

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV AUTOMOBILŮ, SPALOVACÍCH MOTORŮ A KOLEJOVÝCH VOZIDEL

DISERTAČNÍ PRÁCE

Metody eliminace nežádoucích  
elektromechanických interakcí zcela odpruženého  
pohonu dvojkolí

**Program:** Strojní inženýrství

**Studijní obor:** 2302V004 – Dopravní stroje a zařízení

**Autor:** Ing. Vojtěch Dybala

**Školitel:** doc. Ing. Josef Kolář, CSc.

**2023**

# Anotace

Konstrukce moderních kolejových vozidel se postupným vývojem dostávají na meze fyzikálních možností. Takové extrémy však mohou vést ke vzniku vad, které mají podstatu v různých fyzikálních fenoménech a je nutné je následně zkoumat. V této práci se zabývám analýzou fenoménu torzních vibrací v mechanické části zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí vysoce výkonné lokomotivy. Cílem mé práce je kvalifikace buzení těchto torzních oscilací od harmonických složek elektromagnetického momentu a stanovení možností jejich eliminace v rámci konstrukce mechanické části trakčního pohonu – torzní soustavy. V podmínkách laboratoře je mým cílem měřit a prezentovat existenci vyšších harmonických složek satorových proudů hnacího motoru dvojkolí na kladkovém stavu. Ty jsou podstatou existence uvažovaných budících harmonických složek elektromagnetického momentu.

# Abstract

The design of modern railway vehicles reaches limits of physical abilities. But these extremes can lead to a formation of defects, which have its essence in different physical phenomena and they need to be researched subsequently. In this thesis I have been focused on an analysis of a torsion vibrations phenomenon in a mechanical part of a fully-suspended individual drive of a high-power locomotive wheel-set. The goal of my work is to evaluate an excitation of these torsion oscillations, which has its origin in harmonic components of an electromagnetic torque of an asynchronous traction motor and to determine possibilities of their elimination within the design of the mechanical part of the traction drive – the torsion system. Within conditions of a laboratory my goal is to measure and to present an existence of higher harmonic components of stator currents of a driving motor. This motor drives a wheel-set in the roller rig. The harmonic components of stator currents are the essence of considered harmonic components of the electromagnetic torque.

## Klíčová slova

Kolejové vozidlo, torzní kmitání, PWM, asynchronní motor, elektromagnetický moment, zvlnění, harmonický, resonance, trakční pohon, vlastní frekvence, buzení, zcela odpružený

## Key words

rail vehicle, torsion oscillation, inverter, PWM, asynchronous motor, electromagnetic torque, ripple, harmonic, resonance, traction drive, natural frequency, excitation, fully-suspended

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci na téma “Metody eliminace nežádoucích elektromechanických interakcí zcela odpruženého pohonu” vypracoval samostatně, výhradně s použitím literatury, která je uvedena v seznamu na konci práce.

V Plzni dne

.....

Ing. Vojtěch Dybala

# Poděkování

Nejprve bych rád poděkoval svému školiteli doc. Ing. Josefu Kolářovi, CSc. a doc. Ing. Lud'ku Benešovi, Ph.D. za jejich ochotu, vstřícnost a cenné připomínky při konzultacích a tvorbě této práce.

V neposlední řadě chci také poděkovat své rodině za podporu nejen při doktorském studiu, ale za celoživotní podporu, která mi umožnila věnovat se studiu jako takovému.

