

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyzikální elektroniky



Vývoj pyramidového sensoru vlnoplochy pro aplikaci v laserové technice

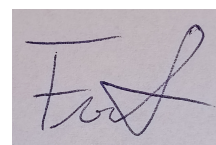
Diplomová práce

Autor práce: Ondřej Foršt
Vedoucí práce: Ing. Jan Pilař, PhD.
Konzultant: Prof. Ing. Ivan Richter, PhD.
Rok: 2023/2024

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze dne 1.5. 2024

A square image containing a handwritten signature in black ink. The signature is stylized and appears to read 'Foršt'.

Ondřej Foršt

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Janu Pilařovi, PhD. za cenné rady, ochotu, velkou dávku trpělivosti, čas věnovaný konzultacím a věcné komentáře a poznámky týkající se formální i obsahové stránky této práce.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Foršt** Jméno: **Ondřej** Osobní číslo: **476698**
Fakulta/ústav: **Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra fyzikální elektroniky**
Studijní program: **Fyzikální elektronika**
Specializace: **Laserová fyzika a technika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Vývoj pyramidového sensoru vlnoplochy pro aplikaci v laserové technice

Název diplomové práce anglicky:

Development of pyramid wavefront sensor for applications in lasers

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se se základy Fourierovské optiky, především pak vzájemným vztahem mezi blízkou a vzdálenou zónou. Soustřeďte se na specifika simulace laserového svazku.
- 2) Připravte modelové prostředí v programovém prostředí MATLAB nebo podobném tak, aby bylo možné simulovat pyramidový sensor vlnoplochy.
- 3) Použijte vyvinuté prostředí k simulaci signálů na sensoru pro různé aberace vstupního pole a demonstруйте správnou funkci rekonstrukčního algoritmu.
- 4) Seznamte se s principem funkce, komponenty a konstrukcí pyramidového sensoru vlnoplochy.
- 5) Navrhněte pyramidový sensor vlnoplochy včetně druhu modulace a vhodných parametrů jeho komponent. Sestavte pyramidový sensor vlnoplochy dle návrhu.
- 6) Proveďte experimentální ověření funkce sensoru srovnáním s komerčně dostupnou alternativou.
- 7) Použijte pyramidový sensor vlnoplochy pro měření vlnoplochy laserového svazku.

Seznam doporučené literatury:

- [1] R. Ragazzoni, "Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism," Journal of Modern Optics, vol. 43, no. 2, pp. 289-293, Feb 1996, doi: 10.1080/09500349608232742.
- [2] R. Ragazzoni, E. Diolaiti, and E. Vernet, "A pyramid wavefront sensor with no dynamic modulation," (in English), Optics Communications, Article vol. 208, no. 1-3, pp. 51-60, Jul 2002, Art no. Pii s0030-4018(02)01580-8, doi: 10.1016/s0030-4018(02)01580-8.
- [3] P. Fiala, I. Richter, and České vysoké učení technické v Praze. Jaderná a fyzikálně inženýrská fakulta, Fyzikální optika, Vyd 2., přeprac. ed. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005, p. 208 s.
- [4] J. W. Goodman, Introduction to Fourier optics, 3rd ed. Englewood: Roberts & Company, 2005, pp. xviii, 491 s.
- [5] J. Pilar, "Adaptive optics for high average-power laser systems," PhD. Thesis, Department of Physical Electronics, Czech Technical University, Prague, 2017.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Jan Pilař, Ph.D. HiLASE FzÚ AV ČR v.v.i.

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

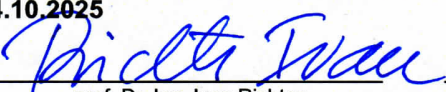
prof. Dr. Ing. Ivan Richter katedra fyzikální elektroniky FJFI


Datum zadání diplomové práce: **04.10.2023**

Termín odevzdání diplomové práce: **10.05.2024**

Platnost zadání diplomové práce: **04.10.2025**


Ing. Jan Pilař, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce


prof. Dr. Ing. Ivan Richter
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


doc. Ing. Václav Čuba, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

29. 11. 2023

Datum převzetí zadání



Podpis studenta

Název práce: Vývoj pyramidového sensoru vlnoplochy pro aplikaci v laserové technice

Autor: Ondřej Foršt

Obor: Fyzikální elektronika

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Jan Pilař, PhD., Laserové centrum HiLASE, AV ČR, v. v. i, Dolní Břežany

Konzultant: Prof. Ing. Ivan Richter, PhD.

Abstrakt: Tato práce se zabývá vývojem pyramidového sensoru vlnoplochy, jeho konstrukcí a simulací. Byly představeny dva numerické modely pro simulaci odezvy dynamicky a staticky modulovaného pyramidového sensoru vlnoplochy. První model byl postaven na základě Fourierovské optiky pro dynamicky modulovaný sensor a druhý model byl postaven na základě geometrické optiky a sledování svazku pro staticky modulovaný sensor. Správná funkce modelů byla ověřena a porovnána s dostupnou literaturou. Byl navržen a sestaven experiment, pro ověření funkce dynamicky a staticky modulovaného sensoru. Funkce sensoru byla experimentálně ověřena a porovnána s komerčně dostupným Shack-Hartmannovým senzorem vlnoplochy pro dynamickou a statickou modulaci při měření vlnoplochy laserového záření.

Klíčová slova: Pyramidový sensor vlnoplochy, Shack-Hartmannův sensor vlnoplochy, vlnoplocha, geometrická optika, sledování paprsku, Fourierovská optika, blízké pole, vzdálené pole, Fourierova transformace, Zernikovy polynomy

Title: Pyramid wavefront sensor development for application in laser technology

Abstract: This thesis deals with development and numerical simulation of the pyramid wavefront sensor. Two numerical models were proposed. One was used to simulate a wavefront sensor with dynamic modulation based on the description of Fourier optics. The other was used to simulate a wavefront sensor with static modulation based on the description of geometric optics and ray tracing. Results of the simulations were compared with current literature. Experimental measurement of laser wavefront with pyramid wavefront sensor with dynamic and static

modulation was proposed and was successfully conducted. Results from the measurements were compared to commercially available Shack-Hartmann wavefront sensor.

Key words: Pyramid wavefront sensor, Shack-Hartmann wavefront sensor, wavefront, geometrical optics, ray tracing, Fourier optics, near field, far field, Fourier transform, Zernike polynomials

Obsah

Úvod	10
Teoretická část	12
1 Matematický základ	13
1.1 Geometrická optika	13
1.2 Vlnová optika	22
1.3 Aberace vlnoplochy	28
2 Senzory vlnoplochy	33
2.1 Senzory vlnoplochy	33
2.2 Focaultův test na ostré hraně	34
2.3 Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy	39
3 Pyramidový senzor vlnoplochy	42
3.1 Konstrukce pyramidového senzoru	42
3.2 Princip měření vlnoplochy	46
4 Modelování pyramidového senzoru vlnoplochy	50
4.1 Numerický model na základě vlnové optiky	51
4.2 Numerický model na základě geometrické optiky	61
Praktická část	69
5 Modely pro simulaci senzoru	70
5.1 Výsledky numerické simulace dynamicky modulovaného senzoru	70
5.2 Výsledky numerické simulace staticky modulovaného senzoru	79
6 Experimentální ověření funkce senzoru	85
6.1 Sestavený senzor vlnoplochy	85
6.2 Výsledky měření na sestaveném senzoru	88

7	Diskuze a závěr	99
8	Příloha	102
8.1	Tabulky výsledků měření na dynamicky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy	102
8.2	Tabulka výsledků měření na staticky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy	110
	Bibliografie	116

Úvod

Cílem této práce je vyvinout funkční pyramidový senzor vlnoplochy. Za tímto účelem vyvineme numerické modely, kterými budeme pyramidový senzor simulovat. Pro vyvinutí modelů bude důležité seznámení se se základy Fourierovské a geometrické optiky, funkcí a konstrukcí pyramidového senzoru vlnoplochy. První napsaný model je postaven na základě geometrické optiky a sledování paprsku a druhý na základě vlnové a Fourierovské optiky. Modelů využijeme pro návrh experimentální soustavy a pro ověření správné funkce sestaveného pyramidového senzoru vlnoplochy.

V teoretické části této práce seznámíme čtenáře s matematickými základy týkající se napsaných numerických modelů a senzorů vlnoplochy. Postulujeme základní principy geometrické optiky a odvodíme transformační vztahy paprsků pro jednoduché optické prvky. Dále se budeme věnovat základům vlnové optiky a vysvětlíme pojem komplexní amplituda a zaměříme se na popis průchodu svazku optickou soustavou z hlediska Fourierovské optiky. Zavedeme pojem vlnoplocha a představíme Zernikovy polynomy, které pro její popis budeme v této práci využívat. Vysvětlíme princip měření vlnoplochy pyramidovým senzorem vlnoplochy.

Budeme se věnovat návrhu komponent a popisu funkce pyramidového senzoru vlnoplochy, který budeme simulovat napsanými numerickými modely. Popíšeme vliv modulace na vlastnosti senzoru a jak modulaci budeme modelovat. Představíme model senzoru s dynamickou modulací na základě Fourierovské optiky a model senzoru se statickou modulací na základě geometrické optiky.

V praktické části se budeme věnovat výsledkům napsaných numerických modelů pro simulaci odezvy modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy. Budeme simulovat odezvu modulovaného senzoru na vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikových polynomů, ukážeme vliv modulace na funkci senzoru a popíšeme odezvu z hlediska oblasti linearitu a saturace měřených hodnot.

V poslední části popíšeme sestaveno experimentální aparaturu, charakterizujeme pyramidu, popíšeme postup měření a zpracování naměřených dat a budeme prezentovat výsledky provedených experimentů. Celkem budou prezentovány tři experimenty, dva pro dynamicky modulovaný senzor s dvě velikostmi modulace a jeden pro staticky modulovaný senzor.

Teoretická část

1 Matematický základ

V této kapitole se budeme věnovat teoretickým základům optiky, které se týkají napsaných numerických modelů a funkce sestaveného senzoru. Světlo budeme brát jako klasickou elektromagnetickou vlnu a zaměříme se na popis šíření světla optickou soustavou. V této práci se nebudeme věnovat polarizaci a magnetické části elektromagnetické vlny.

Na popis šíření světla se lze dívat více způsoby, můžeme například světlo popisovat jako vlnu, která má směr, amplitudu, fázi a vlnovou délku, nebo můžeme zvolit zjednodušený popis geometrické optiky. Zjednodušení spočívá v tom, že místo vlny budeme popisovat šíření světla paprsky, které mají stejný směr šíření, ale už nemají amplitudu, fázi ani vlnovou délku.

Obou přístupů v této práci využijeme. Každý představuje základ pro jeden ze dvou napsaných numerických modelů, které popisují vlastnosti pyramidového senzoru vlnoplochy.

1.1 Geometrická optika

Optika je fyzikální odvětví, které má bohatou a dlouhou historii plnou významných osobností jako jsou Euklides, Kepler, Newton, Fresnel, Einstein, a další. Popis světla se vyvíjel a měnil, od starých Řeků, přes vlnovou teorii světla až dospěl k modernímu pojetí světla jako souboru částicově a vlnově duálních fotonů s kvantovanou energií. [1]

V této části se budeme věnovat geometrické optice, která je aproximací vlnové elektromagnetické teorie světla. Geometrická optika se zabývá odrazem a lomem světla a jeho šířením. Šíření světla je v tomto přiblížení popisováno svazkem paprsků. Paprsek je dráha, po které se světlo šíří, je nekonečně tenký a v homogenním prostředí je přímočarý. Paprsky se navzájem neovlivňují, ani při jejich protnutí. Šíření světla podél paprsku lze popsat pouze jednoduchými geometrickými vztahy. Pokud se světlo šíří skrz prostředí, můžeme definovat pojem optická

dráha jako křivkový integrál součinu elementu geometrické dráhy ds a indexu lomu v prostředí n přes geometrickou dráhu z bodu s_1 do bodu s_2

$$l = \int_{s_1}^{s_2} n(x, y, z) ds , \quad (1.1)$$

kde s_1 a s_2 je počátek a konec paprsku, $n(x, y, z)$ index lomu prostředí, kterým světlo prochází a ds je malá změna geometrické dráhy. [2] [3]

Geometrickou optiku lze vybudovat axiomaticky, jedním ze základních axiomů geometrické optiky je Fermatův princip, který říká, že optická dráha je stacionární vůči malým změnám geometrické dráhy. Stacionarita znamená, že optická dráha je buď maximální nebo minimální vzhledem k malým změnám geometrické dráhy ds , neboli, že derivace dráhy je nulová

$$\frac{dl}{dx} = 0 , \quad (1.2)$$

kde jsme pro jednoduchost předpokládali, že dráha paprsku leží celá v rovině nákresny. Tento princip se také často formuluje tak, že světlo se pohybuje po dráze mezi dvěma body tak, aby čas za který dorazí z počátku do konce byl minimální. [3]

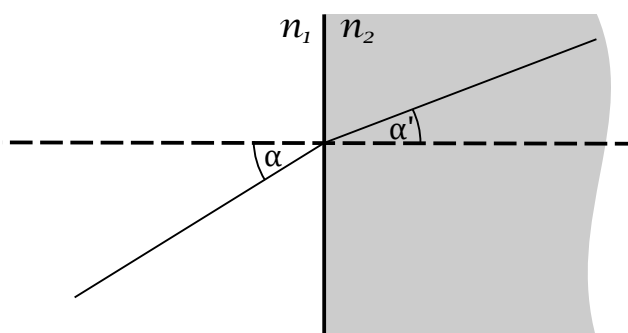
Fermatův princip vysvětluje, jak paprsek mění směr šíření světla při průchodu rozhraním mezi vzduchem a vodou. Světlo se pohybuje ve vodě pomaleji, než ve vzduchu, tudíž čas za který by světlo urazilo dráhu mezi dvěma body ve vzduchu je kratší, než čas za který by urazilo tu samou dráhu ve vodě. Pokud by se mezi body nacházelo rozhraní vzduch voda, musel by se paprsek na rozhraní zalomit. Pro přímočarou dráhu mezi oběma body by totiž optická dráha byla delší.

Lom paprsku na rozhraní dvou prostředí se řídí Snellovým zákonem lomu

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 , \quad (1.3)$$

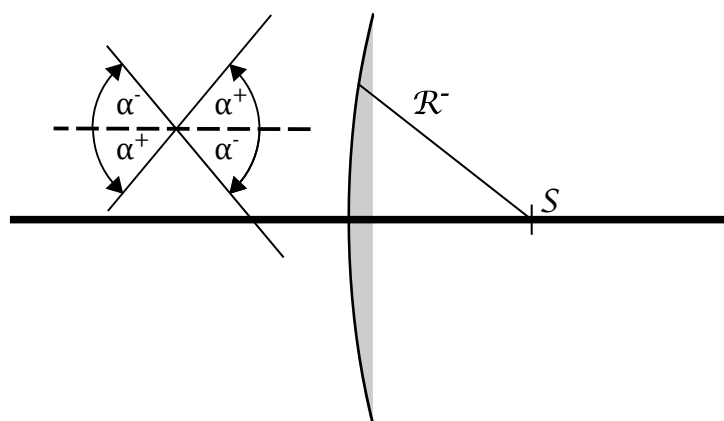
kde n_1 a n_2 jsou indexy lomů prostředí a α_1 a α_2 úhel dopadu a úhel lomu dopadajícího paprsku a paprsku prošlého rozhraním. Snellův zákon je další z důležitých vztahů geometrické optiky a je ilustrován na Obr. 1.1.

V tomto bodě bude vhodné zavést znaménkovou konvenci. V této práci se budeme držet znaménkové konvence vyplývající z pravotočivé soustavy souřadnic, přičemž kladný směr šíření definujeme v kladném směru osy z , kterou nazveme



Obrázek 1.1: Snellův zákon lomu (1.3), kde $n_1 < n_2$ jsou indexy lomu prostředí a α a α' úhel dopadu a lomu.

optickou osou. Úhly měříme vždy orientovaně jako ostré úhly, ty které jsou od osy měřeny proti směru hodinových ručiček budeme považovat za kladné. Tato konvence bude výhodná při popisu šíření paprsku optickou soustavou, protože při kladném úhlu bude derivace, tedy směrnice paprsku, také kladná. Poloměry kulových ploch budou vyznačovány od středu křivosti na optické ose a znaménko bude kladné, pokud je poloměr odečítán ve směru osy a záporný pokud proti směru osy. Ohniskové vzdálenosti budou brány jako kladné, pokud je čočka konvexní a fokusuje a záporné, pokud je čočka konkávní a rozptyluje. Znaménková konvence je ilustrována na Obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Ilustrace znaménkové konvence, kde α^+ značí kladně orientovaný úhel α^- záporně orientovaný úhel, bod S střed křivosti a R^- záporně orientovaný poloměr křivosti v souladu se zavedenou znaménkovou konvencí.

1.1.1 Optická soustava

Optická soustava je soubor optických prvků, například čoček, hranolů, apertur, aj. V této části popíšeme základní vlastnosti optických soustav a uvedeme je pro konkrétní soustavu Keplerova teleskopu, který hraje klíčovou roli při konstrukci pyramidového senzoru vlnoplochy.

Optická soustava je zobrazovací, pokud existuje předmětová rovina, která se zobrazí na obrazovou rovinu. Uvažujme jeden bod v předmětové rovině. Pokud se všechny paprsky prošlé soustavou vycházející z tohoto bodu protnou v jednom bodě v obrazové rovině hovoříme o dokonalém zobrazení a tyto dva body nazýváme sdružené. Tímto způsobem je možné přiřadit každý bod předmětové roviny každému bodu obrazové roviny. Mezi nejjednodušší zobrazovací soustavy patří tenká čočka. Taková čočka má zanedbatelnou tloušťku oproti svému poloměru křivosti a tudíž se bere jako nekonečně tenká.

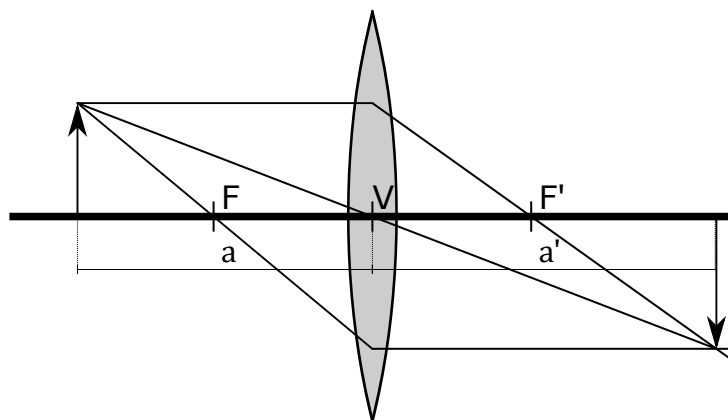
Při popisu zobrazovací ideální optické soustavy s dokonalým zobrazením, potřebujeme pro každý bod předmětu alespoň dva paprsky, které se protnou v obrazové rovině a dají tak polohu obrazu předmětového bodu. Je výhodné zvolit si tyto dva paprsky tak, abychom mohli určit jejich směr z definice. Můžeme využít toho, že paprsky dopadající na čočku paralelně s optickou osou se dále budou šířit směrem do ohniska a naopak paprsky, které prošly ohniskem se zalomí na rozhraní tak, aby směr byl opět paralelní k optické ose. Tyto paprsky se nazývají hlavní paprsky. Zobrazení tenkou čočkou je nakresleno na Obr. 1.3.

Každý systém může mít předmětových a obrazových rovin mnoho. Jejich polohy jsou však pevně spojeny podle zobrazovací rovnice. Zobrazovací rovnice tenké čočky má pro soustavu na Obr. 1.3 tvar

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{f_1}, \quad (1.4)$$

kde a_1 je vzdálenost předmětové roviny od vrcholu čočky V , a'_1 vzdálenost obrazové roviny od vrcholu čočky V a $1/f_1$ optická mohutnost čočky. [4] [3]

Teleskop je další jednoduchou zobrazovací soustavou skládající se z dvou čoček, které mají ohniska v jednom bodě. Zobrazovací rovnici teleskopu lze odvodit ze zobrazovací rovnice čočky tak, že nejprve zobrazíme předmět vstupní čočkou a poté zobrazíme obraz jako předmět výstupní čočky. Zobrazovací rovnici výstupní



Obrázek 1.3: Zobrazení čočkou, kde F a F' jsou předmětové a obrazové ohnisko tenké čočky, V vrchol tenké čočky a a a a' jsou předmětová a obrazová vzdálenost. Poloha obrazu byla nalezena grafickou metodou pomocí sledování hlavních paprsků.

čočky teleskopu lze zapsat jako

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_2}, \quad (1.5)$$

kde a_2 je vzdálenost obrazu vstupní čočky od vrcholu výstupní čočky, a'_2 hledaná obrazová vzdálenost a f_2 ohnisková vzdálenost výstupní čočky teleskopu. Předmětovou vzdálenost a_2 získáme ze zobrazovací rovnice vstupní čočky (1.4) jako

$$a_2 = f_1 + f_2 - a'_1 = f_1 + f_2 - \frac{f_1 a_1}{a_1 - f_1}, \quad (1.6)$$

kde f_1 a f_2 jsou ohniskové vzdálenosti vstupní a výstupní čočky teleskopu, a'_1 obrazová vzdálenost vstupní čočky a a_1 předmětová vzdálenost vstupní čočky.

Polohu předmětové a obrazové roviny teleskopu můžeme určit podle vztahů (1.5) a (1.6). Mějme předmětovou vzdálenost rovnou ohniskové vzdálenosti vstupní čočky $a_1 = f_1$, pak bude předmětová vzdálenost výstupní čočky dle (1.6) nekonečno $a_2 = \infty$. Dosadíme-li a_2 do vztahu (1.5), získáme obrazovou vzdálenost rovnou ohniskové vzdálenosti výstupní čočky $a'_2 = f_2$. Takže pro předmětovou rovinu teleskopu ležící v ohnisku vstupní čočky bude ležet obrazová rovina v ohnisku výstupní čočky.

Ze vztahů (1.5) a (1.6) lze analogickým způsobem zjistit, že při oddálení předmětové roviny teleskopu se obrazová rovina teleskopu přibližuje k vrcholu výstupní čočky a naopak.

1.1.2 Šíření paprsku optickou soustavou

Z definice paprsku již víme, že paprsek je v homogenním prostředí přímočarý. Pokud se změní index lomu prostředí, ve kterém se paprsek pohybuje, změní paprsek svoji dráhu v souladu z Fermatovým principem stacionarity optické dráhy (1.2). V této práci se budeme věnovat pouze skokovým změnám indexu lomu prostředí odpovídající rozhraní mezi dvěma látkami, kde úhel lomu splňuje Snellův zákon (1.3).

Pro jednoduchost budeme v této sekci popisovat šíření světla soustavou podle paprsku pouze v jedné rovině yz , kde kladný směr osy z bude optickou osou soustavy. Všechny vztahy lze pak triviálně rozšířit na soustavu souřadnou o třech osách, protože každý paprsek lze složit z jeho dvou kolmých projekcí rovin xz a yz , které se budou řídit vzorci uvedenými níže.

Paprsek budeme popisovat jako vektor o dvou souřadnicích. První souřadnice bude poloha paprsku y a druhá bude úhel u mezi optickou osou a paprskem, který bude udávat směr paprsku. Tento formalismus byl převzat z oblasti maticové optiky, která se často používá pro popis šíření svazku v optickém rezonátoru [5]. Paprsek \mathbf{p} můžeme zapsat ve vektorové formě

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} u \\ y \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

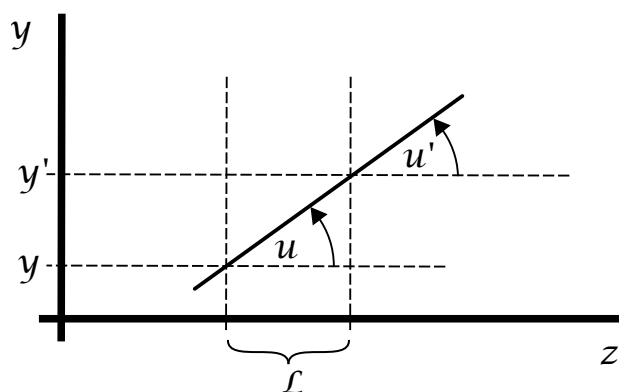
Interakce s optickými prvky tento vektor bude transformovat tak, aby jeho výška a úhel odpovídal výšce a úhlu paprsku v daném místě optické soustavy. Nyní popíšeme základní transformační vztahy, kterých budeme využívat v této práci.

Nejjednodušší transformační vztah je pro paprsek procházející skrze prostředí. V tomto případě nedochází ke změně směru paprsku, protože v homogenním prostředí je paprsek přímočarý. Bude se ale měnit výška paprsku. Transformační

vztahy tedy zapíšeme jako

$$\begin{aligned} u' &= u \\ y' &= y + L \tan(u) , \end{aligned} \quad (1.8)$$

kde čárkované souřadnice jsou souřadnice transformovaného paprsku a L je kolmá projekce délky prostředí na optickou osu. Průchod paprsku prostředím je znázorně na Obr. 1.4.



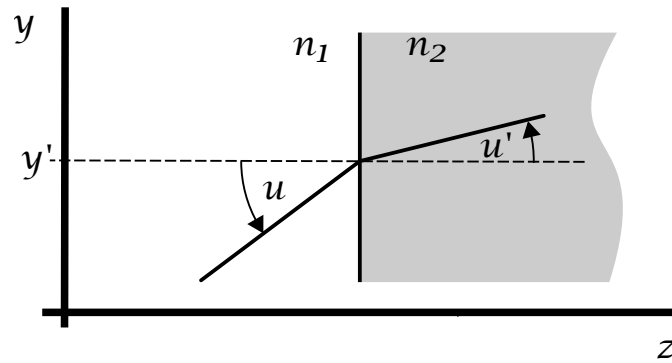
Obrázek 1.4: Průchod paprsku prostředím, dle vztahu (1.8) kde L je kolmá projekce délky prostředí na optickou osu. Směr paprsku u nemění, ale mění se pouze jeho výška y .

Dalším základním vztahem je lom na rozhraní, kde budeme vycházet ze Snellova zákona (1.3), kde se naopak nebude měnit výška paprsku, ale jeho směr

$$\begin{aligned} u' &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(u)\right) \\ y' &= y , \end{aligned} \quad (1.9)$$

kde n_1 je index lomu prostředí ve kterém paprsek dopadá na rozhraní a n_2 index lomu prostředí do kterého se paprsek láme jak je ilustrováno na Obr. 1.5.

Pokud je rozhraní dvou prostředí částí kulové plochy, resp. oblouku kružnice, můžeme odvodit transformační rovnici paprsku následujícím způsobem, který je ilustrován na Obr. 1.6. Mějme paprsek, který má směr u , naším cílem je zjistit, jaký úhel bude úhel lomu u' pro paprsek, který se zalomí na kulovém rozhraní. Pro odvození využijeme Snellova zákona lomu na rovinném rozhraní (1.3) a toho, že spojnice mezi středem křivosti plochy a bodem na ploše je na plochu kolmá.



Obrázek 1.5: Lom na rovinném rozhraní dle vztahu (1.9), kde se nemění poloha paprsku, ale mění se směr u na u' , kde n_1 a n_2 jsou indexy lomu prostředí.

Budeme tedy provádět lom na rovinném rozhraní, která je tečnou rovinnou kulové plochy v bodě dopadu paprsku.

Do Snellova zákona (1.3) dosadíme úhly φ a φ' , které můžeme také zapsat jako rozdíl

$$\begin{aligned}\varphi &= u - \gamma \\ \varphi' &= u' - \gamma ,\end{aligned}\tag{1.10}$$

kde u a u' jsou směry paprsků a γ je úhel jehož tangens je daný podílem polohy paprsku y a poloměru křivosti kulové plochy R

$$\gamma = \arctan\left(\frac{y}{R}\right)\tag{1.11}$$

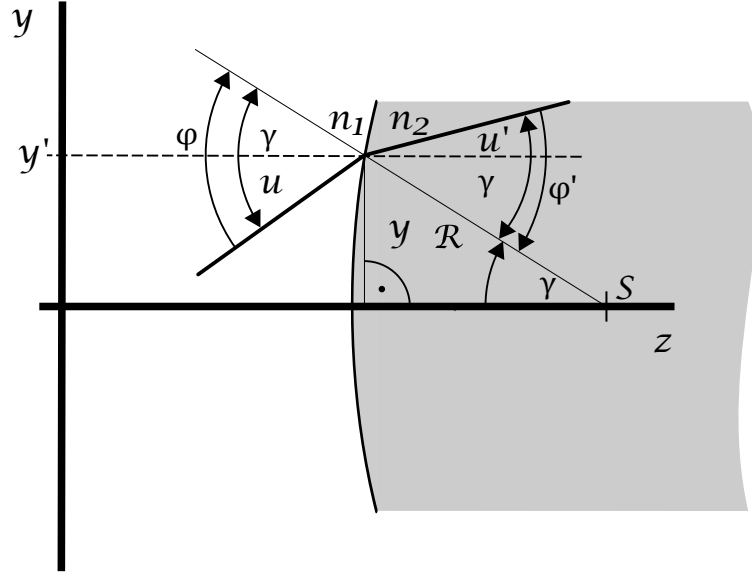
a dostáváme vztah podobný lomu na rovinném rozhraní (1.9)

$$\varphi' = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\varphi)\right) .\tag{1.12}$$

Dosadíme-li vztahy (1.10) a (1.11) do vztahu (1.12) a vyjádříme-li u' , dostáváme transformaci paprsku na kulovém rozhraní

$$\begin{aligned}u' &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin\left(u - \arctan\frac{y}{R}\right)\right) + \arctan\left(\frac{y}{R}\right) \\ y' &= y ,\end{aligned}\tag{1.13}$$

kde R je poloměr křivosti kulové plochy a n_1 a n_2 indexy lomu prostředí. Lom na kulovém rozhraní je zobrazen na Obr. 1.6.



Obrázek 1.6: Lom na kulovém rozhraní dle vztahu (1.13), kde se nemění poloha paprsku, ale mění se směr u na u' , γ je úhel daný poměrem polohy paprsku $y = y'$ a poloměru křivosti kulové plochy R , φ a φ' jsou úhly vstupující do Snellova zákona podle vztahu ((1.12)), S je střed křivosti a n_1 a n_2 jsou indexy lomu prostředí.

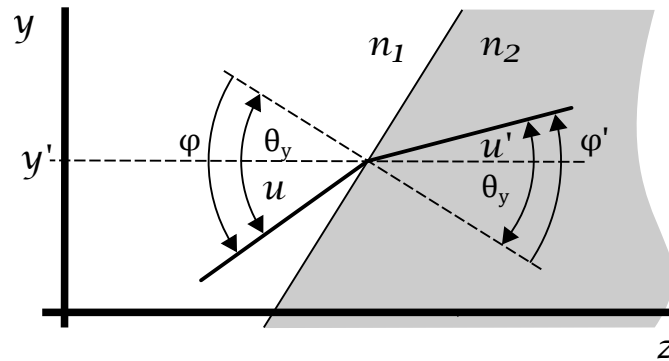
Pro účely naší práce budeme potřebovat transformační vztah pro rovinné rozhraní, které je natočené vůči optické ose. Toto nám umožní simulovat difúzní element a skleněnou pyramidu jako rovinné rozhraní natočené vzhledem k optické ose. Ilustrace k odvození transformačního vztahu je na Obr. 1.7. Opět využijeme Snellova zákona pro úhly φ a φ' (1.3) a substituci

$$\begin{aligned}\varphi &= u - \theta_y \\ \varphi' &= u' - \theta_y ,\end{aligned}\tag{1.14}$$

kde θ_y je úhel náklonu rozhraní vůči ose y a u a u' jsou směry dopadlého a lomeného paprsku. Po dosazení substituce (1.14) do Snellova zákona (1.3) dostáváme transformační vztah pro parsek procházející nakloněným rovinným prostředím

$$\begin{aligned}u' &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(u + \theta_y)\right) - \theta_y \\ y' &= y ,\end{aligned}\tag{1.15}$$

kde θ_y je úhel náklonu rozhraní vůči optické ose y a n_1 a n_2 indexy lomu prostředí.



Obrázek 1.7: Lom na nakloněném rozhraní dle vztahu (1.15), kde se nemění poloha paprsku, ale mění se směr u na u' , θ_y je úhel náklonu rozhraní vůči optické ose y , φ a φ' jsou úhly vstupující do Snellova zákona, S je střed křivosti a n_1 a n_2 jsou indexy lomu prostředí.

Pomocí těchto základních vztahů lze popsat všechny optické prvky simulované optické soustavy pro napsaný numerický model pyramidového senzoru vlnoplochy na základě geometrické optiky. Tenkou čočku lze popsat jako průchod dvěma kulovými rozhraními, skleněná pyramida jako průchod nakloněným rozhraním a rovinným rozhraním a difuzní prvek jako průchod nakloněným rozhraním.

