

I. IDENTIFIKAČNÍ ÚDAJE

Název práce:	Diskrétní polyharmonický operátor s komplexním potenciálem
Jméno autora:	Bc. Tomáš Hrdina
Typ práce:	diplomová práce
Fakulta:	Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská (FJFI)
Katedra:	Katedra matematiky
Oponent práce:	Vladimir Lotreichik, Ph.D., DSc.
Pracoviště oponenta práce:	Ústav jaderné fyziky AV ČR

II. HODNOCENÍ JEDNOTLIVÝCH KRITÉRIÍ

Zadání	náročnější
<p>Spektrální analýza diskrétních operátorů je klasickým oborem, který získává v poslední době víc pozornosti. Zadání k diplomové práci hodnotím jako náročnější, a to z několika důvodů. Za prvé se jedná o nesamosdružené operátory s komplexním potenciálem. Za druhé zvolený diskrétní polyharmonický operátor s potenciálem není dostatečně prozkoumán i v samosdruženém případě. K tomu bych dodal, že v zadání jsou matematické otázky různého druhu, které vyžadují použití několika rozlišných matematických metod.</p>	
Splnění zadání	splněno
<p>Body 1-5 zadání byly splněny. Poslední bod zřejmě bude tématem dalšího výzkumu pana Hrdiny, o čemž je zmíněno na konci práce. Vzhledem k rozsahu zadání hodnotím zadání jako splněné.</p>	
Zvolený postup řešení	vhodný
<p>Zvolený postup řešení hodnotím jako správný. Podobný postup ukázal efektivitu při zkoumání diskrétního Laplácianu s komplexním potenciálem a je vhodný pro zobecnění na diskrétní polyharmonický operátor, což je předmětem diplomové práce.</p>	
Odborná úroveň	výborná
<p>Diplomová práce je poměrně rozsáhlá a působí velmi pozitivním dojmem. Z mého pohledu jsou výsledky práce zajímavé a netriviální. Je jasné, že jejich získání vyžadovalo tvrdou práci a hluboké znalosti z komplexní analýzy a operátorové teorie.</p>	
Formální a jazyková úroveň	výborná
<p>Použitá matematická terminologie je v oboru standardní. Zejména bych chtěl pochválit kvalitu a jasnost textu a rigorozitu důkazů.</p>	

Výběr zdrojů, korektnost citací

výborné

Diplomová práce obsahuje přehled blízce souvisejících a použitých známých výsledků. Všechny použité zdroje jsou korektně citovány.

Další komentáře a hodnocení

Ve své diplomové práci pan Hrdina zkoumá diskrétní polyharmonický operátor s komplexním potenciálem. Jde o mocninu diskrétního Laplaciánu s aditivní poruchou ve tvaru diagonální matice s komplexními elementy. Student zavádí operátor, spočítá jeho esenciální spektrum a pro celočíselné mocniny diskrétního Laplaciánu popisuje množiny v komplexní rovině, kde musí ležet bodové spektrum tohoto operátoru. Optimalita těchto množin je ukázána pro diskrétní biharmonický operátor. Pro polyharmonické operátory vyššího řádu než 2 je optimální spektrální obálka formulována jen jako hypotéza, jejíž validita byla ověřena alespoň numericky. Kromě toho jsou v práci odvozeny podmínky pro absenci vlastních hodnot vnořených v esenciálním spektru pro poruchy biharmonického diskrétního operátoru. Pro libovolné kladné mocniny diskrétního Laplaciánu je charakterizována tzv. kritikalita operátoru a dokázána s ní související Hardyho nerovnost. Jsem přesvědčený, že analýzu tohoto modelu bylo by možné rozvinout a dopracovat do publikace.

III. CELKOVÉ HODNOCENÍ, OTÁZKY K OBHAJOBĚ, NÁVRH KLASIFIKACE

Moje rozhodnutí nejvíce ovlivnily rozsah provedené práce, kvalita textu a složitost úkolů, které pan Hrdina řešil. Závěrem konstatuji, že diplomová práce je pečlivě napsaná, počet překlepů je mizivý a hlavní výsledky jsou netriviální.

Otázky

- 1) Maticové elementy resolventy jsou vyjádřeny v sekci 1.3.2 pro všechny kladné mocniny diskrétního Laplaciánu pomocí křivkového integrálu. Spočítat tento integrál explicitně bude možné zřejmě jenom pro celočíselné mocniny. Na druhou stranu v následující analýze autor potřebuje jen odhady těchto maticových elementů. Bylo by možné rozšířit výsledky práce týkající se lokalizace vlastních hodnot pro poruchy polyharmonického operátoru i na neceločíselné mocniny, pokud by se odhadoval přímo výraz s křivkovým integrálem?
- 2) Pan Hrdina numericky ověřil hypotézu 2.8 pro $N \leq 10$. Je jasné, že numerické ověření hypotézy pro všechna N je nemožné. Zkoušel autor ověřit hypotézu analyticky také pro velká N , nebo v limitě N jde do nekonečna?

Předloženou závěrečnou práci hodnotím klasifikačním stupněm **A - výborně**.

Datum: 24.5.2024

Podpis:

