

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**TEZE
DISERTAČNÍ
PRÁCE**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV Mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

Návrh výpočetních postupů pro redistribuci akustické energie v hlasovém projevu člověka

Ing. Jaroslav Štorkán

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí

Školitel: prof. Dr. Tomáš Vampola

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha

2023

Anglický název:

Design of computational procedures for the redistribution of acoustic energy in human speech

Disertační práce byla vypracována v kombinované formě doktorského studia na Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Fakulty strojní ČVUT v Praze.

Disertant: Ing. Jaroslav Štorkán
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní
ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6, 160 00

Školitel: prof. Dr. Tomáš Vampola
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní
ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6, 160 00

Oponenti: prof. Ing. Jiří Bašta, Ph.D.
Ústav techniky prostředí, Fakulta strojní ČVUT v Praze, Technická 4,
Praha 6, 160 00

prof. Ing. Jiří Křen, CSc.
Katedra mechaniky, Fakulta aplikovaných věd ZČU v Plzni, Technická
8, Plzeň, 301 00

Ing. Jaromír Horáček, DrSc.
Ústav termomechaniky, Akademie věd České republiky, Dolejšova
1402/5, Praha 8, 182 00

Teze byly rozeslány dne:

Obhajoba disertace se koná dne v hod.

v zasedací místnosti č. 17 (v přízemí) Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6, před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí.

S disertací je možno se seznámit na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6.

Předseda oborové rady oboru prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.

Fakulta strojní ČVUT v Praze

Abstrakt

Porozumění vzniku a modelaci hlasového projevu člověka je nezbytným předpokladem pro nalezení odpovědí na otázky pokládané klinickou praxí. S ohledem na potřeby hlasových pedagogů a lékařů v klinické praxi je sestavení výpočetně efektivních matematických modelů, které umožňují počítačově simulovat lidskou fonaci a vyhodnocovat rozložení akustické energie ve sledovaném hlasovém signálu, intenzivně zkoumaný problém.

V práci jsou prezentovány a odvozeny modely vokálního traktu člověka, sestavené na principu základních vztahů mechaniky kontinua. Byly odvozeny nejen metody využitelné v nižších budících frekvenčních rozsazích, kde lze předpokládat šíření rovinné zvukové vlny, ale i metody, které lze využít ve frekvenčním rozsahu, kde je již nezbytné uvažovat vybuzení příčných akustických vln.

Následně byl odvozen a verifikován speciální izoparametrický prvek vhodný pro popis tvarově komplexních akustických kavit vokálního traktu člověka metodou konečných prvků s ohledem na výrazné snížení výpočtové náročnosti. Tento nově odvozený prvek byl navržen s ohledem na možnost modelování paralelních kavit napojených na základní kavitu vokálního traktu člověka. Vokální trakt byl modelován včetně paralelních kavit (piriformní síně a epiglotické valemuly). Takto sestavený komplexní model vokálního traktu člověka byl využit pro výpočtově náročné optimalizační úlohy s cílem nalezení vhodných geometrických parametrů pro dosažení definovaného rozložení akustické energie ve frekvenčním spektru hlasového projevu člověka. Byla vyhodnocena citlivost hlasových charakteristik na změny geometrických parametrů. Výpočtový model sestavený z odvozených prvků byl využit pro analýzu podmínek vzniku tzv. pěveckého formantu.

Klíčová slova

metoda konečných prvků, izoparametrický prvek, vokální trakt, akustika, simulace fonace, pěvecký formant

Abstract

Understanding the creation and modeling of human vocal expression is an essential prerequisite for finding answers to questions posed by clinical practice. With concerning the needs of voice teachers and doctors in the clinical environment, it is desirable that the constructed mathematical models should be computationally efficient. An intensively researched problem applies particularly to the especially mathematical models that allow computer simulation of human phonation and evaluation of the distribution of acoustic energy in the observed voice signal.

The thesis presents and derives mathematical models of the human vocal tract, built on the principle of the fundamental relationships of the continuum mechanics. Not only were methods applicable in lower excitation frequency ranges, where the propagation of a plane sound wave can be assumed but also methods in the frequency range, where it is already necessary to consider the excitation of transverse acoustic waves, were derived.

Subsequently, a special isoparametric element suitable for describing the shape-complex acoustic cavities of the human vocal tract was derived and verified using the finite element method relating to a reduction in computational complexity. This newly derived element is designed to consider the possibility of modeling parallel cavities connected to the primary cavity of the human vocal tract. This complex model of the vocal tract, constructed in this way, was used for computationally demanding optimization tasks to find suitable geometric parameters for achieving a defined distribution of acoustic energy in the frequency spectrum of human vocal expression. A significant goal of this work is to evaluate the sensitivity of voice characteristics depending on changes in the geometric parameters themselves. A computational model composed of derived elements was used to analyze the conditions for the creation so-called singer formant.

Key words

finite element method, isoparametric element, vocal tract, acoustics, simulation of phonation, singer formant

Obsah

1.	Úvod.....	7
2.	Základní rovnice akustiky.....	8
3.	Energetické ztráty při fonaci.....	9
4.	Řešení 1D vlnové rovnice.....	10
5.	Metoda konečných prvků pro úlohy akustiky.....	12
6.	Cíle práce.....	13
7.	Návrh izoparametrického prvku pro MKP analýzy vokálních traktů..	14
8.	Geometrie vokálního traktu.....	18
9.	Průtok vzduchu vokálním traktem.....	20
10.	Analýzy vokálního traktu.....	21
11.	Citlivost na geometrické modifikace.....	26
12.	Tvarové optimalizace.....	27
13.	Geometrické modifikace pro vznik pěveckého formantu.....	29
14.	Závěr.....	32
15.	Literatura.....	34
16.	Publikace autora související s tématem disertační práce.....	35

1. Úvod

Lidský hlas jako prostředek pro komunikaci mezi lidmi je nedílnou součástí lidské společnosti. Jen těžko si můžeme představit fungování naší společnosti bez možnosti komunikovat pomocí hlasu. Proto je biomechanika hlasu oblast, na kterou se v současné době zaměřuje mnoho výzkumníků po celém světě. Biomechanika lidského hlasu je vědní obor, který je komplexní a zahrnuje nejen problémy určení materiálových parametrů hraničních a hlasivkových tkání, ale i sestavení vhodné matematické metody, která umožní efektivně generovat zvukové vlny v průběhu fonace.

Tato práce patří do skupiny prací, které se snaží matematicky modelovat fyzikální procesy vytvářející lidský hlas. Hlasové ústrojí člověka se skládá z několika částí. První částí jsou plíce, průdušnice a svaly v okolí plic (bránice). Tato část z hlediska studování hlasu představuje zdroj stlačeného vzduchu. Navazující částí je hrtan, složený z několika chrupavek. V hrtanu se nachází hlasivky. V této části vzniká samobuzenými kmity akustický signál, který se dál šíří vokálním traktem. Ten se skládá ze vzduchového kanálu a okolní tkáně, kterými se akustický signál šíří do okolního prostředí.

Tato práce si neklade za cíl vytvořit kompletní model hlasového ústrojí v celé své podrobnosti, ale sestavení efektivního výpočtového modelu vokálního traktu pro analýzu vlivu tvaru a konfigurace na fonační charakteristiky. Vokální trakt je v práci modelován jako akustická doména. Nemodeluje se proudění uvnitř vokálního traktu, což je pro hodnoty rychlosti proudu vzduchu s ohledem na rychlost zvuku přijatelný kompromis mezi přesností popisu a výpočtovou náročností. Šíření zvuku se uvažuje pouze samotnou vzduchovou kavitou vokálního traktu, nebere se v potaz šíření zvuku lebečními kostmi a měkkými tkáněmi lidské hlavy.

Modelování vokálního traktu je provedeno několika různými způsoby. Ve všech případech je kladen důraz na rychlost výpočtu, aby byl model použitelný pro náročné optimalizační výpočty. Tvarové optimalizace a citlivostní analýzy vokálních traktů jsou velice významnou částí výzkumu lidského hlasu, jelikož slouží pro odhady následků po plánovaných operačních zákrocích a pro určení potřebných modifikací k dosažení žádané úpravy hlasu. Takovou změnou může být například zvýraznění určitých frekvenčních spekter pro zvýšení srozumitelnosti nebo hlasitosti hlasu.

2. Základní rovnice akustiky

Při šíření tlakových (akustických) vln v prostředí musí platit základní zákony zachování. Při provedení aditivního rozkladu akustických veličin (hustota ρ , tlak p a rychlost \mathbf{v}) na jejich časově stálé složky ($\rho_0, p_0, \mathbf{v}_0$) a na flukтуаční (akustické složky ρ', p', \mathbf{v}') je možné z rovnice kontinuity (zachování hmoty) a rovnice Eulerovy (zachování hybnosti) eliminovat rychlost. Důležitými předpoklady pro provedení této eliminace jsou izoentropický děj při kompresi plynu a výrazně nižší amplitudy akustické složky veličin ve srovnání s časově stálými složkami

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \Delta p'. \quad (2.1)$$

Vzniklá vlnová rovnice je parciální diferenciální rovnice druhého řádu a hyperbolického typu. Z analýzy této rovnice je zřejmé, že koeficient v ní obsažený je kvadrát rychlosti šíření tlakových vln, které rovnice popisuje. V tomto případě je to rychlost zvuku v plynu c_0 . Rychlost zvuku je tedy derivace tlaku podle hustoty při zachování entropie (tedy bez sdílení tepla)

$$c_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa r T}. \quad (2.2)$$

Z výrazu pro rychlost zvuku je vidět, že závisí na teplotě T . Ukazuje se, že pro technické výpočty je změna teploty zanedbatelná, a proto se předpokládá konstantní rychlost zvuku. Při dosazení rychlosti zvuku a rozepsání do složek x, y, z má vlnová rovnice tvar

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2}. \quad (2.3)$$

Odvozená vlnová rovnice je ve tvaru s akustickými tlaky. Je možné ji odvodit nebo převést do tvaru s akustickými rychlostmi či hustotami. Pro aplikaci okrajových podmínek je potřeba znát nejen akustický tlak, ale i akustickou rychlost \mathbf{v}' . Vztah mezi nimi je dán Eulerovou rovnicí, která pro uplatnění zjednodušujících předpokladů přejde do tvaru

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} = -\nabla p'. \quad (2.4)$$

3. Energetické ztráty při fonaci

Odvozená vlnová rovnice nijak nezahrnuje ztráty, které vznikají při šíření a odrazech zvukových vln. Akustická impedance je veličina popisující akustické pole na okraji akustického prostředí nebo na rozhraní dvou akustických prostředí s jinými vlastnostmi. Při těchto dějích vznikají významné ztráty.

