



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

Bc. Václav Jisl

**ÚLOHA LETECKÉ DOPRAVY V OPTIMALIZACI GLOBÁLNÍ
DISTRIBUCE POLOVODIČOVÝCH SOUČÁSTEK**

Diplomová práce

2024

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta dopravní
děkan
Konviktská 20, 110 00 Praha 1



K617..... Ústav logistiky a managementu dopravy

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Bc. Václav Jisl

Studijní program (obor/specializace) studenta:

navazující magisterský – LOG – Logistika a řízení dopravních procesů

Název tématu (česky): **Úloha LD v optimalizaci globální distribuce
polovodičových součástek**

Název tématu (anglicky): The role of air transport in optimising the global
distribution of semiconductor

Zásady pro vypracování

Při zpracování diplomové práce se řiďte následujícími pokyny:

- Úvod do problematiky výroby a distribuce polovodičových součástek
- Charakteristika vybraného typu úlohy a jejího uplatnění v logistické praxi
- Metodika řešení modelu, tvorba modelu, tvorba pomocných uživatelských rozhraní
- Interpretace výsledků modelování
- Návrh rozšíření funkčnosti aktuálního modelu s ohledem na danou úlohu



- Rozsah grafických prací: podle pokynů vedoucí diplomové práce
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 55 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: Saales, M.: Air freight and the global supply chain, 2017
Fábry, J.: Matematické modelování, 2007
Jablonský, J.: Programy pro matem. modelování, 2007
Gros, I., Dyntar, J.: Matematické modely pro manažerské rozhodování, 2009

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petra Skolilová, Ph.D.**

Datum zadání diplomové práce: **30. června 2023**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajících ze standardní doby studia)

Datum odevzdání diplomové práce: **15. května 2024**
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

doc. Ing. Tomáš Horák, Ph.D.
vedoucí
Ústavu logistiky a managementu dopravy



prof. Ing. Ondřej Příbyl, Ph.D.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání diplomové práce.

Bc. Václav Jisl
jméno a podpis studenta

V Praze dne..... 30. června 2023

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat lidem, kteří mi v průběhu tvorby této práce byli oporou. V první řadě patří můj dík vedoucí práce paní Ing. Petře Skolilové, Ph.D. za její lidský přístup, odborný komentář a věcnou kritiku. Dále pak mé rodině a osobám blízkým za podporu morální.

Prohlášení

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 15.5.2024

Podpis

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

ÚLOHA LD V OPTIMALIZACI GLOBÁLNÍ DISTRIBUCE POLOVODIČOVÝCH SOUČÁSTEK

Diplomová práce

Květen 2022

Bc. Václav Jisl

ABSTRAKT – CZ

Cílem diplomové práce je návrh matematického modelu, určeného k nalezení nákladově a časově optimální globální distribuční strategie pro přepravu polovodičových součástek. Do modelu jsou dosazena data pro příklad společnosti TSMC, zastávající celosvětově vůdčí postavení ve výrobě polovodičových čipů. Na základě nalezených řešení je demonstrována úloha letecké nákladní dopravy pro přepravu tohoto zboží.

Klíčová slova: optimalizace, globální distribuce, matematické modelování, letecká doprava, polovodičové součástky

ABSTRACT – EN

The aim of the thesis is to design a mathematical model focused on finding cost and time optimal global distribution strategy for semiconductor components transportation. Data for the model are provided for the example of TSMC company, which holds a leading position worldwide in semiconductor chip manufacturing. Based on the solutions found, the role of air freight transportation for the transportation of these goods is demonstrated.

Keywords: optimization, global distribution, mathematical modeling, air transport, semiconductor components

Obsah

Seznam zkratk	6
Seznam odborných pojmů	6
Úvod	7
1. Teoretická část	9
1.1. Charakteristika polovodičových součástek	10
1.2. Výroba polovodičů	13
1.3. Distribuce	16
1.4. Situace na trhu	19
1.5. Modelování	22
2. Praktická část	24
2.1. Definice úloh	25
2.2. Vstupy modelu	27
2.3. Specifika modelu	29
2.4. Sběr dat	30
2.5. Zdůvodnění volby modelu	35
2.6. Volba softwaru	36
2.7. Proměnné modelu	38
2.8. Matematická formulce úlohy	40
2.9. Kód programu v modelovacím softwaru Xpress-IVE	49
2.10. Uživatelské rozhraní	52
2.11. Vyhodnocení výstupů modelu nákladové optimalizace	54
2.12. Optimální distribuce pro alternativní doby dodání	58
2.13. Úloha časové optimalizace	63
2.14. Limitace modelu	66
Závěr	69
Seznam zdrojů	71
Seznam obrázků	74
Seznam tabulek a grafů	74
Seznam příloh	74

Seznam zkratek

B2B	Business to Business – zkratka pro obchod mezi velkoobchodními partnery
EU	European Union – Evropská unie
FAB	FABrication facility – výrobní závod na výrobu polovodičových součástek
FOSB	Front Opening Shipping Boxes – přepravní jednotka pro distribuci polovodičů
IPC	Institute for interconnecting and Packaging electronic Circuits – mezinárodní normalizační organizace, zaměřená na výrobu a vývoj elektroniky
LD	Letecká Doprava
NUC	Neutral Unit of Currency – neutrální hypotetická měnová jednotka
TEU	Twenty-foot Equivalent Unit – jednotka objemu jednoho klasického kontejneru
TSMC	Taiwan Semiconductor Manufacturing Company – taiwanský výrobce čipů
USA	United States of America – Spojené státy americké
VBA	Visual Basic for Applications – programovací jazyk, používaný v balíčku MS office

Seznam odborných pojmů

bootstrapping – metoda matematické statistiky, využívající opakovaný náhodný výběr z množiny

bottleneck – úzké místo řetězce procesů, omezující jeho celkovou kapacitu

elektronová díra – koncepční protiklad elektronu, popisující jeho nepřítomnost v daném místě

feeder – malé nákladní letadlo pro přepravu zboží na málo vytížených linkách

fotorezist – fotocitlivá látka, mění svůj elektrický odpor v závislosti na intenzitě světla

hustota pravděpodobnosti – funkce relativní četnosti výskytu náhodné proměnné

litografie – chemicko-fyzikální úprava povrchu, používaná při vytváření polovodičových struktur

offshoring – přemístění výrobních procesů společnosti do jiné země za účelem snížení nákladů

outsourcing – proces smluvního převedení části činností firmy na externího dodavatele

wafer – tenký polovodičový disk, používaný jako podklad pro výrobu integrovaných obvodů

Úvod

Hlavním cílem této práce je návrh programu, hledajícího optimální řešení distribuce polovodičových součástek v globálním měřítku, a následná analýza a interpretace těchto řešení. Úloha bude řešena jako distribuční problém na virtuální síti. Za tímto účelem bude využito principů lineárního programování a obecných poznatků z algoritmizace a aplikované teorie grafů. Výstupy modelu pak budou vyhodnoceny na příkladu dat společnosti TSMC¹. Na základě získaných optimálních řešení bude posuzován podíl jednotlivých druhů nákladní dopravy na vykonané přepravní práci. Zvláštní důraz bude kladen na význam nákladní letecké dopravy, jejíž charakteristiky se obecně pro globální distribuci zboží tohoto typu zdají být nejvhodnější.

Teoretická část práce slouží jako holistický úvod do problematiky polovodičového průmyslu, a vysvětluje kontext nezbytný pro pochopení části praktické. Teoreticky zde budou vysvětleny základní principy fungování polovodičů a polovodičových výrobků, stejně jako obecný proces jejich výroby a distribuce. Důraz bude kladen na detailní popis významu polovodičového průmyslu z technologického, ekonomického i geopolitického hlediska. Tato část práce rovněž obsáhne teoretický rámec a principy matematického modelování a jeho využití v optimalizačních úlohách.

Předmětem praktické části je pak samotný návrh optimalizačního modelu a vyhodnocení jeho výsledků. Matematický model bude tvořen v prostředí specializovaného modelovacího softwaru. Kromě kódu samotného programu bude vytvořeno uživatelské rozhraní v prostředí tabulkového kalkulátoru MS Excel, které usnadní uživateli modelu proces zadávání vstupních hodnot a interpretaci získaných výsledků. Uživatelské rozhraní umožní plnou automatizaci zadávání vstupů do modelu, což je základním předpokladem jeho praktické využitelnosti. Uživatele navíc kompletně odděluje od zdrojového kódu v modelovacím softwaru, a zamezuje tak provádění nechtěných zásahů do těla programu.

Praktická část se zabývá řešením dvou základních optimalizačních úloh, běžně uplatnitelných v logistické praxi. Úloha nákladové optimalizace si klade za cíl nalézt řešení, jehož implementace minimalizuje souhrnné náklady. Takové řešení je obvykle nalezeno na úkor jiných parametrů, jako je časová náročnost. Čas doručení proto bude v této úloze shora omezen, a

¹ TSMC (Taiwan Semiconductor Manufacturing Company) je největším světovým producentem polovodičových součástek. Společnost byla založena v roce 1987 a v současné době stojí za zhruba 60 % globální výrobní kapacity polovodičových čipů. (21)

různá řešení budou posuzována v závislosti na měnící se hodnotě časového omezení. Druhá úloha se zabývá časovou optimalizací, neboli minimalizací celkového času, za který je možné přepravit veškerý tok zboží v modelu od výrobce k zákazníkům. Jelikož každá úloha sleduje odlišné kritérium, musí být oběma zvlášť přizpůsoben i kód navrhovaného programu.

Základním principem modelu bude předpoklad jedné entity zajišťující kompletní distribuci na celé distribuční síti, tedy od všech výrobních center ke všem spotřebitelům, nehledě na jejich geografickou polohu. Tento subjekt může v reálné situaci představovat množinu nákladních dopravců. Agregovaný dopravce v této práci tak bude zanedbávat individuální obchodní a nákladové strategie, a umožní v modelu dosáhnout objektivně optimálního řešení.

Vzhledem k omezené dostupnosti dat potřebných pro vyhodnocení výsledků modelu, nemůže práce usilovat o dokonalé napodobení reálné situace výrobce polovodičových čipů. Data z hospodářských výkazů konkrétní společnosti budou v modelu použity zejména pro rámcové stanovení přibližné optimální distribuční strategie a předvedení funkcionality modelu. Získané výsledky budou mít navíc dostatečnou vypovídající hodnotu k analýze významu různých druhů dopravy v celkové distribuci.

Práce kombinuje témata polovodičových čipů, optimalizace distribuční strategie, matematického modelování, a letecké dopravy, jakožto dynamických a aktuálních problémů ve svých oborech. Zvolené téma nabízí unikátní příležitost propojit výše uvedená témata k řešení reálného problému logistické praxe. Následující text bude tuto skutečnost reflektovat, a bude se snažit o integraci poznatků všech těchto oborů za účelem nalezení nejlepšího řešení stanoveného problému.

1. Teoretická část

Problematika globální distribuce polovodičových součástek je velmi komplexní záležitostí, jejíž celkové porozumění vyžaduje znalosti několika technických i společenských vědních oborů. Charakteristika polovodičových součástek je předmětem materiálových věd a aplikované fyziky. Jejich výroba a distribuce se pak řídí poznatky z logistiky, dopravního a strojního inženýrství, práce s informacemi a lidskými zdroji, operations, risk, a quality managementu. Každý komerčně prováděný technologický proces pak nezbytně podléhá finančnímu a ekonomickému hodnocení, a v případě strategického průmyslu, do kterého výroba polovodičů beze sporu patří, vstupuje do hry i politika a mezinárodní vztahy.

Hlavní úlohou teoretické části této práce je vysvětlit problematiku distribuce polovodičových součástek z několika výše uvedených pohledů. Problematika bude dále zasazena do kontextu současné geopolitické situace, s přihlédnutím ke stávajícím technologickým a infrastrukturálním omezením, která jsou aktuálně pro distribuční strategii limitující. Důraz bude rovněž kladen na význam matematického modelování v optimalizaci distribuce křehkého, kusově nákladného, a na dobu dodání náročného zboží.

Hlavním specifikem globální distribuce polovodičových součástek je takřka dokonalá rozptýlenost jejich konzumentů, za současné vysoké geografické koncentrace většiny výrobní kapacity. Počítačové čipy, vyráběné z polovodičových komponentů, jsou v dnešním světě všudypřítomné, a moderní domácnost se bez nich prakticky neobejde. Čipy jsou základní součástí řídicích jednotek počítačů, mobilních telefonů, chytrých spotřebičů i novějších modelů automobilů. Konzumenti tohoto zboží, stejně jako závody jeho výrobců, jsou tak rozptýleny napříč celým světem. Nadpoloviční většina celosvětové produkce polovodičových součástek je přitom soustředěna na Taiwanu, malém ostrově ve východní Asii. (1) Další zhruba 30 % pak pochází z Číny, Japonska a Jižní Koreji, které geograficky rovněž spadají do regionu východní Asie. Distribuci tohoto zboží tedy doprovází výzva efektivní obsluhy velkého množství zákazníků, za dostupnosti úzké, a geograficky takřka agregovatelné množiny výrobních center.

1.1. Charakteristika polovodičových součástek

Polovodičová součástka je elektronické zařízení, které využívá polovodičového materiálu pro řízení toku elektrického proudu. Polovodič je pak pevná látka, jejíž elektrická vodivost závisí na vnějších nebo vnitřních podmínkách, a může být změnou těchto podmínek ovlivněna. (2) Lze tedy říci, že elektrická vodivost polovodičů je proměnlivá, a materiál se tak za určitých okolností může chovat jako vodič i jako izolant. Změna vnějších podmínek zahrnuje obecně dodání některého druhu energie. Nejčastěji se jedná o tepelnou, světelnou, nebo elektrickou energii. (3) Změny vnitřních podmínek je dosaženo přidáním určitého množství jiného prvku do polovodičové struktury. (4)

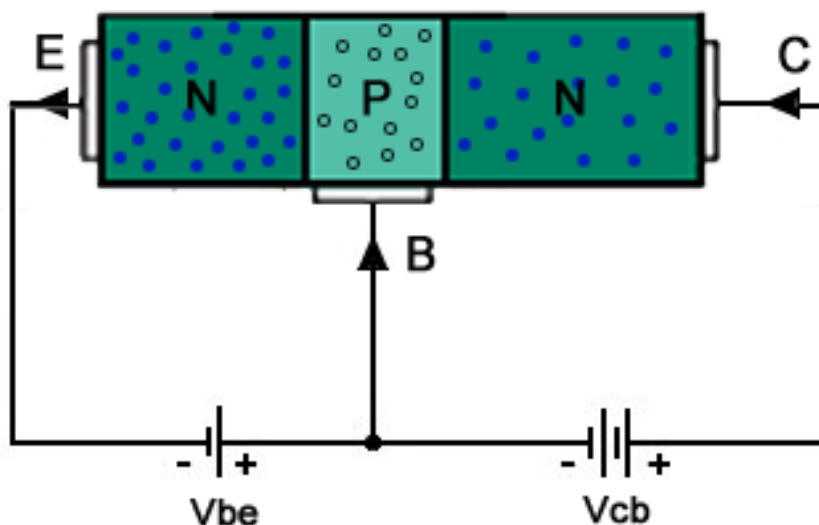
Příkladem polovodiče mohou být křemík, germanium, selen, nebo některé sloučeniny arsenu a galia. (5) Většina polovodičů jsou krystalické látky, vyznačující se pravidelným uspořádáním částic v krystalové mřížce, ale existují i polovodiče amorfní, nemající pravidelnou krystalickou strukturu. (6) Zdaleka nejčastěji průmyslově využívaným polovodičem je křemík. Křemík oproti ostatním polovodičovým materiálům vyniká svými chemicko fyzikálními vlastnostmi, jako jsou tepelná odolnost a chemická stabilita, vybudovanou infrastrukturou, a zejména dostupností. Zemská kůra je z více než 25 % tvořena právě křemíkem. (7) A ačkoli se zde nevyskytuje v čisté formě, v podobě sloučenin je po kyslíku v zemské kůře druhým nejhojněji zastoupeným prvkem. (8) Izolovat křemík je tak možné z většiny v přírodě se nacházejících minerálů a hornin, jako jsou křemen, křišťál, žula, nebo pískovec. Díky své dostupnosti je křemík nejlevnějším konvenčním polovodičem. (7)

Jak bylo zmíněno výše, vlastnosti polovodičů mohou být uměle upraveny přidáním příměsí jiného prvku. Polovodiče s příměsí jiného prvku se nazývají nevlastní. Pokud mají atomy této příměsí, například fosforu, více valenčních elektronů než původní látka, hovoříme o nevlastním polovodiči typu N. Pokud má příměs valenčních elektronů naopak méně, jako například bor, získáme nevlastní polovodič typu P. U obou typů polovodičů je příměsemi narušena rovnováha vázaných elektronů. Z některých z nich se tak stávají volné elektrony, což zvyšuje vodivost polovodiče. Současně příměs umožní dosáhnout stejné vodivosti materiálu při nižší teplotě. (9)

Vhodným vzájemným umístěním polovodiče typu N, disponujících přebytkem volných elektronů, a polovodiče P, s přebytkem elektronových děr, je vytvořen takzvaný P-N přechod. Polovodič typu P si pak přes P-N přechod odebere volné elektrony z polovodiče typu N, čímž zaplní své elektronové díry. (10) Počet vázaných elektronů se tak opět vyrovná, oba polovodiče však

získají elektrický náboj. Polovodič typu N, který přišel o část svých elektronů bude nabit kladně, na polovodiči typu P bude náboj záporný. Pokud pak budou oba vodiče napojeny na elektrický obvod, nebudou ve směru N-P elektrony přechodem volně procházet, a proud tak skrz přechod nebude veden. Pokud bude v této situaci na P-N přechod aplikováno pozitivní napětí z externího zdroje, může být překonán odpor, který mezi kladně a záporně nabitými oblastmi existuje. Elektrický proud pak bude po dobu trvání tohoto impulsu moci přes P-N přechod procházet, což umožní uzavření elektrického obvodu. (11)

Princip popsaný v předchozím odstavci je základní podstatou funkce tranzistoru. Tranzistor je tedy vypínač, který na základě vlastností polovodičových materiálů může existovat v otevřené nebo uzavřené formě. Vlastností vypínače zde může být dosaženo bez jakýchkoli pohyblivých částí, a na velmi malém měřítku. V současné době se rozměry nejmenších tranzistorů pohybují v řádech jednotek nanometrů, což odpovídá šířce jen několika desítek atomů křemíku. (12) Díky této skutečnosti je možné tvořit čipy obsahující stamiliony tranzistorů na prostoru několika čtverečních centimetrů, což je základním předpokladem existence moderních zařízení, vyžadujících ke svému provozu vysoký výpočetní výkon.



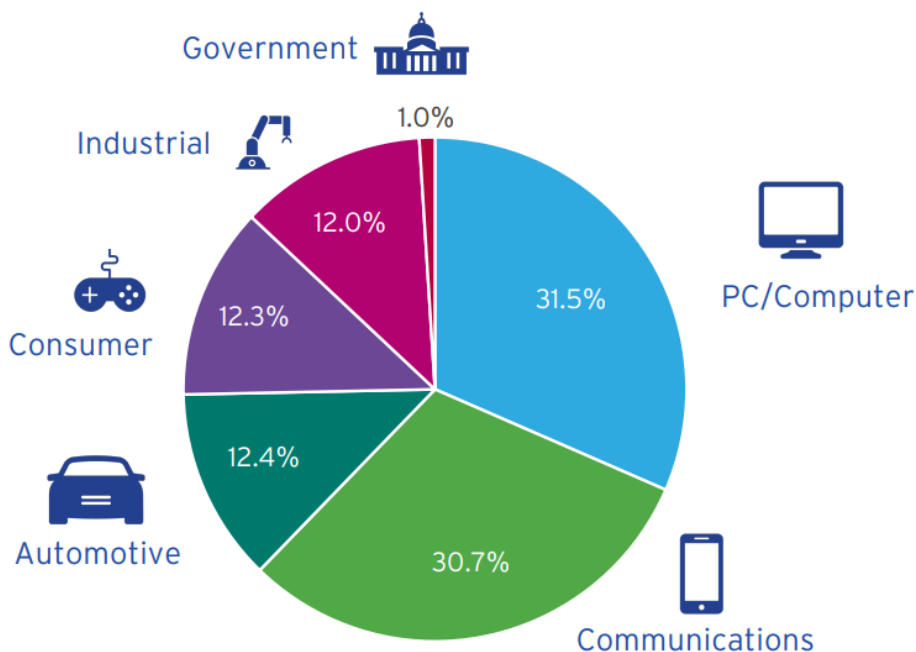
Obrázek 1: Schéma polovodičového tranzistoru; zdroj: (13)

Polovodičový tranzistor je schématicky zakreslen na obrázku 1. Písmena N a P označují polovodiče příslušného typu. Na obrázku je u polovodičů typu N znázorněn přebytek volných elektronů, u polovodiče typu P pak přebytek elektronových děr, reprezentující nedostatek elektronů v mřížce. Písmena C, B, a E označují elektrody tranzistoru. Písmena C a E stojí za

anglickými názvy pro kolektor a emitor (Collector, Emitter). Písmeno B označuje bázi (Base), která dodává P-N přechodu napětí, potřebné pro aktivaci tranzistorového spínače. Zkratky Vbe (Voltage between base and emitter) and Vcb (Voltage between collector and base) pak označují napětí mezi emitorem a bází, a mezi bází a kolektorem. (13)

Primárním využitím celého principu polovodičů jsou polovodičové čipy. Polovodičový čip není ničím jiným než integrovaným obvodem, sestávajícím z jednotlivých polovodičových součástí. V této podobě jsou polovodičové čipy základními stavebními bloky moderní elektroniky. Polovodičových čipů existuje nespočet druhů, a v závislosti na konfiguraci obvodu je prakticky každý z nich do jisté míry unikátním zařízením.

Polovodičové čipy jsou základním stavebním kamenem moderní elektroniky. V širokém spektru aplikací se pak polovodiče jeví jako nezastupitelné. Jejich hlavní využití je možné hledat v procesorech, paměťových kartách, komunikačních modulech, snímačích a senzorech.



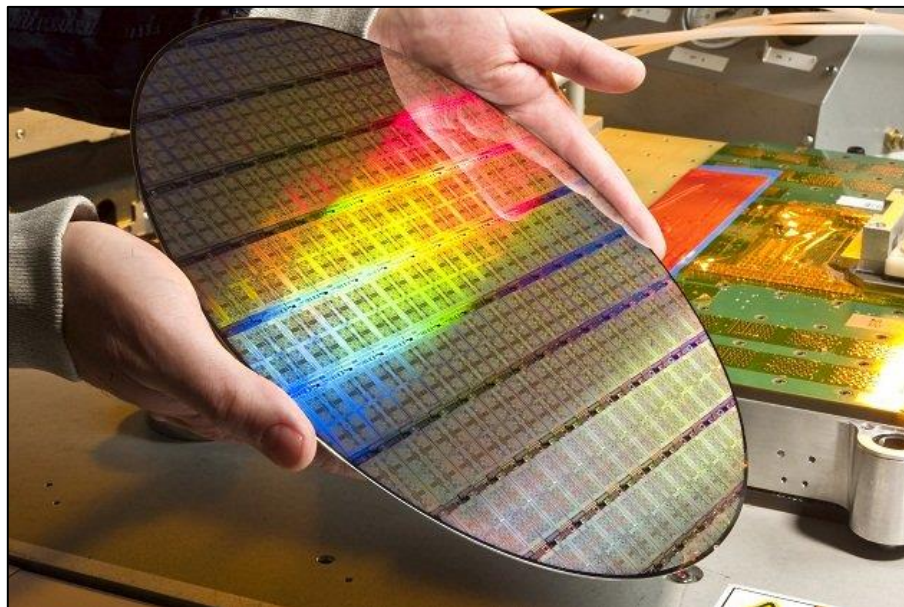
Obrázek 2: Podíl spotřebitelských segmentů na globální poptávce po polovodičových čipech; zdroj: (14)

Obrázek 2 zachycuje rozdělení celkové globální poptávky po polovodičových čipech mezi hlavní spotřebitelské sektory v roce 2021. Majoritní podíl na celé poptávce mají osobní počítače a komunikační technologie. V závěsu za nimi pak automobilový průmysl. Ve všech případech jde o dynamická, rychle rostoucí odvětví, u kterých lze očekávat nárůst poptávky i v budoucnu.

1.2. Výroba polovodičů

Prvním krokem procesu výroby jakékoli polovodičové součástky je izolace dostatečně čistého polovodičového materiálu. Jak je uvedeno v předchozí kapitole, ve většině případů je touto látkou křemík. V přírodě se křemík nachází prakticky výhradně ve formě sloučenin. Nejčastěji se pak váže s kyslíkem, hliníkem, a hořčíkem. Nejběžnější sloučeninou křemíku je oxid křemičitý (SiO_2), nejčastěji se vyskytující ve formě křemene. (15) Pro potřebu výroby polovodičových čipů je křemík z těchto sloučenin izolován do velmi čisté podoby. V běžné praxi se výrobci řídí takzvaným pravidlem „eleven nines“, tedy jedenácti devítek, což je požadavek na čistotu látky převyšující 99,999999999 %, vyjádřenou podílem atomů křemíku v krystalické mřížce. (16)

Pro izolaci křemíku se používají různé chemické procesy, jako je redukce čistého oxidu křemičitého pomocí uhlíku ve speciálních pecích za vysokých teplot. Teplota zpracování křemíku se pohybuje kolem 1420 °C, jen lehce nad teplotou tání křemíku, která za normálního atmosférického tlaku činí zhruba 1414 °C. (17) (18) Rafinovaný křemík je poté tvarován do podoby křemíkových ingotů, což jsou cylindrické bloky o průměru typicky několika desítek centimetrů. Křemíkové ingoty jsou dále nařezány na velmi tenké kruhové disky o tloušťce 400 až 500 μm , neboli zhruba 0,5 mm. (19) Jednotlivé disky jsou následně důkladně broušeny, aby bylo dosaženo maximálního vyhlazení nerovností, vzniklých na povrchu disku v důsledku řezu. Takto upravený křemíkový disk se nazývá wafer. Křemíkový wafer je předmětem obrázku 3.



Obrázek 3: Křemíkový wafer o průměru 300 mm; zdroj: (20)

Wafer slouží jako podklad, na kterém jsou konstruovány vlastní elektrické obvody jednotlivých počítačových čipů. Jeho úloha spočívá zejména v usnadnění manipulace s velkým množstvím čipů. Wafery jsou nejčastěji vyráběny s průměrem 150, 200, nebo 300 milimetrů. (21) S rostoucí plochou pak přirozeně roste i počet čipů, které je na jejich povrch možné umístit. Současné technologie umožňují na jednom dvanáctipalcovém (300 mm) waferu vytvořit až desítky tisíc samostatných obvodů.

Ještě před zahájením tvorby jednotlivých elektrických obvodů, je křemíkový wafer podroben řízené oxidaci. Oxidace probíhá vystavením disku kyslíku nebo vodním parám za vysoké teploty a tlaku. (22) Cílem oxidace je vytvořit na povrchu waferu tenkou ochrannou vrstvu, chránící podkladní křemíkovou strukturu před kontaminací, poškrábáním a jinými škodlivými vlivy. Oxid křemíku je také výborným elektrickým izolantem, a jeho přítomnost tak dále slouží k zamezení nežádoucímu přenosu napětí mezi jednotlivými obvody na povrchu waferu.

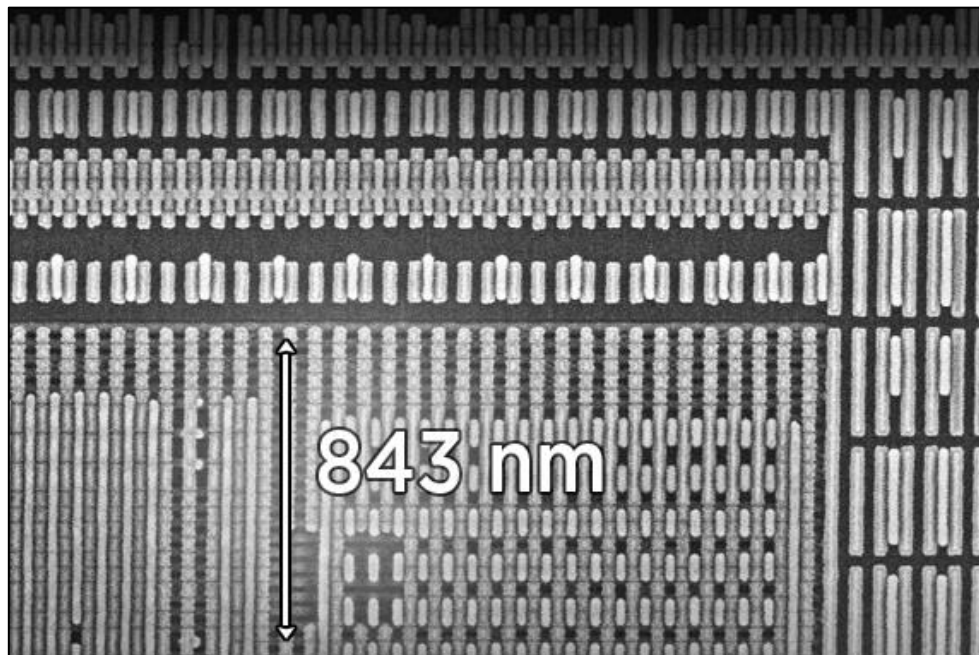
Dalším krokem v procesu výroby čipů je litografie (Někdy též fotolitografie), během které se na vrchní zoxidovanou vrstvu nanese tenký film z fotocitlivé látky (fotorezist). Následnou cílenou světelnou expozicí je možné nanést přímo na křemíkovou vrstvu motiv požadovaného obvodu, který je po opětovném odstranění fotorezistu do waferu vyleptán. (22)

Po aplikaci litografie následuje provedení difúzního procesu. Během difúze jsou do povrchové vrstvy křemíku přidávány příměsné atomy, typicky bor a fosfor. (23) Ty dobře zapadají do krystalické mřížky křemíku, ale liší se počtem valenčních elektronů, což zvyšuje vodivost sloučeniny. Princip a význam vměšování nečistot je popsán v předchozí kapitole v části o nepravých polovodičích. Proces difúze je řízen časově omezenou expozicí waferu dotujícím plynu za přísně kontrolované teploty a tlaku. Cílem je dosažení požadované koncentrace příměsí do hloubky několika jednotek mikronů do povrchu podkladové křemíkové vrstvy. (22)

Posledním krokem tvorby integrovaného obvodu, tvořícího tělo čipu, je nanášení atomů vodivé látky, například mědi, nebo zlata. (24) Tyto kontakty vedou proud mezi jednotlivými prvky obvodu, a jsou ekvivalentem proudových kabelů u klasických elektrických obvodů.

Výroba jednotlivých čipů je ukončena jejich vyříznutím z waferu, a implementací do elektronického zařízení. Čipy jsou ve finální podobě zpravidla uloženy v ochranném obalu, který umožňuje jejich napojení na širší elektrický obvod. (25)

Na obrázku 4 je zachycen snímek polovodičového čipu, navrženého společností Intel v roce 2014, pořízený elektronovým mikroskopem. Viditelné světlé prvky jsou vodivé kontakty, propojující jednotlivé tranzistory tvořící integrovaný obvod. Na obrázku je pro referenci vyznačena kóta 843 nm, což v přepočtu odpovídá 0,000843 mm. Pro srovnání, průměr lidské červené krvinky je zhruba desetinásobný. (26) Současně je na obrázku viditelná pouze horní vrstva obvodu, přičemž čip tohoto typu obsahuje takových vrstev až 13. (27)



Obrázek 4: Výřez snímku detailu polovodičového čipu, pořízeného elektronovým mikroskopem; zdroj: (27)

1.3. Distribuce

Jak nepřímo vyplývá z výše uvedeného textu, polovodičové elektronické součástky jsou velmi křehké a náchylné k fyzickému poškození i chemické kontaminaci. Moderní čipy pracují s kontakty tak malými, že jediná prachová částice může znehodnotit celý integrovaný obvod. Každý zmetkovitý výrobek je pak, s přihlédnutím ke zdoluhavému a technicky náročnému procesu výroby čipů, pro výrobce poměrně nákladnou záležitostí. Při výrobě i distribuci těchto zařízení je tak dbáno extenzivních nároků na čistotu okolního prostředí, šetrnost při fyzické manipulaci, i fyzikálních vlastností okolí, jako jsou teplota a vlhkost. Všechna tato opatření se projevují v technologii výroby, skladování i distribuce. Zejména distribuce je pak ovlivněna nejen v rovině technologické, nýbrž i procesní.

Jelikož nejsou polovodičové součástky obecně klasifikovány jako zboží spadající do některé z kategorií ošetřených zvláštní legislativou, jako například nebezpečné zboží nebo zboží podléhající rychlé zkáze, nemají mezinárodní normy, týkající se požadavků na procesy vázané na jejich přepravu, závazný charakter. Zvýšené nároky na manipulaci při přepravě jsou zákazníkovi přiznány pouze z titulu označení zboží jako křehkého, případně vysoce hodnotného. Předním, nikoli však závazným, dokumentem, detailně specifikujícím požadavky na přepravu polovodičových integrovaných obvodů, je norma IPC-1601, vydaná v roce 2016 mezinárodní obchodní a normalizační organizací, zaměřenou na výrobu a vývoj elektroniky, IPC. (28) Ta konstatuje, že pokud mají být polovodičové čipy během přepravy chráněny proti poškození a uchovány po nezbytnou dobu v adekvátním prostředí, je nutné opatřit je patřičným, a v dokumentu blíže specifikovaným, obalovým materiálem.

V globálním měřítku jsou v B2B sektoru čipy přepravovány převážně v podobě celistvých waferů. Pro manipulaci, skladování a přepravu waferů jsou využívány speciální kontejnery, nazývané FOSB (Front Opening Shipping Boxes). (29) FOSB boxy jsou vyrobeny z polykarbonátového plastu, jsou plně odolné proti vzduchu a prachu, a tedy zabraňují chemické kontaminaci výrobku. Obsahují zpravidla rovněž plastové výplně či hliníkové výztuhy, které chrání zboží proti případným otřesům a neopatrné manipulaci. (30) Kontejnerové jednotky FOSB mohou být navrženy a upraveny pro uložení různých velikostí waferů. V klasické konfiguraci pojme jedna přepravní jednotka obvykle 25 dvanáctipalcových (300 mm) waferů. (31) FOSB kontejner taiwanské společnosti Ckplas s kapacitou 25 waferů je zobrazen na obrázku 5.



Obrázek 5: FOSB kontejner společnosti CKplas s kapacitou 25 waferů o průměru 300 mm; zdroj (32)

Křehká povaha waferů zpravidla při přepravě vyžaduje dvě úrovně ochrany. FOSB boxy s pevně zajištěnými wafery jsou baleny do polyetylenových a polypropylenových krabic s pěnovou výstelkou, označovaných jako hyboxy. Běžný hybox pojme dvanáct FOSB boxů obklopených ochrannou pěnou. Efektivně tak zamezuje jakémukoli nevyžádanému pohybu převážených waferů a poskytuje jim dodatečnou robustní všeobecnou ochranu. (32) Hyboxy plní v přepravě polovodičových součástek roli standardizovaných palet. Agregují menší jednotky zboží, poskytují jim ochranu a usnadňují manipulaci. Standardní europaletě přibližně odpovídají i svými rozměry, přestože zcela shodné nejsou. Jako obalový materiál pak hyboxy slouží příslušné zásilce waferů po celou dobu distribuce, a jsou využívány při přepravě všemi konvenčními druhy nákladní dopravy.

Obrázky 6 a 7 zachycují hybox společnosti Ckplas. Zajímavostí řešení tohoto kontejneru je možnost jeho složení a následného stohování ve složené podobě. Jelikož jsou tyto hyboxy určeny výhradně pro přepravu specifického typu polovodičových waferů, může například na zpětných cestách schopnost snížení jejich prostorové náročnosti snadno najít uplatnění.



Obrázek 6: Hybox pro přepravu waferů; zdroj: (32)



Obrázek 7: Hybox ve složené podobě; zdroj: (32)

Správné použití vhodného obalového materiálu dělá z polovodičových součástek snáze distribuovatelné zboží. I tak některé zvláštní požadavky na logistický řetězec přetrvávají. Zejména je kladen důraz na rychlost přepravy. Polovodičové komponenty jsou dlouhodobě nedostatkové zboží, a náklady z vázaného kapitálu jsou tak za každou jednotku zboží na cestě významné. Ačkoli tedy principiálně může být k distribuci čipů využít jakýkoli konvenční dopravní mód, valná většina jejich objemů je, zejména v mezinárodním obchodě, přepravována nejrychlejším dostupným způsobem, tedy letecky.

Letecká nákladní doprava umožňuje, narozdíl od všech ostatních dopravních módů, obsluhu relace mezi jakýmkoli dvěma body na planetě v řádu hodin. Pochopitelně za předpokladu, že je na nich zřízena patřičná infrastruktura. Její nevýhodou je pak nízká kapacita, a nákladný provoz. Letečtí dopravci obecně využívají k obsluze infrastrukturálních bodů dvě základní provozní strategie, případně jejich kombinaci. (33) Strategie Hub-and-Spoke staví na přímé obsluze vytížených relací za pomoci velkých letounů, a nepřímé obsluze méně vytížených relací menšími letouny, takzvanými feedery. Zboží je z méně významných letišť sváženo do velkých hubů, mezi kterými probíhá vysokokapacitní přeprava, a ze kterých je následně opět distribuováno do koncových bodů. Myšlenkou strategie Point-to-Point je naopak přímá obsluha veškerých relací. Taková distribuce nabízí vyšší flexibilitu, za cenu typicky delších provozních intervalů a nižších úspor z rozsahu.

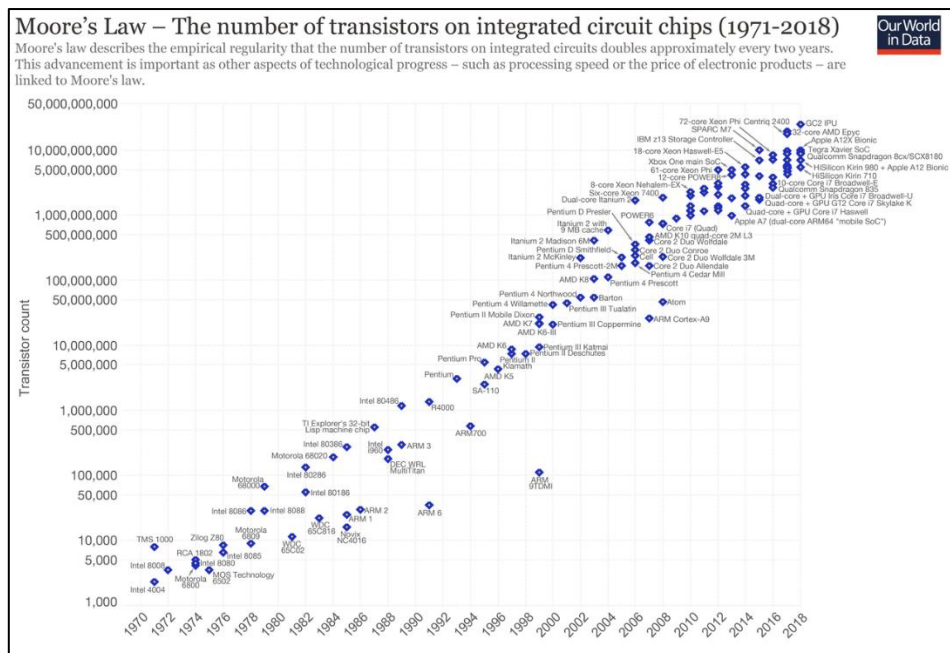
K přepravě zboží využívá letecká doprava specializovaných nákladních letounů, nebo letounů pasažérských. Zatímco u nákladních letadel je celá kabina přizpůsobena přepravě carga, a přeprava osob je tedy kategoricky vyloučena, pasažérská letadla obvykle nabízí přepravní kapacitu jak pro osoby, tak pro zboží. Nákladový prostor se nachází pod palubou pro cestující, a v závislosti na typu letounu může pojmout nezanedbatelné množství nákladu. Jeden z největších pasažérských letounů, Boeing 747-400, disponuje nákladovým prostorem o objemu zhruba 128 m³, což odpovídá kapacitě více než 3 TEU. (34)

Ostatních dopravních módů je pro přepravu polovodičových součástek využíváno spíše lokálně. Zejména doprava silniční zajišťuje kritickou část celého distribučního řetězce, a sice logistiku poslední míle. Výhodou silniční dopravy je prakticky dokonalé infrastrukturální pokrytí jakéhokoli zdroje či cíle cesty. Tradiční výhodou lodní a železniční dopravy je nižší cena za přepravní výkon. Jelikož však nenabízí tak široké infrastrukturální pokrytí jako silniční doprava, ani rychlost doručení konkurující dopravě letecké, nehrají v přepravě polovodičových čipů příliš zásadní roli.

1.4. Situace na trhu

Hlavní problém globálního trhu s polovodičovými čipy spočívá v nízké míře diverzifikace výrobní kapacity. Snahy o minimalizaci výrobních nákladů na konci dvacátého století vedly k masivnímu offshoringu výroby čipů z Evropy a Spojených Států do zemí východní Asie, jakými jsou Jižní Korea, Japonsko, Hongkong, nebo Taiwan. (35) Míra poptávky po počítačových čipech a velikost úspor, které levnější zámořská pracovní síla v té době přinášela, vedly k prakticky úplnému zastavení vlastní výroby čipů tradičních evropských a amerických společností. Východoasijské země se tak staly těžištěm vývoje technologií výroby elektronických polovodičových součástek.

Odvětví výpočetních technologií se od šedesátých let velmi důsledně řídí takzvaným Moorovým zákonem. Jedná se o empirické pravidlo o exponenciálním růstu výpočetního výkonu obvodů v elektronice, jehož premisou je předpoklad, že výpočetní výkon nových integrovaných obvodů, daný zejména počtem tranzistorů na jednom čipu, se každé dva roky zhruba zdvojnásobí. (36) Zkušenosti z posledních desetiletí tento trend jen potvrzují. Není proto divu, že po pozastavení vývoje výrobních technologií evropských a amerických firem se východoasijské společnosti během krátké doby staly nenahraditelnými leadery na poli produkce nejmodernějších čipů. Obrázek 8 zachycuje vývoj počtu tranzistorů v integrovaných obvodech mezi lety 1971 a 2018.



Obrázek 8: Vývoj počtu tranzistorů v integrovaných obvodech polovodičových čipů; zdroj: (37)

V současné době společnosti jako Qualcomm, AMD, Broadcom, nebo NVIDIA, které jsou s výrobou čipů běžně spojovány, až na výjimky pouze navrhují design svých čipů, jejich výroba je pak ve většině případů outsourcována. Státy východní Asie, v čele s Taiwanem a jeho TSMC, tak mají ve výrobě moderních polovodičových čipů prakticky monopolní postavení. (35) Dle dostupných zdrojů je pouze na Taiwanu vyráběno zhruba 63 % všech čipů, a více než 92 % čipů nejnovější generace, komerčně označovaných jako 10nm chips. (38) Technologický náskok těchto společností efektivně zabraňuje ostatním firmám ve vstupu na trh a prohlubuje problém chybějící diverzifikace.

Strategický význam polovodičových součástek, jejich omezená kapacita a soustředěnost výroby vytváří řadu logistických, obchodních, a politických výzev. Polovodičové součástky jsou nezbytnou součástí jakýchkoli elektronických zařízení, a jejich nedostatek dokáže ochromit celá hospodářská odvětví. Přípomínkou této skutečnosti budiž globální nedostatek čipů, z let 2020 až 2023. Výrobci nebyli schopni zareagovat na strmý nárůst poptávky, což vedlo ke zbrzdění produkce napříč řadou průmyslových sektorů. (39)

Polovodičové čipy jsou v současné době tak významnou komoditou, že se v mnoha případech stávají ústředním problémem mezinárodních vztahů. Výrobní kapacity taiwanských firem jsou, jako nejvýznamnější bottleneck logistického řetězce produkce polovodičů, jedním z hlavních

příčin napjaté geopolitické situace mezi Čínou, Taiwanem, a Spojenými Státy. Jak Čína, tak USA si nemohou dovolit Taiwan, coby vedoucího producenta polovodičových součástek, ztratit. Naopak z obou stran sílí snahy o upevnění ostrovního státu ve své vlivové zóně. Spojené státy se snaží takového stavu dosáhnout posilováním hospodářské spolupráce a poskytováním bezpečnostních záruk, Čína si hospodářskou spolupráci vynucuje výhrůzkami vojenskou intervencí. (40)

Vzrůstající politické napětí mezi Čínou a západním světem se stává novým impulsem hledání alternativy k výlučné výrobě čipů na Taiwanu. Lze předpokládat, že v případě obsazení Taiwanu, kterým vrcholní představitelé Čínské lidové republiky dlouhodobě hrozí, bude přísun čipů čínským geopolitickým rivalům značně zkomplikován. V posledních letech se tak množí projekty na výstavbu výrobních továren taiwanských společností na území EU a USA.

Společnost TSMC již vyrábí křemíkové wafery na území spojených států. Výroba probíhá od roku 2000 v továrně označované jako FAB 11, nacházející se poblíž města Portland v americkém státě Washington. (21) Tato továrna neslouží k výrobě nejmodernějších čipů, a pracuje jen s poněkud „zastaralou“ technologií osmipalcových waferů. Její kapacita pak zdaleka nepokryje poptávku zákazníků na severoamerickém kontinentu.

V roce 2020 zahájila společnost TSMC výstavbu nové megatovárny v americkém státě Arizona, poblíž města Phoenix. Po uvedení do provozu v roce 2025 má jít o špičkový výrobní závod, vyrábějící mikročipy nejmodernější generace, a přenášející těžště výroby dál od čínských hranic. Taiwanská společnost přitom plánuje do výstavby a provozu této továrny investovat přes 12 miliard dolarů. V letech 2022 a 2024 pak byly ohlášeny plány na výstavbu dalších dvou továren v americké Arizoně. Všechny tři závody by měly být v plném provozu do konce roku 2030. (41)

V průběhu posledních let, opět zejména v reakci na eskalaci napětí mezi Čínou a Taiwanem, přetrvává v mediálním prostoru debata o potenciální výstavbě výrobního závodu společnosti TSMC v Evropě. V roce 2023 prohlásil německý ministr pro hospodářství Robert Habeck, že TSMC plánuje výstavbu moderní továrny v německých Drážďanech. Německo mělo být přitom vybráno jako průmyslové a technologické centrum Evropy. (42) Podle novějších vyjádření představitelů taiwanské společnosti však není jisté, zda k výstavbě skutečně dojde. Oproti tomu zdánlivě vrůstající podporu mají navrhované projekty nových továren v Singapuru a v Japonsku. Právě v Japonsku byl již v únoru 2024 jeden výrobní závod uveden do provozu. (21)

1.5. Modelování

Pro řešení úloh v této práci je využito prostředků matematického modelování. Matematické modelování je souhrnným pojmem, zahrnujícím různé metody zkoumání ekonomických procesů, za použití matematického aparátu. (43)

Modelování obecně stojí na snaze o popis, interpretaci, a předpovídání chování procesů reálného světa. Za tímto účelem je vytvořen model, představující zjednodušený obraz části reality, která je ve vztahu k řešenému problému relevantní. (43)

Využití modelu efektivně eliminuje nevýhody, které jsou tradičně spjaty s empirickým výzkumem. Provádění experimentů na reálné situaci obnáší typicky vyšší finanční a časovou náročnost, může pozorovaný systém nevratně poškodit, případně nemusí být vlivem komplexnosti problému vůbec proveditelné. Příkladem může být návrh trasy nového dálničního úseku. Při plánování je typicky zvažováno několik alternativ trasování stavby, přičemž panuje snaha o zvolení varianty, nejlépe odpovídající předem definovaným kritériím. Parametry jako vytíženost komunikace, které hrají zásadní roli při ekonomickém hodnocení projektu, nemohou být zjištěny experimentálně. Empirický přístup by vyžadoval výstavbu všech navrhovaných variant, a jejich vzájemné porovnání po zařazení do skutečného provozu, na základě čehož by suboptimální varianty trasování dálnice byly odstraněny. Vytíženost komunikace je tak třeba vyhodnotit na základě tvorby a pozorování modelu.

Matematické modelování, oproti jeho jiným formám, neobsahuje model ve fyzické ani digitální podobě, nýbrž ve formě matematického zápisu, popisujícího princip fungování jednotlivých částí pozorovaného systému. Základními částmi matematického modelu jsou vstupní, případně stavové proměnné, konstanty a parametry modelu, skupiny strukturálních a omezujících podmínek, účelová funkce, a výstupní proměnné, reprezentující statistické charakteristiky systému, nebo informace o jeho chování, za předpokladu platnosti zadaných vstupů. (44)

Dle všeobecně uznávané metodiky klasifikace mohou být matematické modely děleny na lineární a nelineární, stochastické a deterministické, případně na statické a dynamické. (45) Lineární programování se používá pro optimalizaci lineární cílové funkce za přítomnosti lineárních omezení. Je tak zejména vhodné pro problémy s dobře definovanými parametry a lineárními vztahy mezi proměnnými. Pokud je však alespoň jedna okrajová podmínka vyjádřena nelineární funkcí, celý model bude označen jako nelineární. (45)

Deterministické modelování popisuje systémy s pevně danými vztahy mezi proměnnými, kde výsledky jsou plně určeny vstupy a stavem systému. Tyto modely jsou preferovány v situacích s jasně definovanými vztahy mezi proměnnými. Deterministické modely jsou často využívány v inženýrských úlohách pro modelování systémů s předvídatelným chováním. Stochastické modely pak obsahují složku neurčitosti. (45) I za shodných vstupních podmínek tak algoritmus modelu může při opakovaném provedení vykazovat odlišné výsledky. Stochastických modelů je hojně využíváno u nepředvídatelných aplikací v ekonomii, meteorologii, sociologii, ale třeba i v klasických úlohách logistiky, jako jsou řízení zásob, predikce poptávky, nebo plánování výroby.

