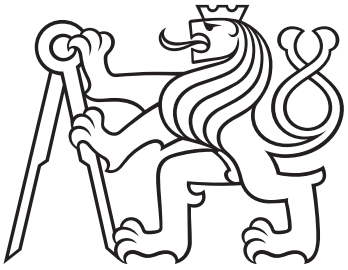


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta elektrotechnická
Katedra radioelektroniky

Odhad výšky pomocí barometrických senzorů a jeho využití pro výpočet polohy

Barometric Altitude Estimation and Application in Position Estimation

Bakalářská práce

Ondřej Marek

Praha, květen 2024

Studijní program: Elektronika a komunikace

Vedoucí práce: Ing. Josef Krška

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Marek** Jméno: **Ondřej** Osobní číslo: **507674**

Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**

Zadávající katedra/ústav: **Katedra radioelektroniky**

Studijní program: **Elektronika a komunikace**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Odhad výšky pomocí barometrických senzorů a jeho využití pro výpočet polohy

Název bakalářské práce anglicky:

Barometric Altitude Estimation and Application in Position Estimation

Pokyny pro vypracování:

Odvoďte a implementujte vhodný výpočet odhadu výšky z naměřeného atmosférického tlaku, kde bude možné měnit referenční výšku i tlak pro účely relativního určení výšky. Proveďte citlivostní analýzu vlivu parametrů atmosféry (například teplota, vlhkost) na odhad výšky. Odhadněte přesnost určení výšky při zohlednění obvyklých přesností komerčně dostupných barometrických senzorů.
Navrhněte algoritmus pro výpočet polohy uživatele kombinující měření tlaku a lokalizační měření ze systému UWB. Připravte návrh uživatelského zařízení (tzv. tagu) v podobě blokového schématu, které bude obsahovat UWB čip DW1000 a vhodný senzor tlaku.

Seznam doporučené literatury:

[1] M. Bevermeier, O. Walter, S. Peschke and R. Haeb-Umbach, "Barometric height estimation combined with map-matching in a loosely-coupled Kalman-filter," 2010 7th Workshop on Positioning, Navigation and Communication, Dresden, Germany, 2010, pp. 128-134, doi: 10.1109/WPNC.2010.5650745.
[2] D. Simon, Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches. John Wiley & Sons, 2006, ISBN: 0471708585.
[3] Z. Jaňour, Modelování mezní vrstvy atmosféry. Praha: Academia, 2019, ISBN: 978-80-200-2854-9.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Josef Krška katedra radioelektroniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **05.02.2024** Termín odevzdání bakalářské práce: _____

Platnost zadání bakalářské práce: **21.09.2025**

Ing. Josef Krška	doc. Ing. Stanislav Vítek, Ph.D.	prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce	podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

. _____ _____

Datum převzetí zadání Podpis studenta

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Abstrakt

Práce zkoumá možnosti určování vertikální polohy zařízení pomocí měření atmosférického tlaku. Cílem je vylepšit indoor lokalizační systém, který v současnosti využívá pouze Ultra-wideband (UWB) měření. Je definována závislost výšky na atmosférickém tlaku a dalších veličinách. Využije se diferenciální způsob měření, kdy jsou v systému dva barometry – jeden na lokalizovaném zařízení a druhý ve známé, referenční výšce. Popíšeme současný stav lokalizačního systému, přičemž z možných konfigurací volíme Anchor-to-Tag (A2T) variantu s Time Difference of Arrival (TDoA) měřeními. Je diskutováno několik algoritmů (metody nelineárních nejmenších čtverců, především Levenbergův-Marquardtův algoritmus, nebo rozšířený Kálmánův filtr) pro určení polohy z kombinace TDoA a barometrických dat, přičemž nejlepších výsledků dosahuje rozšířený Kálmánův filtr. Série experimentů ukázala, že doplnění UWB TDoA o barometrické měření zlepšuje stabilitu a přesnost odhadu výšky. Směrodatná odchylka výsledného odhadu se pohybuje kolem 0,2 m. Zároveň je barometrický odhad výšky vlivem nekalibrované systematické chyby oproti skutečné výšce stabilně vychýlený o zhruba 0,6 m, což stále přináší zlepšení oproti samotným UWB TDoA měřením.

Klíčová slova

měření vzdušného tlaku, barometrická rovnice, indoor lokalizace, Kálmánův filtr, datová fúze, Ultra-wideband

Abstract

This work investigates options for determining the vertical location of a device using atmospheric pressure measurements. The goal is to improve an indoor localization system, which currently rely solely on Ultra-wideband (UWB) measurements. We describe the relationship between height, atmospheric pressure and other physical quantities. Differential mode of measurement will be used meaning that two barometers are employed – one is on the localized device while the other is at known, reference height. We discuss algorithms for determining the location from fusion of TDoA and barometric data (methods of non-linear least squares, especially Levenberg-Marquardt algorithm, or extended Kalman filter). The best results were achieved with extended Kalman filter. A series of measurements showed that integrating UWB TDoA with barometric measurements improves stability and precision of height estimate. The standard deviation of the resulting estimate is approximately 0,2 m. However, the barometric height estimate has stable offset of about 0,6 m due to uncalibrated systematic error, which still represents an improvement over standalone UWB TDoA measurements.

Keywords

atmospheric pressure measurements, barometric equation, indoor localization, Kalman filter, data fusion, Ultra-wideband

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze 24. května 2024 .....

Podpis studenta

Poděkování

Poděkování patří především vedoucímu práce Ing. Josefu Kršskovi za trpělivé vedení, četné přínosné připomínky a za pomoc při realizaci praktického měření. Zároveň děkuji své rodině za všestrannou podporu při psaní práce i během celého studia.

Obsah

1 Úvod **1**

2 Barometrická měření **3**
2.1 Použitý model . . . 3
2.1.1 Hustota vzduchu . . . 3
2.2 Citlivostní analýza . . . 4
2.2.1 Teplota . . . 4
2.2.2 Vlhkost . . . 5
2.2.3 Gravitační zrychlení . . . 5
2.3 Simulace šumu a kvantizace . . . 5
2.4 Senzory a jejich vlastnosti . . . 7
2.4.1 MEMS tlakové senzory . . . 7
2.4.2 Parametry senzorů . . . 8
2.4.3 Srovnání senzorů . . . 9

3 Lokalizační systém **11**
3.1 Technologie Ultra-Wideband . . . 11
3.2 Metody určení polohy . . . 11
3.2.1 Time Difference of Arrival . . . 12
3.2.2 Dilution of Precision . . . 12
3.3 Přístupy Tag-to-Anchor a Anchor-to-Tag . . . 14

4 Algoritmus pro výpočet polohy **17**
4.1 Nelineární nejmenší čtverce . . . 17
4.1.1 Gradientní metoda . . . 17
4.1.2 Gaussova-Newtonova metoda . . . 18
4.1.3 Levenbergova-Marquardtova metoda . . . 18
4.1.4 Odhad polohy . . . 19
4.2 Rozšířený Kálmánův filtr . . . 20
4.2.1 Kálmánův filtr pro odhad polohy . . . 21

5 Měření **23**
5.1 Kalibrace barometrických senzorů . . . 24
5.2 Zpracování dat . . . 25
5.3 Statické měření . . . 25
5.4 Dynamická měření . . . 26

6 Zařízení **31**

7 Závěr **33**

Literatura **35**

1 Úvod

S rozvojem internetu věcí (IoT) a průmyslové automatizce dochází ke zvyšování požadavků na technologie umožňující přesnou lokalizaci zařízení. V řadě případů je třeba lokalizaci provádět ve vnitřním prostředí (uvnitř budovy), kde je zhoršený, případně zcela nedostupný signál družicových navigačních systémů GNSS (Global Navigation Satellite System). Proto byla vyvinuta řada systémů speciálně určených pro indoor lokalizaci. Často jde o systémy na bázi rádiových UWB (Ultra-wideband) signálů. Tyto systémy využívají statickou infrastrukturu složenou z tzv. kotev, zařízení s předem známou polohou. Pro určování polohy mobilního zařízení (tzv. tagu) ve vztahu ke kotvám jsou typicky využívány metody ToA (Time of Arrival) a TDoA (Time Difference of Arrival). Tyto systémy se však mohou potýkat se špatnou přesností ve výškové souřadnici. Statická zařízení systému (kotvy) je totiž v interiéru často nutné umístit do jedné roviny, což způsobí, že odchylky měření se ve výšce projeví násobně více než v rovině x-y.

Řešením může být použití senzorů pro snímání vzdušného tlaku (barometrických senzorů). Barometrické určování výšky je známé především z letectví. Tlak vzduchu s nadmořskou výškou exponenciálně klesá, přičemž tato závislost je velmi dobře popsána. Moderní MEMS (mikro-elektro-mechanický systém) barometrické senzory dokážou detekovat i velmi malé změny tlaku, a tedy i malé změny výšky. Protože vzdušný tlak je ovlivňován atmosférickými podmínkami a řadou dalších jevů, je pro relevantní odhad výšky nutno přistoupit k diferenciálnímu měření. To znamená, že mimo měření tlaku na lokalizovaném zařízení budou prováděna také referenční měření tlaku ve známé výšce.

Cílem této práce je využít senzorů pro měření vzdušného tlaku k odhadu výšky zařízení v interiéru. Data z barometrických měření budou analyzována a propojena s daty z UWB lokalizačního systému. Kapitola 2 se zabývá výpočtem výšky ze známého údaje o tlaku, vlivem dalších veličin (teplota, vlhkost) a nabízí porovnání komerčně dostupných barometrických senzorů. Zároveň je provedena citlivostní analýza veličin, které do měření vstupují. V kapitole 3 jsou představeny principy a vlastnosti uvažovaného lokalizačního systému. Kapitola 4 uvádí algoritmy pro výpočet polohy, které kombinují barometrická a TDoA měření. Kapitola 5 popisuje praktické měření a porovnává výsledky získané samotným UWB systémem s výsledky rozšířenými o barometrická data, přičemž využívá algoritmy z kapitoly 4. V závěrečné 6. kapitole je formou blokového schématu navrženo mobilní lokalizované zařízení (tag), které disponuje barometrickým senzorem.

2 Barometrická měření

Tato kapitola analyzuje závislost tlaku vzduchu na nadmořské výšce. Důraz je kladen na diferenciální měření výšky, kde pro odhad výšky předpokládáme znalost dvou údajů o tlaku. Dále je provedena citlivostní analýza vlivu teploty, vlhkosti a gravitačního zrychlení. Na konci kapitoly je uveden přehled senzorů, které jsou v současnosti k dispozici. Je vysvětlen význam klíčových parametrů senzorů a pro vybrané modely senzorů jsou uvedeny konkrétní hodnoty.

2.1 Použitý model

Pro barometrické určování výšky založené na relativním měření je třeba určit závislost výškového rozdílu uvažovaných bodů na tlacích vzduchu v těchto bodech. Jako výchozí bod lze použít tzv. *barometrickou rovnici* uvedenou např. v [1]

$$p_{\mathrm{h}}(\Delta h) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 \cdot g \cdot \Delta h}{p_0}\right), \tag{2.1}$$

kde p_{h} je tlak v měřené výšce, p_0 je tlak v referenční výšce, Δh je výškový rozdíl senzorů, ρ_0 je hustota vzduchu a g je gravitační zrychlení. Úpravou pro Δh získáme

$$\Delta h(p_{\mathrm{h}}) = -\frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \ln\left(\frac{p_{\mathrm{h}}}{p_0}\right). \tag{2.2}$$

Platnost rovnice je omezena na ideální plyn o konstantní hustotě. V uvažované aplikaci nejsou tato omezení překážkou. Atmosféru včetně vodních par lze považovat za ideální plyn [2]. Hustota vzduchu závisí na teplotě a vlhkosti (viz následující sekce), přičemž při měření v interiérech pokládáme teplotu i vlhkost vzduchu za konstantní. Z toho vyplývá, že požadavky na platnost rovnice 2.2 jsou splněny.

2.1.1 Hustota vzduchu

Při výpočtu hustoty vzduchu ρ je nutné uvažovat vzdušnou vlhkost, která tvoří výrazně proměnlivou složku atmosféry a která ve výše uvedených vzorcích zahrnuta nebyla. Hustota vzduchu obsahujícího nezanedbatelné množství vodních par ρ se rovná součtu hustoty suchého vzduchu ρ_{d} a hustoty vodních par ρ_{v}

$$\rho = \rho_{\mathrm{d}} + \rho_{\mathrm{v}}. \tag{2.3}$$

Zároveň pro směs suchého vzduchu a vodní páry platí, že oba plyny nezávisle splňují stavovou rovnici [2]. Tedy lze psát

$$\rho_{\mathrm{d}} = \frac{p_{\mathrm{d}} \cdot M_{\mathrm{d}}}{R \cdot T}, \qquad \rho_{\mathrm{v}} = \frac{p_{\mathrm{v}} \cdot M_{\mathrm{v}}}{R \cdot T}, \tag{2.4}$$

kde p_{d}, p_{v} jsou parciální tlaky suchého vzduchu, resp. vodní páry; M_{d}, M_{v} jsou molární hmotnosti suchého vzduchu, resp. vodní páry; R je univerzální plynová konstanta a T je

teplota v kelvinech. Dosazením vztahů (2.4) do (2.3) získáváme vyjádření hustoty vlhkého vzduchu

$$\rho = \frac{p_\mathrm{d} \cdot M_\mathrm{d} + p_\mathrm{v} \cdot M_\mathrm{v}}{R \cdot T}. \tag{2.5}$$

V praxi se spíše než parciální tlak vodní páry užívá relativní vlhkost ϕ udávající vztah p_v ke tlaku nasycených vodních par p_sat

$$p_\mathrm{v} = \phi \cdot p_\mathrm{sat}. \tag{2.6}$$

Pro získání p_sat můžeme použít např. Tetensův vzorec [3]

$$p_\mathrm{sat} = 611{,}2 \exp\left(\frac{17{,}67 \cdot T_c}{T_c + 243{,}5}\right), \tag{2.7}$$

kde T_c je teplota vzduchu ve stupních Celsia. Parciální tlak suchého vzduchu získáme prostým odečtením p_v od celkového tlaku p_0

$$p_\mathrm{d} = p_0 - p_\mathrm{v}. \tag{2.8}$$

Dosazením rovnic (2.6), (2.7) a (2.8) do rovnice (2.5) a úpravou výrazu získáme ucelený vztah pro výpočet hustoty ρ

$$\rho = \frac{1}{R \cdot T}\left(p_0 \cdot M_d + \phi\,(M_v - M_d)\,611{,}2 \exp\left(\frac{17{,}67 \cdot (T - 273{,}15)}{T - 29{,}65}\right)\right). \tag{2.9}$$

Jediné nekonstantní veličiny, které ve vztahu figurují, jsou teplota v kelvinech T a relativní vzdušná vlhkost ϕ.

Hustota vzduchu vypočtená podle vztahu (2.9) se dosadí do rovnice (2.2) za ρ_0. To znamená, že ve výpočtu výškového rozdílu hraje roli kromě tlaku vzduchu také jeho teplota a (relativní) vlhkost.