Akustická impedance je definovaná ve frekvenční oblasti ω [s^{-1}]. Podíl frekvenčního obrazu akustického tlaku \hat{p}' ku frekvenčnímu obrazu normálové akustické rychlosti na okraji řešené oblasti \hat{v}'_n je specifická akustická impedance

$$Z_s(\omega) = \frac{\hat{p}'(\omega)}{\hat{v}'_n(\omega)}. \quad (3.1)$$

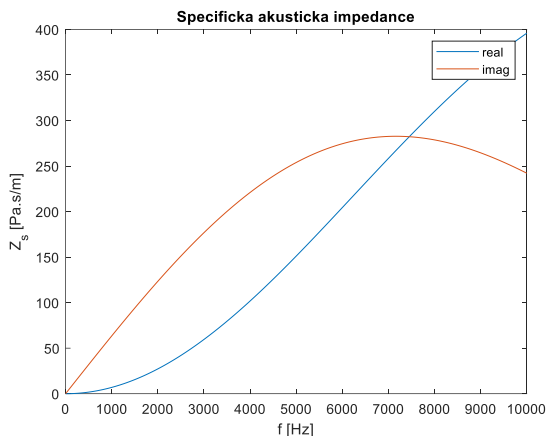
Z definice je jasné, že specifická akustická impedance je obecně komplexní funkce úhlové frekvence. Rezistance (reálná část specifické akustické impedance) obsahuje informaci o tlumení.

Nejvýznamnější energetické ztráty vokálního traktu vznikají emisí zvukových vln mimo vokální trakt ústy. Tyto ztráty lze zahrnout modelem okolního prostředí. Jednodušší varianta je použití akustické impedance, která je odvozena ze samostatného modelu okolního prostředí. Dá se předpokládat, že tvar okolního prostředí nemá zásadní vliv na ztráty vyzářováním, pokud je vnější prostředí výrazně větší než otvor spojující vokální trakt s prostředím. Okolní prostředí lze modelovat jako neomezený prostor ohraničený jednou rovinou. V této rovině je umístěn kmitající tuhý píst. Tento píst má tvar výstupu vokálního traktu a jeho rychlost odpovídá akustické rychlosti. Pro tuto úlohu s kruhovým pístem o poloměru R existuje analytické řešení (3.2). Toto řešení je uvedeno v publikacích [4] a [8]

$$Z_s(\omega) = c_0 \rho_0 \left(1 - \frac{J_1(2\omega R/c_0)}{\omega R/c_0} + i \frac{H_1(2\omega R/c_0)}{1 + \omega R/c_0} \right). \quad (3.2)$$

Rezistance specifické akustické impedance pro popsanou úlohu obsahuje Besselovu funkci J_1 a reaktance (reálná část akustické impedance) obsahuje Struvovu funkci H_1 .

Takto spočítaná akustická impedance je vhodnou aproximací vnějšího prostředí. Akustická impedance je frekvenčně závislá (obrázek 3.1), a to komplikuje výpočty, jelikož představuje zdroj nelinearit.



Obrázek 3.1 Frekvenční závislost specifické akustické impedance na kruhovém pístu o poloměru 0.01 m, při hustotě vzduchu 1.2 kg/m³ a rychlosti zvuku 340 m/s

4. Řešení 1D vlnové rovnice

Při 1D šíření akustické vlny v kanálu konstantního průřezu se vlnová rovnice změní na jednodušší tvar (4.1). Jako směr šíření se uvažuje směr osy x . Byla použita vlnová rovnice rozšířená o ztrátový člen, ve kterém parametr r [$kg \cdot s \cdot m^{-3}$] popisuje velikost ztrát při kompresi a expanzi

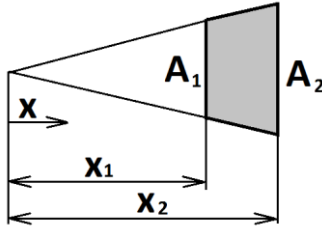
$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2}. \quad (4.1)$$

Složitější je případ, pokud kanál není konstantního průřezu. V takovém případě postupující akustická vlna průchodem kanálem expanduje nebo je stlačována. Tyto jevy mají vliv na tlakové pole. Vlnovou rovnici pro 1D šíření tlakových vln lze zobecnit na tvar, kde průřez kanálu, ve kterém se vlny šíří, není konstantní. Odvození lze nalézt v [4] nebo [5]. Vzniklá rovnice (4.2) se nazývá Websterova. Formálně se liší pouze v nově vzniklém členu na pravé straně obsahující průřez kanálu $A(x)$

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + c_0^2 \frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \frac{\partial p'}{\partial x}. \quad (4.2)$$

V případě kuželové geometrie je nutné definovat průřez jako funkci polohy. Počátek lokálního souřadného systému je volen, jak naznačuje obrázek 4.1. To zjednoduší tvar vlnové rovnice

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + c_0^2 \frac{2}{x} \frac{\partial p'}{\partial x}. \quad (4.3)$$



Obrázek 4.1 Definice lokálního souřadného systému v kuželu

Řešení lze nalézt metodou odhadu. Odhad řešení se skládá z funkce prostoru $X(x)$, která reprezentuje rozložení akustického tlaku v řešeném prostoru, a funkce času $e^{i\omega t}$ předpokládající harmonické kmito o úhlové frekvenci ω

$$p' = X(x)e^{i\omega t}. \quad (4.4)$$

Odhad řešení (4.4) je dosazen do vlnových rovnic. Řešení úlohy s konstantním průřezem je

$$p'(t, x) = (C_1 e^{-i\vartheta x} + C_2 e^{i\vartheta x}) e^{i\omega t}. \quad (4.5)$$

V případě kuželu úloha vede na Besselovu diferenciální rovnici s řešením

$$p'(t, x) = \frac{1}{x} (C_1 e^{-i\vartheta x} + C_2 e^{i\vartheta x}) e^{i\omega t}. \quad (4.6)$$

V obou případech se použila substituce

$$\vartheta^2 = \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - i \frac{r\omega}{\rho_0 c_0^2}. \quad (4.7)$$

Nalezená řešení jsou funkcí úhlové frekvence a obsahují dvě frekvenčně závislé integrační konstanty C_1, C_2 , které je nutné určit z okrajových podmínek. Integrační konstanty jsou pro každý segment obecně různé.

Model vznikne spojením jednotlivých segmentů a definicí okrajových podmínek volných konců [12]. Segmenty jsou svázány okrajovými podmínkami ve

spojích. Jednou podmínkou je rovnost akustických tlaků ve spoji. V obecném případě, kdy je spojeno n elementů vznikne $n-1$ rovnic. Druhou podmínkou je rovnice kontinuity

$$\sum_{j=1}^n v_j' A_j = 0, \quad (4.8)$$

kde v_j' jsou akustické rychlosti a A_j jsou průřezy.

Konce elementů, které nejsou připojeny k jiným elementům, musí být zakončeny okrajovou podmínkou. Poté je počet okrajových podmínek shodný s počtem integračních konstant a soustava je řešitelná.

Základní úlohou je modální či frekvenční analýza, která hledá vlastní frekvence a tvary kmitu. Vlastní kmity existují na nebuzeném modelu, který má homogenní soustavu rovnic. Řešení spočívá v nalezení netriviálního řešení homogenní soustavy.

Model může být použitý pro simulace tlakových polí. Je-li buzení realizované okrajovou podmínkou, je soustava těchto rovnic nehomogenní. Úloha se řeší ve frekvenční oblasti pro každou frekvenční složku buzení. Tím se získá frekvenční obraz řešení.

Takto vytvořený model nezohledňuje tvar průřezu a geometrii míst, kde se větví, a předpokládá šíření rovinných akustických vln pouze v jediném směru. Model nedohledá příčné tvary kmitu, které nejsou pro akustiku vokálních traktů tak významné jako podélné tvary, ale dokáže postihnout situaci, kdy dvě boční kavity umístěné proti sobě kmitají v opačné fázi a tento stav lze chápat jako příčný tvar kmitu. Hlavní výhodou tohoto modelu je jeho numerická efektivita a neomezený frekvenční rozsah.