Rozdíl mezi statickým a dynamickým modelováním pak spočívá v závislosti proměnných na čase. Statické modely tuto závislost zanedbávají, a poskytují tak jednorázovou predikci nebo popis systému v jednom časovém bodě. Dynamické modely se naopak zaměřují na interakce a vztahy mezi proměnnými v průběhu času, a umožňují tak popis vývoje systému v čase.

Řešení optimalizačních úloh může obecně podléhat jedné ze tří základních strategií řešení, případně jejich kombinaci. Heuristické algoritmy jsou založeny na větvení prostoru přístupných řešení, a výběru výhodnější alternativy na základě aktuálních informací. Tyto algoritmy jsou typicky rychlejší a méně výpočetně náročné. Neprochází však nutně celý prostor přípustných řešení, a proto jejich využití nezaručuje nalezení optimálního řešení. Nejlepší řešení nalezené heuristickým algoritmem se nazývá suboptimální. (46) V závislosti na komplexitě algoritmu a charakteru vstupních dat se kvalita nalezeného suboptima může více či méně blížit globálnímu optimu. Heuristický algoritmus může být využit k hledání dostatečně dobrého řešení úlohy, nebo jako vstup pro navazující exaktní algoritmus.

Využití exaktních algoritmů zaručuje nalezení optimálního řešení za předpokladu, že úloha nějaké přípustné řešení má. Exaktní algoritmus prohledává celý prostor možných řešení, a bez závislosti na vstupech je tak vždy schopen určit to nejvýhodnější. (47) S dostatečným výpočetním výkonem tedy obvykle jde o nadřazené řešení, a využit bude i k řešení úloh, které jsou předmětem této práce.

Moderní aplikace matematického modelování se mnohdy zabývají velmi komplexními problémy, k jejichž řešení vyžadují klasické metody extenzivní nároky na výpočetní výkon. Rozsah úlohy často vylučuje použití exaktních algoritmů, a efektivní heuristika nemusí pro daný problém existovat. V takovém případě jsou stále častěji využívány takzvané genetické algoritmy. Genetické algoritmy dokáží nalézt kvalitní suboptimální řešení složitých optimalizačních problémů za pomoci simulace procesů přirozeného výběru a genetické dědičnosti. (48)

2. Praktická část

Jak bylo zmíněno v úvodu této práce, hlavním obsahem praktické části bude návrh lineárního matematického optimalizačního modelu a jeho implementace na problém nákladové a časové optimalizace distribuce polovodičových součástek v globálním měřítku. Při této studii pak bude v rámci tvorby matematického modelu vytvořena virtuální distribuční síť, na jejíž hrany budou jednotlivé toky zboží alokovány.

Pro potřeby modelu budou jako zdroje na síti sloužit výrobní závody taiwanské společnosti TSMC. Výčet jejich největších globálních odběratelů pak bude v modelu představovat množinu spotřebitelů. Zbylé vrcholy na síti budou znázorňovat dopravní uzly, které jsou pro přepravu polovodičů určeny jako globálně významné. V praxi půjde zejména o mezinárodní nákladová letiště, námořní přístavy, nádraží, logistická centra, překladiště, a sklady. Mezi různými body na síti pak budou vytyčeny hrany, reprezentující reálné dopravní relace obsluhované konkrétními dopravními prostředky. Hrany jsou na základě skutečných charakteristik reprezentovaných spojení ohodnoceny svou délkou, kapacitou, dobou na překonání, jednotkovými přepravními náklady, a případným jednorázovým poplatkem za použití.

Dopravní síť v modelu bude dle klasické teorie grafů představovat orientovaný souvislý ohodnocený graf. Tato základní definice vylučuje existenci disjunktního grafu, a dále zajišťuje, že každý zdroj i cíl bude napojen alespoň jednou ohodnocenou hranou. (49) (50) Dalším principem je, že součet toků na všech hranách vedoucích ke spotřebiteli odpovídá jeho celkovému požadavku. Jeho požadavek tak bude vždy dokonale uspokojen. Tato vlastnost modelu je zajištěna pomocí omezujících okrajových podmínek. Na druhou stranu kapacita všech zdrojů zcela vyčerpána být nemusí. Při zadávání vstupních hodnot do modelu je tedy nezbytné dbát na to, aby celkový jednotkový požadavek spotřebitelů nepřevyšoval součet výrobních kapacit zdrojů. V případě hodnot dosazených do modelu v této práci je splnění podmínky zajištěno obsazením všech výrobních závodů společnosti TSMC, při současném použití vlastní podmnožiny jejich odběratelů. Dle obecně platné teorie lze tedy problém řešený v této práci označit jako nevybilancovanou úlohu s přebytkem kapacit zdrojů. (51)

Na optimalizaci distribuce zboží lze nahlížet z několika úhlů pohledu. Každý z nich je přitom relevantní v jiném kontextu. Při volbě distribuční strategie a přístupu k optimalizaci záleží zejména na typu průmyslu, charakteru zboží, aktuálním sentimentu na finančních trzích nebo celkové firemní strategii výrobce, případně třetí strany, poskytující dotčené společnosti logistické služby.

V této práci řešená úloha spadá do kategorie tzv. distribučních problémů. Základním úkolem distribučních úloh je minimalizace celkových nákladů pomocí optimálního přiřazení přepravených jednotek jednotlivým dvojicím zdrojů a spotřebitelů na síti. (51) V rozšířené podobě je pak současně nutno přihlídnout i k optimální alokaci těchto přepravních objemů na ohodnocené hrany. Klasickou dopravní úlohu je rovněž možno modifikovat změnou charakteru účelové funkce. Cílem rozvržení přepravy totiž nemusí být pouze doručení zboží za minimální náklady. Dodavateli může více záležet například na průměrném, či maximálním čase, který zboží stráví na cestě. Možné je také maximalizovat pravděpodobnost úspěchu doručení na základě vyčíslené spolehlivosti jednotlivých cest, nebo minimalizovat ekologickou náročnost zvoleného řešení. Tyto požadavky lze případně s určitou vahou v účelové funkci kombinovat. Vždy je však nezbytné obsáhnout v modelu patřičné veličiny ohodnocení hran, vrcholů, zdrojů i cílů.

2.1. Definice úloh

Tato práce se zabývá řešením některých optimalizačních problémů na definované distribuční síti. S tím je spjata i nutnost plné definice takových problémů a stanovení jejich okrajových podmínek, které je třeba při hledání řešení respektovat. Při tvorbě zadání konkrétních problémů byl kladen důraz na reálnost modelované situace a míru přínosu znalostí výstupů konkrétního modelu pro potřeby potenciálního uživatele. Úloha je proto v této práci řešena z pohledu optimalizace dvou základních veličin, relevantních v logistické praxi.

Jak je uvedeno v úvodu praktické části práce, cílem distribučního problému v jeho základní podobě je minimalizace celkových nákladů za kompletní distribuci veškerého objemu zboží, požadovaného spotřebiteli. Jelikož se v tomto případě jedná o nákladovou optimalizaci, bude podstatou prvního řešeného problému snaha o dosažení minimální hodnoty nákladové účelové funkce při zachování předem definovaných omezujících podmínek.

Stejně jako v reálném světě, umožňuje modelovaná fiktivní síť přepravovat zboží mezi různými vrcholy za pomoci různých dopravních módů. Pokud tedy zadáním problému bude pouze přeprava konkrétního množství jednotek blíže nespécifikovaného produktu do interkontinentálně distribuovaných lokalit v neomezené časové lhůtě za použití libovolných dopravních prostředků, lze předpokládat, že k takovým přepravám bude v maximální možné míře využita námořní nákladní doprava, doplněna pozemní silniční a kolejovou dopravou právě v těch relacích, ve kterých námořní spoj nemůže být realizován. Důvodem tohoto předpokladu je prostý fakt, že

právě kapacitní námořní doprava je v přepočtu na vykonanou jednotku přepravního výkonu pro objednatele zpravidla finančně nejvýhodnější.

Takové řešení je jistě vhodné pro mnohé typy velkoobjemového zboží, nikoli však pro technicky pokročilé, kusově velice nákladné, a na okolní podmínky citlivé polovodičové součástky. S přihlédnutím k rozsahu vázaného kapitálu, který přepravované polovodiče pro jejich majitele představují, trvalému převisu globální poptávky nad nabídkou, dynamickým požadavkům zákazníků i již zmíněné zranitelnosti polovodičových výrobků, nejví se několikátýdenní námořní cesta pro zboží tohoto typu jako optimální řešení. Proto byla do modelu zahrnuta podmínka, omezující maximální dobu distribuce veškerého objemu zboží ke všem spotřebitelům. V základní podobě je tato lhůta v systému nastavena na délku sedmi dnů. Právě jeden týden je podle některých zdrojů obvyklá doba přepravy akceptovatelná jak ze strany výrobce, tak ze strany zákazníka. Je zde přitom třeba rozlišovat dobu dodání zboží od jeho expedice, která je předmětem této úvahy, a dobu doručení od objednání zákazníkem, která je zpravidla delší. (52)

Vytvoření okrajové podmínky lehce transformuje zadání úlohy, nikoli však podobu ani charakter účelové funkce. Lze předpokládat, že snižování lhůty pro doručení všech komponentů bude mít negativní vliv na výslednou hodnotu kritériální funkce. Existence okrajové podmínky omezí množinu přípustných řešení, čímž nevyhnutelně zapříčiní přesun části objemu na rychlejší, ale zpravidla nákladnější formy dopravy.

Druhým řešeným problémem bude časová optimalizace distribuce. V tomto případě již není nutné definovat podmínku časového omezení dodávek, jelikož právě minimalizace délky nejdelší cesty bude optimalizovaným kritériem účelové funkce. V tomto případě není pohlíženo na přepravní náklady jako na limitní veličinu, ale jsou voleny nejkratší časy bez ohledu na finanční náročnost takového systému distribuce. V reálné praxi bude tento přístup odpovídat situaci, kdy je například vlivem předcházejícího výpadku ve výrobě třeba doručit zboží zákazníkům v co nejkratší doručovací lhůtě i za cenu zvýšených nákladů.

Doplňující limitující podmínkou, kterou je možné v případě časové optimalizace aplikovat, je omezení celkových vynaložených nákladů. Jedná se o ekvivalentní přístup k omezení časového rámce u nákladové optimalizace, tudíž slouží k fixnímu omezení neoptimalizovaného kritéria.

Jak bylo zmíněno výše, polovodičové součástky jsou křehké zboží, a jakákoli nadbytečná manipulace s nimi nese riziko jejich poškození. Jako další kritérium k optimalizaci se tak může nabízet právě minimalizace počtu překládek zboží na trase od výrobce ke spotřebiteli. Samotná

tvorba takového modelu by nebyla technicky nijak náročná, jeho výstupy by však v logistické praxi patrně nebyly zvláště přínosné.

Zajímavější vstup představuje počet překládek ve formě omezující podmínky pro ostatní optimalizační úlohy. Jak nákladovou, tak časovou optimalizaci je možno omezit počtem bodů, ve kterých dojde k manipulaci se zásilkou. V této podobě již podmínka lépe reflektuje reálné požadavky zasilatele. V modelu v této práci bude podmínky využito pro omezení počtu překládek každé jednotky zboží na každé trase na nejvýše čtyři. Kromě eliminace excesivní manipulace se zásilkou má implementace podmínky i pragmatický význam z pohledu uživatele modelu. Každá překládka totiž zvyšuje dimenzi modelu. Pokud bude model kontrolovat dodržení limitního počtu překládek, porostou nároky na výpočetní výkon počítače se zvyšujícím se počtem povolených manipulací exponenciální řadou. Umožnění více než čtyř překládek na jedné trase by tedy bylo v rozporu nejen s logistickými požadavky uživatele modelu, ale mohlo by vést k přetížení dostupné výpočetní techniky.

2.2. Vstupy modelu

Cílem modelu bylo co nejvíce se přiblížit skutečnému fungování logistického procesu zasilatelské firmy a obsáhnout co nejvíce aspektů, které při volbě dopravních cest mohou hrát roli. Z toho plyne značná komplexnost celého modelu a velké množství vstupních hodnot i hledaných proměnných. Vysoká rozlišovací úroveň modelu tak umožňuje získat spolehlivé a relevantní výsledky.

Prvními konstantami, které do modelu vstupují jsou počty všech tří typů vrcholů, které na síti existují. Jde o zdroje, spotřebitele, a lokality. V modelu je možné zadat až 100 prvků pro každý typ síťových uzlů. Ačkoli v teoretické rovině může model pracovat s libovolným množstvím entit, je v rámci snahy o zachování jeho řešitelnosti běžně dostupným hardwarem jejich počet v uživatelském rozhraní pro zadávání hodnot shora omezen.

Pro všechny zdroje a spotřebitele je dále třeba zadefinovat jejich kapacitu a poptávku. Pro jednotlivé lokality je pak nutné zadat jejich kapacitu, náklady na provoz a očekávanou dobu, po kterou se zboží v lokalitě zdrží případnou překládkou. Náklady na provoz jsou v tomto smyslu chápány jako paušální, a do modelu vstupují v plné výši pouze tehdy, pokud je lokalita skutečně využita pro překládku nenulového objemu zboží. V opačném případě lokalita není aktivní, a nepřináší do účelové funkce žádné paušální ani jednotkové náklady.

Na tomto místě je jistě vhodné blíže vysvětlit pojmy poptávka a kapacita. Ani jeden z těchto pojmů přirozeně nemůže být v otevřeném časovém horizontu absolutní. V modelu představují tyto konstanty objem poptávky nebo kapacity uzlu po dobu trvání jednoho cyklu modelu. Délka tohoto cyklu je opět definována uživatelem, a značí již zmiňovanou maximální přípustnou dobu pro doručení zboží spotřebitelům. Lze si tuto dobu představit také jako dodací lhůtu, nebo dobu mezi objednávkami pro doplnění skladových zásob. Poptávky spotřebitelů i kapacity lokalit a zdrojů tedy závisí právě i na zvolené maximální lhůtě dodání, po které automaticky následuje další cyklus dodávek, alokující totožné množství zdrojů na totožnou množinu cest.

Modelovaná síť se mimo vrcholů skládá i z orientovaných ohodnocených hran. Orientace hran je definována uspořádanou dvojicí vrcholů, se kterými hrana inciduje. Hranové ohodnocení pak obsahuje pět parametrů. Jedná se o délku hrany, její kapacitu, jednotkové náklady za přepravní výkon, dobu trvání cesty po hraně, a paušální poplatek, poplatný v případě alokace nenulového toku na danou hranu.

Kapacity hran reprezentují množství zboží, které je možné po spoji, který hrana reprezentuje, v uživatelem určeném časovém okně přepravit. Představit si zde lze průjezdnost silnice, nebo kapacitu dopravních prostředků, které budou po dané relaci v časovém okně vypraveny. Kapacita hran, stejně jako kapacita lokalit a zdrojů, vstupuje do modelu jako okrajová podmínka, a omezuje ve finálním řešení velikost toku zboží, který může být na hranu či uzel alokován.

Hranová délka, udávaná ve vzdálenostních jednotkách, je nezbytným parametrem pro výpočet nákladů za vykonaný přepravní výkon. Společně s jednotkovým nákladovým ohodnocením hrany vstupuje do vzájemného součinu s objemem zboží přepravovaným na hraně a určuje tak cenu za přepravu v relaci. Obě tyto veličiny, tedy délka hrany a jednotkové náklady za přepravu, by mohly být sloučeny do jedné hodnoty, bez újmy na funkcionalitě modelu. Z praktického hlediska je však vhodnější uvádět obě veličiny samostatně, a sice zejména za účelem snazšího přepisování hodnot v případě změny měrných dopravních nákladů. Navíc existence samostatné veličiny vyjadřující délku hran umožňuje modelovat další optimalizační úlohy, jakými mohou být minimalizace najetých kilometrů, spotřeby paliva, nebo objemu emitovaných skleníkových plynů.

Paušální poplatek za použití hrany funguje na stejném principu jako ten na lokalitách, tedy vstupuje do modelu pouze za předpokladu, že hranou prochází nenulový tok zboží. V praxi je možné takový poplatek interpretovat například jako náklady na celní řízení, ekologický poplatek za přepravu zboží určitým chráněným územím, nebo cenu za vypravení charterového spoje pro přepravu na dané relaci.

Veličiny vyjadřující ohodnocení hran i vrcholů sítě byly voleny v návaznosti na stanovený řešený problém. Lze si povšimnout, že kromě délky hran, vyjadřují všechna ohodnocení kapacitu, finanční náklady, nebo časovou náročnost. Kapacita slouží v modelu za libovolného zadání jako přirozená omezující podmínka. Časová i finanční náročnost poté pro různá zadání vstupují přímo do účelové funkce, a efektivně tak dochází k jejich minimalizaci.

Při zápisu všech parametrů může uživatel volit libovolné jednotky. Model vždy poskytne stejné optimální řešení nehladě na zadanou měnu, časovou, délkovou, nebo hmotnostní jednotku. Zásadní je však nutnost zachování jednotné skupiny jednotek pro všechny parametry v celém modelu. Pokud je tedy například lhůta pro doručení stanovena ve dnech, musí tomu být přizpůsobeny i doby pohybu zboží po hranách a zdržení v lokalitách.

Model by dále mohl obsahovat další proměnné, i kategorie hranových a vrcholových ohodnocení. Hrany by například mohly být ohodnoceny na základě jejich spolehlivosti, jednotlivé zdroje by mohly mít definovány náklady na výrobu a expedici, a spotřebitelé individuální požadavky na použitý druh dopravy. Ve výše uvedené formě však model dosahuje dostatečné komplexity pro spolehlivé poskytnutí výstupů, které jsou předmětem této práce. Obecně ale lze říci, že přidávání dodatečných omezujících podmínek a ohodnocení jednotlivých prvků sítě není pro model překážkou. Model je tedy možné upravit dle individuální potřeby uživatele.

2.3. Specifika modelu

Jednou z charakteristik modelu je faktické rozdělení hran do tří kategorií. Tyto tři druhy hran disponují stejnými veličinami ohodnocení a stejné je i jejich chování v modelu. Liší se však typy vrcholů, se kterými v síti incidují. První typ hran tedy vychází ze zdroje a vchází do lokality, další vede z lokality ke spotřebiteli a poslední propojuje dvojici lokalit. Ačkoli takový zápis může snižovat přehlednost modelu, bylo k němu přistoupeno na základě snahy o zachování základního, a strojově nejsnáze zpracovatelného indexování.

Dalším problémem, který byl v průběhu návrhu modelu řešen, je situace, kdy cestu mezi dvojicí sousedních uzlů paralelně obsluhují dva dopravní prostředky, které pak hraně přirozeně přiřazují dvě různá ohodnocení. V takovém případě, je na libovolný z těchto uzlů pohlíženo jako na dva samostatné vrcholy s nulovou vzájemnou vzdáleností. Oběma těmito virtuálním vrcholům pak náleží původní ohodnocení, a oba incidují s hranami původního vrcholu.

2.4. Sběr dat

Dílčím cílem této práce je dosažení očekávaných reálných hodnot pro konkrétní distribuční problém do modelu a následná analýza jeho výstupů. Za tímto účelem bylo třeba získat veškerá data potřebná pro ohodnocení všech hran i vrcholů, stejně tak jako stanovení základních konstant, určujících dimenzi a omezení modelu. Síť v modelu tedy obsahuje celkem šest zdrojů.

Nutno podotknout, že získat úplná data o logistice společnosti TSMC, včetně výše poplatků za jednotlivé přepravy a skladování, stejně jako jejich přesné doručovací trasy není možné. Jedná se o business sensitive data, která nejsou zveřejněna ve výročních zprávách o provozu, ani formou tiskového oddělení pro komunikaci s laickou a odbornou veřejností. Pro dosažení tak budou použita data, která co nejlépe kopírují očekávanou situaci. Na těchto datech byla učiněna řada předpokladů, a mnohé hodnoty byly stanoveny odborným odhadem. Jak je však uvedeno v úvodu práce, cílem studie není dokonalá simulace skutečného logistického řetězce společnosti TSMC, nýbrž analyzovat situaci srovnatelných vstupních parametrů s důrazem na význam jednotlivých druhů dopravy. Pro potřeby takového zadání se tedy zvolené metody sběru dat jeví jako korektní.

Počet zdrojů byl stanoven na základě veřejně dostupných informací z webových stránek společnosti TSMC. Firma zde uvádí název, lokalitu a výrobní zaměření všech dvanácti továren, ve kterých aktuálně probíhá výroba polovodičových součástek. Čtyři největší závody, specializující se na výrobu dvanáctipalcových waferů, které TSMC označuje jako GIGAFABs, neboli gigatovárny, se nachází na území Taiwanu. Z celkových zhruba šestnácti milionů ekvivalentů dvanáctipalcových waferů, které, jak TSMC uvádí ve své výroční zprávě, továrny společnosti ročně vyrobí, je více než jedenáct milionů kusů vyprodukováno právě v těchto čtyřech závodech. (21) Společnost ve veřejně přístupných dokumentech neuvádí přesné rozdělení produkce mezi tyto čtyři továrny. Proto bude jejich distribuce mezi GIGAFABs předpokládána rovnoměrná.

Pátá továrna vyrábějící pro TSMC dvanáctipalcové wafery je situována poblíž města Nanjing na území pevninské Číny. V této lokalitě bude pro potřeby modelu předpokládána roční produkce dvou milionů dvanáctipalcových waferů. TSMC dále provozuje šest továren specializujících se na výrobu osmipalcových waferů, a jednu továrnu na wafery šestipalcové. Poslední zmíněná, společně se čtyřmi šestipalcovými, se opět nachází na Taiwanském území. Zbylé dva závody, produkující osmipalcové wafery, se nachází v čínské Šanghaji a americkém Portlandu. Pro všechny osmipalcové závody bude uvažována roční kapacita půl milionu ekvivalentu

dvanáctipalcových waferů. Pro šestipalcovou pak 100 000 kusů. Některé továrny na taiwanském území se nachází v bezprostřední vzájemné blízkosti a jejich areály fakticky splývají v jeden celek. V takovém případě vstupují takové závody do sítě jako jeden zdrojový vrchol, s kapacitou produkce odpovídající součtu kapacit všech začleněných továren.

Spotřebitelé v modelu byli určeni na základě seznamu největších odběratelů ve výroční zprávě společnosti TSMC za rok 2022. Z těchto bylo vybráno dvanáct největších, jejichž zakázky dohromady tvoří přes 70 % celkových provozních příjmů TSMC. Seznam těchto společností je uveden v tabulce 1. Výroční výkaz neuvádí u jednotlivých zákazníků objemy jejich ročních požadavků vyjádřené množstvím odebraného zboží. Jsou uvedeny pouze ve vztahu k podílu na celkové tržbě. Pro možnost využití těchto dat je dále předpokládáno, že všichni zákazníci odebírají zboží stejného charakteru za stejnou jednotkovou cenu, tudíž jejich podíl na tržbách TSMC je přímo úměrný zakoupenému objemu zboží. Druhým předpokladem je, že veškerá roční výroba waferů je beze zbytku distribuovaná mezi spotřebitele. Tedy, že společnost nevytváří, ani nespotřebovává žádnou zásobu finálního produktu, a tím pádem platí, že suma zboží zakoupeného všemi odběrateli se rovná množství součástek vyrobených v závodech TSMC.