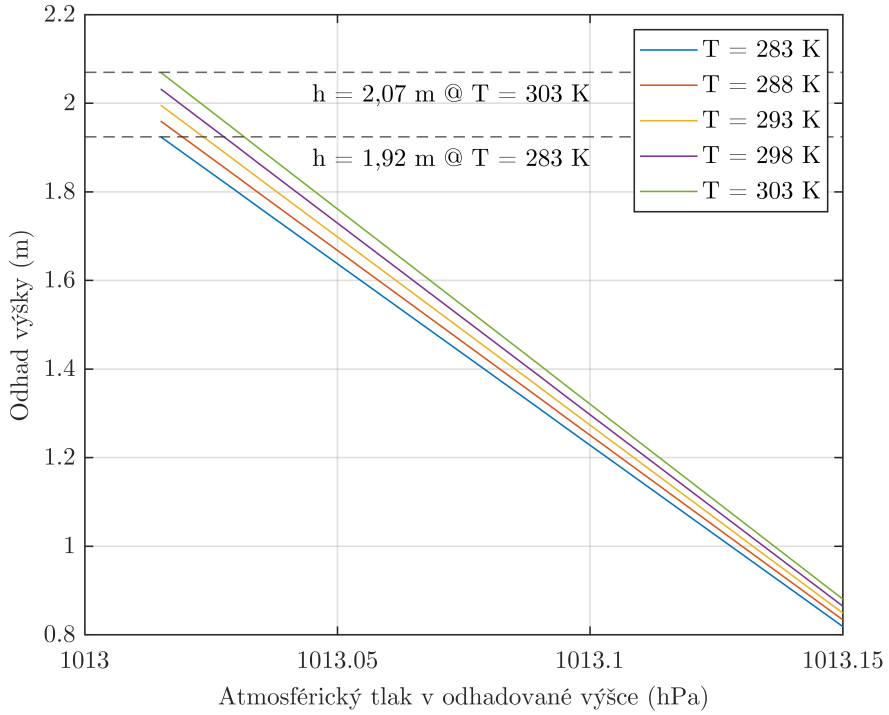
2.2 Citlivostní analýza

Veličiny vstupující do určování výšky jsou (mimo tlaku) teplota, vlhkost a gravitační zrychlení. U žádné z nich nelze předpokládat, že bude pro všechna měření přesně konstantní. Citlivostní analýza zkoumá, nakolik intenzivní je vliv změn jednotlivých veličin na výsledek. Cílem je rozhodnout, zda je nutné změny dané veličiny kompenzovat, nebo lze danou veličinu nahradit konstantní hodnotou bez újmy na přesnosti.

V aplikaci MATLAB byly provedeny výpočty výšky Δh v závislosti na působícím tlaku p_h. Níže uvedené obrázky 2.1 až 2.3 ilustrují tuto výškovou závislost na tlaku, zároveň jsou postupně parametrizovány jednou z ostatních působících veličin. Jako tlak referenčního senzoru p_0 byla zvolena hodnota 1013,25 hPa. Není-li daná veličina zrovna proměnným parametrem grafu, skript počítá s teplotou $T = 293\,\mathrm{K}$, relativní vlhkostí $\phi = 40\,\%$ a gravitačním zrychlením $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s}$. Hodnoty p_h se pohybují od 1013,015 hPa do 1013,15 hPa.

2.2.1 Teplota

Vliv teploty byl uvažován v rozsahu 283 K až 303 K, tedy 10 °C až 30 °C. Z obr. 2.1 je patrné, že závislost na teplotě nelze jednoduše zanedbat. Na 2metrovém výškovém rozdílu vytvořila odchylku asi 7 cm na 10 °C, což odpovídá relativní chybě 3,5 %.



Obrázek 2.1: Závislost odhadu výšky na tlaku parametrizovaná teplotou T.

2.2.2 Vlhkost

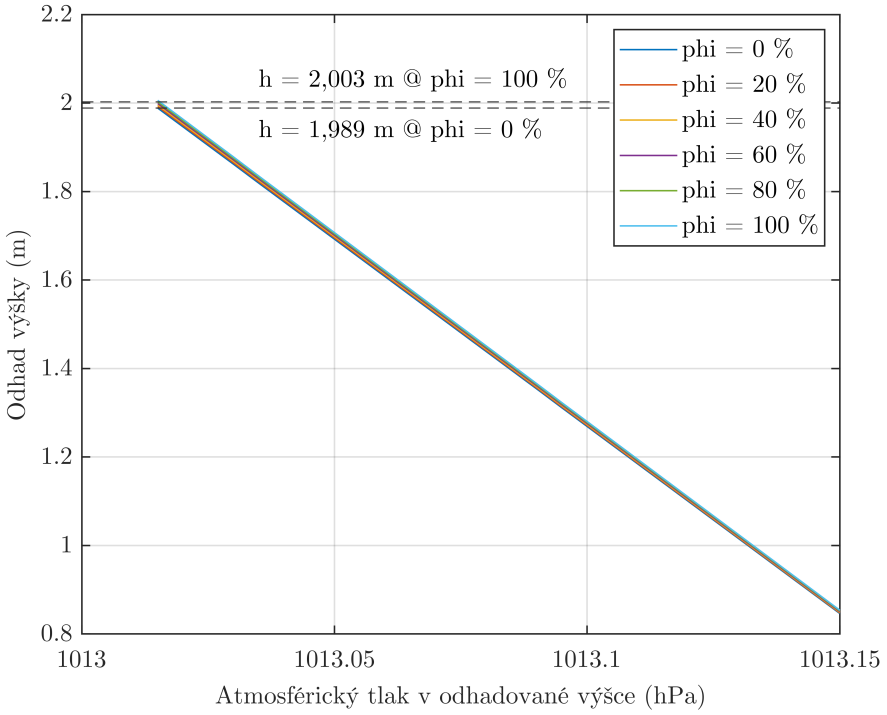
Obr. 2.2 ukazuje, že měření vlhkosti není z hlediska přesnosti systému zásadní a ve výpočtech lze považovat vlhkost za konstantní. Při daném referenčním tlaku a rozdílu výšek 2 m mohou změny vlhkosti způsobit odchylku cca 1 cm (relativní chyba 0,5 %). V reálném prostředí navíc nebude relativní vlhkost nabývat extrémních hodnot blížícím se 0 nebo naopak 100 %, což odchylku dále zmenší. S větším rozdílem výšek (resp. tlaků) sice odchylka způsobená různou vlhkostí roste, nicméně v rámci měřítek, ve kterých systém má pracovat, neporoste příliš. Například pro 5m výškový rozdíl se odchylka pohybuje do 3 cm (relativní chyba 0,6 %).

2.2.3 Gravitační zrychlení

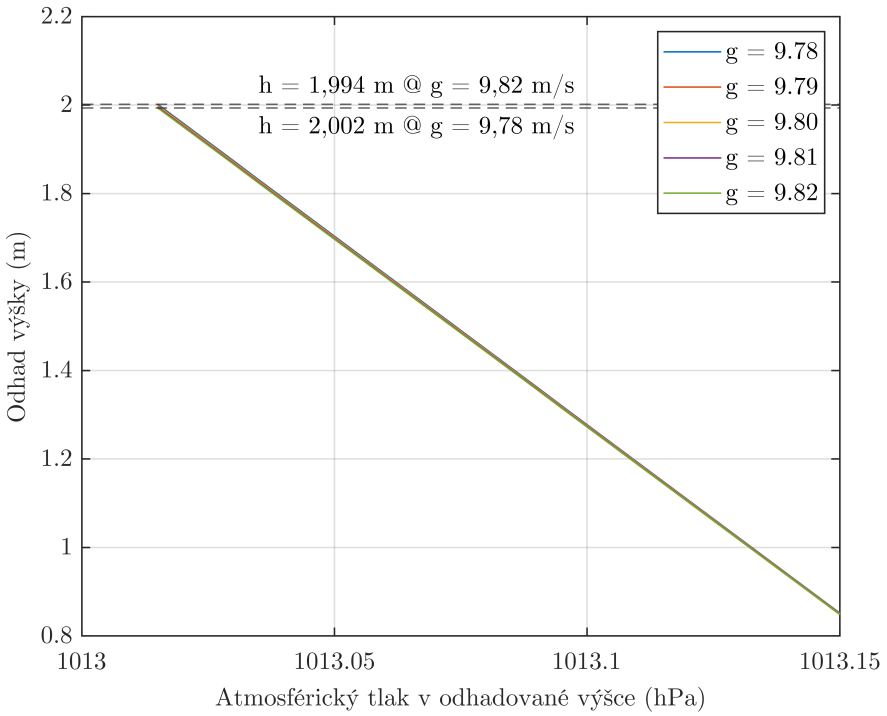
Podle obr. 2.3 je vliv změn gravitačního zrychlení ještě méně výrazný než vliv vlhkosti. Rozsah 9,78 $\mathrm{m/s^2}$ až 9,82 $\mathrm{m/s^2}$ zhruba pokrývá možné hodnoty g, se kterými se lze setkat na zemském povrchu [4]. Gravitační zrychlení může být ve výpočtech nahrazeno konstantou.

2.3 Simulace šumu a kvantizace

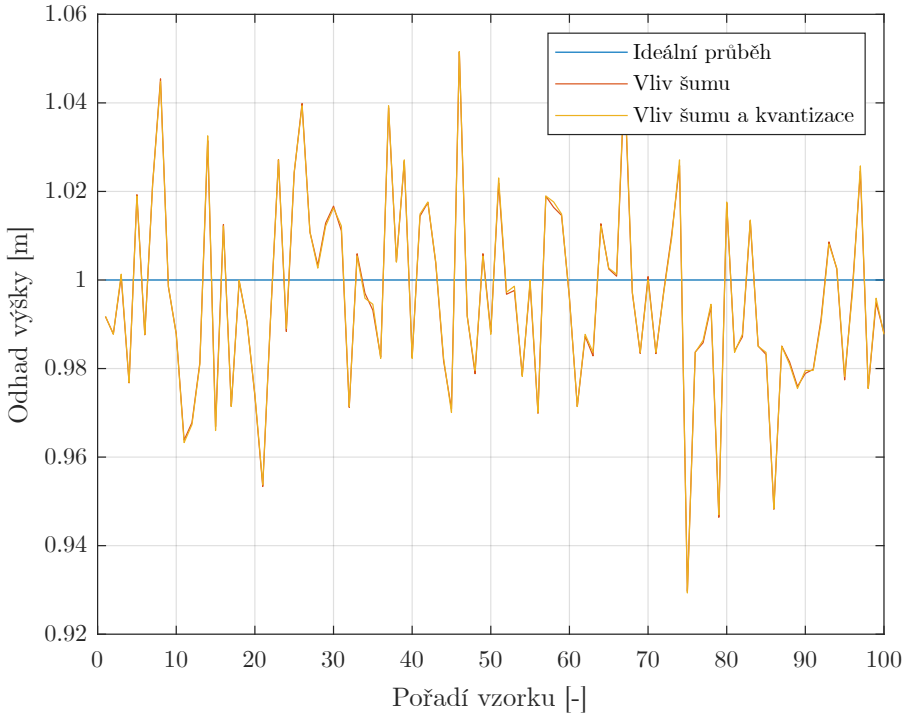
Mezi důležité parametry senzoru, jejichž vliv je vhodné před výběrem prozkoumat, patří šum a rozlišení senzoru. Výstup každého barometrického senzoru podléhá gaussovskému šumu [5]. Simulace šumu je provedena přičtením náhodně generovaného šumu s normálním rozdělením, nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou σ. Pro šum s nulovou střední hodnotou (nulovou stejnosměrnou složkou) platí, že směrodatná odchylka se rovná efektivní hodnotě



Obrázek 2.2: Závislost odhadu výšky na tlaku parametrizovaná relativní vlhkostí ϕ.



Obrázek 2.3: Závislost odhadu výšky na tlaku parametrizovaná gravitačním zrychlením g.



Obrázek 2.4: Odhad výšky podléhající vlivu reálných vlastností tlakového senzoru.

signálu [6]. Díky tomu lze za σ simulovaného šumu dosadit efektivní hodnotu šumu, což je údaj, který výrobci běžně udávají.

Zároveň má každý senzor limitované rozlišení, jelikož výstupní signál je kvantován pomocí analogově-digitálního převodníku s konečnou rozlišovací schopností. Vliv kvantizace je simulován zaokrouhlením.

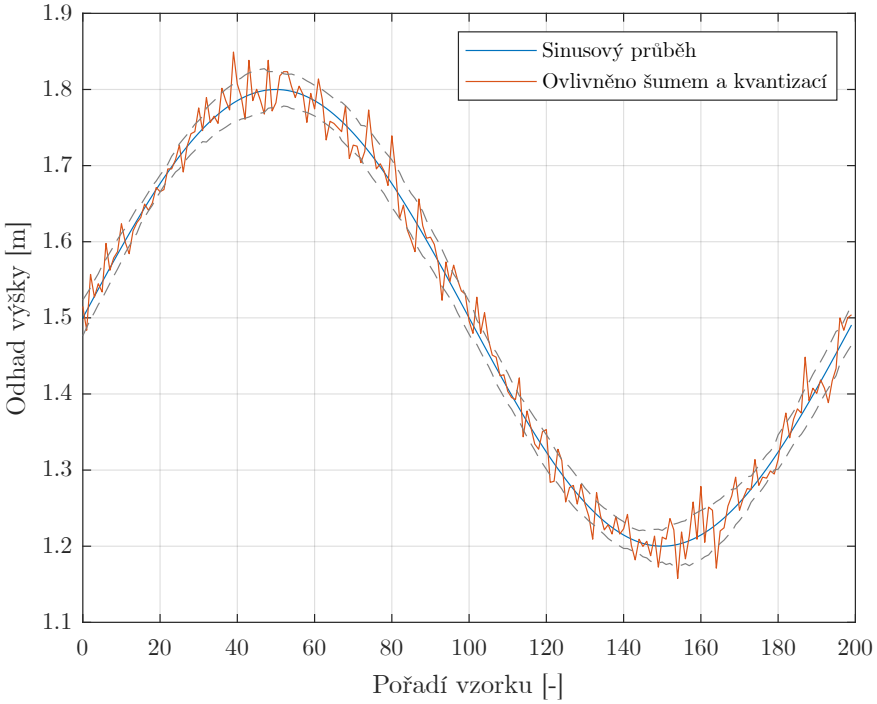
Na obrázcích 2.4 a 2.5 je znázorněn průběh výšky vypočtené na základě barometrických měření dvou senzorů, kde oba senzory pracují s rozlišením 0,016 Pa a měřicím šumem s efektivní hodnotou 0,2 Pa. Uvedené parametry odpovídají senzoru *Bosch BMP280*, parametry některých dalších senzorů jsou uvedeny v sekci 2.4.3. Vlivem šumu se vypočtená výška pohybuje v 10 cm širokém pásmu. Vliv kvantizace je neznatelný, odpovídající průběhy s kvantizací a bez kvantizace se téměř překrývají.

2.4 Senzory a jejich vlastnosti

V sekci 2.2 bylo ukázáno, že mimo tlaku je pro určení výšky třeba znát i teplotu. Senzor teploty je typicky součástí barometrického senzoru, takže teplotní měření nevyžaduje žádný hardware navíc. Měření vlhkosti se podle [7] vzhledem k malému dopadu změn vlhkosti na výstup nevyplatí, což potvrzuje i obr. 2.2.