# Obsah

Anotace .....	i
Abstract.....	i
Klíčová slova .....	ii
Key words .....	ii
Prohlášení.....	iii
Poděkování.....	iv
Seznam obrázků.....	viii
Seznam tabulek .....	xii
Přehled použitého značení a symbolů.....	xiii
1 Úvod.....	1
1.1 Motivace .....	2
2 Přehled problematiky.....	4
2.1 Trakční pohon lokomotivy jako celek .....	4
2.1.1 Frekvenční měnič.....	6
2.1.2 Trakční motor .....	9
2.1.3 Regulace a regulační struktura trakčního motoru .....	13
2.1.3.1 PWM – pulsně šířková modulace.....	14
2.1.4 Mechanické komponenty torzní soustavy.....	16
2.1.4.1 Převodovka .....	19
2.1.4.2 Dvojkolí.....	20
2.2 Kontakt kolo-kolejnice .....	21
2.3 Torzní kmitání a přístupy k jeho uchopení a řešení – rešerše problematiky ..	27
2.3.1 Způsoby omezení torzního kmitání za provozu.....	28
2.3.2 Způsoby predikování těchto vlivů a zohlednění při návrhu pohonu .....	31
2.3.3 Poznatky k metodám zpracování řešení simulačních modelů .....	37
2.3.3.1 Analytické řešení lineárních diferenciálních rovnic.....	38
2.3.3.2 Tvorba simulačních modelů v prostředí MATLAB Simulink .....	39
2.3.3.2.1 Volba velikosti kroku numerické metody .....	39
2.3.3.2.2 Stabilita numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic ..	40
2.3.3.3 Harmonická analýza – Fourierova transformace.....	41
2.3.3.3.1 Fourierova řada periodické funkce.....	41
2.3.3.3.2 Fourierova transformace .....	42
2.3.3.3.3 Rychlá Fourierova Transformace – FFT algoritmus.....	42

2.3.4	Přehled k problematice a metodám.....	43
3	Cíle disertační práce.....	44
4	Studie torzní dynamiky individuálního plně odpruženého pohonu dvojkolí.....	45
4.1	Analýza základních dynamických charakteristik torzní soustavy .....	45
4.2	Analýza stability vlastních čísel torzní soustavy .....	51
4.2.1	Aplikace implicitní Rosenbrockovi numerické metody druhého řádu .....	53
4.3	Analýza využití přístupů nelineárních a metod hmotného kontinua .....	55
4.3.1	Kmitání s nelineárními prvky .....	55
4.3.2	Hmotné kontinuum – torze hřídelů.....	59
4.4	Stanovení základních dynamických charakteristik torzní soustavy .....	62
4.4.1	Základní frekvenční analýza.....	62
4.5	Analýza vlivu harmonických složek elektromagnetického momentu na vybuzení rezonančních stavů .....	66
4.5.1	Komplexní simulační model trakčního pohonu.....	66
4.5.1.1	Komplexní simulační model trakčního pohonu – elektrická část .....	68
4.5.1.2	Komplexní simulační model trakčního pohonu – mechanická část ..	69
4.5.1.3	Komplexní simulační model trakčního pohonu – kontakt kolo – kolejnice	70
4.5.1.4	Komplexní simulační model trakčního pohonu – jízdní dynamika vlaku	70
4.5.2	Zhodnocení zastoupení harmonických složek .....	70
4.5.3	Simulace vybuzení rezonančního stavu.....	73
4.5.4	Analýza vlivu torzní tuhosti hřídele rotoru na vybuzení rezonančního kmitání	78
4.5.5	Analýza možnosti aplikace torzních tlumičů k eliminaci torzního kmitání a rezonančních stavů buzených elektromagnetickým momentem.....	89
4.5.5.1	Návrh základních parametrů torzního tlumiče pomocí dvou-hmotové soustavy	89
4.5.5.2	Torzní tlumič pastorku v dutině rotoru motoru .....	91
5	Posouzení možností experimentálního měření zkoumaných zákonitostí na kladkových stendech FS ČVUT .....	93
5.1	Motivace k využívání a modifikacím kladkových stavů ČVUT .....	93
5.2	Konstrukční řešení kladkového stavu č. 2 .....	94
5.2.1	Kladky a jejich pohony .....	94
5.2.2	Rám dvounápravového podvozku .....	96
5.2.3	Poháněná dvojkolí.....	96
5.2.4	Tenzometrické vybavení podvozku .....	96