Tabulka 1: Seznam největších zákazníků společnosti TSMC; zdroj: (21)

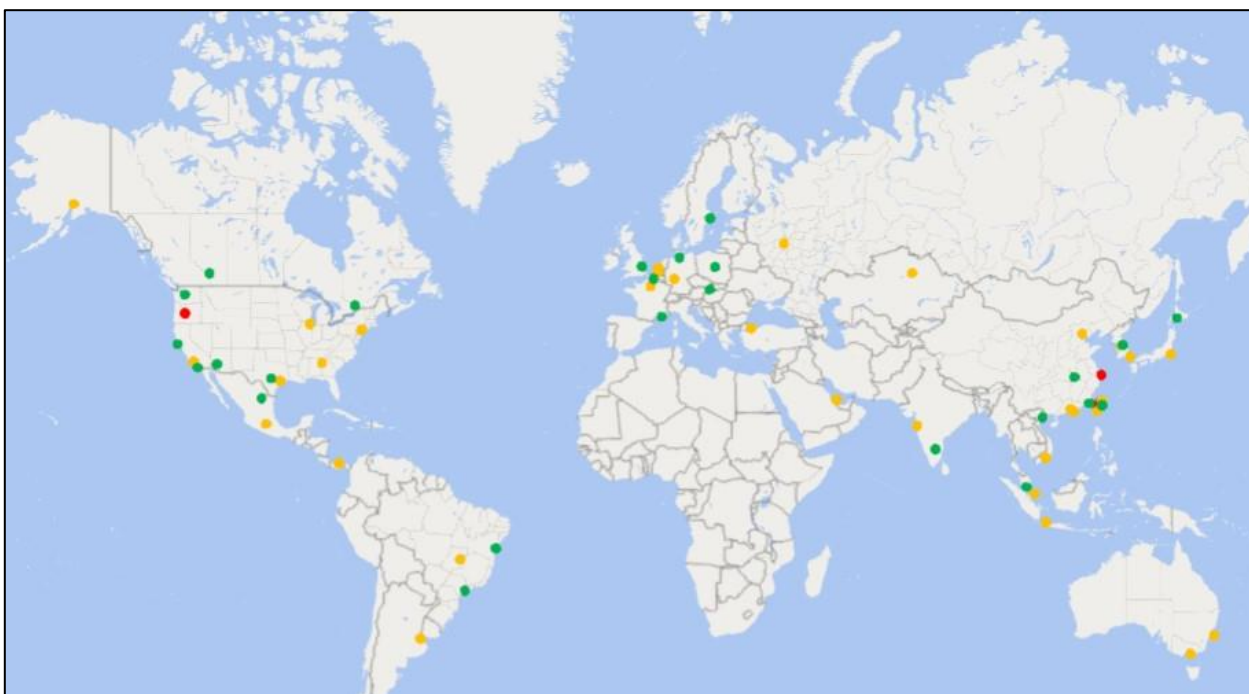
TSMC's Revenue by Customer: CY2022			
Customer		Revenue (\$M)	Revenue (%)
Apple	\$	17,454	23.0%
Qualcomm	\$	6,754	8.9%
AMD	\$	5,767	7.6%
Broadcom	\$	5,009	6.6%
NVIDIA	\$	4,781	6.3%
MediaTek	\$	4,250	5.6%
Intel	\$	3,870	5.1%
Marvell	\$	1,821	2.4%
NXP	\$	1,138	1.5%
Unisoc	\$	926	1.2%
Omnivision	\$	911	1.2%
Sony	\$	835	1.1%

Komplikací u zanášení spotřebitelů na síť je jejich rozdílný charakter ve smyslu nakládání se zakoupenými polovodiči, i geografického rozptýlení jejich vlastních výrobních závodů. Příkladem za všechny budiž největší odběratel výrobků TSMC, společnost Apple, která vyrábí svá zařízení

v desítkách továren po celém světě. Jejich detailní přehled ani množství zpracovaných waferů při tom není veřejně k dispozici. Apple navíc disponuje řadou vlastních skladů a překladových center, mezi kterými si mnohdy zajišťuje vlastní redistribuci. Pro potřeby modelu byl tedy každý spotřebitel individuálně posouzen, a jeho poptávkové body byly alokovány na několik vrcholů na síti, které reprezentují jeho očekávané poptávky v daných regionech. Počet celkově pozorovaných spotřebitelů je tak stanoven na 25. Tato místa reprezentují jednotlivá těžiště poptávky předních spotřebitelů výrobků společnosti TSMC.

Lokality byly v systému voleny tak, aby poskytly dostatečně komplexní síť dodavatelských řetězců mezi zdroji a všemi spotřebiteli. Do modelu tedy byly vybírány podle jejich umístění a významu. Mezi 33 vybraných bodů patří zejména některá nejvytíženější světová nákladní letiště, přístavy a železniční uzly.

Mapa se zanesenými body všech vrcholů modelované sítě je předmětem obrázku 9. Červené body zde znázorňují umístění zdrojů. Žlutě vynesené body reprezentují lokality na síti, a zeleně jsou pak označeni spotřebitelé. Ačkoli na mapce nejsou zcela ideálně viditelné všechny výrobní závody umístěné na Taiwanu, je zde možno pozorovat značný nepoměr mezi soustředěností výroby polovodičových součástek na území východní Asie, a globální rozptýleností hlavních center tvořících poptávku po zboží.



Obrázek 9: Mapa světa s vyznačenými zdroji, lokalitami a spotřebiteli v modelovaném příkladu; vlastní zpracování

Všechny zdroje, lokality i spotřebitele představují určitý objekt, ve kterém dochází k manipulaci s převážným zbožím. Tento objekt, ať je to přístav, továrna, nebo sklad, se nachází v určité geografické lokalitě, zpravidla v blízkosti nadregionálně významného města. V rámci stanovení rozlišovací úrovně modelu bylo rozhodnuto, že tato města budou do systému vstupovat jako bezrozměrné body, obsahující případné vrcholy sítě. Přístav i letiště na opačných stranách města se tak stanou jedinou lokalitou na síti, nesoucí index a jméno přilehlého města. Z tohoto zjednodušení vyplývá, že případná distribuce zboží v rámci jednoho sídla, tzv logistika poslední míle, se v modelu zanedbává.

Pokud jsou známy všechny lokality, je nutné zadefinovat jejich ohodnocení. Kapacita lokality je odvozena od očekávané schopnosti logistického uzlu zpracovat určitý objem zboží. Tato hodnota, stejně jako zdržení při překládce, není pro reálnou lokalitu nijak definovaná, a záleží na celé řadě nemodelovatelných faktorů, jako je aktuální docházka a morálka zaměstnanců, nebo momentální vytíženost logistického centra. Kapacita lokality i očekávaná doba manipulace se zbožím může být rovněž stanovena smluvně, případně podléhat omezením legislativního rámce. Doby zdržení zboží na překládce budou v modelovém případě pro jednotlivé lokality určeny odborným odhadem. Při jejich odvození je pak vždy brán v potaz charakter lokality, jeho geografie, i komplexnost logistického center, které je lokalitou reprezentováno. Oproti tomu kapacity lokalit do modelu zaneseny nebudou. Lze předpokládat, že každý z uzlů má dostatečnou kapacitu na přepravu řádově vyšších objemů zboží, než je v zadání stanovený počet jednotek nízkoobjemných polovodičů. Hodnota kapacity každé lokality tak je ze zadání stanovena na součet veškeré poptávky všech spotřebitelů. Jde o nejmenší možnou hodnotu, v systému obecně připouštějící existenci libovolné kombinace cest. V tomto případě tedy kapacitní ohodnocení lokalit nebude pro řešitele limitující.

Poslední veličinou charakterizující lokality jsou náklady na jejich provoz. Jedná se o veličinu jistě významnou pro rozhodování o použití služeb patřičného uzlu, bez interních informací je nicméně velice náročné odhadovat hodnoty těchto parametrů, jelikož veřejnosti přístupná data takové informace zpravidla neobsahují. Z toho důvodu bylo v modelovém případě rozhodnuto o úplném vynechání i této veličiny. Její hodnoty pro všechny lokality tedy budou nulové, tudíž i bez změny samotného modelu bude efekt paušálních nákladů za použití překládových míst efektivně eliminován.

K ohodnocování hran bylo přistupováno obdobným způsobem jako k vrcholům sítě. Nejprve tedy byla stanovena dimenze množiny hran, následně byly konkrétní hrany indexovány, a konečně byly kvantifikovány jejich ohodnocovací veličiny, popsané výše. Při postupu ohodnocování

přítom mezi hranami typu zdroj - lokalita, lokalita - lokalita, nebo lokalita – spotřebitel nebyl činěn žádný rozdíl.

Délka hran, reprezentující vzájemnou vzdálenost jejich incidujících vrcholů v kilometrech, byla spočtena na základě vzájemné polohy center obou sídel, vyjádřené geografickými souřadnicemi. Pro výpočet vzájemných vzdáleností byla použita standardní rovnice, uveden níže. Písmeno d představuje vzdálenost obou bodů v kilometrech. $lat1$ a $lat2$ představují zeměpisnou šířku obou souřadnic, a $lon1$ a $lon2$ pak zeměpisnou délku. Konstanta 6378 odpovídá přibližnému poloměru Země v kilometrech.

$$d = \arccos(\sin(lat1) * \sin(lat2) + \cos(lat1) * \cos(lat2) * \cos(lon2 - lon1)) * 6378$$

Na tomto místě by bylo patrně vhodnější do modelu zahrnout skutečnou délku cesty, kterou po hraně dopravní prostředek urazí, rozsah modelu při dostupných zdrojích a ručním zadávání hodnot nicméně z takto podrobné analýzy činí časově velmi náročný problém. Pokud model obsahuje 6 zdrojů, 33 lokalit a 25 spotřebitelů, tak za předpokladu, že mezi každou dvojicí lokalit existují dvě orientované hrany, a právě jedna orientovaná hrana existuje mezi každou dvojicí zdrojů a lokalit a dvojicí lokalit a spotřebitelů, pak taková síť obsahuje více než 2000 orientovaných hran, kdy ke každé z nich přísluší pět individuálních parametrů. Pochopitelně ne každá dvojice uzlů má mezi sebou vedenou hranu. I tak však alespoň řád uvedené dimenze sedí. Jisté zjednodušení, nemající vliv na fungování modelu, je tak při vyčíslování vstupů na místě.

Kapacity hran, jejich trvání i jednotkové náklady jsou vždy odvozeny od hodnot v podobných relacích obvyklých. Tedy náklady na přepravu jednotky zboží na jednotku vzdálenosti vychází obecně zejména z charakteristiky dopravního prostředku použitého pro přepravu v relaci, cen obvyklých v daném regionu a celkové odhadované vytíženosti cesty. Společně s délkou hrany jsou tyto charakteristiky vstupem i pro výpočet doby trvání jízdy po hraně. Kapacita cest se pak odvíjí od jejího významu. Zejména pak podle očekávaného počtu vypravených dopravních prostředků v modelovaném období a jejich kapacity. Paušální poplatek je u hran započítán v relacích, kde lze předpokládat nějakou formu celního odbavení, případně jiné vznikuvší administrativní náklady. Jelikož jde tedy zpravidla o interní záležitost, sjednanou mezi zainteresovanými subjekty, nebude v této práci modelována. Hodnota tohoto ohodnocení pro všechny hrany modelu tedy bude rovna nule.

Hodnoty všech zadávaných veličin pro průběh modelu jsou zaznamenány v jednotlivých listech souboru MS Excel, který je přílohou této práce. Při pohledu na ohodnocení hran je možné si všimnout, že pokud mezi dvojicí uzlů není žádný spoj realizován, je ohodnocení kapacity takové hrany rovno nule. Takový přístup efektivně diskvalifikuje hranu z modelu, bez ohledu na ohodnocení jejích zbývajících parametrů. Model tedy hranu sice vidí jako existující, může na ní však alokovat právě jen nula jednotek zboží. Hrana je přitom aktivována pouze tehdy, je-li po ní veden tok velikosti alespoň jedné jednotky.

2.5. Zdůvodnění volby modelu

Základním, a v předchozím textu dosud nepopsaným krokem řešení úlohy, je volba vhodného typu matematického modelu. V úvodu práce je zmíněno, že úlohy časové i nákladové optimalizace budou řešeny prostředky lineárního matematického modelu. To však u podobných úloh obecně není jediným přípustným postupem. Jako základní sada možností může sloužit výčet matematických modelů uvedený v kapitole 1.5. I při samotné práci tedy bylo zvažováno několik z těchto postupů. Finální volba pak byla učiněna na základě typu a charakteru dostupných dat, vstupujících do modelu. V dalším textu budou nastíněny důvody pro výběr lineárního deterministického matematického modelu, zejména před stochastickým, který by se pro řešení problém mohl jevit jako podobně vhodný.

Lineární programování, jak deterministické tak stochastické, obecně umožňuje stanovit maximum, respektive minimum účelové funkce bez nutnosti existence nelineárních vztahů mezi některými proměnnými. Stochastické programování oproti tomu deterministickému umožňuje zahrnout do modelu složku neurčitosti, což z něj dělá velmi užitečný koncept pro modelování reálných situací. Zahrnutí složky neurčitosti do modelu je důležité v situacích, kde existuje nejistota ohledně hodnot vstupních dat, parametrů nebo podmínek modelu.

Jak je popsáno v předchozím textu, mnohé hodnoty jednotlivých prvků nezávislých proměnných byly určeny odborným odhadem, případně brány jako střední očekávané hodnoty výstupů daných veličin. Z tohoto pohledu se tedy může zdát, že právě nejistota taková data provází. Stochastické modely však pracují s termínem statistická nejistota. Neurčitost má v takovém případě charakter hustoty pravděpodobnosti určitého pravděpodobnostního rozdělení. (53) Statistická neurčitost může být způsobena různými faktory, jako jsou fluktuace měřené hodnoty, náhodné chyby ve sběru dat, systematicky nepřesná měření nebo přirozená proměnlivost chování systému. K získání odhadu předpisu rozdělení náhodné veličiny je možné využít různých

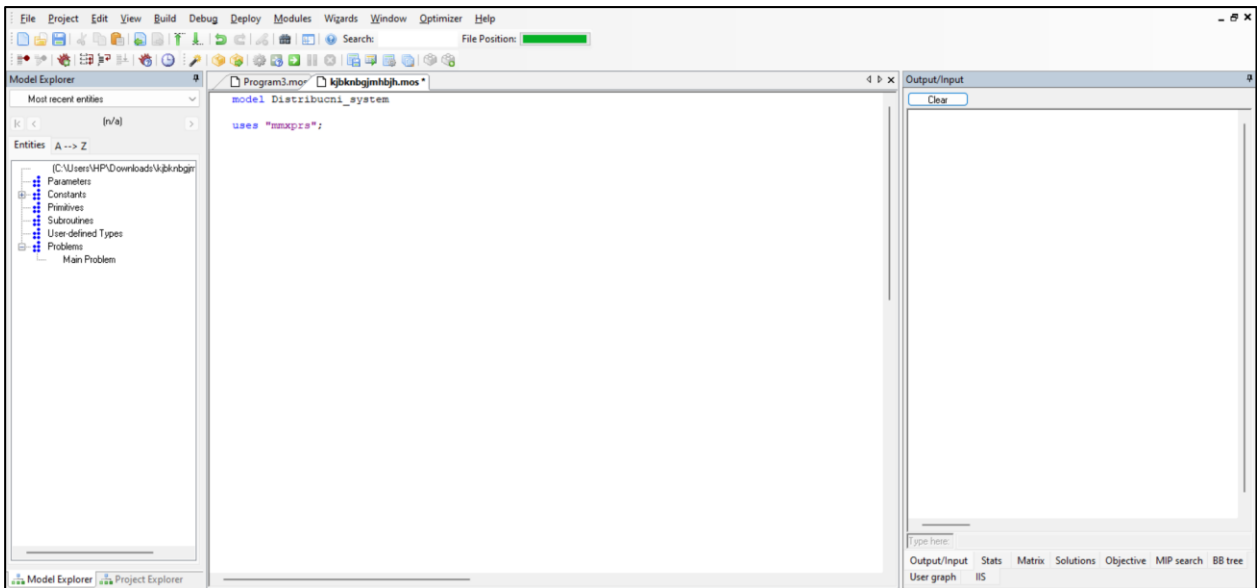
ekonometrických nástrojů jako jsou bootstrapping, metoda největší věrohodnosti (maximum likelihood estimation), nebo zobecněná metoda momentů (generalized method of moments).
(54) (55)

Neexistence reálných pozorování, a z toho plynoucí neznalost parametrů pravděpodobnostních rozdělení vysvětlujících proměnných, představuje zásadní problém pro přesnost a spolehlivost stochastického modelu. V rámci této diplomové práce není nicméně dokonalá simulace skutečnosti hlavním cílem. Tím zůstává tvorba rámcového modelu a analýza jeho výstupů při dosažení přibližných odhadů vstupních hodnot. Míra správnosti zadaných dat pak závisí na případném uživateli modelu. Z toho důvodu bylo pro zjednodušení přistoupeno k transformaci stochastického modelu na deterministický, v tomto případě lineární model. Základem této transformace je předpoklad normálního rozdělení všech vysvětlujících proměnných. V takovém případě je pak na základě dalšího zjednodušení možné pracovat se stochastickými nezávislými proměnnými jako s deterministickými.

2.6. Volba softwaru

Pro provedení výpočtu bylo třeba zvolit softwarové rozhraní, ve kterém bude model zadefinován. Pro tento účel byl určen optimalizační software Xpress-IVE. Jedná se o jeden z nejdéle kontinuálně podporovaných optimalizačních softwarů na trhu. Xpress-IVE dokáže v aktuální verzi řešit problémy jak lineárního, tak nelineárního charakteru. Program Xpress-IVE pracuje v modelovacím programovacím jazyce Mosel, který se vyznačuje přímočarou syntaxí a nízkými nároky na operační výkon počítače. V situaci, kdy množství hledaných neznámých, řada okrajových podmínek a celková dimenze modelu kladou vysoké nároky na omezenou výpočetní kapacitu, je programovací jazyk úsporný na operační paměť a výkon procesoru počítače nezbytností.

Dominantním prvkem uživatelského rozhraní programu Xpress-IVE je editor, do kterého je psáno tělo kódu. Další dialogy pro záznam řešení programu, hlášení o chybách a struktuře modelu jsou pak v základním nastavení standardně umístěny po stranách programového okna. Základní rozložení uživatelského rozhraní je zobrazeno na obrázku 10.



Obrázek 10: Základní rozvržení uživatelského rozhraní programu Xpress-IVE; vlastní zpracování

Modelovací jazyk Mosel umožňuje, podobně jako řada jiných moderních programovacích jazyků, vkládat hodnoty proměnných jak formou zápisu přímo v těle kódu, tak pomocí odkazu na externí soubor. Jelikož dimenze některých vstupních matic pro příklad modelovaný v této práci dosahují hodnot odpovídajícím vzájemnému součinu dvou dvojčiferných skalárů, je tato vlastnost v těle kódu hojně využívána. Rozsáhlé matice jsou tak zapsány výlučně na listu tabulkového procesoru MS Excel, který je obsahem přílohy práce, a kód v modelovacím softwaru na ně pouze odkazuje. Tento postup významně zvyšuje přehlednost celého zápisu jak ve fázi záznamu dat, tak při jejich případné revizi.

Stejným způsobem pak přes odkaz v textu kódu funguje vypisování výsledků modelu do externího souboru. Také této vlastnosti jazyka Mosel je v programu využíváno. Kombinace automatického importu a exportu dat tak umožňuje kompletní separaci konečného uživatele od samotného programu. Tím je umožněno vytvoření přívětivějšího uživatelského rozhraní, v případě této práce celého vyvedeného v programu MS Excel, a zároveň se tak dá efektivně zamezit nechtěným zásahům uživatele do kódu v průběhu zadávání vstupních hodnot.

2.7. Proměnné modelu

Princip matematického modelování spočívá v tom, že na základě znalosti plné sady vstupních konstant a omezujících okrajových podmínek hledá model takové hodnoty předem definovaných proměnných, jejichž současný stav minimalizuje (v některých případech maximalizuje) hodnotu kriteriální účelové funkce. Vstupní konstanty i okrajové podmínky jsou do určité míry popsány v předchozích kapitolách. Kromě nich se však v modelu objevují právě i neznámé proměnné. Proměnné reprezentují určitý stav modelu a přímo vstupují do rovnice výpočtu hodnoty účelové funkce. V modelu popisovaném v této práci vystupují proměnné jak pomocné, které mohou mít za úkol například jen kontrolovat dodržení omezujících podmínek, tak vysvětlující, které tvoří hlavní výstup programu, a jejichž výsledné hodnoty mají přímý vliv na interpretaci výsledků celého modelu.

Základní vysvětlující proměnné použité v této práci jsou proměnné vyjadřující objemy zboží přepraveného po každé hraně. Tyto proměnné jsou v modelu trojího typu, v závislosti na kategorii hrany, kterou reprezentují (hrany se opět dělí na spoje zdroj-lokalita, lokalita-lokalita, a lokalita-spotřebitel), a v textu kódu modelu nesou unikátní označení. Každý prvek vektorů těchto neznámých je definován uspořádanou dvojicí indexů, odpovídajících číselnému označení incidujících vrcholů.

Tyto veličiny mají v programu charakter běžné proměnné matematického programování, a mohou tak nabývat libovolných nezáporných hodnot. Jediné omezení v tomto ohledu představují okrajové podmínky, kterými je zde kapacitní ohodnocení příslušné hrany.

Proměnné přepravovaného objemu zboží na hranách dále tvoří jádro účelové funkce. Hrany, kterým model přiřadí nenulovou hodnotu, vstupují do kriteriální funkce a v závislosti na své vzdálenosti, paušálním, a jednotkovém nákladovém ohodnocení zvyšují výslednou hodnotu kritéria. Cílem programu je tedy minimalizovat tyto náklady, a na každou hranu alokovat minimální možné objemy zboží. V takto definovaném modelu jsou minimální objemy nulové, a proto je třeba situaci ošetřit okrajovou podmínkou, která zajistí, že zboží, alespoň v objemu odpovídajícím požadavkům zákazníků, sítí skutečně proteče. V takovém případě je pak model nucen distribuovat zboží co nejúspěšnějším způsobem. Výše popsaný postup je vlastně základním principem fungování celého modelu řešícího rozšířený distribuční problém.

Další sada proměnných je rovněž spjata s alokací toku zboží na hrany v síti. Pro různé kategorie hran v síti je opět definována trojice proměnných, tentokrát bivalentního charakteru. Tyto proměnné, nabývající z definice pouze hodnot 0 a 1 vyjadřují stav využití hrany v optimalizačním

modelu. Nulové hodnoty nabývají v situaci, kdy je po hraně přepravováno nulové množství zboží. Pokud je na hranu alokováno nenulové kladné množství zboží, je hodnota veličiny pro takovou hranu rovna jedné. Tyto veličiny mohou sloužit ke zpřehlednění výsledného řešení. Jejich hlavním účelem je však doplnění účelové funkce o paušální náklady z aktivních hran. Obě veličiny vstupují do účelové funkce ve vzájemném součinu, což navyšuje hodnotu kriteriální funkce právě o cenu využití skutečně použitých relací.

Program pak obsahuje ještě jednu skupinu stejně fungujících bivalentních proměnných. Tentokrát definovaných pouze jedním indexem, označující konkrétní lokalitu na síti. Jelikož i provoz lokality může nést nenulové paušální náklady, je třeba tuto možnost zahrnout do rovnice účelové funkce. Bivalentní proměnná v součinu s náklady na využití lokality je tedy jejím dalším komponentem.

Poslední skupiny proměnných jsou pro zadanou úlohu poměrně specifické, a v programu slouží čistě pro kontrolu dodržení omezujících podmínek. Jak bylo zmíněno v jedné z předchozích kapitol, v modelu je definován maximální čas doručení, neboli vykonání každé celé cesty, skládající se ze střídavé sekvence aktivních vrcholů a hran, začínající ve zdroji a končící ve vrcholu spotřebitele. Jak se ukázalo při psaní programu, jedná se v tomto případě o poměrně komplikovaně realizovatelný požadavek.

Pro modelování výše zmíněné situace je třeba definovat v modelu cesty. Všechny dosud vytvořené proměnné se však vztahují k jednotlivým bodům nebo hranám, nikoli k jejich kombinaci či sekvenci. Proto bylo třeba ucelené cesty v modelu nedefinovat.

Model nepočítá s přímými dodávkami ze zdrojů přímo spotřebitelům. Každá cesta tak nutně navštíví alespoň jednu lokalitu. Ne všechny cesty však musí být takto krátké. Počet lokalit, které jsou součástí cesty, je shora omezen pouze umělou omezující podmínkou. V modelu tedy mohou cesty obsahovat od jedné do čtyř lokalit, což z nich tvoří heterogenní skupinu, obtížně charakterizovatelnou jednou skupinou proměnných.

Pro dodržení časové podmínky tak byly vytvořeny čtyři skupiny modelovaných proměnných. Každá skupina reprezentuje cesty o určité délce, a je vyjádřena počtem zahrnutých lokalit. V syntaxi modelovacího programu je potom pro každou skupinu těchto proměnných vytvořena skupina podmínek, které zajistí, že součet časových zdržení na všech hranách a lokalitách všech cest dané délky nepřekročí maximální povolenou dodací lhůtu. Jelikož se jedná o komplexní proměnné, jsou vyjádřeny uspořádaným vektorem koeficientů o dimenzi tři až šest. Proměnná aktivity trasy se čtyřmi překládkami tak obsahuje právě šest popisných indexů.

Důvodem takto komplexního řešení je rozsáhlý prostor řešení úlohy. Každá lokalita inciduje s několika hranami, a může tak vstupovat do více cest na různých místech, a být pro každou z nich jiným indexem. Proto je nezbytné posuzovat cesty každé délky samostatně. Toto řešení je funkční a spolehlivé, jeho výpočet však pro daný model představuje vysoce kombinatoricky náročnou úlohu. Dimenze možných řešení totiž odpovídá produktu počtu hodnot reprezentovaných každým indexem, čili práce již se čtyřmi přestupy je pro standardní stolní techniku limitní.

2.8. Matematická formulce úlohy

Jak bylo zmíněno výše, distribuční problém nákladové optimalizace má za cíl uspokojit ve vymezeném čase poptávky všech spotřebitelů takovým způsobem, který minimalizuje výsledný součet všech nákladů pramenících z využití hran a vrcholů sítě. Úkolem je rozhodnout o množství komodity přepravované mezi jednotlivými dvojicemi zdrojů a cílů, a alokovat tyto objemy na hrany v síti. Využity, ne však překročeny, přitom mohou být kapacity zdrojů, kapacity lokalit, a kapacity hran. Předpokladem úspěšného řešení úlohy je uspokojení všech omezujících okrajových podmínek uvedených dále.

Navrhovaný model obsahuje řadu konstant a vektorů proměnných. Každá taková veličina nese vlastní zkratkovité označení. Ještě před uvedením samotného modelu je tedy na místě vysvětlit notaci všech konstant a proměnných, které model obsahuje.

Konstanty:

- m skalár udávající dimenzi vektoru lokalit
- n skalár udávající dimenzi vektoru spotřebitelů
- q skalár udávající dimenzi vektoru zdrojů
- u skalár udávající časový limit pro doručení
- *lokality* množina lokalit o m prvcích
- *spotřebitele* množina spotřebitelů o n prvcích
- *zdroje* množina zdrojů o q prvcích
- c_i kapacita zdroje i
- a_j kapacita lokality j
- b_k poptávka spotřebitele k

- $e_{i,j}$ vzdálenost mezi zdrojem i a lokalitou j
- $o_{j,l}$ vzdálenost mezi dvojicí lokalit j a l
- $d_{j,k}$ vzdálenost mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- f_j náklady na provoz lokality j
- t_j doba zdržení v lokalitě j
- $cost1_{i,j}$ jednotkové přepravní náklady mezi zdrojem i a lokalitou j
- $cost2_{j,l}$ jednotkové přepravní náklady mezi dvojicí lokalit j a l
- $cost3_{j,k}$ jednotkové přepravní náklady mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- $cap1_{i,j}$ kapacita hrany mezi zdrojem i a lokalitou j
- $cap2_{j,l}$ kapacita hrany mezi dvojicí lokalit j a l
- $cap3_{j,k}$ kapacita hrany mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- $fee1_{i,j}$ paušální poplatek za použití hrany mezi zdrojem i a lokalitou j
- $fee2_{j,l}$ paušální poplatek za využití hrany mezi dvojicí lokalit j a l
- $fee3_{j,k}$ paušální poplatek za využití hrany mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- $time1_{i,j}$ doba trvání cesty po hraně mezi zdrojem i a lokalitou j
- $time2_{j,l}$ doba trvání cesty po hraně mezi dvojicí lokalit j a l
- $time3_{j,k}$ doba trvání cesty po hraně mezi lokalitou j a spotřebitelem k

Proměnné

- $Z_{i,j}$ přepravený objem komodity mezi zdrojem i a lokalitou j
- $W_{j,l}$ přepravený objem komodity mezi dvojicí lokalit j a l
- $X_{j,k}$ přepravený objem komodity mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- y_j aktivita lokality j
- $use1_{i,j}$ aktivita cesty mezi zdrojem i a lokalitou j
- $use2_{j,l}$ aktivita cesty mezi dvojicí lokalit j a l
- $use3_{j,k}$ aktivita cesty mezi lokalitou j a spotřebitelem k
- $trasa1_{i,j,k}$ aktivita cesty zdroj i – lokalita j – spotřebitel k
- $trasa2_{i,j,k,l}$ aktivita cesty zdroj i – lokalita j – lokalita k – spotřebitel l
- $trasa3_{i,j,k,l,r}$ akt. cesty zdr. i – lok. j – lok. k – lok. l – spotř. r
- $trasa4_{i,j,k,l,r,s}$ akt. cesty zdr. i – lok. j – lok. k – lok. l – lok. r – spotř. s

Minimalizace účelové funkce bude mít v popisované úloze následující matematické vyjádření:

$$\begin{aligned} \min f(w, x, y, z, use1, use2, use3) = & \sum_{i \in \text{zdroje}} \sum_{j \in \text{lokality}} e_{i,j} \cdot cost1_{i,j} \cdot z_{i,j} + \\ & \sum_{i \in \text{lokality}} \sum_{j \in \text{lokality}} o_{i,j} \cdot cost2_{i,j} \cdot w_{i,j} + \sum_{i \in \text{lokality}} \sum_{j \in \text{spotřebitele}} d_{i,j} \cdot cost3_{i,j} \cdot x_{i,j} + \\ & \sum_{i \in \text{lokality}} f_i \cdot y_i + \sum_{i \in \text{zdroje}} \sum_{j \in \text{lokality}} fee1_{i,j} \cdot use1_{i,j} + \sum_{i \in \text{lokality}} \sum_{j \in \text{lokality}} fee2_{i,j} \cdot use2_{i,j} + \\ & \sum_{i \in \text{lokality}} \sum_{j \in \text{spotřebitele}} fee3_{i,j} \cdot use3_{i,j} \end{aligned}$$

Účelová funkce obsahuje sedm skupin neznámých a je možno jí rozložit právě na sedm funkčních částí, z nichž každá začleňuje do finálního vzorce jinou kombinaci vstupních konstant. Jedná se přitom o různé nákladové veličiny, popsané v předchozích kapitolách. Veličiny popisující kapacity a poptávky jednotlivých prvků v síti přirozeně součástí účelové funkce nejsou. Podobně v ní nejsou obsažena časová ohodnocení průchodů hranami a lokalitami. Obě zmíněné skupiny mají v úloze nákladové optimalizace za úkol v kombinaci se zadanými okrajovými podmínkami omezit přípustnou množinu řešení úlohy lineárního programování. Do výpočtu účelového kritéria nicméně přímo nezasahují.

První tři sčítance funkce nesou hodnotu variabilních nákladů za využití tří definovaných typů hran. Jsou dány násobkem konstanty jednotkových nákladů za převoz v relaci, délky hrany vyjádřené ve vzdálenostních jednotkách, a počtu jednotek, které jsou na hranu alokovány. Počet jednotek na každé hraně je zde jedinou neznámou proměnnou, která ve funkci funguje jako parametr míry vlivu okolních konstant na hodnotu kritéria.

Další prvky vzorce navyšují hodnotu účelové funkce o paušální náklady, vynaložené na aktivních hranách a uzlech. Patříčné náklady jsou vždy vynásobeny hodnotou příslušné bivalentní proměnné, díky čemuž do účelové funkce vstupují jen za předpokladu, že skutečně nesou nenulový tok.

Model hledá optimum účelové funkce za předpokladu dodržení následujících skupin okrajových podmínek:

$$\sum_{j \in \text{spotřebitele}} x_{i,j} + \sum_{k \in \text{lokality}} w_{i,k} \leq a_i \quad \text{Pro } i \in \text{lokality} \quad (\text{p.1})$$

$$\sum_{j \in \text{lokality}} z_{i,j} \leq c_i \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje} \quad (\text{p.2})$$

$$z_{i,j} \leq \text{cap1}_{i,j} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.3})$$

$$w_{i,j} \leq \text{cap2}_{i,j} \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.4})$$

$$x_{i,j} \leq \text{cap3}_{i,j} \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.5})$$

$$\sum_{i \in \text{lokality}} x_{i,j} = b_j \quad \text{Pro } j \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.6})$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.7})$$

$$w_{i,j} \geq 0 \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality}, i \neq j \quad (\text{p.8})$$

$$z_{i,j} \geq 0 \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.9})$$

$$\sum_{i \in \text{lokality}} w_{i,j} + \sum_{l \in \text{zdroje}} z_{l,j} = \sum_{i \in \text{lokality}} w_{j,i} + \sum_{k \in \text{spotřebitele}} x_{j,k} \quad \text{Pro } j \in \text{lokality} \quad (\text{p.10})$$

$$\sum_{i \in \text{zdroje}} \sum_{j \in \text{lokality}} z_{i,j} = \sum_{k \in \text{spotřebitele}} b_k \quad (\text{p.11})$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{lokality} \quad (\text{p.12})$$

$$\text{use1}_{i,j} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.13})$$

$$\text{use2}_{i,j} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.14})$$

$$\text{use3}_{i,j} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.15})$$

$$x_{i,j} \leq y_i \cdot \sum_{k \in \text{spotřebitele}} b_k \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.16})$$

$$w_{i,j} \leq y_i \cdot \sum_{k \in \text{spotřebitele}} b_k \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.17})$$

$$z_{i,j} \leq use1_{i,j} \cdot \sum_{k \in \text{spotrebitele}} b_k \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.18})$$

$$w_{i,j} \leq use2_{i,j} \cdot \sum_{k \in \text{spotrebitele}} b_k \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality} \quad (\text{p.19})$$

$$x_{i,j} \leq use3_{i,j} \cdot \sum_{k \in \text{spotrebitele}} b_k \quad \text{Pro } i \in \text{lokality}, j \in \text{spotrebitele} \quad (\text{p.20})$$

$$trasa1_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{spotrebitele} \quad (\text{p.21})$$

$$trasa2_{i,j,k,l} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, \\ l \in \text{spotrebitele}, j \neq k \quad (\text{p.22})$$

$$trasa3_{i,j,k,l,r} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, \\ l \in \text{lokality}, r \in \text{spotrebitele}, j \neq k, j \neq l, k \neq l \quad (\text{p.23})$$

$$trasa4_{i,j,k,l,r,s} \in \{0,1\} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, \\ l \in \text{lokality}, r \in \text{lokality}, s \in \text{spotrebitele}, \\ j \neq k, j \neq l, j \neq r, k \neq l, k \neq r, l \neq r \quad (\text{p.24})$$

$$use1_{i,j} + use3_{j,k} - 1 \leq trasa1_{i,j,k} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{spotrebitele}, \\ cap1_{i,j} > 0 \wedge cap3_{j,k} > 0 \quad (\text{p.25})$$

$$use1_{i,j} + use2_{j,k} + use3_{k,l} - 2 \leq trasa2_{i,j,k,l} \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, \\ k \in \text{lokality}, l \in \text{spotrebitele}, cap1_{i,j} > 0 \wedge cap2_{j,k} > 0 \wedge cap3_{k,l} > 0 \quad (\text{p.26})$$

$$use1_{i,j} + use2_{j,k} + use2_{k,l} + use3_{l,r} - 3 \leq trasa3_{i,j,k,l,r} \\ \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, r \in \text{spotrebitele}, \\ cap1_{i,j} > 0 \wedge cap2_{j,k} > 0 \wedge cap2_{k,l} > 0 \wedge cap3_{l,r} > 0 \quad (\text{p.27})$$

$$use1_{i,j} + use2_{j,k} + use2_{k,l} + use2_{l,r} + use3_{r,s} - 4 \leq trasa4_{i,j,k,l,r,s} \\ \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, r \in \text{lokality}, s \in \text{spotrebitele}, \\ cap1_{i,j} > 0 \wedge cap2_{j,k} > 0 \wedge cap2_{k,l} > 0 \wedge cap2_{l,r} > 0 \wedge cap3_{r,s} > 0 \quad (\text{p.28})$$

$$trasa1_{i,j,k} \cdot (time1_{i,j} + time3_{j,k} + t_j) \leq u \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, \\ k \in \text{spotrebitele} \quad (\text{p.29})$$

$$trasa2_{i,j,k,l} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time3_{k,l} + t_j + t_k) \leq u \\ \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{spotrebitele}, j \neq k \quad (\text{p.30})$$

$$trasa3_{i,j,k,l,r} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time2_{k,l} + time3_{l,r} + t_j + t_k + t_l) \leq u \\ \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, \\ r \in \text{spotrebitele}, j \neq k \wedge j \neq l \wedge k \neq l \quad (\text{p.31})$$

$$trasa4_{i,j,k,l,r,s} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time2_{k,l} + time2_{l,r} + time3_{r,s} + t_j + t_k + t_l + t_r) \leq u$$

Pro $i \in zdroje, j \in lokality, k \in lokality, l \in lokality, r \in lokality,$
 $s \in spotrebitele, j \neq k \wedge j \neq l \wedge j \neq r \wedge k \neq l \wedge k \neq r \wedge l \neq r$ (p.32)

$$use2_{i,j} + use2_{j,k} + use2_{k,l} + use2_{l,r} \leq 3$$

Pro $i \in lokality, j \in lokality, k \in lokality, l \in lokality, r \in lokality,$
 $i \neq j \wedge i \neq k \wedge i \neq l \wedge i \neq r \wedge j \neq k \wedge j \neq l \wedge j \neq r \wedge k \neq l \wedge k \neq r \wedge l \neq r$ (p.33)

$$w_{i,j} = 0 \quad \text{Pro } i \in lokality, j \in lokality, i = j \quad (p.34)$$

$$use2_{i,j} = 0 \quad \text{Pro } i \in lokality, j \in lokality, i = j \quad (p.35)$$

$$use1_{i,j} * time1_{i,j} \leq u \quad \text{Pro } i \in zdroje, j \in lokality \quad (p.36)$$

$$use2_{i,j} * time2_{i,j} \leq u \quad \text{Pro } i \in lokality, j \in lokality \quad (p.37)$$

$$use3_{i,j} * time3_{i,j} \leq u \quad \text{Pro } i \in lokality, j \in spotrebitele \quad (p.38)$$

Skupina podmínek (p.1) porovnává množství komodit, které vystupuje z každé lokality, s hodnotou kapacity této lokality. Jelikož hrany na síti vycházejí z lokality ke spotřebitelům i ostatním lokalitám, je podmínka řešena součtem hodnot dvou skupin proměnných. Dohromady je tak porovnáván tok alokovaný na všechny hrany vedoucí z lokality s její kapacitou. Definiční obor zajišťuje, že platnost podmínky je zachována zvlášť pro všechny existující lokality

Ekvivalentně ke skupině podmínek (p.1), skupina podmínek (p.2) zajišťuje nepřekročení kapacity zdrojů. V tomto případě je třeba obsáhnout jedinou skupinu proměnných, neboť všechny hrany vedoucí pryč ze zdroje jsou právě typu zdroj-lokalita. Definiční obor opět zajišťuje kontrolu platnosti podmínky pro všechny zdroje v síti.

Skupiny podmínek (p.3), (p.4), a (p.5) zajišťují, že na žádné hraně nebude vedeno více jednotek komodity, než je její kapacita. Každá skupina podmínek se vztahuje k jiné kategorii hran, a obsahuje tak jinou proměnnou. Prostá nerovnost pak pro každou z hledaných neznámých stanovuje maximální přípustnou hodnotu.

Zcela zásadní roli pro fungování modelu nese skupina okrajových podmínek (p.6). Ta zajišťuje, že každý spotřebitel obdrží množství jednotek zboží, rovnající se velikosti jeho požadavku. Jinými slovy, poptávka každého spotřebitele bude beze zbytku uspokojena. Nebýt této podmínky, bude nejnižší hodnoty účelové funkce dosaženo jednoduše tak, že na síť nebudou přiřazeny žádné toky. Skupina podmínek (p.6) tedy nevyhnutelně zvyšuje hodnotu kritéria, zabezpečuje však základní funkcionalitu modelu.

Skupiny podmínek (p.7), (p.8), a (p.9) mají na starost to, aby model nealokoval na žádnou hranu záporný tok. Vzhledem k tomu, že hrany představují skutečnou cestu mezi dvěma reálnými místy, nedává možnost přepravy negativního množství zboží smysl. Matematický model však takové úvahy není schopen, a je tak nezbytné obor hodnot některých veličin definovat. Pokud by tomu tak nebylo, mohl by program na hrany vysokého nákladového ohodnocení alokovat záporný tok, čímž by snížil výslednou hodnotu účelové funkce, a dosáhl tak „lepšího“ řešení. Uvedené podmínky omezují možný počet jednotek na každé hraně na nejméně nula, a záporné řešení u příslušných neznámých nepřipouští.

Skupina podmínek (p.10) staví součet všech vstupů, které vchází do každé lokality ze všech zdrojů a ostatních lokalit, do rovnosti se všemi výstupy, které z dané lokality putují do ostatních lokalit a ke spotřebitelům. Tím je zajištěno, že z každé lokality vystoupí právě tolik jednotek komodity, kolik do ní vstoupí. Model tak stanovuje charakteristiku lokalit jako přestupních bodů, ve kterých zboží nevzniká ani se v nich neztrácí, je s ním zde pouze manipulováno.

Úlohou omezující podmínky (p.11) je zajistit, že všechny požadavky spotřebitelů budou skutečně uspokojeny z nabídky zdrojů, a současně, že veškeré objemy zboží, generovaného zdroji, budou doručeny ke spotřebitelům. Principem podmínky je srovnání počtu jednotek komodity vedeného po hranách od zdrojů s množstvím komodity vedeného z lokalit ke spotřebitelům. Pakliže se obě sumy rovnají, je podmínka uspokojena. V rámci omezujících podmínek úlohy nákladové optimalizace je podmínka (p.11) jediná, o které je hovořeno jako o jedné podmínce, nikoli jako skupině podmínek. Význam správného rozlišení těchto pojmů bude vysvětlen dále.

Skupiny podmínek (p.12) až (p.15) a (p.21) až (p.24) pouze určují, že patřičné proměnné budou bivalentního charakteru. Tyto proměnné nesou informaci o aktivitě lokality, hrany, nebo cesty. Mají v programu význam binární operace ano / ne a dají se tedy reprezentovat hodnotami 0 a 1.

Kombinace skupin okrajových podmínek (p.16) a (p.17) zajišťuje, že každá lokalita, na jejíž výchozí hraně je veden nenulový tok, bude aktivní, a bude za ní tedy placen paušální poplatek. Logika je řešena dvěma skupinami podmínek, přičemž jedna označuje aktivitu lokalit na základě nenulového toku, který je z ní veden do jiné lokality. Druhá pak označí lokalitu jako aktivní, je-li z ní zásobován spotřebitel. Skupiny podmínek (p.18), (p.19), a (p.20) řeší podobnou situaci v případě hran. Opět je pro každou kategorii hran v modelu vytvořena zvláštní skupina podmínek.

U skupin podmínek (p.16) až (p.20) jsou do vzájemné nerovnosti postaveny klasické a bivalentní proměnné s cílem stanovit hodnotu bivalentní proměnné rovno 1 právě tehdy, je-li hodnota

druhé proměnné větší nebo rovna jedné. V opačném případě zůstane bivalentní proměnná rovna nule. Uplatnění znaménka nerovnosti je v tomto případě logickým řešením, a v situaci kdy jsou obě proměnné bivalentní, je jejich postavení do vzájemné nerovnosti úplným řešením. Situaci komplikuje, pokud je bivalentní pouze jedna z proměnných. Poté je nutno v nerovnici vynásobit tuto proměnnou koeficientem dostatečně velkým na to, aby nerovnost platila pro libovolnou přípustnou hodnotu druhé proměnné. Při znalosti vstupních hodnot lze pro individuální případ tuto hodnotu stanovit fixně. Pro zachování obecnosti programu je vhodné volit zde hodnotu dynamicky. V popisovaném modelu byl tímto koeficientem zvolen celkový součet poptávek všech zákazníků. Z podstaty modelu totiž na žádné hraně nikdy nebude veden tok převyšující celkovou poptávku spotřebitelů. V krajním případě se tyto hodnoty mohou rovnat, což ovšem platnost těchto podmínek nijak neovlivní.

Omezující podmínky skupin (p.25) až (p.28) definují aktivitu cest. Každá skupina podmínek se pak vztahuje k cestám jiné délky a dohromady pokrývají celý prostor přípustných řešení, tedy všechny cesty s jednou, dvěma, třemi, a čtyřmi překládkami. Cesta na grafu je definována jako posloupnost vrcholů a hran. Definice cesty v modelu má zásadní význam pro možnost kontroly dodržení časového limitu doručení zboží zákazníkům. Všechny podmínky z uvedených skupin fungují tak, že zkoumají zvlášť aktivitu každé hrany, která tvoří danou cestu. Cesta je pak aktivní pouze tehdy, pokud jsou aktivní všechny její hrany, což je v těle programu zajištěno použitím série binárních matematických operací „and“.

Poslední skupiny podmínek, ovlivňující možnost aktivace cest, jsou uvedeny pod čísly (p.29) až (p.32). Podmínky vyhodnocují celkovou dobu trvání vykonání každé cesty. Tato doba je dána součtem všech zdržení na cestě, tedy na všech hranách a uzlech, které jsou její součástí. Čas pohybu po cestě je dále porovnán s limitní dobou doručení. Příliš dlouhé cesty jsou pak touto cestou z modelu eliminovány.

Skupina podmínek (p.33) říká, že v každé cestě spojující pět lokalit, mohou být maximálně tři aktivní hrany, respektive čtyři aktivní uzly. Takto je zajištěno, že na žádné cestě nedojde k více než čtyřem překládkám, což je požadavek definovaný zadáním. Zároveň se jedná o podmínku omezující náročnost modelu, jelikož umožnění delších cest vede ke strmému nárůstu dimenze řešení.

Poslední uvedené skupiny podmínek nemají přímý vliv na fungování programu. Slouží však ke snížení jeho výpočetní náročnosti. Podmínky ze skupin (p.34) a (p.35) říkají, že na každou hranu vedoucí do stejného uzlu, ze kterého vychází, bude alokováno nulové množství komodity, a že

taková hrana tak bude vždy neaktivní. Podmínky zahrnují situaci, kdy je samotná hrana cyklem, a všem takovým hranám automaticky přiřazuje nulové ohodnocení. Fixní stanovení známých hodnot je v matematickém modelování běžnou praxí, usnadňující výpočet modelu.

Podstatou skupin podmínek (p.36), (p.37), a (p.38) je opět zrychlení výpočtu programu. Tyto podmínky stanovují, že aktivovány mohou na síti být pouze hrany, jejichž časové ohodnocení nepřesahuje celkový limit doručení. Ostatními hranami se pak nebude model vůbec zabývat. Úvaha za těmito podmínkami je banální, a sice, že součástí každé cesty mohou být pouze hrany, které je možno překonat za kratší dobu, než jaká je maximální stanovená lhůta pro trvání celé cesty. Ačkoli není vlivem těchto podmínek hodnota žádné proměnné vyloženě stanovena, je snížen jejich počet v modelu. Tento efekt pak roste na významu se snižující se lhůtou pro doručení.

Některé uvedené skupiny podmínek, vztahující se k sekvenci několika lokalit, jsou platné jen pro situace, kdy se index dvojice těchto lokalit liší. Jedná se například o skupiny podmínek (p.22), (p.23) a (p.24). Tento přístup částečně komplikuje zápis podmínky, a pro fungování modelu není jeho použití nezbytné. Nezanedbatelně však opět snižuje výpočetní náročnost celého modelu. Vynechání ze sekvence dvojice lokalit se stejným indexem znamená, že se podmínka nebude vztahovat na situaci, kdy se na jedné cestě zboží vrací do stejné lokality víckrát. Charakter modelu s kladnými nákladovými hranovými a vrcholovými ohodnoceními a minimalizovanou účelovou nákladovou funkcí však vznik uzavřené cesty v grafu nepřipouští. Vynechání podmínky pro tyto situace tedy funkčnost modelu neovlivní.

V celé kapitole je o uvedených vzorcích hovořeno zásadně jako o skupinách podmínek, nikoli jako o podmínkách. V rámci matematického modelování je zásadní oba pojmy správně odlišovat a vyvarovat se jejich záměně. Skupina podmínek sdružuje řadu samostatných podmínek stejného matematického zápisu, lišících se indexy proměnných, ke kterým se vztahují. S rostoucím počtem indexů obsažených v předpisu skupiny podmínek roste počet individuálních podmínek násobkem počtu hodnot obsažených v indexované množině. V modelovaném případě tak například skupina podmínek (p.1), která se jistě řadí mezi ty méně rozsáhlé, posuzuje dodržení kapacity každé jednotlivé lokality. Individuálních podmínek tak obsahuje 33. V případě skupiny omezujících podmínek (p.3) je již zkoumána každá kombinace zdrojů a lokalit. Skupina tedy obsahuje 6×33 , tedy 198 podmínek. U skupin podmínek, vztahujících se ke kombinacím hodnot většího množství vektorů, pak množství samostatných podmínek může rychle dosáhnout velmi vysokých hodnot.

2.9. Kód programu v modelovacím softwaru Xpress-IVE

Níže je uveden kompletní zápis celého kódu programu, psaný v modelovacím jazyce Mosel. Kód je očištěn o poznámky a vysvětlující text, který je ve skutečném programu obsažen.

```
model Distribucni_system
uses "mmxprs";

declarations
m: integer
n: integer
q: integer
u: integer
end-declarations

initializations from "mmsheet.excel:DPJislRozhrani.xlsm"
m as 'Xtbl22'
n as 'Xtbl23'
q as 'Xtbl21'
u as 'Xtbl24'
end-initializations

declarations
locality = 1..m
spotrebitele = 1..n
zdroje = 1..q
a: array (locality) of real
b: array (spotrebitele) of real
c: array (zdroje) of real
d: array (locality, spotrebitele) of real
e: array (zdroje, locality) of real
o: array (locality, locality) of real
f: array (locality) of real
t: array (locality) of real
x: array (locality, spotrebitele) of mpvar
w: array (locality, locality) of mpvar
z: array (zdroje, locality) of mpvar
y: array (locality) of mpvar
cost1: array (zdroje, locality) of real
cost2: array (locality, locality) of real
cost3: array (locality, spotrebitele) of real
cap1: array (zdroje, locality) of real
cap2: array (locality, locality) of real
cap3: array (locality, spotrebitele) of real
fee1: array (zdroje, locality) of real
fee2: array (locality, locality) of real
```

fee3: array (lokalita, spotrebitele) of real
 time1: array (zdroje, lokalita) of real
 time2: array (lokalita, lokalita) of real
 time3: array (lokalita, spotrebitele) of real
 use1: array (zdroje, lokalita) of mpvar
 use2: array (lokalita, lokalita) of mpvar
 use3: array (lokalita, spotrebitele) of mpvar
 trasa1: array (zdroje, lokalita, spotrebitele) of mpvar
 trasa2: array (zdroje, lokalita, lokalita, spotrebitele) of mpvar
 trasa3: array (zdroje, lokalita, lokalita, lokalita, spotrebitele) of mpvar
 trasa4: array (zdroje, lokalita, lokalita, lokalita, lokalita, spotrebitele) of mpvar

initializations from "mmsheet.excel:DPJislRozhrani.xlsm"

a as '[Tech\$CM4:CN103]'

b as '[Tech\$CK4:CL103]'

c as '[Tech\$CI4:CJ103]'

d as '[Tech\$CY4:DA10003]'

e as '[Tech\$CS4:CU10003]'

o as '[Tech\$CV4:CX10003]'

f as '[Tech\$CO4:CP103]'

t as '[Tech\$CQ4:CR10003]'

cost1 as '[Tech\$DB4:DD10003]'

cost2 as '[Tech\$DE4:DG10003]'

cost3 as '[Tech\$DH4:DJ10003]'

cap1 as '[Tech\$DK4:DM10003]'

cap2 as '[Tech\$DN4:DP10003]'

cap3 as '[Tech\$DQ4:DS10003]'

fee1 as '[Tech\$DT4:DV10003]'

fee2 as '[Tech\$DW4:DY10003]'

fee3 as '[Tech\$DZ4:EB10003]'

time1 as '[Tech\$EC4:EE10003]'

time2 as '[Tech\$EF4:EH10003]'

time3 as '[Tech\$EI4:EK10003]'

end-initializations

forall (i in lokalita, j in lokalita | i = j) w(i,j) = 0

forall (i in lokalita, j in lokalita | i = j) use2(i,j) = 0

forall (i in zdroje, j in lokalita) use1(i,j) * time1(i,j) <= u

forall (i in lokalita, j in lokalita) use2(i,j) * time2(i,j) <= u

forall (i in lokalita, j in spotrebitele) use3(i,j) * time3(i,j) <= u

forall (i in lokalita) sum (j in spotrebitele) x(i,j) + sum (k in lokalita) w(i,k) <= a(i)

forall (i in zdroje) sum (j in lokalita) z(i,j) <= c(i)

forall (i in zdroje, j in lokalita) z(i,j) <= cap1(i,j)

forall (i in lokalita, j in lokalita) w(i,j) <= cap2(i,j)

forall (i in lokalita, j in spotrebitele) x(i,j) <= cap3(i,j)

forall (j in spotrebitele) sum (i in lokalita) x(i,j) = b(j)

forall (i in lokalita, j in spotrebitele) x(i,j) >= 0

forall (i in lokalita, j in lokalita | i <> j) w(i,j) >= 0

forall (i in zdroje, j in lokalita) z(i,j) >= 0

forall (j in lokalita) sum (i in lokalita) w(i,j) + sum (l in zdroje) z(l,j) = sum (i in lokalita) w(j,i) + sum (k in spotrebitele) x(j,k)

```

sum (i in zdroje, j in lokalita) z(i,j) = sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in lokalita) y(i) is_binary
forall (i in zdroje, j in lokalita) use1(i,j) is_binary
forall (i in lokalita, j in lokalita) use2(i,j) is_binary
forall (i in lokalita, j in spotrebitele) use3(i,j) is_binary
forall (i in lokalita, j in spotrebitele) x(i,j) <= y(i) * sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in lokalita, j in lokalita) w(i,j) <= y(i) * sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in zdroje, j in lokalita) z(i,j) <= use1(i,j) * sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in lokalita, j in lokalita) w(i,j) <= use2(i,j) * sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in lokalita, j in spotrebitele) x(i,j) <= use3(i,j) * sum (k in spotrebitele) b(k)
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in spotrebitele) trasa1(i,j,k) is_binary
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in spotrebitele | j<>k) trasa2(i,j,k,l) is_binary
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in spotrebitele | j<>k and j<>l and k<>l)
trasa3(i,j,k,l,r) is_binary
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in lokalita, s in spotrebitele | j<>k and j<>l
and j<>r and k<>l and k<>r and l<>r) trasa4(i,j,k,l,r,s) is_binary
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in spotrebitele | cap1(i,j) > 0 and cap3(j,k) > 0) use1(i,j) + use3(j,k)
-1 <= trasa1(i,j,k)
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in spotrebitele | cap1(i,j) > 0 and cap2(j,k) > 0 and
cap3(k,l) > 0) use1(i,j) + use2(j,k) + use3(k,l) -2 <= trasa2(i,j,k,l)
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in spotrebitele | cap1(i,j) > 0 and cap2(j,k)
> 0 and cap2(k,l) > 0 and cap3(l,r) > 0) use1(i,j) + use2(j,k) + use2(k,l) + use3(l,r) -3 <=
trasa3(i,j,k,l,r)
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in lokalita, s in spotrebitele | cap1(i,j) > 0
and cap2(j,k) > 0 and cap2(k,l) > 0 and cap2(l,r) > 0 and cap3(r,s) > 0) use1(i,j) + use2(j,k) +
use2(k,l) + use2(l,r) + use3(r,s) -4 <= trasa4(i,j,k,l,r,s)
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in spotrebitele) trasa1(i,j,k) * (time1(i,j) + time3(j,k) + t(j)) <= u
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in spotrebitele | j<>k) trasa2(i,j,k,l) * (time1(i,j) +
time2(j,k) + time3(k,l) + t(j) + t(k)) <= u
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in spotrebitele | j<>k and j<>l and k<>l)
trasa3(i,j,k,l,r) * (time1(i,j) + time2(j,k) + time2(k,l) + time3(l,r) + t(j) + t(k) + t(l)) <= u
forall (i in zdroje, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in lokalita, s in spotrebitele | j<>k and j<>l
and j<>r and k<>l and k<>r and l<>r) trasa4(i,j,k,l,r,s) * (time1(i,j) + time2(j,k) + time2(k,l) +
time2(l,r) + time3(r,s) + t(j) + t(k) + t(l) + t(r)) <= u
forall (i in lokalita, j in lokalita, k in lokalita, l in lokalita, r in lokalita, s in lokalita | i<>j and i<>k and
i<>l and i<>r and i<>s and j<>k and j<>l and j<>r and j<>s and k<>l and k<>r and k<>s and l<>r
and l<>s and r<>s) use2(i,j) + use2(j,k) + use2(k,l) + use2(l,r) + use2(r,s) <= 4

```

```

ucelova_funkce := sum (i in zdroje, j in lokalita) e(i,j) * cost1(i,j) * z(i,j) + sum (i in lokalita, j in
lokalita) o(i,j) * cost2(i,j) * w(i,j) + sum (i in lokalita, j in spotrebitele) d(i,j) * cost3(i,j) * x(i,j) + sum
(i in lokalita) f(i) * y(i) + sum (i in zdroje, j in lokalita) fee1(i,j) * use1(i,j) + sum (i in lokalita, j in
lokalita) fee2(i,j) * use2(i,j) + sum (i in lokalita, j in spotrebitele) fee3(i,j) * use3(i,j)

```

```

minimize (ucelova_funkce)

```

```

writeln("Celkove naklady jsou: ", getobjval, " jednotek")
writeln(" ")
writeln("Zdroj - lokalita: ")
forall (i in zdroje, j in lokalita | getsol (z(i,j)) > 0) writeln("z(",i,",",j,") = ", z(i,j).sol)
writeln(" ")
writeln("Lokalita - lokalita: ")

```

```

forall (i in lokality, j in lokality | getsol (w(i,j)) > 0) writeln("w(",i,";",j," ") = ", w(i,j).sol)
writeln(" ")
writeln("Lokalita - spotrebiteľ: ")
forall (i in lokality, j in spotrebiteľe | getsol (x(i,j)) > 0) writeln("x(",i,";",j," ") = ", x(i,j).sol)
initializations to "mmsheet.excel:DPJisIRozhrani.xlsm"
evaluation of array (i in zdroje, j in lokality) z(i,j).sol as '[Tech$EN4:EP10003]'
evaluation of array (i in lokality, j in lokality) w(i,j).sol as '[Tech$EQ4:ES10003]'
evaluation of array (i in lokality, j in spotrebiteľe) x(i,j).sol as '[Tech$ET4:EV10003]'
evaluation of getobjval as 'Result'

end-initializations
end-model

```

Počáteční inicializace určuje název modelu a aktivuje základní knihovnu matematických operací. Příkazy „declarations“ a „end-declarations“ ohraničují část kódu, ve které jsou deklarovány vstupní konstanty a hledané proměnné, a jsou jim přiřazeny datové druhy. Hodnoty těchto veličin jsou následně inicializovány z příloženého .xlsx souboru, což je uvedeno příkazem „initializations“. Ekvivalentně příkaz „end-initializations“ inicializaci ukončuje, a následuje zápis jednotlivých skupin podmínek. Účelová funkce v použitém programu je pojmenována jednoduše „ucelova_funkce“. Následující příkaz „minimize“ pak rozhoduje, že optimum modelu je rovno její minimální nalezené hodnotě. Závěr modelu se zaměřuje na výpis stanovených výsledků do výstupní konzole. Celý model je ukončen příkazem „end-model“

2.10. Uživatelské rozhraní

Jak bylo již zmíněno v předchozích kapitolách, zadávání hodnot přímo do těla kódu programu v softwaru Xpress-IVE je pomalé, a hrozí při něm nechtěný zásah do jiné části kódu a poškození jeho funkčnosti. Programovací jazyk Mosel obsahuje příkaz, kterým se odkáže na jiný soubor, ze kterého je schopen čerpat data k inicializaci potřebných veličin. Proces zadávání hodnot se tak dá nezanedbatelně urychlit, zpřehlednit, a zejména automatizovat.

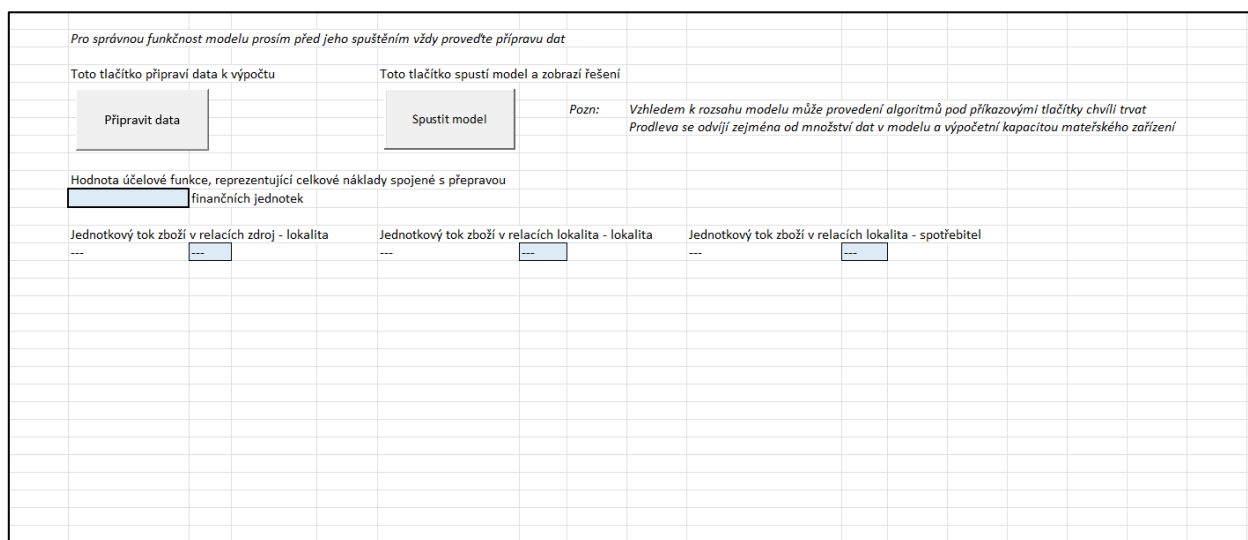
Uživatelské rozhraní je graficky jednoduše vyvedeno v tabulkovém kalkulátoru. Obsahuje označená pole, do kterých je uživateli dovoleno zasahovat. Ta obsahují prostor pro záznam vstupů. Barevně jsou vyznačena i pole, ve kterých naopak uživatel činit změny nemá, neboť obsahují vzorce, důležité pro fungování souboru. Na zvláštním listu je pak vytvořeno pole, které zobrazuje vybrané výsledné výstupy modelu po jeho provedení.

Umožnění interakce souboru s modelovacím programem vyžadovalo jisté kompromisy ve vzhledu uživatelského rozhraní. Program může načítat pouze sloupcová data bez vynechaných prvků, což je v rozporu s použitím filtrů, které jsou pro usnadnění zadávání dat použity. Z toho důvodu obsahuje soubor speciální list, do kterého uživatel nezasahuje, a který formátuje data do programem zpracovatelné podoby.

Jistou překážkou v tomto postupu však byla skutečnost, že model nevidí hodnoty, které jsou skutečně zobrazeny v jednotlivých buňkách, nýbrž vzorec, kterým jsou definovány. Pro záznam dat ve vyhovujícím formátu bez použití klasických vzorců bylo třeba vytvořit makro, neboli nadefinovat program, který operuje nad běžným uživatelským prostředím MS excel. Makra jsou psána v programovacím jazyce Visual Basic for Applications (VBA) a umožňují upravit základní předdefinovanou funkcionalitu programu. Makro pro úpravu dat je definováno v samotném souboru, a uživatel jej provede prostým stisknutím tlačítka, které se nachází na listu pro výpis výsledků.

Na stejném listu se pak nachází další tlačítka, které automaticky otevře soubor s modelem v programu Xpress-IVE, nahraje do něj data, nechá jej provést, a importuje výsledky zpět do excelového souboru. Uživatel tedy může vykonat veškeré úkony jen v rámci uživatelského rozhraní excelového souboru.

Obrázek 11 zachycuje vzhled uživatelského rozhraní na listu pro výpis výstupů modelu společně s tlačítky pro přípravu dat pomocí naprogramovaného makra a pro provedení modelu a výpis výsledků.



Obrázek 11: List pro výpis výstupů modelu ve vytvořeném uživatelském rozhraní; vlastní zpracování

2.11. Vyhodnocení výstupů modelu nákladové optimalizace

Před samotným provedením výpočtu vlastního modelu bylo nutné v něm provést jednu finální úpravu. Jak bylo zmíněno, okrajové podmínky, zahrnující veličiny s větším množstvím indexů, jsou výpočetně velmi náročné. Výše uvedený kód programu se tak ukázal být příliš komplexní. Stolní technika, dostupná pro potřeby této práce, nedisponuje dostatečnou kapacitou pro jeho provedení. Zjednodušením modelu, které bylo v zájmu zachování jeho vypočitatelnosti zvoleno, bylo snížení povoleného počtu překládek zboží v lokalitách na každé cestě ze čtyř na tři. Jde sice o jistý kompromis ve funkcionalitě modelu, jeho dopad by však na interpretaci finálních výsledků neměl být významný. Úpravy bylo dosaženo vynecháním omezující podmínky (p.33), a její nahrazení novou podmínkou (p.39). Tato nová podmínka funguje na stejném principu jako podmínka předchozí, tedy shora omezuje počet na sebe navazujících aktivních hran typu lokalita-lokalita v sekvenci. Pouze tomuto omezení přiřazuje jinou hodnotu.

$$use2_{i,j} + use2_{j,k} + use2_{k,l} \leq 2 \quad \begin{matrix} i \in \text{lokality}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, \\ i \neq j \wedge i \neq k \wedge i \neq l \wedge j \neq k \wedge j \neq l \wedge k \neq l \end{matrix} \quad (\text{p.39})$$

Po provedení nezbytných úprav je tedy již možné program spustit, a nechat jej vyhledat optimální řešení. Výpis optimálního řešení pro zadaná data a okrajové podmínky do tabulkového rozhraní přístupného uživateli je zobrazeno na obrázku 12.

Hodnota účelové funkce, reprezentující celkové náklady spojené s přepravou					
2733898 finančních jednotek					
Jednotkový tok zboží v relacích zdroj - lokalita		Jednotkový tok zboží v relacích lokalita - lokalita		Jednotkový tok zboží v relacích lokalita - spotřebitel	
zdroj 1, lokalita 3	60 jednotek	lokalita 1, lokalita 28	23 jednotek	lokalita 1, spotřebitel 19	23 jednotek
zdroj 1, lokalita 4	132 jednotek	lokalita 3, lokalita 5	3 jednotek	lokalita 2, spotřebitel 23	4 jednotek
zdroj 1, lokalita 6	28 jednotek	lokalita 3, lokalita 15	48 jednotek	lokalita 3, spotřebitel 3	100 jednotek
zdroj 1, lokalita 21	58 jednotek	lokalita 4, lokalita 3	60 jednotek	lokalita 3, spotřebitel 7	38 jednotek
zdroj 2, lokalita 3	15 jednotek	lokalita 4, lokalita 24	37 jednotek	lokalita 3, spotřebitel 24	16 jednotek
zdroj 2, lokalita 14	17 jednotek	lokalita 8, lokalita 7	70 jednotek	lokalita 4, spotřebitel 13	29 jednotek
zdroj 2, lokalita 21	60 jednotek	lokalita 12, lokalita 2	4 jednotek	lokalita 4, spotřebitel 15	22 jednotek
zdroj 3, lokalita 3	70 jednotek	lokalita 14, lokalita 1	46 jednotek	lokalita 4, spotřebitel 25	16 jednotek
zdroj 3, lokalita 4	32 jednotek	lokalita 14, lokalita 12	8 jednotek	lokalita 5, spotřebitel 8	34 jednotek
zdroj 3, lokalita 14	73 jednotek	lokalita 23, lokalita 8	70 jednotek	lokalita 6, spotřebitel 22	28 jednotek
zdroj 4, lokalita 23	42 jednotek	lokalita 24, lokalita 25	36 jednotek	lokalita 7, spotřebitel 3	4 jednotek
zdroj 4, lokalita 24	5 jednotek			lokalita 7, spotřebitel 12	28 jednotek
zdroj 4, lokalita 33	80 jednotek			lokalita 7, spotřebitel 14	24 jednotek
zdroj 5, lokalita 23	28 jednotek			lokalita 7, spotřebitel 17	14 jednotek
zdroj 5, lokalita 33	3 jednotek			lokalita 12, spotřebitel 16	4 jednotek
zdroj 6, lokalita 5	31 jednotek			lokalita 14, spotřebitel 2	23 jednotek
				lokalita 14, spotřebitel 20	13 jednotek
				lokalita 15, spotřebitel 5	48 jednotek
				lokalita 21, spotřebitel 1	48 jednotek
				lokalita 21, spotřebitel 4	48 jednotek
				lokalita 21, spotřebitel 21	22 jednotek
				lokalita 24, spotřebitel 9	6 jednotek
				lokalita 25, spotřebitel 11	36 jednotek
				lokalita 28, spotřebitel 10	23 jednotek
				lokalita 33, spotřebitel 6	19 jednotek
				lokalita 33, spotřebitel 9	60 jednotek
				lokalita 33, spotřebitel 18	4 jednotek

Obrázek 12: Výpis výsledků modelu nákladové optimalizace do uživatelského rozhraní; vlastní zpracování

Výstupní data obsahují počet přepravovaných jednotek zboží alokovaných na každou aktivní hranu v modelu. Hrany jsou poté rozděleny do tří tabulek podle typu vrcholů, se kterými incidují.² Všechny neaktivní hrany jsou ve výstupní konzole záměrně opomenuty. Je tomu tak z důvodu snahy o zachování maximální přehlednosti výstupů. Na neaktivních hranách je totiž vždy veden nulový tok, a není tak tuto informaci třeba do výsledků explicitně zahrnovat. Na základě uvedeného příkladu je rovněž zjevné, že neaktivní hrany mohou tvořit majoritní část celkové množiny hran na síti. Při existenci vyšších řádů těchto entit je proto v zájmu zachování čitelnosti řešení jejich kompletní výpis spíše nežádoucí.

Po získání optimálního řešení modelovaného programu je obvyklou praxí ověřit, zda takové řešení splňuje všechny předdefinované okrajové podmínky a omezení. V případě optimalizace distribuční sítě je tak vhodné iterativně ověřit dodržení kapacity každé hrany, celkového limitu délky přepravy každé jednotky zboží, a maximálního povoleného počtu překládek na cestě. Lze také zkontrolovat, že množství zboží zůstává po celou dobu pohybu na síti konstantní, a je přemisťováno výlučně po existujících hranách. Tento postup nemůže ověřit, že získané řešení je skutečně optimální. V případě nalezení jakékoli deviace oproti vstupním podmínkám však umožňuje odhalit případnou chybu v kódu modelu. Analýza řešení na obrázku 12 takovou chybu neodhalila.

Na distribuční síti je zboží z taiwanských továren nejprve distribuováno do lokalit na samotném ostrově. Dále je po moři přepraveno do přístavů v pevninské Asii, nebo letecky přes oceán. V těchto uzlech je zboží přeloženo a dopraveno do finálních destinací, případně jiných překladových center. Dopravní mód na těchto relacích je volen v závislosti na délce cesty a kapacitách dostupných hran. Podobná cesta charakterizuje i distribuci zboží z čínských továren. Výrobní závod v americkém Portlandu pak svou kapacitu převáží po železnici do Atlanty. Z tohoto největšího amerického letiště pak zboží cestuje letecky.

Zajímavostí nalezeného řešení je, že pro uspokojení celkové poptávky všech spotřebitelů je využito všech dostupných zdrojů. Tato poptávka by však při dostupných kapacitách výrobních závodů mohla být plně uspokojena jen s využitím kapacity poloviny z nich. Pokud model nákladové optimalizace v takovém případě využije všechna existující výrobní centra, svědčí to o jejich dobrém strategickém rozmístění. I přes zdánlivou geografickou koncentraci výrobních

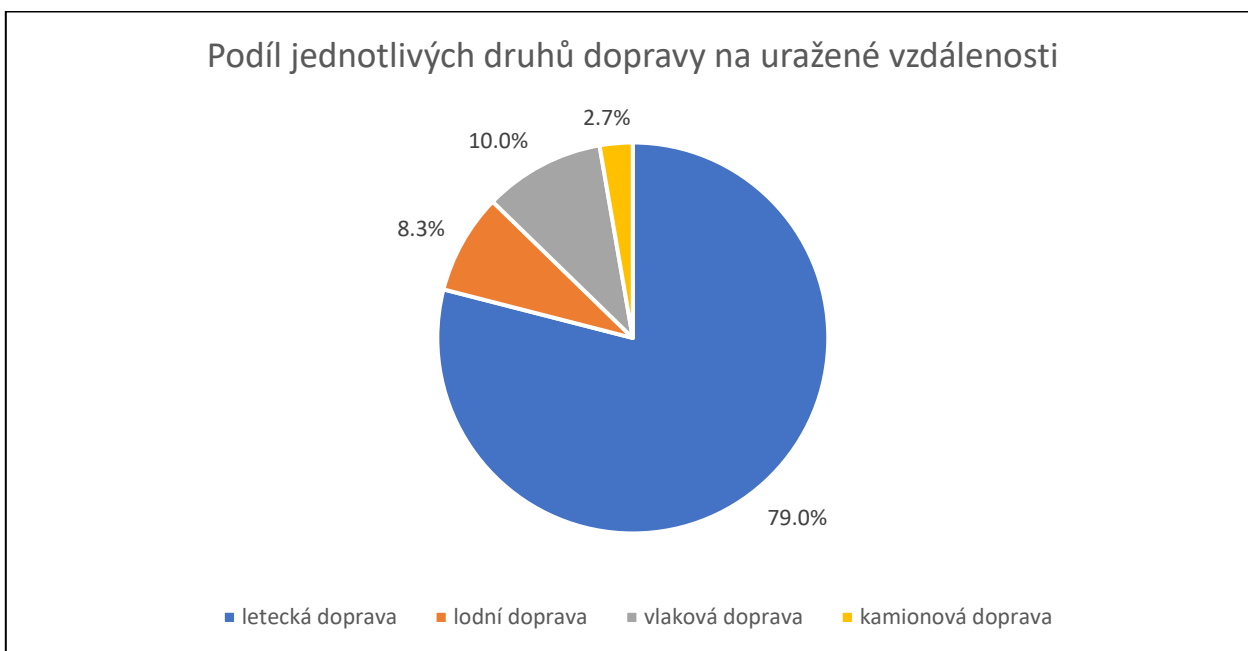
² Přiřazení indexů všem vrcholům distribuční sítě, zobrazeným na obrázku 9, stejně jako dopravní mód obsluhující jednotlivé hrany, jsou uvedeny v jednotlivých listech uživatelského rozhraní v programu MS Excel, které je součástí přílohy této práce.

center má tedy jejich rozmístění nezanedbatelný vliv na podobu optimální distribuční sítě, a případná aproximace všech východoasijských závodů do jednoho vrcholu sítě by představovala významný ústupek v kvalitě modelu.