2.4.1 MEMS tlakové senzory

Senzory typu MEMS jsou konstrukčně podobné klasickým integrovaným obvodům. Návrh obvodu na čipu rozšiřují o mechanické prvky, kterými jsou snímány neelektrické veličiny. In-



Obrázek 2.5: Odhad výšky s reálnými senzory pro sinusový vertikální pohyb. Čárkované průběhy ohraničují pásmo klouzavé směrodatné odchylky šumu.

tegrace na čipu umožňuje přímo k senzoru přiložit další obvody, např. AD převodníky, paměti nebo komunikační rozhraní. Zároveň MEMS senzory vynikají nízkou spotřebou energie, malými rozměry a nízkou cenou [5].

2.4.2 Parametry senzorů

Relativní přesnost Specifikuje relativní chybu senzoru, tedy přesnost rozdílu dvou naměřených tlaků. Pokud provedeme 2 měření pomocí stejného senzoru a následně odečteme výsledky, rozdíl tlaků bude zatížen relativní chybou.

Absolutní přesnost Udává, jakou chybu má výstupní hodnota v absolutním smyslu. Nízká absolutní přesnost způsobí, že 2 barometry budou poskytovat vzájemně posunuté hodnoty. Absolutní chybu lze výrazně zmenšit kalibrací, kdy se při diferenciálním měření odečte offset senzorů [5].

Rozlišení Specifikuje minimální změnu výstupních dat ze senzoru. Ovlivňuje minimální úroveň výšky, kterou systém dokáže rozlišit. Někdy je uvedena efektivní hodnota rozlišení, např. v [8].

Rozsah měření Interval tlaků, mezi kterými senzor měří správně, resp. s udávanou přesností. Historicky nejvyšší změřený atmosférický tlak dosáhl 1084 hPa [9]. Po započtení určité rezervy by horní hranice rozsahu senzoru měla být vyšší nebo rovna 110 kPa. S výškou tlak klesá a například ve 2 km n. m. se pohybuje okolo 800 hPa [4].

Úroveň šumu Udává úroveň šumu, kterou bude zatížen výstupní signál. U řady senzorů je k dispozici provozní mód, který úroveň šumu sníží za cenu delší doby převodu a vyšší spotřeby. Některé senzory umožňují omezit vliv šumu také pomocí vestavěných filtrů. V datasheetech se uvádí efektivní hodnota hodnota šumu (RMS).

Teplotní offset Udává, nakolik se může výstup senzoru posouvat s teplotou. Výstupy dvou zkalibrovaných senzorů s různým teplotním offsetem se při změně okolní teploty posunou o rozdílné hodnoty a kalibrace přestane být účinná [5].

Časová stálost Výstupní hodnota ze senzoru může z dlouhodobého pohledu podléhat časovým změnám. Časová stálost udává velikost takové změny za definovaný časový úsek, obvykle za rok. Senzory s nízkou časovou stálostí bude nutné častěji kalibrovat.

2.4.3 Srovnání senzorů

Tabulka 2.1 obsahuje příklady barometrických senzorů a k nim konkrétní hodnoty parametrů specifikovaných výše. Senzory byly voleny napříč spektrem výrobců s požadavkem na co nejlepší vlastnosti z hlediska relativního měření atmosférického tlaku. *Absolutní přesnost* je uvedena ve stavu před kalibrací. Ve sloupečku *šum* jsou nejnižší hodnoty, které lze v datasheetu nalézt. Pro jejich dosažení je typicky nutné použít maximální dostupnou úroveň převzorkování, popř. filtrace (je-li k dispozici).

Zajímavé vlastnosti nabízí především senzory *BMP390* a *ICP-20100*. *BMP390* nabízí velmi dobrou relativní i absolutní přesnost, zároveň má z uvedených senzorů zdaleka nejnižší úroveň šumu. *ICP-20100* má efektivní hodnotu šumu řádově vyšší, na druhou stranu nabízí lepší přesnost (opět relativní i absolutní) a srovnatelný teplotní offset i časovou stálost.

Tabulka 2.1: Srovnání vybraných barometrických senzorů

Výrobce	Model	Datasheet	Rel. přesnost (Pa)	Abs. přesnost (Pa)
Bosch Sensortec	BMP280	[10]	12	100
Bosch Sensortec	BMP390	[11]	3	40
TE Connectivity	MS5637	[8]	10	200
STMicroelectronics	LPS22HH	[12]	2,5	50
TDK Invensense	ICP-20100	[13]	1	20
Infineon Technologies	DPS310	[14]	6	100

Model	Rozlišení (Pa)	Rozsah (kPa)	Šum (PaRMS)	Tepl. offset (Pa/K)	Čas. stálost (Pa/rok)
BMP280	0,016	30–110	0,2	1,5	100
BMP390	0,016	30–125	0,02	0,6	16
MS5637	1,6	30–120	-[1]	-[1]	100
LPS22HH	0,024	26–126	0,65	0,65	33
ICP-20100	0,076	30–110	0,4	0,4	10
DPS310	0,06	30–120	0,5	0,5	100

[1] Hodnotu výrobce neuvádí.

3 Lokalizační systém

Tento text pracuje s lokalizačním systémem na bázi UWB (Ultra-Wideband, ultra-širokopásmový), který byl navržen a realizován na Katedře radioelektroniky Fakulty elektrotechnické ČVUT. Systém se skládá z pevně umístěných zařízení se známou polohou (dále budou označována jako *kotvy*, anglicky *anchor*) a tzv. *tagu*, což je mobilní zařízení, jehož polohu určujeme. Výpočty odhadu polohy se provádí na dedikovaném stroji (metoda T2A, Tag-to-Anchor) nebo přímo na tagu (metoda A2T, Anchor-to-Tag), viz sekce 3.3.

3.1 Technologie Ultra-Wideband

Ultra-Wideband patří mezi rádiové technologie, jejichž šířka pásma je podobného řádu jako jejich frekvence. Tím se odlišuje od většiny bezdrátových systémů, u kterých je šířka pásma řádově menší než je nosná frekvence. Technologie se obecně považuje za UWB, pokud absolutní šířka pásma překročí 500 MHz nebo relativní šířka pásma překročí 0,2. Přesnější specifikaci uvádí standard IEEE 802.15.4 [15]. Komunikace v rámci UWB disponuje vysokým časovým rozlišením, což je pro lokalizaci velmi výhodné. Mezi další výhody patří vysoká rychlost přenosu a odolnost vůči mnohacestnému šíření [16]. Nevýhodou je především regulace spektrální výkonové hustoty vysílaného signálu, která omezuje jeho dosah. Maximální přípustné hodnoty se pohybují od -90 dBm do $-41{,}3$ dBm v závislosti na frekvenčním pásmu a lokálních předpisech [17]. Regulace výkonu je nutná, aby nedocházelo k rušení souběžně pracujících úzkopásmových systémů [16].

Standard [15] definuje pro UWB komunikaci 16 kanálů ve 3 pásmech, která (s určitými mezerami) leží v rozsahu 249,6 MHz až 10,6 GHz. [15] dále specifikuje využitou modulaci: jde o typ BPM-BPSK (Burst Position Modulation, Binary Phase Shift Keying). Informace je po 2 bitech kódována do tzv. symbolů. Hodnota symbolu je určena pozicí a polaritou puzlu (resp. dávky pulzů). Data je možno přenášet rychlostí až 27 Mbit/s.

3.2 Metody určení polohy

V lokalizačních systémech se používá několik způsobů měření vzdálenosti. Metoda *RSS* (Recieved Signal Strength, síla přijatého signálu) měří výkon přijatého signálu. Při znalosti vysílaného výkonu a vlastností šíření signálu je možné určit vzdálenost vysílače a přijímače. Při použití metody *AoA* (Angle of Arrival, úhel přijetí) zařízení měří úhel, pod kterým signál dorazil.

Protože UWB umožňuje přesně měřit čas, s výhodou lze použít tzv. *time-based* metody (metody založené na měření času). Mezi ně patří například *ToA* (Time of Arrival, čas příjmu). Ta získává dobu letu signálu mezi tagem a jednotlivými kotvami. Z doby letu lze násobením rychlostí šíření snadno získat vzdálenost. Podobná je metoda *TDoA* (Time Difference of Arrival, rozdíl v časech přijetí). Zde stačí k určení polohy pouze rozdíl časů přijetí signálu na jednotlivých kotvách. Z toho lze dopočítat, nakolik se vzájemně liší vzdálenosti jednotlivých

kotev od tagu (pracuje se pouze s rozdíly, nikoli se vzdálenostmi jako takovými). Protože výsledná poloha se určí jako průnik několika hyperbol (resp. hyperboloidů), TDoA bývá někdy označováno jako hyperbolická navigace [16].

S ohledem na schopnost lokalizovat velké množství uživatelů najednou byla v uvažovaném systému zvolena metoda TDoA [18]. Z toho důvodu je jí v následujícím textu věnována zvláštní pozornost.

3.2.1 Time Difference of Arrival

Základem metody TDoA je měření času přijetí na jednotlivých kotvách. Zde budeme bez újmy na obecnosti uvažovat případ jediného tagu a N kotev. Při změření N časů přijetí v jedné epoše[1] můžeme vypočítat $\binom{N}{2}$ jejich rozdílů. Unikátní informaci nese ovšem pouze $N-1$ rozdílů, které jsou lineárně nezávislé. Časový rozdíl přijetí $\Delta t_i[k]$ vypočteme jako

$$\Delta t_i[k] = t_{Rx,i} - t_{Rx,(i+1)}, \tag{3.1}$$

kde $t_{Rx,i}$ znamená čas přijetí na i-té kotvě, $i = \{1, 2, \ldots, N-1\}$ a k je pořadí měřicího slotu. Pro jednoduchost zde odečítáme časy přijetí na sousedních kotvách s indexy i a $i+1$, nicméně obecně může být výhodnější zvolit jinou kombinaci. Aby bylo možné provést výpočet (3.1), je nutné, aby byly kotvy perfektně časově synchronizovány (popř. aby byl znám jejich časový offset).

Pro další text budeme předpokládat, že všechna měření se odehrála v jedné epoše a údaj k bude vynechán. Po přepočtení na vzdálenost získáváme rozdíl vzdálenosti tagu od kotev

$$d_i = \Delta t_i \cdot c, \tag{3.2}$$

kde c je rychlost šíření signálu. Pro vektor polohy tagu $\boldsymbol{x}$ zřejmě platí

$$d_i = \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{r}_i\| - \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{r}_{i+1}\|. \tag{3.3}$$

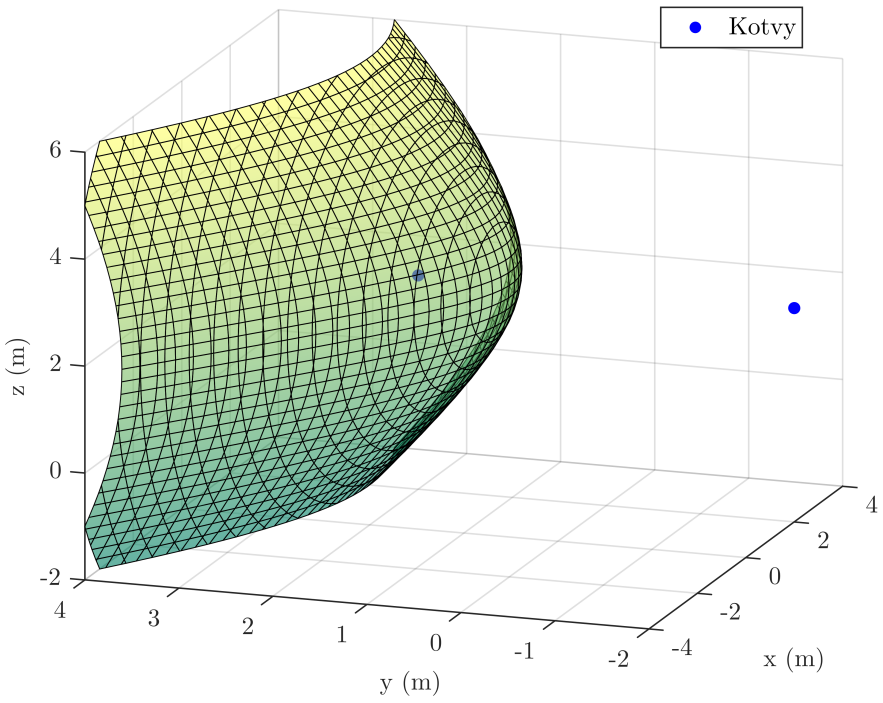
Rovnice 3.3 odpovídá ve dvojrozměrném prostoru hyperbole. Ve třech rozměrech jí odpovídá jeden z dílů dvoudílného hyperboloidu [19], jak je znázorněno na obr. 3.3. Hledaný vektor $\boldsymbol{x}$ tedy odpovídá průsečíku $N-1$ hyperboloidů. Pro určení polohy jsou potřeba alespoň 3 TDoA měření, to znamená 4 časy přijetí. Určení bodu $\boldsymbol{x}$ jako průniku tří hyperboloidů ilustruje obr. 3.2.

3.2.2 Dilution of Precision

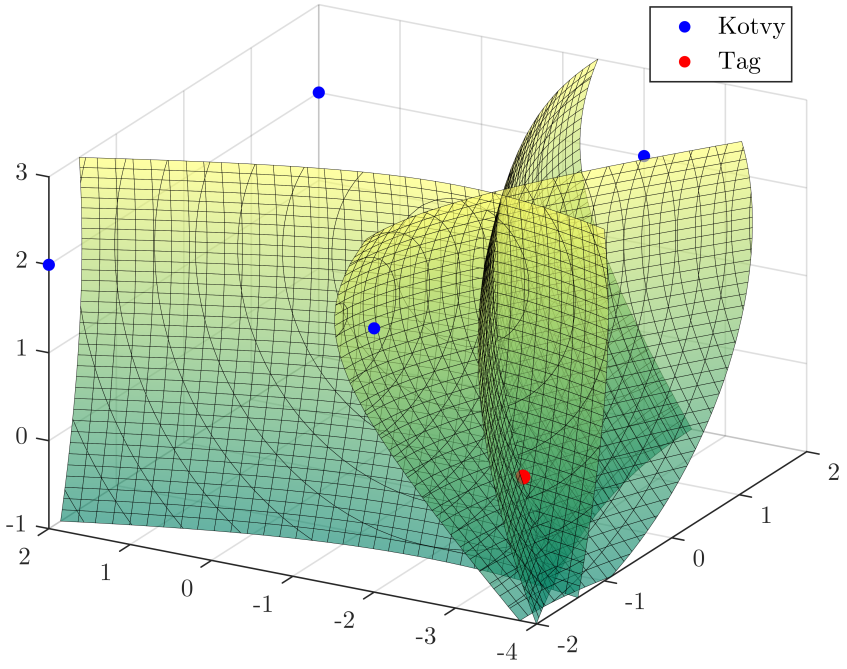
Termín DOP (Dilution of Presicion, zředění přesnosti) v lokalizačních systémech označuje, nakolik se nepřesnost v měřených datech projeví v nepřesnosti odhadu polohy. Časový rozdíl Δt je měřen s určitou chybou. Výstupem jednoho TDoA měření tak není hyperboloid, ale oblast mezi dvěma hyperboloidy. Při odhadu polohy hledáme průnik těchto oblastí.