5.3	Realizovaná měření.....	99
5.3.1	Měření vlivu ztráty adheze na dynamické zatěžování závěsky pohonu ...	99
5.3.2	Měření součinitele adheze v kontaktu kol a kladek .....	104
6	Závěrečná zhodnocení .....	110
6.1	Splnění vytčených cílů disertační práce.....	110
6.1.1	První cíl.....	110
6.1.2	Druhý cíl .....	111
6.1.3	Třetí cíl.....	112
6.1.4	Čtvrtý cíl .....	113
6.2	Důsledky pro praxi a vědu .....	114
7	Závěr .....	115
	Použitá literatura .....	117
	Publikace autora.....	121
	Publikace prezentující výsledky disertace .....	123
	Účast na výzkumných projektech .....	124



## Seznam obrázků

<i>Obr. 2.1: Uspořádání trakční výzbroje elektrické lokomotivy. [2]</i> .....	5
<i>Obr. 2.2: Schéma uspořádání nepřímého frekvenčního měniče. ....</i>	6
<i>Obr. 2.3: Dvouúrovňový třífázový střídač – konfigurace a zapojení do zátěže. [3]</i> .....	7
<i>Obr. 2.4: Náhradní schéma jedné fáze asynchronního motoru. [4]</i> .....	7
<i>Obr. 2.5: Schéma zapojení pulsního měniče a průběh výstupních veličin – napětí <math>u_d</math> a proudu <math>i_d</math>. [3]</i> .....	8
<i>Obr. 2.6: Průběhy napětí a proudu jedné fáze zátěže napájené ze střídače. [3]</i> .....	9
<i>Obr. 2.7: Demontáž asynchronního motoru s kotvou na krátko. [5]</i> .....	10
<i>Obr. 2.8: Souřadnicové soustavy pro popis asynchronního stroje. ....</i>	11
<i>Obr. 2.9: Asynchronní motor s kotvou nakrátko – energetická balance. [4]</i> .....	12
<i>Obr. 2.10: Schéma regulace v kartézských souřadnicích. [6]</i> .....	13
<i>Obr. 2.11: PWM princip a generování spínacích pulsů. [7]</i> .....	14
<i>Obr. 2.12: Principiální ukázka vlivu PWM na průběh sdruženého napětí a proudu jedné fáze zátěže – motoru. [3]</i> .....	15
<i>Obr. 2.13: Měření zvlnění fázového proudu hnacího motoru dvojkolí – nahoře fázový proud, dole frekvenční analýza. ....</i>	16
<i>Obr. 2.14: Vizualizace částečně odpruženého pohonu dvojkolí lokomotivy. [11]</i> .....	17
<i>Obr. 2.15: Vizualizace zcela odpruženého pohonu dvojkolí lokomotivy. [11]</i> .....	18
<i>Obr. 2.16: Vizualizace tlapového pohonu lokomotivy. [4]</i> .....	19
<i>Obr. 2.17: Silové účinky v kontaktu kolo-kolejnice. [12]</i> .....	21
<i>Obr. 2.18: Valení dvojkolí ve stavebně převyšěném oblouku. [12]</i> .....	22
<i>Obr. 2.19: Použití Poláchovy teorie. [14]</i> .....	25
<i>Obr. 2.20: Vyjádření Popovicího charakteristik. [15]</i> .....	26
<i>Obr. 2.21: Schéma torzní soustavy pohonu HAB lokomotivy Taurus ES64U4 [11] [16]</i> 27	
<i>Obr. 2.22: Pootočení kola trakčního dvojkolí lokomotivy TRAXX. [17]</i> .....	28
<i>Obr. 2.23: Principiální schéma vektorové regulace. [3]</i> .....	29
<i>Obr. 2.24: Schéma torzního kmitání dvojkolí vůči rotoru hnacího motoru. ....</i>	29
<i>Obr. 2.25: Schéma vzájemného torzního kmitání kol dvojkolí. ....</i>	30
<i>Obr. 2.26: Porovnání výsledků simulace za použití konvenčního PI regulátoru a stavového regulátoru pracujícího ve frekvenční oblasti. [18]</i> .....	30
<i>Obr. 2.27: Schéma bloku vyhodnocení momentotvorné složky proudu. [19]</i> .....	31
<i>Obr. 2.28: Srovnání časových průběhů – standardní regulace momentu a vylepšená regulace momentu využívající vyhodnocení proudu motoru. [6]</i> .....	31
<i>Obr. 2.29: Průběh elektromagnetické tuhosti (černá čára) a součinitele tlumení (šedá čára) ve frekvenční oblasti. [21]</i> .....	33

<i>Obr. 2.30: Schématické znázornění celého fyzikálního systému torzní soustavy. [22]...</i>	34
<i>Obr. 2.31: Průběh torzních moment (fialová) a tečného pootočení kola na ose dvojkolí (žlutá) při simulaci průjezdu přes přídržnici. [23] .....</i>	35
<i>Obr. 2.32: Průběh axiálního posuvu kola na ose dvojkolí (žlutá) při simulaci průjezdu přes přídržnici. [23] .....</i>	35
<i>Obr. 2.33: Princip energetické metody. [24] .....</i>	36
<i>Obr. 2.34: Výpočet závislosti dynamických torzních momentů na skluzové rychlosti. [24] .....</i>	36
<i>Obr. 4.1: Schéma konstrukčního uspořádání zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí – 7 hmotová soustava. [25] .....</i>	45
<i>Obr. 4.2: Schéma torzní soustavy zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí – 7 hmotová soustava. [26] .....</i>	46
<i>Obr. 4.3: Grafický přehled čísel <math>z</math> v komplexní rovině. ....</i>	51
<i>Obr. 4.4: Detailní zobrazení nestabilních vlastních čísel .....</i>	52
<i>Obr. 4.5: Oblasti A-stability explicitních Runge-Kuttových metod. [28] .....</i>	52
<i>Obr. 4.6: Grafické znázornění oblasti stability pro metodu ode23. ....</i>	53
<i>Obr. 4.7: Umístění čísel <math>z</math> vůči oblasti stability. ....</i>	54
<i>Obr. 4.8: Umístění čísel <math>z</math> s <math>Re(z) \geq 0</math> vůči oblasti stability. ....</i>	54
<i>Obr. 4.9: Schéma jedno hmotové soustavy s nelineárním prvkem ve vypružení. ....</i>	55
<i>Obr. 4.10: Grafické znázornění vlivu nelinearity na vlastní frekvence soustavy. ....</i>	57
<i>Obr. 4.11: Grafické vyjádření vlivu nelinearity na rezonanční křivku soustavy. ....</i>	58
<i>Obr. 4.12: Schéma torzního zkroucení hřídele .....</i>	60
<i>Obr. 4.13: První vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 29 Hz. ....</i>	63
<i>Obr. 4.14: Druhý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 62 Hz. ....</i>	63
<i>Obr. 4.15: Třetí vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 435 Hz. ....</i>	63
<i>Obr. 4.16: Čtvrtý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 570 Hz. ....</i>	64
<i>Obr. 4.17: Pátý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 873 Hz. ....</i>	64
<i>Obr. 4.18: Šestý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 2 451 Hz. ....</i>	64
<i>Obr. 4.19: Schéma komplexního modelu. [30] .....</i>	67
<i>Obr. 4.20: Implementovaný model střídače. [31] .....</i>	68
<i>Obr. 4.21: Náhradní schéma pro modelování prvků tuhosti, tlumení a momentu setrvačnosti. [33] .....</i>	69
<i>Obr. 4.22: Blokové schéma modelovaných prvků torzní tuhosti, torzního tlumení a momentu setrvačnosti. [33] .....</i>	69
<i>Obr. 4.23: Průběh signálu úhlové rychlosti rotoru. [25] .....</i>	71
<i>Obr. 4.24: Průběh signálu hnacího momentu rotoru – elektromagnetického momentu. [25] .....</i>	71
<i>Obr. 4.25: Grafické zobrazení výsledků FFT elektromagnetického momentu. [25] .....</i>	72