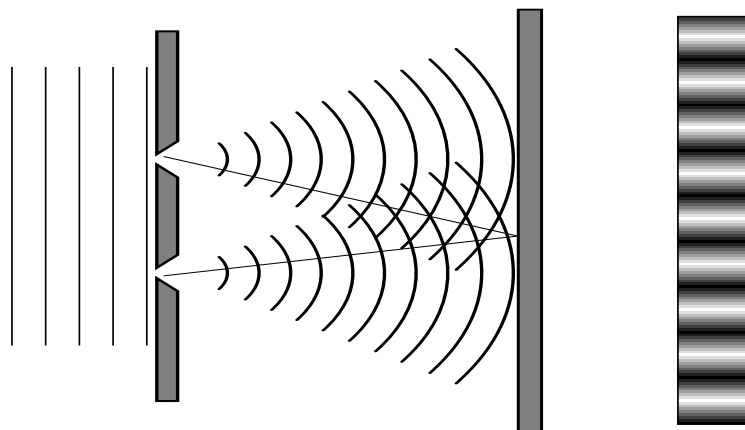
1.2 Vlnová optika

V této kapitole popíšeme teoretické základy, na kterých stavíme numerický model senzoru vlnoplochy s dynamickou modulací. Budeme se věnovat světlu jako elektromagnetické vlně, kterou popíšeme komplexní amplitudou a vysvětlíme spojitost mezi vlnovou optikou a Fourierovou transformací v rámci aplikace pro napsaný numerický model.

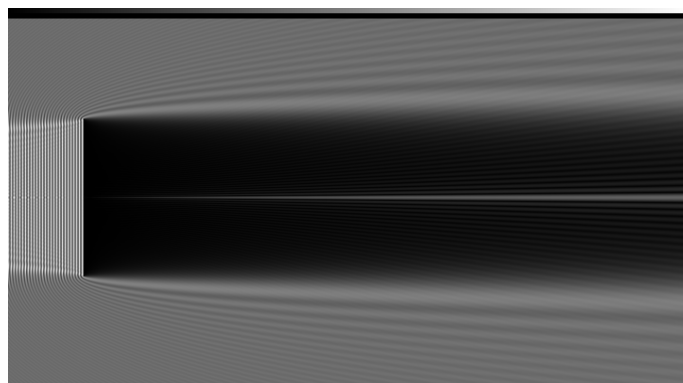
První popisy chování světla byly založeny na tzv. korpuskulární teorii světla, tedy že světlo se skládá z mnoha malých částic, které se pohybují po přímých čarách vysokou rychlostí. Tato představa se dá popsat výše napsanou geometrickou optikou. Tento přístup ale nevysvětloval všechna experimentální pozorování, například známý dvojštěrbínový experiment nebo Poissonovu skvrnu.

Youngův dvojštěrbínový experiment spočíval v tom, že se za zdroj světla postavily dvě štěrby, které byly blízko u sebe. Pokud by bylo světlo skutečně

složeno z mnoha částic, pak by na stínítku za štěrbinami měly být vidět dva ostře ohraničené sloupce o velikosti štěrbin. Pozorování však ale bylo zcela jiné. Na stínítku se objevil vzor, který se skládal z mnoha světlých a tmavých proužků. Schéma experimentu je zachyceno na Obr. 1.8. Poissonova, též Aragoova, skvrna je bílé místo uprostřed stínu, který vrhá clona postavená za zdroj záření. Ilustrace vzniku Poissonovy skvrny za stínítkem je na Obr. 1.9.[6]



Obrázek 1.8: Ilustrace Youngova dvojštěrbinového experimentu, kde vlna dopadá na dvě štěrbiny a na stínítku se vytváří charakteristické rozdělení intenzity. Převzato a upraveno z [7].



Obrázek 1.9: Vytváření Poissonovy, též Aragoovy, skvrny, světlého bodu uprostřed stínu vrženého stínítkem. Převzato a upraveno z [8].

Výsledky těchto experimentů lze vysvětlit tím, že světlo má charakter vlny, která podléhá difrakci. Difrakce je změna směru šíření vlny bez změny indexu lomu prostředí, například tím, že se do cesty vlny umístí překážka nebo štěrbin. Difrakce je nejvýraznější tehdy, když jsou rozměry překážky podobné vlnové délce difraktované vlny.

Vlnový charakter světla lze vysvětlit pomocí teorie elektromagnetizmu a popsat jako vlnění elektromagnetického pole. Pro odvození vlnové rovnice, podle které světlo jako vlna řídí, lze vycházet ze známých Maxwellových rovnic ve vakuu

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.16)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \quad (1.17)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (1.18)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0\mathbf{j} , \quad (1.19)$$

kde \mathbf{E} je intenzita elektrického pole, \mathbf{B} magnetická indukce, ρ hustota elektrického náboje, \mathbf{j} hustota elektrického proudu, ε_0 elektrická permitivita vakua, μ_0 magnetická permeabilita vakua a c_0 rychlost světla ve vakuu. [9]

Maxwellovy rovnice elegantně popisují vlastnosti a změny elektromagnetického pole. První rovnice (1.16) se nazývá Gaussův zákon a popisuje jak se elektrické pole chová v okolí elektrických nábojů. Operátor divergence značí, že elektrický náboj je zdrojem elektrického pole. Druhá rovnice (1.17) se nazývá Gaussův zákon pro magnetická pole a je ekvivalentní Gaussovu zákonu pro elektrické pole, až na pravou stranu, která je nulová. Nulová pravá strana znamená, že neexistuje magnetický monopol. Třetí rovnice (1.18) se nazývá Faradayův zákon indukce a říká, že změna toku magnetického pole dává vzniknout elektrickému poli a na druhou stranu točivé elektrické pole vyvolává časově proměnné magnetické pole. Čtvrtá rovnice (1.19) se nazývá Ampérův zákon, který říká, že elektrický proud dává vzniknout magnetickému poli, které se otáčí kolem proudu. [10]

Maxwellovy rovnice sice mají dalekosáhlé implikace a využití, ale my se v této práci budeme soustředit na vlnění elektrického pole. Vlnovou rovnici, jejíž řešení bude zkoumané vlnění, obdržíme z Maxwellových rovnic několika jednoduchými úpravami. Budeme předpokládat prostředí, které je bez proudů a nábojů, tedy $\mathbf{j} = 0$ a $\rho = 0$. Vyčerpávající odvození můžeme nalézt například v [11]. Vlnová rovnice má tvar parciální diferenciální rovnice

$$\operatorname{div} \operatorname{grad}\mathbf{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 . \quad (1.20)$$

Vlnová rovnice (1.20) má více řešení, například sférickou vlnu, gaussovský svazek a jiné. Důležitou vlastností vlnové rovnice je její linearita, což znamená, že součet řešení vlnové rovnice je také řešení. Nás však bude nejvíce zajímat řešení v podobě tzv. rovinné vlny. Toto řešení je zajímavé mimo jiné tím, že ve skutečnosti nemůže existovat, neboť rovinná vlna se rozpíná do nekonečna ve všech směrech a tudíž má i nekonečnou energii. Jak se ale ukáže je toto řešení vlnové rovnice velice užitečné, protože se rovinná vlna šíří triviálně, neboť s časem se mění pouze fáze vlny. A pro lineární systémy se může libovolná vstupní vlna rozložit na součet rovinných vln a výpočty se tím zjednoduší.

Harmonická rovinná vlna má tvar

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t + \varphi), \quad (1.21)$$

kde A je skalární amplituda vlnění, \mathbf{r} polohová souřadnice, \mathbf{k} vlnový vektor ve směru šíření vlny, ν frekvence vlnění, φ fázový posun a t čas. [12]

Pro popis periodického vlnění lze použít zápis v notaci komplexních čísel zvaný komplexní amplituda

$$U(x, y, z) = A_0(x, y, z) \exp(-i\theta(t)), \quad (1.22)$$

kde $A_0(x, y, z)$ je skalární amplituda a $\theta(t)$ se nazývá fáze a má rozměr úhlu, který se měří v radiánech. Komplexní exponenciála je periodická funkce s periodou 2π radiánů. Komplexní exponenciálu si lze představit jako vektor v komplexní rovině o velikosti $|A_0|$ a úhlem θ , který se v případě časové závislosti úhlu otáčí kolem středu s přibývajícím proti směru hodinových ručiček.

1.2.1 Difrakce a Fourierova transformace

Velkým rozdílem mezi napsanými numerickými modely na základě vlnové a geometrické optiky je, že model vlnové optiky v sobě zahrnuje difrakci, zatímco geometrická optika nikoli. Napsaný numerický model na základě vlnové optiky využívá difrakčních jevů, zejména pracuje s rozložením intenzity v ohnisku čočky.

Šíření obecného svazku je možné popsat difrakčním integrálem, který nemá obecné řešení pro všechny případy a je obtížné jej řešit. Pro zjednodušení výpočtů můžeme využít linearitu vlnové rovnice (1.20). Pro lineární systémy platí, že na

součet vstupů působí stejně jako kdyby působily na každou komponentu vstupu zvlášť,

$$\mathcal{L} \left\{ \sum_n u_n \right\} = \sum_n \mathcal{L} \{ u_n \} , \quad (1.23)$$

kde \mathcal{L} je lineární zobrazení a u_n komponenta vstupu. Pro účely popisu odezvy optické soustavy je vhodné zvolit komponenty jako monochromatické rovinné vlny, protože jejich šíření lze dobře popsat a také lze libovolný vstup popsat pomocí superpozice těchto vln.

Jednoduchým způsobem, jak rozložit obecnou vlnu do jejích frekvenčních komponent je použití Fourierovy transformace. Fourierova transformace je integrální transformace s exponenciálním jádrem daná vztahem

$$\mathcal{F}\{U(x, y)\} = U_f(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y) \exp [i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy , \quad (1.24)$$

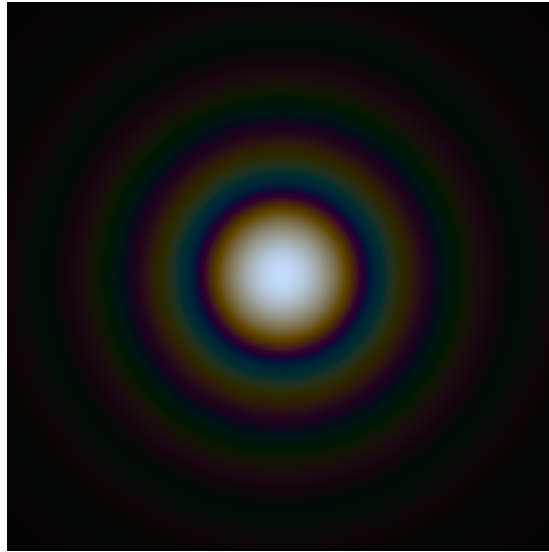
kde λ je vlnová délka, f_x a f_y jsou prostorové frekvence, jejichž jednotky jsou reciproké metry $1/m$ a U je vstupní komplexní amplituda ve tvaru (1.22). [12]

Ukazuje se, že fokusující čočky dokáží provádět Fourierovu transformaci vstupního svazku. V ohnisku vstupní čočky lze podle Fourierovské optiky pozorovat rozložení intenzity, které odpovídá druhé mocnině absolutní hodnoty Fourierovy transformace vstupní komplexní amplitudy. Tato vlastnost je klíčová pro realizaci numerického modelu dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy a její využití bude podrobněji popsáno samostatné kapitole. Využíváme mimo jiné i převodního vztahu pro převod jednotek souřadnic v ohnisku z reciprokových metrů na metry

$$f_x = \frac{x_f}{\lambda f} \text{ a } f_y = \frac{y_f}{\lambda f} , \quad (1.25)$$

kde f je ohnisková vzdálenost vstupní čočky. [12]

Rozložení intenzity pro konvergující sférickou vlnu, která představuje rozložení pole pro fokusovanou rovinnou vlnu za čočkou by podle geometrické optiky měl být nekonečně malý bod. Vlivem difrakce ale dostaneme v ohnisku beselovské rozložení intenzity nazývané Airyho disk, které je na obrázku Obr. 1.10. Podmínkou pro pozorování tohoto rozložení intenzity je přiblížení difrakčního integrálu v daleké zóně, neboli Fraunhoferovo přiblížení, které je Fourierovou transformací vstupní amplitudy. Splnění podmínek pro Fraunhoferovu aproximaci lze určit



Obrázek 1.10: (a) Obrázek rozložení intenzity Airyho disku, převzato z [14].

pomocí Fresnelova čísla

$$N = \frac{r^2}{L\lambda} \ll 1, \quad (1.26)$$

kde r je poloměr apertury, v tomto případě příčný poloměr čočky, L vzdálenost od apertury a λ vlnová délka. Úhel pod kterým je vidět první minimum Airyho disku je dán vztahem

$$\sin(\theta) = 1,22 \frac{\lambda}{d}, \quad (1.27)$$

kde d je průměr apertury a λ vlnová délka a vzdálenost prvního minima v metrech je dána vztahem

$$x = 1,22 \frac{f\lambda}{d}, \quad (1.28)$$

kde f je ohnisková vzdálenost zobrazující čočky. [13]

Na Airyho disk lze nahlížet také jako na odezvu zobrazovacího systému na bodový zdroj a nazýváme ji rozptylovou funkcí. Díky linearitě systému můžeme popsat šíření libovolné vstupní amplitudy jako působení odezvové funkce na součet rovinných vln. Odezvová a rozptylová funkce jsou spjaty Fourierovou transformací

$$PSF(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{OTF(f_x, f_y)\}, \quad (1.29)$$

kde PSF (*point spread function*) je rozptylová funkce a $OTF(f_x, f_y)$ (*optical transfer function*) přenosová funkce systému. [13]

1.3 Aberace vlnoplochy

Klíčovým konceptem pro tuto práci je vlnoplocha a její aberace. V této sekci popíšeme v krátkosti, co vlnoplocha je a jak se popisuje. [15]

Neboť světlo lze, jak jsme ukázali výše, popsat jako šířící se elektromagnetickou vlnu, můžeme zavést pojem vlnoplochy. Vlnoplocha je obecně definována jako rovina konstantní fáze

$$\varphi(x, y) = \text{konst.} , \quad (1.30)$$

kde $\varphi(x, y)$ je fáze vlny.

Význam vlnoplochy můžeme ilustrovat na příkladu s bodovým zdrojem, ze kterého se šíří monochromatická vlna do všech směrů. Body, ve kterých má vlna stejnou fázi budou vždy ležet stejně daleko od počátku šíření, což znamená, že budou tvořit kulové plochy se středem v počátku šíření vlny. Každá taková kulová plocha je vlnoplochy. Součin vzdálenosti vlnoplochy od bodového zdroje záření a indexu lomu, kterým vlny prochází, se nazývá optická dráha. Takže vlnoplocha je nejenom rovina konstantní fáze, ale také rovina konstantní optické dráhy od zdroje.

Díky tomu, že je vlna monochromatická můžeme poloměr kulové plochy, což je zároveň vzdálenost, kterou vlna urazila od zdroje, vyjádřit násobkem vlnové délky šířící se vlny. Vlnová délka je však zároveň také jednou periodou kmitu vlny a perioda kmitu vlny je 2π radiánů. Tímto způsobem můžeme zadávat optickou dráhu buď v metrech, radiánech, nebo násobcích vlnové délky

$$\text{OPL}^{\text{rad}} = \text{OPL} \frac{2\pi}{\lambda} , \quad (1.31)$$

kde OPL^{rad} je optická dráha (*optical path length*) vyjádřená v radiánech a OPL optická dráha vyjádřená metrech.

Platí, že vlna se šíří kolmo na svou vlnoplochu, jako v případě výše popsaného bodového zdroje a šířící se kulové vlny. Vlnoplocha avšak nemusí být vždy nutně kulová. Další příklad vlnoplochy bychom obdrželi pokud bychom posunuli bodový zdroj do nekonečna. Rovina konstantní fáze již nebude stále kulová, protože by měla nekonečný poloměr. Tato vlnoplocha bude rovinná, takže směry šíření všech vln jsou k sobě rovnoběžné. Rovinná vlnoplocha popisuje dokonale kolimovaný

svazek. Obě vlnoplochy, rovinná i kulová jsou ideálními vlnoplochami, vůči kterým budeme ostatní vlnoplochy srovnávat, budou tedy referenčními vlnoplochami.

Aberovanou vlnoplochu definujeme jako vlnoplochu, která má jiný tvar, než referenční vlnoplocha, ať už kulová, nebo rovinná. Rozdíl optické dráhy mezi aberovanou a referenční vlnoplochou v každém bodě vlnoplochy nazveme aberací vlnoplochy OPD (*optical path difference*). Rozdíl optické dráhy budeme značit $W(x, y)$ a ve stejném duchu jako optickou dráhu (1.31) převádět mezi jednotkami radiánů a vlnových délek vztahem

$$W^{\text{rad}} = W \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1.32)$$

kde W^{rad} je rozdíl optické dráhy vyjádřený v radiánech a W rozdíl optické dráhy v jednotkách metrů vztažený k vlnové délce λ .

Aberace vlnoplochy lze rozložit do polynomiálního rozvoje. Existují různé polynomiální báze, které popisují vlnoplochu. V této práci budeme využívat Zernikových polynomů, jimž je věnována následující sekce.

1.3.1 Zernikovy polynomy

V této sekci se budeme věnovat popisu Zernikových polynomů a také některých základních aberací vlnoplochy. Zernikovy polynomy jsou pojmenovány podle svého Nizozemského objevitele jménem Frits Zernike, který byl laureátem Nobelovy ceny za objevení fázového kontrastního mikroskopu. Kontrast obrazu takového mikroskopu je zvýšen tím, že se vlnovou destičkou zavede fázové zpoždění osvětlujícího svazku tak, aby bylo co nejvíce podobné zpoždění svazku, které projde vzorkem. Část osvětlovacího svazku, které neprošla vzorkem bude fázově posunuta a destruktivně a konstruktivně interferuje s částí svazku, která prošla vzorkem, čímž je výrazně zvýšen kontrast. [16]

Zernikovy polynomy jsou nekonečným úplným souborem polynomů, které jsou navzájem ortogonální a spojitě na jednotkovém kruhu a tudíž jsou vhodné pro popis svazků obsahující sféricky symetrické prvky jako jsou čočky, zrcadla, aj. Úplnost a ortogonalita souboru zajišťuje, že můžeme jakoukoli vlnoplochu aproximovat pomocí rozvoje do Zernikových polynomů libovolně přesně. [17]

Obecnou vlnoplochu můžeme tedy zapsat jako váženou sumou

$$W = \sum_{m,n=1} C_n^m Z_n^m(r, \theta) \quad n, m \in \mathbb{N} \wedge |m| \leq n, \quad (1.33)$$

kde n značí radiální řád polynomu, m se nazývá úhlová frekvence, C_n^m je koeficient rozvoje do Zernikových polynomů a $Z_n^m(r, \theta)$ je Zernikův polynom s indexy n a m .

Zernikův polynom $Z_n^m(r, \theta)$ lze dle [17] faktorizovat na úhlovou část $Y_m(\theta)$ a radiální část $R_n^m(r)$. Úhlová část je tvaru

$$\begin{aligned} Y_m(\theta) &= \cos(m\theta) && \text{pro } m \geq 0 \\ Y_m(\theta) &= \sin(m\theta) && \text{pro } m < 0 \end{aligned} \quad (1.34)$$

a radiální část je ve tvaru

$$R_n^m(r) = \sum_{l=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^l (n-l)!}{l! \left[\frac{1}{2}(n+m)-l\right]! \left[\frac{1}{2}(n-m)-l\right]!} r^{n-2l}.$$

V tabulce Tab. 1.1 jsou zaneseny předpisy pro vybraných patnáct Zernikových polynomů a na Obr. 1.11 je znázorněno prvních patnáct Zernikových polynomů.

Nyní popíšeme význam několika základních aberací. Jak jsme již zmiňovali, tvar vlnoplochy souvisí se směrem a způsobem šíření svazku. Aberace nultého řádu je tzv. píst (*piston*), který odpovídá posunutí vlnoplochy o konstantní vzdálenost ve směru optické osy. Polynom nultého řádu není změřitelný senzory vlnoplochy, neboť ty měří vlnoplochu pouze v jedné rovině, předmětové rovině detektoru.

Aberace prvního řádu $n=1$ jsou globální náklony (*tilt*) v osách x a y , jejichž významy jsou změna směru šíření svazku. Aberace prvního řádu je velice jednoduché zanést do systému, například natočením kamery nebo zrcadla. Samy o sobě nevypovídají o kvalitě vlnoplochy, takže se často z měření odstraňují. Náklony mohou napovídat o správném naladění optické soustavy anebo být použity pro kalibraci senzoru.

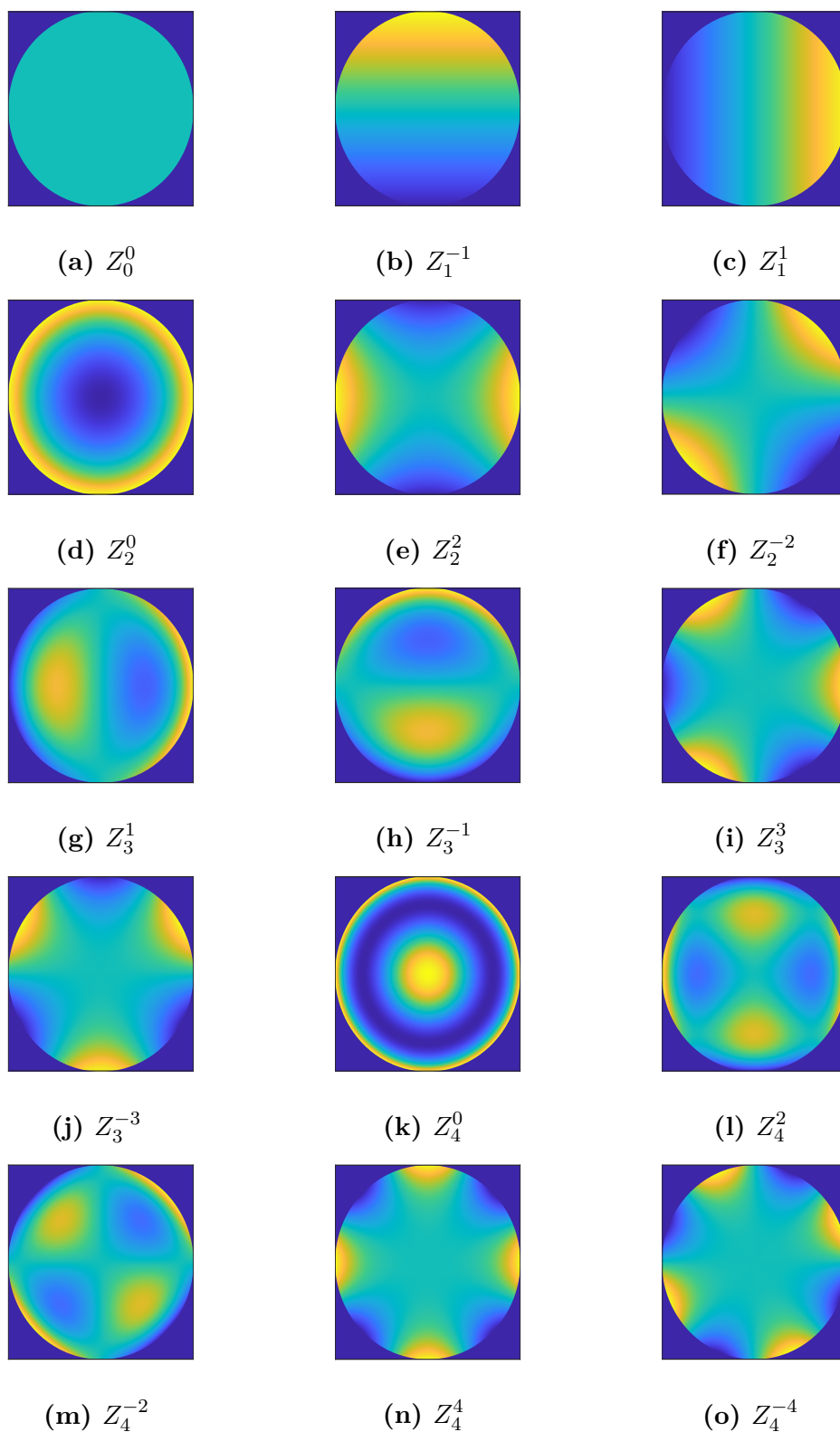
Rozdíl mezi dvěma referenčními sférickými vlnami můžeme popsat polynomem Z_2^0 defokus (*defocus*), který má tvar paraboly. Defokus popisuje posunutí ohniska mezi těmito dvěma referenčními vlnami.

Astigmatismus v ose x a y Z_2^2 a Z_2^{-2} popisuje vlnoplochu, která má ve směrech os různé poloměry křivosti. Může být způsoben například průchodem vlny cylindrickou čočkou, která má dva křivosti ve různých směrech.

Koma v x a y Z_3^1 a Z_3^{-1} nastává při průchodu sféricky symetrickou čočkou, pokud vlna dopadá pod úhlem. Je to mimoosá aberace a ukazuje na nepřesné nastavení optického systému, zejména umístění středu čoček mimo střed svazku.

Tabulka 1.1: V tabulce je zaneseno vybraných patnáct Zernikových polynomů $Z_n^m(r, \theta)$, převzato a upraveno z [18].

n	m	$Z_n^m(r, \theta)$	Název aberace
0	0	1	Piston
1	1	$2r \cos \theta$	Náklon v x
1	-1	$2r \sin \theta$	Náklon v y
2	0	$\sqrt{3}(2r^2 - 1)$	Defokus
2	-2	$\sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$	Primární astigmatismus v y
2	2	$\sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$	Primární astigmatismus v x
3	-1	$\sqrt{8}(3r^3 - 2r) \sin \theta$	Primární koma v y
3	1	$\sqrt{8}(3r^3 - 2r) \cos \theta$	Primární koma v x
3	-3	$3\sqrt{8}r^3 \sin 3\theta$	Primární trefoil v y
3	3	$3\sqrt{8}r^3 \cos 3\theta$	Primární trefoil v x
4	0	$\sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$	Primární sférická aberace
4	2	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) \cos 2\theta$	Sekundární astigmatismus v x
4	-2	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) \sin 2\theta$	Sekundární astigmatismus v y
4	4	$\sqrt{10}r^4 \cos 4\theta$	Sekundární trefoil v x
4	-4	$\sqrt{10}r^4 \sin 4\theta$	Sekundární trefoil v y



Obrázek 1.11: Na obrázcích je zobrazeno prvních patnáct Zernikových polynomů Z_n^m . (a) píšť (b) a (c) náklon v x a y , (d) defokus, (e) a (f) astigmatismus v x a y , (g) a (h) koma v x a y (i) a (j) trefoil v x a y (k) sférická aberace (l) (m) sekundární koma v x a y (n) a (o) sekundární trefoil v x a y .

2 Senzory vlnoplochy

Senzory vlnoplochy nacházejí široké využití v oblastech vědy i průmyslu. V oblasti optiky se využívají ke kontrole kvality optických prvků a kvantitativnímu popisu optických soustav.

Mezi zajímavé uplatnění senzorů vlnoplochy patří adaptivní optika, která je využívána zejména v astronomii v observatořích s extrémně velkými dalekohledy. Adaptivní optika umožňuje korekci aberací obrazů pozemských teleskopů způsobených atmosférickou turbulencí. Principem korekce je vytvoření obrazu umělé hvězdy pomocí laseru namířeného na oblohu a měření zpětného záření, které prochází atmosférickou turbulencí, teleskopem a tím zjistit aberace vlnoplochy indukované atmosférickou turbulencí na ostatní obrazy. Tyto aberace je pak možné odstranit deformovatelnými zrcadly a z velké části redukovat vliv atmosféry na citlivá měření. [19]

2.1 Senzory vlnoplochy

Vlnoplochu je obtížné měřit přímo, protože senzory měří pouze intenzitu dopadajícího záření, která je na fázi nezávislá, neboť pro komplexní amplitudu (1.22) platí, že její intenzita je

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 = |A_0(x, y) \exp(-i\theta(x, y))|^2 = |A_0(x, y)|^2, \quad (2.1)$$

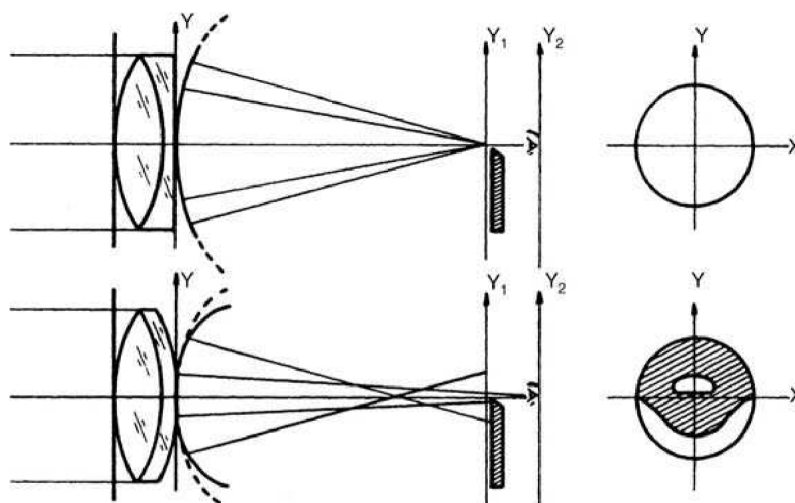
kde $U(x, y)$ je komplexní amplituda vlny, $A_0(x, y)$ její skalární amplituda, $\theta(x, y)$ její fáze. Intenzita I je podle (2.1) nezávislá na fázi dopadající vlny.

Pro získání vlnoplochy musíme tedy využít nepřímých měření, například měření interference mezi referenčním a měřeným svazkem, měření derivace vlnoplochy pomocí Shack-Hartmanova senzoru nebo měření průběhu intenzit při Foucaultově testu na ostré hraně, jemuž bude věnována následující část.

2.2 Foucaultův test na ostré hraně

Foucaultův test byl navržený v padesátých letech devatenáctého století jako jednoduchý a kompaktní prostředek pro rychlé zjišťování kvality zrcadel a čoček. Patří do rodiny šlírových technik, při kterých se do dráhy svazku kladou stínítka a v závislosti na poloze stínítka, nebo aberace vlnoplochy se na detektoru pozoruje charakteristický stín. Rozložení intenzity na detektoru je dáno difrací kolem vložené ostré hrany. Na Obr.2.1 je nakresleno schema měření optické kvality čočky. [20]

Aparatura pro využití Foucaultova testu se skládá z ostré hrany, kterou lze posunovat ve směru svazku i kolmo na směr svazku, a detektoru intenzity. Vložním ostré hrany do svazku lze zjistit přítomnost aberací testované vlnoplochy, což lze ukázat na jednoduchém geometrickém modelu, jehož odvození je převzato z [20].

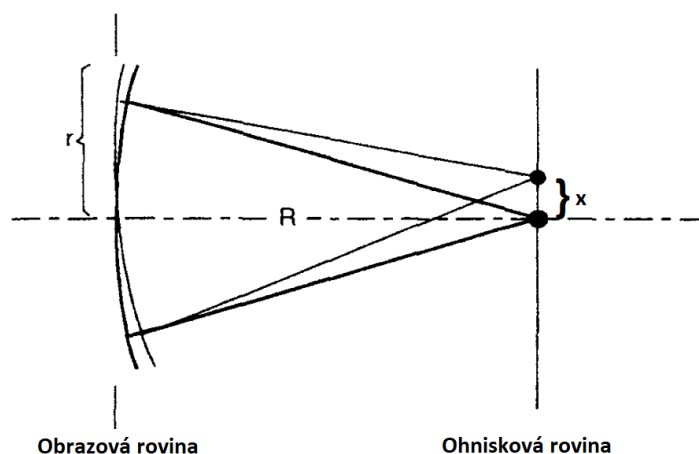


Obrázek 2.1: Schema měření optické kvality čočky pomocí Foucaultova testu na ostré hraně kde, v levé části diagramu je znázorněna pozice ostré hrany a vlnoplocha a v pravé části diagramu je znázorněn stín vržený na detektor pro neaberovanou a aberovanou vlnoplochu. [20].