Vliv vzájemného uspořádání kotev a tagu v prostoru na DOP ilustruje obr. 3.3. Pro větší názornost je vykreslen pouze ve 2 dimenzích. Z obrázku je patrné, že oblast odhadovaného výskytu tagu závisí na vzájemném uspořádání kotev a tagu v prostoru. Čím ostřeji se oblasti protínají, tím menší je plocha výsledného průniku. Větší plocha oblasti, ve které se tag může vyskytovat, znamená větší nejistotu odhadu polohy, a tedy vyšší DOP.

[1] Epocha představuje krátký časový úsek, kdy tag vyšle jednu zprávu, která je postupně zachycena na kotvách.



Obrázek 3.1: Hyperboloid odpovídající rovnici (3.3).



Obrázek 3.2: Poloha tagu určena jako průnik tří hyperboloidů.

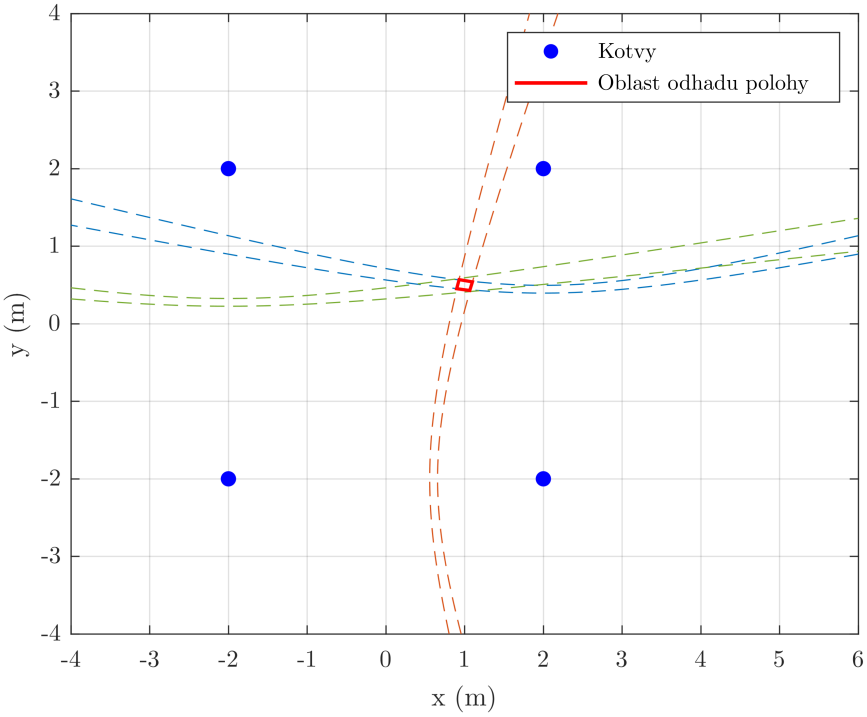
Snížená přesnost kvůli vysokému DOP se u TDoA systémů projevuje především ve výškové souřadnici. Důvodem je, že kotvy v interiéru bývá žádoucí umístit do jedné roviny (např. ke stropu). Taková konstelace vede k tomu, že odhad výšky je má řádově nižší přesnost, než má odhad souřadnic x a y. Podíváme-li se na obr. 3.2, znázorňující polohu tagu jako průnik tří hyperboloidů, v rovině x-y se hyperboloidy protínají ostře, zatímco v rozměru osy z je přesné místo průniku na první pohled nezřetelné. Reálné měření neposkytne ideální hyperboloidy, ale nějakou oblast v jejich okolí (ve smyslu obr. 3.3, ale ve třech dimenzích). Průnikem oblastí bude trojrozměrný útvar, jehož rozměr ve směru osy z bude výrazně vyšší než rozměr v osách x a y. Protože tento průnik určuje oblast, ve které se může nacházet lokalizované zařízení, rozměr v ose z vede na velkou nejistotu odhadu výšky. Nepřesný odhad výšky ve stávajícím systému byl motivací ke vzniku této práce.

3.3 Přístupy Tag-to-Anchor a Anchor-to-Tag

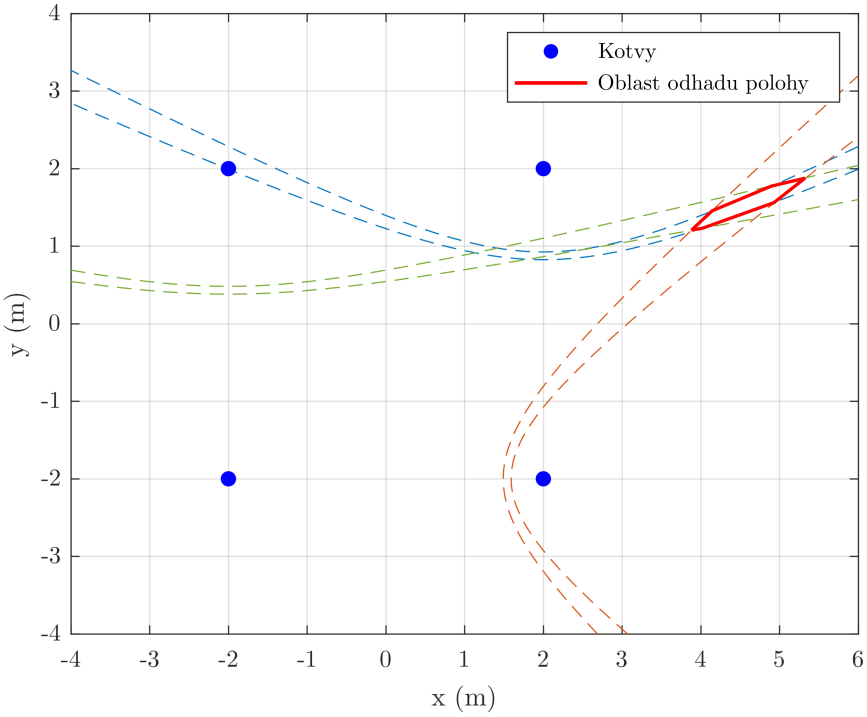
V TDoA lokalizaci existují 2 způsoby uspořádání podle toho, která zařízení budou signály vysílat a která přijímat.

Přístup T2A (Tag-to-Anchor) spočítá v tom, že tag periodicky odesílá tzv. blink zprávy. Kotvy zde hrají roli přijímačů. Pokud mají kotvy přesně synchronizované hodiny (pracují ve stejné časové doméně), dokážou přesně určit rozdíl časů přijetí jedné blink zprávy. Měření z kotev se předává do výpočetního centra, které poskytuje finální odhad polohy [18]. Nároky na synchronizaci hodin kotev jsou vysoké. Vzhledem k vysoké rychlosti šíření signálu (přibližně $3 \cdot 10^8$ m/s) znamená např. 10ns odchylka hodin chybu 3 m v měření vzdálenosti. Algoritmus pro synchronizaci a potlačení driftu hodin kotev byl navržen v [20]. Výhodou T2A je, že stačí synchronizovat pouze kotvy. Tag může pracovat v jiné časové doméně a jeho vysílání nemusí být přesně periodické. Tag má také menší spotřebu energie, protože nemusí provádět složité výpočty a vysílání je méně energeticky náročné než příjem. Mezi nevýhody patří omezený počet současně lokalizovaných tagů (v řádu stovek). Zároveň platí, že poloha tagu je známá pouze statické infrastruktuře systému. To není vhodné pro situace, kdy tag potřebuje určovat svou vlastní polohu (např. při navigaci). Je sice možné polohu do tagu odesílat, nicméně potřeba komunikace od infrastruktury k tagu omezuje zmíněnou výhodu nízké spotřeby a zvyšuje nároky na hardware tagu. Přesto se s přístupem T2A lze setkat výrazně častěji, pravděpodobně kvůli jeho snazší implementaci [18].

Druhou variantou je A2T (Anchor-to-Tag). Zde hrají roli vysílačů kotvy, které odesílají tzv. beacon zprávy, zatímco tag jejich signály přijímá a sám kotvám nic neodesílá. Jde tak, podobně jako u GNSS, o pasivní způsob lokalizace. Poloha se vypočítává přímo v tagu. Z hlediska statické infrastruktury nezáleží na počtu tagů, A2T teoreticky umožňuje simultánně lokalizovat neomezený počet zařízení. Toto řešení pochopitelně klade vyšší nároky na tag, jak z hlediska výpočetního výkonu, tak z hlediska spotřeby energie. Komplikaci představuje nestálá frekvence hodin tagu. Protože UWB neumožňuje více vysílání současně, musí kotvy své beacon zprávy vysílat postupně s mezerami minimálně v řádu milisekund. Během této doby se projeví vliv nestálé frekvence oscilátorů tagu i kotev. Dojde k tomu, že tagem očekávaný časový rozestup mezi vysíláním jednotlivých kotev se bude lišit od skutečného intervalu. Tím se zavede falešný rozdíl v časech přijetí (TDoA). Zatímco synchronizace kotev je nutná i v případě T2A, potřeba kompenzovat frekvenční drift tagu představuje nový problém. Nicméně práce [21] navrhuje algoritmus pro kompenzaci driftu hodin s pomocí EKF (Extended Kalman Filter, rozšířený Kálmánův filtr), který dosahuje podobné přesnosti jako T2A řešení.



(a) Lokalizace v oblasti z nízkým DOP.



(b) Lokalizace v oblasti z vysokým DOP.

Obrázek 3.3: Ilustrace DOP v závislosti na geometrickém uspořádání kotev a tagu.

Při rozšíření systému o diferenciální barometrické měření je třeba v jednom místě koncentrovat hodnotu tlaku měřenou referenční kotvou a hodnotu tlaku působícího na tag. Při použití principu T2A by každý tag musel tento údaj odesílat statické infrastruktuře. To by vedlo ke zvýšení nároku na UWB kanál, a tedy na omezení počtu současně lokalizovaných zařízení. Oproti tomu přístup A2T umožňuje referenční kotvě poskytovat údaj o tlaku neomezenému množství tagů. Pro zachování škálovatelnosti systému bude tato práce dále počítat s využitím principu A2T.

4 Algoritmus pro výpočet polohy

Výstupem lokalizačního systému A2T, který byl popsán v kapitole 3, rozšířeného o barometrické měření z kapitoly 2, jsou rozdíly v časech přijetí na jednotlivých kotvách, vzdušný tlak na referenční kotvě a vzdušný tlak na tagu. Tato kapitola diskutuje algoritmy, které z naměřených dat dokážou polohu odhadnout.

Uvedeme dva přístupy k odhadu polohy. Prvním je řešení problému ve smyslu nelineárních nejmenších čtverců (NLSQ). Představíme několik iterativních algoritmů pro řešení problému NLSQ: Gradientní metodu, Gaussovu-Newtonovu metodu a Levenbergův-Marquardtův algoritmus. Uvedeme, jak problém odhadu polohy popsat ve smyslu NLSQ.

Druhým přístupem je rozšířený Kálmánův filtr (EKF). Tento algoritmus slouží k odhadu stavu dynamického systému, přičemž bere v úvahu aktuální měření i stav systému v minulosti. Tento algoritmus není iterativní a na rozdíl od NLSQ metod dokáže odhadovat také drift hodin v A2T systému.

4.1 Nelineární nejmenší čtverce

Problém tzv. *nelineárních nejmenších čtverců* (NLSQ, Non-Linear Least Squares) spočívá v hledání minima funkce definované jako součet kvadrátů nelineárních funkcí. Minimalizujeme funkci $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $m \geq n$,

$$f(\boldsymbol{x}) = \|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\|^2 = \sum_{i=1}^{m} g_i^2(\boldsymbol{x}), \tag{4.1}$$

kde $g_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ jsou obecně nelineární funkce a funkci f označujeme jako cenovou. Kvůli výskytu nelineárních funkcí není možné problém řešit v jednom kroku. Je nutné aplikovat iterativní algoritmy, které se po krocích ve vhodně zvoleném směru přibližují k minimu uvažované funkce [22]. Iterativní hledání minima $\boldsymbol{x}$ probíhá podle předpisu

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k + \alpha_k \boldsymbol{v}_k, \tag{4.2}$$

kde k je číslo iterace, $\boldsymbol{x}_k$ je odhad minima v k-té iteraci, $\boldsymbol{v}_k$ udává směr kroku a α_k je škálovací koeficient. U sestupných metod (mezi které patří všechny dále uvedené) míří $\boldsymbol{v}_k$ v sestupném směru funkce f v bodě $\boldsymbol{x}_k$. Gradientní a Gaussova-Newtonova metoda definují pouze volbu směru $\boldsymbol{v}_k$. Škálovací koeficient α_k se může být konstantní (často jednotkový), daný posloupností nebo určen hledáním minima řezu funkce f ve směru $\boldsymbol{v}_k$ [23]. Oproti tomu Levenbergova-Marquardtova metoda poskytuje v každé iteraci vektor $\boldsymbol{v}_k$ optimální délky, takže α_k se vždy uvažuje jednotkové.

4.1.1 Gradientní metoda

Gradientní metoda určuje směr $\boldsymbol{v}_k$ jako

$$\boldsymbol{v}_k = -\nabla f(\boldsymbol{x}_k) = -2 \cdot \mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k), \tag{4.3}$$

kde $\mathbf{G}$ je Jakobián funkce $\boldsymbol{g}$.

Tento směr je vždy sestupný (dokonce vede ve směru nejrychlejšího poklesu funkce f v bodě $\boldsymbol{x}_k$), díky čemuž gradientní metoda spolehlivě konverguje. Nevýhodou je, že konvergence je pomalá, může být dokonce sublineární [23].

4.1.2 Gaussova-Newtonova metoda

Gaussova-Newtonova metoda je úpravou známé Newtonovy metody pro řešení soustav nelineárních rovnic. Jde o specifickou variantu využívající speciální tvar cenové funkce v případě NLSQ problému. Linearizuje funkci $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ v okolí $\boldsymbol{x}_k$ pomocí Taylorova rozvoje 1. řádu $\mathbf{T}^1_{\boldsymbol{x}_k}(\boldsymbol{x})$. Tím funkce $f(\boldsymbol{x})$ přechází na $\left\|\mathbf{T}^1_{\boldsymbol{x}_k}(\boldsymbol{x})\right\|^2$. Minimum funkce $\left\|\mathbf{T}^1_{\boldsymbol{x}_k}(\boldsymbol{x})\right\|^2$, které lze najít pomocí lineárních nejmenších čtverců [23], udává směr poklesu funkce $f(\boldsymbol{x})$. Směr iteračního kroku se nalezne pomocí rovnice

$$\boldsymbol{v}_k = -\left(\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_k\right)^{-1}\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k). \tag{4.4}$$

Gaussova-Newtonova metoda v okolí minima velmi rychle konverguje. Naopak v oblastech vzdálených minimu má tendenci divergovat.

4.1.3 Levenbergova-Marquardtova metoda

Levenbergův-Marquardtův (L-M) algoritmus lze prohlásit za standardní metodu k řešení problému nelineárních nejmenších čtverců. Představuje kombinaci gradientní a Gaussovy-Newtonovy metody.

Výpočet iteračního kroku je rozšířením rovnice (4.4)

$$\boldsymbol{v}_k = -\left(\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_k + \mu\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k). \tag{4.5}$$

Pro vysoké μ převládne v invertovaném výrazu člen $\mu\mathbf{I}$ a výpočet kroku odpovídá gradientní metodě

$$\boldsymbol{v}_k \approx -\frac{1}{\mu}\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k). \tag{4.6}$$

Metoda tak přejímá vlastnosti gradientní metody – rychle se přiblíží minimu, ale poté pomalu konverguje. Vysoká hodnota μ se proto používá, pokud odhad $\boldsymbol{x}_k$ není spolehlivý a nacházíme se daleko od minima. Naopak pro malé μ je vliv členu $\mu\mathbf{I}$ zanedbatelný a výpočet kroku odpovídá Gaussově-Newtonově metodě (4.4)

$$\boldsymbol{v}_k \approx -\left(\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_k\right)^{-1}\mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k). \tag{4.7}$$

To je vhodné v situaci, kdy je $\boldsymbol{x}_k$ dostatečně blízko minima a je tedy bezpečné konvergenci urychlit.

Počáteční hodnota μ_0 je předem stanovena. Při každé iteraci se rozhoduje, zda se je třeba μ zmenšit nebo zvětšit:

1. Pokud se v dané iteraci $f(\boldsymbol{x})$ zmenší, tedy konverguje k minimu, hodnota μ se zmenší,

2. Pokud se v dané iteraci $f(\boldsymbol{x})$ zvětší, tedy hrozí divergence, tato iterace se nepoužije. Hodnota μ se zvětší a pokračuje se od poslední platné iterace.

Pro iterační algoritmus tohoto typu je třeba stanovit ukončovací podmínky [24]. Protože ideálním cílem je dosáhnout nulové cenové funkce, lze stanovit hodnotu ε_1 tak, že pro

$$f(\boldsymbol{x}) = \|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\|^2 < \varepsilon_1 \tag{4.8}$$

bude chyba dostatečně malá a algoritmus se zastaví. Ne vždy ale rovnice umožňuje dosáhnout dostatečně malé chyby. Proto je vhodné zavést další mechanismus, který algoritmus zastaví v případě, že kroky mezi iteracemi budou velmi malé (to znamená, že další iterace už odhad prakticky nezlepšují). Stanovíme ε_2 tak, že algoritmus bude zastaven pro

$$\|\alpha_k \boldsymbol{v}_k\| < \varepsilon_2. \tag{4.9}$$

Kdyby výše uvedené zastavovací mechanismy selhaly, definuje se také maximální počet iterací $k_{\max}$, který algoritmus zastaví pro

$$k > k_{\max}. \tag{4.10}$$

4.1.4 Odhad polohy

Nyní popíšeme, jak lze hledání optimálního odhadu polohy popsat jako problém nelineárních nejmenších čtverců. Cílem je nalézt polohu v kartézské souřadné soustavě $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$, která bude nejlépe odpovídat sadě m naměřených hodnot. Protože přesnou polohu nemáme k dispozici, budeme dále pracovat s odhadem polohy označeným stříškou $\hat{\boldsymbol{x}}$. Definujeme funkci $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^m$ jako

$$\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}) = \begin{pmatrix} g_1(\hat{\boldsymbol{x}}) \\ g_2(\hat{\boldsymbol{x}}) \\ \vdots \\ g_m(\hat{\boldsymbol{x}}) \end{pmatrix}. \tag{4.11}$$

Funkce g_i obecně popisují, nakolik odhad $\hat{\boldsymbol{x}}$ odpovídá i-té změřené hodnotě. Udávají odchylku skutečného měření od určitého předpokládaného měření pro dané $\hat{\boldsymbol{x}}$. V našem případě jde o kombinaci TDoA a barometrického měření. Pro $i = \{1, \ldots, m-1\}$ stanovíme g_i jako

$$g_i(\hat{\boldsymbol{x}}) = d_i - (\|\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{r}_i\| - \|\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{r}_{i+1}\|), \tag{4.12}$$

kde d_i je i-té měření TDoA vzdálenosti a $\boldsymbol{r}_i$ je polohový vektor i-té kotvy. Funkce g_m se určí s využitím barometrické rovnice (2.1). Pokud výškovou složku vektoru $\hat{\boldsymbol{x}}$ označíme jako $\hat{x}_h$, můžeme psát

$$g_m(\hat{\boldsymbol{x}}) = p - p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0(T,\phi) \cdot g \cdot (\hat{x}_h - h_0)}{p_0}\right), \tag{4.13}$$

kde p je hodnota tlaku na tagu, p_0 je tlak na referenční kotvě, ρ_0 je hustota vzduchu v referenční výšce, T je teplota v kelvinech, ϕ je relativní vzdušná vlhkost, g je gravitační zrychlení a h_0 je výška referenční kotvy.

Kvůli nepřesnostem měření nelze nalézt žádné $\hat{\boldsymbol{x}}$, pro které by platilo $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}) = \boldsymbol{0}$. Tato rovnice nemá řešení, je tzv. přeurčená [23]. Můžeme ovšem najít takové $\hat{\boldsymbol{x}}$, které leží v minimu funkce

$$f(\hat{\boldsymbol{x}}) = \|\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}})\|^2 = \sum_{i=1}^{n} g_i^2(\hat{\boldsymbol{x}}). \tag{4.14}$$

To odpovídá definici problému nelineárních nejmenších čtverců.

Zásadní nevýhodou Levenbergovy-Marquardtovy metody je, že neposkytuje nástroj pro kompenzaci vzájemného driftu časové základy kotev a hodin tagu. Nicméně lokalizace A2T je na kompenzaci driftu silně závislá. Porovnání L-M metody s Kálmánovým filtrem při A2T lokalizaci [25] konstatuje, že Kálmánův filtr s kompenzací driftu poskytuje výrazně lepší výsledky.

4.2 Rozšířený Kálmánův filtr

Rozšířený Kálmánův filtr (EKF, Extended Kalman Filter) je matematickou metodou, která odhaduje aktuální stav systému na základě předchozího stavu a sady aktuálních měření. Při výpočtech bere v úvahu náhodný šum zahrnutý v měřeních.

Kálmánův filtr poprvé představil matematik R. E. Kálmán ve své práci z roku 1960 [26]. Jde o rekurzivní filtr pracující ve dvou krocích: predikce a korekce. Původní Kálmánův filtr dokáže odhadovat stav pouze lineárních systémů. Oproti tomu EKF dokáže pracovat i s nelineárním systémem, který v určitých bodech linearizuje.

Cílem je určit vnitřní stav systému $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ ze známého výstupu (vektoru měření) $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$. Systém je popsán obecně nelineárními[2] rovnicemi

$$\boldsymbol{x}[k] = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}[k-1], \boldsymbol{u}[k-1]) + \boldsymbol{w}[k-1], \tag{4.15}$$

$$\boldsymbol{y}[k] = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}[k]) + \boldsymbol{v}[k]. \tag{4.16}$$

Funkce $\boldsymbol{f}$, $\boldsymbol{g}$ jsou obecné nelineární funkce. Vektor $\boldsymbol{u}$ je vektor řídicího vstupu (popisuje vnější vlivy působící na systém), vektor šumu $\boldsymbol{w}$ zohledňuje nedokonalost modelu a vektor šumu $\boldsymbol{v}$ je přítomen vlivem nedokonalosti měření. Vícerozměrný šum $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ pochází z normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou. Rozptyl vektoru $\boldsymbol{w}$ je dán maticí $\mathbf{Q}$, rozptyl vektoru $\boldsymbol{v}$ je dán maticí $\mathbf{R}$ [27].

$$\boldsymbol{w} \sim (\mathbf{0}, \mathbf{Q}) \tag{4.17}$$

$$\boldsymbol{v} \sim (\mathbf{0}, \mathbf{R}) \tag{4.18}$$

Vzhledem k nedokonalosti modelů a měření se lze skutečný vnitřní stav pouze odhadovat, přičemž odhad značíme $\hat{\boldsymbol{x}}$. Filtr zároveň vypočítává matici $\mathbf{P}$, která představuje kovarianci $\hat{\boldsymbol{x}}$. To znamená, že kromě samotného odhadu stavu systému získáváme údaj o očekávané přesnosti tohoto odhadu.

Prvním krokem algoritmu je predikce. Predikční krok vychází z rovnice (4.15) a jeho výstupem jsou tzv. *a priori* odhad $\hat{\boldsymbol{x}}^-$ a jeho kovariance $\mathbf{P}^-$, které vypočteme jako [27]

$$\hat{\boldsymbol{x}}^-[k] = f(\hat{\boldsymbol{x}}[k-1], \boldsymbol{u}[k-1]), \tag{4.19}$$

$$\mathbf{P}^-[k] = \mathbf{F}[k-1]\mathbf{P}[k-1]\mathbf{F}^{\mathrm{T}}[k-1] + \mathbf{Q}. \tag{4.20}$$

Hodnotu šumu $\boldsymbol{w}$ neznáme, proto jej považujeme za nulový. Matice přechodu $\mathbf{F}$ představuje lineární aproximaci (jakobián) funkce $\boldsymbol{f}$ v bodech $\hat{\boldsymbol{x}}[k-1]$ a $\boldsymbol{u}[k-1]$ [28]

$$\mathbf{F}[k-1] = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}=\hat{\boldsymbol{x}}[k-1], \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}[k-1]}. \tag{4.21}$$

Vlivem přičtení matice $\mathbf{Q}$ v rovnici (4.20) se kovariance odhadu v predikčním kroku vždy zvyšuje.

[2] Nelinearita je důvodem, proč používáme EKF, nikoliv standardní Kálmánův filtr.

V druhém, korekčním kroku algoritmus aktualizuje *a priori* hodnoty na základě vektoru měření. Vypočteme tzv. vektor inovace $\boldsymbol{\nu}$ jako rozdíl skutečného měření $\boldsymbol{y}[k]$ a výstupu měřicího modelu $\boldsymbol{g}$ aplikovaného na *a priori* odhad $\hat{\boldsymbol{x}}^-[k]$

$$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{y}[k] - \boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}^-[k]), \tag{4.22}$$

čímž specifikujeme nesoulad mezi skutečným měřením a výstupem očekávaným pro *a priori* odhad [29]. Pomocí linearizovaného měřicího modelu

$$\mathbf{G}[k] = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}=\hat{\boldsymbol{x}}^-[k]} \tag{4.23}$$

vypočteme matici kovariance měření

$$\mathbf{S}[k] = \mathbf{G}[k]\mathbf{P}^-[k]\mathbf{G}^{\mathrm{T}}[k] + \mathbf{R}. \tag{4.24}$$

Dále se vypočte matice Kálmánova zisku [29]

$$\mathbf{K}[k] = \mathbf{P}^-[k]\mathbf{G}^{\mathrm{T}}[k]\mathbf{S}^{-1}[k] = \mathbf{P}^-[k]\mathbf{G}^{\mathrm{T}}[k]\left(\mathbf{G}[k]\mathbf{P}^-[k]\mathbf{G}^{\mathrm{T}}[k] + \mathbf{R}\right)^{-1}. \tag{4.25}$$

Nakonec získáme *a posteriori* odhad $\hat{\boldsymbol{x}}^+[k]$ a jeho kovariance $\mathbf{P}^+[k]$ podle rovnic [27]

$$\hat{\boldsymbol{x}}^+[k] = \hat{\boldsymbol{x}}^-[k] + \mathbf{K}[k]\boldsymbol{\nu}, \tag{4.26}$$

$$\mathbf{P}^+[k] = (\mathbf{I} - \mathbf{K}[k]\mathbf{G}[k])\mathbf{P}^-[k]. \tag{4.27}$$

Pro malou kovarianci měření $\mathbf{R}$ je potlačen vliv modelu (tedy *a priori* odhadu) a výsledný odhad vychází převážně z měření $\boldsymbol{z}$. Naopak pro malou kovarianci *a priori* odhadu $\mathbf{P}^-$ se Kálmánův zisk blíží nule. Potom *a posteriori* odhad vychází z procesního modelu a měření má na výsledek jen malý vliv [29].

Skutečné parametry šumů typicky nejsou známy, takže matice $\mathbf{R}$, $\mathbf{Q}$ se v praxi používají jako ladicí parametry pro dosažení optimálního výkonu filtru [28].

4.2.1 Kálmánův filtr pro odhad polohy

Tato část demonstruje aplikaci rozšířeného Kálmánova filtru (EKF) pro odhad polohy tagu na základě TDoA údajů z UWB systému a barometrických měření. Vycházíme z Kálmánova filtru vyvinutého pro A2T systém, který dokáže kompenzovat drift vnitřních hodin tagu a časové základny kotev a je popsán v článku [21]. Tento filtr rozšíříme o zpracování barometrických měření.

Do stavového vektoru $\boldsymbol{x}$ zahrneme souřadnice tagu v trojrozměrném prostoru $\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}}$, drift hodin tagu vůči času kotev $\Delta\dot{t}$ a změnu driftu s časem $\Delta\ddot{t}$. Tím, že drift zahrneme do stavového vektoru, jej můžeme pomocí EKF odhadovat a pomocí odhadů kompenzovat TDoA měření.

$$\boldsymbol{x}[k] = \begin{pmatrix} \boldsymbol{r}_{\mathrm{T}} \\ \Delta\dot{t} \\ \Delta\ddot{t} \end{pmatrix} \tag{4.28}$$

Samotný časový rozdíl mezi časovou základnou kotev a tagu Δt není třeba odhadovat, protože se ve výpočtech odečte [21].

Systémový model je v tomto případě lineární, takže místo funkce $\boldsymbol{f}$ definujeme rovnou matici $\mathbf{F}$. Matice modelu $\mathbf{F}$ má tvar [21]

$$\mathbf{F}[k] = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3\times3} & & \mathbf{0}_{3\times2} \\ & 1 & t[k]-t[k-1] \\ \mathbf{0}_{2\times3} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{4.29}$$

kde číslo $t[k]-t[k-1]$ udává časový rozdíl mezi aktuální a předchozí epochou měření. V modelu předpokládáme, že vektor polohy $\boldsymbol{r}_\mathrm{T}$ i časová změna driftu $\Delta\ddot{t}$ jsou neměnné. Samotný drift $\Delta\dot{t}$ se aktualizuje podle rovnice

$$\Delta\dot{t}[k] = \Delta\dot{t}[k-1] + \Delta\ddot{t}[k-1] \cdot (t[k]-t[k-1]). \tag{4.30}$$

Vektor měření $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^m$ zahrnuje $m-1$ lineárně nezávislých TDoA měření a vzdušný tlak na tagu p_T. V měřicím modelu se už nelinearita projevuje. Prvních $m-1$ položek měřicího modelu tvoří sadu lineárně nezávislých TDoA s kompenzací driftu, což odpovídá modelu uvedeném v [21]. Tento model doplňujeme o m-tou položku, která využívá barometrickou rovnici (2.1) a vypočteme ji jako

$$g_m(\hat{\boldsymbol{x}}) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0(T,\phi)\cdot g\cdot(\hat{r}_{\mathrm{T},h}-h_0)}{p_0}\right), \tag{4.31}$$

kde $\hat{r}_{\mathrm{T},h}$ je výšková komponenta polohy tagu $\hat{\boldsymbol{r}}_\mathrm{T}$, p_0 je tlak na referenční kotvě, ρ_0 je hustota vzduchu v referenční výšce, T je teplota v kelvinech, ϕ je relativní vzdušná vlhkost, g je gravitační zrychlení a h_0 je výška referenční kotvy. Odpovídající n-tý řádek linearizovaného modelu má tvar

$$\mathbf{G}_n = \frac{\partial g_n}{\partial \boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\rho_0\cdot g\cdot\exp\left(\frac{-\rho_0\cdot g\cdot(\hat{r}_{\mathrm{T},h}-h_0)}{p_0}\right) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_0 = \rho_0(T,\phi). \tag{4.32}$$

Za teplotu T dosazujeme teplotu naměřenou referenční kotvou. Za relativní vlhkost vzduchu ϕ bez újmy na přesnosti systému (viz sekce 2.2) dosazujeme hodnotu 50 %.

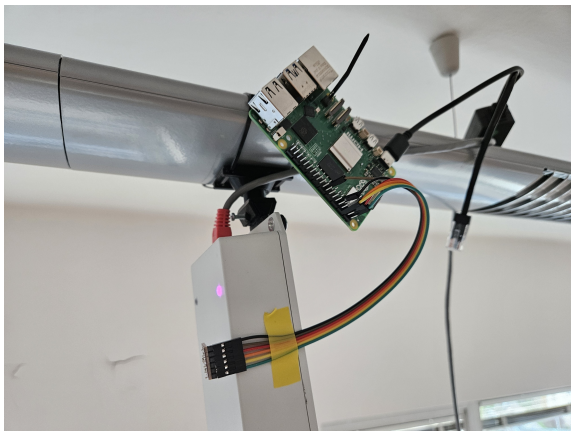
Maticí $\mathbf{Q}$ udáváme algoritmu, do jaké míry se lze řídit modelem $\mathbf{F}$. Model předpokládá stacionární zařízení, takže každý pohyb zařízení znamená odchylku od modelu. Matici $\mathbf{Q}$ proto nastavujeme podle předpokládané maximální rychlosti pohybu tagu.

Matice $\mathbf{R}$ specifikuje kovarianci měření. Kovariance TDoA měření jsou dány rozptylem měření vysílacích a přijímacích časů na UWB jednotkách. Barometrické měření je na TDoA měřeních nezávislé, takže $\mathbf{R}$ obsahuje pouze jeho rozptyl.

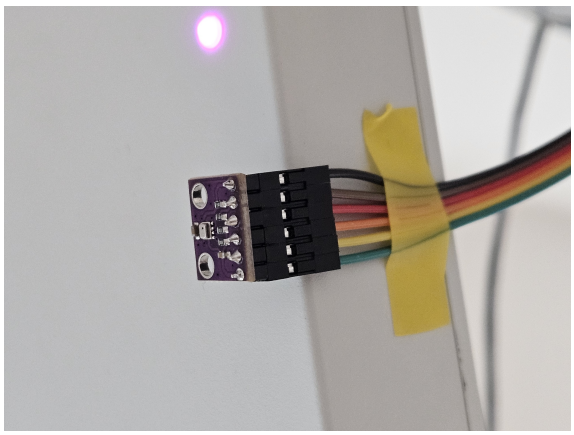
5 Měření

V rámci této práce byla provedena sada měření kombinujících UWB lokalizaci a barometrický odhad výšky. Účelem bylo jednak otestovat senzory ve skutečném provozu, jednak získat reálná data pro algoritmus představený v kapitole 4. Měření proběhlo v dubnu 2024 v prostorách Fakulty elektrotechnické ČVUT. Měřicí místnost se nachází v 8. patře budovy. Po celou dobu měření byla v místnosti zavřená okna i dveře a nebyla v provozu žádná vzduchotechnika.

Měřicí zařízení jsou zachycena na obr. 5.1. Při měření byl jeden z barometrických senzorů připevněn ke kotvě UWB lokalizačního systému ve výšce 2,4 m. Druhý byl umístěn na tag (z hlediska hardwaru se zařízení nelišilo od kotev, nicméně pracovalo v režimu tagu). Oba barometry byly obsluhovány pomocí mikropočítače Raspberry Pi. Tag byl připevněn na svislé tyči tak, aby bylo možné měnit jeho výšku s krokem 5 cm. Tyč byla uchycena na vozíku, který umožňoval přípravkem plynule pohybovat po místnosti při zachování konstantní výšky.



(a) Kotva – celek

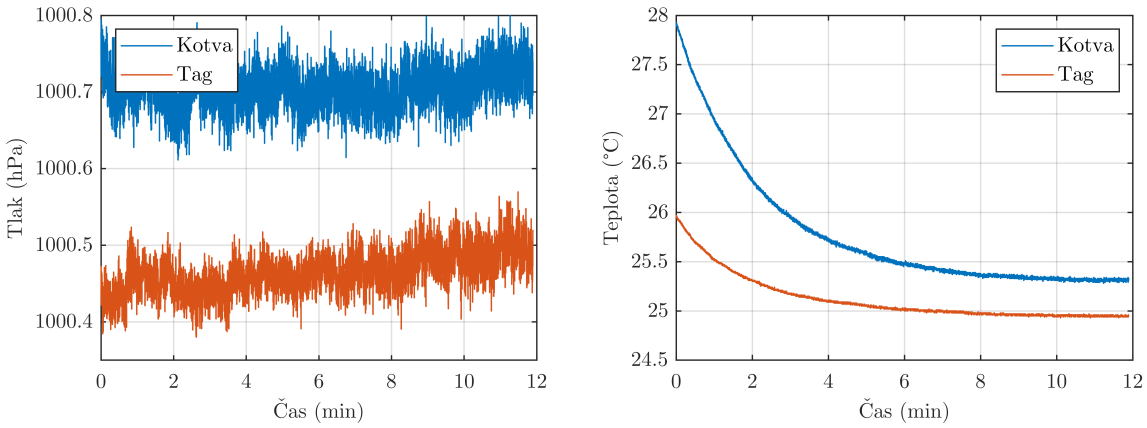


(b) Kotva – barometrický senzor

(c) Tag – celek

(d) Tag – barometrický senzor

Obrázek 5.1: Měřicí přípravky



(a) Tlak (b) Teplota

Obrázek 5.2: Kalibrace barometrických senzorů.

Pro měření atmosférického tlaku byl použit senzor *Bosch Sensortec BMP 280*. Jeho přesné parametry lze nalézt v tabulce 2.1, popř. v datasheetu [10]. Nejde o senzor s nejlepšími dostupnými parametry, nicméně byl použit, protože byl v čase měření k dispozici. Může poskytnout představu o tom, nakolik se dané parametry projeví v naměřených výsledcích a zda mohou být dostačující či nikoliv. Byly provedeny dva typy měření – statické a dynamické. Statické měření sloužilo k ověření přesnosti odhadu výšky, dynamické pro vyhodnocení lokalizace za pohybu.

5.1 Kalibrace barometrických senzorů

Výrobce u tohoto typu senzoru udává absolutní přesnost 100 hPa. Je tak velmi pravděpodobné, že měření dvou senzorů budou vůči sobě nějak posunuta. Tento offset je ovšem možné potlačit kalibrací. Barometrické senzory byly umístěny vedle sebe ve stejné výšce několik centimetrů od sebe. V takovém uspořádání na ně působil přibližně stejný atmosférický tlak a v ideálním případě by měly poskytovat stejný výstup. Senzory byly v této poloze ponechány 12 minut. Průběh tlaku a teploty na senzorech je znázorněn na obrázku 5.2. Pro kalibraci byla použita pouze data naměřená po 3. minutě. Data z počátku měření byla vyřazena, protože teplota senzorů nebyla ustálená. Offset senzorů p_{offset} byl následně vypočten jako

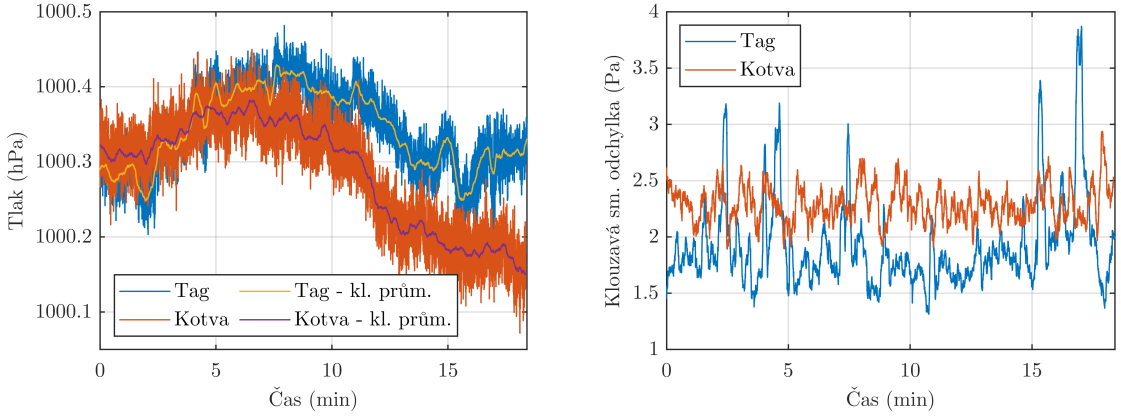
$$p_{\text{offset}} = \overline{p_{\text{T}}} - \overline{p_{\text{A}}}, \tag{5.1}$$

kde $\overline{p_{\text{T}}}$ a $\overline{p_{\text{A}}}$ značí střední hodnotu tlaku na tagu, resp. kotvě v čase 4 až 12 minut. Všechna další měření na tagu byla pomocí tohoto údaje přepočítána podle vzorce

$$p_{\text{T}}^{\text{c}} = p_{\text{T}} - p_{\text{offset}}, \tag{5.2}$$

kde p_{T} je tlak naměřený na tagu a horní index c značí údaj po kalibraci. Údaj naměřený na kotvě potom už neměníme, tedy platí

$$p_{\text{A}}^{\text{c}} = p_{\text{A}}. \tag{5.3}$$



(a) Tlak po kalibraci

(b) Klouzavá sm. odchylka tlaku (ze 150 vzorků)

Obrázek 5.3: Statické měření – tlak

5.2 Zpracování dat

Jak je patrno z obrázku 5.3, naměřené tlaky jsou velmi zašuměné. Při měření nebyl aktivován v senzorech zabudovaný IIR filtr, proto je směrodatná odchylka šumu mnohem vyšší než 0,2 Pa uvedených v datasheetu. Místo toho aplikujeme vlastní filtr – provádíme klouzavý průměr ze 150 předchozích vzorků. Vzhledem ke vzorkovací frekvenci kolem 10 Hz se tím zavádí zpoždění v řádu sekund a pro další aplikace by bylo vhodné zvážit aktivaci IIR filtru.

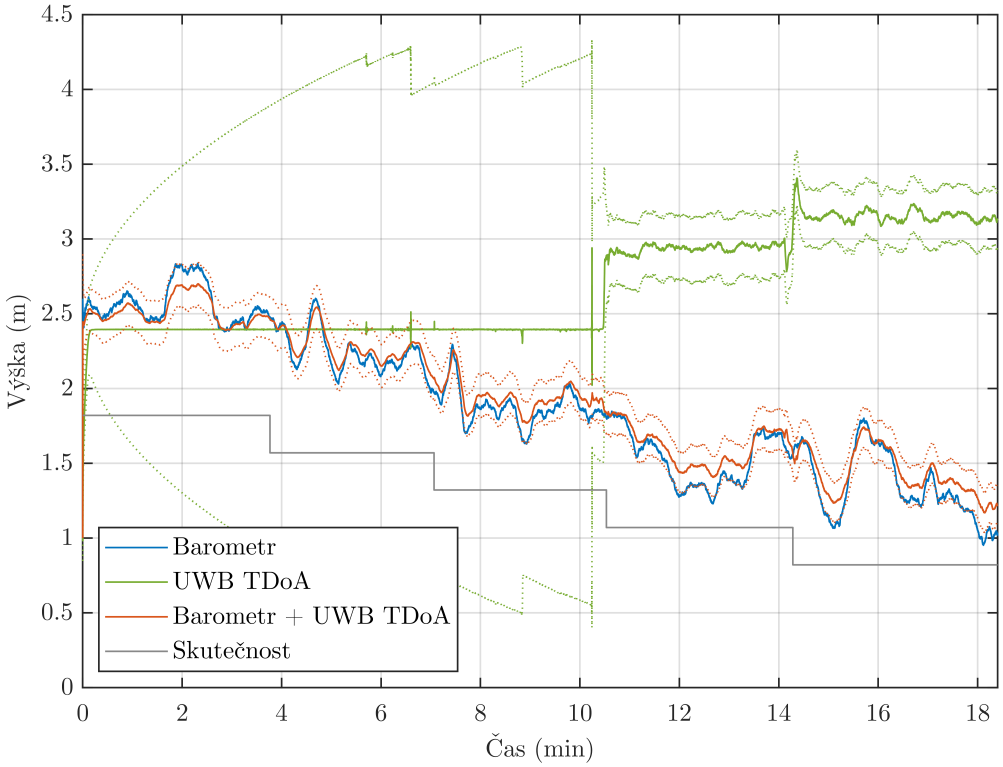
Pro odhad polohy z naměřených dat používáme rozšířený Kálmánův filtr, který byl popsán v sekci 4.2.1. Nastavení matice $\mathbf{Q}$ (kovariance modelu) předpokládá maximální rychlost pohybu 1 m/s. Část $\mathbf{R}$ odpovídající rozptylu barometrických měření nastavuje, jakou váhu filtr přiloží barometrickému měření ve srovnání s UWB. Byla určena empiricky tak, aby filtr podával co nejpřesnější výsledky.

Rozšířený Kálmánův filtr kromě odhadu polohy poskytuje také kovarianci odhadu, matici $\mathbf{P}$. Diagonála matice $\mathbf{P}$ obsahuje odhad rozptylu jednotlivých souřadnic, ze kterého odmocněním získáme odhad směrodatné odchylky, který značíme σ_{EKF}.

5.3 Statické měření

První měření ze série označujeme zjednodušeně jako statické. Při tomto měření se vozík nepohyboval, tedy souřadnice x a y byly konstantní. Výška senzoru byla v intervalech dlouhých 3 až 4 minuty postupně měněna z 1,82 m na 0,82 m s krokem 25 cm.

Filtrovaná data z barometrů spolu s naměřenou teplotou se použijí pro výpočet výšky pomocí vzorce (2.2). Na obrázku 5.4 je znázorněna výška získaná samostatně z barometru, samostatně z UWB systému (zpracováno EKF), výška získaná aplikací EKF na kombinaci UWB a barometrických dat a nakonec skutečná výška, ve které se tag nacházel. Pokud jde o určení výšky pomocí samotného UWB, je zřejmé, že tato metoda není pro odhad výšky vůbec spolehlivá. V prvních 3 výškových krocích je výstupem výška 2,4 m, což je výška kotev. S dalším poklesem výšky již dojde ke změně, ale algoritmus odhadovanou výšku naopak zvýší. Protože kotvy se nachází v jedné rovině, odhad výšky z TDoA dat je kolem této roviny symetrický a algoritmus může snadno zvolit špatný poloprostor. To se stalo i v tomto případě. Výška vypočtená z barometrických lépe kopíruje pokles tagu, ovšem podléhá velké fluktuaci. Zároveň



Obrázek 5.4: Statické měření – výška. Tečkami je znázorněno pásmo $\pm\sigma_{\text{EKF}}$ kolem odhadu.

je oproti skutečné výšce posunuta asi o 0,6 m výše. Při fúzi barometrických a UWB dat do jednoho rozšířeného Kálmánova filtru získáváme průběh, který převážně kopíruje výšku vypočtenou samostatně z barometrických dat. Průběh je velmi podobný, pouze o něco posunutý směrem k UWB výšce. To ale převážně zhoršuje už tak vysoký offset. Kombinovaná výška o něco méně podléhá fluktuacím, pravděpodobně proto, že samotná UWB výška fluktuuje relativně málo (to je ovšem situace specifická pro toto měření a není to obecně pravidlem, viz sekce 5.4). Porovnání střední hodnoty chyby odhadu μ_ϵ a směrodatné odchylky chyby odhadu σ_ϵ uvádí tabulka 5.1.

Barometrické měření trpí nad očekávání vysokým offsetem. Srovnáním obrázků 5.3a a 5.4 zjistíme, že na počátku měření se tag nacházel asi 0,6 m pod kotvou, přesto jejich barometrické senzory udávají zhruba stejný tlak (místy je dokonce udáván vyšší tlak na kotvě). Tento offset se nám kalibrací nepodařilo potlačit (nicméně bez kalibrace by byla chyba ještě výrazně větší). Čím je tato chyba způsobena, nám není známo. Může jít o neznámou systematickou chybu měření nebo vliv prostředí (např. pohyb vzduchu v místnosti).

5.4 Dynamická měření

Při dynamických měřeních jsme testovali chování systému při pohybu tagu v rovnině x-y. S vozíkem, na kterém byla umístěna tyč s tagem, jsme pohybovali podél čar nakreslených na podlaze ve tvaru podobném písmenu E.

Tabulka 5.1: Chyby odhadů výšek pro různé zdroje při statickém měření

Zdroj dat	Algoritmus zpracování	μ_ϵ (m)	σ_ϵ (m)
Barometrie	-	0,59	0,19
UWB TDoA	EKF	1,37	0,68
Barometrie + UWB TDoA	EKF	0,63	0,13

Tabulka 5.2: Chyby odhadů výšek pro dynamická měření

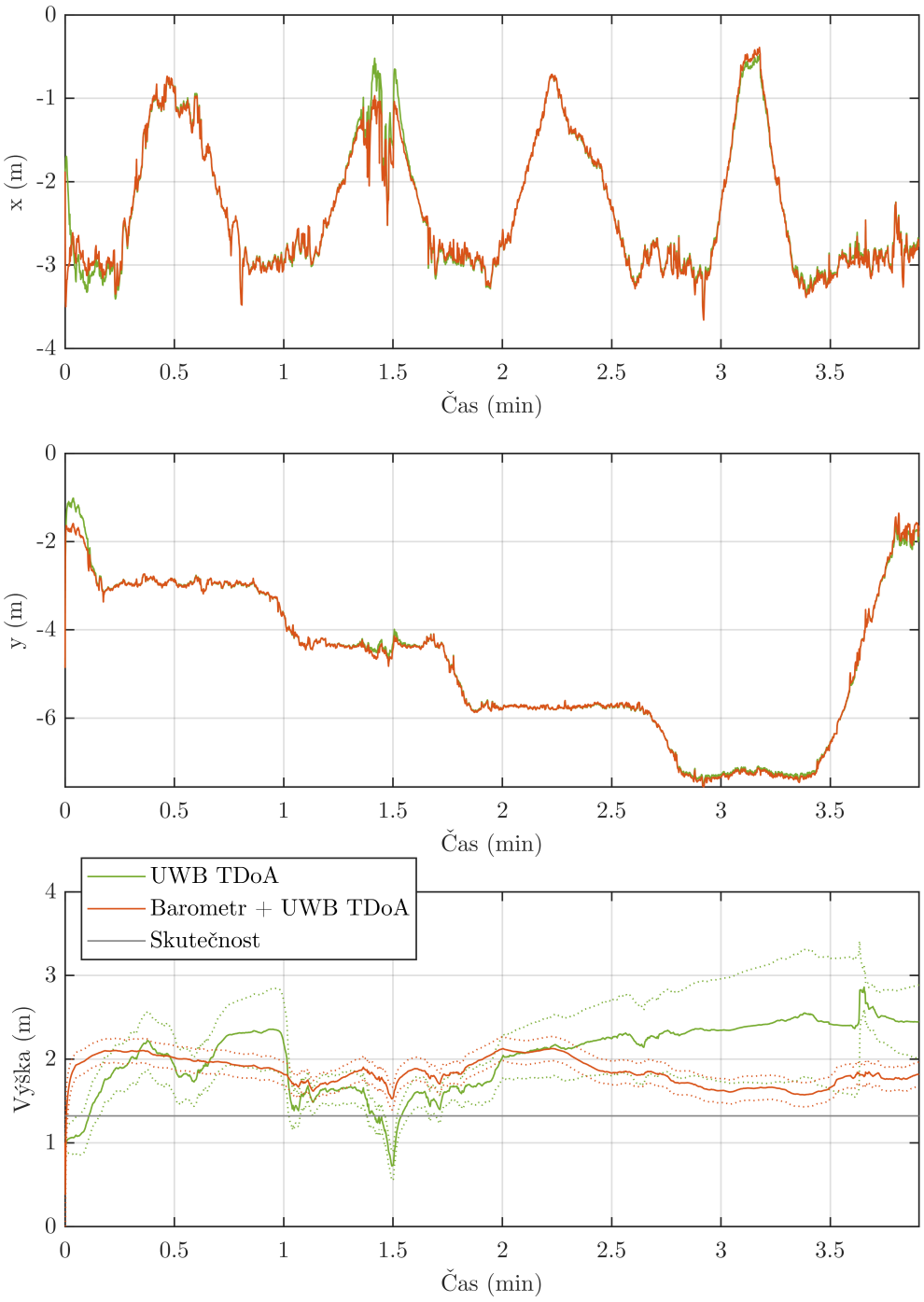
Číslo měření	UWB TDoA		Barometr + UWB TDoA	
	μ_ϵ (m)	σ_ϵ (m)	μ_ϵ (m)	σ_ϵ (m)
1	0,71	0,41	0,53	0,16
2	0,62	0,49	0,58	0,17
3	0,84	0,76	0,77	0,50

Při prvních dvou měřeních zůstávala výška tagu neměnná. Tag byl při prvním měření 1,32 m vysoko, při druhém 1,07 m. Obrázek 5.5 znázorňuje průběh jednotlivých souřadnic pro první měření. Souřadnice x a y se přidáním barometrického měření změní jen málo. Nemáme k dispozici dostatečně přesná data o skutečných souřadnicích tagu, abychom mohli posoudit, zda jde o změnu k lepšímu či horšímu. Při pohybu vozíkem jsme se sice v maximální možné míře drželi vyznačených referenčních čar, ale pohyb byl prováděn manuálně a tudíž byl nepřesný. Odhadu výšky se přidáním barometru snížil rozptyl, nicméně stejně jako u statického měření trpí odhad výrazným offsetem. Nezdá se, že by byl barometrický odhad výšky ovlivněn prouděním vzduchu kolem senzoru při pohybu tagu. Například v čase 3 minuty dochází k výraznému pohybu v ose x, ale odhad výšky v tomto čase zůstává stabilní.

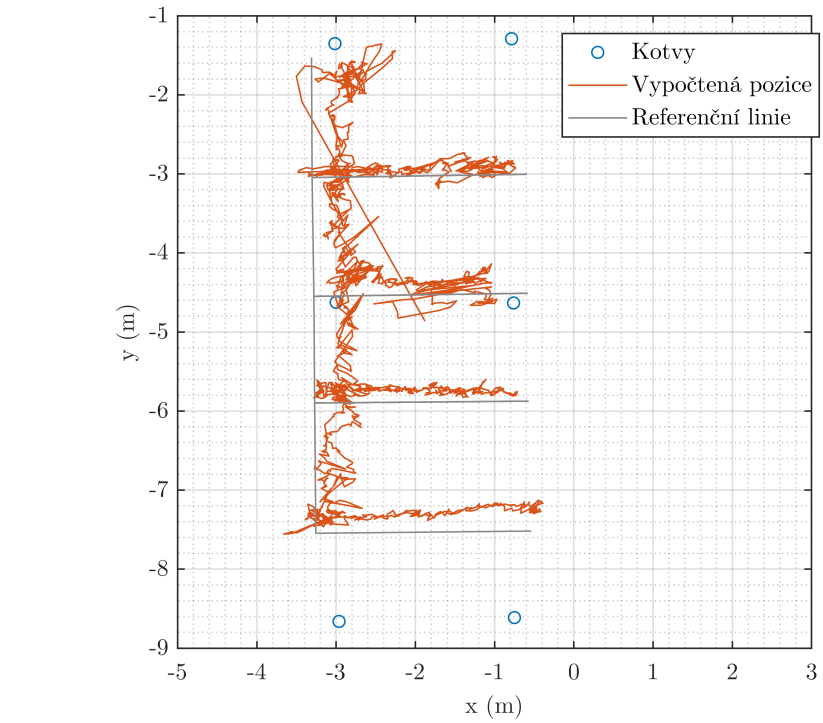
Dynamické měření č. 2 vykazuje velmi podobné vlastnosti jako první měření. Souřadnice x a y zůstávají po přidání barometrických údajů de facto beze změny. Odhad výšky se zpřesní, ale opět trpí offsetem.

Měření č. 3 zahrnovalo změnu výšky. Nejprve byl tag umístěn 0,82 m nad podlahou. Po uplynutí zhruba 80 s, resp. po projetí asi poloviny dráhy, jsme tag umístili do výšky 1,57 m a dokončili průjezd dráhou. Na kvalitu měření v osách x a y změna výšky neměla pozorovatelný vliv. V odhadu výšky barometrické měření výrazně pomáhá omezovat výkyvy UWB systému a dokáže reagovat na změnu výšky, jak lze vidět na obrázku 5.7. Nicméně ani v tomto případě nelze přehlédnout významný offset.

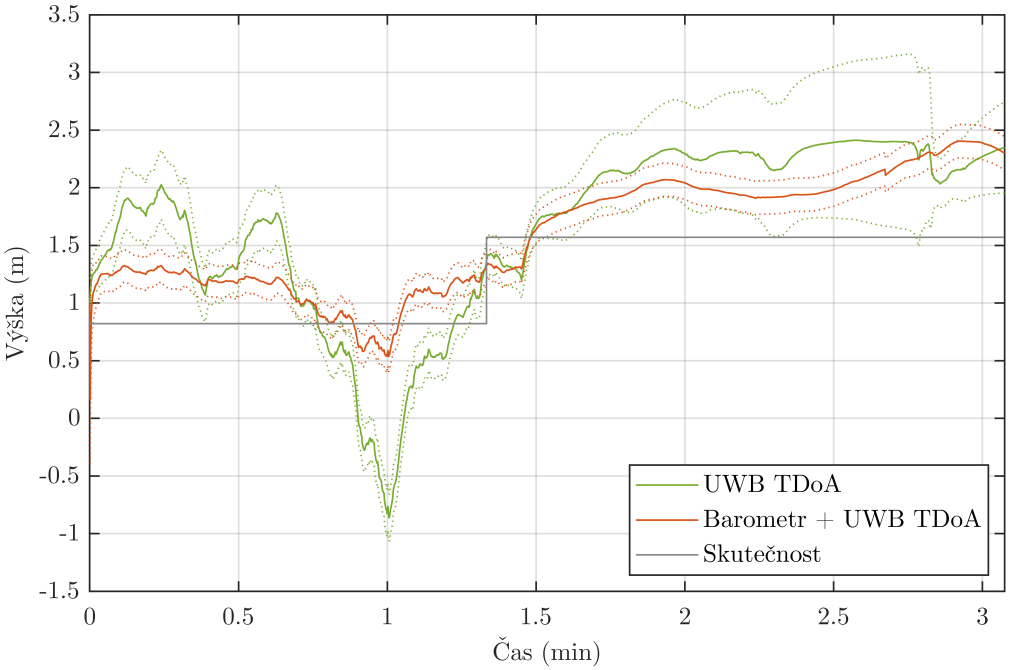
Statistické parametry chyby odhadu výšky pro dynamická měření jsou uvedeny v tabulce 5.2. Z tabulky je patrné, že barometrické měření je schopné do jisté míry zpřesnit odhad výšky z UWB TDoA systému, především potlačit jeho náhodné fluktuace. Naměřená výška je v obou případech ovlivněna offsetem, který se barometrickému měření nedaří příliš zpřesnit. Offset pro UWB a barometrická měření má podobnou velikost, ačkoliv jde o zcela nezávislá měření.



Obrázek 5.5: Dynamické měření č. 1 (tag ve stabilní výšce 1,38 m). Výsledky samostatného UWB TDoA jsou vykresleny zeleně, výsledky kombinované z UWB a barometrie oranžově a skutečný průběh šedě (je-li k dispozici). Tečkami je znázorněno pásmo $\pm\sigma_{\mathrm{EKF}}$ kolem odhadu výšky.



Obrázek 5.6: Dynamické měření č. 1 – naměřená pozice tagu v rovině x-y.



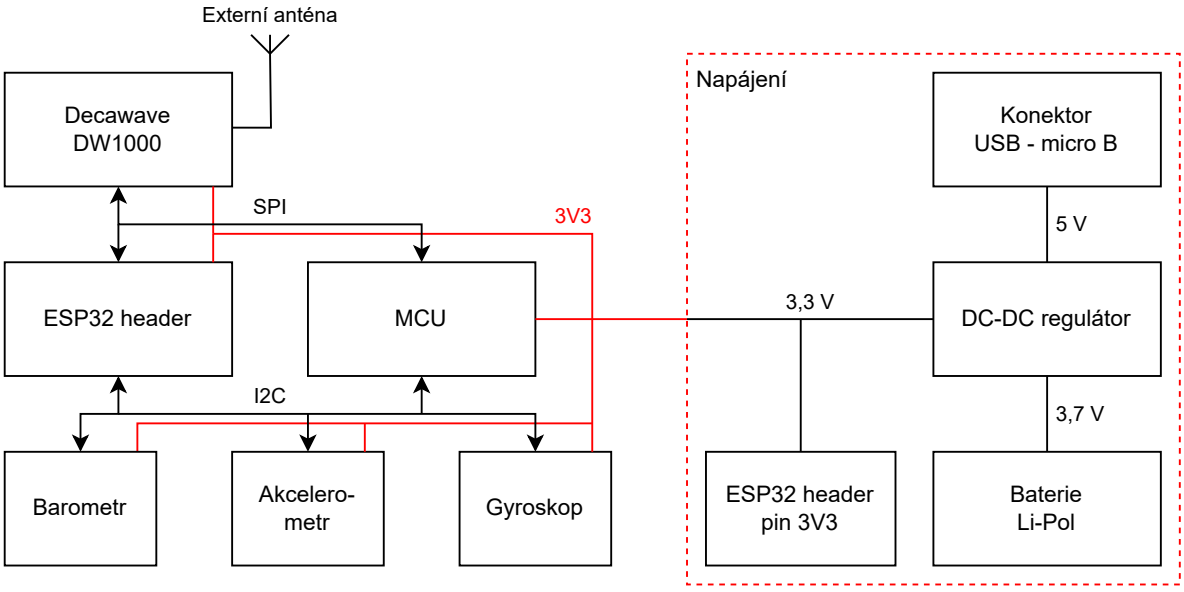
Obrázek 5.7: Dynamické měření č. 3 – výška. Tečkami je znázorněno pásmo $\pm\sigma_{\mathrm{EKF}}$ kolem odhadu.