Jak je uvedeno v teoretické části této práce, majoritní podíl přepravních výkonů je v případě globální distribuce polovodičových součástek tradičně zajišťován letecky. Modal split přepravy zboží je možné analyzovat i pro výstupy získané z modelu. Jeho rozložení by pak mělo skutečnost do jisté míry reflektovat.

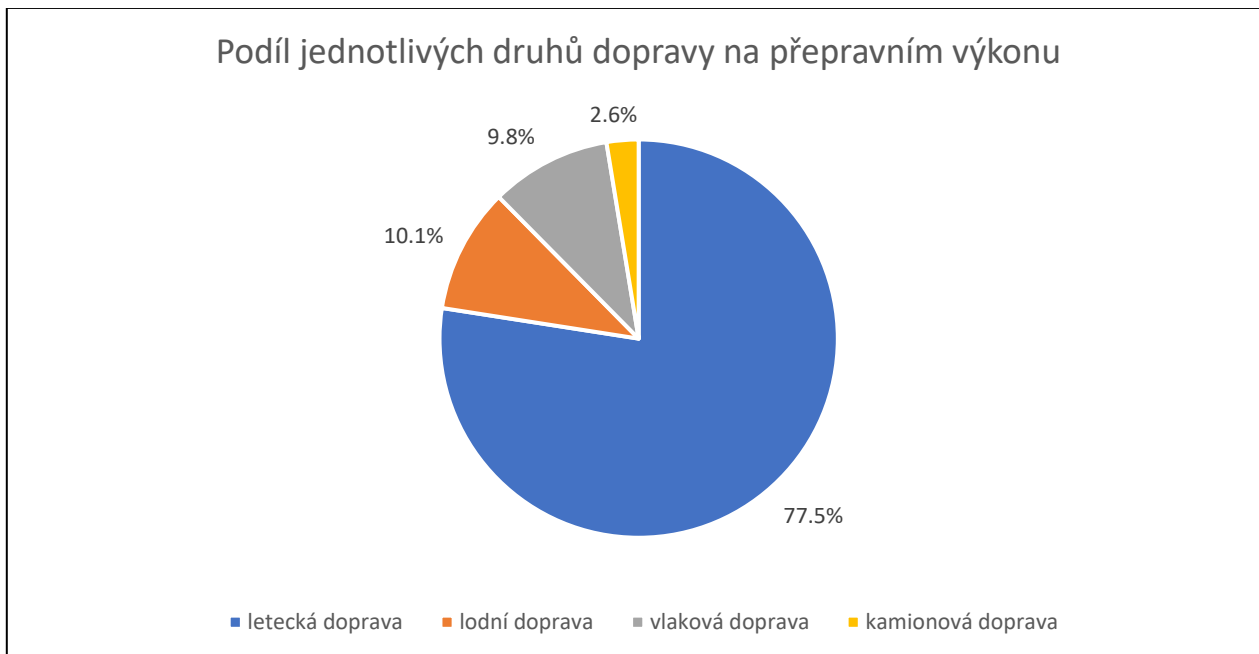
Podíl práce vykonané každým ze čtyř pozorovaných druhů dopravy je možné porovnávat několika základními způsoby. Graf 1 znázorňuje podíl jednotlivých dopravních módů na distribuci zboží, dle optimálního řešení nalezeného programem, ve vztahu k celkové uražené vzdálenosti na síti.

Graf 1: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze nákladové optimalizace pro doručení ve lhůtě sedmi dnů; vlastní zpracování



Na grafu 2 je pak srovnáván podíl jednotlivých dopravních módů na distribuci dle skutečné vykonané dopravní práce, tedy vyjádřené v jednotkokilometrech, případně násobku počtu přepravených jednotek a jakékoli jiné délkové jednotky.

Graf 2: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze nákladové optimalizace pro doručení ve lhůtě sedmi dnů; vlastní zpracování



Dělbba dopravní práce dle výsledků modelu na první pohled koresponduje s původním očekáváním. Grafy 1 a 2 nevykazují zásadní rozdíly, a jejich vypovídající hodnota je tak srovnatelná. Hlavním výstupem je u obou dominantní pozice letecké dopravy, a naopak spíše doplňková funkce ostatních dopravních módů. Rozdíl mezi hodnotami na obou grafech je způsoben kapacitními omezeními některých cest, danými charakteristikou na nich použitých dopravních prostředků. Průměrný počet jednotek zboží přepravený po každé hraně, reprezentující lodní spojení, je tak například vyšší než u leteckých spojů.

Na optimalizované síti je zboží pomocí námořní dopravy přepravováno prakticky pouze v rámci regionu východní Asie, tedy mezi výrobními závody na Taiwanu a v Číně, a ostatními vrcholy sítě v jižní Koreji, Japonsku, Vietnamu, Malajsii, a Singapuru. Delší cesty není v zadaném časovém limitu nákladní lodní doprava schopna vykonat. Nákladní silniční a železniční doprava pak obsluhují opět zejména vrcholy ležící ve východoasijském regionu, a některé relace v pevninských USA.

Veškerá mezikontinentální doprava, společně s některými kratšími relacemi, je na optimalizované síti obsluhována letecky. Z výsledků modelu je pak patrné, že právě letecká doprava tvoří páteřní síť celé globální distribuce, a její existence je nutným předpokladem pro uspokojení poptávky spotřebitelů ve stanovené lhůtě sedmi dnů.

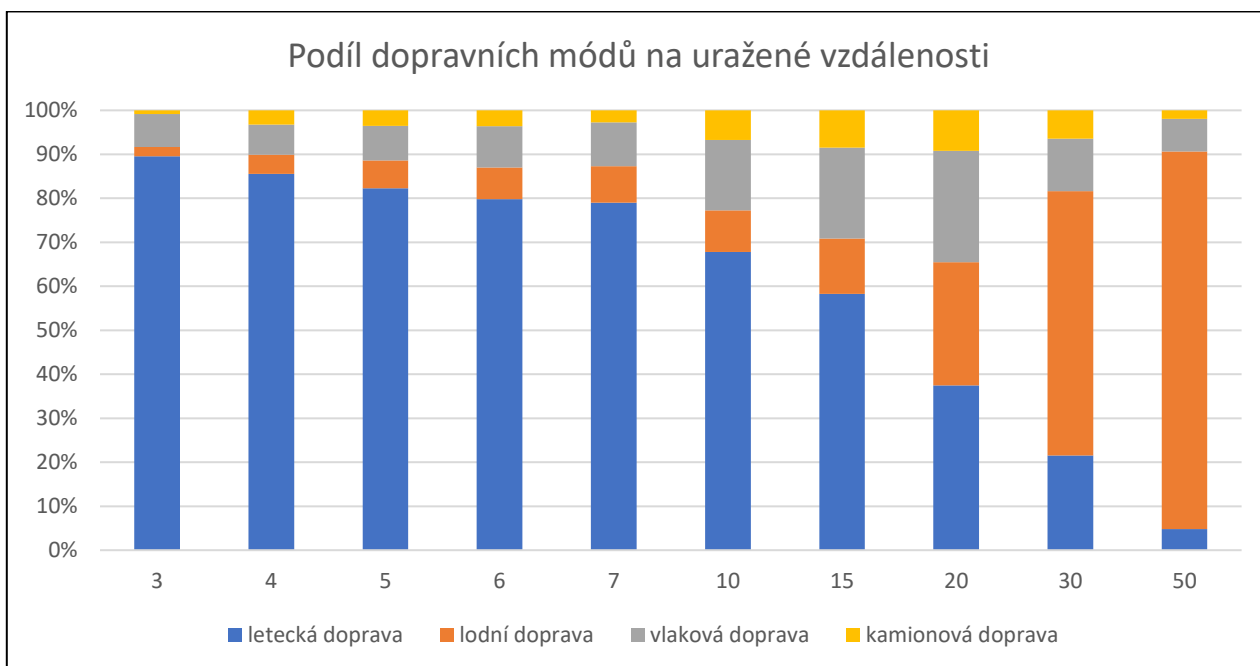
2.12. Optimální distribuce pro alternativní doby dodání

Výše uvedených výsledků bylo dosaženo při stanovení limitu doručení na běžnou hodnotu sedmi dnů. Toto omezení může být v závislosti na zadání úlohy v modelu snadno upraveno. Je tak možné simulovat situace, kdy spotřebitelé vyžadují zvýšenou frekvenci dodávek, například z důvodu nárůstu poptávky, nebo naopak za účelem snížení logistických nákladů akceptují delší lhůtu dodání zboží.

Opakovaným prováděním modelu pro různé hodnoty dodacích lhůt lze pozorovat změny v dělbě přepravní práce mezi jednotlivými druhy dopravy, stejně jako vývoj celkových přepravních nákladů v závislosti na rychlosti distribuce.

Jak se mění skladba využití jednotlivých dopravních prostředků pro celou distribuční síť s měnícím se časem doručení je zobrazeno na grafu 3. Ten vyjadřuje podíl čtyř základních módů nákladní dopravy, vyjádřený v celkové vzdálenosti, která je každým z nich v modelované síti uražena.

Graf 3: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání; vlastní zpracování

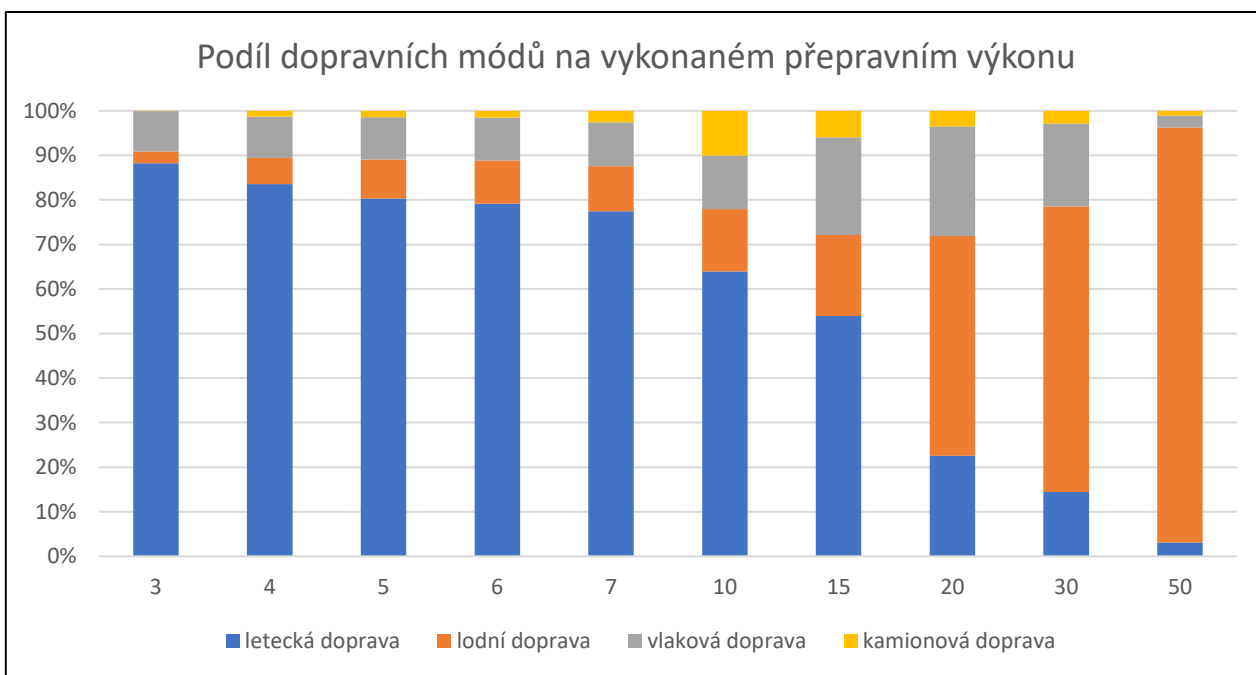


Hodnoty na vodorovné ose grafu udávají limit doručení ve dnech. Úloha byla řešena pro různé doby doručení zboží v rozmezí od dvou do padesáti dní, přičemž poslední zmíněná hodnota, vzhledem k délkám tras obsažených v modelu, již prakticky není pro žádnou z cest výrazně limitující.

Druhý uvedený, graf 4, obsahuje podobný výstup, s tím rozdílem, že podíly jednotlivých dopravních módů jsou zde opět stanoveny na základě vykonaného přepravního výkonu, který každý z nich vykoná, nikoli prosté uražené vzdálenosti. Přepravní výkon je vyjádřen v jednotkokilometrech. Rozdíly mezi oběma grafy nejsou nikterak dramatické, a pro potřeby analýzy stanoveného zadání může sloužit jakýkoli z nich.

Nejpatrnějším rozdílem zde bude větší podíl námořní dopravy v případě přepravních výkonů pro všechny modelované případy. Oproti tomu letecká doprava vykazuje opačný trend. Takový výstup může být snadno vysvětlen omezenou kapacitou letadel, přičemž kapacita dálkových nákladních lodí je pro potřeby přepravy daného zboží prakticky neomezená.

Graf 4: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání; vlastní zpracování



Z obou grafů je patrné, že význam letecké dopravy dramaticky narůstá se zkracující se dobou doručení. Pro doručení kratší jednoho týdne je globální distribuce prakticky výhradně řešena letecky, což odpovídá obecným předpokladům uvedeným v teoretické části práce. S rostoucím časovým prostorem se naopak podíl jejího využití snižuje. K tomuto snížení dochází zejména vlivem vyšší ceny na jednotkový přepravní výkon, než jakou zpravidla nabízí jiné druhy dopravy. Pokud jsou tedy nároky na rychlost doručení sníženy, letecká doprava ztrácí svou hlavní konkurenční výhodu.

U letecké dopravy je zajímavé pozorovat trend změny typu jejího využití pro měnící se lhůty dodání. Pro jejich různé hodnoty jsou použity všechny základní strategie, které komerční aerolinie obecně využívají. U nejrychlejších přeprav s limitem do několika jednotek dnů je patrný trend využití letecké dopravy v konfiguraci point-to-point. To znamená, že letecké spojení existuje mezi většinou vrcholů na síti, a majoritní část zboží je tak přepravována přímým spojem mezi těmito uzly.

Při delší době dodání přechází letecká doprava v modelu na strategii hub-and-spoke. Zboží je tak sváženo z okrajových bodů do center mezi kterými je přepraveno přímým spojem, aby mohlo být dále distribuováno konečným zákazníkům. V případě tohoto modelu je pak patrné, že svozy do center a rozvozy z nich jsou vykonávány z určité části námořní, kolejovou, i silniční nákladní dopravou. Jako klasickou strategii provozu letecké dopravy tedy lze tento způsob distribuce zboží na síti označit jen s jistou dávkou nadsázky.

S finálním uvolněním požadavků na rychlost doručení pak podíl letecké dopravy dále klesá, a funguje jakýmsi charterovým systémem, kdy na síti obsluhuje jen některé uzly, které by byly obtížně dosažitelné jiným způsobem. Neplní však již páteřní funkci v distribuci poptávaného zboží jako celku.

Jako jakýsi protipól může na základě získaných výsledků být označena námořní doprava jejíž podíl na distribuci stoupá s rostoucí dobou doručení. Specifikem modelované distribuční sítě je geografická blízkost všech zdrojů, umístěných ve východní Asii, a naopak vysoká rozptýlenost lokalit a spotřebitelů. Při lhůtách doručení kratších dvou týdnů je tak lodní doprava využito prakticky výhradně pro obsluhu lokalit právě ve východní a jihovýchodní Asii. Skokový nárůst jejího významu je možné pozorovat při zvýšení časového omezení na 15 dnů. Zhruba dva týdny jsou totiž obvyklá minimální doba, za kterou jsou běžné nákladní lodě schopny doplout z Číny a Taiwanu do USA, kde je alokována významná část celkové poptávky (56). Tři až čtyři týdny je pak doba nezbytná pro cestu do Evropy, která je dalším cílem dodávek. Při dostatečně dlouhé době pro doručení je tak možné každý vrchol sítě dosažitelný po moři, obsloužit právě námořní nákladní dopravou.

Pokud jde o vlakovou a kamionovou dopravu, představují pro většinu modelovaných situací spíše doplňkové způsoby dopravy. Pro krátké lhůty doručení slouží tyto spoje zejména pro dopravu mezi jednotlivými městy východní Asie, jmenovitě Číny. S rostoucí časovou dotací roste množství vlakových a silničních spojení, která mohou být v limitu vykonány.

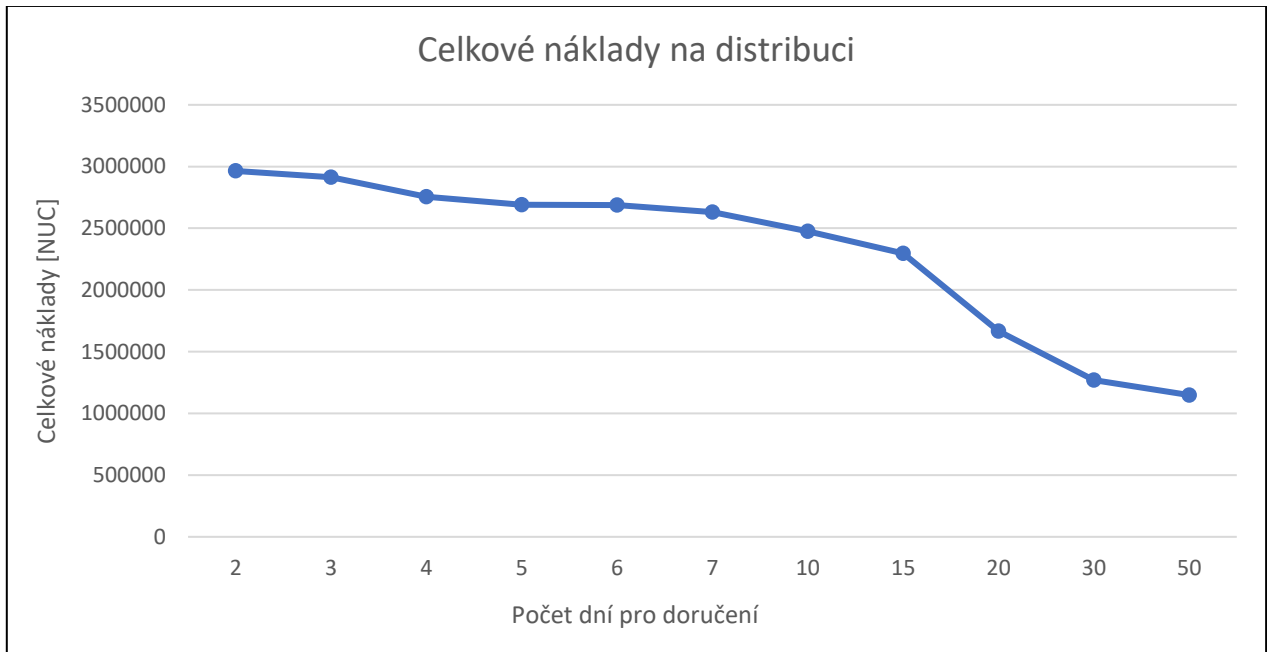
Velký nárůst významu zejména nákladní vlakové dopravy lze pozorovat pro hodnoty doby dodání zhruba od dvou týdnů. V takovém časovém okně je již možno obsluhovat evropské spotřebitele přímými vlakovými spoji z východní Asie po takzvané transsibiřské magistrále. Rovněž mohou být realizovány některé spoje v USA a Kanadě. Dále rostoucí doby dodání pak umožňují veškeré tyto relace nahradit námořní dopravou, a podíl vlakové a kamionové tak opět klesá.

Při popisu grafů 3 až 4 je třeba si uvědomit, že model nepracuje s konceptem tzv. poslední míle, a v plném rozsahu jeho vliv na reálnou distribuční síť zanedbává. Lze například očekávat, že továrna spotřebitele nebude přímo zásobena letecky, nýbrž bude třeba zboží do finální destinace z letiště dopravit jiným způsobem. Rovněž veškerá města, ve kterých dochází k mezimodálním překládkám, jsou aproximována jedním bezrozměrným vrcholem, lokalitou, přestože skutečné infrastrukturační uzly obou dotčených dopravních módů mohou být vzájemně značně vzdáleny. Model tedy systematicky podhodnocuje význam kamionové, případně i vlakové dopravy. Tyto dopravní módy vykonávají tradičně majoritní podíl přepravní práce logistiky poslední míle. V modelu je však obsažen pouze jejich význam v dálkové dopravě.

Další výstup, který je možný pro uvedený výčet modelovaných situací pozorovat, je vývoj celkových distribučních nákladů pro kompletní přepravu veškerého poptávaného zboží. Náklady pro různé lhůty dodání jsou zobrazeny na grafu 5. Vertikální osa je na grafu vyjádřena v NUC (Neutral Unit of Currency), znázorňujících celkové náklady na přepravu v neutrálních finančních jednotkách. Ceny jednotlivých prvků logistických služeb jsou zpravidla předmětem obchodního tajemství. Při získávání dat bylo proto hodnoty mnoha položek, podílejících se na tvorbě celkového nákladového ohodnocení, nutno určit odhadem, či jiným odvozením. Takto vzniklá odchylka může mít na přesnost finálních odhadů nezanedbatelný vliv, a uvádění přesných namodelovaných hodnot v jednotkách konkrétní měny by mohlo být zavádějící. Hodnoty na grafu jsou zaneseny v absolutních hodnotách, se spodní osou reprezentující nulové náklady. Graf 5 tedy slouží výlučně k vzájemnému porovnání nákladů při různých dobách doručení a skladbě přepravních výkonů.

Rovněž při delším modelovaném časovém intervalu roste vlivem rostoucích poptávek spotřebitelů i celková finanční náročnost distribuce. Graf proto vyjadřuje náklady vydělené počtem dní v zadaném intervalu tak, aby byla zachována porovnatelnost výše nákladů pro všechny uvedené situace.

Graf 5: Celkové přepravní náklady v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání, vyjádřené v NUC; vlastní zpracování



Hodnoty logistických nákladů se úzce odvíjí od použitých dopravních módů. Překvapením tedy není ani to, že náklady klesají s rostoucí dobou doručení, ani fakt, že jejich nižší hodnoty jsou doprovázeny vyšším podílem námořní dopravy na přepravních objemech. Grafický výstup má informativní hodnotu zejména pro případného uživatele modelu, který na jeho základě může snadněji určit optimální akceptovatelnou lhůtu doručení zboží.

2.13. Úloha časové optimalizace

Druhým řešeným problémem je v této práci úloha časové optimalizace. Úloha časové optimalizace může být obecně zadána s přihlédnutím k různým posuzovaným kritériím. Může být například minimalizována průměrná doba doručení zboží, případně odchylka této hodnoty od stanovené konstanty. Stejně tak se lze zaměřit na minimalizaci doby doručení jen části dodávek. V případě této práce bude minimalizován čas potřebný k dodání celého požadovaného množství všem zákazníkům. Sledována tak bude primárně doba překonání nejdelší aktivní cesty. Náklady na přepravu v této úloze nebudou hrát roli, čímž bude simulována situace akutního nedostatku zboží na trhu.

Oproti úloze nákladové optimalizace není třeba nikterak měnit vstupy modelu, a je tedy možné zachovat v původní podobě i vstupní formulář. Jak bylo zmíněno výše, v této úloze je opomenuta role nákladových veličin. Všechny nákladové konstanty tedy mohou být z modelu vynechány. Naopak veličiny popisující kapacitní a časová ohodnocení jednotlivých prvků na síti je nezbytné v upraveném modelu zachovat. V platnosti zůstává i většina omezujících podmínek z předchozího modelu, s výjimkou skupin (p.29) až (p.32). Tyto skupiny podmínek omezují souhrnné časové ohodnocení cest. Pokud bude tento parametr předmětem účelové funkce, není jej přirozeně třeba dále upravovat okrajovými podmínkami. Stejně tak budou z modelu odebrány skupiny podmínek (p.36) až (p.38), které v modelu eliminují hrany delší, než jaký je časový limit dodání. Ten se však v této úloze nevyskytuje, a ani uvedené okrajové podmínky tak není třeba mít v programu obsaženy.