Lze využít přibližného vztahu mezi směrovými derivacemi vlnoplochy W a souřadnicemi paprskové aberace

$$(x, y) = \left(-R \frac{\partial W}{\partial x}, -R \frac{\partial W}{\partial y} \right), \quad (2.2)$$

kde R je poloměr křivosti referenční kulové plochy na Obr. 2.2. Změnou náklonu vstupní vlnoplochy, se mění místo zobrazení, protože vlna se šíří ve směru kolmém na vlnoplochu. Velikost posunu bodu konvergence x je úměrná velikosti aberace a poloměru křivosti vlnoplochy. [21]



Obrázek 2.2: Paprsková aberace vlnoplochy v obrazové rovině, kde r je její poloměr, R je její poloměr křivosti a x značí velikost aberace podle vztahu (2.2).[15]

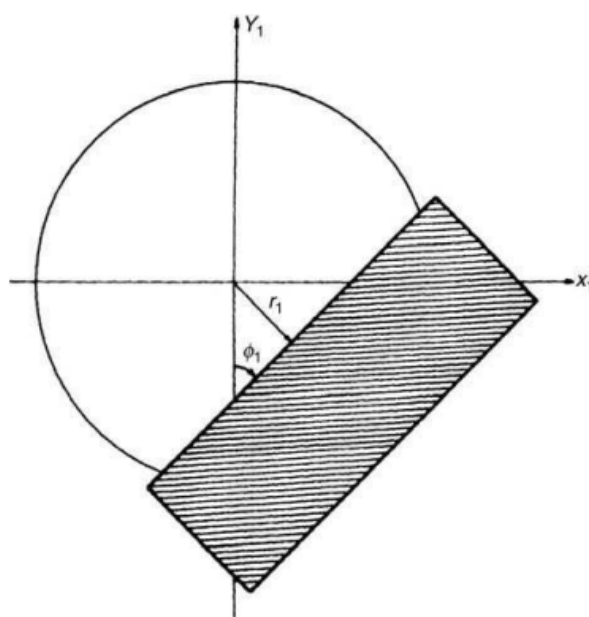
Dále můžeme v rovině kolmé na směr šíření svazku $z = \text{konst}$, kde se nachází ostrá hrana, definovat polohu jejího okraje jako

$$r_1 = x_1 \cos(\phi_1) - y_1 \sin(\phi_1) , \quad (2.3)$$

kde ϕ_1 je úhel natočení hrany vůči středu svazku v rovině kolmé na směr šíření a r_1 vzdálenost hrany od středu svazku, jak je vidět na Obr. 2.3. Pokud natočíme hranu tak, aby byla kolmo na osu y , tedy $\phi_1 = \pi/2$, můžeme ze vztahů (2.2) a (2.3) získat funkci transmitance

$$T \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \frac{\partial W}{\partial y} < \frac{r_1}{R} \\ 0 & \text{pro } \frac{\partial W}{\partial y} \geq \frac{r_1}{R} \end{cases} , \quad (2.4)$$

kde R je poloměr křivosti referenční sférické vlny.



Obrázek 2.3: Rovina $z = konst$ ve které se nachází ostrá hrana při Foucaultově testu, kde ϕ_1 je natočení hrany a r_1 vzdálenost od středu svazku.

Podmínky pro transmitanci můžeme využít k vypočítání rozložení intenzity na detektoru například pro konvergentní sférickou vlnu, jejíž ohnisko se nachází mimo rovinu obsahující ostrou hranu.

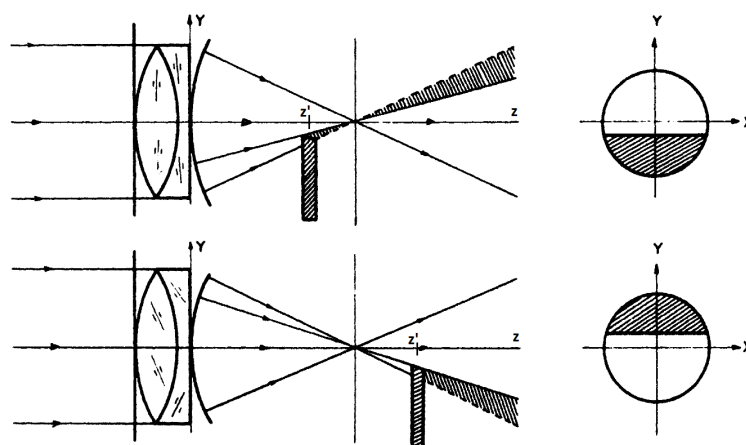
Aberaci vlnoplochy, která způsobuje posun ohniska mimo rovinu s ostrou hranou můžeme vyjádřit pomocí aberace defokus

$$W = D(x^2 + y^2), \quad (2.5)$$

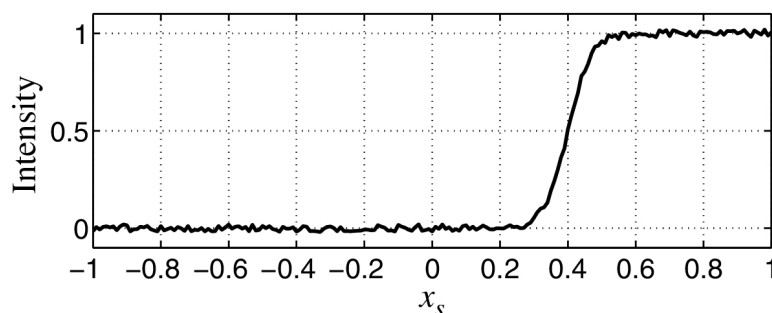
kde D je škálovací parametr aberace. Dosazením do vztahu (2.4) můžeme určit polohu hrany stínu na detektoru, pokud platí $y_2 < r_1$, jako

$$y_2 = \frac{r_1}{2DR}, \quad (2.6)$$

kde y_2 jsou souřadnice na detektoru. Tedy podle toho, zda je ostrá hrana před ohniskem ($D > 0$), nebo za ohniskem ($D < 0$), pozorujeme na detektoru stín v jiných oblastech, jak je patrné z Obr. 2.4. Pokud ostrá hrana protne středu svazku, když $r_1 = 0$, nastává zajímavý případ, kdy $y_2 = 0$ a na detektoru je vidět tmavý a světlý půlkruh. Pro tento případ ale musíme využít vlnové optiky, protože pro popsání chování vlny v ohnisku je nutný jev difrakce.



Obrázek 2.4: Schéma měření aberací vlnoplochy pomocí Foucaultova testu na ostré hraně. Na pravé straně jsou zachyceny intenzity na detektoru charakteristické pro defokus. [20]



Obrázek 2.5: Simulace typické závislosti intenzity na detektoru v závislosti na posunutí nože x_s . [22]

Pro kvantitativní popsání měřené vlnoplochy se používá jiný postup. Ostří se nepohybuje podél svazku, ale je umístěno do ohniska vstupního zrcadla, nebo čočky. Jak je posouvána hrana ve směru kolmém na směr šíření svazku, tak se mění obraz na detektoru. Tyto obrazy závislosti intenzity na posunutí nože se často nazývají stínogramy (*shadowgram*). Intenzita v jednom bodě stínogramu má v průběhu měření závislost intenzity na posunutí ostří charakteristický tvar podobný sigmoidě. Závislost je zachycena na Obr 2.5.

Případ, kdy je ostrá hrana umístěna do ohniska vstupní čočky, nebo zrcadla, nelze dobře popsat geometrickou optikou, kvůli silné difrakci na hraně v místě ohniska. Tuto situaci můžeme popsat fyzikálně s využitím Fourierovské optiky. Popis je převzat z [12].

Mějme vstupní komplexní amplitudu

$$U(x, y) = A_0(x, y) \exp(-i2\pi W(x, y)^{[\lambda]}/\lambda) , \quad (2.7)$$

kde $W(x, y)^{[\lambda]}$ je hledaná deformace vlnoplochy oproti referenční sférické vlně s poloměrem křivosti R , λ vlnová délka a $A_0(x, y)$ je jednotková všude v obrazové rovině teleskopu, která je konjugovaná s rovinou detektoru, o poloměru r a nula všude jinde, A_0 nazveme aperturní funkcí.

Intenzitu v ohnisku můžeme dle Fourierovské optiky psát jako druhou mocninu absolutní hodnoty Fourierovy transformace vstupní komplexní amplitudy podle vztahu (1.24) jako

$$I_f(f_x, f_y) = |\mathcal{F}\{U(x, y)\}|^2 , \quad (2.8)$$

kde $U(x, y)$ je vstupní komplexní amplituda ze vztahu (2.7).

Dále využijeme konvolučního teorému a vztahu mezi rozptylovou a přenosovou funkcí (1.29) a můžeme psát komplexní amplitudu na detektoru $U_{det}(x, y)$ jako

$$\begin{aligned} U_{det}(x, y) &= U_{in}(x, y) * \text{PSF}(x, y) = \\ &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_{in}(x, y) * \text{PSF}(x, y)\}(f_x, f_y)\} \\ &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_{in}(x, y)\}(f_x, f_y) \cdot \text{OTF}(f_x, f_y)\} , \end{aligned} \quad (2.9)$$

kde $U_{in}(x, y)$ je vstupní komplexní amplituda, x a y prostorové souřadnice v metrech, f_x a f_y souřadnice v ohnisku v reciprokových metrech, PSF rozptylová funkce a OTF přenosová funkce soustavy.

Přenosovou funkci ostré hrany, která je umístěna kolmo na osu y lze jednoduše napsat jako Heavisidovu funkci

$$\text{OTF} = H(x, y) = H(x) = \frac{1}{2}(1 + \text{sgn}(x)) , \quad (2.10)$$

kde $\text{sgn}(x)$ je znaménková funkce nabývající hodnoty jedna pro kladná x , mínus jedna pro záporná x a jedna polovina pro $x = 0$. Upravíme tedy vztah (2.9) se

znalostí tvaru přenosové funkce OTF (2.10)

$$\begin{aligned} U_{det}(x) &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_{in}(x)\}\frac{1}{2}(1 + \text{sgn}(f_x))\} \\ &= \frac{1}{2}(U_{in}(x) + \mathcal{F}^{-1}\{\text{sgn}(f_x)\mathcal{F}\{U_{in}(x)\}\}) \\ &= \frac{1}{2}(U_{in}(x) + i\mathcal{H}\{U_{in}(x)\}) , \end{aligned} \quad (2.11)$$

kde \mathcal{H} je Hilbertova transformace, což je integrální transformace mající vlastnost

$$\mathcal{F}\{\mathcal{H}\{u\}\}(\omega) = -i \text{sgn}\omega \mathcal{F}\{u\}(\omega) . \quad (2.12)$$

V případě, že testovaná vlnoplocha není aberovaná, bude mít výstupní amplituda na detektoru $U_{det}(x, y)$ tvar Hilbertovy transformace vstupní komplexní amplitudy, což je logaritmus

$$U_{det}(x, y) = \mathcal{H}\{U_{in}(x, y)\} = \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{x + \sqrt{r^2 + y}}{x - \sqrt{r^2 + y}} \right| , \quad (2.13)$$

kde r je poloměr svazku v obrazové rovině a $U_{in}(x, y)$ vstupní komplexní amplituda. Na detektoru je pak vidět světlá kružnice o velikosti poloměru svazku. [22]

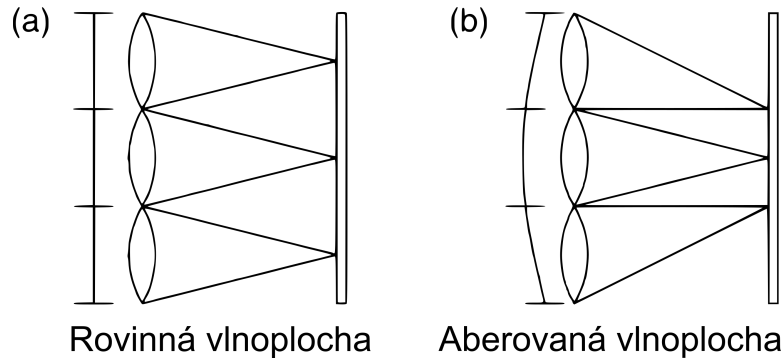
Pro kvantitativní popis vlnoplochy lze ukázat, že intenzita na detektoru je závislá na derivaci $W_x(x, y)$ vstupní vlnoplochy $W(x, y)$ podle proměnné x vztahem

$$I(x, y, x_s) \approx H(W_x(x, y) + x_s/R)A_0(x, y)^2 , \quad (2.14)$$

kde x_s je posunutí ostří ve směru kolmém na směr šíření svazku, R poloměr referenční sférické vlnoplochy a H značí Heavisidovu funkci (2.10). [22]

2.3 Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy

Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy je velice častým typem senzoru pojmenovaný podle svých objevitelů Johannease Hartmanna a Rolanda Shacka. Nachází široké využití v adaptivní optice, oftalmologii, při charakterizaci laserových svazků a mnoha dalších odvětví ve kterých je zapotřebí nekontaktního měření.



Obrázek 2.6: Schéma principu funkce Shack-Hartmannova senzoru. (a) Dopadající rovinná vlnoplocha vytváří rovnoměrné rozložení světelných stop na detektoru (b) Dopadající aberovaná vlnoplocha mění pozici světelných stop na detektoru. [25]

Sestává se z mikročočkového pole a detektoru. Čočky v poli mají stejnou ohniskovou vzdálenost a každá fokusuje část vlnoplochy, která na ni dopadá. Dynamický rozsah senzoru je dán ohniskovou vzdáleností čoček v poli. [23]

Schéma principu měření SH senzoru je na obrázku Obr. 2.6. Pokud je vlnoplocha dopadajícího svazku rovinná, mikročočkové na detektoru vytvoří pravidelné rozložení teček odpovídající pozici čoček v poli. V případě aberované vlnoplochy se rozložení intenzity změní a poloha ohnisek se posune v závislosti na aberaci vlnoplochy. Ze změny polohy světelných stop lze poté určit gradient části vlnoplochy fokusované danou čočkou, který je dán vztahem

$$\left(\frac{\partial W(x, y)}{\partial x_{i,j}}, \frac{\partial W(x, y)}{\partial y_{i,j}} \right) = \left(\frac{\Delta x_{i,j}}{f}, \frac{\Delta y_{i,j}}{f} \right), \quad (2.15)$$

kde $\Delta x_{i,j}$ a $\Delta y_{i,j}$ jsou posunutí ohniska ve směru os x a y pro čočku v poli (i, j) a f je ohnisková vzdálenost čoček. Vzorec odpovídá paprskové aberaci vlnoplochy ze vztahu (2.2). [24]

V této práci využíváme komerční SH senzor vlnoplochy pro porovnání a kalibraci sestaveného pyramidového senzoru vlnoplochy. Senzor byl zakoupen od firmy Dynamic Optics spolu s deformovatelným zrcadlem, které spolu se senzorem vytváří systém s uzavřenou smyčkou. Senzor měří aberace vlnoplochy, která se odráží od deformovatelného zrcadla kolmým dopadem, které se v závislosti na měření deformuje a vytváří fázové zpoždění v odraženém svazku, které kompenzuje aberace dopadající vlnoplochy a odražená vlnoplocha je již neaberovaná. Tohoto principu využíváme i pro vytváření aberovaných vlnoploch, které měříme v experimentální

části. Zrcadlo lze deformovat takovým způsobem, aby odražená vlnoplocha měla
žádoucí tvar. [26]

3 Pyramidový senzor vlnoplochy

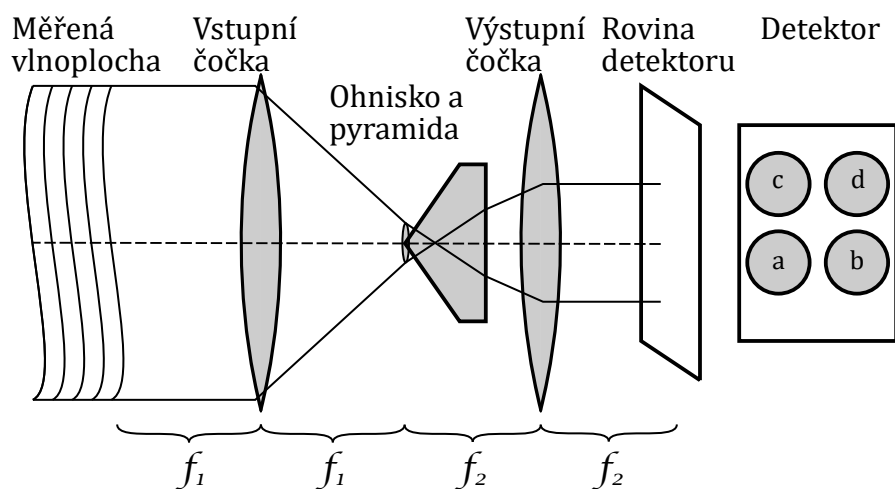
Cílem této práce je seznámit se s principem funkce komponenty a konstrukcí pyramidového senzoru vlnoplochy. Senzor navrhnout a sestavit, experimentálně ověřit jeho funkci a srovnat jej s komerčně dostupnou alternativou. V této části práce popíšeme schéma konstrukce senzoru, princip jeho funkce, který budeme modelovat v prostředí MATLAB a popíšeme vliv modulace na vlastnosti senzoru.

Pyramidový senzor vlnoplochy je kompaktní a měří vlnoplochu v rovině konjugované s rovinou detektoru, která je zároveň obrazovou rovinou sestaveného teleskopu. Jeho výhodou je lineární odezva na vstupní signál podobná k SH senzoru a vyšší prostorové rozlišení oproti SH senzoru, který je omezen počtem a ohniskovou vzdáleností svého souboru čoček. Pyramidový senzor vlnoplochy byl navržen italským astronomem Robertem Ragazzonim a tato práce se bude opírat o jeho články popisující konstrukci senzoru a jeho dynamickou modulaci naklonitelným zrcadlem a statickou modulaci difuzním elementem [27] a [28].

3.1 Konstrukce pyramidového senzoru

Hlavní součástí senzoru, jak již název napovídá, je skleněná čtyřboká pyramida, která je postavená na válcové podstavě. Schéma senzoru je nakresleno na Obr. 3.1. Na geometrickou a optickou kvalitu pyramidy jsou kladeny vysoké nároky. Musí mít přesně definovaný vrcholový úhel mezi stěnami, které musí být rovné, a hrany stran musí být ostré. Nejobtížněji dosažitelný je ostrý hrot pyramidy. Pro správnou funkci senzoru musí být hrot co nejostřejší, jinak nejsou všechny strany pyramidy osvětleny zároveň a informaci o tvaru vlnoplochy tudíž nelze získat. Potřebu ostrého hrotu pyramidy můžeme zmírnit modulací senzoru, kterou popíšeme níže.

Pro tuto práci máme k dispozici pyramidu, která má tvar sedlové střechy, kde dvě protilehlé strany nesdílejí ve vrcholu bod, ale úsečku. Pyramida, kterou jsme použili, byla vyrobena tak, že se vyleštil skleněný klín, který byl poté rozřezán



Obrázek 3.1: Schéma konstrukce pyramidového senzoru vlnoplochy. Hrot skleněné čtyřboké pyramidy s válcovou podstavou je umístěn do společného ohniska spojných čoček teleskopu. Detektor měří vstupní vlnoplochu v předmětové rovině teleskopu a je umístěn v obrazové rovině, která je s předmětovou konjugována.

na čtyři díly a slepen do tvaru pyramidy. Díky tomuto postupu byla zajištěna rovnost stran a jejich optická kvalita, definovaný vrcholový úhel a ostrost hran pyramidy. Fotografie hrotu skleněné pyramidy získaná z konfokálního mikroskopu je na Obr. 3.2.



Obrázek 3.2: Fotografie hrotu skleněné pyramidy zachycená na konfokálním mikroskopu, kde byly zvýrazněny hrany sedlové střechy. Na fotografii je vidět, že pyramida nemá ostrý hrot, ale je tvaru sedlové střechy s délkou společné hrany $30\ \mu\text{m}$ a úhlu mezi protějšími stranami 165° .

Hrot skleněné pyramidy je umístěn do společného ohniska dvou spojných čoček, které tvoří teleskop. Vstupní čočka teleskopu fokusuje dopadající svazek na hrot pyramidy, kde je svazek rozdělen na čtyři části, podle toho na kterou stranu pyramidy daná část dopadla. Čtyři svazky dopadají na výstupní čočku, která je

kolimuje a zobrazuje na detektor. Rovina detektoru je konjugovaná s předmětovou rovinou teleskopu a senzor tak měří vlnoplochu pouze v této předmětové rovině. Poloha obrazové i předmětové roviny lze upravit posunutím kamery. Pokud chceme předmětovou rovinu oddálit od vstupní čočky, posuneme detektor blíže k výstupní čočce a naopak.

Další důležitou součástí pyramidového senzoru vlnoplochy je modulační element, který zpravidla bývá jeden ze tří typů. Buď rychle naklonitelné zrcadlo umístěné do svazku před vstupní čočkou, nebo translační prvek, který umožňuje pohyb s pyramidou, nebo lze využít statické modulace pomocí difuzního elementu. Cílem modulace je zvětšit efektivní plochu ohniska na vrcholu pyramidy a zvýšit tak dynamický rozsah senzoru. V případě dynamické modulace pomocí zrcadla je vstupní svazek rozmítnut po kruhové trajektorii na vstupní čočce a signál na detektoru je integrován po dobu periody modulace.

Pro optimalizaci konstrukce pyramidového senzoru můžeme pomocí jednoduchého modelu geometrické optiky simulovat průchod svazku pyramidou a najít polohu středů čtyř obrazů vstupní předmětové roviny na detektoru. Chceme zvolit takové konstrukční parametry, aby obrazy byly na detektoru co největší, ale aby se navzájem nepřekrývaly. Středů obrazů se budou ideálně nacházet ve středech kvadrantů senzoru a maximální poloměr vstupní amplitudy bude dán velikostí senzoru a zmenšením teleskopu.

Během simulací se ukazuje, že optimální poloha středů obrazů je daná vrcholovým úhlem pyramidy a ten diktuje ohniskovou vzdálenost výstupní čočky. Aby byl obraz kolimovaný musí být výstupní čočka poměrně krátká a to vyžaduje i kratší vstupní čočku tak, aby zmenšení nebylo příliš velké.

Polohu středů obrazů vstupní komplexní amplitudy v obrazové rovině teleskopu lze snadno odvodit z geometrické optiky a Snellova zákona (1.3). Dopadající Gaussovský svazek popíšeme paprskem, který má stejný směr šíření a protíná střed svazku, kde je intenzita maximální. Necháme tento paprsek dopadnout na hrot pyramidy a pyramidu budeme brát jako nakloněnou rovinu pod úhlem rovným polovině vrcholového úhlu pyramidy. Poté se paprsek bude šířit skleněnou pyramidou a zalomí se na rozhraní podstavu pyramidy a vzduchu. Po průchodu pyramidou dopadne na čočku a je kolimován na detektor.

Následující postup je ilustrován na diagramu Obr. 3.3. Pro úhel lomu na hrotu pyramidy můžeme psát vztah

$$\theta_1 = \arcsin \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) / n_{pyr} \right) , \quad (3.1)$$

kde θ_1 je úhel pod kterým se zalomí vstupní paprsek, α vrcholový úhel mezi stěnami pyramidy a n_{pyr} index lomu pyramidy.

Paprsek se dále šíří pyramidou, než dopadne na zadní stěnu pod úhlem

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} - \theta_1 . \quad (3.2)$$

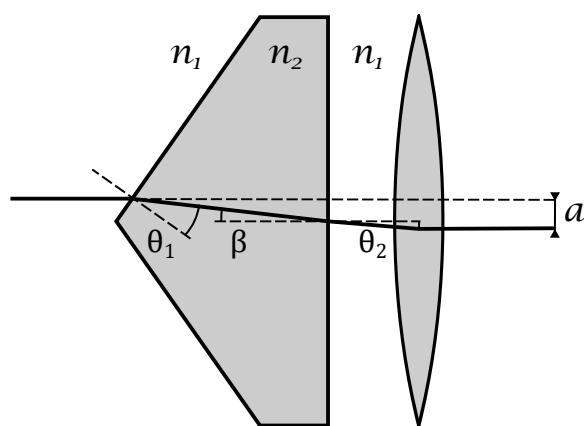
Paprsek vystoupí z pyramidy pod úhlem

$$\theta_2 = \arcsin (\sin(\beta)n_{pyr}) \quad (3.3)$$

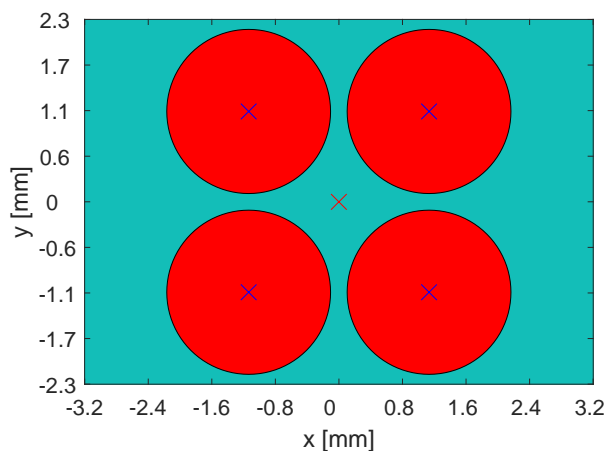
a pro výšku polohy středu nového obrazu platí

$$a = f_2 \tan(\theta_2) , \quad (3.4)$$

kde f_2 je ohnisková vzdálenost výstupní čočky. Polohy obrazů na detektoru byly simulovány podle výše uvedených vztahů na Obr. 3.4.



Obrázek 3.3: Diagram geometrického odvození vzdálenosti středu svazku a rozšířeného pyramidou od středu svazku šířící se v nezměněném směru, kde index lomu prostředí $n_1 = 1$ a $n_2 = n_{pyr} = 1,51$.



Obrázek 3.4: Simulace rozložení obrazů na čipu detektoru pomocí geometrického modelu pro ohniskovou vzdálenost vstupní čočky $f_1 = 150$ mm, ohniskovou vzdálenost výstupní čočky $f_2 = 30$ mm, vrcholový úhel pyramidy $\alpha = 165^\circ$, index lomu $n_{pyr} = 1,51$ a výšku pyramidy $v_{pyr} = 1,7$ mm.

3.2 Princip měření vlnoplochy

Pyramidový senzor vlnoplochy měří vlnoplochu nepřímou. Výsledkem měření jsou derivace vlnoplochy ve dvou směrech v závislosti na natočení pyramidy. Sestavený senzor je podobný Foucaultově testu na ostré hraně. Pyramida působí jako dvě kolmo na sebe orientované ostré hrany. Oproti testu na ostré hraně ale získáváme informace o derivaci vlnoplochy v obou směrech zároveň.

Aberovanou vlnoplochu lze přiblížit jako lokální náklony vlnoplochy v blízkém okolí každého bodu. Protože se vlna šíří kolmo na svojí vlnoplochu, lokální náklony budou měnit lokální směr šíření vlny. Pokud tyto vlivy sečteme dostaneme podle rovnice pro paprskovou aberaci (2.2) rozložení intenzity v ohniskové rovině, které je specifické pro danou vlnoplochu. Pokud se změní rozložení intenzity v ohnisku, pak se změní i rozložení intenzity obrazů na detektoru. Ze změny intenzity na detektoru tedy dokážeme zjistit rozložení intenzity v ohnisku a to je dáno tvarem vstupní vlnoplochy.

Z rozložení intenzity v obrazech na detektoru lze vypočítat derivaci vstupní vlnoplochy ve dvou směrech, které závisí na orientaci pyramidy. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že hrany pyramidy jsou orientovány rovnoběžně se souřadnými osami x a y .

Vhodným sečtením intenzit na detektoru získáme derivaci vlnoplochy v kýženém směru, což ilustrujeme na příkladu, kdy vstupní vlnoplocha má tvar Zernikova polynomu náklon v x . Efekt náklonu na intenzitu v ohnisku je takový, že se ohnisko vychýlí ze své původní polohy, jak jsme ukázali při odvození rovnice pro paprskovou aberaci (2.2). Velikost náklonu určuje vzdálenost o kterou se ohnisko posune, takže pro zvyšující se náklon bude větší část intenzity dopadat na jednu polovinu pyramidy, což způsobí i to, že větší část intenzity dopadající na detektoru bude také dopadat na jednu polovinu detektoru. Takže derivace vstupní vlnoplochy bude záviset na poměru rozdílu intenzit dopadlých na obě poloviny detektoru vůči celkové intenzitě dopadlé na detektor. [28]

Je-li aberace vlnoplochy ale natolik velká, že světlo dopadne pouze na jednu polovinu pyramidy, nemůžeme kvantifikovat její velikost, protože nelze určit jak daleko se ohnisko odchýlilo od vrcholu pyramidy. Celá intenzita v ohnisku se zobrazí na jednu z polovin detektoru. Nastává saturace senzoru, protože rozdíl intenzity mezi polovinami detektoru zůstává stejný nezávisle na velikosti vstupní aberace.

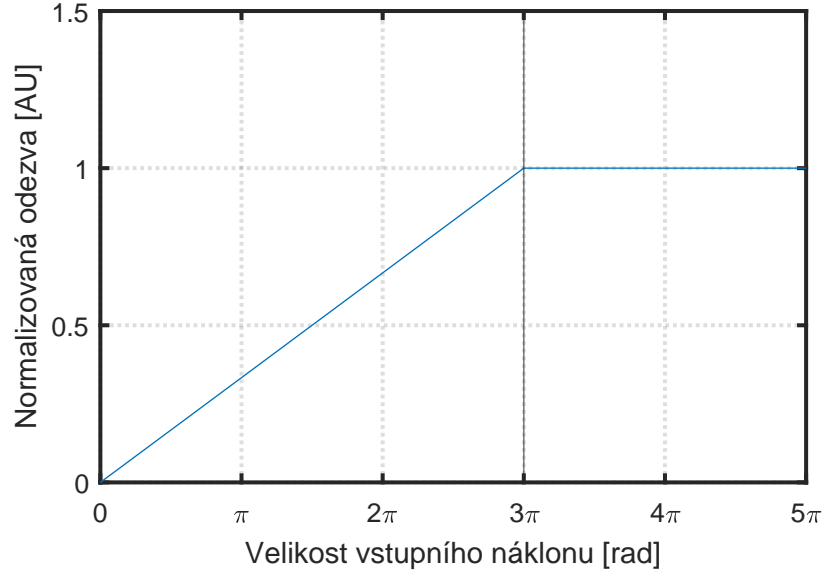
Nemodulovaný senzor má tedy teoreticky nulový dynamický rozsah, protože jakákoli aberace posune celé ohnisko mimo hrot pyramidy na jednu z jejích stran. Prakticky má i nemodulovaný senzor nenulový dynamický rozsah, který je dán difrakčně limitovanou velikostí ohniska, která je rovná průměru Airyho disku, jehož poloměr je popsán vztahem (1.27). [29], [30]

Přidáním modulace dosáhneme většího dynamického rozsahu senzoru, protože aberace, která způsobí translaci ohniska o méně, než je velikost modulace, bude mít stále vliv na rozložení intenzity všech obrazů na detektoru. Světlo z ohniska totiž dopadne i na jiné strany pyramidy, než by tomu bylo v nemodulovaném případě. Pokud by aberace ale byla dostatečně velká na to, aby překonala efekt modulace, došlo by opět k saturaci senzoru. Práh, kde se lineární odezva senzoru mění na saturaci lze popsat pomocí modulačního parametru α , který značí úhel pod kterým je ze vstupní čočky vidět maximální posunutí od ohniska. Prahová velikost měřitelné velikosti vstupní aberace je spjata s modulačním parametrem vztahem

$$|x_{max}| = \alpha D \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (3.5)$$

kde α je modulační parametr, λ vlnová délka a D průměr vstupní apertury. Z tohoto prahu tedy můžeme usoudit, že s větší amplitudou modulace bude mít

senzor větší dynamický rozsah. Oblast linearity a saturace odezvy pyramidového senzoru vlnoplochy je ilustrována na Obr. 3.5.[31] [30]



Obrázek 3.5: Ilustrace principu měření pyramidového senzoru vlnoplochy. Odezva senzoru vykazuje lineární oblast, která přechází v oblast saturace pro maximální možnou měřenou hodnotu velikosti vstupní aberace. Tento graf ilustruje odezvu, jehož maximální měřitelná hodnota je $x_{max} = 3\pi$. [30]

Signál na detektoru, který je úměrný velikosti derivace aberace vlnoplochy lze získat porovnáním množství světla, které dopadlo na jednu a druhou polovinu pyramidy. Pokud chceme jako při Foucaultově testu obdržet derivaci ve směru x musíme porovnávat poloviny oddělené osou y . Pokud chceme získat derivaci ve směru y musíme pomyslnou ostrou hranu otočit o devadesát stupňů a porovnávat intenzitu obrazů vstupní komplexní amplitudy v jiném směru. Skleněná pyramida umožňuje získávat derivace v obou směrech zároveň.

Signál S_x a S_y pak dostaneme ze vztahu

$$S_x = \frac{I_a(x, y) + I_d(x, y) - (I_b(x, y) + I_c(x, y))}{I_0(x, y)} \quad (3.6)$$

$$S_y = \frac{I_a(x, y) + I_b(x, y) - (I_c(x, y) + I_d(x, y))}{I_0(x, y)},$$

kde $I_i(x, y)$ jsou intenzity jednotlivých obrazů, které jsou seřazeny podle Obr. 3.1 a $I_0(x, y)$ je celková intenzita daná součtem všech intenzit

$$I_0(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) + I_c(x, y) + I_d(x, y) . \quad (3.7)$$

Pro nemodulovaný senzor je signál zároveň roven i derivaci vlnoplochy. Pro modulovaný senzor je vztah komplikovanější a bude popsán v kapitole o simulaci senzoru s odpovídající modulací.

