Mgr. Nikola Pajerová: **Analýza obecných tvarových ploch realizovaných polygonální sítí**
Posudek oponenta disertační práce

Tématem práce je analýza, klasifikace a porovnávání polygonálních (zejména trojúhelníkových) diskrétních ploch, které byly typicky získány pomocí 3D skeneru. Práce je tvořena šesti kapitolami, z nichž nejpodstatnější a nejrozsáhlejší jsou kapitoly 2 a 5, které tvoří teoretické a praktické jádro celé disertace.

Kapitola 2 zavádí základní pojmy, připomíná vybrané výsledky klasické diferenciální geometrie ploch a uvádí jejich diskrétní analogie, zejména diskrétní verze Gaussovy křivosti, střední křivosti a hlavních křivostí, které hrají klíčovou roli v dalším textu. Jsou zde popsány i tzv. tvarové funkce sloužící k měření různých geometrických vlastností diskrétních ploch (vzdálenosti bodů, obsahy trojúhelníků apod.). Autorka uvádí funkce převzaté z literatury, navrhuje jejich modifikace a také zcela nové funkce založené na měření křivostí. Kapitola končí stručnou částí věnovanou některým poznatkům z metrologie, které jsou později využity k analýze přesnosti měření.

Kapitola 5 popisuje praktické experimenty spočívající v opakovaném skenování vybraných ploch pomocí různých přístrojů a následné analýze získaných trojúhelníkových sítí. Výsledky jsou přehledně znázorněny pomocí mnoha grafů a tabulek s doprovodným komentářem. Autorka zde testuje různé tvarové funkce představené v kapitole 2 a zkoumá, jak dobře vystihují studované plochy. Dále ukazuje, jak lze využít data z opakovaných měření k porovnání přesnosti různých skenerů. Popisuje výsledky získané skenováním a měřením pánevních kostí zemřelých osob, stručně zmiňuje i další možné aplikace.

Téma práce je smysluplné, obsah je vyvážený z hlediska teorie a aplikací. Jedná se o zajímavé propojení diferenciální geometrie, počítačového vidění, metrologie a dalších disciplín. Doktorandka získala a využila své znalosti v těchto oborech a následně odvedla netriviální množství práce jak v rešeršní části, kde se musela vypořádat s nejednotnými definicemi pojmů v diskrétní diferenciální geometrii, tak při vlastním výzkumu a experimentech.

Práce je logicky strukturována, dobře se čte, je doplněna pěknými ilustracemi. Po jazykové stránce není text zcela ideální, objevují se zde poměrně časté překlepy (například hned na první straně úvodu jsem nalezl tři). Drobnou výtku k formální stránce mám ještě u seznamu literatury, ve kterém se špatně orientuje (není mi jasné, zda jsou položky řazeny podle nějakého systému, nebo náhodně).

Neobjevil jsem žádné závažné věcné chyby, v kapitole 2 jsem však narazil na několik nesrozumitelných či mírně zavádějících formulací, např.:

- Definice simplexu v prvním odstavci na s. 1 je zmatená. Jedná se o konvexní obal bodů, nikoliv trojúhelníku, čtyřstěnu atd., které jsou již samy o sobě konvexní. Navíc není pravda, že trojúhelník musí být rovnostranný.
- Z druhého odstavce na str. 14 by čtenář mohl nabýt dojmu, že počet vrcholů, hran i stěn je shodný, neboť všechny tyto objekty jsou indexovány čísly 1 až n.
- Zavedení pojmů na s. 15 není zcela precizní, jedná se o jakési pseudodefinice opírající se o nedefinované pojmy řetězec, vějíř, obrys atd. Čtenář však patrně z kontextu pochopí, co má autorka na mysli.
- Na s. 20, 3. řádek zdola, má být uvedeno „hlavní křivosti jsou totožné," nikoliv „hlavní směry jsou totožné."

- Na s. 22 je zavádějící formulace na 2.-3. řádku. Plocha nemusí ležet celá v jednom poloprostoru, platí to pouze lokálně („parabolický bod“ je lokální pojem, záleží jen na tvaru plochy v okolí bodu).
- Interpretace diskrétní Gaussovy křivosti na s. 25 založená na obsahu sférického mnohoúhelníku by byla ještě názornější, pokud by autorka zmínila, že i v klasické diferenciální geometrii lze Gaussovu křivost zavést podobným způsobem (takto postupoval i sám Gauss).
- Na s. 26, 3. řádek zdola, nerozumím termínu „oblast příslušející k daném vrcholu“.
- Definice aproximačního kužele v posledním odstavci na s. 31 se mi zdá neúplná. Autorka píše, že délka strany je rovna vzdálenosti nejbližšího sousedního vrcholu, tím však ještě kužel není jednoznačně zadán.

Všechny ostatní kapitoly se zdají být z věcného hlediska zcela v pořádku.

Cíl disertace byl podle mého názoru splněn, získané výsledky považuji za přínosné z hlediska teorie i praxe. Využití křivostí k porovnávání spojitých či diskrétních ploch představuje zcela přirozenou metodu. Jako historickou kuriozitu lze uvést skutečnost, že již slavného německého matematika Felixe Kleina napadlo zkoumat tvary klasických soch pomocí křivek tvořených parabolickými body.

Zdá se, že využití navržené metody ke stanovení věku zemřelých jedinců na základě měření pánevní kosti nedává zcela uspokojivé výsledky. To však nepovažuji za nedostatek práce, neboť úkolem bylo právě otestovat vhodnost navržené metody. Autorka navíc uvádí, že podrobnější analýza bude předmětem dalšího výzkumu.

Doktorandka prokázala schopnost samostatné tvůrčí práce v oboru matematického a fyzikálního inženýrství. Práci doporučuji k obhajobě a navrhuji, aby byl doktorandce udělen titul Ph.D.

Uvítal bych, kdyby se doktorandka během obhajoby vyjádřila k následujícím dotazům:

- Kdy je výhodné užít znaménkové modifikace tvarových funkcí D1, D2, D3 zavedené na s. 31 a kdy jsou naopak výhodnější původní neznaménkové verze?
- Jak vypadá úplná definice aproximačního kužele zavedeného na s. 31?
- Na s. 56 se porovnávají sítě na základě hodnot diskrétních hlavních křivostí ve vrcholech sítě. Autorka křivosti považuje za souřadnice bodů v rovině a měří jejich vzdálenosti od počátku. Zdá se mi, že tento postup může někdy dávat zavádějící výsledky: Pokud bereme v úvahu pouze hodnotu $k_1^2 + k_2^2$, dochází ke ztrátě informace a můžeme dostat shodný výsledek i pro zcela rozdílné dvojice k_1, k_2. Nebylo by vhodnější porovnávat získané množiny bodů v rovině jiným způsobem, který nebere v úvahu pouze vzdálenost od počátku, ale i celkový tvar, např. pomocí Hausdorffovy metriky?

V Praze dne 1. 4. 2024

doc. RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Matematicko-fyzikální fakulta UK