Zadaný problém časové optimalizace spadá do množiny úloh obsahující operaci výběru maximální hodnoty z výrazu obsahujícího proměnnou. (Pro připomenutí, tímto maximem je doba trvání nejdelší aktivní cesty, která je programem minimalizována.) Úlohy obsahující zmíněnou operaci jsou v takovém zápisu nelineární, a tedy vytvořeným modelem neřešitelné. Pokud má být problém linearizován, je třeba jej rozšířit o novou pomocnou proměnnou a skupinu omezujících podmínek.

Do modelu tedy bude nově zavedena proměnná h , shora omezující maxima, nalezená v jednotlivých řádcích matice. Jinými slovy bude dynamicky nabývat hodnoty nejdéle trvající aktivní cesty, zařazené do nejlepšího dosud nalezeného řešení. Minimalizace hodnoty proměnné h pak bude předmětem kritériální účelové funkce. Účelová funkce tedy bude mít v této poloze podobu následujícího matematického vyjádření:

$$\min f(h) = h$$

Skupiny podmínek, definující charakter a funkcionalitu pomocné proměnné h jsou dány rovnicemi (p.40), (p.41), (p.42) a (p.43). Podmínky z těchto skupin staví proměnnou h do srovnání se všemi cestami všech přípustných délek na síti, a v případě jejich aktivity omezí obor hodnot proměnné h na rovno či větší těmto hodnotám.

$$trasa1_{i,j,k} \cdot (time1_{i,j} + time3_{j,k} + t_j) \leq h \quad \text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{spotřebitele} \quad (\text{p.40})$$

$$trasa2_{i,j,k,l} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time3_{k,l} + t_j + t_k) \leq h$$

$$\text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{spotřebitele}, j \neq k \quad (\text{p.41})$$

$$trasa3_{i,j,k,l,r} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time2_{k,l} + time3_{l,r} + t_j + t_k + t_l) \leq h$$

$$\text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, r \in \text{spotřebitele}, j \neq k \wedge j \neq l \wedge k \neq l \quad (\text{p.42})$$

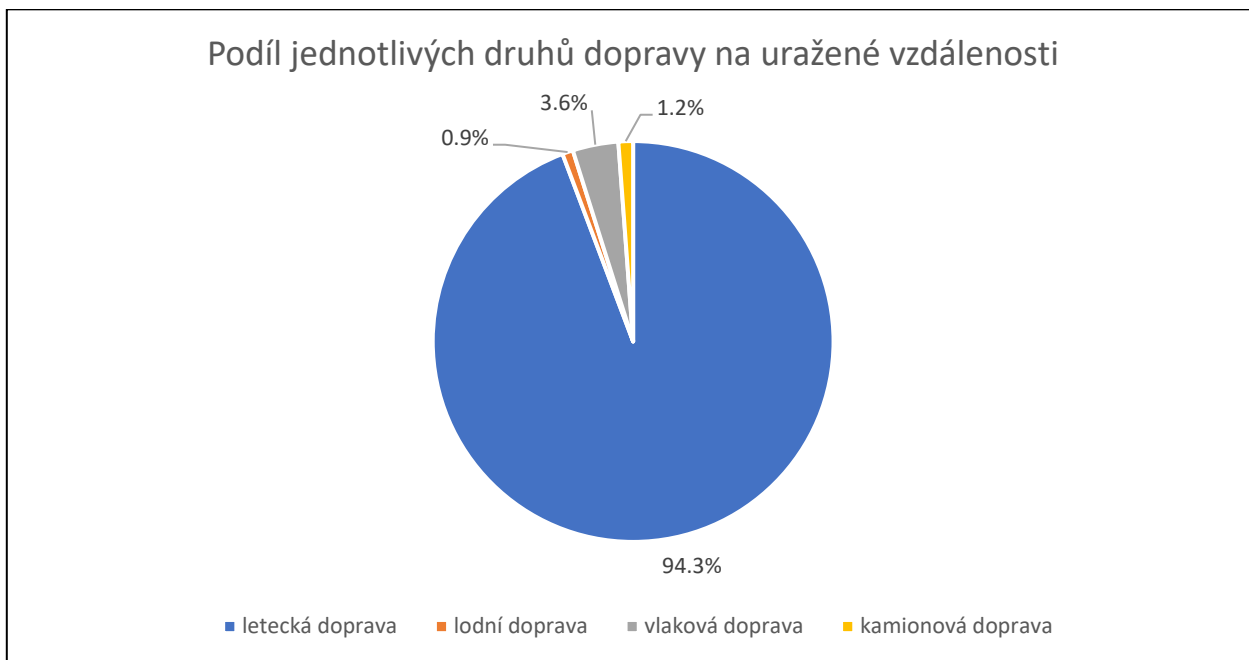
$$trasa4_{i,j,k,l,r,s} \cdot (time1_{i,j} + time2_{j,k} + time2_{k,l} + time2_{l,r} + time3_{r,s} + t_j + t_k + t_l + t_r) \leq u$$

$$\text{Pro } i \in \text{zdroje}, j \in \text{lokality}, k \in \text{lokality}, l \in \text{lokality}, r \in \text{lokality}, s \in \text{spotřebitele}, j \neq k \wedge j \neq l \wedge j \neq r \wedge k \neq l \wedge k \neq r \wedge l \neq r \quad (\text{p.43})$$

Jak vyplývá z výstupů popsaných v předchozí kapitole, při zkracující se době dodání významně roste význam letecké dopravy. Tento trend se potvrzuje i v úloze časové optimalizace. Grafy 6 a 7 jasně ukazují, jak dominantním přepravním módem letecká doprava při snaze o spěšné dodání je.

Ostatní, pomalejší druhy dopravy, pak ve výsledcích modelu zastávají jen doplňkovou roli. Zejména zajišťují přepravu mezi vrcholy sítě, které neleží na kritických cestách. Model se zabývá pouze časem dodání poslední požadované jednotky, nikoli průměrnou dobou dodání ostatních. Nekritické cesty, tedy takové, jejichž překonání trvá kratší dobu, než jaké je výsledná hodnota účelové funkce, tedy mohou v určitých případech být částečně obsluhovány i jinak než letecky.

Graf 6: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze časové optimalizace; vlastní zpracování



Graf 7: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze časové optimalizace; vlastní zpracování



Z grafů 6 a 7 je patrné, že oproti úloze nákladové optimalizace zde podíl letecké dopravy na přepravním výkonu převyšuje její podíl na uražené vzdálenosti. Tento jev potvrzuje skutečnost, že v tomto případě jsou ostatní druhy dopravy využity jen na méně významných, obecně kratších spojích, a ztrácí jakýkoli podíl na páteřní globální distribuci.

Hodnota samotné účelové funkce v modelované úloze dosahuje hodnoty 2,6 dnů. Jedná se o minimální dobu, ze které je možné plně uspokojit požadavky všech zákazníků na síti. V praxi takový výsledek znamená, že dodavatel je schopen v případě nutnosti přistoupit na dodací lhůtu tří dnů, a to patrně i při započtení zdržení, které v reálné situaci přináší logistika poslední míle.

2.14. Limitace modelu

Základní charakteristikou každého modelu je to, že dokáže napodobit reálnou situaci jen na úrovni určitého nezbytného zjednodušení. Dokonalý obraz reality je modelem v jakékoli formě prakticky nedosažitelný, a obecně jeho dosažení není žádoucí. Právě v určitém zjednodušení reálného světa spočívají výhody modelů, jako jednoduchost, izolace, interpretovatelnost, a úspornost. Ze zvolené míry zjednodušení modelu pak přímo plynou některá jeho omezení. Úpravou modelu, případně jeho vstupů, se dají tato omezení korigovat a řídit. Principiálně je však vždy nutné nějaká omezení modelu brát v potaz. Tvůrce modelu by je proto měl být schopen identifikovat a pracovat s nimi. Jeho úkolem je také zajistit, že omezení modelu nebudou negativně ovlivňovat výsledky parametrů, jejichž zkoumání je úlohou modelu.

Hlavní omezení modelu, který je předmětem této práce, byla dána dostupným výpočetním výkonem zařízení, na kterých byl modelový program prováděn. Vysoká kombinatorická náročnost úlohy vedla v modelovaném příkladu k nutnosti snížení počtu uzlů a hran na síti. Někteří spotřebitelé museli být agregováni do jednoho vrcholu, a některé hrany byly oproti reálné situaci ve vstupních datech opomenuty. Ve všech krocích byl však kladen důraz na to, aby tato zjednodušení modelu neměla významný vliv na jeho výstupy, a aby výsledky důvěryhodně reprezentovaly chování reálného světa.

Obrázek 13 zachycuje statistiky výpočtu řešení úlohy nákladové optimalizace. V jeho pravé části je uveden celkový výpočetní čas v sekundách. Tato hodnota činí zhruba 81 hodin. Skutečnost, že opakované řešení problému pro odlišné doby dodání vyžadovalo opakované provádění výpočtu programu vysvětluje, proč nemohla pozorovaná distribuční síť, za využití dostupných zdrojů, obsahovat více prvků.

Stats			
Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	1544505	Rows(constraints):	75793
Columns(variables):	5109549	Columns(variables):	1402
Nonzero elements:	5716511	Nonzero elements:	263598
Global entities:	5075895	Global entities:	700
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	622033
Simplex iterations:	2	Depth:	1
Objective:	2.53097e+006	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	2.73363e+006
Time:	553.5s	Best solution:	2.7339e+006
		Gap:	0.00991502%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	293507.6s
Time overheads:			
Progress graphs:	289072.6s		
Writing output:	19.8s		
Pausing:	0.0s		
Updating status:	289072.6s		

Obrázek 13: Výpis statistik výpočtu řešení úlohy nákladové optimalizace; vlastní zpracování

Důležité je poznamenat, že použití výkonnějšího zařízení je jedinou plně postačující podmínkou model v existující podobě rozšiřovat o libovolné množství nových zdrojů, lokalit, spotřebitelů, a hran. Model není počtem těchto entit v principu nijak omezen, a teoreticky umožňuje aplikaci na libovolné rozsáhlé distribuční síti.

Další skutečností, ovlivňující přesnost modelu, je vynechání skladů dodavatelské společnosti. Model jako zdroje počítá pouze výrobní závody, ve kterých se jednotky přepravované komodity generují. Nezohledňuje však fakt, že výrobce pravděpodobně disponuje určitou zásobou hotového nevyexpedovaného produktu, umístěnou ve skladech, za účelem vykrývání nerovností

v poptávce a výpadků ve výrobě. Stejně tak u spotřebitelů lze v reálné situaci předpokládat nějakou úroveň vyrovnávací či spekulativní zásoby. Sklady by v tomto případě vstupovaly do modelu jako další zdrojové vrcholy, případně jako zcela nová entita. Skladová strategie výrobce však nebyla v této práci uvažována. Předpokladem pro toto zjednodušení byla konzistence nabízených i poptávaných kapacit v modelu, stejně jako fakt, že zásoby hotových produktů budou u polovodičových součástek minimální, pokud ne zanedbatelné.

Posledním významným kompromisem v modelu byla absence popisu logistiky poslední míle. Dostupná vstupní data neobsahují dostatečně detailní informace o přesné lokaci každého bodu na síti, ani specifických infrastrukturních podmínkách jeho okolí. Při interpretaci modelu je tak třeba na tuto skutečnost pamatovat, a na základě vhodné aplikace teorie logistiky její efekt na celkové distribuci odhadnout.

Závěr

Cílem práce byla tvorba matematického modelu pro řešení nákladové a časové optimalizace distribučního problému. Za účelem řešení úlohy byl vytvořen lineární deterministický model, který, jakožto exaktní algoritmus, dokáže z množiny přípustných řešení problému nalézt globální optimum. Do modelu byla následně dosazena dostupná, případně odborným odhadem stanovená, data pro příklad distribuce zboží taiwanské společnosti na výrobu polovodičových součástek, TSMC. Výsledky modelu byly interpretovány ve vztahu k celkovým nákladům na zvolenou optimální strategii distribuce, i k významu jednotlivých druhů dopravy, které se na distribuci podílí. Akcentována přitom byla úloha letecké dopravy, jako nejvýznamnějšího dopravního módu v dálkové přepravě křehkého, spěšného, a kusově nákladného zboží.

Důležité je podotknout, že hlavním cílem modelu bylo přibližné napodobení optimální distribuční strategie společnosti, nikoli dokonalé stanovení každé cesty na síti. Veřejně dostupná data a zvolená rozlišovací úroveň modelu neumožňují nalezené řešení sebevědomě prohlásit za skutečně optimální. Práce se však zaměřuje zejména na vliv různých druhů dopravy na celkové náklady a dobu trvání přepravy zboží. Tato analýza tedy mohla být na základě získaných výstupů provedena.

Výstupy modelu nákladové optimalizace distribuce jednoznačně podporují předpoklad stanovený v úvodu práce, a sice, že majoritní část přepravního výkonu bude při obvyklé době dodání sedmi dnů v globálním měřítku vykonána leteckou dopravou. V nalezeném optimálním řešení letecká cargo doprava zajišťuje zhruba 77,5 % přepravní práce, a 79 % celkové uražené vzdálenosti přepravních jednotek.

Práce rovněž obsahuje analýzu výstupů při proměnlivé maximální době doručení. V této teoretické rovině je patrný zejména postupný přenos těžiště přepravního výkonu z letecké dopravy na námořní s rostoucí dobou dodání. Právě námořní doprava, jakožto neekonomičtější alternativa v přepočtu na přepravenou hmotnostní jednotku, přebírá v případě úplného uvolnění časového omezení prakticky veškerý přepravní objem na síti. Ostatní dopravní módy jen doplňují distribuční síť o relace mezi vnitrozemskými uzly, mezi kterými vlivem chybějící infrastruktury není námořní spoj realizovatelný.

Na druhou stranu řešení úlohy časové optimalizace pracuje prakticky výlučně s leteckou nákladní dopravou, díky které umožňuje plnou obsluhu všech zákazníků ve lhůtě tří dnů. Ostatních druhů dopravy je využito pouze na krátkých hranách, neležících na kritické cestě na síti.

Použitý model pracoval ve srovnání s reálnou situací s několika základními zjednodušeními a zobecněními, jakými byla částečná agregace spotřebitelů a omezení množiny lokalit. Úroveň a rozsah zjednodušení je pro jakýkoli model definující charakteristikou. V práci však bylo třeba zajistit, že přijatá rozlišovací úroveň modelu poskytne dostatečně relevantní výstupy pro řešení zadané úlohy. Program tak byl psán v plně obecné podobě, a výše zmíněná omezení mohou být snadno odstraněna při použití výkonnějšího výpočetního zařízení, případně delšího procesního času pro výpočet.

Limitujícím faktorem efektivního využití modelu je nedokonalá znalost všech vstupních parametrů modelované distribuční sítě. Tyto pak musely být určovány na základě individuálního posouzení, což vzhledem k rozsahu modelu významně ovlivňuje časovou náročnost celého procesu zadávání vstupů. Práce předpokládá, že případný uživatel modelu těmito znalostmi disponuje, a je tedy schopen požadované parametry zadávat efektivně a ideálně celý proces automatizovat. Za cílem umožnit automatizaci použití programu bylo vytvořeno uživatelské rozhraní ve formě formuláře v tabulkovém kalkulátoru MS Excel, který umožňuje automatický přepis dat z externí databáze.

Navržený model byl konstruován pro konkrétní zadané úlohy nákladové, respektive časové optimalizace při zadaných parametrech a omezujících podmínkách. Ve své podstatě však umožňuje rozšíření o další vstupy, případně úpravu účelového kritéria pro řešení dalších úloh. S drobnými změnami tak model může být použit pro řešení úlohy maximalizace pravděpodobnosti včasného dodání, minimalizace produkovaných skleníkových plynů, případně optimalizace vytíženosti vozidel využitých k přepravě. Při přesné znalosti vstupních parametrů není problém rozšířit model o problematiku logistiky poslední míle, nebo tvorby strategických a spekulativních skladových zásob na straně jednotlivých subjektů, figurujících v distribuční síti.

Největším praktickým problémem navrženého modelu je jeho rozsah a výpočetní náročnost. Kombinatorická složitost problému je charakteristikou, značně omezující škálovatelnost modelu ve smyslu počtu vstupních parametrů. Námětem pro další zkoumání možností řešení problému tedy může být tvorba genetického algoritmu, jakožto výpočetně úsporného nástroje pro optimalizaci distribuční úlohy.

Seznam zdrojů

1. roc-taiwan.org. *Taiwan and the Global Semiconductor Supply Chain*. [Online] ROC Embassies, leden 2024.
2. techtarget.com. *Semiconductor Definition*. [Online] Tech Target Network, leden 2024.
3. pveducation.com. *Conduction in Semiconductors*. [Online] PVEducation, prosinec 2023.
4. *Doping in III-V Semiconductors*. Schubert, E. F. Cambridge : autor neznámý, 2005.
5. cadence.com. *Gallium Nitride vs Silicon*. [Online] Cadence, prosinec 2023.
6. Bube, Richard H. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*. 2003.
7. britannica.com. *Silicon - Chemical Element*. [Online] Britannica, prosinec 2024.
8. pcc.eu. *General Chemistry - Elements in the Earth's crust*. [Online] PCC Group EU, prosinec 2023.
9. libretexts.org. *P-Type, N-Type Semiconductors*. [Online] LibreTexts Engineering, prosinec 2023.
10. libretexts.org. *Semiconductor p-n Junctions*. [Online] LibreTexts Chemistry, prosinec 2023.
11. techtarget.com. *Definition - Transistor*. [Online] TechTarget, prosinec 2023.
12. qz.com. *Electronics processing power limitations*. [Online] Quartz, leden 2024.
13. mepits.com. *BJT Transistor*. [Online] Mepits, leden 2024.
14. stockal.com. *Semiconductors Industry Overview*. [Online] Stockal, leden 2024.
15. natur.cuni.cz. *Křemen*. [Online] Přírodovědecká Fakulta UK, leden 2024.
16. inc42.com. *Eleven Nines Semiconductors*. [Online] Inc 42, leden 2024.
17. terrauniversal.com. *Semiconductor Fabrication: Focus on Wet Processing Equipment*. [Online] Terra Universal, leden 2024.
18. magazine.elkem.com. *Silicon 101 - The properties of silicon*. [Online] Elkem, leden 2024.
19. universitywafer.com. *Silicon Wafer Range of Thickness for R&D*. [Online] University Wafer, leden 2024.
20. abachy.com. *300mm Wafer Production*. [Online] Abychy Semiconductor Equipment, leden 2024.
21. tsmc.com. *Fab Capacity*. [Online] TSMC, únor 2024.
22. physics.mff.cuni.cz. *Technologie výroby integrovaných obvodů*. [Online] MFF UK, únor 2024.

23. halbleiter.org. *Fundamentals: Doping: n- and p-semiconductors*. [Online] Halbleiter Technology, únor 2024.
24. tf.uni-kiel.de. *The Semiconductor Manufacturing Process*. [Online] Kiel University, únor 2024.
25. resources.pcb.cadence.com. *Semiconductor Packaging*. [Online] Cadence, únor 2024.
26. ncbi.nlm.nih.gov. *Biomechanical Characteristics of Human Red Blood Cells*. [Online] National Library of Medicine, únor 2024.
27. extremetech.com. *Zoom Into a Computer Chip*. [Online] ExtremeTech, únor 2024.
28. ipc.org. *Printed Board Handling and Storage Guidelines*. [Online] IPC International, únor 2024.
29. group-cts.de. *Semiconductor Packaging*. [Online] CTS Germany, únor 2024.
30. *Silicon Crystal Growth and Wafer Technologies*. Fisher, Graham R. a Searcist, Mike. 2012.
31. amagnm.com. *Packaging for Shipping Wafers/Chips*. [Online] AMAG Nanometro, březem 2024.
32. ckplas.com. *OSB (300mm / 12 inch)*. [Online] CKplas, březem 2024.
33. Saales, M. *Air freight and the global supply chain*. 2017.
34. airbridgecargo.com. *Boeing 747-400F*. [Online] AirBridge Cargo, březem 2024.
35. isapapers.pitt.edu. *Offshoring of the Semiconductor Industry*. [Online] University of Pittsburgh, březem 2024.
36. investopedia.com. *What Is Moore's Law*. [Online] Investopedia, březem 2024.
37. alifornia.medium.com. *The elegy for Moore's Law is premature*. [Online] Medium, březem 2024.
38. bcg.com. *Strengthening the Global Semiconductor Supply Chain*. [Online] Boston Consulting Group, březem 2024.
39. techrepublic.com. *Global Chip Shortage*. [Online] TechRepublic, březem 2024.
40. foreignpolicy.com. *Geopolitics of the supply chain and the central role of Taiwan*. [Online] ForeignPolicy, březem 2024.
41. constructionbriefing.com. *Third semiconductor fab in Arizona*. [Online] Construction Briefing, březem 2024.
42. Reuters.com. *Germany spends big to win \$11 billion TSMC chip plant*. [Online] Reuters, březem 2024.
43. Fábry, J. *Matematické modelování*. 2007.
44. Jablonský, J. *Programy pro matematické modelování*. 2007.

45. Gros, I. *Matematické modely pro manažerské rozhodování*. 2009.
46. *Probably bounded suboptimal heuristic search*. Stern, Roni. místo neznámé : Elsevier, 2018.
47. medium.com. *Exact Algorithm or Heuristic*. [Online] Medium, duben 2024.
48. cgg.mff.cuni.cz. *Jemný úvod do genetických algoritmů*. [Online] MFF UK, duben 2024.
49. fd.cvut.cz. *Úvod do Teorie Grafů*. [Online] duben 2024.
50. homel.vsb.cz. *Základy Teorie Grafů*. [Online] duben 2024.
51. *17KMD - Přednášky ke cvičení*. Mocková, D a Teichmann, D. místo neznámé : duben, 2024.
52. bloomberg.com. *Chip Delivery Times*. [Online] Bloomberg, únor 2024.
53. physics.mff.cuni.cz. *Úvod do praktické fyziky*. [Online] MFF UK, duben 2024.
54. Greene, W.H. *Econometric Analysis, 7th edition*. 2012.
55. Wooldridge, J. *Econometric Analysis of Cross-Section and Panel Data*,. 2010.
56. fluentcargo.com. *China to United States*. [Online] Fluent Cargo, listopad 2023.
57. sig.com. [Online] Sasquehanna, leden 2024.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Schéma polovodičového tranzistoru; zdroj: (13)	11
Obrázek 2: Podíl spotřebitelských segmentů na globální poptávce po polovodičových čipech; zdroj: (14)	12
Obrázek 3: Křemíkový wafer o průměru 300 mm; zdroj: (20)	13
Obrázek 4: Výřez snímku detailu polovodičového čipu, pořízeného elektronovým mikroskopem; zdroj: (27)	15
Obrázek 5: FOSB kontejner společnosti CKplas s kapacitou 25 waferů o průměru 300 mm; zdroj (32)	17
Obrázek 6: Hybox pro přepravu waferů; zdroj: (32) Obrázek 7: Hybox ve složené podobě; zdroj: (32)	18
Obrázek 8: Vývoj počtu tranzistorů v integrovaných obvodech polovodičových čipů; zdroj: (37)	20
Obrázek 9: Mapa světa s vyznačenými zdroji, lokalitami a spotřebiteli v modelovaném příkladu; vlastní zpracování	32
Obrázek 10: Základní rozvržení uživatelského rozhraní programu Xpress-IVE; vlastní zpracování	37
Obrázek 11: List pro výpis výstupů modelu ve vytvořeném uživatelském rozhraní; vlastní zpracování	53
Obrázek 12: Výpis výsledků modelu nákladové optimalizace do uživatelského rozhraní; vlastní zpracování	54
Obrázek 13: Výpis statistik výpočtu řešení úlohy nákladové optimalizace; vlastní zpracování	67

Seznam tabulek a grafů

Graf 1: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze nákladové optimalizace pro doručení ve lhůtě sedmi dnů; vlastní zpracování	56
Graf 2: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze nákladové optimalizace pro doručení ve lhůtě sedmi dnů; vlastní zpracování	57
Graf 3: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání; vlastní zpracování	58
Graf 4: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání; vlastní zpracování	59
Graf 5: Celkové přepravní náklady v úloze nákladové optimalizace pro proměnlivou dobu dodání, vyjádřené v NUC; vlastní zpracování	62
Graf 6: Podíl jednotlivých dopravních módů na uražené vzdálenosti v úloze časové optimalizace; vlastní zpracování	65
Graf 7: Podíl jednotlivých dopravních módů na vykonané přepravní práci v úloze časové optimalizace; vlastní zpracování	65

Seznam příloh

Příloha 1: Program modelu v modelovacím softwaru

Příloha 2: Uživatelské rozhraní pro zápis vstupů modelu