4 Modelování pyramidového senzoru vlnoplochy

V této části popíšeme dva numerické modely, které jsme napsali pro simulaci odezvy pyramidového senzoru vlnoplochy v programovacím prostředí MATLAB. První model využívá vlnové a Fourierovské optiky a simuluje dynamicky modulovaný senzor pomocí naklonitelného zrcadla. Vliv difúzního elementu na odezvu senzoru je obtížné modelovat pomocí Fourierovské optiky, museli jsme proto sestavit druhý numerický model. Druhý model je vytvořen na základě geometrické optiky a metody sledování paprsku (*ray tracing*) a simuluje senzor se statickou modulací difúzním prvkem.

Oba modely by měly mít určité společné charakteristiky dané principem funkce senzoru. Odezva na velikost vstupní vlnoplochy by měla být lineární vzhledem k lineárnímu vztahu paprskové aberace pro malé hodnoty aberací (2.2).

Lineární režim odezvy by se v obou simulacích měl měnit na nelineární kolem prahu daným modulační amplitudou. Dále by podle [28] a [31] měla být statická modulace ekvivalentní k dynamické modulaci, ve smyslu velikosti modulačního poloměru, a šířka na polovině maxima rozptylové funkce by měla odpovídat poloměru modulační kružnice r vztahem

$$\text{FWHM}_D = 2\sqrt{\pi \log(2)}r \quad (4.1)$$

pro charakteristickou rozptylovou funkci difuzéru s gaussovským profilem s velikostí směrodatné odchylky σ . Modulační parametr a směrodatná odchylka souvisí s ekvivalentním modulačním poloměrem vztahem

$$\sigma = r\sqrt{\frac{\pi}{2}} = \alpha f_1\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad (4.2)$$

kde r je poloměr modulační kružnice, α modulační parametr a f_1 ohnisková vzdálenost vstupní čočky teleskopu se skleněnou pyramidou. [28]

4.1 Numerický model na základě vlnové optiky

V této části popíšeme první numerický model pyramidového senzoru vlnoplochy napsaný v programovacím prostředí MATLAB. Tento model je postaven na základě vlnové a Fourierovské optiky. Nejprve popíšeme jak lze fázovou maskou modelovat vliv skleněné pyramidy na odezvu nemodulovaného senzoru. A poté popíšeme postup simulace pro dynamickou modulaci senzoru rotací naklonitelným zrcadlem.

4.1.1 Nemodulovaný senzor s fázovou maskou

Simulace nemodulovaného senzoru má jednoduché schéma. Fourierovou transformací vstupní komplexní amplitudy vypočítáme komplexní amplitudu na hrotu pyramidy po fokusaci vstupního svazku do ohniska vstupní čočky teleskopu. Pokud bychom odstranili skleněnou pyramidu ze senzoru, dostali bychom komplexní amplitudu na detektoru inverzní Fourierovou transformací komplexní amplitudy v ohnisku. Bez pyramidy bychom na detektoru obdrželi pouze jeden a nikoli čtyři obrazy. Vliv pyramidy můžeme simulovat dvěma způsoby. Oba jsou založeny na působení na komplexní amplitudu v ohnisku ve smyslu konvoluce s přenosovou funkcí podle vztahu (2.9).

První přístup je analogický k Foucaultově testu na ostré hraně. Obrazy pyramidy jsou vytvořeny působením transmisní masky v ohnisku v podobě Heavisidovy funkce

$$\text{OTF}_H = H_{2D}((-1)^m f_x, (-1)^n f_y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } (-1)^m f_x > 0 \text{ a } (-1)^n f_y > 0 \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}, \quad (4.3)$$

kde $m, n \in \{0, 1\}$ a f_x a f_y jsou souřadnice v ohniskové rovině teleskopu v jednotkách prostorové frekvence. Čtyři obrazy na detektoru obdržíme kombinacemi čísel m a n , každá kombinace simuluje jednu ze čtyř možných pozic ostré hrany, které kopírují hranu pyramidy. Tento model neuvažuje interferenci mezi svazky vystupujícími z pyramidy. [32] [33]

Druhým přístupem k simulaci vlivu pyramidy je aplikace fázové masky na komplexní amplitudu v ohnisku. Fázová maska odpovídá fázovému zpoždění, které

je indukováno změnou optické dráhy při průchodu svazku skleněnou pyramidou s vyšším indexem lomu, než je okolní prostředí. Největší fázové zpoždění je přičítáno ke komplexní amplitudě v ohnisku na hrotu pyramidy, kde svazek projde nejtlustší vrstvou materiálu.

Fázová maska má dle [32] a [33] tvar

$$M(f_x, f_y) = S(\text{abs}(f_x) + \text{abs}(f_y)) , \quad (4.4)$$

kde S je škálovací faktor a přenosová funkce fázové masky má tvar

$$\text{OTF}_M(f_x, f_y) = \exp(-iM(f_x, f_y)) . \quad (4.5)$$

Fázovou masku lze škálovat tak, aby fázové zpoždění odpovídalo skutečné výšce a vrcholovému úhlu pyramidy podle vztahu

$$S = \frac{a}{2 \tan(\alpha_{pyr}/2)n_{pyr}} \frac{2\pi}{\lambda} , \quad (4.6)$$

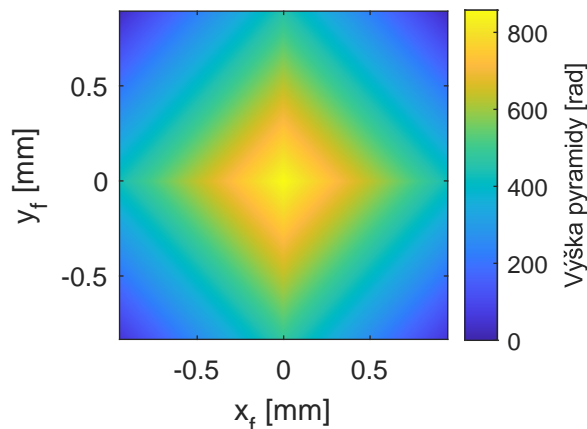
kde a je délka strany podstavy simulované pyramidy, λ vlnová délka, α_{pyr} vrcholový úhel mezi stěnami pyramidy a škálovací faktor S je v jednotkách radiánů a má smysl výšky pyramidy. Fázová maska s výškou 0,08 mm je znázorněna na Obr. 4.1, kde jsou jednotky výšky převedeny na radiány.

S využitím vztahů (1.29) a (2.9) můžeme napsat intenzitu na detektoru jako

$$I(x, y) = |U_{det}(x, y)|^2 = |\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_{in}\}(f_x, f_y) \exp(-iM(f_x, f_y))\}(x, y)|^2 , \quad (4.7)$$

která obsahuje všechny čtyři obrazy vstupní komplexní amplitudy I_i , kde $U_{det}(x, y)$ je komplexní amplituda na detektoru, $U_{in}(x, y)$ vstupní komplexní amplituda a $M(f_x, f_y)$ fázová maska dle předpisu (4.5).

Vstupní svazek definujeme vstupní komplexní amplitudou, která je součinem reálné amplitudy a komplexní exponenciály obsahující fázi. Fáze je složena z báze Zernikových polynomů, které mají poloměr vstupního svazku. Báze Zernikových polynomů je normována buď tak, aby rozdíl mezi maximem a minimem byl rovný jedné, neboli $PV = 1$ (*Peak to Valley*) anebo, aby kvadratický průměr byl roven jedné, neboli $RMS = 1$ (*Root Mean Square*). Vstupní fáze je poté škálována faktorem podle potřeby tak, aby odpovídala měřené aberaci o zvolené velikosti



Obrázek 4.1: Fázová maska $M(x_f, y_f)$ s výškou pyramid v radiánech, která odpovídá výšce 0,08 mm pro vlnovou délku $\lambda = 633$ nm, kde x_f a y_f jsou frekvenční souřadnice v ohnisku převedené podle vztahu (1.25) na jednotky milimetrů.

v jednotkách radiánů nebo jednotkách metrů vztažených k násobkům vlnových délek podle vztahu (1.32).

Vstupní svazek má velikost v pixelech $N_{faze} \times N_{faze}$, která je daná velikostí pixelu a poloměrem vstupního svazku. Matice s fází je zanořena do pole nul o velikosti v pixelech $N_{in} \times N_{in}$, která je daná vzorcem

$$N_{in} = 2^k - 1, \quad (4.8)$$

kde $k \in \mathcal{N}$ a je voleno tak, aby $2^k > N_{faze}$. Velikost vstupní matice je takto zvolena proto, aby byl počet pixelů lichý a existoval střed matice, kde se bude přesně nacházet hrot pyramidy a pro zvýšení frekvenčního rozlišení spektra získaného Fourierovou transformací. Tato velikost je největší liché číslo, které můžeme použít pro danou velikost fáze N_{faze} , neboť algoritmus rychlé Fourierovy transformace sám rozšíří transformovanou matici na velikost nejbližší vyšší mocniny dvou.

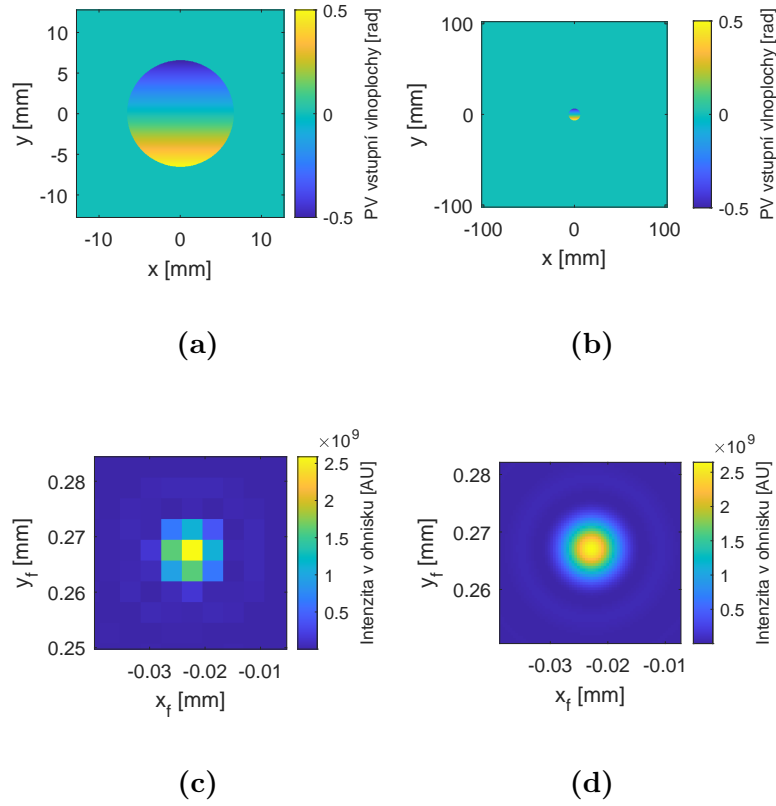
Rozlišení ve frekvenční doméně je dáno vztahem

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{NT}, \quad (4.9)$$

kde N je počet vzorků, f_s se nazývá vzorkovací frekvence a je převrácenou hodnotou vzorkovací periody v prostorové doméně T . Pro účely této práce má vzorkovací perioda rozměr velikosti pixelu a tudíž vzorkovací frekvence má rozměr reciprokých metrů. Zároveň platí, že vzorkovací frekvence je maximální frekvence, které může nabývat komponenta Fourierovy transformace, takže ohraničuje velikost vypočteného spektra. Ze vztahu (4.9) můžeme vyvodit, že při stejné velikosti pixelu, ale při větším počtu pixelů hodnota Δf klesá, čímž se zvyšuje frekvenční rozlišení, protože na stejnou velikost spektra danou nezměněnou vzorkovací frekvencí připadá více vzorků. Tímto můžeme zvětšením velikosti vstupní matice dosáhnout lepšího rozlišení, což je ilustrováno na Obr. 4.2, kde jsou provedeny simulace se stejnou velikostí pixelu ale jinou velikostí vstupní matice N_{in} .

Vstupní matice pro fázi danou polynomem Z_3^{-1} koma v y je zobrazena na Obr. 4.3, kde matice s polynomem velikosti $N_{faze} \times N_{faze}$ je vnořena do matice nul velikosti $N_{in} \times N_{in}$, kde $N_{in} = 1023$.

Skalární amplituda $A_0(x, y)$ vstupní komplexní amplitudy $U(x, y)$ může mít tvar supergaussovské distribuce s šířkou v půlce maxima o 10% menší, než je průměr vstupní fáze a je normována k jedné. Amplituda $A_{SG}(x, y)$ vyhlazuje ostrý skok na okrajích vstupní fáze a zamezuje jeho vlivu na komplexní amplitudu ve vzdálené zóně. Vliv na komplexní amplitudu ve vzdálené zóně je zobrazen na Obr. 4.4, kde vlevo je zobrazena intenzita v ohnisku pro jednotkovou aperturní funkci $A_0(x, y)$ a vpravo je zobrazena intenzita pro supergaussovské vyhlazení dané skalární amplitudou $A_{SG}(x, y)$, jejíž šířka na polovině maxima $FWHMA_{SG}$ (*Full Width Half Max*) je rovná devadesáti procentům velikosti průměru vstupní fáze. Pro nevyhlazenou amplitudu se ve spektru vyskytuje parazitní pík daný vlivem ostré hrany vstupní fáze.



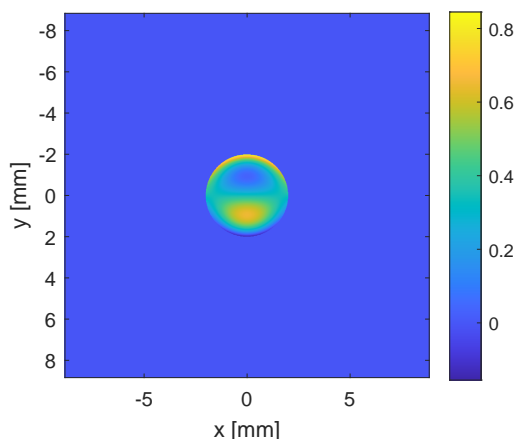
Obrázek 4.2: Ilustrace zvýšení frekvenčního rozlišení zvětšením velikosti vstupní matice N_{in} při zachování stejné hodnoty velikosti pixelu a také vstupní fáze, polynom náklon v y a x_f a y_f jsou souřadnice ve frekvenční doméně, které byly pomocí vztahu (1.25) převedeny na jednotky v mm. (a) Vstupní matice o velikosti $N_{in} = 511$ (b) Vstupní matice o velikosti $N_{in} = 4095$ (c) Intenzita ve spektru s nízkým frekvenčním rozlišením (d) Intenzita ve spektru s vysokým frekvenčním rozlišením

Vstupní komplexní amplituda pro danou vstupní matici s fází např. jako na Obr. 4.3, kde matice s fází a matice skalární amplitudy mají stejné rozměry, lze tedy zapsat jako

$$U_{in}(x, y) = A_0(x, y) \exp(-iW^{\text{rad}}(x, y)) = A_0(x, y) \exp(-i2\pi W(x, y)/\lambda), \quad (4.10)$$

pro jednotkovou vstupní aperturní funkci $A_0(x, y)$ a

$$U_{in}(x, y) = A_{SG}(x, y) \exp(-iW^{\text{rad}}(x, y)) = A_{SG}(x, y) \exp(-i2\pi W(x, y)/\lambda), \quad (4.11)$$



Obrázek 4.3: Vstupní matice s normovanou fází, tak aby $PV = 1$ rad, vnořená do matice nul pro zvýšení rozlišení ve frekvenční doméně. Jako vlnoplocha byl zvolen Zernikův polynom koma Z_3^{-1} .

pro vstupní amplitudu ve tvaru supergaussovské funkce dané předpisem

$$A_{SG}(x, y) = \exp\left(-\left(\frac{x^2}{\sigma^2} + \frac{y^2}{\sigma^2}\right)^n\right), \quad (4.12)$$

kde n je řád supergaussovské funkce a σ je směrodatná odchylka, která je spjata s šířkou na polovině maxima vztahem

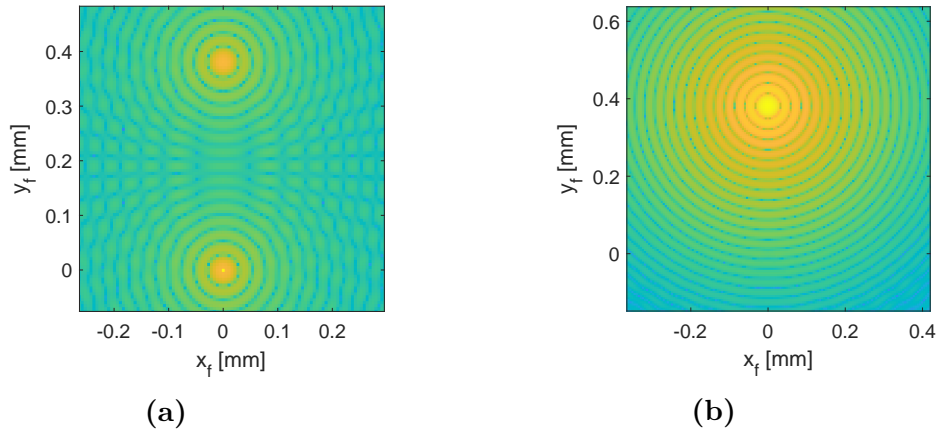
$$\text{FWHM}_{SG} = 2 \left(\sqrt[n]{\log 2} \right) \sigma \quad (4.13)$$

kde n je řád supergaussovské funkce a σ směrodatná odchylka.

Tvar vstupní vlnoplochy má vliv na rozložení intenzity v ohniskové rovině. Na Obr. 4.5 jsou vyneseny intenzity v ohnisku pro vstupní aberace náklon v y , astigmatismus v y , komu v y a sférickou aberaci, Z_1^{-1} , Z_2^{-2} , Z_3^{-1} a Z_4^0 . Je patrné, že každý bazický polynom bude mít své charakteristické rozložení intenzity v ohnisku, a tudíž i na detektoru. Abychom získali nesaturovaný signál a mohli kvantifikovat velikost vstupní aberace musíme senzor modulovat. Přístup k simulaci modulace a odezvu senzoru popíšeme v následující sekci.

4.1.2 Dynamicky modulovaný senzor

V této sekci popíšeme numerický model dynamické kruhové modulace pyramidového senzoru vlnoplochy. Po získání intenzity na detektoru podle vztahu (4.7)



Obrázek 4.4: Vliv skalární amplitudy na logaritmus intenzity spektra, kde x_f a y_f jsou souřadnice ve frekvenční doméně, které byly pomocí vztahu (1.25) převedeny na jednotky v mm. (a) Intenzita spektra pro jednotkovou vstupní amplitudu (b) Intenzita spektra pro FWHM_{SG} supergaussovské amplitudy $A_{SG}(x, y)$ rovno devadesáti procentům průměru vstupní fáze.

a vybrání obrazů můžeme podle vzorců (3.6) určit signál ve všech bodech na detektoru (x, y) . Pro kvantifikování hodnoty derivace vlnoplochy musíme senzor modulovat.

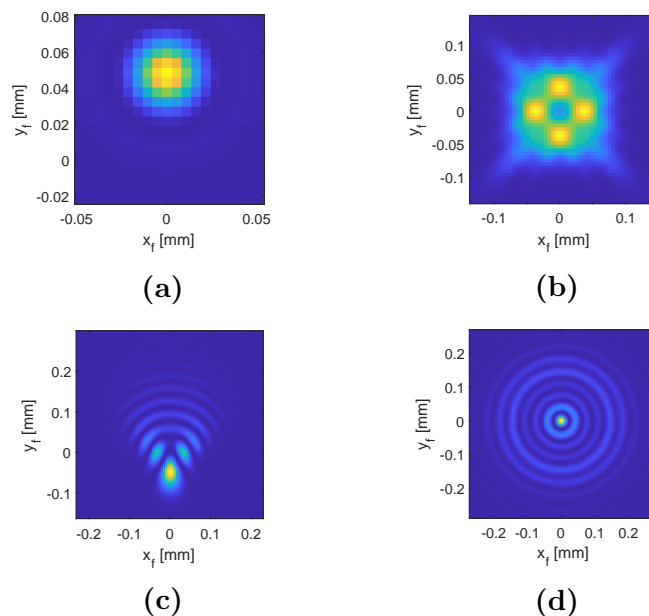
Dynamické modulace senzoru lze docílit buď rychle se naklápějícím zrcadlem umístěným do svazku před vstupní čočku teleskopu, nebo translací hrotu skleněné pyramidy. V obou případech bude ohnisko opisovat oproti hrotu pyramidy kruhovou dráhu s poloměrem modulace spojeným s modulačním parametrem vztahem

$$r = \alpha f_1, \quad (4.14)$$

kde f_1 je vstupní čočka teleskopu se skleněnou pyramidou.

V případě dynamické modulace senzoru je do dráhy paprsku před teleskopem pyramidového senzoru vloženo naklonitelné zrcadlo, které rozmítá svazek po kružnici. Úhel náklonu zrcadla je v tomto rovný modulačnímu parametru α .

Posunutí ohniska v ohniskové rovině lze simulovat přičtením náklonu k vstupní vlnoploše, úhel náklonu je rovný modulačnímu parametru. Na vstupní vlnoplochu aplikujeme postupně mnoho náklonů a poté zprůměrujeme obdržaná spektra pro všechny modulační náklony. Na Obr. 4.6 je znázorněno modulované ohnisko. Uprostřed obrázku je nemodulované ohnisko, které je posunuto oproti hrotu pyramidy přidáním náklonů ke vstupní vlnoploše.



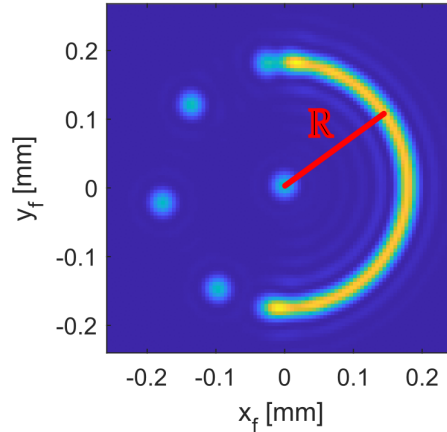
Obrázek 4.5: Intenzita v ohnisku vstupní čočky pro různé vstupní fáze $W_{in}(x, y)$, které mají velikost $PV = 4\pi$ rad, kde x_f a y_f jsou souřadnice ve frekvenční doméně, které byly pomocí vztahu (1.25) převedeny na jednotky v mm. (a) Náklon v y (b) Astigmatismus v y (c) Koma v y (d) Sférická aberace.

Na modulované spektrum působíme fázovou maskou a dokončíme simulaci jako pro nedomulovaný senzor podle vztahu (4.7) s tím rozdílem, že obdržený signál již nebude roven derivaci.

Derivace vlnoplochy bude stále dána jako poměr intenzit padlých na dané dvě poloviny detektoru vůči celkové intenzitě. Nyní ale musíme přihlédnout k rozmítnutí intenzity po modulační kružnici v každém bodě spektra. Poměr intenzit tedy bude dán poměrem délky obvodu modulační kružnice. Geometrické odvození jsme provedli pro vlnoplochu, která je nakloněná v ose y jak je ilustrováno na Obr. 4.7.

Z jednoduché geometrické úvahy a podle [30] a [29], lze odvodit vzorec pro hodnotu derivace vlnoplochy jako

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial W}{\partial x} &= \frac{r}{f_1} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_x\right) \\
 \frac{\partial W}{\partial y} &= \frac{r}{f_1} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_y\right),
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$



Obrázek 4.6: Postup při simulaci kruhové modulace. Uprostřed obrázku je nemođulované ohnisko, které je posunuto do vzdálenosti poloměru modulační kružnice. V pravé části obrázku lze vidět, že pro dostatečný počet náklonů je možné modulační kružnici zespojitiť. Modulace byla simulována pro ohniskovou vzdálenost vstupní čočky $f_1 = 150$ mm a modulační poloměr $R = 350$ μm .

kde S_x a S_y jsou signály obdržené podle vztahu (3.6), f_1 je ohnisková vzdálenost vstupní čočky teleskopu a r poloměr modulační kružnice v ohniskové rovině, který je dán modulačním parametrem α dle vztahu (4.20).

Pro jednu vstupní modulovanou vlnoplochu máme

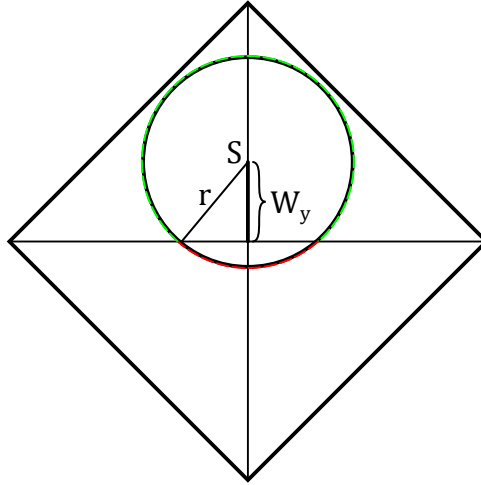
$$W^{in}(x, y, t) = W^{mod}(x, y, t) + W_0(x, y) , \quad (4.16)$$

kde t je parametr jdoucí od 0 do periody modulace T , $W_0(x, y)$ měřená vlnoplocha a $W^{mod}(x, y, t)$ modulační náklon, který lze napsat předpisem

$$W^{mod}(x, y, t) = S_{tilt}(x \sin(2\pi t/T) + y \cos(2\pi t/T)) , \quad (4.17)$$

kde S_{tilt} je velikost modulačního náklonu v radiánech a t je parametr jdoucí od 0 do periody oběhu T . Počet modulačních náklonů závisí na velikosti modulačního parametru. Pro dosažení spojitosti modulační kružnice jako na Obr. 4.6, musíme pro větší poloměry kružnice simulovat více modulačních náklonů. Modulační parametr a počet modulačních náklonů jsme spojili vztahem

$$t_{krok} = k \left\lfloor \frac{D}{\alpha \lambda} \right\rfloor , \quad (4.18)$$



Obrázek 4.7: Ilustrace dynamické modulace pro vstupní vlnoplochu náklon v y , kde S je střed modulační kružnice, r poloměr modulační kružnice a W_y velikost aberace vstupní vlnoplochy podle rovnice pro paprskovou aberaci (2.2). Pro získání derivace vstupní vlnoplochy je nutné upravit signál ze senzoru poměrem zelené a červené části obvodu vůči obvodu celé modulační kružnice, který odpovídá poměru intenzit dopadlých na horní a dolní polovinu pyramidy vůči celkové intenzitě.

kde D je průměr vstupní apertury, λ vlnová délka, α modulační parametr, $[\cdot]$ dolní celá část a k je přirozené číslo. Argument v dolní celé části vyjadřuje kolikrát se vejde poloměr Airyho disku do modulačního poloměru. Takže parametr t jde od nuly do periody T diskretními kroky, jejichž počet je dán vztahem (4.18). Což bohužel znamená, že s rostoucím modulačním poloměrem roste i výpočetní náročnost simulace.

Velikost modulačního náklonu a v radiánech je dána hodnotou modulačního parametru

$$S_{tilt} = \alpha \frac{D}{2} \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (4.19)$$

kde α je modulační parametr, D příčný průměr vstupní vlnoplochy v předmětové rovině teleskopu a λ vlnová délka. Modulační amplituda souvisí s poloměrem modulačního kruhu na vrcholu pyramidy r vztahem

$$r = \alpha f_1 = \frac{2S_{tilt}}{D} \frac{\lambda}{2\pi} f_1, \quad (4.20)$$

kde α je modulační parametr, f_1 ohnisková vzdálenost vstupní čočky S_{tilt} velikost modulačního náklonu v radiánech a λ vlnová délka.

Každá modulovaná fáze $W^{in}(x, y, t)$ je vstupní fází a pro každou získáme časově proměnnou intenzitu na detektoru $I^{mod}(x, y, t)$ jako v případě nemodulovaného senzoru podle vztahu (4.7). Intenzitu na detektoru pro modulovaný senzor vlnoplochy, která na něj dopadla během jedné periody, získáme integrací časově proměnné intenzity přes periodu jedné otáčky

$$I^{mod}(x, y) = \frac{1}{T} \int_0^T I^{mod}(x, y, t) dt, \quad (4.21)$$

kde T je perioda jedné otáčky zrcadla. Pro integrovanou intenzitu můžeme získat signál a poté využít vzorce (4.15) a získat hodnotu derivace měřené nemodulované vstupní vlnoplochy $W_0(x, y)$. Vztah (4.21) musíme pro účely algoritmizace přepsat do konečné sumy

$$I^{mod}(x, y) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T I^{mod}(x, y, t), \quad (4.22)$$

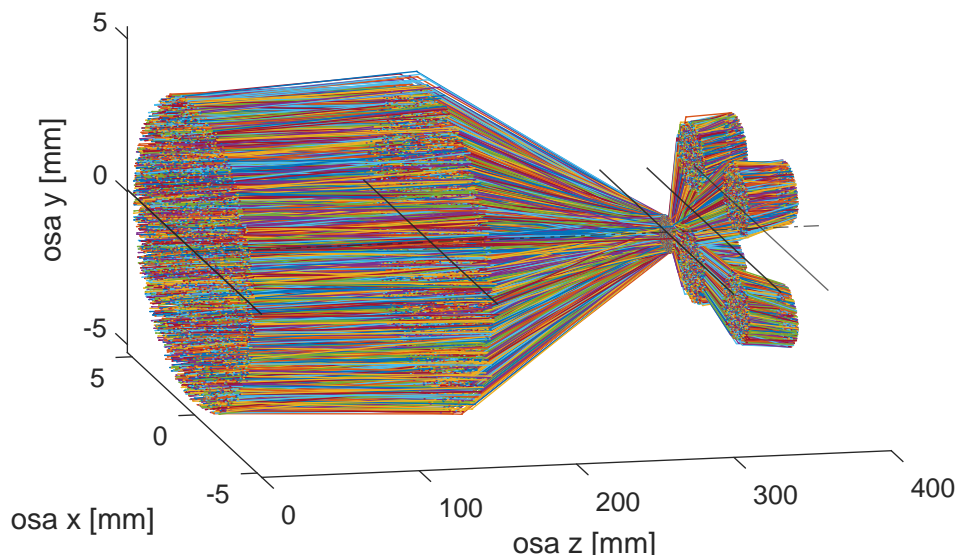
kde počet kroků je dán vztahem (4.18).

4.2 Numerický model na základě geometrické optiky

V této sekci popíšeme napsaný numerický model pro staticky modulovaný pyramidový senzor vlnoplochy. Model je vytvořen na základě geometrické optiky a metody sledování paprsku. Budeme využívat vzorců, které jsme odvodili v teoretické sekci, které pro přehlednost ještě jednou uvedeme níže. Popíšeme všechny aproximace a přiblížení, kterých jsme se při sestavování modelu dopustili a také vliv difúzního elementu na odezvu senzoru a přístup k jeho simulaci.

Numerický model využívá sledování paprsku, který se šíří optickou soustavou k tomu, aby získal intenzitu na detektoru pro danou vstupní vlnoplochu. Intenzita na detektoru se obdrží tak, že se soustavou nechá šířit paprsek a v rovině detektoru je zaznamenána jeho pozice. Do matice odpovídající detektorové rovině se přičte jednička ke členu odpovídající pixelu, na který paprsek dopadl. Pokud tímto způsobem sledujeme velké množství paprsků, například v řádu statisíců, můžeme získat intenzitu na detektoru, ze které vypočteme derivace vstupní vlnoplochy a tyto pak modálně integrujeme stejným způsobem jako pro model vlnové

optiky. Ilustrace k metodě sledování paprsku je vykreslena na Obr. 4.8 a schéma rekonstrukce vlnoplochy na Obr. 4.9.

