické průběhy vyplývající z rovnice (2.73), červeně 1. harmonická, fialově 2. harmonická a hnědě 3. harmonická složka.



(a) Celkové harmonické zkreslení na frekvenci 110 Hz.

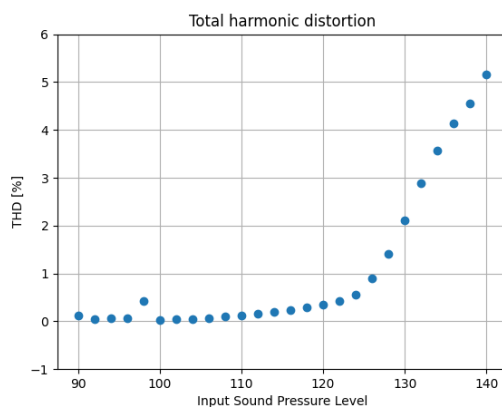


(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na výkonu vstupního tlaku p_{inc} při frekvenci 110 Hz.

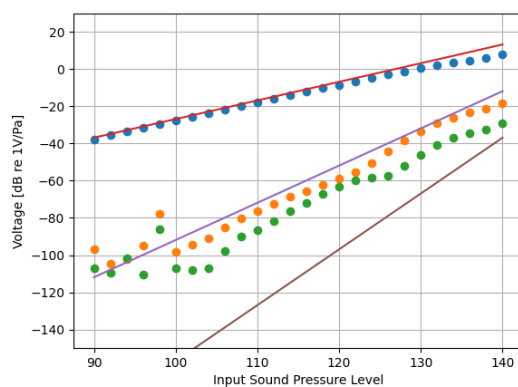


(c) Výstupní napětí při různých výkonech vstupního tlaku a frekvenci 110 Hz.

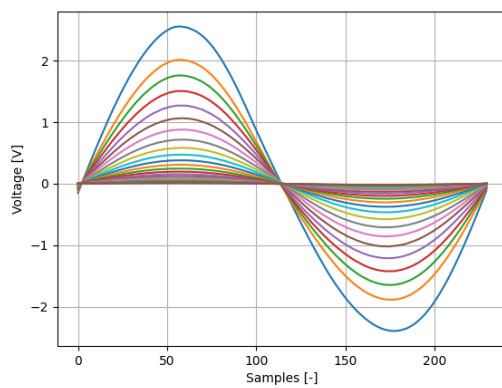
Obrázek 3.9: Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 110 Hz.



(a) Celkové harmonické zkreslení na frekvenci 210 Hz.

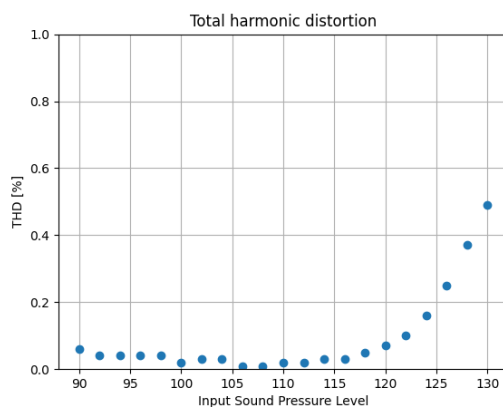


(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na výkonu vstupního tlaku p_{inc} při frekvenci 210 Hz.

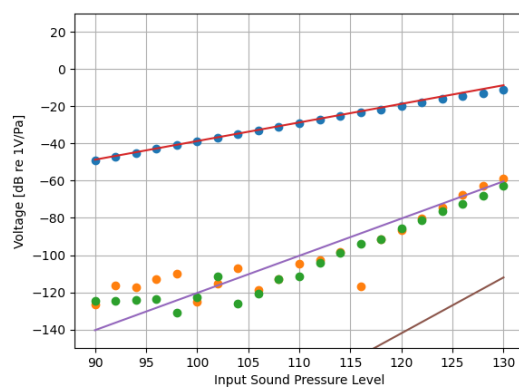


(c) Výstupní napětí při různých výkonech vstupního tlaku a frekvenci 210 Hz.

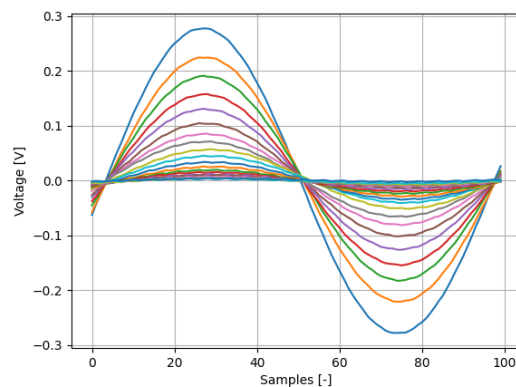
Obrázek 3.10: Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 210 Hz.



(a) Celkové harmonické zkreslení na frekvenci 510 Hz.

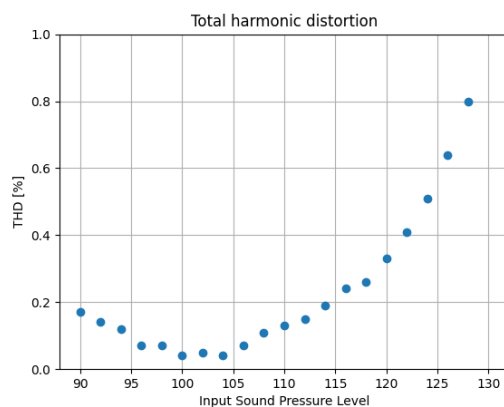


(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na výkonu vstupního tlaku p_{inc} při frekvenci 510 Hz.

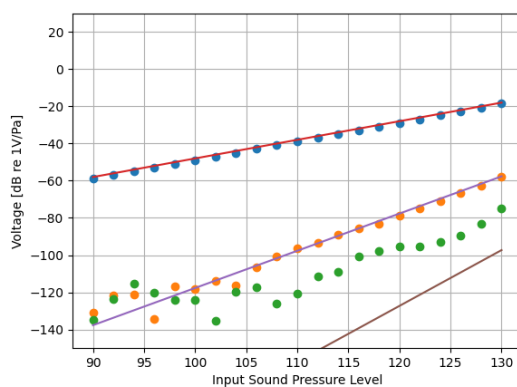


(c) Výstupní napětí při různých výkonech vstupního tlaku a frekvenci 510 Hz.

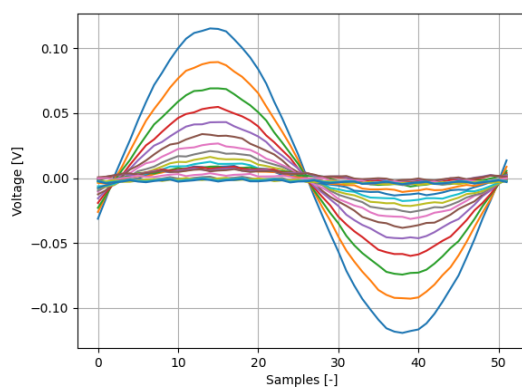
Obrázek 3.11: Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 510 Hz.



(a) Celkové harmonické zkreslení na frekvenci 1 kHz.



(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na výkonu vstupního tlaku p_{inc} při frekvenci 1 kHz.



(c) Výstupní napětí při různých výkonech vstupního tlaku a frekvenci 1 kHz.

Obrázek 3.12: Harmonické zkreslení výstupního napětí akustického měniče měřené na frekvenci 1 kHz.

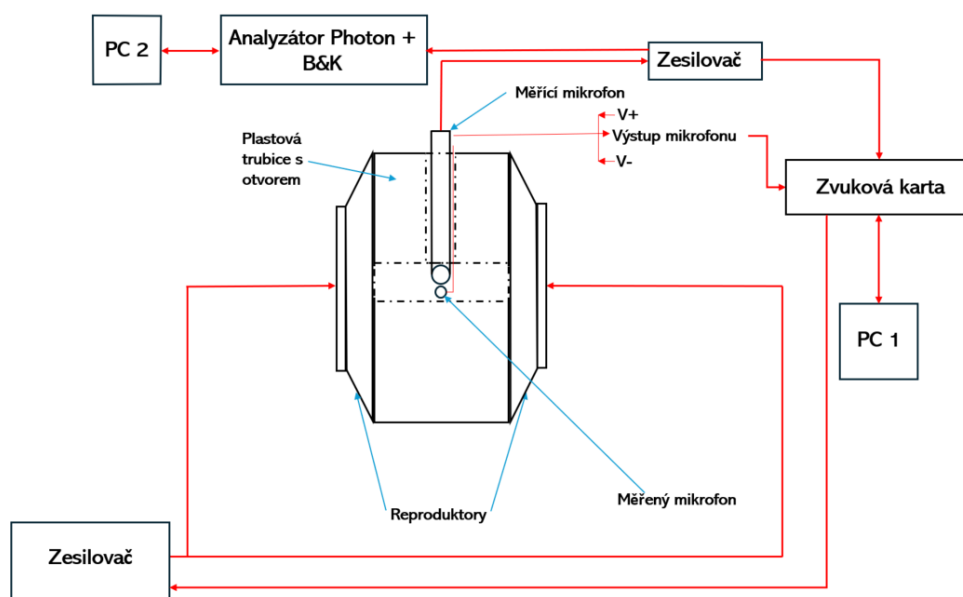
■ Zhodnocení měření

S rostoucí frekvencí se snižuje hodnota THD, což znamená, že na vyšších měřených kmitočtech, tedy 510 Hz a 1 kHz mikrofón zachycuje věrněji signál od reproduktorů. Citlivost měřeného mikrofónu, a zároveň modelového mikrofónu, je dána z provedeného měření a rovná se -35,9 dB re 1V/Pa pro 110 Hz a 210 Hz, pro 510 Hz se citlivost rovná -47,8 dB re 1V/Pa a pro 1kHz se rovná -56,9 dB re 1V/Pa a konstanta K_0 z rovnice (2.73) byla odhadnuta, tak aby křivka seděla co nejlépe na druhou harmonickou složku. Tyto hodnoty sloužily k porovnání změřených harmonických složek s modelem. Na obrázcích 3.9(b), 3.10(b), 3.11(b) a 3.12(b) můžeme vidět jednotlivé změřené harmonické složky s jejich modelovým průběhem. Třetí harmonická složka nesedí na žádné frekvenci, a nejspíše i vyšší harmonické složky. Předpokládaný důvod proč tomu tak je, že je ovlivňovaná kromě elektrostatické nelinearity také i akustickou nelinearitou, na rozdíl od druhé harmonické složky, která je způsobená převážně jen elektrostatickou nelinearitou.

Na obrázcích 3.9(c), 3.10(c), 3.11(c) a 3.12(c) jsou znázorněny průběhy výstupního napětí pro jednotlivé amplitudy vstupního tlaku. Zejména obrázek 3.9(c) je velmi zajímavý, protože zde je vidět přebuzení akustického měniče. To je způsobeno zabudovaným operačním zesilovačem na mikrofónu. Dá se také pozorovat, že výchylka membrány směrem k zadní elektrodě vybudí negativní výstupní napětí, podle rovnice (2.4). Jelikož analytický model nepočítá s efektem přebuzení, tak je očekávané, že výsledky měřeného mikrofónu nebudou úplně přesně odpovídat modelu.

■ 3.2.2 Měření MEMS mikrofónu

Stejným postupem a podobným zapojením měřicí aparatury, viz obrázek 3.13, byl také změřen MEMS mikrofón CMM-2718AB-38316-TR. Rozdíl v aparatuře byl takový, že se použil jiný plastový prstenec vložený mezi reproduktory, reproduktory byly použité ty samé. Tento plastový prstenec byl mnohem užší a tím pádem se měřilo v mnohem menší dutině, tudíž měření bylo přesnější a proveditelné na vyšších frekvencích než je 1 kHz. Měřicí mikrofón B&K 4944-B s měřeným mikrofónem byly od sebe vzdáleny zhruba 1-2 mm, jak je možno vidět na fotce 3.14.