5. Metoda konečných prvků pro úlohy akustiky

Metoda konečných prvků (MKP) je asi nejrozšířenější numerická metoda pro úlohy mechaniky kontinua. Základem MKP je diskretizace řešené domény na konečný počet elementů, které disjunktně vyplní celý řešený objem. Element je charakterizován svými uzly, které definují jeho tvar a ve kterých se hledá řešení. K odvození se používá Galerkinova metoda a výsledný popis jednoho elementu je založen na maticích hmotnosti \mathbf{M}_e , tlumení \mathbf{B}_e a tuhosti \mathbf{K}_e ,

$$\mathbf{M}_e = \frac{1}{c_0^2} \int_{V_e} (\mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e) dV, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{B}_e = \frac{1}{c_0^2 \rho_0} \int_{V_e} (r \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e) dV + \rho_0 \int_{\partial V_{eZ}} \left(\mathbf{N}_e^T \frac{1}{Z_s} \mathbf{N}_e \right) dS, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{K}_e = \int_{V_e} ((\nabla \mathbf{N}_e)^T (\nabla \mathbf{N}_e)) dV, \quad (5.3)$$

kde \mathbf{N}_e je vektor tvarových funkcí elementu, které zajišťují přenos uzlových hodnot do celého objemu elementu. Tyto matice jsou vázány rovnicí

$$\delta \mathbf{P}_e^T \left((-\omega^2 \mathbf{M}_e + i\omega \mathbf{B}_e + \mathbf{K}_e) \mathbf{P}_e - \mathbf{V}_e \right) = 0, \quad (5.4)$$

kde \mathbf{P}_e je vektor uzlových tlaků, $\delta \mathbf{P}_e$ je testovací funkce Galerkinovy metody a vektor \mathbf{V}_e je budící vektor definovaný následovně

$$\mathbf{V}_e = - \int_{\partial V_{eV}} (\mathbf{N}_e^T \mathbf{n}^T \rho_0 i\omega \mathbf{v}') dS. \quad (5.5)$$

Z matic popisujících jednotlivé elementy se sestaví globální matice \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{K} a budící vektor pro celý model. Jelikož je testovací funkce libovolná, musí platit

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{B} + \mathbf{K}) \mathbf{P} - \mathbf{V} = \mathbf{0}. \quad (5.6)$$

Okrajové podmínky rychlostního typu jsou skryty v budícím vektoru \mathbf{V} . Impedanční okrajové podmínky jsou obsaženy v matici tlumení. Tlakové okrajové podmínky v rovnici obsaženy nejsou, dají se zavést přímým dosazením hodnot do vektoru uzlových tlaků \mathbf{P} .

Při modální analýze je rovnice homogenní a hledá se netriviální řešení. Řešení spočívá v problematice vlastních čísel. V případě simulace s buzením okrajovou podmínkou se pro každou budící frekvenci pouze vyřeší soustava lineárních algebraických rovnic, a výsledkem jsou frekvenční spektra uzlových akustických tlaků.

6. Cíle práce

Cílem práce je analyzovat akustické vlastnosti vokálního traktu nad hlasivkami. K těmto analýzám se dnes využívá téměř výhradně MKP. Pro diskretizaci kontinua metodou konečných prvků je potřeba velký počet elementů a vzniklý model má velké výpočetní nároky. Hlavním cílem práce je snížit výpočtovou

náročnost MKP modelu vokálního traktu. To je docíleno použitím elementu, který je vytvořen s ohledem na charakter geometrie vokálního traktu. Hlavním cílem je tedy formulace elementu pro metodu konečných prvků, který umožní sestavovat MKP modely s nižším počtem stupňů volnosti. Tyto modely musí být vhodné pro akustické analýzy vokálních traktů ve frekvenční oblasti významné pro lidský hlas.

Paralelně s vývojem nového elementu budou vytvořeny modely akustiky vycházející z analytického řešení 1D vlnové rovnice. Takový model netrpí chybou diskretizace a je výpočtově efektivní. Výsledky tohoto a MKP modelu budou použity pro srovnání.

Dalším cílem je použití obou metod sestavení akustických modelů na reálné geometrii vokálního traktu, a tím potvrzení použitelnosti nového elementu. Dále využití numerické efektivity modelů pro řešení inverzní úlohy hledání geometrické konfigurace vokálního traktu pro vznik optimálních akustických vlastností lidské fonace. Specifickou hlasovou schopností je pěvecký formant. Jedním z cílů je potvrdit obecně uznávané podmínky potřebné pro jeho existenci.

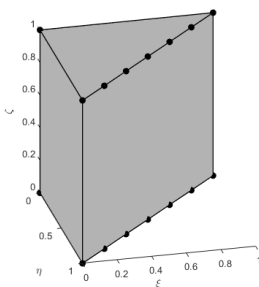
Cíle práce lze shrnout bodově:

1. Formulovat nový element pro metodu konečných prvků. Tento element musí být vhodný pro akustické analýzy vokálních traktů a musí dokázat snížit velikost úlohy v porovnání s běžně používanými elementy.
2. Ověřit schopnost diskretizovat složitou geometrii vokálního traktu odvozenými elementy. Použitím geometrií vokálního traktu bez paralelních kavit i s nimi.
3. Využít úspory výpočtových nároků pro výpočet potřebné geometrie vokálního traktu k dosažení požadovaných akustických vlastností.
4. Potvrdit obecně uznávané podmínky vzniku pěveckého formantu.

7. Návrh izoparametrického prvku pro MKP analýzy vokálních traktů

MKP výpočty akustiky vokálních traktů jsou specifické úlohy. Tato specifika jsou v charakteristické geometrii, kterou lze popsat jako zakřivený kanál, jehož podélný rozměr je dominantní vůči příčným rozměrům. Průřez je odlišný od kruhového a obsahuje mnoho rozvětvení, kde většina větví je krátká a zaslepená. Všechny tyto poznatky vedly k úvaze, zda neexistuje element pro MKP, který by byl

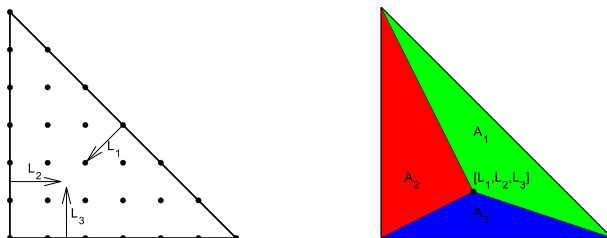
vhodný pro akustiku vokálních traktů. Požadavkem na takový element je schopnost popsat složitý tvar průřezu vokálního traktu při požadavku na nízký počet stupňů volnosti modelu.



Obrázek 7.1 Element použitý pro modelování akustiky vokálních traktů

S ohledem na definované požadavky byl navržen element, který má v referenčním stavu trojúhelníkovou podstavu, která je vysunuta do třetího rozměru (obrázek 7.1) [15], [16]. Podstava má uzly pouze na vrcholech a v jedné stěně. Vysunutí do třetího rozměru je provedeno lineárními bázovými funkcemi.

Topologie elementu je zvolena tak, aby strana, kde se nachází více uzlů, tvořila povrch vokálního traktu a uzly, které jsou mimo ni, ležely ve středu průřezu. Vokální trakt je v podélném směru rozřezán a každá část ohraničená dvěma řezy je diskretizována několika elementy. Tím, že strany na vnějším povrchu obsahují mnoho uzlů, je možné zohlednit složitý tvar průřezu vokálního traktu. V této práci byly použity bázové funkce 6. stupně a 6 elementů v každém průřezu. Celkově je každý průřez popsán 36 uzly na povrchu a jedním centrálním.



Obrázek 7.2 Vlevo: Plný rovinný element 6. řádu. Vpravo: Definice plošných souřadnic

Odvození bázových funkcí vychází ze 2D trojúhelníkového elementu 6. stupně polynomu (obrázek 7.2 vlevo). Odvození takového 2D elementu je popsán v [6]. Používají se zde plošné souřadnice (obrázek 7.2 vpravo) definované jako podíl vymezené plochy vůči ploše elementu [1]

$$L_i = \frac{A_i}{A}. \tag{7.1}$$

Nyní je možné vyjádřit explicitní vztah pro tvarovou funkci uzlu

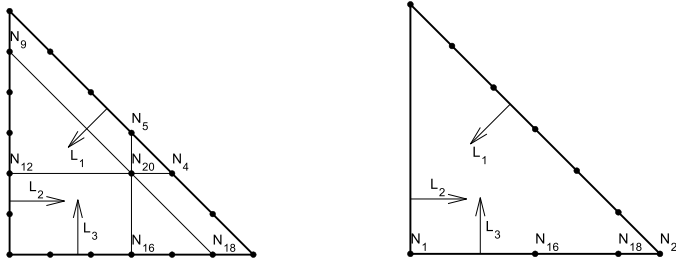
$$N_i(L_1, L_2, L_3) = \eta_{\alpha_i}(L_1)\eta_{\beta_i}(L_2)\eta_{\gamma_i}(L_3), \tag{7.2}$$

kde platí

$$\eta_{\alpha_i}(L_1) = \prod_{i=1}^{\alpha_i} \left(\frac{nL_1 - i + 1}{i} \right) \text{ pro } \alpha_i \geq 1, \tag{7.3}$$

$$\eta_{\alpha_i}(L_1) = 1 \text{ pro } \alpha_i = 0,$$

Funkce η_{β_i} a η_{γ_i} jsou definovány analogicky k funkci η_{α_i} . Parametr n je zvolený stupeň polynomu bázových funkcí a parametry α, β, γ určují, pro který uzel je daná tvarová funkce platná. Tímto postupem vznikne plnohodnotný element. Jelikož je cílem vytvořit element, který nemá všechny uzly, jsou nadbytečné uzly eliminovány.



Obrázek 7.3 Vlevo: Eliminace vnitřního uzlu. Vpravo: Eliminace uzlu na hraně.