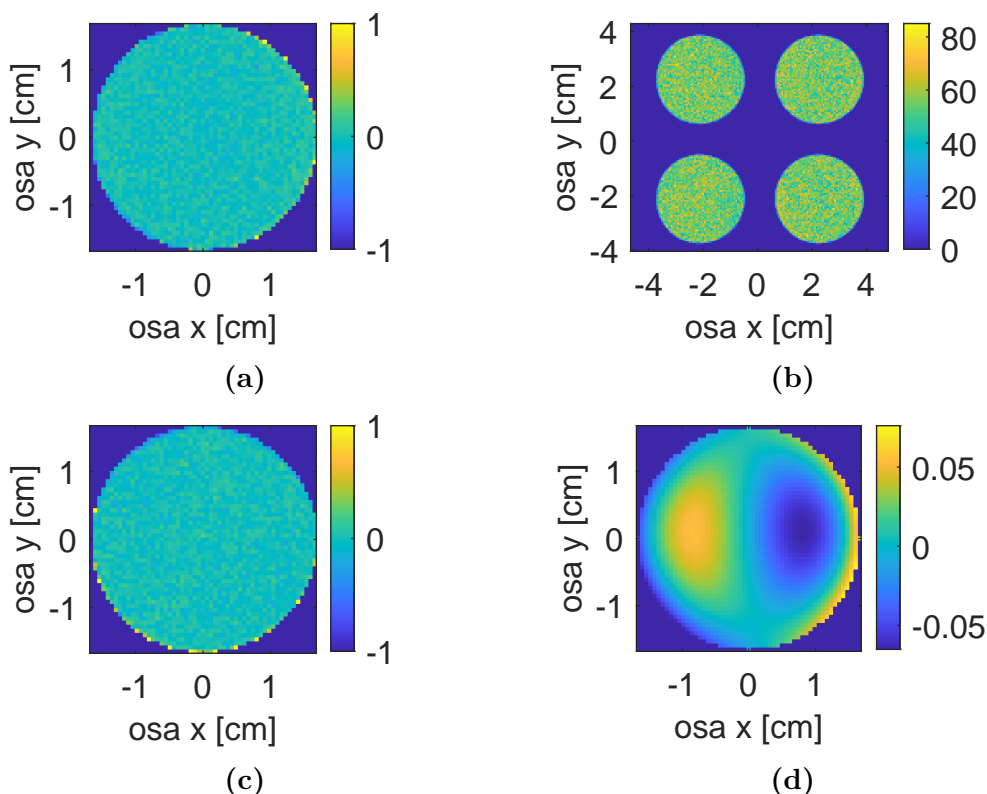


Obrázek 4.8: Model pyramidového senzoru pomocí sledování paprsku v pravotočivé souřadné soustavě. Černé čáry paralelní s osou x znázorňují pozici optických elementů soustavy popořadě: difúzního prvku, vstupní čočky, skleněné pyramidy, výstupní čočky a roviny detektoru. Čerchovanou čarou je vyznačena optická osa soustavy.

Paprsek se šíří soustavou podle zákonů geometrické optiky, zejména Snellova zákona lomu na rozhraní. Paprsek ve 2D soustavě má čtyři souřadnice

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} y \\ u_y \\ x \\ u_x \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

kde y a x jsou výškové souřadnice a u_y a u_x směry paprsku vůči osám x a y . Notace byla vypůjčena z maticového popisu šíření paprsku optickou soustavou [34]. Pro snížení náročnosti výpočtu se paprsek \mathbf{p} mění pouze v místě, kde je zasazen nějaký optický element. Optická soustava se skládá z předmětové roviny teleskopu, difúzního prvku, volného prostoru před vstupní čočkou, vstupní čočky, volného prostoru před pyramidou, pyramidy, volného prostoru před výstupní čočkou, výstupní čočky, volného prostoru před detektorem a rovinou detektoru, kde se šíření paprsku zastaví. To znamená, že pro každý paprsek probíhá pouze deset



Obrázek 4.9: Ilustrace rekonstrukce vlnoplochy pro model statické modulace pyramidového senzoru vlnoplochy. (a) Signál $S_x(x, y)$ (b) Intenzita na detektoru, kde hodnota v pixelu značí počet paprsků, které na něj dopadly (c) Signál $S_y(x, y)$ (d) Rekonstruovaná vlnoplocha, v tomto případě Zernikův polynom Z_3^1 koma v x .

změn, což významně ulehčuje výpočet, protože množství paprsků, které je potřeba k obdržení intenzity na detektoru pro jednu vstupní vlnoplochu je v řádu statisíců.

Nyní vyjmenujeme aproximace, které jsme použili při sestavení modelu. První aproximace je aproximace geometrické optiky, abychom vůbec mohli použít pojem paprsek. Tato aproximace je popsána výše v teoretické sekci. Dále jsme zanedbali tloušťku optických elementů a brali jsme čočky, pyramidu a difuzér jako nekonečně tenké. Dále jsme definovali vstupní a výstupní aperturu podle průměru vstupní vlnoplochy, takže všechny optické prvky jsou i nekonečně široké, což znamená, že se každý simulovaný paprsek zobrazí na detektor. Při definování vstupních paprsků vlnoplochy jsme brali směr paprsku rovný derivaci vlnoplochy v bodě, ale s opačným znamínkem. Poslední aproximace, které jsme využili, je paraxiální aproximace, kdy v důsledku malých velikostí uvažovaných úhlů platí

pro libovolný směr paprsku

$$\tan(u) = \sin(u) = u . \quad (4.24)$$

4.2.1 Vztahy pro průchod paprsku optickou soustavou

Při využití paraxiální aproximace můžeme zjednodušit vzorce pro šíření paprsku optickou soustavou, které jsme odvodili v teoretické části výše. Pro Snellův zákon (1.3) můžeme psát

$$n_1 u_1 = n_2 u_2 , \quad (4.25)$$

kde n_1 a n_2 jsou indexy lomu prostředí a u_1 a u_2 úhel dopadu a úhel lomu dopadajícího paprsku a lomeného paprsku.

V této části uvedeme transformační vztahy, které popisují transformace souřadnic paprsku optickými prvky soustavy. Tyto vztahy se dají použít jak pro paprsek v 1D, který má dle (1.7) pouze jednu výšku a jeden směr, tak pro paprsek ve 2D daný vztahem (4.23). Paprsek lze transformovat tak, že se nezávisle na sobě transformují jeho kolmé projekce do rovin xz a yz podle níže uvedených vztahů. Transformační vztahy můžeme zjednodušit pomocí zjednodušeného Snellova zákona (4.25).

Průchod prostředím bude paprsek transformovat dle

$$\begin{aligned} u' &= u \\ y' &= y + Lu , \end{aligned} \quad (4.26)$$

kde čárkované souřadnice jsou souřadnice transformovaného paprsku a L je délka prostředí.

Transformační vztah pro lom na rozhraní je dán vztahem

$$\begin{aligned} u' &= \frac{n_1}{n_2} u \\ y' &= y , \end{aligned} \quad (4.27)$$

kde n_1 je index lomu prostředí ve kterém paprsek dopadá na rozhraní a n_2 index lomu prostředí do kterého se paprsek láme.

Transformační vztah pro lom na kulovém rozhraní je dán vztahem

$$\begin{aligned} u' &= \frac{n_1}{n_2} \left(u - \frac{y}{R} \right) + \frac{y}{R} \\ y' &= y, \end{aligned} \quad (4.28)$$

kde R je poloměr křivosti kulové plochy, n_1 index lomu v prostředí, kde paprsek dopadá na rozhraní a n_2 indexy lomu prostředí, do kterého se paprsek zalomí.

Transformační vztah pro lom na rovinném rozhraní, které je natočeno vůči optické ose uvedeme pro obě kolmé projekce zvlášť, neboť tato transformace se jako jediná v těchto rovinách liší. Lom na natočeném rovinném rozhraní vůči optické ose je dán vztahem

$$\begin{aligned} u'_y &= \frac{n_1}{n_2} (u_y + \varphi_x) - \varphi_x & u'_x &= \frac{n_1}{n_2} (u_x + \varphi_y) - \varphi_y \\ y' &= y & x' &= x \end{aligned}, \quad (4.29)$$

kde φ_x a φ_y jsou úhly náklonu rozhraní vůči optickým osám x a y .

Průchod paprsku optickými prvky je už jen jednoduchým složením těchto základních kamenů. Tenkou čočku jsme simulovali jako plano-konvexní čočku, to znamená, že transformace paprsku na rozhraní tenké čočky jsou dva lomy na kulovém rozhraní (4.28).

Tenkou pyramidu jsme složili z lomu na nakloněném rozhraní (4.29) a lomu na rovinném rozhraní (4.27), přičemž naklonění rozhraní pyramidy je jiné pro každý kvadrant, což simuluje pyramidový tvar. Úhel náklonu rozhraní je pro každý paprsek určen podle jeho výšky a do kterého kvadrantu dopadne.

Difúzní prvek jsme simulovali jako nakloněné rozhraní (4.27). Pro každý paprsek je náklon rozhraní jiný. Náklon se vybírá pomocí metody Monte-Carlo z předem definované hustoty pravděpodobnosti odpovídající rozptylové funkci difuzéru. Monte-Carlo simulaci se budeme věnovat podrobněji dále.

Posledním druhem transformace paprsku je zadání vstupní vlnoplochy. Vstupní vlnoplocha je zvolena jako jeden ze Zernikových polynomů a pro každý paprsek je opět metodou Monte-Carlo vybrána jeho počáteční výška na osách x a y omezená průměrem vstupní apertury. V tomto bodě je interpolována hodnota Zernikova

polynomu a vypočtena hodnota derivace ve směru os x a y . Hodnota směrové derivace je brána jako směr paprsku u_x a u_y . Směr paprsku je dále opatřen opačným znaménkem, kvůli zavedené konvenci znaménka úhlů.

4.2.2 Metoda Monte-Carlo

Základem metody Monte-Carlo je opakovaná generace pseudonáhodných čísel. Můžeme na ni pohlížet jako na experimentální výpočet, ve kterém se provádí měření pro velký počet opakování. Je to robustní metoda, která se využívá ve fyzice i v matematice v oblasti pravděpodobnosti. Jejím použitím lze řešit problémy, které nemají analytické řešení, nebo jejichž řešení jinou metodou je výpočetně náročné. Mezi aplikace této metody patří například numerická integrace, generace náhodných čísel, provádění fyzikálních simulací a analýza finančních trhů. [35]

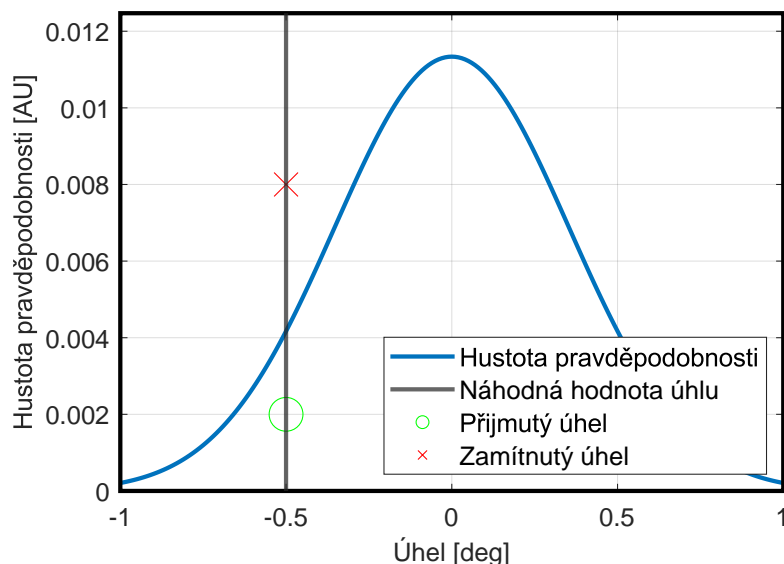
V této práci se budeme soustředit na využití Monte-Carlo metody pro generaci náhodných čísel, které se řídí podle předem dané hustoty pravděpodobnosti. Hustota pravděpodobnosti musí splňovat určité parametry na to, aby mohla být použita jako distribuční funkce pro Monte-Carlo simulaci. Musí být normovaná tak, aby její integrál byl roven jedné, tedy

$$\int_{\Omega} f(x)dx = 1 , \quad (4.30)$$

kde $f(x)$ je hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny x a Ω její definiční obor. Dále musí být funkce nezáporná na svém definičním oboru a musí být nula všude jinde. Integrál hustoty pravděpodobnosti vyjadřuje pravděpodobnost daného jevu na daném definičním oboru. Zajímavostí je, že pravděpodobnost každého jednotlivého jevu nulová, protože integrál přes jeden bod je vždy nulový. [35]

Generace náhodného čísla podle známe hustoty pravděpodobnosti je velmi jednoduchá a schéma, které popíšeme níže je zobrazeno na Obr. 4.10. Nejprve generujeme dvě pseudonáhodná čísla. Jedno z intervalu od nuly do hodnoty, která je o například deset procent větší, než je maximum hustoty pravděpodobnosti. Druhé číslo generujeme z definičního oboru hustoty pravděpodobnosti. Pokud první číslo padne pod hodnotu hustoty pravděpodobnosti v bodě, který je dán druhým číslem, můžeme tento výsledek přijmout a brát druhé číslo jako náhodné číslo, které jsme hledali. Pokud padne první číslo nad hodnotu hustoty pravděpodobnosti,

pak tento výsledek nepřijmeme a pokračujeme v generování pseudonáhodných dvojic dokud nedostaneme přijatelný výsledek. V případě, že bychom takto generovali mnoho náhodných čísel, pak rozdělení jejich hodnot bude odpovídat původní hustotě pravděpodobnosti.



Obrázek 4.10: Generování náhodných čísel podle hustoty pravděpodobnosti pomocí metody Monte-Carlo, kde černý obdélník vyznačuje intervaly na obou osách na kterých se smí generovat pseudonáhodné dvojice čísel.

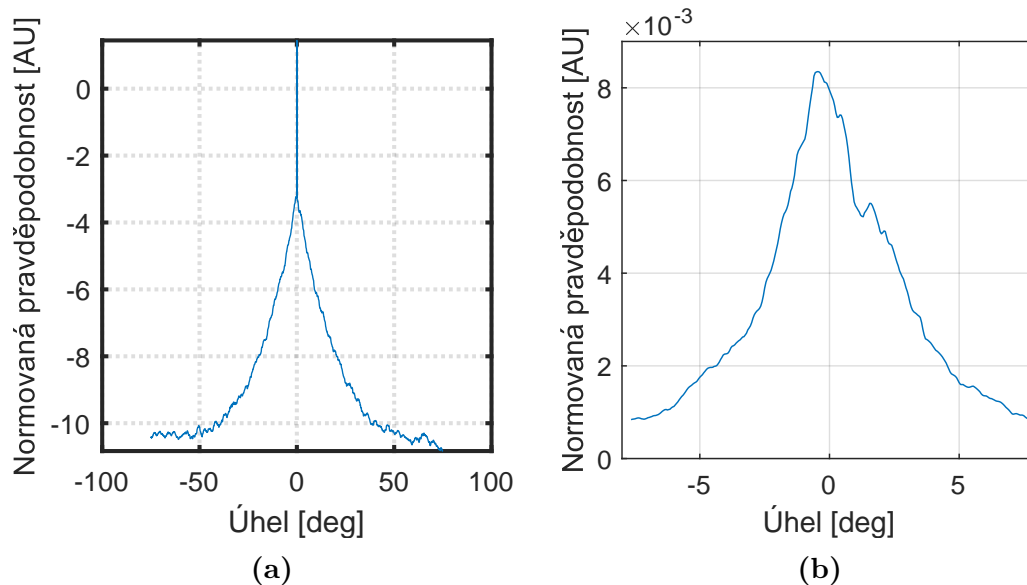
Generace náhodných čísel pomocí metody Monte-Carlo využíváme pro získání náhodných úhlů náklonu pro paprsky procházející difúzním elementem a pro generaci náhodných výšek pro každý vstupní paprsek.

Výška paprsku v předmětové rovině je vybrána pomocí Monte-Carlo metody a hustota pravděpodobnosti je v tomto případě konstantní a ohraničená velikostí vstupní apertury. Tímto způsobem zajistíme rovnoměrné rozložení vstupních paprsků a nedopouštíme se tak chyby měření.

Difúzní prvek lze charakterizovat jeho rozptylovou funkcí. Difuzér totiž působí na svazek v ohnisku tak, že intenzitu v každém bodě svazku rozmítne podle tvaru své rozptylové funkce. Tvar této funkce může být rozličný, ať už sféricky symetrický, nebo i tvaru čtverce.

Difúzní prvek využívá vnitřního rozptylu, nebo rozptylu na drsném povrchu, aby rozmítl intenzitu dopadajícího svazku v každém bodě do podoby své rozptylové funkce. My toto simulujeme metodou sledování paprsku tak, že každý paprsek, který

dopadne na difuzér dopadne na rovinné rozhraní, jehož úhly náklonu vůči osám x a y jsou náhodně vybrány z rozptylové funkce difuzního elementu pomocí metody Monte-Carlo. Tento přístup nám umožňuje simulovat difuzní prvky, pro které známe jejich rozptylovou charakteristiku. Difuzní prvek, který máme k dispozici v laboratoři je Thorlabs DG10-1500-MD a jeho difuzní charakteristika a odpovídající hustota pravděpodobnosti je vynesena na Obr. 4.11.



Obrázek 4.11: (a) Graf normované hustoty pravděpodobnosti difuzního elementu Thorlabs DG10-1500-MD, který jsme použili pro experimentální měření. [36] (b) Hustota pravděpodobnosti použitá pro simulaci difuzního elementu. Z technických dat byl odebrán pík pro nulový rozptyl, který popisuje balistické fotony, které nejsou rozptýleny a byla určena hodnota maximálního rozptylového úhlu jako hodnota jednoho procenta maxima rozptylové charakteristiky (a). Dále byla data normována podle vztahu (4.30).

Praktická část

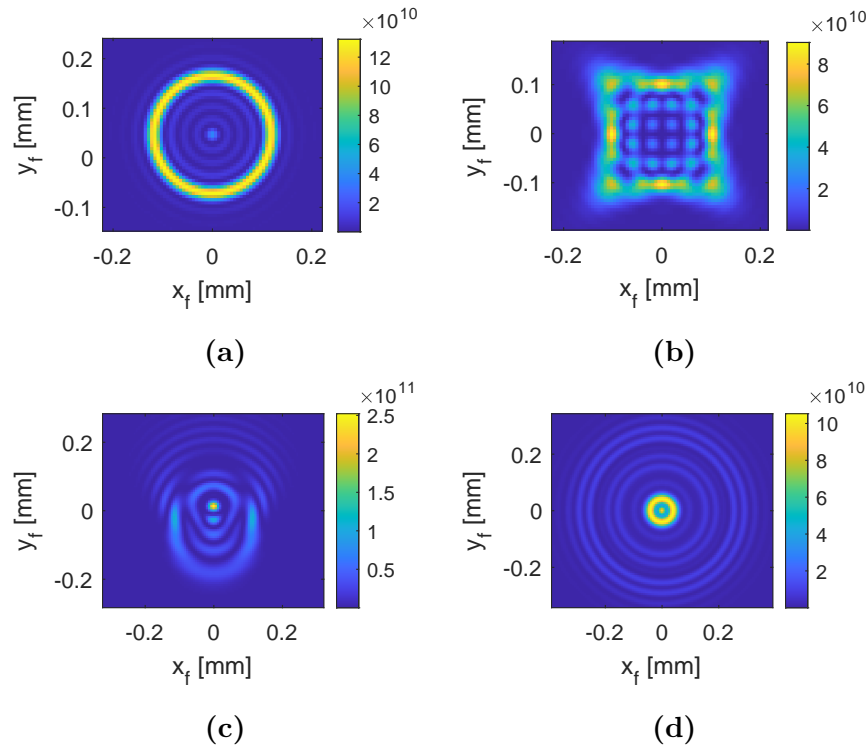
5 Modely pro simulaci senzoru

V této kapitole se budeme věnovat výsledkům napsaných numerických modelů pro simulaci odezvy modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy. Napsali jsme dva numerické modely. První pro simulaci dynamicky modulovaného senzoru rotací nakloněného zrcadla a druhý pro statickou modulaci difúzním elementem. Oba byly představeny a popsány ve čtvrté kapitole. Chování modelů porovnáme s popisem senzoru z teoretické části, kde se zaměříme zejména na saturaci senzoru a oblast linearity.

5.1 Výsledky numerické simulace dynamicky modulovaného senzoru

Napsaný model pro dynamicky modulovaný senzor vlnoplochy je postaven na základě vlnové a Fourierovské optiky. Působení pyramidy na odezvu senzoru je simulováno fázovou maskou. Fázová maska odpovídá fázovému zpoždění, které je indukováno změnou optické dráhy při průchodu svazku skleněnou pyramidou s vyšším indexem lomu, než je okolní prostředí. Fázová maska do simulace vstupuje součinem přenosové funkce (4.5) a komplexní amplitudy ve společném ohnisku obou čoček teleskopu, kde se nachází hrot pyramidy.

Modulace senzoru je simulována tak, že se z měřené vlnoplochy vytvoří mnoho modulovaných vlnoploch přičtením modulačních náklonů, jejichž velikost závisí na modulačním parametru dle (4.17). Pro každou modulovanou vlnoplochu je vypočtena intenzita na detektoru a tyto intenzity jsou zprůměrovány. Průměr intenzit pak odpovídá tomu, co by zaznamenal detektor modulovaného senzoru vlnoplochy za jednu periodu rotace ohniska kolem hrotu pyramidy. Průměrná intenzita během jedné periody v ohnisku pro vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikových polynomů náklonu v y , astigmatismu v y , komy v y a primární sférické aberace je zobrazena pro ilustraci na Obr. 5.1.



Obrázek 5.1: Simulovaná intenzita v ohnisku zachycená během jedné periody otočení pro modulační poloměr $115\ \mu\text{m}$ a PV vstupní vlnoplochy 4π radiánů, kde x_f a y_f jsou frekvenční souřadnice v ohnisku převedené podle vztahu (1.25) na jednotky milimetrů. (a) Z_1^{-1} náklon v y (b) Z_2^{-2} astigmatismus v y (c) Z_3^{-1} koma v y (d) Z_4^0 primární sférická aberace.

Byla provedena simulace senzoru vlnoplochy, jehož modulační parametr odpovídal modulaci u provedeného experimentálního měření v laboratoři, které bude popsáno v další kapitole. Provedli jsme dvě simulace s tímto modulačním parametrem, v první byla simulována odezva na malé hodnoty vstupních aberací, což odpovídalo i průběhu experimentálního měření. Druhá simulace byla provedena pro větší rozsah vstupů, abychom lépe předvedli charakteristickou saturaci a oblast lineární odezvy senzoru.

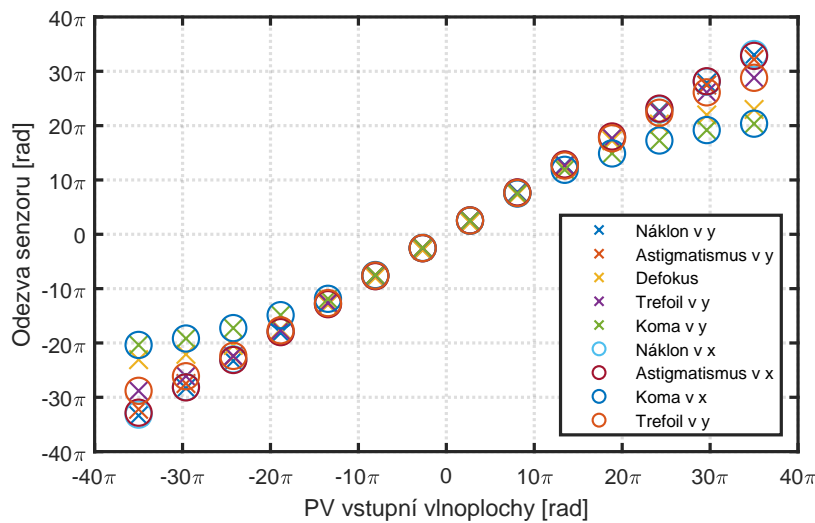
Pro ověření správné funkce napsaného numerického modelu jsme vypočítali odezvu na různé velikosti Zernikových polynomů do třetího řádu včetně, popořadě: globální náklony v y a x , astigmatismus v y , defokus, astigmatismus v x , trefoil v y , koma v y , koma v x a trefoil v x .

Algoritmizace simulace byla provedena dvěma vnořenými smyčkami, kdy první smyčka měla počet kroků rovný počtu simulovaných bazických polynomů a do

ní vnořená druhá smyčka měla počet kroků rovný počtu simulovaných vstupních velikostí.

Bazické polynomy byly před zahájením simulace normovány tak, aby rozdíl mezi maximem a minimem byl roven jedné a aby jeho střední hodnota přes vstupní aperturu byl roven nule.

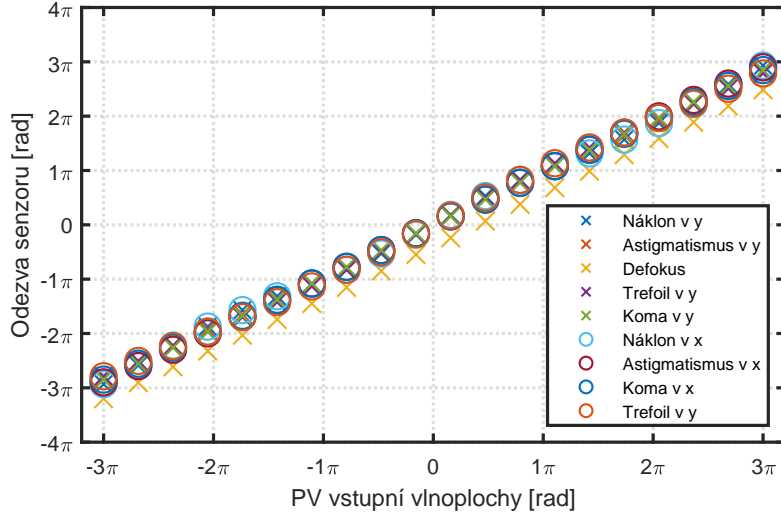
Na grafech Obr. 5.2 a Obr. 5.3 je vykreslena odezva pro vstupní Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně pro velké a malé rozmezí velikostí vstupních aberací.



Obrázek 5.2: Simulace odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy na Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně, které mají hodnotu PV v rozmezí mezi -35π a 35π radiánů. Na grafu je vidět oblast lineární odezvy senzoru a také jeho saturace pro zvětšující se vstupní aberace. Nejdůležitější parametry simulace jsou uvedeny v Tab. 5.2.

Globální náklony vlnoplochy, polynomy Z_1^{-1} a Z_1^1 , vykazovaly největší oblast linearitu a saturace nastávala v blízkosti teoretického limitu maximální možné měřené aberace x_{max} , který odpovídá modulačnímu náklonu podle vztahu (4.19). Pro modulační parametr $\alpha_1 = 0,0015$ radiánů a poloměr vstupní vlnoplochy $r_{faze} = 6,5$ mm je hodnota maximální možné měřené aberace rovná velikosti modulačního náklonu $x_{max} = 63,6\pi$, nebo $x_{max} = 31,8 \lambda$. Parametry simulace jsou vyneseny do Tab. 5.2. Pro aberace vyšších řádů nastává saturace dříve, takže se oblast lineární odezvy zmenšuje s narůstajícím řádem měřených aberací.

Teoretický limit x_{max} jsme ověřili simulací odezvy senzoru na Zernikovy polynomy prvního řádu, která je vynesena do grafu Obr. 5.4. V grafu je čerchovanou čarou



Obrázek 5.3: Simulace odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy na Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně, které mají hodnotu PV v rozmezí mezi -3π a 3π radiánů. V grafu je vykreslena oblast lineární odezvy senzoru na malé aberace. Odezva polynomu defokus (žlutě) vykazuje systematickou chybou. Nejdůležitější parametry simulace jsou uvedeny v Tab. 5.2.

vyznačena saturační mez, která byla vypočtená podle teoretického vzorce (4.19) a celou černou čarou vyznačena saturační mez, která byla získaná z průsečíku lineárních fitů na lineární a satureované oblasti odezvy. Hodnoty parametrů obou fitů jsou uvedeny v Tab. 5.1.

Souřadnice průsečíku dvou přímek spočítáme jednoduše tak, že položíme do rovnosti funkční hodnoty obou přímek a vyjádříme společné x_{max} jako hledanou saturační mez

$$\begin{aligned}
 y(x)_{sat} &= ax + b \\
 y(x)_{lin} &= cx + d \\
 x_{max} &= \frac{d - b}{a - c}, \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

kde a, b, c a d jsou vypočtené parametry lineárních fitů s předpisy $y(x)_{sat}$ a $y(x)_{lin}$ a x_{max} je maximální možná nesatureovaná hodnota velikosti vstupního náklonu vlnoplochy.

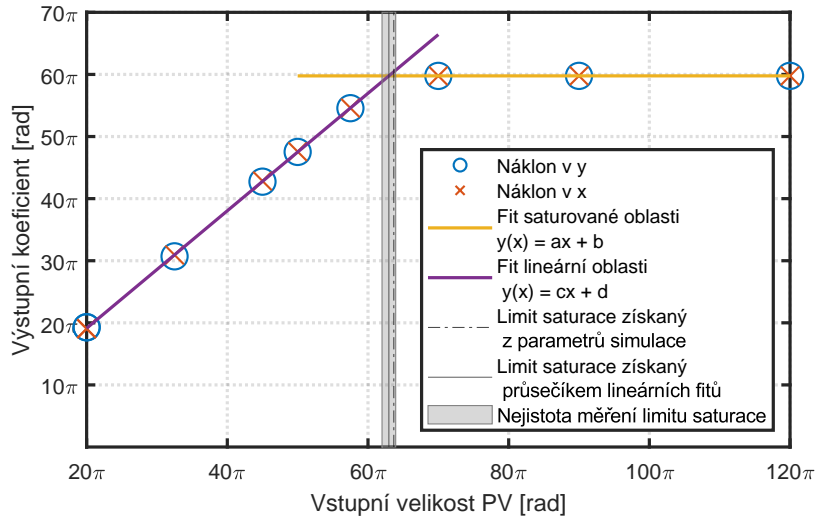
Nejistotu měření x_{max} získáme pomocí známého vzorce pro šíření nejistoty [37] a dosazením předpisu pro měřenou veličinu x_{max} (5.1)

$$\sigma_{x_{max}} = \left(\left(\frac{x_{max}}{d-b} \sigma_d \right)^2 + \left(\frac{x_{max}}{d-b} \sigma_b \right)^2 + \left(\frac{x_{max}}{a-c} \sigma_a \right)^2 + \left(\frac{x_{max}}{a-c} \sigma_c \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (5.2)$$

kde $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ a σ_d jsou nejistoty měření parametrů lineárních fitů (5.1) a, b, c a d .

$y(x)_{sat} = ax + b$		$y(x)_{lin} = cx + d$	
a [rad]	$0,0001 \pm 0,0005$	c [rad]	$0,9400 \pm 0,0100$
b [rad]	$59,7000 \pm 0,6000$	d [rad]	$0,2000 \pm 0,3000$
x_{max} [rad]		63 ± 1	

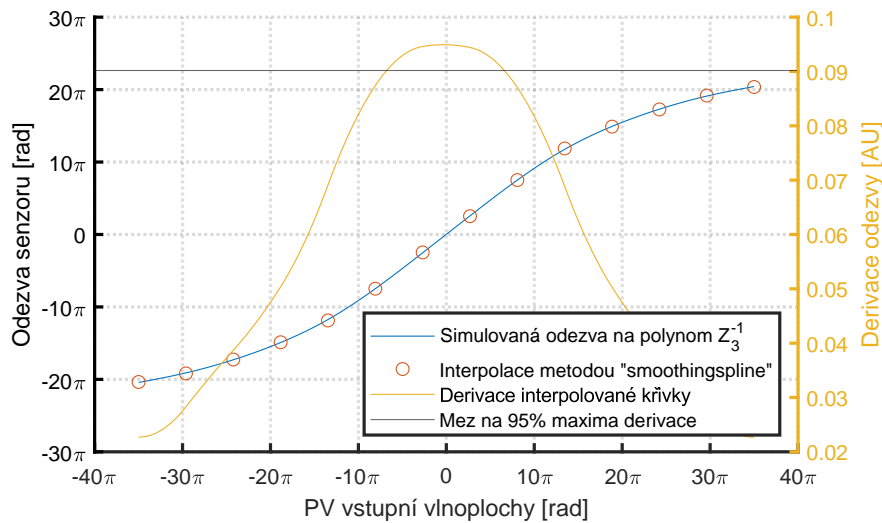
Tabulka 5.1: Tabulka parametrů lineárních fitů pro Obr. 5.4, kde $y(x)_{sat}$ značí lineární fit saturované oblasti a $y(x)_{lin}$ fit lineární oblasti. Maximální měřitelná hodnota vstupní aberace x_{max} byla vypočtena podle vzorce (5.1) a směrodatná odchylka podle vzorce (5.2).



Obrázek 5.4: Simulace odezvy na Zernikovy polynomy náklon v x a y pro velký rozsah velikostí vstupních aberací. Na tomto grafu ilustrujeme přechod mezi lineární odezvou saturací senzoru. Maximální velikost měřené aberace je získána jako x -ová souřadnice průsečíku lineárních fitů, jejichž parametry jsou uvedeny v Tab. 5.1 a je vyznačena plnou čarou a šedý obdélník vyznačuje interval nejistoty. Čerchovanou čarou je vyznačena maximální velikost měřené aberace vypočtená podle teoretického vztahu (4.19) a parametrů simulace z Tab. 5.1.

Lineární oblast odezvy senzoru vypočteme podle polynomu, jehož odezva se saturuje nejdříve, což jsou pro tuto simulaci dynamicky modulovaného senzoru polynomy koma v x a y . Nejprve interpolujeme simulovanou odezvu na tyto polynomy

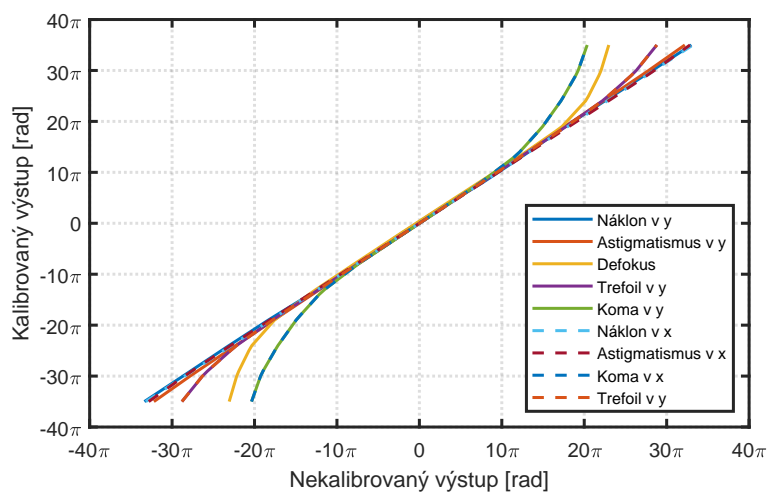
pomocí metody *smoothingspline* v prostředí MATLAB a obdrženou křivku derivujeme. Oblast linearity zjistíme z vlastností derivace. Tam, kde je derivace funkce konstantní, je funkce lineární. Z Obr. 5.5 vyplývá, že interpolovaná funkce je lineární v oblasti kolem svého inflexního bodu v nule, kde má její derivace maximum. Oblast linearity senzoru určíme jako interval, na kterém se sklon interpolované odezvy změní o nejvýše pět procent, tedy jako interval, na kterém derivace odezvy dosahuje minimálně devadesáti pěti procent svého maxima. Pro simulaci dynamicky modulovaného senzoru vlnplochy, jejíž parametry jsou vyneseny do Tab. 5.2 jsme vypočítali oblast linearity jako interval od $-6,7\pi$ do $6,7\pi$ radiánů, kde velikost modulačního náklonu byla určena na $x_{max} = 63\pi$ radiánů pro modulační parametr $\alpha = 0,00155$ radiánů a počet modulačních náklonů roven 127. Zjistili jsme tedy, že lineární oblast odezvy dynamicky modulovaného senzoru vlnplochy nastává již hluboko pod teoreticky maximální možnou měřitelnou velikost vstupní aberace.



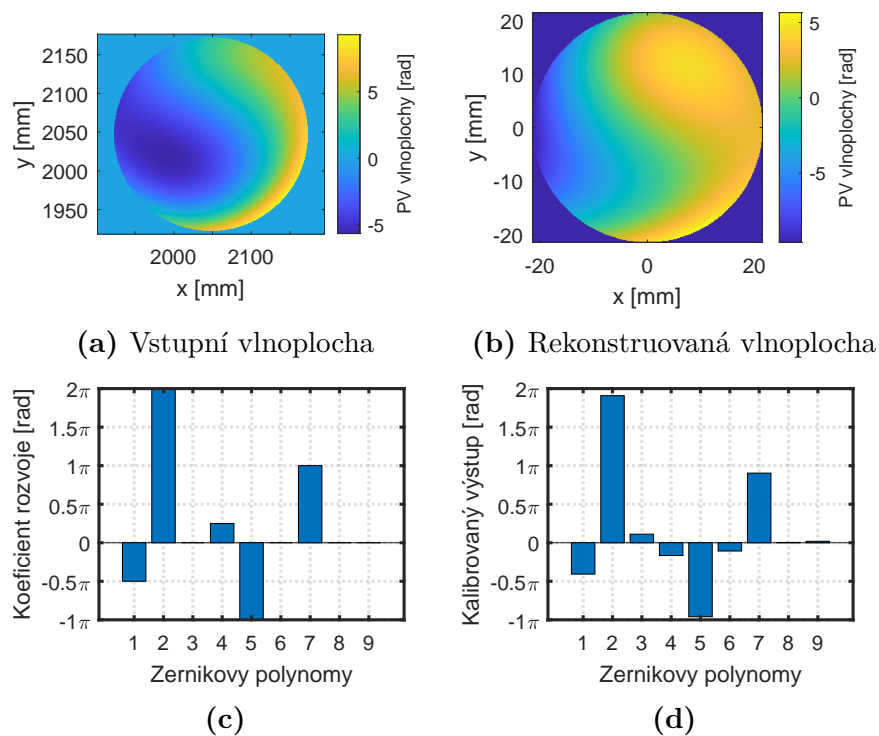
Obrázek 5.5: Graf výpočtu oblasti lineární odezvy dynamicky modulovaného senzoru. Simulovaná odezva na Zernikův polynom Z_3^{-1} , koma v y , je interpolována metodou *smoothingspline* v prostředí MATLAB a derivace interpolované křivky je vynesena do grafu. Oblast lineární odezvy je definována jako interval, kde derivace nabývá hodnoty vyšší, než je devadesát pět procent jejího maxima, od $-6,7\pi$ do $6,7\pi$ radiánů.

Senzor lze kalibrovat pomocí simulované odezvy na známé vstupy. Inverzní funkce k odezvě senzoru, která existuje pro monotónní odezvu, se nazývá kalibrační funkce. Pokud zadáme nekalibrovaný výstup jako argument kalibrační funkce obdržíme kalibrovaný výstup. Tímto způsobem můžeme měřit vlnplochy, které

nemají tvar pouze jednoho z bazických Zernikových polynomů, ale i z jejich libovolné kombinace, pokud součet vlivů jednotlivých komponent nepřesáhne saturační mez. Kalibrační funkce pro simulaci dynamicky modulovaného senzoru o parametrech v Tab. 5.2 jsou zobrazeny na Obr. 5.6. Měření vlnoplochy složené z více bazických polynomů je znázorněno na Obr. 5.7.



Obrázek 5.6: Kalibrační funkce pro odezvu simulovaného dynamicky modulovaného senzoru vlnoplochy. Kalibrační funkce jsou inverzí funkce k odezvě senzoru zachycené na Obr. 5.2, která byla kubicky interpolována. Argumentem kalibrační funkce je nekalibrovaný výstup ze simulace a funkční hodnotou je zkalibrovaná hodnota odezvy senzoru.



Obrázek 5.7: Měření obecné vlnoplochy, kde osa x u sloupcových grafů označuje Zernikovy polynomy Z_1^{-1} , Z_1^1 , Z_2^{-2} , Z_2^0 , Z_2^2 , Z_3^{-3} , Z_3^{-1} , Z_3^1 a Z_3^3 . (a) Vlnoplocha v předmětové rovině (b) Rekonstruovaná vlnoplocha, jejíž poloměr je pětikrát menší, než poloměr vstupní vlnoplochy kvůli zmenšení teleskopem (c) Koefficienty rozvoje do báze Zernikových polynomů pro vstupní vlnoplochu (d) Změřené a kalibrované koeficienty.

Parametry numerické simulace dynamicky modulovaného senzoru

Vrcholový úhel pyramidy [deg]	158	Oblast linearity odezvy	$(-6,7\pi, 6,7\pi)$
Ohnisková vzdálenost f_1 [mm]	150	Velikost pixelu [μm]	10,45
Ohnisková vzdálenost f_2 [mm]	30	Poloměr vstupní vlnoplochy r_{faze} [mm]	6,5
Index lomu pyramidy n_{pyr}	1,551	Velikost vstupní matice N_{in} [px]	4095
Vlnová délka λ [nm]	633	Poloměr modulační kružnice r [μm]	232
Modulační parametr α [rad]	0,00155	x_{max} [rad]	$63,6\pi$
Maximální řád Zernikových polynomů	3	x_{max} [λ]	31,8
Řád supergaussovské amplitudy n	40	Koeficient počtu modulačních náklonů k	4
Rozsah PV vstupní vlnoplochy [rad]	$(-35\pi, 35\pi)$	Počet modulačních náklonů	127

Tabulka 5.2: Tabulka důležitých parametrů pro simulaci odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy, kde f_1 a f_2 jsou ohniskové vzdálenosti vstupní a výstupní čočky teleskopu se skleněnou pyramidou, n řád supergaussovské amplitudy ze vztahu (4.12), x_{max} velikost modulačních náklonů a k koeficient počtu modulačních náklonů ze vztahu (4.18).

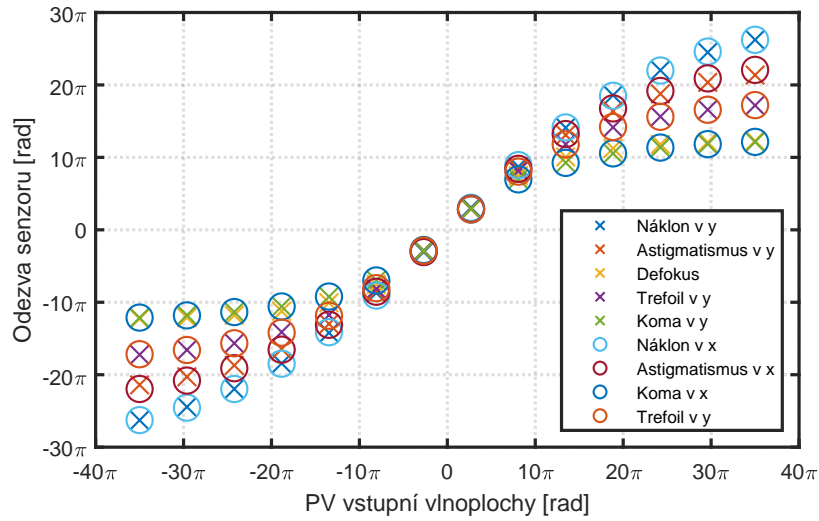
5.2 Výsledky numerické simulace staticky modulovaného senzoru

Odezva staticky modulovaného senzoru vlnoplochy byla simulována numerickým modelem na základě geometrické optiky a sledování paprsku. Modulačním elementem byl v tomto modelu difuzní prvek, jehož vliv na procházející paprsek byl simulován jako lom na nakloněném rozhraní podle transformačních vztahů (4.29). Úhel náklonu rozhraní pro každý paprsek byl určen náhodně metodou Monte-Carlo z hustoty pravděpodobnosti odpovídající rozptylové charakteristice difuzéru. Transformace paprsku na ostatních optických prvcích jsou uvedeny v teoretické sekci 4.2.

Modulační parametr a hustota pravděpodobnosti úhlů náklonů charakterizující difuzní prvek byly zvoleny tak, aby statická modulace byla ekvivalentní k dynamické modulaci ve smyslu stejné velikosti modulačního poloměru. Hustota pravděpodobnosti byla zvolena jako normální rozdělení se směrodatnou odchylkou σ . Směrodatná odchylka σ pro difuzní charakteristiku tvaru normálního rozdělení je spjatá s poloměrem modulační kružnice vztahem (4.2). Parametry simulace odezvy staticky modulovaného senzoru vlnoplochy jsou zaneseny do Tab. 5.3.

Odezvu senzoru jsme opět simulovali dvakrát pro všechny Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně, poprvé pro malé vstupní aberace v oblasti linearit odezvy a podruhé pro větší aberace, abychom mohli ukázat saturaci senzoru. Na Obr. 5.8 je zaznamenána simulovaná odezva staticky modulovaného senzoru na vlnoplochy ve tvaru Zernikových polynomů do třetího řádu včetně pro větší rozsah PV vstupních vlnoploch. Odezva senzoru vykazuje lineární oblast a oblast saturace. Aberace vyšších řádů dosahují saturace dříve, než aberace nižších řádů, jak je tomu i u dynamicky modulovaného senzoru. Na Obr. 5.9 je zobrazena simulovaná odezva na vlnoplochy s rozsahem PV v lineární oblasti.

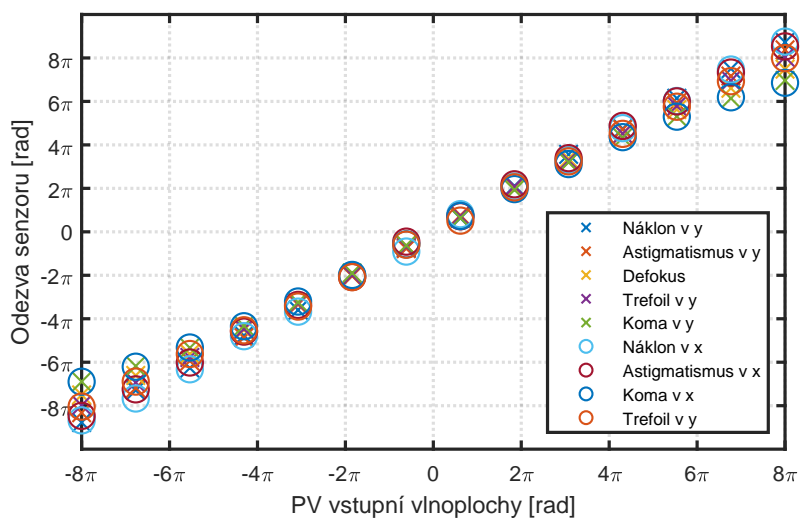
Globální náklony vlnoplochy, polynomy Z_1^{-1} a Z_1^1 , vykazovaly největší oblast linearit, avšak oproti teorii nedošlo ke změně lineární odezvy na saturovanou v blízkosti maximální měřitelné velikosti vstupu x_{max} danou poloměrem modulační kružnice, který je spjatý se směrodatnou odchylkou difuzní charakteristiky σ . K saturaci odezvy dochází již pro menší aberace, což může být způsobené tím, že směrodatná odchylka σ a modulační poloměr si jsou sice ekvivalentní z hlediska



Obrázek 5.8: Simulace odezvy staticky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy na Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně, které mají hodnoty PV v rozmezí mezi -35π a 35π radiánů. Na grafu je vidět oblast lineární odezvy senzoru a také jeho saturace pro zvětšující se vstupní aberace. Nejdůležitější parametry simulace jsou uvedeny v Tab. 5.3.

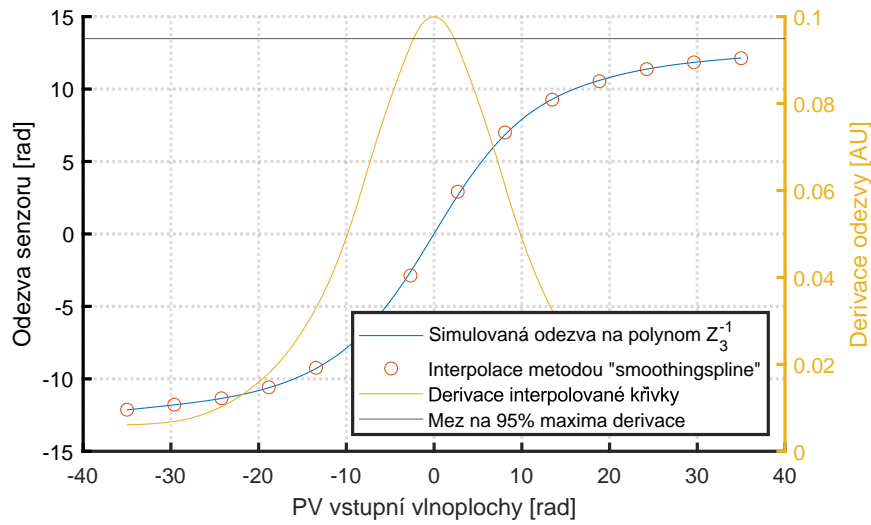
velikosti modulovaného ohniska, ale statická a dynamická modulace může mít i při ekvivalentní modulaci jiný vliv na odezvu senzoru.

Oblast linearity budeme počítat opět z derivace interpolované odezvy senzoru vlnoplochy. Staticky modulovaný senzor nemá mez saturace, která by byla shodná s mezí vypočtenou z teoretického vztahu (4.2) pro dynamicky modulovaný senzor s ekvivalentním poloměrem modulační kružnice, a to ani v případě, že vstupní vlnoplocha je Zernikův polynom prvního řádu. Oblast linearity tedy budeme počítat pouze pro vstupní polynom, jehož odezva saturuje nejrychleji. Takto vypočtenou oblast budeme brát jako lineární oblast pro celý senzor. Analogickým postupem jako pro dynamicky modulovaný senzor dospějeme k intervalu, na kterém je hodnota derivace interpolované odezvy vyšší, než devadesát pět procent jejího maxima. Oblast linearity byla určena jako interval od $-2,3\pi$ do $2,3\pi$ radiánů. Ačkoli odezva vykazuje oblast linearity, oblast je menší, než pro dynamicky modulovaný senzor. Odezva, interpolovaná odezva a derivace jsou zachyceny na Obr. 5.10.

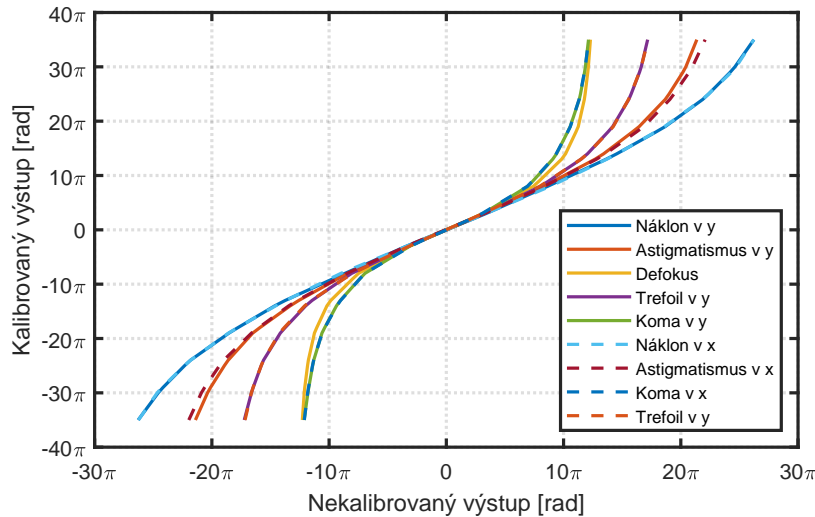


Obrázek 5.9: Simulace odezvy staticky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy na Zernikovy polynomy do třetího řádu včetně, které mají hodnoty PV v rozmezí mezi -8π a 8π radiánů. V grafu je vykreslena oblast lineární odezvy senzoru na malé aberace v oblasti linearity. Nejdůležitější parametry simulace jsou uvedeny v Tab. 5.3.

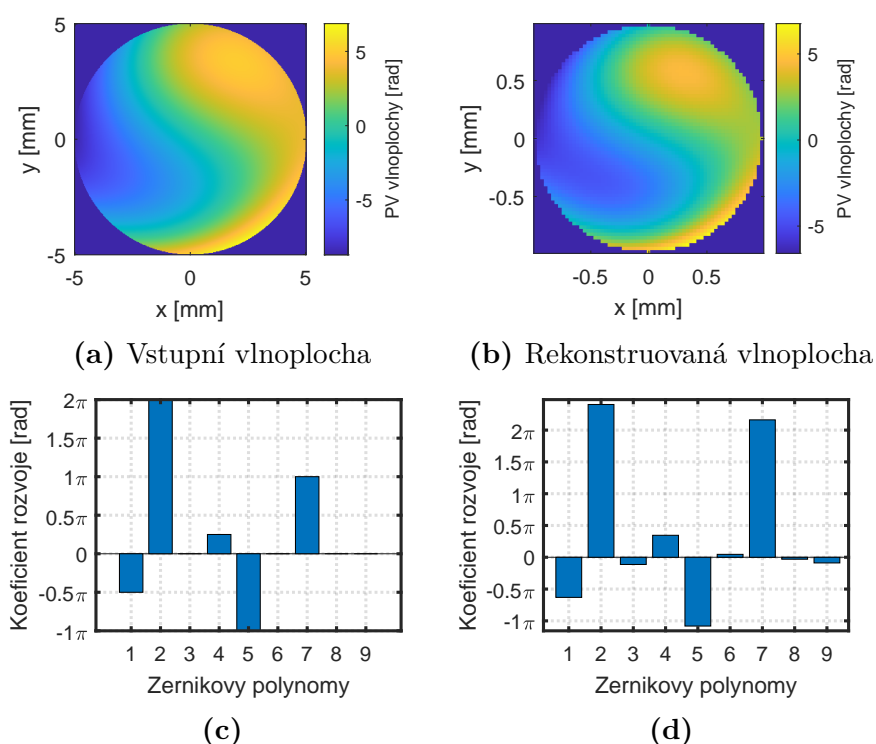
Ze simulace odezvy na známé vstupy lze senzor kalibrovat jako v případě dynamické modulace. Kalibrační funkce jsou zobrazeny na Obr. 5.11. Měření obecné vlnoplochy sestávající se z některých Zernikových polynomů do třetího řádu včetně je zachyceno na Obr. 5.12.



Obrázek 5.10: Graf výpočtu oblasti lineární odezvy staticky modulovaného senzoru. Simulovaná odezva na Zernikův polynom Z_3^{-1} , koma v y , je interpolována metodou *smoothingspline* v prostředí MATLAB a derivace interpolované křivky je vynesena do grafu. Oblast lineární odezvy je definována jako interval, kde derivace nabývá hodnoty vyšší, než je devadesát pět procent jejího maxima, od $-2,3\pi$ do $2,3\pi$ radiánů.



Obrázek 5.11: Kalibrační funkce pro odezvu simulovaného staticky modulovaného senzoru vlnoplochy. Kalibrační funkce jsou inverzí funkce k odezvě senzoru zachycené na Obr. 5.8, která byla kubicky interpolována. Argumentem kalibrační funkce je nekalibrovaný výstup ze simulace a funkční hodnotou je zkalibrovaná hodnota odezvy senzoru.



Obrázek 5.12: Měření obecné vlnoplochy, kde osa x u sloupcových grafů označuje Zernikovy polynomy Z_1^{-1} , Z_1^1 , Z_2^{-2} , Z_2^0 , Z_2^2 , Z_3^{-3} , Z_3^{-1} , Z_3^1 a Z_3^3 . (a) Vlnoplocha v předmětové rovině (b) Rekonstruovaná vlnoplocha, jejíž poloměr je pětkrát menší, než poloměr vstupní vlnoplochy kvůli zmenšení teleskopem (c) Koeficienty rozvoje do báze Zernikových polynomů pro vstupní vlnoplochu (d) Změřené a kalibrované koeficienty.

Parametry numerické simulace staticky modulovaného senzoru

Ohnisková vzdálenost f_1 [mm]	150	Rozsah PV vstupní vlnoplochy	$(-35\pi, 35\pi)$
Ohnisková vzdálenost f_2 [mm]	30	Oblast linearity odezvy	$(-2,3\pi, 2,3\pi)$
Index lomu pyramid n_{pyr}	1,51	Velikost pixelu [μm]	30,66
Vlnová délka λ [nm]	633	Poloměr vstupní apertury [mm]	5
Modulační parametr α [rad]	0,00155	σ difuzní charakteristiky [rad]	0,0019
Vrcholový úhel pyramidy [deg]	165	x_{max} [rad]	$63,6\pi$
Maximální řád Zernikových polynomů	3	Počet sledovaných prsků	150 000

Tabulka 5.3: Tabulka důležitých parametrů pro simulaci odezvy staticky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy, kde f_1 a f_2 jsou ohniskové vzdálenosti vstupní a výstupní čočky teleskopu se skleněnou pyramidou, σ směrodatná odchylka hustoty pravděpodobnosti ve tvaru normálního rozdělení pro vybrání náhodného úhlu pro simulaci difuzéru, x_{max} velikost maximální měřené aberace pro ekvivalentní dynamicky modulovaný senzor.

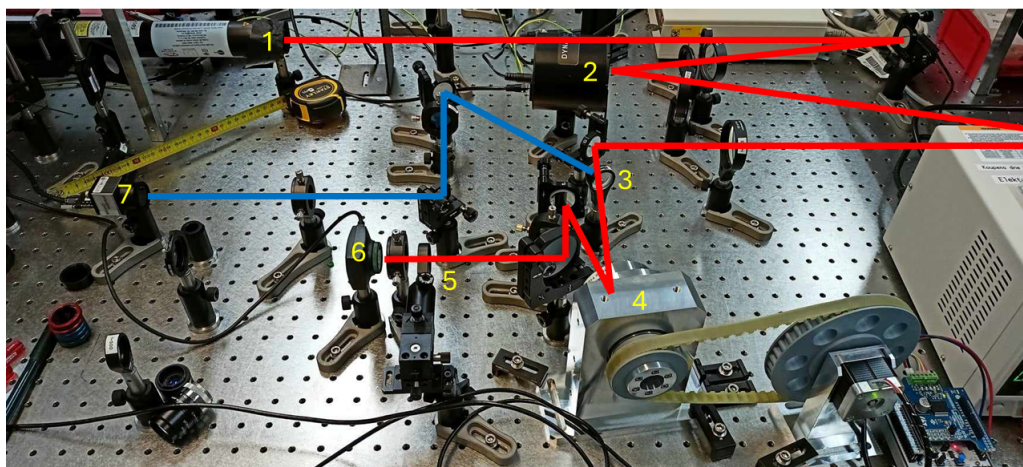
6 Experimentální ověření funkce senzoru

V následující kapitole popíšeme sestavenou experimentální aparaturu, charakterizujeme skleněnou pyramidu, kterou jsme měli k dispozici, popíšeme postup měření a zpracování naměřených dat. Budou se prezentovat výsledky tří provedených experimentů, dva byly provedeny s dynamicky modulovaným senzorem vlnoplochy a jeden se staticky modulovaným senzorem vlnoplochy.

6.1 Sestavený senzor vlnoplochy

Pyramidový senzor vlnoplochy byl sestaven v čisté laboratoři výzkumného centra HiLASE v Dolních Břežanech. Experimentální soustava je vyfocena na Obr. 6.1. Experimentální uspořádání se skládá z několika základních částí, ze zdroje záření, modulačního prvku, teleskopu se skleněnou pyramidou a detektoru. Experimentální uspořádání, které jsme sestavili na optickém stole se sestává kromě těchto základních částí také z dalších optických prvků, které umožňují provést experimentální měření. V rámci experimentu byl použit komerční Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy a deformovatelné zrcadlo, kterým jsme vytvářeli aberace vlnoplochy, které jsme měřili oběmi senzory.

Jelikož jsou čočky teleskopu navrženého senzoru poměrně krátké, předměťová rovina, konjugovaná s rovinou detektoru, je příliš blízko k teleskopu není možné na stůl připevnit všechny prvky optické soustavy. Proto jsme do dráhy svazku postavili zobrazovací teleskopy, které jsou v soustavě umístěny tak, že obrazová rovina teleskopu blíže ke zdroji záření se kryje s předměťovou rovinou dalšího teleskopu, přičemž obrazová rovina posledního teleskopu je vždy shodná s rovinou ve které je umístěn detektor. Tímto způsobem můžeme měřit vlnoplochu v místě, které si zvolíme.



Obrázek 6.1: Fotografie sestavené experimentální aparatury pro měření odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy. Dráha svazku je znázorněna červeně a dráha svazku po odrazu děličem svazku je znázorněna modře. (1) Zdroj záření, HeNe laser na 633 nm (2) Deformovatelné zrcadlo firmy Dynamic Optics (3) Dělič svazku v podobě skleněného klínu (4) Rotační přípravek (5) Skleněná pyramida (6) Detektor pyramidového senzoru (7) Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy firmy Dynamic Optics

Jako zdroj záření byl zvolen plynový laser s aktivním prostředím He-Ne, který se vyznačuje velmi vysokou kvalitou svazku, vysokou koherencí, malou divergencí a úzkou šířkou spektrální čáry na vlnové délce 633 nm. Na výstup z laseru byl umístěn neutrální filtr s optickou hustotou $OD = 2$. Průměr svazku, který ze zdroje vystupoval byl 0,3 mm, což bylo pro účely experimentu nedostačující. Proto byl za výstup ze zdroje umístěn teleskop, který zvětšil průměr svazku na 10 mm. Velikost svazku vstupující do optické soustavy byla určena aperturou umístěnou za zvětšující teleskop.

Pro dynamicky modulovaný senzor byl vyroben přípravek, díky kterému bylo možné rotovat zrcátka nebo jiné optické elementy kolem svého středu. Přípravek se skládal ze tří částí, z rotujícího ozubeného kola spojeného s krokovým motorem, z ovladače krokového motoru a z držáku na optický element. Do držáku bylo možné upevnit zrcátko s průměrem jeden palec a difuzní elementy s průměrem jeden nebo dva palce, které pak rotovaly kolem svého středu. Pro experimentální měření jsme zvolili frekvenci otáčení 8 Hz. Aby měření intenzity na

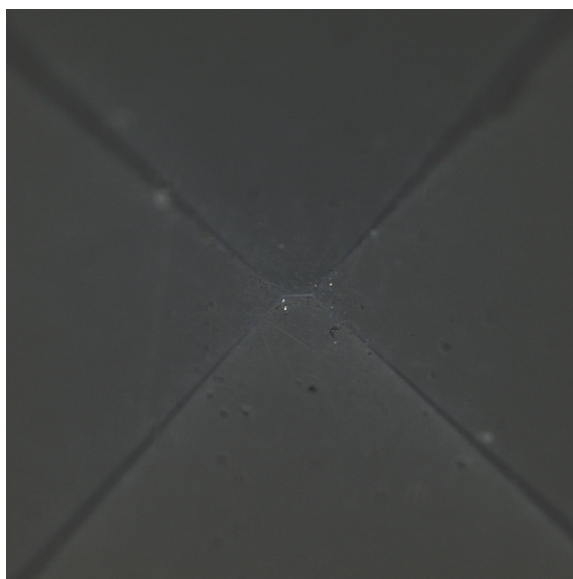
detektoru probíhalo pouze po dobu jedné periody otáčky, nastavili jsme na kameře odpovídající snímkovou frekvenci rovnou 8 Hz. Rotující prvek jsme umístili do předmětové roviny teleskopu se skleněnou pyramidou.

Teleskop se skleněnou pyramidou se sestával ze dvou spojných čoček. Vstupní čočka měla ohniskovou vzdálenost $f_1 = 150$ mm a výstupní čočka měla ohniskovou vzdálenost $f_2 = 30$ mm. Tyto hodnoty byly zvoleny tak, aby byla optimalizována pozice obrazů na detektoru pro daný vrcholový úhel pyramidy, jejíž hrot byl umístěn do společného ohniska obou čoček. Jako detektor byla použita CMOS kamera IDS 1490LE.

Skleněná pyramida měla tvar čtyřbokého jehlanu na válcové podstavě. Pyramida byla vyrobena rozřezáním vyleštěného skleněného klínu a slepením odřezků do tvaru pyramidy. Materiál, ze kterého je pyramida vyrobena je vysoce kvalitní optické borosilikátové sklo BK7 s indexem lomu na vlnové délce 633 nm $n_{pyr} = 1,51$. Tento typ materiálu je tvrdý, chemicky stabilní a vysoce transmisní pro široké spektrum vlnových délek. [38]

Skleněná pyramida byla charakterizována na konfokálním mikroskopu a goniometru. Vrcholový úhel mezi dvěma stěnami pyramidy byl na goniometru určen jako 165° . Pomocí mikroskopu bylo zjištěno, že pyramida nemá ostrý hrot, ale má tvar sedlové střechy, kdy dvě protější strany pyramidy nesdílí na vrcholu bod, ale úsečku. Délka hrany sedlové střechy byla určena jako 30 μm . Dále byla určena šířka hran mezi stranami pyramidy jako 2 μm a byla ověřena dostatečná rovnost povrchu stran pyramidy. Snímek z měření na mikroskopu je zachycen na Obr. 6.2.

Sestavená optická soustava, jejíž schéma je vyneseno do Obr. 6.3 dále obsahovala komerční Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy a deformovatelné zrcadlo od firmy Dynamic Optics. Před modulační prvek byl umístěn dělič svazku v podobě skleněného klínu tak, aby se odražené světlo šířilo na detektor SH senzoru vlnoplochy a prošlé světlo na detektor pyramidového senzoru vlnoplochy. SH senzor vlnoplochy jsme použili pro kalibraci sestaveného pyramidového senzoru vlnoplochy a deformovatelné zrcadlo nám umožnilo vytvářet definované aberace vlnoplochy, které jsme měřili oběma senzory. Roviny, v níž se nacházely detektory obou senzorů, byly konjugovány s rovinou v místě deformovatelného zrcadla, takže oba senzory měřily stejnou vlnoplochu.



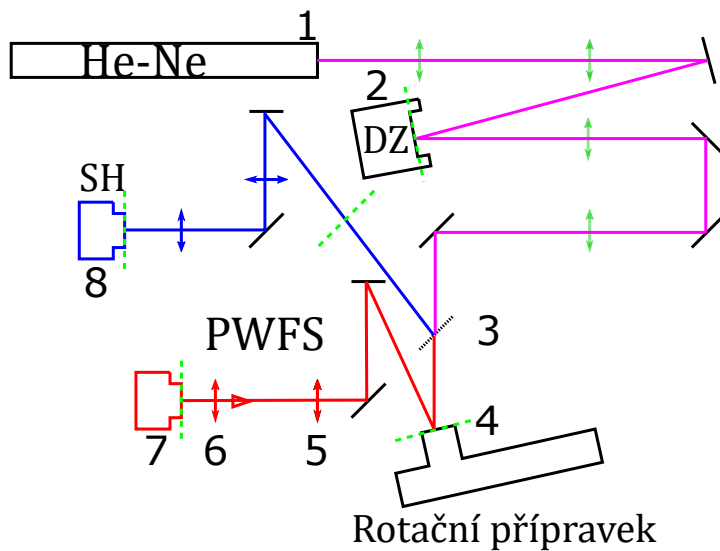
Obrázek 6.2: Fotografie z měření skleněné pyramidy konfokálním mikroskopem, na které je zachycen detail na hrot pyramidy ve tvaru sedlové střechy s velikostí hrany 30 μm .

6.2 Výsledky měření na sestaveném senzoru

V této sekci popíšeme postup měření a budeme prezentovat výsledky experimentálních měření, které jsme prováděli na sestaveném pyramidovém senzoru vlnoplochy. Byly provedeny tři experimenty. Dva pro dynamicky modulovaný senzor vlnoplochy a jeden pro staticky modulovaný senzor vlnoplochy.

6.2.1 Dynamicky modulovaný senzor

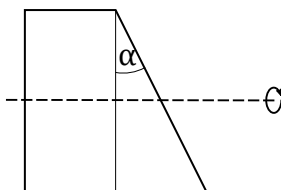
U dynamicky modulovaného senzoru byl použit modulační prvek v podobě zrcadla ve tvaru klínu, které bylo umístěno do rotačního přípravku. Rotující klín rozmítal odražený svazek, tak že opisoval kruhovou dráhu na vstupní čočce teleskopu se skleněnou pyramidou. Diagram klínu je zobrazený na Obr. 6.4. Klín rotuje kolem osy procházející jeho středem a rozmítá odražený svazek po kruhové dráze s modulačním parametrem α . Prováděli jsme dvě série měření pro dva různé úhly náklonu, které indukovaly dva různé modulační parametry spojené s poloměry modulačních kružnic vztahem (4.20) z teoretické sekce 4.2. Fotografie obou modulačních kružnic jsou zachyceny na Obr. 6.5. Menší náklon odpovídal modulovanému senzoru s modulačním parametrem $\alpha_1 = 0,0015$ radiánů a větší



Obrázek 6.3: Schéma experimentálního uspořádání pro měření s dynamicky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy. Fialová čára představuje dráhu svazku společnou pro oba senzory, červená čára označuje větev s pyramidovým senzorem vlnoplochy a modrá čára s Shack-Hartmannovým senzorem vlnoplochy. Zeleně jsou vyznačeny zobrazovací teleskopy a předmětové a obrazové roviny optické soustavy. (1) He-Ne laser (2) Deformovatelné zrcadlo (3) Dělič svazku (4) Rotační přípravek s klínem (5) Vstupní čočka teleskopu s pyramidou s ohniskovou vzdáleností $f_1 = 150$ mm (6) Výstupní čočka teleskopu s pyramidou s ohniskovou vzdáleností $f_1 = 30$ mm (7) Kamera CMOS IDS 1490LE (8) Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy

náklon modulovanému senzoru s modulačním parametrem $\alpha_2 = 0,0113$ radiánů. Odezva pyramidového senzoru s dynamickou modulací a modulačním parametrem α_1 byla simulována v předchozí sekci.

Na začátku měření jsme nejprve pomocí SH senzoru vlnoplochy a deformovatelného zrcadla vykompenzovali všechny aberace vlnoplochy, které se vytvářely šířením svazku od deformovatelného zrcadla k SH senzoru. Jelikož obrazové roviny obou detektorů byly konjugované k rovině deformovatelného zrcadla, měřily oba senzory stejnou vlnoplochu, v tomto případě rovinou. Pyramidový senzor vlnoplochy ale ještě navíc měřil aberace, které se vytvářely šířením svazku za děličem svazku, který rozděloval experiment na větev obsahující SH senzor a větev obsahující pyramidový senzor. Tuto vlnoplochu jsme změřili jako první a zvolili ji jako referenční.

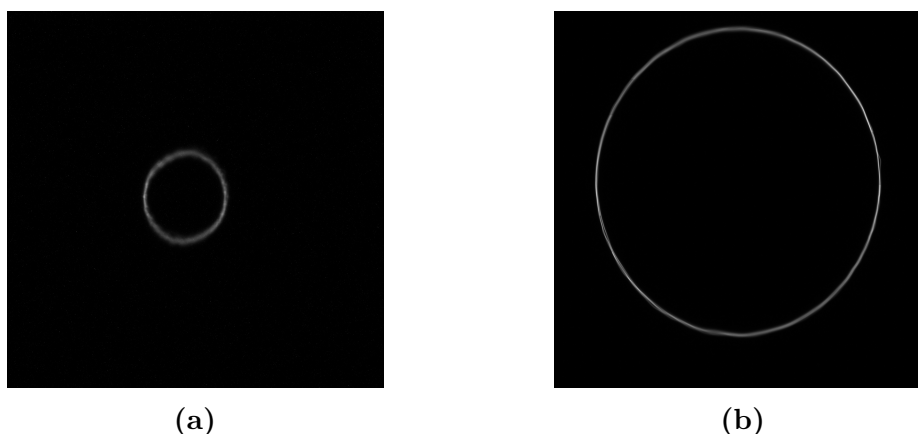


Obrázek 6.4: Schéma klínu, který byl použit k dynamické modulaci pyramidového senzoru vlnoplochy. Klín rotuje kolem osy procházející jeho středem a rozmítá odražený svazek po kruhové dráze s modulačním parametrem α .

Software poskytovaný k SH senzoru a deformovatelnému zrcadlu umožňoval ovládat tvar zrcadla tak, aby vytvářelo zadané aberace vlnoplochy, která na něj dopadá. Měřili jsme odezvu senzoru na různé velikosti aberací vlnoplochy, které měly tvar Zernikových polynomů. Jejich velikost byla omezena technickými vlastnostmi deformovatelného zrcadla, které nebylo schopné vytvářet aberace vyšších řádů a velikostí aberací výrazně větších než jedna vlnová délka.

Nyní popíšeme průběh zpracování měření. Koeficienty rozvoje do báze Zernikových polynomů vstupních vlnoploch jsme z experimentu získali analogicky jako při simulaci odezvy senzoru numerickým modelem. Ze zaznamenané intenzity na detektoru, která je zobrazena na Obr. 6.6, jsme vypočítali signál podle vztahu (3.6). Signál jsme vypočítali zvláště pro referenční vlnoplochu a zvláště pro měřenou vlnoplochu. Tyto signály jsme od sebe odečetli, abychom získali signál pouze pro zadanou vstupní vlnoplochu a mohli srovnat vlnoplochy měření oběma senzory vlnoplochy, které byly vytvořeny průchodem svazku optickou soustavou. Rozdíl signálů referenční a měřené vlnoplochy je ilustrován na Obr. 6.7.

Signál byl poté podle vztahu (4.15) převeden na derivaci vlnoplochy ve dvou směrech. Tyto derivace byly modálně fitovány při bázi derivací Zernikových polynomů do čtvrtého řádu včetně. Výsledkem modální rekonstrukce byly koeficienty rozvoje měřené vlnoplochy do báze Zernikových polynomů. Zernikovy polynomy byly oproti numerickému modelu normovány tak, aby jejich RMS bylo rovné jedné, protože komerční senzor vlnoplochy používal bázi, která byla také normovaná podle hodnoty RMS. Normalizaci podle hodnoty RMS lze převést na normalizaci



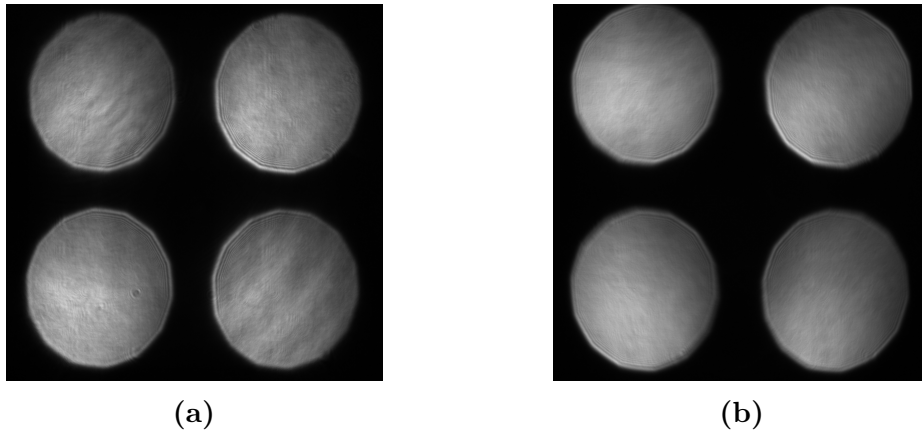
Obrázek 6.5: Záznam intenzity v ohnisku za jednu periodu otočení zrcátka. Modulační kružnice jsou neporušené, což značí shodu frekvence otáčení zrcátka a snímkové frekvence detektoru. (a) Modulační kružnice s poloměrem $225 \mu\text{m}$, odpovídající modulačnímu parametru $\alpha_1 = 0,0015$ (b) Modulační kružnice s poloměrem $1695 \mu\text{m}$, odpovídající modulačnímu parametru $\alpha_2 = 0,0113$

podle hodnoty PV, která byla užita v numerickém modelu, ale převodní vztah závisí na tvaru Zernikova polynomu a na jeho poloměru.

SH senzor vlnoplochy byl využit pro kalibraci odezvy pyramidového senzoru vlnoplochy. Protože z numerické simulace víme, že odezva je pro každý polynom jiná, museli jsme provést kalibraci pro každý měřený polynom zvlášť. Prvním krokem při kalibraci byla volba referenčního měření. Poté jsme od všech naměřených odezvy odečetli hodnotu naměřenou pro referenční měření, takže odezva obou senzorů byla pro referenční měření stejná, a to nulová.

Dalším krokem bylo zjištění kalibračního faktoru, který upravoval hodnoty odezvy pyramidového senzoru tak, aby měla stejný sklon jako odezva SH senzoru. Každý vstupní polynom byl násoben jiným kalibračním faktorem, protože pyramidový senzor vlnoplochy má podle numerických simulací jiný sklon odezvy pro každý vstupní polynom. Kalibrační faktory byly vypočteny jako průměry poměrů hodnot odezvy SH a pyramidového senzoru na každý vstupní polynom.

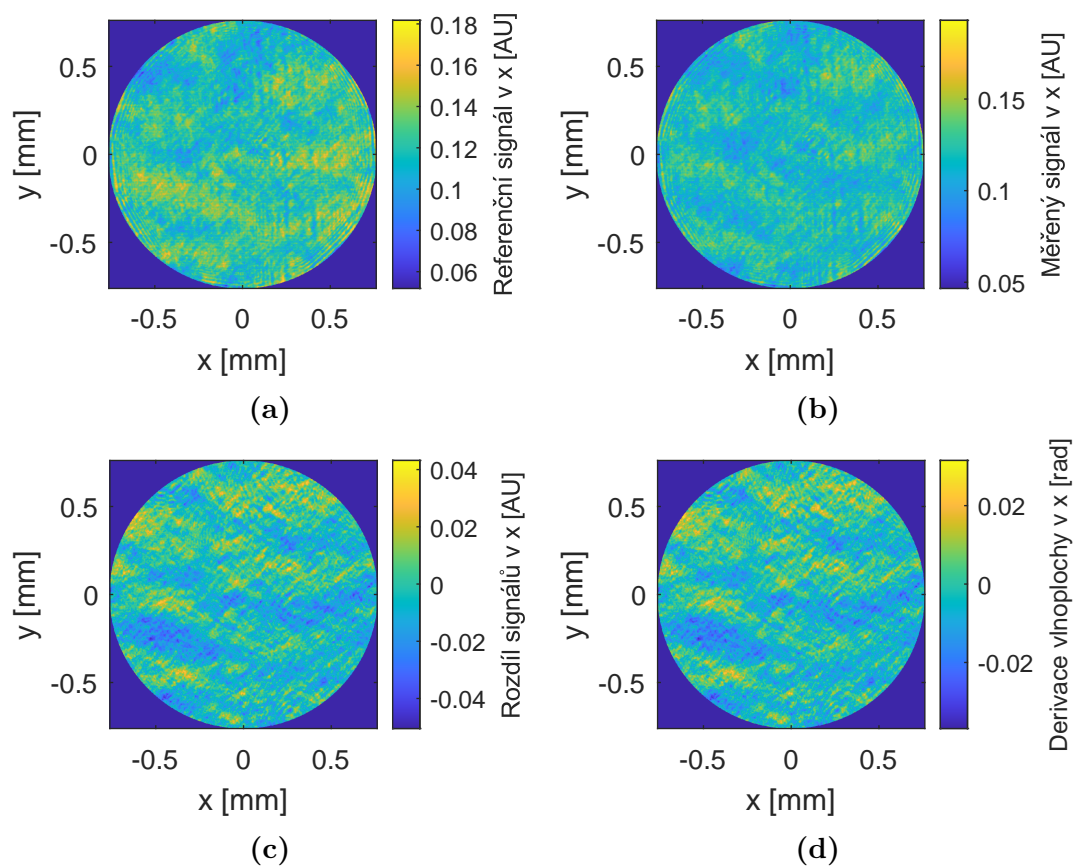
Do Tab. 6.1 a 6.2 jsme vynesli shrnutí výsledků experimentálního měření odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy. Porovnávali jsme zde hodnoty odezvy naměřené SH a pyramidovým senzorem vlnoplochy tak, že jsme spočetli průměry rozdílů a relativních rozdílů odezvy obou senzorů na



Obrázek 6.6: Záznam intenzit na detektoru při měření na dynamicky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy. (a) Modulace s menším modulačním parametrem $\alpha_1 = 0,0015$ radiánů pro vstupní aberaci polynom defokus s koeficientem $0,1 \lambda$ (b) Modulace s větším modulačním parametrem $\alpha_2 = 0,0113$ radiánů pro generovanou vstupní aberaci polynom trefoil v y s koeficientem 1λ

vstupní vlnoplochu ve tvaru jednoho Zernikova polynomu. Čím byl průměr rozdílů měření menší, tím lépe hodnoty naměřené pyramidovým senzorem odpovídali hodnotám naměřeným komerčním SH senzorem vlnoplochy.

Všechny kalibrované hodnoty odezvy pyramidového senzoru vlnoplochy pro experimentální měření s dynamickou modulací α_1 a α_2 byly vyneseny do Tab. 8.1 a 8.2 v příloze.



Obrázek 6.7: Ilustrace odečítání signálu referenční vlnoplochy od měřené vlnoplochy pro generovanou aberaci náklon v y s koeficientem rovným $0,5 \lambda$. (a) Signál referenční vlnoplochy v x (b) Signál měřené vlnoplochy v x (c) Rozdíl signálů referenční a měřené vlnoplochy, který je použit pro výpočet odezvy senzoru (d) Derivace vlnoplochy v x

Polynom	N	$\text{RMS}_{in} [\lambda]$	$\overline{\Delta x} [\lambda]$	$\sigma_{\Delta x} [\lambda]$	$\bar{\rho} [\%]$	$\sigma_{\rho} [\%]$
Náklon v y	10	(-0,3, 0,3)	-0,0061	0,0167	-8,4	29,8
Náklon v x	10	(-0,3, 0,3)	-0,0266	0,0255	15,8	107,7
Astig v y	11	(-0,3, 0,3)	0,0032	0,0137	2,2	18,5
Dfokus	10	(-0,3, 0,3)	-0,0386	0,1616	45,7	55,3
Astig v x	10	(-0,3, 0,3)	0,0087	0,0055	-1,2	11,1
Trefoil v y	10	(-0,3, 0,3)	0,0037	0,0109	-23,3	67,7
Koma v y	10	(-0,3, 0,3)	0,0096	0,0080	-8,7	28,8
Koma v x	10	(-0,3, 0,3)	0,0017	0,0040	-2,9	10,6
Trefoil v x	10	(-0,3, 0,3)	-0,0041	0,0063	-0,5	6,9
Sférická aberace	10	(-0,3, 0,3)	-0,0005	0,0039	-3,3	13,1

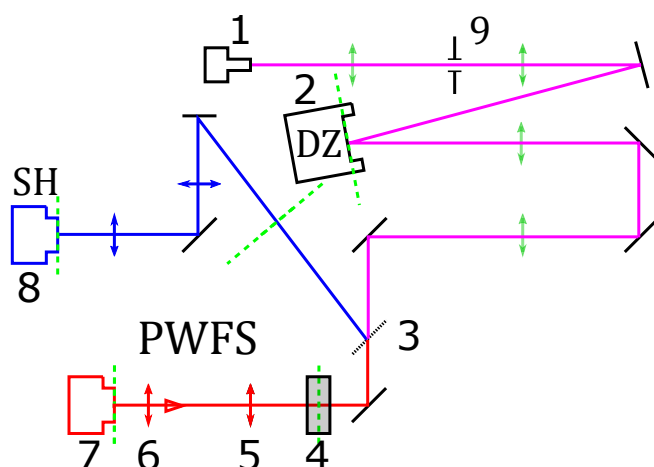
Tabulka 6.1: Tabulka shrnutí výsledků experimentálního měření vstupních vlnoploch ve tvaru Zernikových polynomů dynamicky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy s menším modulačním parametrem $\alpha_1 = 0,0015$ radiánů. N je počet měření pro daný vstupní polynom, RMS_{in} značí rozsah velikostí vstupních aberací, $\overline{\Delta x}$ je průměr rozdílů mezi měřenými hodnotami SH a pyramidovým senzorem pro jednotlivé vstupní aberace a $\sigma_{\Delta x}$ je směrodatná odchylka vypočteného průměru, průměr relativních rozdílů měření a jeho směrodatná odchylka jsou značeny jako $\bar{\rho}$ a σ_{ρ} . Všechny naměřené hodnoty jsou vypsány v Tab. 8.1 v příloze.

Polynom	N	$\text{RMS}_{in} [\lambda]$	$\overline{\Delta x} [\lambda]$	$\sigma_{\Delta x} [\lambda]$	$\bar{\rho} [\%]$	$\sigma_{\rho} [\%]$
Náklon v y	12	(-1, 1)	-0,0855	0,0735	-7,6	55,0
Náklon v x	12	(-1, 1)	-0,0962	0,0626	-3,0	56,6
Astig v y	12	(-1, 1)	-0,0079	0,0102	-0,3	5,2
Dfokus	12	(-1, 1)	-0,0180	0,5677	-0,6	7,4
Astig v x	12	(-1, 1)	-0,0162	0,0263	-0,7	8,2
Trefoil v y	12	(-1, 1)	-0,0039	0,0063	0,0	1,9
Koma v y	12	(-1, 1)	0,0079	0,0233	-0,8	8,2
Koma v x	12	(-1, 1)	-0,0008	0,0037	0,0	1,4
Trefoil v x	7	(-0,5, 0,5)	-0,0036	0,0052	0,0	1,9
Sférická aberace	5	(-0,3, 0,3)	0,0074	0,0098	-2,6	16,9

Tabulka 6.2: Tabulka shrnutí výsledků experimentálního měření vstupních vlnoploch ve tvaru Zernikových polynomů dynamicky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy s větším modulačním parametrem $\alpha_2 = 0,0113$ radiánů. N je počet měření pro daný vstupní polynom, RMS_{in} značí rozsah velikostí vstupních aberací, $\overline{\Delta x}$ je průměr rozdílů mezi měřenými hodnotami SH a pyramidovým senzorem pro jednotlivé vstupní aberace a $\sigma_{\Delta x}$ je směrodatná odchylka vypočteného průměru, průměr relativních rozdílů měření a jeho směrodatná odchylka jsou značeny jako $\bar{\rho}$ a σ_{ρ} . Všechny naměřené hodnoty jsou vypsány v Tab. 8.2 v příloze.

6.2.2 Staticky modulovaný senzor

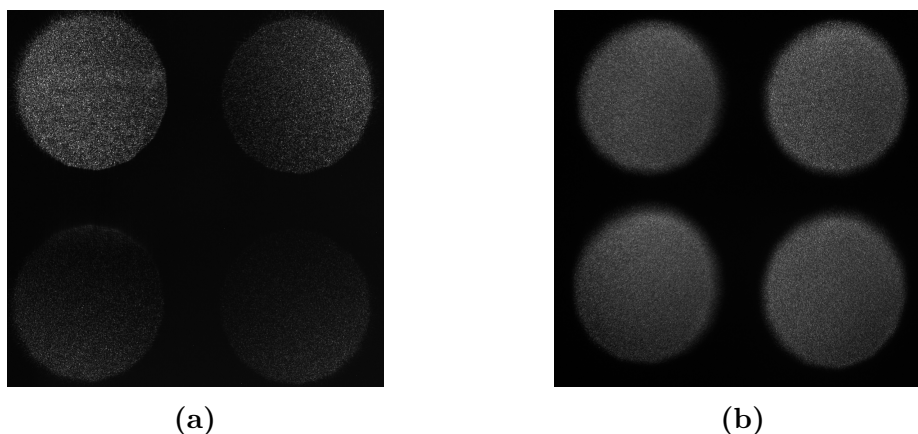
V této sekci popíšeme experiment provedený se staticky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy. Modulačním prvkem byl v tomto experimentu difuzér THORLABS DG10-1500 z broušeného skla umístěný do předmětové roviny teleskopu se skleněnou pyramidou, jehož difuzní charakteristika je vynesena do grafu Obr. 4.11. Experimentální sestava je podobná jako pro experiment s dynamickou modulací. Rozdílem je však změna zdroje záření, He-Ne laser byl vyměněn za červenou LED diodu, rotační prvek byl odebrán a za nekoherentní zdroj záření byl postaven prostorový filtr v podobě teleskopu bez zvětšení a apertury s průměrem 150 μm , která byla umístěna do společného ohniska obou čoček. Schéma experimentálního uspořádání bylo vyneseno do Obr. 6.8.



Obrázek 6.8: Schéma experimentálního uspořádání pro měření se staticky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy. Fialová čára představuje dráhu svazku společnou pro oba senzory, červená čára označuje větev s pyramidovým senzorem vlnoplochy a modrá čára s Shack-Hartmannovým senzorem vlnoplochy. Zeleně jsou vyznačeny zobrazovací teleskopy a předmětové a obrazové roviny optické soustavy. (1) Červená LED dioda (2) Deformovatelné zrcadlo (3) Dělič svazku (4) Difuzní element (5) Vstupní čočka teleskopu s pyramidou s ohniskovou vzdáleností $f_1 = 150 \text{ mm}$ (6) Výstupní čočka teleskopu s pyramidou s ohniskovou vzdáleností $f_1 = 30 \text{ mm}$ (7) Kamera CMOS IDS 1490LE (8) Shack-Hartmannův senzor vlnoplochy (9) Apertura představující prostorový filtr.

V předchozích experimentech se staticky modulovaným senzorem vlnoplochy bylo zjištěno, že pro měření se statickým difuzním prvkem, který byl k dispozici, nebylo možné použít vysoce koherentního zdroje záření. Intenzita na detektoru byla zatížena zrnitým vzorem, který vznikl jako obraz samotného difuzéru. Tento efekt nám znemožňoval zpracovat naměřená data. Zrnitý efekt je zachycen na Obr. 6.9. Zrna v tomto případě vznikaly nejspíše jako důsledek vysoké koherence laserového záření. Pro měření, které bylo v této práci, byla zvolena jako zdroj záření nekoherentní červená LED dioda, aby byl zrnitý zdroj eliminován.

Při výměně vysoce koherentního zdroje za nekoherentní zdroj záření byl do experimentální aparatury přidán rotorový filtr, protože se nám nedařilo zkolimovat záření, které vycházelo z diody a nemohli provádět měření na SH senzoru vlnoplochy, který pro svou funkci potřeboval kolimovaný svazek. Záření z LED diody nebylo možné kolimovat, protože nemělo nutný stupeň prostorové koherence. Přidáním filtru a omezením vyšších prostorových frekvencí jsme zvýšili stupeň prostorové koherence a podařilo svazek zkolimovat a použít SH senzor pro kalibraci odezvy pyramidového senzoru vlnoplochy. Záznam intenzity zachycené na detektoru pro zrnitý obraz a pro měření provedené s nekoherentním zdrojem je zachyceno na Obr. 6.9.



Obrázek 6.9: Záznam intenzit na detektoru při měření na staticky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy. (a) Zrnitý efekt pro měření se zdrojem s vysokou koherencí (b) Intenzita pro staticky modulovaný senzor při měření vstupní aberace defokus o velikosti $0,2 \lambda$

Do Tab. 6.3 jsme vynesli shrnutí výsledků experimentálního měření odezvy staticky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy. Porovnávali jsme zde hodnoty odezvy naměřené SH a pyramidovým senzorem vlnoplochy tak, že jsme

spočetli průměry rozdílů a relativních rozdílů odezev obou senzorů na vstupní vlnoplochu ve tvaru jednoho Zernikova polynomu. Čím byl průměr rozdílů měření menší, tím lépe hodnoty naměřené pyramidovým senzorem odpovídali hodnotám naměřeným komerčním SH senzorem vlnoplochy.

Měření a zpracování měření probíhalo analogicky k experimentu s dynamicky modulovaným senzorem, který byl popsán výše. Všechny výsledky měření byly vyneseny do Tab. 8.3 v příloze.

Polynom	N	$\text{RMS}_{in} [\lambda]$	$\overline{\Delta x} [\lambda]$	$\sigma_{\Delta x} [\lambda]$	$\bar{\rho} [\%]$	$\sigma_{\rho} [\%]$
Náklon v y	10	(-0,5, 9)	-0,0816	0,1855	-0,2	3,7
Náklon v x	18	(-9, 7)	0,0393	0,0930	0,1	2,7
Astig v y	11	(-2, 2)	0,0082	0,0211	0,0	1,5
Dfokus	3	(0,2, 0,7)	0,0027	0,0118	-0,1	3,7
Astig v x	7	(-1,5, 2)	0,0158	0,0214	0,0	1,9
Koma v y	8	(-0,8, 0,5)	0,0016	0,0107	2,8	9,1
Koma v x	8	(-1, 0,5)	0,0047	0,0064	0,0	1,9
Sférická aberace	7	(-0,4, 0,3)	0,0011	0,0063	-1,0	10,2

Tabulka 6.3: Tabulka shrnutí výsledků experimentálního měření vstupních vlnoploch ve tvaru Zernikových polynomů staticky modulovaným pyramidovým senzorem vlnoplochy s difuzním prvkem THORLABS DG10-1500 z broušeného skla. N je počet měření pro daný vstupní polynom, RMS_{in} značí rozsah velikostí vstupních aberací, $\overline{\Delta x}$ je průměr rozdílů mezi měřenými hodnotami SH a pyramidovým senzorem pro jednotlivé vstupní aberace a $\sigma_{\Delta x}$ je směrodatná odchylka vypočteného průměru, průměr relativních rozdílů měření a jeho směrodatná odchylka jsou značeny jako $\bar{\rho}$ a σ_{ρ} . Všechny naměřené hodnoty jsou vypsány v Tab. 8.3 v příloze.

7 Diskuze a závěr

Cílem práce bylo vyvinout pyramidový senzor vlnoplochy. K tomu byly vyvinuty dva numerické modely, které pyramidový senzor simulovaly. Modely byly položeny na základě Fourierovské a geometrické optiky. Bylo využito popisu principu funkce, komponent, konstrukce a vlivu dynamické a statické modulace na pyramidový senzor vlnoplochy. Na základě výsledků simulací a ověření správné funkce rekonstrukčního algoritmu byl navržen a sestrojen pyramidový senzor vlnoplochy se statickou a dynamickou modulací. Experimentálním měřením byla ověřena jeho správná funkce.

Byla popsána konstrukce pyramidového senzoru vlnoplochy, který se skládá ze tří základních částí, teleskopu s dvěma spojnými čočkami, do jejichž společného ohniska je umístěn hrot skleněné pyramidy, modulačního prvku a detektoru, například CMOS nebo CCD kamery. Ohnisková vzdálenost vstupní a výstupní čočky byla stanovena podle odvozených geometrických vztahů. Ohniskové vzdálenosti byly navrženy tak, aby čtyři obrazy vstupní komplexní amplitudy pokrývaly maximální plochu detektoru bez toho, aniž by se překrývaly. Navržená konstrukce byla poté ověřena numerickými simulacemi.

Byly napsány dva numerické modely, které simulovaly pyramidový senzor vlnoplochy. První model byl postaven na základě vlnové a Fourierovské optiky simulující senzor vlnoplochy, který byl dynamicky modulován translací ohniska kolem hrotu skleněné pyramidy po kruhové dráze, jejíž poloměr byl dán modulačním parametrem, který měl význam úhlu pod kterým byl vidět poloměr modulační kružnice ze vzdálenosti rovné ohniskové vzdálenosti vstupní čočky teleskopu se skleněnou pyramidou. Blízké pole, ve kterém se nacházela měřená vlnoplocha, souvisela s vzdáleným polem, ve které se nacházel hrot pyramidy, Fourierovou transformací. Vliv skleněné pyramidy na senzor vlnoplochy byl simulován fázovou maskou, která byla násobena s komplexní amplitudou v ohniskové rovině. Indukované fázové zpoždění odpovídalo změně optické dráhy při průchodu svazku skrz opticky hustší prostředí skleněné pyramidy, kdy k bodům komplexní amplitudy nejbližší k hrotu pyramidy bylo přiřítáno největší zpoždění.

Druhý model byl postaven na základě geometrické optiky a metody sledování paprsku a simuloval pyramidový senzor vlnoplochy, který byl staticky modulován difuzním prvkem umístěným do roviny konjugované s obrazovou rovinou detektoru. Difuzní prvek byl simulován jako rovinné rozhraní, které bylo nakloněné vůči souřadným osám a úhel náklonu byl náhodně zvolen metodou Monte-Carlo z hustoty pravděpodobnosti, která charakterizovala rozptylové vlastnosti difuzéru. V ohniskové rovině se statická modulace projevovala jako rozmazání intenzity konvolucí s hustotou pravděpodobnosti úhlového rozdělení. Dráha paprsku byla při simulaci určována odvozenými vztahy geometrické optiky.

Podle [28] a [30] lze simulovat modulovaný senzor s dynamickou a statickou modulací tak, aby byly oba pyramidové senzory ekvivalentní ve smyslu rovnosti velikosti poloměru modulační kružnice a rozmítnutí intenzity difuzním elementem. Byly provedeny simulace s oběma modely, které byly využity pro porovnání odezvy staticky a dynamicky modulovaného senzoru na vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikových polynomů do třetího řádu včetně.

Odezva pyramidového senzoru vlnoplochy má oblast linearitu a oblast saturace. Porovnávali jsme velikosti oblasti linearitu pro oba numerické modely, které byly ekvivalentně modulovány. Bylo zjištěno, že oblasti linearitu jsou pro oba modely různé a k saturaci senzoru dochází dříve pro staticky modulovaný senzor. Přestože byly senzory ekvivalentní ve smyslu velikosti modulace, nebyly ekvivalentní v oblasti linearitu a odezvy senzoru.

Zajímavým výsledkem simulací obou modelů bylo, že odezva na vlnoplochy ve tvaru Zernikových polynomů je jiná pro každý polynom a saturace měření nastává pro polynomy vyšších řádů dříve, než pro polynomy nižších řádů. Pro dynamicky modulovaný senzor bylo ukázána saturace odezvy na polynomy náklon v x a v y , která nastávala přesně v teoretické maximální měřitelné hodnoty velikosti vstupní aberace, která je daná poloměrem modulační kružnice. Bylo zjištěno, že oblast linearitu odezvy senzoru pro dynamicky modulovaný senzor, která byla určena odezvou pro nejdříve se saturující vstupní polynom, byla hluboko pod teoreticky maximální měřitelnou hodnotou velikosti vstupní aberace, danou modulačním parametrem.

Byl navržen experiment a konstrukce pyramidového senzoru vlnoplochy, jejíž správnost bylo ověřeno numerickou simulací. Byly provedeny tři experimenty, dva pro dynamicky modulovaný senzor se dvěma různými modulačními parametry a

jeden pro senzor staticky modulovaný difuzérem DG10-1500, umístěným do předmětové roviny teleskopu se skleněnou pyramidou. Pro všechny experimenty bylo ověřeno simulací, že velikosti měřených vstupních aberací jsou v oblasti linearity senzoru.

Při experimentálním měření se staticky modulovaným senzorem byl změněn zdroj záření z He-Ne laseru na červenou LED diodu. Při pokusu staticky modulovat senzor difuzérem při použití He-Ne laseru jako zdroje záření, byla intenzita na detektoru ovlivněna zrnitým vzorem, který byl nejspíš obraz povrchu samotného difuzéru. Kvůli tomuto zrnitému efektu nebylo možné získat z naměřené intenzity informaci o vstupní vlnoploše. Zrna difuzéru se na detektor propisovaly kvůli vysoké koherenci He-Ne laseru, který bylo nutné vyměnit za méně koherentní zdroj, červenou LED diodu.