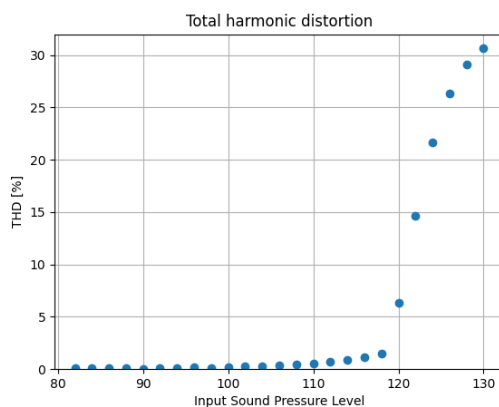


Obrázek 3.13: Schéma měřící aparatury pro nelineární chování MEMS mikrofonu.

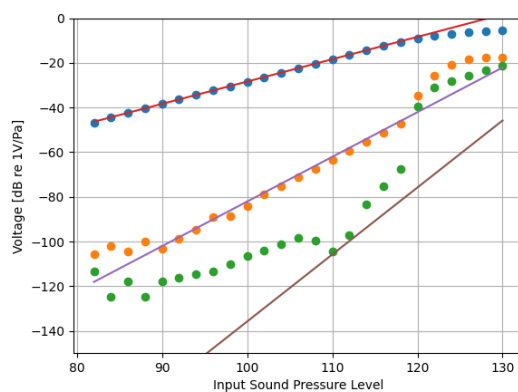


Obrázek 3.14: Detailní záběr na pozici mikrofónů vůči sobě.

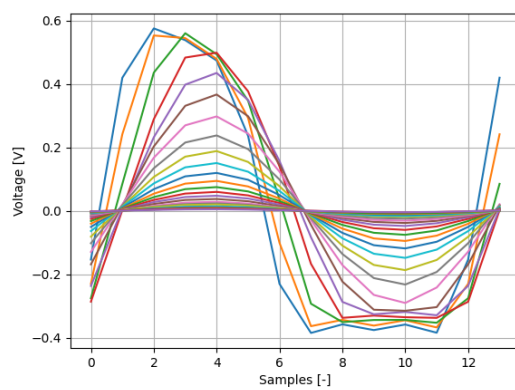
Stejné měření již proběhlo v rámci článku [5] a toto měření tedy probíhalo hlavně kvůli ověření, že metodika funguje a aby v rámci této práce bylo více materiálu k porovnání nelineárních vlivů způsobené elektrostatickým jevem. Aby se toto měření příliš nepodobalo článku, zde je ukázka měření mikrofónu na frekvenci 4 kHz, která v [5] nebyla ukázána.



(a) Celkové harmonické zkreslení na frekvenci 4 kHz.



(b) Harmonické zkreslení výstupního napětí závislé na výkonu vstupního tlaku p_{inc} při frekvenci 4 kHz.



(c) Výstupní napětí při různých výkonech vstupního tlaku a frekvenci 4 kHz.

Obrázek 3.15: Harmonické zkreslení výstupního napětí MEMS mikrofону měřené na frekvenci 4 kHz.



Kapitola 4

Závěr

V této práci je ukázán nový analytický model s axisymetrickou geometrií. Následně byl porovnán s numerickým modelem. S numerickým modelem se shoduje až na malou odchylku v oblasti tlumení. Pokud by se zvolilo jemnější dělení geometrie v numerickém modelu a vyšší počet módů u analytického modelu, odpovídali by si ještě lépe. Proto tento analytický model má praktické využití na budoucí realizaci nového akustického měniče.

Po seznámení se s elektrostatickou nelinearitou u mikrofonů jsem se dále věnoval jejich měření a díky tomu jsem se mohl dostat k velmi efektivnímu a zajímavému způsobu měření harmonických složek ve výstupním signálu mikrofonu. Následně jsem zjistil, v jakém měřítku vstupní akustický tlak ovlivňuje vyšší harmonické složky a to samé vstupní frekvence, která ovlivňuje druhou a třetí harmonickou složku, zejména třetí.

Měření probíhala ve vzduchu, tudíž vyšší harmonické složky mikrofonu jsou ovlivněny nejen elektrostatickou nelinearitou ale i jiným zdrojem nelinearit. U dalších měření bych tedy postupoval, tak že bych stejné měření, co se provedlo v této práci, zrealizoval ve vakuové komoře, s elektrostatickým buzením, aby bylo jisté, že změřené vyšší harmonické složky jsou způsobovány elektrostatickou nelinearitou.



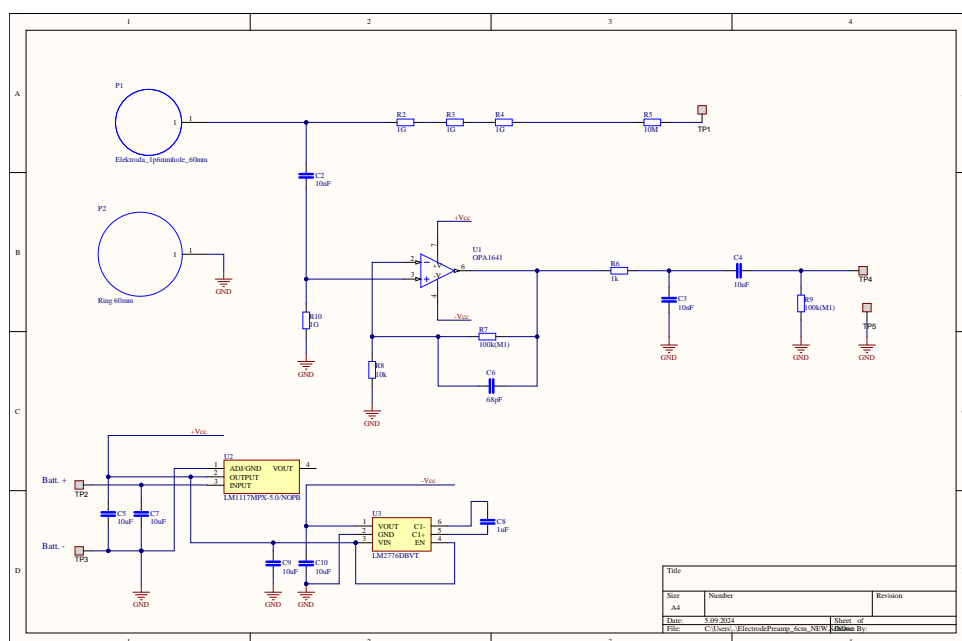
Literatura

- [1] Plaček J. *Vlastnosti miniaturních mikrofonů*. České vysoké učení technické v Praze, 2022.
- [2] Škvor Z. *Elektroakustika a akustika*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2012. ISBN: 978-80-01-025034-7.
- [3] *Wikipedie*. https://sk.wikipedia.org/wiki/Elektroakustický_měníč. [cit. 2024-05-21].
- [4] Beranek L. L. Mellow V. T. *Acoustics: Sound Fields, Transducers and Vibration*. Elsevier, UK, USA, 2012. ISBN: 9780123914217.
- [5] Novak A. Honzík P. “Measurement of nonlinear distortion of MEMS microphones”. In: *Applied Acoustics* 175 (2021), s. 107802. ISSN: 0003-682X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107802>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X20309075>.
- [6] Podkovskiy A. et al. “Miniaturized electrostatic receiver with small-sized backing electrode”. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 19 (2013), s. 1–8. DOI: 10.1121/1.4799310.
- [7] Šimonová K. *Miniaturized Acoustic Sensors for Monitoring Transportation Noise: Modelling, Measurement and Applications*. České vysoké učení technické v Praze, 2024.
- [8] Škvor Z. Bruneau M. Bruneau A.-M. a Lotton P. “An equivalent network modelling the strong coupling between a vibrating membrane and a fluid film”. In: *Acta Acustica* 2 (1994), s. 223–232.
- [9] Bruneau M. Scelo T. *Fundamentals of Acoustics*. ISTE, London, 2006. ISBN: 978-1-905209-25-5.
- [10] Honzík P. et al. “Analytical and numerical modeling of an axisymmetrical electrostatic transducer with interior geometrical discontinuity”. In: *The Journal of the Acoustical Society of America [online]* 134(5) (2013), s. 3573–3579. ISSN: 0001-4966. DOI: 10.1121/1.4824342. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X20309075>.

- [11] Garcia A. Kergomard J. “Simple discontinuities in acoustic waveguides at low frequencies: critical analysis and formulae”. In: *J. Sound Vib.*, 114(3). 1987, s. 465–479.
- [12] Karina A. a Honzík P. “Experimental Estimation of Unknown Parameters of Equivalent Circuits of Low-cost Electret Microphones”. In: *Akustické listy*, 23(1-4). 2017 December, s. 9–17.
- [13] *18-Minute Introduction to COMSOL Multiphysics*. <https://www.comsol.com/video/18-minute-introduction-to-comsol-multiphysics>. [cit. 2024-05-21].
- [14] Bossart R. Joly N. Bruneau M. “Coupled Equations for Particle Velocity and Temperature Variation as the Fundamental Formulation of Linear Acoustics in Thermo-Viscous Fluids at Rest”. In: *Acta Acustica united with Acustica*, 92. 2006, March, s. 202–209.
- [15] Joly N. “Finite Element Modeling of Thermoviscous Acoustics on Adapted Anisotropic Meshes: Implementation of the Particle Velocity and Temperature Variation Formulation”. In: *Acta Acustica united with Acustica*, 96. 2010, January, s. 102–114. DOI: 10.3813/AAA.918261.
- [16] Novak A., Lotton P. a Simon L. “A simple predistortion technique for suppression of nonlinear effects in periodic signals generated by nonlinear transducers”. In: *Journal of Sound and Vibration* 420 (2018), s. 104–113. ISSN: 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.01.038>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X18300464>.
- [17] *CMM*. <https://www.cuidevices.com/product/audio/microphones/mems-microphones/cmm-2718ab-38316-tr>. [cit. 2024-05-21].
- [18] Gazda A. *Condenser Microphone with Sigma-Delta Conversion*. České vysoké učení technické v Praze, 2023.
- [19] *Visaton FR 12 8 Ohm*. https://www.vml.audio/fotky89122/fotov/89122_56__ps_55FR12.pdf. [cit. 2024-05-21].
- [20] *Prepolarized ¼ Microphone Type 4944*. <https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp1891.ashx>. [cit. 2024-05-19].
- [21] *Battery-powered CCLD Signal Conditioners, Type 1704-A-002*. <https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp2387.ashx>. [cit. 2024-05-19].
- [22] *Dynamic Signal Analyzer*. <https://pdf.directindustry.com/pdf/bruel-kjaer/photon-dynamic-signal-analyzer/17114-337831.html>. [cit. 2024-05-21].
- [23] *RME, Fireface UCX*. <https://rme-audio.de/fireface-ucx.html>. [cit. 2024-05-21].

Příloha A

Schéma akustického měniče



Obrázek A.1: Schéma akustického měniče.

Příloha B

Seznam datových příloh

Složka Vychylka_Axi_DiraStred

Matlab skripty potřebné k volání funkce na zobrazení analytického modelu:

Vychylka_Elek_uprostred.m - (Skript s parametry a k zobrazení grafů).

funcVychylka_Elek_uprostred.m - (Skript s funkcí na výpočet analytického modelu).

importfile.m - (Skript na zapsání dat z COMSOL).

importfile.m - (Skript na zapsání dat z měření akustického měniče).

besselzero.m - (Skript na nalezení hodnot, pro které se Besselovy funkce rovnají 0).

struve.m - (Skript na výpočet Struveovy funkce).

H1_2,1(f) May 03, 2024 11-53-20.txt - (Změřená citlivost elektroakustického měniče).

xi_mean_2D.txt - (Výstupní data z COMSOL Multiphysics).