Obrázek 7.3 vlevo ukazuje příklad eliminace uzlu 20. Tvarové funkce se rozdělí a přičtou k uzlům 4,5,9,12,16 a 18. Poměr, jak se tvarové funkce rozloží, je daný z následujících vztahů

$$N_4 = N_{4_0} + \frac{1}{3} \frac{\beta_{20}}{\beta_4} N_{20}, \tag{7.4}$$

$$N_5 = N_{5_0} + \frac{1}{3} \frac{\gamma_{20}}{\gamma_5} N_{20}, \tag{7.5}$$

$$N_9 = N_{9_0} + \frac{1}{3} \frac{\gamma_{20}}{\gamma_9} N_{20}, \quad (7.6)$$

$$N_{12} = N_{12_0} + \frac{1}{3} \frac{\alpha_{20}}{\alpha_{12}} N_{20}, \quad (7.7)$$

$$N_{16} = N_{16_0} + \frac{1}{3} \frac{\alpha_{20}}{\alpha_{16}} N_{20}, \quad (7.8)$$

$$N_{18} = N_{18_0} + \frac{1}{3} \frac{\beta_{20}}{\beta_{18}} N_{20}. \quad (7.9)$$

Eliminační vztahy mají pevnou strukturu, analogicky se eliminují všechny vnitřní uzly. Hledaný trojúhelníkový element má uzly pouze ve vrcholech a jedné straně, proto musí proběhnout ještě jedna fáze eliminace. Obrázek 7.3 vpravo znázorňuje schéma pro eliminaci uzlů 16 a 18. Tím navazuje na eliminaci vnitřních uzlů. Potřebné vztahy jsou znovu pouze váhovým rozkladem tvarových funkcí a přičtením k ostatním

$$N_1 = N_{1_0} + \frac{\alpha_{16}}{\alpha_1} N_{16} + \frac{\alpha_{18}}{\alpha_1} N_{18}, \quad (7.10)$$

$$N_2 = N_{2_0} + \frac{\beta_{16}}{\beta_2} N_{16} + \frac{\beta_{18}}{\beta_2} N_{18}. \quad (7.11)$$

Touto metodou se postupně eliminují všechny vnitřní uzly a poté všechny nežádoucí uzly na hranách až do konečného tvaru. Použitá soustava plošných souřadnic je přeurčená, pro další použití v MKP přejde do přirozených souřadnic η, ξ

$$L_1 = 1 - \eta - \xi, \quad (7.12)$$

$$L_2 = \eta, \quad (7.13)$$

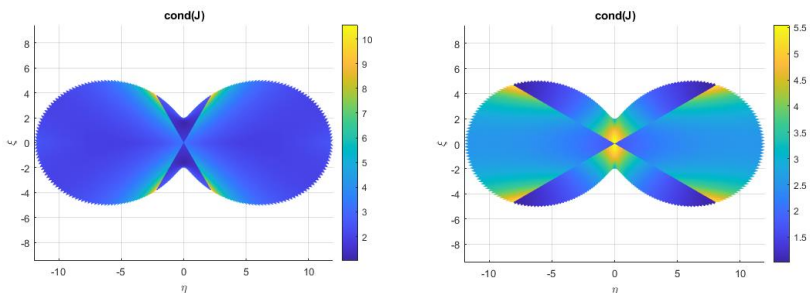
$$L_3 = \xi. \quad (7.14)$$

2D element je vytažen do prostorové dimenze lineární báзовou funkcí. Rovinný element existuje v rovině η, ξ a jeho vytažení je v ose $\zeta \in \langle 0,1 \rangle$. Z tvarové funkce každého uzlu se vytvoří dvě nové tvarové funkce. První pro uzel v $\zeta = 0$

$$N_i(\eta, \xi, \zeta) = (1 - \zeta)N_i(\eta, \xi), \quad (7.15)$$

druhá tvarová funkce pro uzel v $\zeta = 1$

$$N_{i+8}(\eta, \xi, \zeta) = \zeta N_i(\eta, \xi). \quad (7.16)$$

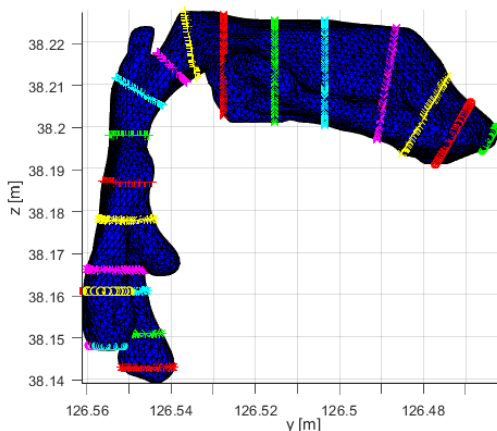


Obrázek 7.4 Podmíněnost elementů v nekonvexní geometrii

Element je použitelný pro MKP, aby jeho použití bylo korektní, musí se kontrolovat jeho podmíněnost ve všech geometrických konfiguracích, ve kterých je použit. Proto byly provedeny numerické testy, které otestovaly jeho podmíněnost na testovacích tvarech průřezu. Testování podmíněnosti proběhlo při použití šesti odvozených trojúhelníkových elementů tvořících jeden řez vokálním traktem. Obrázek 7.4 zobrazuje test na výrazně nekonvexní geometrii. Zde závisí jak jsou elementy rozmístěné v geometrii, proto jsou zobrazeny 2 varianty, nejhorší nalezená podmíněnost byla 10.3. Tím je prokázáno, že element je použitelný pro MKP.

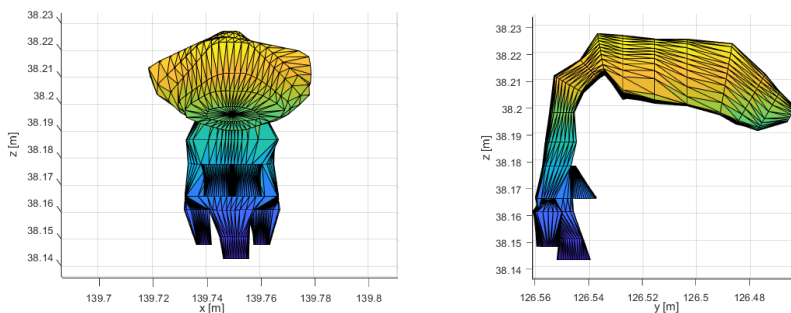
8. Geometrie vokálního traktu

Geometrie vokálního traktu je pro každého jedince unikátní. Schopnost člověka měnit velikost a tvar průřezu vokálního traktu v různých místech nám umožňuje tvořit různé hlásky. Pro účely výzkumu lidského hlasu, v rámci výzkumných projektů vedených na Českém vysokém učení technickém v Praze, proběhlo měření geometrie vokálního traktu [10]. Ke snímkování bylo použito CT LightSpeed VCT GE-64. Měřením bylo získáno 181 řezů o tloušťce 0.625 mm. Rozlišení snímku je 512x512 pixelů. Měření probíhalo v poloze vleže při fonaci hlásky a:. Geometrický model vznikl analýzou sagitálních řezů CT. Povrch geometrického modelu slouží pro vytvoření MKP modelu vokálního traktu. Nosní trakt je při normální fonaci odpojen od vokálního traktu, tato práce neuvažuje jeho existenci. Studie [17] analyzovala metodou konečných prvků vliv nosního traktu při nedostatečnosti patrohltanového uzávěru, práce ukázala vznik nových rezonančních a antirezonančních frekvencí.

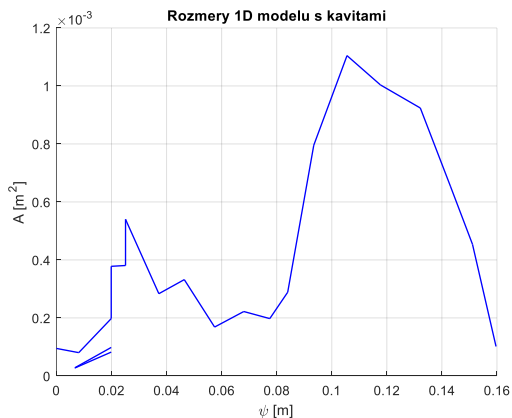


Obrázek 8.1 Geometrický model vokálního traktu s rovinami řezů

Síť pro MKP model vznikla rozřezáním geometrického modelu. Jako kompromis mezi přesností diskretizace a velikostí modelu se zvolil počet 17 řezů (obrázek 8.1) a tedy 16 vrstev elementů. Polohy a orientace řezů byly voleny tak, aby co nejlépe nahradily geometrický tvar vokálního traktu. Dále byla použita jedna další rovina řezu pro definici konců piriformních sínů. Prostor mezi řezy je vyplněn šesti odvozenými elementy, uzly na obvodě jsou rozprostřeny s ohledem na tvar geometrie řezu. Připojení piriformních sínů a valekul je řešeno připojením elementů pomocí uzlů na vnějším povrchu modelu. Sestrojená MKP síť je tvořená 132 elementy (obrázek 8.2). Celkový počet uzlů a tím i stupňů volnosti je 949.



Obrázek 8.2 Síť MKP modelu



Obrázek 8.3 Průřez vokálního traktu v závislosti na poloze

V 1D analytickém výpočtu je geometrie složena z válcových a kuželových částí. Je tedy potřeba znát pouze velikost průřezu vokálního traktu ve vybraných řezech a vzdálenosti těchto řezů. Obrázek 8.3 zobrazuje průřez 1D modelu jako funkci polohy měřené od hlasivek. V první polovině jsou vidět 2 nespojitosti. První je důsledkem připojení piriformních sinů. Samotné piriformní siny jsou na obrázku znázorněny samostatnými grafy. Druhá nespojitost popisuje valemuly.

9. Průtok vzduchu vokálním traktem

Nezbytným předpokladem pro simulace tlakových polí vokálních traktů je znalost jejich buzení. Buzení zajišťují hlasivky, které generují zdrojový hlas šířící se vokálním traktem. Zdrojový hlas je možné popsat jako tlakové nebo rychlostní pulzy.