Hodnoty naměřené na pyramidovém senzoru vlnoplochy byly kalibrovány a porovnány s hodnotami naměřenými komerčním Shack-Hartmannovým senzorem vlnoplochy. Shrnutí výsledků měření s dynamicky modulovaným senzorem bylo vyneseno do Tab. 6.1 a 6.2 a všechna provedená měření pak do Tab. 8.1 a 8.2 v příloze. Ačkoli měření se senzorem pro menší modulační parametr bylo zatíženo velkou relativní chybou, průměrně 35%, bylo možné prohlásit, že funkce senzoru vlnoplochy byla ověřena. Měření na senzoru s větším modulačním parametrem vykazovalo menší relativní chybu, průměrně 16%, a pokud byly z průměru vyňaty chyby polynomů náklon v x a y , relativní chyba měření byla 6%. Při měření aberací ve tvaru vyšších řádů Zernikových polynomů docházelo k menší chybě měření, než pro aberace nižších řádů.

Zvýšení přesnosti měření se senzorem s větší modulací mohlo být způsobeno přesnějším nastavením optické soustavy. U měření náklonů byla pro senzor s větším modulačním parametrem velká relativní odchylka, oproti ostatním polynomům, což může svědčit systematické chybě měření.

Shrnutí výsledků měření se staticky modulovaným senzorem bylo vyneseno do Tab. 6.3 a všechna provedená měření pak do Tab. 8.3 v příloze. Průměrná relativní odchylka tohoto měření byla stanovena na 4%, což bylo oproti experimentům s dynamicky modulovaným senzorem významné zvýšení přesnosti měření. Měřením bylo prokázáno, že pyramidový senzor vlnoplochy lze staticky modulovat difuzním prvkem, což bylo i v souladu se simulací numerického modelu.

Závěrem tedy můžeme konstatovat, že cíle diplomové práce byly splněny.

8 Příloha

8.1 Tabulky výsledků měření na dynamicky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy

8.1.1 Experiment s menším modulačním parametrem

Tabulka 8.1: Tabulka naměřených hodnot při měření odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy s menším modulačním parametrem $\alpha_1 = 0,0015$ radiánů. Do tabulky byla vynesena velikost RMS vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikova polynomu na Shack-Hartmannově senzoru vlnoplochy RMS_{SHWFS} , na pyramidovém senzoru vlnoplochy RMS_{PWFS} a byla vypočítána absolutní a relativní odchylka mezi oběma měřeními Δ_{RMS} a ρ_{RMS} .

Polynom	$RMS_{SHWFS} [\lambda]$	$RMS_{PWFS} [\lambda]$	$\Delta_{RMS} [\lambda]$	$\rho_{RMS} [\%]$
Náklon v y	0,2871	0,2693	0,0178	6,2
Náklon v y	0,1780	0,1742	0,0038	2,1
Náklon v y	0,0876	0,0927	-0,0050	-5,7
Náklon v y	0,0294	0,0546	-0,0253	-86,0
Náklon v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Náklon v y	-0,0299	-0,0299	0,0000	0,1
Náklon v y	-0,0553	-0,0695	0,0142	-25,7
Náklon v y	-0,1235	-0,1092	-0,0144	11,6
Náklon v y	-0,2176	-0,1774	-0,0402	18,5
Náklon v y	-0,3146	-0,3032	-0,0114	3,6
Náklon v x	0,2989	0,3195	-0,0207	-6,9
Náklon v x	0,1848	0,1976	-0,0128	-6,9
Náklon v x	0,0990	0,1605	-0,0616	-62,2
Náklon v x	0,0270	0,0632	-0,0362	-134,0
Náklon v x	0,0000	0,0000	0,0000	-

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.1 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	RMS _{SHWFS} [λ]	RMS _{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Náklon v x	-0,0175	0,0328	-0,0503	287,7
Náklon v x	-0,0522	-0,0460	-0,0062	11,9
Náklon v x	-0,1100	-0,0785	-0,0315	28,6
Náklon v x	-0,2107	-0,1471	-0,0636	30,2
Náklon v x	-0,2899	-0,3068	0,0169	-5,8
Astig v y	0,2870	0,3104	-0,0233	-8,1
Astig v y	0,1914	0,1888	0,0025	1,3
Astig v y	0,0929	0,0816	0,0113	12,2
Astig v y	0,0410	0,0442	-0,0032	-7,8
Astig v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v y	-0,0206	-0,0101	-0,0105	51,0
Astig v y	-0,0627	-0,0551	-0,0076	12,1
Astig v y	-0,1117	-0,1276	0,0159	-14,3
Astig v y	-0,1090	-0,1212	0,0123	-11,3
Astig v y	-0,2123	-0,2213	0,0090	-4,3
Astig v y	-0,3094	-0,3381	0,0287	-9,3
Defokus	0,2764	0,0938	0,1827	66,1
Defokus	0,1819	0,0938	0,0882	48,5
Defokus	0,0850	0,0741	0,0110	12,9
Defokus	0,0390	0,0335	0,0055	14,0
Defokus	0,0000	0,0000	0,0000	-
Defokus	-0,0190	-0,0204	0,0014	-7,5
Defokus	-0,0558	-0,0527	-0,0030	5,4
Defokus	-0,1016	-0,1088	0,0073	-7,2
Defokus	-0,1988	0,0938	-0,2925	147,2
Defokus	-0,2924	0,0938	-0,3861	132,1
Astig v x	0,2865	0,2749	0,0116	4,1
Astig v x	0,1926	0,1752	0,0174	9,1
Astig v x	0,0906	0,0772	0,0134	14,8
Astig v x	0,0398	0,0359	0,0039	9,8
Astig v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v x	-0,0190	-0,0209	0,0019	-10,1
Astig v x	-0,0601	-0,0731	0,0131	-21,7

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.1 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	RMS _{SHWFS} [λ]	RMS _{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Astig v x	-0,1095	-0,1220	0,0125	-11,4
Astig v x	-0,2066	-0,2118	0,0052	-2,5
Astig v x	-0,3099	-0,3182	0,0083	-2,7
Trefoil v y	0,2687	0,2419	0,0268	10,0
Trefoil v y	0,1789	0,1613	0,0176	9,8
Trefoil v y	0,0904	0,0790	0,0113	12,5
Trefoil v y	0,0029	0,0036	-0,0007	-24,9
Trefoil v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Trefoil v y	-0,0011	-0,0034	0,0023	-211,7
Trefoil v y	-0,0047	-0,0055	0,0008	-17,9
Trefoil v y	-0,0899	-0,0851	-0,0048	5,3
Trefoil v y	-0,1839	-0,1768	-0,0071	3,9
Trefoil v y	-0,2711	-0,2620	-0,0091	3,4
Koma v y	0,2270	0,2154	0,0116	5,1
Koma v y	0,1513	0,1303	0,0210	13,9
Koma v y	0,0729	0,0670	0,0059	8,1
Koma v y	0,0347	0,0321	0,0025	7,3
Koma v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v y	-0,0128	-0,0235	0,0107	-83,4
Koma v y	-0,0407	-0,0364	-0,0043	10,6
Koma v y	-0,0788	-0,0985	0,0197	-25,0
Koma v y	-0,1570	-0,1696	0,0126	-8,0
Koma v y	-0,2337	-0,2499	0,0162	-6,9
Koma v x	0,1978	0,1921	0,0057	2,9
Koma v x	0,1275	0,1178	0,0097	7,6
Koma v x	0,0602	0,0552	0,0049	8,2
Koma v x	0,0256	0,0285	-0,0029	-11,5
Koma v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v x	-0,0131	-0,0165	0,0034	-26,2
Koma v x	-0,0408	-0,0399	-0,0009	2,2
Koma v x	-0,0750	-0,0781	0,0031	-4,2
Koma v x	-0,1426	-0,1442	0,0016	-1,1
Koma v x	-0,2098	-0,2057	-0,0041	2,0

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.1 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	$\text{RMS}_{SHWFS} [\lambda]$	$\text{RMS}_{PWFS} [\lambda]$	$\Delta_{\text{RMS}} [\lambda]$	$\rho_{\text{RMS}} [\%]$
Trefoil v x	0,2549	0,2722	-0,0173	-6,8
Trefoil v x	0,1682	0,1765	-0,0083	-5,0
Trefoil v x	0,0792	0,0893	-0,0101	-12,8
Trefoil v x	0,0332	0,0334	-0,0002	-0,6
Trefoil v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Trefoil v x	-0,0175	-0,0156	-0,0019	10,9
Trefoil v x	-0,0490	-0,0457	-0,0033	6,8
Trefoil v x	-0,0953	-0,0912	-0,0041	4,3
Trefoil v x	-0,1832	-0,1805	-0,0027	1,5
Trefoil v x	-0,2722	-0,2795	0,0072	-2,7
Sférická aberace	0,1033	0,1043	-0,0010	-0,9
Sférická aberace	0,0669	0,0681	-0,0012	-1,8
Sférická aberace	0,0306	0,0285	0,0021	7,0
Sférická aberace	0,0142	0,0136	0,0006	4,0
Sférická aberace	0,0000	0,0000	0,0000	-
Sférická aberace	-0,0065	-0,0076	0,0011	-17,5
Sférická aberace	-0,0196	-0,0263	0,0067	-34,3
Sférická aberace	-0,0388	-0,0380	-0,0008	2,0
Sférická aberace	-0,0748	-0,0720	-0,0028	3,7
Sférická aberace	-0,1094	-0,1000	-0,0094	8,6

8.1.2 Experiment s větším modulačním parametrem

Tabulka 8.2: Tabulka naměřených hodnot při měření odezvy dynamicky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy s větším modulačním parametrem $\alpha_2 = 0,0113$ radiánů. Do tabulky byla vynesena velikost RMS vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikova polynomu na Shack-Hartmannově senzoru vlnoplochy RMS_{SHWFS} , na pyramidovém senzoru vlnoplochy RMS_{PWFS} a byla vypočítána absolutní a relativní odchylka mezi oběma měřeními Δ_{RMS} a ρ_{RMS} .

Polynom	$\text{RMS}_{SHWFS} [\lambda]$	$\text{RMS}_{PWFS} [\lambda]$	$\Delta_{\text{RMS}} [\lambda]$	$\rho_{\text{RMS}} [\%]$
Náklon v y	0,9056	1,0559	-0,1503	-16,6
Náklon v y	0,6931	0,6906	0,0025	0,4
Náklon v y	0,3914	0,3897	0,0017	0,4
Náklon v y	0,2093	0,3211	-0,1118	-53,4
Náklon v y	0,0817	0,2096	-0,1279	-156,6
Náklon v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Náklon v y	-0,2033	-0,0638	-0,1396	68,6
Náklon v y	-0,3105	-0,2763	-0,0342	11,0
Náklon v y	-0,4042	-0,3747	-0,0295	7,3
Náklon v y	-0,6012	-0,4123	-0,1890	31,4
Náklon v y	-0,9029	-0,8600	-0,0429	4,8
Náklon v y	-1,0973	-0,8922	-0,2051	18,7
Náklon v x	0,9021	1,0470	-0,1450	-16,1
Náklon v x	0,6943	0,7947	-0,1004	-14,5
Náklon v x	0,4101	0,5559	-0,1457	-35,5
Náklon v x	0,2012	0,2004	0,0008	0,4
Náklon v x	0,0915	0,2244	-0,1329	-145,4
Náklon v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Náklon v x	-0,1926	0,0108	-0,2034	105,6
Náklon v x	-0,2926	-0,2135	-0,0791	27,0
Náklon v x	-0,3918	-0,3443	-0,0475	12,1
Náklon v x	-0,5925	-0,5579	-0,0346	5,8
Náklon v x	-0,8963	-0,7356	-0,1607	17,9
Náklon v x	-1,1141	-1,0084	-0,1057	9,5
Astig v y	0,8924	0,9104	-0,0180	-2,0
Astig v y	0,7033	0,7069	-0,0037	-0,5

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.2 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	RMS _{SHWFS} [λ]	RMS _{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Astig v y	0,3992	0,4041	-0,0049	-1,2
Astig v y	0,2017	0,2271	-0,0253	-12,6
Astig v y	0,1010	0,1040	-0,0030	-2,9
Astig v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v y	-0,2017	-0,1834	-0,0183	9,1
Astig v y	-0,3005	-0,2942	-0,0063	2,1
Astig v y	-0,4022	-0,3789	-0,0233	5,8
Astig v y	-0,6009	-0,5973	-0,0036	0,6
Astig v y	-0,8991	-0,9050	0,0059	-0,7
Astig v y	-1,0916	-1,0970	0,0053	-0,5
Defokus	0,8678	0,9121	-0,0443	-5,1
Defokus	0,6763	0,7213	-0,0450	-6,7
Defokus	0,3858	0,4186	-0,0328	-8,5
Defokus	0,1938	0,2177	-0,0239	-12,3
Defokus	0,0980	0,1001	-0,0021	-2,1
Defokus	0,0000	0,0000	0,0000	-
Defokus	-0,1834	-0,1579	-0,0256	13,9
Defokus	-0,2806	-0,2591	-0,0215	7,7
Defokus	-0,3789	-0,3519	-0,0271	7,1
Defokus	-0,5676	-0,5641	-0,0036	0,6
Defokus	-0,8497	-0,8421	-0,0076	0,9
Defokus	-1,0306	-1,0488	0,0181	-1,8
Astig v x	0,8871	0,9274	-0,0403	-4,5
Astig v x	0,6864	0,7539	-0,0675	-9,8
Astig v x	0,3935	0,4212	-0,0277	-7,0
Astig v x	0,1939	0,2219	-0,0279	-14,4
Astig v x	0,0706	0,0654	0,0052	7,4
Astig v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v x	-0,2006	-0,1922	-0,0084	4,2
Astig v x	-0,2981	-0,2519	-0,0462	15,5
Astig v x	-0,3998	-0,3739	-0,0259	6,5
Astig v x	-0,5979	-0,6064	0,0085	-1,4
Astig v x	-0,8926	-0,9167	0,0241	-2,7

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.2 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	RMS _{SHWFS} [λ]	RMS _{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Astig v x	-1,0878	-1,1001	0,0122	-1,1
Trefoil v y	0,7666	0,7882	-0,0216	-2,8
Trefoil v y	0,6113	0,6125	-0,0012	-0,2
Trefoil v y	0,3620	0,3688	-0,0068	-1,9
Trefoil v y	0,1805	0,1857	-0,0052	-2,9
Trefoil v y	0,0907	0,0872	0,0035	3,8
Trefoil v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Trefoil v y	-0,1809	-0,1792	-0,0017	0,9
Trefoil v y	-0,2739	-0,2742	0,0003	-0,1
Trefoil v y	-0,3629	-0,3573	-0,0055	1,5
Trefoil v y	-0,5431	-0,5406	-0,0024	0,4
Trefoil v y	-0,8136	-0,8054	-0,0082	1,0
Trefoil v y	-0,9601	-0,9622	0,0021	-0,2
Koma v y	0,6977	0,7373	-0,0396	-5,7
Koma v y	0,5458	0,5527	-0,0068	-1,2
Koma v y	0,3136	0,3226	-0,0090	-2,9
Koma v y	0,1549	0,1517	0,0032	2,1
Koma v y	0,0762	0,0583	0,0179	23,5
Koma v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v y	-0,1643	-0,1733	0,0090	-5,5
Koma v y	-0,2409	-0,2388	-0,0021	0,9
Koma v y	-0,3181	-0,3374	0,0193	-6,1
Koma v y	-0,4715	-0,4854	0,0139	-2,9
Koma v y	-0,7021	-0,7288	0,0267	-3,8
Koma v y	-0,8409	-0,9032	0,0623	-7,4
Koma v x	0,5840	0,5873	-0,0033	-0,6
Koma v x	0,4885	0,4924	-0,0039	-0,8
Koma v x	0,2838	0,2890	-0,0052	-1,8
Koma v x	0,1414	0,1367	0,0047	3,3
Koma v x	0,0679	0,0682	-0,0004	-0,6
Koma v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v x	-0,1212	-0,1227	0,0016	-1,3
Koma v x	-0,1861	-0,1861	0,0000	0,0

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.2 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	$\text{RMS}_{SHWFS} [\lambda]$	$\text{RMS}_{PWFS} [\lambda]$	$\Delta_{\text{RMS}} [\lambda]$	$\rho_{\text{RMS}} [\%]$
Koma v x	-0,2553	-0,2517	-0,0035	1,4
Koma v x	-0,3937	-0,3897	-0,0040	1,0
Koma v x	-0,5975	-0,6051	0,0077	-1,3
Koma v x	-0,7497	-0,7466	-0,0031	0,4
Trefoil v x	0,3514	0,3580	-0,0065	-1,9
Trefoil v x	0,1754	0,1814	-0,0061	-3,5
Trefoil v x	0,0890	0,0881	0,0010	1,1
Trefoil v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Trefoil v x	-0,1766	-0,1749	-0,0016	0,9
Trefoil v x	-0,2651	-0,2644	-0,0007	0,3
Trefoil v x	-0,3542	-0,3546	0,0004	-0,1
Trefoil v x	-0,5275	-0,5121	-0,0154	2,9
Sférická aberace	0,0709	0,0600	0,0108	15,3
Sférická aberace	0,0331	0,0294	0,0037	11,1
Sférická aberace	0,0000	0,0000	0,0000	-
Sférická aberace	-0,0697	-0,0896	0,0198	-28,5
Sférická aberace	-0,1100	-0,1279	0,0178	-16,2
Sférická aberace	-0,1504	-0,1425	-0,0080	5,3

8.2 Tabulka výsledků měření na staticky modulovaném pyramidovém senzoru vlnoplochy

Tabulka 8.3: Tabulka naměřených hodnot při měření odezvy staticky modulovaného pyramidového senzoru vlnoplochy s difuzním prvkem THORLABS DG10-1500 z broušeného skla. Do tabulky byla vynesena velikost RMS vstupní vlnoplochy ve tvaru Zernikova polynomu na Shack-Hartmannově senzoru vlnoplochy RMS_{SHWFS} , na pyramidovém senzoru vlnoplochy RMS_{PWFS} a byla vypočítána absolutní a relativní odchylka mezi oběma měřeními Δ_{RMS} a ρ_{RMS} .

Polynom	RMS_{SHWFS} [λ]	RMS_{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Náklon v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Náklon v y	-0,9742	-1,0317	0,0575	-5,9
Náklon v y	-1,5024	-1,5883	0,0859	-5,7
Náklon v y	-2,4876	-2,5673	0,0797	-3,2
Náklon v y	-3,4908	-3,5019	0,0112	-0,3
Náklon v y	-4,4772	-4,4306	-0,0466	1,0
Náklon v y	-5,4698	-5,5819	0,1121	-2,0
Náklon v y	-6,4672	-6,3270	-0,1402	2,2
Náklon v y	-7,4553	-7,2135	-0,2418	3,2
Náklon v y	-8,4137	-8,0727	-0,3409	4,1
Náklon v y	-9,4184	-8,9437	-0,4747	5,0
Náklon v x	8,4685	8,2610	0,2076	2,5
Náklon v x	7,4669	7,3481	0,1188	1,6
Náklon v x	6,4873	6,3588	0,1285	2,0
Náklon v x	5,4750	5,4230	0,0520	0,9
Náklon v x	4,4025	4,4533	-0,0509	-1,2
Náklon v x	3,4928	3,4722	0,0206	0,6
Náklon v x	2,4869	2,4849	0,0020	0,1
Náklon v x	1,4815	1,5113	-0,0298	-2,0
Náklon v x	0,4774	0,5076	-0,0302	-6,3
Náklon v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Náklon v x	-1,0120	-0,9785	-0,0335	3,3
Náklon v x	-1,4861	-1,4459	-0,0402	2,7
Náklon v x	-2,4894	-2,4120	-0,0774	3,1

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.3 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	RMS _{SHWFS} [λ]	RMS _{PWFS} [λ]	Δ_{RMS} [λ]	ρ_{RMS} [%]
Náklon v x	-3,4934	-3,4157	-0,0777	2,2
Náklon v x	-4,4617	-4,4735	0,0118	-0,3
Náklon v x	-5,4577	-5,5904	0,1327	-2,4
Náklon v x	-6,4373	-6,6154	0,1780	-2,8
Náklon v x	-7,4320	-7,6272	0,1952	-2,6
Astig v y	1,4805	1,4542	0,0264	1,8
Astig v y	0,9886	0,9762	0,0124	1,3
Astig v y	0,4920	0,4892	0,0028	0,6
Astig v y	0,2955	0,3025	-0,0070	-2,4
Astig v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v y	-0,9839	-0,9863	0,0024	-0,2
Astig v y	-1,2740	-1,2626	-0,0114	0,9
Astig v y	-1,4725	-1,4594	-0,0131	0,9
Astig v y	-1,9479	-1,9554	0,0075	-0,4
Astig v y	-2,4177	-2,4800	0,0623	-2,6
Defokus	0,0000	0,0000	0,0000	-
Defokus	-0,2910	-0,2807	-0,0103	3,5
Defokus	-0,4812	-0,4994	0,0182	-3,8
Astig v x	0,9693	0,9324	0,0369	3,8
Astig v x	0,4850	0,4886	-0,0036	-0,7
Astig v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Astig v x	-0,9642	-0,9608	-0,0033	0,3
Astig v x	-1,4474	-1,4445	-0,0029	0,2
Astig v x	-1,9117	-1,9464	0,0348	-1,8
Astig v x	-2,3957	-2,4441	0,0484	-2,0
Koma v y	0,5729	0,5926	-0,0197	-3,4
Koma v y	0,3349	0,3265	0,0085	2,5
Koma v y	0,0834	0,0630	0,0204	24,5
Koma v y	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v y	-0,1701	-0,1776	0,0075	-4,4
Koma v y	-0,2572	-0,2573	0,0001	0,0
Koma v y	-0,5164	-0,5131	-0,0033	0,6
Koma v y	-0,7645	-0,7637	-0,0008	0,1

Pokračuje na další stránce

Tabulka 8.3 – Pokračování z předchozí stránky

Polynom	$\text{RMS}_{SHWFS} [\lambda]$	$\text{RMS}_{PWFS} [\lambda]$	$\Delta_{\text{RMS}} [\lambda]$	$\rho_{\text{RMS}} [\%]$
Koma v x	0,7751	0,7667	0,0084	1,1
Koma v x	0,6272	0,6273	-0,0001	0,0
Koma v x	0,3640	0,3570	0,0071	1,9
Koma v x	0,0943	0,0926	0,0017	1,8
Koma v x	0,0000	0,0000	0,0000	-
Koma v x	-0,1708	-0,1734	0,0026	-1,5
Koma v x	-0,2589	-0,2579	-0,0010	0,4
Koma v x	-0,4986	-0,5179	0,0193	-3,9
Sférická aberace	0,0616	0,0574	0,0042	6,8
Sférická aberace	0,0414	0,0406	0,0008	1,9
Sférická aberace	0,0205	0,0233	-0,0028	-13,7
Sférická aberace	0,0000	0,0000	0,0000	-
Sférická aberace	-0,0904	-0,1048	0,0144	-16,0
Sférická aberace	-0,0493	-0,0474	-0,0019	3,8
Sférická aberace	-0,0615	-0,0546	-0,0069	11,2

Bibliografie

1. VOHNSEN, Brian. A Short History of Optics. *Physica Scripta*. 2006, roč. 2004, s. 75. Dostupné z DOI: 10.1238/Physica.Topical.109a00075.
2. BORN, Max; WOLF, Emil; BHATIA, A. B.; CLEMMOW, P. C.; GABOR, D.; STOKES, A. R.; TAYLOR, A. M.; WAYMAN, P. A.; WILCOCK, W. L. Basic properties of the electromagnetic field. In: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7. vyd. Cambridge University Press, 1999, s. 116–141. Dostupné z DOI: 10.1017/CB09781139644181.010.
3. MAHAJAN, Virendra N. Foundations of Geometrical Optics. In: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineer, [b.r.], s. 3–43. Dostupné z DOI: 10.1117/3.1002529.ch1. <https://www.spiedigitallibrary.org/ebooks/PM/Fundamentals-of-Geometrical-Optics/1/Foundations-of-Geometrical-Optics/10.1117/3.1002529.ch1>.
4. BORN, Max; WOLF, Emil; BHATIA, A. B.; CLEMMOW, P. C.; GABOR, D.; STOKES, A. R.; TAYLOR, A. M.; WAYMAN, P. A.; WILCOCK, W. L. Geometrical theory of optical imaging. In: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 1999, s. 142–227.
5. KOGELNIK, H.; LI, T. Laser Beams and Resonators. *Appl. Opt.* 1966, roč. 5, č. 10, s. 1550–1567. Dostupné z DOI: 10.1364/AO.5.001550.
6. PASCHOTTA, Rüdiger. *Wave optics* [online]. RP Photonics Encyclopedia. [cit. 13.4.2024]. Dostupné z https://www.rp-photonics.com/wave_optics.html.
7. FRANCESCO, Franco. *Double slit experiment* [online]. [cit. 16.4.2024]. Dostupné z <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15229922>.
8. BERDNIKOV, Aleksandr. *Arago spot forming in the shadow* [online]. [cit. 16.4.2024]. Dostupné z <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=67253369>.

9. *Maxwell's Equations* [online]. [cit. 13.4.2024]. Dostupné z <https://www.maxwells-equations.com>.
10. FLEISCH, Daniel. *A Student's Guide to Maxwell's Equations*. Cambridge University Press, 2008. Student's Guides.
11. BORN, Max; WOLF, Emil; BHATIA, A. B.; CLEMMOW, P. C.; GABOR, D.; STOKES, A. R.; TAYLOR, A. M.; WAYMAN, P. A.; WILCOCK, W. L. Basic properties of the electromagnetic field. In: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7. vyd. Cambridge University Press, 1999, s. 1–74. Dostupné z DOI: 10.1017/CB09781139644181.010.
12. GOODMAN, Joseph W. Introduction to Fourier optics. *Introduction to Fourier optics, 3rd ed., by JW Goodman*. Englewood, CO: Roberts & Co. Publishers, 2005. 2005, roč. 1.
13. SCHOWENGERDT, Robert A. CHAPTER 3 - Sensor Models. In: SCHOWENGERDT, Robert A. (ed.). *Remote Sensing (Third Edition)*. Third Edition. Burlington: Academic Press, 2007, s. 75–XIV. ISBN 978-0-12-369407-2. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-012369407-2/50006-1>.
14. SIRIUSB. *Airy disk and pattern from diffracted white light* [online]. [cit. 16.4.2024]. Dostupné z <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=68302545>.
15. GEARY, Joseph M. *Introduction to wavefront sensors*. Sv. TT18. 1. vyd. Bellingham, Washington: SPIE, 1995. ISBN 9780819417015.
16. ZERNIKE, F. Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects. *Physica*. 1942, roč. 9, č. 7, s. 686–698. ISSN 0031-8914. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(42\)80035-X](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(42)80035-X).
17. LAKSHMINARAYANAN, Vasudevan; FLECK, Andre. Zernike polynomials: a guide. *Journal of Modern Optics*. 2011, roč. 58, č. 7, s. 545–561. Dostupné z DOI: 10.1080/09500340.2011.554896.
18. MAHAJAN, Virendra N. Zernike Polynomial and Wavefront Fitting. In: *Optical Shop Testing*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, kap. 13, s. 498–546. ISBN 9780470135976. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470135976.ch13>.
19. TYSON, Robert K. Chapter 5 - Wavefront Sensing. In: TYSON, Robert K. (ed.). *Principles of Adaptive Optics*. Academic Press, 1991, s. 117–183. ISBN 978-0-12-705900-6. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-705900-6.50009-4>.

20. OJEDA-CASTAÑEDA, J. Foucault, Wire, and Phase Modulation Tests. In: *Optical Shop Testing*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, kap. 8, s. 275–316. ISBN 9780470135976. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470135976.ch8>.
21. RAYCES, J.L. Exact Relation between Wave Aberration and Ray Aberration. *Optica Acta: International Journal of Optics*. 1964, roč. 11, č. 2, s. 85–88. Dostupné z DOI: [10.1080/713817854](https://doi.org/10.1080/713817854).
22. VILLA, Jesús; RODRÍGUEZ, Gustavo; ROSA, Ismael de la; IVANOV, Rummen; SAUCEDO, Tonatiuh; GONZÁLEZ, Efrén. Foucault test: shadowgram modeling from the physical theory for quantitative evaluations. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2014, roč. 31, č. 12, s. 2719–2722. Dostupné také z: <http://opg.optica.org/josaa/>.
23. NEAL, Daniel; COPLAND, James; NEAL, David. Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy. In: 2002, sv. 4779, s. 148–160. Dostupné z DOI: [10.1117/12.450850](https://doi.org/10.1117/12.450850).
24. NIRMAIER, Thomas; PUDASAINI, Gopal; BILLE, Josef. Very fast wavefront measurements at the human eye with a custom CMOS-based Hartmann-Shack sensor. *Opt. Express*. 2003, roč. 11, č. 21, s. 2704–2716. Dostupné z DOI: [10.1364/OE.11.002704](https://doi.org/10.1364/OE.11.002704).
25. ZHOU, Wenchen; RAASCH, Thomas W.; YI, Allen Y. Design, fabrication, and testing of a Shack–Hartmann sensor with an automatic registration feature. *Appl. Opt.* 2016, roč. 55, č. 28, s. 7892–7899. Dostupné z DOI: [10.1364/AO.55.007892](https://doi.org/10.1364/AO.55.007892).
26. *Shack-Hartmann wavefront sensor* [online]. Dynamic Optics. [cit. 21.4.2024]. Dostupné z <https://www.dynamic-optics.it/wavefront-sensors/>.
27. RAGAZZONI, Roberto. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*. 1996, roč. 43, č. 2, s. 289–293. Dostupné z DOI: [10.1080/09500349608232742](https://doi.org/10.1080/09500349608232742).
28. RAGAZZONI, Roberto; DIOLAITI, Emiliano; VERNET, Elise. A pyramid wavefront sensor with no dynamic modulation. *Optics Communications*. 2002, roč. 208, č. 1, s. 51–60. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(02\)01580-8](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(02)01580-8).
29. BURVALL, Anna; DALY, Elizabeth; CHAMOT, Stéphane R.; DAINTY, Christopher. Linearity of the pyramid wavefront sensor. *Opt. Express*. 2006, roč. 14, č. 25, s. 11925–11934. Dostupné z DOI: [10.1364/OE.14.011925](https://doi.org/10.1364/OE.14.011925).

30. VÉRINAUD, Christophe. On the nature of the measurements provided by a pyramid wave-front sensor. *Optics Communications*. 2004, roč. 233, č. 1, s. 27–38. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2004.01.038>.
31. LEDUE, Jeffrey; JOLISSAINT, Laurent; VÉRAN, Jean-Pierre; BRADLEY, Colin. Calibration and testing with real turbulence of a pyramid sensor employing static modulation. *Opt. Express*. 2009, roč. 17, č. 9, s. 7186–7195. Dostupné z DOI: [10.1364/OE.17.007186](https://doi.org/10.1364/OE.17.007186).
32. CARBILLET, Marcel; VERINAUD, Christophe; FEMENIA, B.; RICCARDI, Armando; FINI, Luca. Modelling astronomical adaptive optics - I. The software package CAOS. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2005, roč. 356, s. 1263–1275. Dostupné z DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.08524.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.08524.x).
33. VERINAUD, Christophe; ARCIDIACONO, Carmelo; CARBILLET, Marcel; DIOLAITI, Emiliano; RAGAZZONI, Roberto; VERNET, Elise; ESPOSITO, Simone. Layer Oriented multi-conjugate adaptive optics systems: Performance analysis by numerical simulations. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2003, roč. 4839. Dostupné z DOI: [10.1117/12.458965](https://doi.org/10.1117/12.458965).
34. GERRARD, Anthony; BURCH, James M. Introduction to Matrix Methods in Optics. In: 1975. Dostupné také z: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:117068193>.
35. STEVENS, Alan. *Monte-Carlo Simulation: An Introduction for Engineers and Scientists*. CRC Press, 2023.
36. THORLABS, Inc. *Unmounted N-BK7 Ground Glass Diffusers* [online]. [cit. 29.4.2024]. Dostupné z https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=1132.
37. CALDWELL, Jarred; VAHIDSAFA, Alex. *Propagation of Error* [online]. [cit. 06.05.2024]. Dostupné z [https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Supplemental_Modules_\(Analytical_Chemistry\)/Quantifying_Nature/Significant_Digits/Propagation_of_Error](https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Supplemental_Modules_(Analytical_Chemistry)/Quantifying_Nature/Significant_Digits/Propagation_of_Error).
38. POLYANSKIY, M. N. Refractiveindex.info database of optical constants. *Scientific Data*. 2024, roč. 11. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1038/s41597-023-02898-2>.