6 Zařízení

Součástí této práce je hardwarový návrh tagu (uživatelského zařízení) ve formě blokového schématu. Blokové schéma, které bude možné v budoucnu použít pro design fyzického zařízení, lze nalézt na obrázku 6.1.

Pro UWB vysílání a příjem bude sloužit čip *Qorvo DW1000*[3]. Tento čip se již osvědčil v momentálně provozovaných UWB zařízeních (tazích i kotvách). *DW1000* komunikuje s mikrokontrolérem po sběrnici SPI. Čip pro vysílání a příjem rádiových vln využívá externí anténu.

Pro snímání atmosférického tlaku navrhujeme použít senzor *Bosch BMP390*, který se ze senzorů posuzovaných v kapitole 2 jeví nejvhodnější (viz tabulka 2.1). Poskytuje 4krát větší relativní přesnost než senzor *BMP280* použitý pro měření v kapitole 5 (3 Pa oproti 12 Pa), což dává naději na zvýšení přesnosti naměřené výšky. Speciální pozornost je třeba věnovat umístění barometrického senzoru. Pokud by se senzor nacházel v uzavřeném šasi, nemusel by dobře sledovat vzdušný tlak vně zařízení. Na druhou stranu není vhodné senzor bez ochrany vystavit na povrch zařízení. Jednak by hrozilo jeho mechanické poškození, jednak by byl náchylný na změny tlaku vlivem proudění vzduchu kolem zařízení (např. při pohybu). Jako vhodné řešení se jeví umístit senzor do šasi tak, aby dokázal sledovat změny vnějšího tlaku. Je možné, že běžné plastové šasi nebude dostatečně vzduchotěsné a provoz senzoru nijak neomezí, nicméně je třeba ověřit konkrétní konstrukční řešení. Také by bylo vhodné otestovat, zda se měření nezlepší po obalení senzoru molitanem, podobně jako se používají molitanové ochranné



Obrázek 6.1: Blokové schéma tagu

[3]Původním výrobcem čipu DW1000 je irská firma Decawave. Od roku 2020 společnost Decawave spadá pod výrobce integrovaných radiofrekvenčních řešení Qorvo.

kryty na mikrofon pro potlačení šumu větru. Senzor umožňuje komunikovat po sběrnici SPI nebo I2C. Volíme připojení pomocí I2C, neboť umožňuje snadno obsluhovat více zařízení (v našem případě více senzorů) a má postačující přenosovou rychlost. Kromě barometru se zařízení osadí také akcelerometrem a gyroskopem. Tyto senzory v budoucnu poskytnou další zdroj polohových dat, který bude vycházet z principu inerciální navigace.

Zařízení bude možné provozovat se 2 různými výpočetními jednotkami. Bude možné jednak osadit mikrokontrolér, jednak využít rozhraní pro připojení vývojového kitu *ESP32*. Použití vývojového kitu umožní snazší a rychlejší testování bez nutnosti vyvíjet firmware pro mikrokontrolér. Kit *ESP32* zároveň může tagu poskytnout napájení. Disponuje dvoujádrovým procesorem, 512 kB operační paměti, bezdrátovými technologiemi Wi-Fi a Bluetooth Low Energy a celou řadou dalších periferií. Jako mikrokontrolér pro tag volíme čip *EFM32GG12*[4] z řady EFM32 Giant Gecko Series 1 výrobce Silicon Labs. Jde o 32bitový kontrolér postavený na jádře ARM Cortex-M4. Kromě standardních sběrnic I2C a SPI podporuje také připojení USB, přičemž umožňuje provoz v režimu zařízení i hosta. Mikrokontrolér disponuje dostatečným výpočetním výkonem a pamětí pro výpočet polohy přímo na tagu, nedílnou součástí tohoto požadavku je práce s plovoucí řádovou čárkou.

Napájecí napětí celého zařízení bude 3,3 V. Při použití *ESP32* je toto napětí k dispozici přímo na vývojovém kitu. Pro samostatný provoz bude zařízení disponovat lithium-polymerovou baterií, kterou lze nabíjet z konektoru USB typu micro-B.

Odhadnutou polohu musí být zařízení schopno předat pro další využití. Komunikační rozhraní pro předání polohy je nutno přizpůsobit dané aplikaci. Data lze bezdrátově odesílat do PC, kde je lze dále zpracovávat, zobrazovat nebo ukládat. Alternativním přístupem je ukládání dat do lokální paměti (např. na paměťovou kartu MicroSD). Oba zmíněné postupy ovšem potlačují jednu z výhod A2T lokalizace – skutečnost, že poloha je k dispozici okamžitě přímo na lokalizovaném zařízení. Pro přímé využití odhadu polohy by zařízení muselo být výrazně komplexnější a například zobrazovat odhad polohy na displeji nebo podle polohy řídit svůj vlastní pohyb.

[4] Konkrétně EFM32GG12B410F1024GQ64-A.

7 Závěr

V práci byly prozkoumány možnosti odhadu výšky pomocí barometrických senzorů. Věnovali jsme se především fúzi barometrických dat s daty Ultra-wideband (UWB) lokalizačního systému a posouzení přínosu barometrického měření pro přesnost lokalizace.

Nejprve jsme stanovili model pro výpočet výškového rozdílu dvou bodů v prostoru ze vzdušných tlaků v těchto bodech. Bylo zjištěno, že výškový rozdíl není závislý pouze na atmosférických tlacích, ale také na teplotě a vlhkosti vzduchu a na gravitačním zrychlení. Z provedené citlivostní analýzy vyplynulo, že vlhkost vzduchu a gravitační zrychlení lze nahradit předem odhadnutou konstantou, protože jejich změny mají malý vliv na celkový výstup.

V další části jsme popsali indoor lokalizační systém, který měl být rozšířen o barometrická měření. Z několika možných variant bylo zvoleno, že barometrická měření implementujeme pro systém Anchor-to-Tag Time Difference of Arrival (A2T TDoA). V tomto režimu tag přijímá zprávy od kotev a určuje svou polohu na základě rozdílu v časech přijetí.

Dále bylo třeba vyvinout a implementovat algoritmus, který z naměřených dat vypočítá odhad polohy. Představili jsme 2 možné přístupy. Prvním je odhad z měření pro každou epochu zvlášť pomocí iterativního Levenbergova-Marquardtova algoritmu. Druhý přístup spočívá ve filtraci dat rozšířeným Kálmánovým filtrem (EKF). EKF bere v potaz nejen současné měření, ale také stav systému v předchozí epoše. Pro zpracování dat byl nakonec zvolen EKF, protože kromě polohy dokáže odhadovat také drift hodin kotev a tagu, což je pro A2T lokalizaci nezbytný údaj.

Po teoretické přípravě a testování algoritmů na simulovaných datech jsme přešli k praktickému měření. Nejprve byla provedena kalibrace barometrických senzorů. Ta se ukázala jako naprosto nezbytná, neboť při umístění senzorů blízko sebe a do stejné výšky se jejich výstup v průměru lišil o zhruba 25 Pa. To odpovídá výškovému rozdílu asi 2 m. Následovala sada měření, kdy jsme lokalizovali statický i pohyblivý tag a různě měnili jeho výšku. Naměřená data byla zpracována pomocí EKF, polohy byly odhadnuty zvlášť pro samotná UWB data a pro UWB data doplněná o barometrická měření. Porovnáním výsledků bylo zjištěno, že doplnění lokalizačního systému o barometrická měření snížilo směrodatnou odchylku chyby odhadu na hodnoty kolem 0,2 m. Dalo by se tedy říci, že odhadnutá výška stabilněji kopíruje skutečný stav. Barometrická měření ovšem trpí výrazným offsetem, což se projevilo i v odhadnutých výškách. Střední hodnota chyby odhadu výšky se pohybuje kolem 0,6 m. Tento offset se kalibrací odstranit nepodařilo. Podobnému offsetu podléhají i výstupy ze samotného UWB, ale měření jsou naprosto nezávislá a očekáváme u nich odlišné zdroje systematické chyby.

Původ systematické chyby barometrického měření v tuto chvíli není znám. V úvahu připadá nedokonalost senzorů nebo vliv prostředí, který se nám nepodařilo při měření zaznamenat (např. proudění vzduchu v místnosti). Bylo by vhodné prozkoumat, nakolik budou měření ovlivněna při otevření okna, intenzivnějším pohybu osob v místnosti nebo provozu vzduchotechniky, neboť toto všechno ovlivňuje aplikovatelnost systému v reálných podmínkách. Bezprostředně navazujícím projektem bude nicméně návrh obvodu a sestavení tagu disponujícího barometrickým senzorem podle blokového schématu z kapitoly 6.

Literatura

[1] LENTE, Gábor; ŐSZ, Katalin. Barometric formulas: various derivations and comparisons to environmentally relevant observations. *ChemTexts*. 2020, roč. 6, č. 2. Dostupné z DOI: 10.1007/s40828-020-0111-6.

[2] JAŇOUR, Zbyněk. *Modelování mezní vrstvy atmosféry*. Praha: Academia, 2019. ISBN 978-80-200-2854-9.

[3] AMBAUM, Maarten H. P. In: *Thermal Physics of the Atmosphere*. Newark: Wiley, 2010, s. 98. ISBN 978-0470-74515-1.

[4] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2003. ISBN 978-80-7196-264-9.

[5] BOLANAKIS, Dimosthenis. *MEMS Barometers Toward Vertical Position Detection: Background Theory, System Prototyping, and Measurement Analysis*. Springer Nature, 2022. ISBN 978-3-031-79573-2. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-031-79573-2.

[6] SMITH, Steven W. Statistics, Probability and Noise. In: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. Second Edition. California Technical Publishing, 1999, s. 11–34. ISBN 0-9660176-7-6.

[7] BOLLMEYER, Christian et al. Precise indoor altitude estimation based on differential barometric sensing for wireless medical applications. In: *2013 IEEE International Conference on Body Sensor Networks*. 2013, s. 1–6. Dostupné z DOI: 10.1109/BSN.2013.6575485.

[8] *MS5637-02BA03* [online]. Measurement Specialties, Inc., a TE Connectivity company, 2017-06. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://bit.ly/te_ms5637_datasheet.

[9] Atmospheric pressure. *Encyclopædia Britannica* [online]. 2023 [cit. 2023-11-28]. Dostupné z: https://www.britannica.com/science/atmospheric-pressure.

[10] *BMP280 - Data sheet* [online]. Rev. 1.26. Bosch Sensortec GmbH, 2021. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://www.bosch-sensortec.com/media/boschsensortec/downloads/datasheets/bst-bmp280-ds001.pdf.

[11] *BMP390 - Data sheet* [online]. Rev. 1.7. Bosch Sensortec GmbH, 2021. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://www.bosch-sensortec.com/media/boschsensortec/downloads/datasheets/bst-bmp390-ds002.pdf.

[12] *LPS22HH* [online]. Rev 2. STMicroelectronics, 2019-02. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://www.st.com/en/mems-and-sensors/lps22hh.html.

[13] *ICP-20100* [online]. Revision 1.4. InvenSense, a TDK Group Company, 2022-08. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2022/08/DS-000416-ICP-20100-v1.4.pdf.

[14] *DPS310* [online]. V1.2. vyd. Infineon Technologies AG, 2020-10. [cit. 2023-12-03]. Dostupné z: https://bit.ly/icp-20100_datasheet.

[15] IEEE Standard for Low-Rate Wireless Networks. *IEEE Std 802.15.4-2020 (Revision of IEEE Std 802.15.4-2015)*. 2020, s. 1–800. Dostupné z DOI: 10.1109/IEEESTD.2020.9144691.

[16] GHAVAMI, M.; KOHNO, R.; LACHLAN, M. *Ultra Wideband Signals and Systems in Communication Engineering*. New York: Wiley, 2005. ISBN 9780470867518.

[17] *EN 302 065-1: Short Range Devices (SRD) using Ultra Wide Band technology (UWB); Harmonised Standard covering the essential requirements of article 3.2 of the Directive 2014/53/EU; Part 1: Requirements for Generic UWB applications*. V2.1.1. vyd. 2016. Dostupné také z: https://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302000_302099/30206501/02.01.01_60/en_30206501v020101p.pdf.

[18] KRŠKA, Josef. *Hyperbolic positioning in UWB networks with non-transmitting tag*. Praha, 2021. Dipl. pr. Czech Technical University in Prague.

[19] HAŠEK, Roman; PECH, Pavel. In: *Kvadratické plochy a jejich reprezentace v programu Maple*. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2010, s. 78–82. Dostupné také z: http://home.pf.jcu.cz/~kvadriky/kniha/Kvadriky_kniha.pdf.

[20] NAVRÁTIL, V. et al. Chained wireless synchronization algorithm for UWB-TDOA positioning. In: *2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*. 2018, s. 149–157. Dostupné z DOI: 10.1109/PLANS.2018.8373376.

[21] NAVRÁTIL, Václav; KRŠKA, Josef; VEJRAŽKA, František. Concurrent Bidirectional TDoA Positioning in UWB Network With Free-Running Clocks. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2022, roč. 58, č. 5, s. 4434–4450. Dostupné z DOI: 10.1109/TAES.2022.3161895.

[22] GAVIN, Henri P. *The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems*. Department of Civil a Environmental Engineering, Duke University, 2022. Dostupné také z: https://people.duke.edu/~hpgavin/ExperimentalSystems/lm.pdf.

[23] WERNER, Tomáš. Nelineární metoda nejmenších čtverců. In: *Optimalizace: Elektronická skripta předmětu B0B33OPT*. Katedra kybernetiky, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze, 2024.

[24] MADSEN, K.; NIELSEN, H. B.; TINGLEFF, O. *Methods for Non-Linear Least Squares Problems*. 2004. Dostupné také z: http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/edoc/imm3215.pdf.

[25] KRŠKA, Josef; NAVRÁTIL, Václav. Utilization of Carrier-Frequency Offset Measurements in UWB TDoA Positioning with Receiving Tag. *Sensors for Navigation and Control Systems*. 2023, roč. 23, č. 5. Dostupné z DOI: 10.3390/s23052595.

[26] KÁLMÁN, Rudolf E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering*. 1960, roč. 82, s. 35–45. Dostupné z DOI: 10.1115/1.3662552.

[27] SIMON, Dan. The discrete-time Kalman filter. In: *Optimal State Estimation*. John Wiley & Sons, Inc., 2006. ISBN 9780471708582.

[28] KIM, Youngjoo; BANG, Hyochoong. *Introduction to Kalman Filter and Its Applications*. InTechOpen, 2018. Dostupné z DOI: 10.5772/intechopen.80600.

[29] WELCH, Greg; BISHOP, Gary. *An Introduction to the Kalman Filter* [online]. University of North Carolina at Chapel Hill, 2001. [cit. 2024-05-03]. Dostupné z: https://sreal.ucf.edu/wp-content/uploads/2017/02/Welch2001.pdf.