V rámci výzkumu lidského hlasu vzniklo mnoho prací řešících tlakový [3], [13], [14] nebo rychlostní výstup z hlasivek. Velmi rozšířený je Liljencrantsův-Fantův model (takzvaný LF-model) [2] pulzů průtoku

$$\dot{Q}_v(t) = E_0 e^{at} \sin\left(\pi \frac{t}{t_p}\right) \text{ pro } t \in \langle 0, t_e \rangle, \quad (9.1)$$

$$\dot{Q}_v(t) = -\frac{E_e}{\varepsilon t_a} (e^{-\varepsilon(t-t_e)} - e^{-\varepsilon(t_c-t_e)}) \text{ pro } t \in \langle t_e, t_c \rangle. \quad (9.2)$$

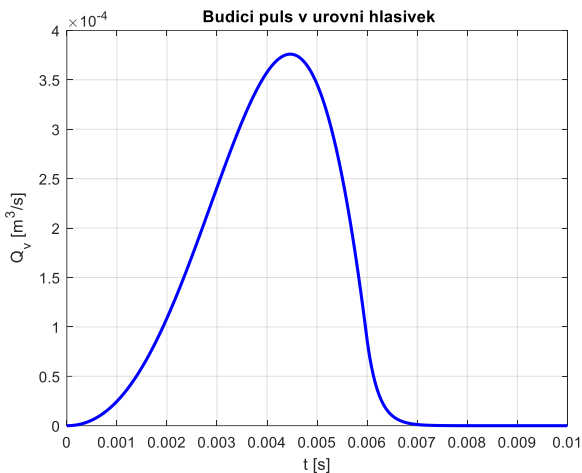
Výrazy obsahují mimo čas t dalších osm parametrů. Těchto osm parametrů slouží k ladění přesného tvaru pulzu. Nejsou však nezávislé. Výrazy definující pulz musí splňovat dodatečné podmínky, které nejsou obecně splněny

$$E_0 e^{at} \sin\left(\pi \frac{t_e}{t_p}\right) = -\frac{E_e}{\varepsilon t_a} (1 - e^{-\varepsilon(t_c - t_e)}), \quad (9.3)$$

$$\varepsilon t_a = 1 - e^{-\varepsilon(t_c - t_e)}, \quad (9.4)$$

$$\int_0^{t_c} \dot{Q}_v dt = Q_v(t_c) - Q_v(0) = 0. \quad (9.5)$$

Tyto tři podmínky tvoří soustavu rovnic. Model pulzu tedy obsahuje mimo základní frekvenci čtyři další nezávislé parametry ovlivňující jeho tvar. Proto se tento model nazývá také 4 parametrový. Obrázek 9.1 zobrazuje příklad objemového pulzu procházejícího hlasivkami. Zobrazený pulz má základní frekvenci 100 Hz, $t_e = 0.006$ s, $t_a = 0.00023$ s, $t_p = 0.0045$ s a $E_e = 0.4$ m³s⁻².

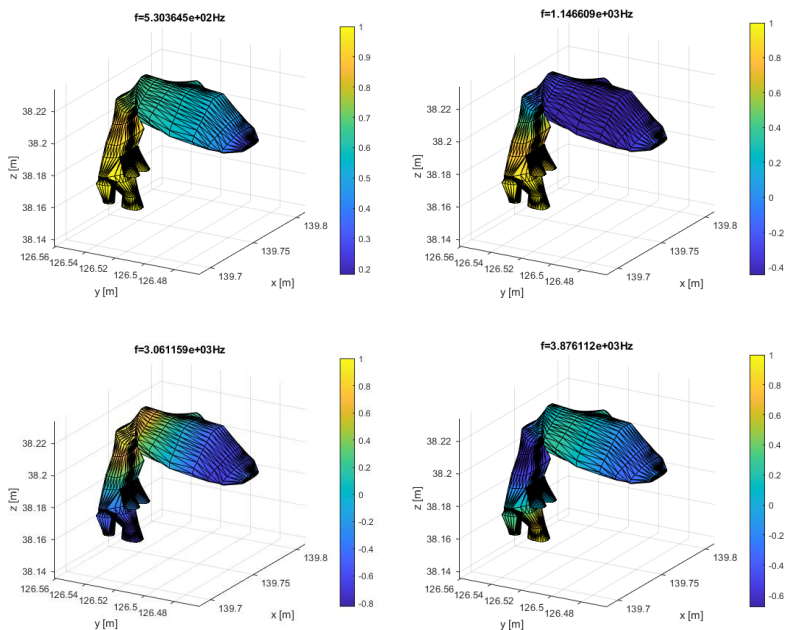


Obrázek 9.1 Tvar objemového pulzu pro buzení modelu

10. Analýzy vokálního traktu

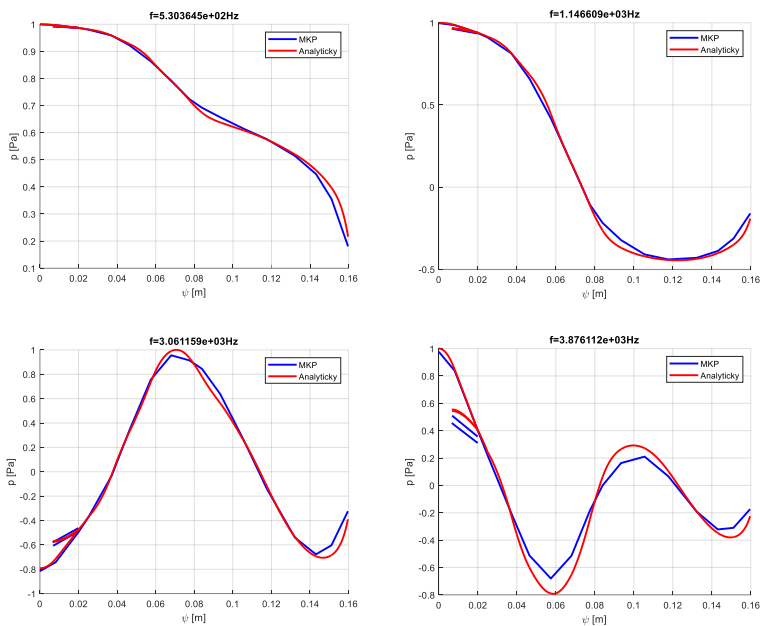
Fonovaná hláska je charakterizována svými formanty, které odpovídají rezonančním frekvencím vokálního traktu. Obrázek 10.1 zobrazuje první 4 vlastní tvary kmitu MKP modelu, je vidět, že jsou všechny podélného charakteru. Obrázek

10.2 zobrazuje ty samé tvary kmitu jako funkci akustického tlaku na střednici a porovnává je s řešením analytického modelu. Zde je vidět dobrá shoda obou modelů. Porovnání vypočtených frekvencí obou modelů zobrazuje tabulka 10.1. V tabulce chybí 5. hodnota u analytického modelu, to je dáno jeho neschopností nalézt jiné tvary kmitu než podélné. Z tabulky je vidět, že do 5 kHz se oba modely rozcházejí maximálně o 3.5%.



Obrázek 10.1 Vlastní frekvence a tvary kmitu MKP modelu

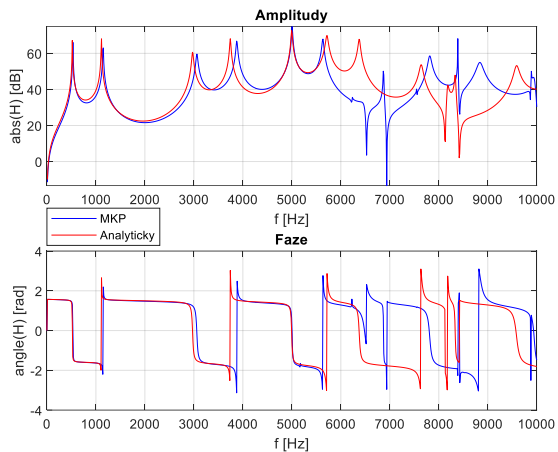
Poslední porovnání analytického a MKP modelu provádí obrázek 10.3, kde jsou zobrazeny přenosové charakteristiky mezi hlasivkami a ústy. Zde je názorně vidět výborná shoda obou modelů do frekvence 5.5 kHz. Dobrá shoda je dodržena i přes existenci vlastních frekvencí MKP modelu, které analytický model nenalezne. To je dáno jejich charakterem, který zajišťuje jejich špatnou vybuditelnost hlasivkami a zároveň jejich malou vyzařovací schopnost ústy. Při frekvencích nad 5.5 kHz se modely výrazně rozcházejí, ale tato frekvenční pásma jsou pro lidský hlas mnohem méně významná.



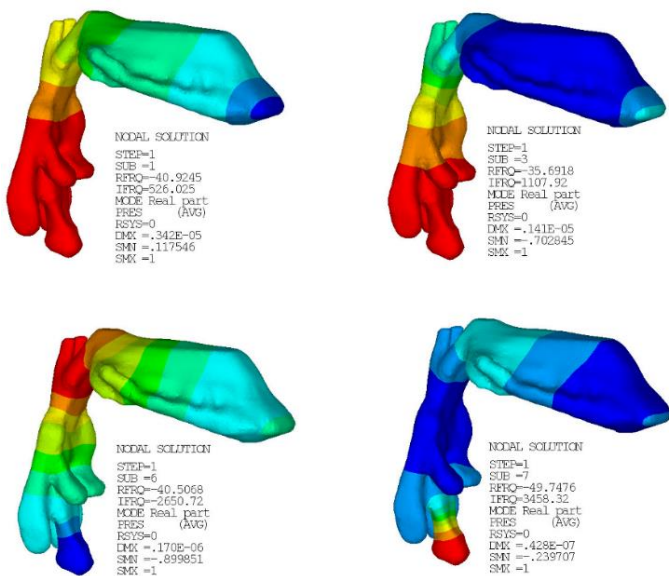
Obrázek 10.2 Porovnání vlastních tvarů kmitu analytického a MKP modelu

Tabulka 10.1 Srovnání vlastních frekvencí analytického a MKP modelu

Číslo tvaru	Analytický [Hz]	MKP [Hz]	Relativní rozdíl [%]
1	519.2	530.4	2.2
2	1112.8	1146.6	3.0
3	2974.1	3061.2	2.9
4	3743.7	3876.1	3.5
5	-	4261.9	-
6	4997.3	5006.3	0.2



Obrázek 10.3 Porovnání přenosových charakteristik

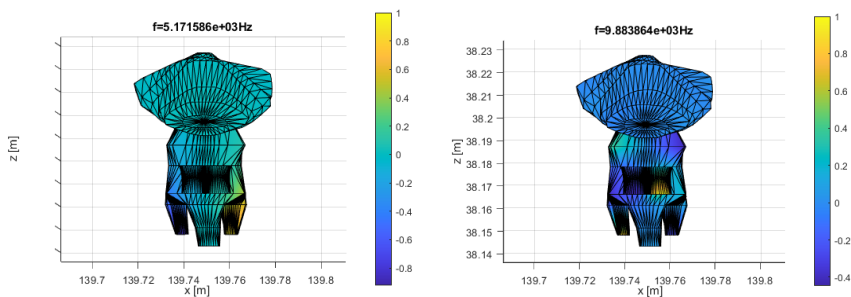


Obrázek 10.4 Řešení komerčním MKP řešičem s běžnými elementy

Tabulka 10.2 Srovnání vlastních frekvencí MKP modelů novými a běžnými prvky

Číslo tvaru	Model s novým elementem [Hz]	Ansys model [Hz]	Relativní rozdíl [%]
1	530.4	526.0	0.8
2	1146.6	1107.9	3.4
3	3061.2	2650.7	13.4
4	3876.1	3458.3	10.8

Porovnání obou modelů ukazuje dobrou shodu výsledků. MKP model z běžných elementů dokáže poskytnout jemnější a kvalitnější síť a tím i věrohodnější výsledky než zde používaný MKP model. MKP model s odvozeným elementem byl porovnán s MKP modelem v programu Ansys 2022 R2. Tento model byl sestaven z 198 456 elementů FLUID220 a celkový počet stupňů volnosti modelu je 68 950, to je 70x více než síť z nových elementů (redukce o více než 98.5%). Obrázek 10.4 zobrazuje vlastní tvary kmitu, všechny zobrazené tvary se svým charakterem přesně shodují s dosavadními výsledky, polohy uzlů a kmiten tvarů kmitů jsou shodné. Tabulka 10.2 porovnává vlastní frekvence obou MKP modelů. První 2 frekvence se shodují velice přesně, u dalších vznikají odchylky okolo 10%. To je pravděpodobně dáno ztrátou některých geometrických detailů při tvorbě sítě pro nové elementy. Model v programu Ansys obsahuje části kanálů připojujících nosní trakt a detaily v oblasti zubů, které MKP model s odvozenými prvky neobsahuje.



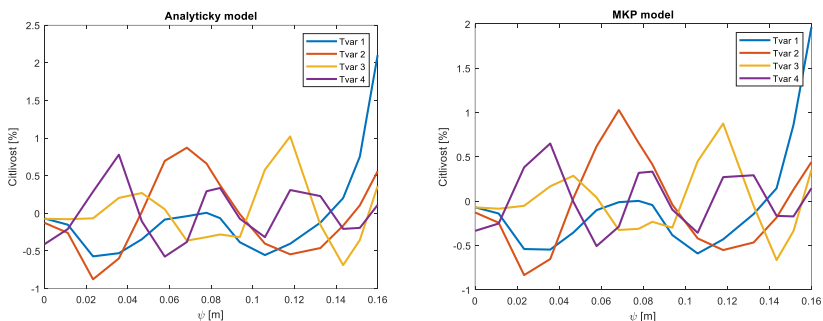
Obrázek 10.5 Řešení komerčním MKP řešičem s běžnými elementy

Poslední obrázek 10.5 ukazuje schopnost MKP modelu nalézt i složité příčné tvary kmitu ve kterých se uplatňuje vliv paralelních kavít. Vlevo je příčný tvar kmitu mezi piriformními siny a vpravo kmitá piriformní sinus s valemkulou křížově.

11. Citlivost na geometrické modifikace

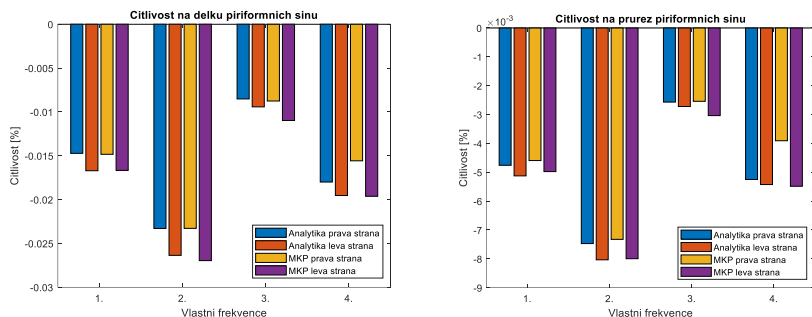
Geometrie vokálního traktu bude laděna, aby se získaly požadované akustické vlastnosti. Základní změna vokálního traktu je modifikace jeho délky. Oba použité modely vykazují 8–11% změnu vlastních frekvencí při 10% změně délky očekávaným způsobem.

Dále se testoval vliv velikosti průřezů. Průřezy byly měněny tak, aby rovina, ve které se nacházejí uzly, byla zachována, a zároveň aby se zachovala poloha středního uzlu. Obrázek 11.1 zobrazuje citlivost na změnu průřezů. Změna průřezu je vždy 10% v daném řezu a ostatní řezy nejsou změněny. Citlivost se pohybuje mezi -1% a 2%, je tedy asi 10x menší než změna geometrie. První tvar kmitu je nejcitlivější na průřez úst. Ostatní tvary kmitu ovlivní nejvíce změna průřezu, ve kterém má daný tvar uzlu.



Obrázek 11.1 Citlivost modelů na změnu průřezů

Citlivost výsledků na rozměry piriformních sinů zobrazuje obrázek 11.2. Vlevo je citlivost na změnu délky a vpravo na změnu průřezů. Výsledky ukazují dobrou shodu obou modelů. Změna levého piriformního sinu má větší vliv na výsledky než u pravého, to je dáno nesymetrií modelu. Délka kavity je významnější než jeho průřez a nejvíce ovlivňují druhý tvar kmitu, naopak nejméně třetí tvar kmitu.

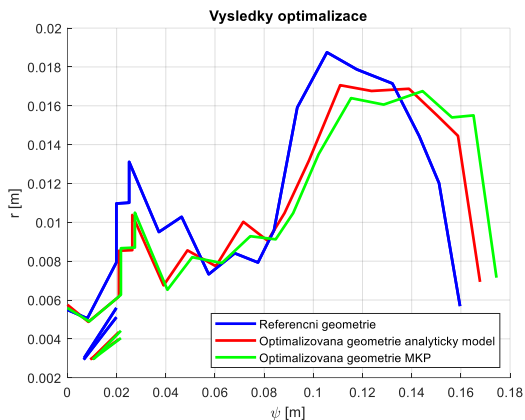


Obrázek 11.2 Citlivost vlastních frekvencí na rozměry piriformních sinů

12. Tvarové optimalizace

Spolu s CT měřením vokálního traktu proběhlo i měření hlasu. Z naměřeného hlasu byly vyhodnoceny formanty, jejich hodnoty jsou [623,1251,2552,3459] Hz. Geometrická data jsou konzistentní s měřením hlasu. Naměřené formanty se s vypočtenými rozcházejí i o stovky hertzů. Citlivost modelu na změny rozměrů je dostatečná, aby se malými geometrickými modifikacemi dal model naladit na měřené formanty. Tato úloha byla formulována jako optimalizační výpočet s použitím genetických algoritmů s 200 jedinci v generaci. Cílová funkce je definována jako vážený součet frekvenčních odchylek měření a výpočtu. Pro zajištění zachování fyziologických rozměrů je cílová funkce doplněna o penalizaci, která roste s geometrickými modifikacemi. Geometrie je modifikována svou délkou a průřezy. Piriformní siny jsou modifikovány svou délkou a průřezem, valemkulám je měněn pouze jejich průřez na úrovni čtvrtého řezu, změna velikosti valemkul je stejná na pravé i levé straně.

Výpočet byl proveden vícekrát, aby se naladily všechny parametry optimalizace pro ideální výsledky. Nejvýznamnější bylo ladění penalizační funkce. Výpočet byl proveden na analytickém i MKP modelu. Optimalizovanou geometrii zobrazuje obrázek 12.1. Zde je patrné, že oba výpočetní modely dospěly k podobným geometrickým úpravám. Délka vokálního traktu byla zvětšena o zhruba 5%, piriformní siny se zkrátily asi o 10% a průřez v hrtanu byl zúžen. Menší zúžení je i v ústní dutině, jediné místo, kde došlo k malému rozšíření, je oblast hltanu.



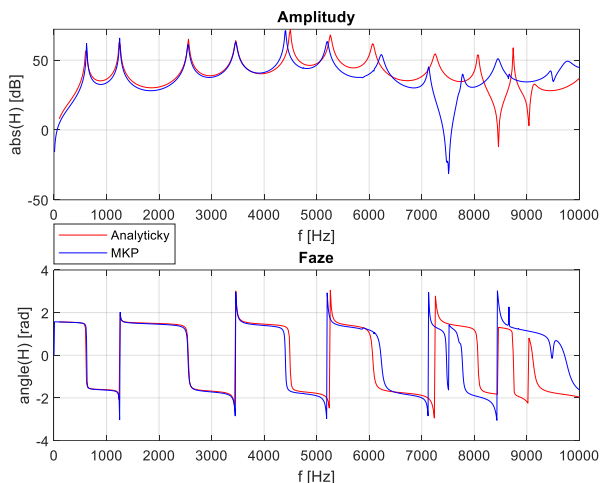
Obrázek 12.1 Porovnání optimalizovaných geometrií obou modelů

Polohy formantů optimalizovaných modelů popisuje tabulka 12.1. Zde jsou porovnány hodnoty formantů obou modelů před optimalizací i po ní a požadované hodnoty. Po optimalizaci jsou odchylky analytického modelu v jednotkách hertz, největší odchylka je 5.8 Hz. Optimalizace MKP modelu našla lepší výsledky než u analytického, zde je největší odchylka 0.5 Hz. Celkově jsou výsledky optimalizace postačující, nepřesnosti formantů jsou dostatečně nízké a charakter fonované hlásky není ovlivněn.

Tabulka 12.1 Srovnání prvních 4 vlastních frekvencí optimalizovaných modelů

Číslo tvaru	Referenční model (CT)		Optimalizované modely		Cílové hodnoty [Hz]
	Analytický [Hz]	MKP [Hz]	Analytický [Hz]	MKP [Hz]	
1	519.2	530.4	610.39	622.8	623
2	1112.8	1146.6	1248.7	1250.9	1251
3	2974.1	3061.2	2557.8	2551.9	2552
4	3743.7	3876.1	3459.7	3459.5	3459

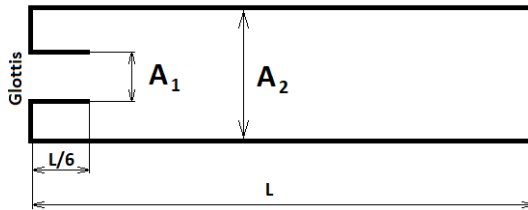
Poslední srovnání optimalizovaných modelů zobrazuje přenosovou charakteristiku. Přenosy zobrazuje obrázek 12.2. První 4 vrcholky se přesně překrývají, to je důsledek optimalizace, která to měla za cíl. Další 4 viditelné vrcholky se frekvenčně odlišují v řádu jednotek procent. Celkově si tedy modely přesně odpovídají do 4 kHz a do 7 kHz si odpovídají dostatečně. V pásmech nad 7 kHz se modely výrazně rozcházejí. To je dáno antirezonancemi na různých frekvencích.



Obrázek 12.2 Srovnání přenosových charakteristik analytického a MKP modelu po optimalizaci

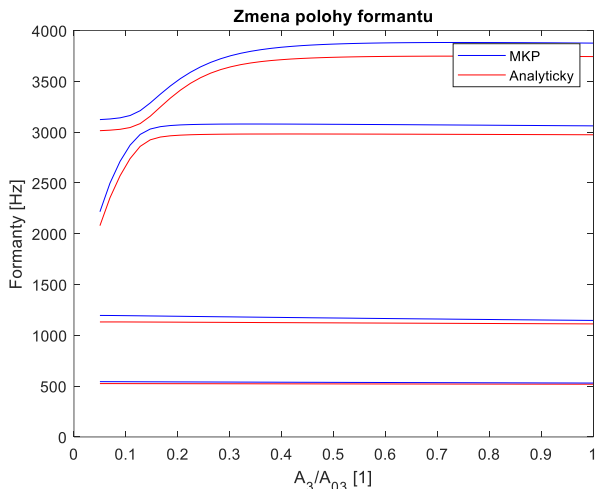
13. Geometrické modifikace pro vznik pěveckého formantu

Geometrické optimalizace v předešlé kapitole ukázaly schopnost nalézt takový tvar vokálního traktu, aby se frekvenční charakteristiky modelu lišily od měřených dat o pouhé jednotky hertzů. Dalším cílem je potvrdit podmínky pro vznik pěveckého formantu. Charakteristická vlastnost pěveckého formantu je velký podíl akustické energie v okolí 3 kHz. V okolí této frekvence je lidský sluch nejcitlivější a zároveň tento formant výrazně vystupuje ze spektra orchestru a díky tomu není hlas zpěváka přehlušen orchestrem. Prakticky je pěvecký formant realizován sblížením 3. a 4. rezonančního vrcholku. Oblast v okolí těchto vrcholků má největší zesílení v celém spektru a zároveň tato úprava nezmění charakter hlásky, protože ten je dán především prvními dvěma formanty.



Obrázek 13.1 Schéma rezonanční trubice generující pěvecký formant (upraveno z [9])

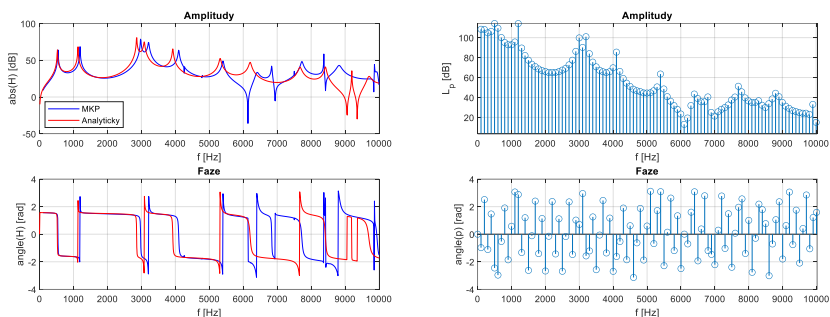
Optimalizační výpočet sblížil 3. a 4. formant na vzdálenost asi 500 Hz při zachování poloh prvních dvou formantů. Vzniklý pěvecký formant poskytuje zhruba 4x větší zesílení než ostatní části frekvenčního spektra. Experimentálně bylo zjištěno, že pěvecký formant vzniká modifikací hrtanové části vokálního traktu [11]. Ukázalo se, že přidáním dodatečné rezonanční trubice na začátek vokálního traktu se může tento jev vytvořit. Obrázek 13.1 ukazuje schéma rezonanční trubice. Jedná se pouze o vnořenou trubici do vokálního traktu, připojenou přímo za hlasivky. Vokální trakt této interpretaci vyhovuje. Zhruba 2 cm nad hlasivkami se vokální trakt rozšíří a připojí se k němu piriformní síně. Skutečný vokální trakt tedy obsahuje rezonanční trubici z obrázku ohraničenou epiglottis. Výsledky z [11] dále ukazují, že pro přiblížení dvou rezonančních vrcholů je potřeba správný poměr ploch A_1 a A_2 . Podle jejich výsledků je ideální poměr A_1/A_2 menší než $1/6$. Ověření výsledků [11] je pouhou citlivostní studií, kde se modifikuje (zmenšuje) průřez vokálního traktu v hrtanu na úkor piriformních sínů, které se zvětšují. Průřez na úrovni hlasivek je neměnný a mění se ostatní hrtanové průřezy. Sledují se polohy prvních čtyř vypočtených formantů v závislosti na těchto změnách.



Obrázek 13.2 Citlivost frekvencí formantů na průřez vokálního traktu v hrtanu

Vliv zužování hrtanových průřezů na polohy prvních 4 formantů zobrazuje obrázek 13.2. Zde je vidět, že první dva formanty tato úprava příliš neovlivňuje. Třetí a čtvrtý formant klesají, pokles jejich frekvencí nastává při jiných hodnotách zúžení. Díky tomu existuje lokální minimum vzdálenosti mezi třetím a čtvrtým formantem. Toto minimum se nachází v okolí 3 kHz, což je frekvence pěveckého formantu. V referenční geometrii je třetí formant vzdálen od čtvrtého o zhruba 800 Hz. Minimální frekvenční rozdíl je při zmenšení průřezu na 13% původního. Při této konfiguraci se frekvenční rozdíl zmenšil na 233 Hz u MKP modelu a 224 Hz u analytického. Zmenšení průřezu odpovídá zmenšení příčných rozměrů na 36% původních hodnot. Zúžení některých částí vokálního traktu na přibližně třetinu je výrazná změna, ale laryngoskopické vyšetření pěvců ukazuje, že je to dosažitelná hodnota [11]. Informace, že poměr průřezů A_1/A_2 by měl být menší než $1/6$, je v tomto případě naplněn.

Pro pěvecký formant je stěžejní informace, kolik obsahuje akustické energie ve srovnání se zbytkem spektra. Toto množství energie je dané přenosovým zesílením a buzením. Obrázek 13.3 porovnává přenosové funkce obou modelů při ideálním nastavení pro pěvecký formant. Maximální zesílení je v okolí 3 kHz. Průměrně se mezi 0–10 kHz zesílení signálu pohybuje okolo 30 dB, naproti tomu v oblasti pěveckého formantu je zesílení přes 60 dB a v místě vrcholů je i 80 dB.



Obrázek 13.3 Přenosové charakteristiky a spektrum hlasu s pěveckým formantem

Dále obrázek 13.3 zobrazuje spektrum hladiny akustického tlaku. Je vidět, že v okolí 3 kHz jsou hned 3 harmonické složky vystupující ze svého okolí. Jedná se o frekvence mezi 3 kHz a 3.2 kHz. Toto seskupení vytváří výrazný a dominantní vrchol – pěvecký formant. I přes velké zesílení pěveckého formantu jsou nejdominantnější frekvence v okolí 500 Hz. To je dané charakterem buzení, jeho pokles s rostoucí frekvencí je větší než zesílení pěveckým formantem. To ale není překážkou pro funkci pěveckého formantu, literatura [7] uvádí intenzitu akustického tlaku pěveckého formantu o 10 dB nižší než intenzitu v okolí 500 Hz.

14. Závěr

Cílem disertační práce bylo sestavit vhodný matematický aparát pro analýzy vlastností lidských vokálních traktů s ohledem na jejich vliv na rozprostření akustické energie ve frekvenčním pásmu lidského hlasu.

Jedním z hlavních cílů práce bylo vytvořit výpočtově efektivní postupy modelování akustiky vokálního traktu. Použité metody řešení v této práci jsou dvě. První je diskretizace geometrie vokálního traktu na válcové a kuželové segmenty, jejich 1D řešení je vyjádřeno analyticky. Druhý použitý model využívá optimalizovanou MKP, kde optimalizace spočívá ve využití nově formulovaného prvku. Tento prvek patří do skupiny izoparametrických prvků a byl speciálně vyvinut pro účely analýz vokálních traktů. Hlavní výhodou tohoto prvku je schopnost diskretizovat složitou geometrii vokálního traktu s minimálním zkreslením. Optimalizovaný MKP model obsahuje uzly pouze na vnějším povrchu vokálního traktu a ve středu jeho průřezu, díky tomu je počet stupňů volnosti velice nízký.

Oba modely umožňují modelovat větvenou strukturu vokálního traktu (piriformní siny a valemuly).

Vytvořené modely byly testovány na vokálním traktu, jehož geometrie odpovídá hlásce a:. Tato geometrie byla získána z CT. Funkce hlasivek byla nahrazena objemovými pulzy. K definici těchto pulzů byl použit Liljencrants-Fantův model. Vyzařování akustické energie z úst je modelováno akustickou impedancí. Analytický model se skládal z 18 segmentů a MKP model ze 132 zmíněných prvků. Hustota sítě optimalizovaného MKP modelu byla volena tak, aby byl model spolehlivě použitelný ve frekvenčním spektru do 6 kHz. Počet stupňů volnosti modelu byl nižší než 1000, to je řádově nižší číslo než u MKP modelů sestavených z běžných elementů. Pro oba výpočetní modely byly vytvořeny vlastní řešiče. Výpočet prvních čtyř formantů obou modelů trvá jednotky sekund. Těchto časů je dosaženo na běžném kancelářském počítači v prostředí Matlab. Při použití některého vhodnějšího nízkourovňového jazyka by výpočetní časy byly mnohonásobně nižší.

Dále byly provedeny citlivostní analýzy. Vyhodnocoval se vliv geometrických modifikací vokálního traktu na frekvenční spektrum hlasu. Modely byly použity pro inverzní výpočty s cílem nalezení geometrie vokálního traktu pro definované polohy formantů. Oba modely ukázaly schopnost naladit polohy prvních čtyř formantů na požadované hodnoty s odchylkou jednotek hertzů.

Poslední část práce se zabývala možností vzniku pěveckého formantu. Zde se ověřila známá hypotéza o souvislosti pěveckého formantu s velikostí průřezu vokálního traktu a piriformních sinů. Tato hypotéza říká, že při zmenšení průřezu vokálního traktu těsně nad hlasivkami na úkor průřezů piriformních sinů se 3. a 4. formant přiblíží k sobě. Tato hypotéza se ověřila citlivostní studií, kde se měnily popsané průřezy. Minimální dosažená vzdálenost formantů je 233 Hz, původní byla asi 800 Hz. Vzniklý pěvecký formant se nachází v okolí 3 kHz, hladina akustického tlaku v okolí 3 kHz je o desítky decibelů vyšší oproti okolní části spektra.

Provedené analýzy potvrdily splnění požadavků kladených na vytvořené výpočetní modely. Výsledky jsou bez problémů použitelné pro analýzy vokálních traktů v nejvýznamnější části frekvenčního rozsahu lidského hlasu. Časová náročnost výpočtů je také výrazně lepší ve srovnání s běžnými MKP modely.

Práce potvrdila, že složité komplexně zpracované modely vokálního traktu lze zpracovat jednodušeji a zejména lze zlepšovat jejich výpočetní náročnost bez

zhoršení kvality výsledků, které by omezovaly použitelnost modelu v analýzách vokálních traktů. Současně bylo potvrzeno, že lze najít kompromis mezi přesností a efektivitou výpočtu za použití speciálně definovaného prvku. Tím lze poukázat na současný trend, kdy je kladen důraz především na kvalitu výsledků a vytváří se velice komplikované modely. Tato práce se tomuto trendu částečně vymyká. Řešit problém snížení náročnosti výpočtu definicí nového prvku pro MKP je jednou z mnoha možností, kterých existuje bezpochyby bezpočet.

15. Literatura

[1] Bathe K. J., Finite Elements Procedures, Prentice Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1996, ISBN 0-13-301458-4

[2] Fant G., Liljencrants J., Lin Q., A four-parameter model of glottal flow, STL-QPSR, vol. 26, issue 4, 1985, pp. 1-13

[3] Horáček J., Šidlof P., Švec J. G., Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with Hertz model of impact forces, Journal of Fluids and Structures, 2005, Vol. 20, pp. 853-869

[4] Pierce S., Acoustic An introduction to Its Physical Principles and Applications, Springer, 1981, ISBN 978-3-030-11214-1

[5] Rienstra S., Webster's Horn Equation Revisited, SIAM Journal of Applied Mathematics 65, pp. 1981-2004, 10.1137/S0036139902413040, 2005

[6] Silvester P., High-order polynomial triangular finite elements for potential problems, International Journal of Engineering Science, Volume 7, Issue 8, 1969, Pages 849-861, ISSN 0020-7225

[7] Story B., The Vocal Tract in Singing, The Oxford Handbook of Singing, Oxford Library of Music Psychology, 2016, <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199660773.013.012>

[8] Škvor Z., Akustika a elektroakustika, 2001, Academia, ISBN 80-200-0461-0

[9] Titze I. R., Principles of Voice Production, National Center for Voice and Speech, Prentice-Hall, 2000, ISBN 0-87414-122-2

[10] Vampola T., Laukkanen A. M., Horáček J., Švec J. G., Vocal tract changes caused by phonation into a tube: a case study using computer tomography and finite-element modeling, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2011, Vol. 129 1, pp. 310-5

[11] Yanagisawa E., Estill J., Kmucha S., Leder S., The contribution of aryepiglottic constriction to “ringing” voice quality—A videolaryngoscopic study with acoustic analysis, *Journal of Voice*, Volume 3, Issue 4, 1989, P. 342-350, ISSN 0892-1997

16. Publikace autora související s tématem disertační práce

[12] Štorkán J., Vampola T., Computationally efficient approach for modeling the acoustic of 1D models with branching of the structure. In: Kubášová K. a Z. Padovec, eds. *29th Workshop of Applied Mechanics Book of Papers. 29th Workshop of Applied Mechanics, Praha, 2021-11-05*. Praha: ČVUT FS. Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, 2021. s. 61-64. ISBN 978-80-01-06909-7

[13] Štorkán J., Vampola T., Horáček J., Computationally Efficient Model of the Human Vocal Fold. In: FUIS, V., ed. *Engineering Mechanics 2017 - Book of full texts. Engineering Mechanics 2017, Svatka, 2017-05-15/2017-05-18*. Brno: Brno University of Technology, 2017. s. 926-929. ISSN 1805-8248. ISBN 978-80-214-5497-2

[14] Štorkán J., Vampola T., Numerical simulation of the movement of the vocal folds using a mathematical model with three degrees of freedom. In: Pelikán, J., ed. *21st Workshop of Applied Mechanics - Proceedings. 21st Workshop of Applied Mechanics, Praha, 2016-12-21*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2016. s. 47-50. ISBN 978-80-01-06085-8

[15] Štorkán J., Vampola T., Special elements for modeling the acoustics of the vocal tract. In: Pelikán, J., ed. *30th Workshop of Applied Mechanics. Praha, 2022-06-17*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2022. s. 50-53. 1. ISBN 978-80-01-07078-9

[16] Štorkán J., Vampola T., Vocal tract acoustic modelling using FEM with specific element. In: *Proceedings of Computational Mechanics 2022. Computational*

Mechanics 2022, Srní, 2022-11-07/2022-11-09. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2022. s. 147-150. ISBN 978-80-261-1116-0

[17] Vampola T., Štorkán J., Horáček J., Radolf V., Numerical Investigation of Acoustic Characteristic of 3D Human Vocal Tract Model with Nasal Cavities. In: Proceedings 24th Engineering Mechanics 2018. 24th International Conference Engineering Mechanics 2018, Svratka, 2018-05-14/2018-05-17. Praha: AV ČR, Ústav teoretické a aplikované mechaniky, 2018. s. 893-896. ISSN 1805-8256. ISBN 978-80-86246-91-8. DOI 10.21495/91-8-893

(18) Štorkán J., Vampola T., Horáček J., Using the Proper Orthogonal Decomposition Analysis for Detecting Pathologic Vocal Fold Vibration. In: Zolotarev I. a V. Radolf, eds. Engineering Mechanics 2016 - Book of full texts. 22nd International Conference on Engineering Mechanics, Svratka, 2016-05-09/2016-05-12. Prague: Institute of Thermomechanics, AS CR, v.v.i., 2016. s. 534-537. ISSN 1805-8248. ISBN 978-80-87012-59-8

(19) Štorkán J., Vampola T., Horáček J., Vibration of the vocal fold with pathological changes. In: Padovec, Z. a J. Vondrová, eds. 20th Workshop of Applied Mechanics - Book of Papers. 20th Workshop of Applied Mechanics, Praha, 2016-06-10. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2016. s. 65-68. ISBN 978-80-01-05975-3

(20) Štorkán J., Vampola T., Numerical simulation of the human vocal fold vibration - reconstruction of videokymography records. In: 33rd conference with international participation Computational Mechanics 2017 - Extended Abstracts. 33rd CONFERENCE WITH INTERNATIONAL PARTICIPATION Computational Mechanics 2017, Špičák, Železná Ruda, 2017-11-06/2017-11-08. Pilsen: University of West Bohemia, 2017. s. 135-136. ISBN 978-80-261-0748-4