<i>Obr. 4.26: Campbellův diagram – 7 hmotová soustava. [26]</i> .....	73
<i>Obr. 4.27: Průběh signálu úhlové rychlosti rotoru.</i> .....	75
<i>Obr. 4.28: Průběh signálu hnacího momentu rotoru – elektromagnetického momentu. [26]</i> .....	75
<i>Obr. 4.29: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku.</i> .....	76
<i>Obr. 4.30: Průběh signálu hnacího momentu pastorku. [26]</i> .....	76
<i>Obr. 4.31: Grafické zobrazení výsledků FFT hnacího momentu pastorku. [26]</i> .....	77
<i>Obr. 4.32: Závislost amplitudy harmonické složky na synchronní úhlové rychlosti. [26]</i> .....	78
<i>Obr. 4.33: Graf závislosti vlastních frekvencí na tuhosti hřídele rotoru. [26]</i> .....	80
<i>Obr. 4.34: Průběh úhlové rychlosti pastorku pro <math>k_{R2}</math>.</i> .....	81
<i>Obr. 4.35: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro <math>k_{R2}</math>.</i> .....	81
<i>Obr. 4.36: Grafické zobrazení výsledků FFT hnacího momentu pastorku pro <math>k_{R2}</math>.</i> .....	81
<i>Obr. 4.37: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro <math>k_{R1}</math>.</i> .....	82
<i>Obr. 4.38: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro <math>k_{R1}</math>.</i> .....	82
<i>Obr. 4.39: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro <math>k_{R13}</math>.</i> .....	83
<i>Obr. 4.40: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro <math>k_{R13}</math>.</i> .....	83
<i>Obr. 4.41: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro <math>k_{R23}</math>.</i> .....	83
<i>Obr. 4.42: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro <math>k_{R23}</math>.</i> .....	84
<i>Obr. 4.43: Závislost amplitudy harmonické složky při vybuzení rezonančního stavu 4. vlastní frekvence. [26]</i> .....	84
<i>Obr. 4.44: Závislost amplitudy harmonické složky při vybuzení rezonančního stavu 6. vlastní frekvence. [26]</i> .....	85
<i>Obr. 4.45. Modifikovaný Campbellův diagram – 4. vlastní frekvence.</i> .....	86
<i>Obr. 4.46: Modifikovaný Campbellův diagram – 6. vlastní frekvence.</i> .....	86
<i>Obr. 4.47: Závislost vybuzené amplitudy na budící frekvenci.</i> .....	88
<i>Obr. 4.48: Schéma principu dvou hmotové soustavy. [34]</i> .....	90
<i>Obr. 4.49: Schéma principiálního řešení torzního tlumiče pastorku v dutině rotoru motoru.</i> .....	91
<i>Obr. 4.50: Průběh hnacího momentu pastorku při aplikaci torzního tlumiče.</i> .....	92
<i>Obr. 5.1: Kladkový stav č. 1 FS ČVUT, Praha [40]</i> .....	93
<i>Obr. 5.2: Kladkový stav FS ČVUT – stanoviště č. 1 (vlevo); stanoviště č. 2 (vpravo) [41]</i> .....	95
<i>Obr. 5.3: Kladkový stav č. 2 FS ČVUT [41]</i> .....	95
<i>Obr. 5.4: Podvozek se zatěžujícími závažími [42]</i> .....	96
<i>Obr. 5.5: Siloměrná táhla a nosníky. [40]</i> .....	97
<i>Obr. 5.6: Silové působení a rozmístění tenzometrických prvků v podvozku. [40]</i> .....	97

<i>Obr. 5.7: Dřík měřící závěsky pohonu – detail [42]</i> .....	98
<i>Obr. 5.8: Zapojení tenzometrů pro měření tahu/tlaku [43]</i> .....	98
<i>Obr. 5.9: Zapojení tenzometrů pro měření ohybu [43]</i> .....	99
<i>Obr. 5.10: Kladky pomazané mýdlem [42]</i> .....	99
<i>Obr. 5.11: Průběh měřené síly <math>S_1</math> v závěsce pohonu při ztrátě adheze. [42]</i> .....	100
<i>Obr. 5.12: Průběh měřené síly <math>S_1</math> v závěsce pohonu při ztrátě adheze – detail. [42]</i> ...	101
<i>Obr. 5.13: Změna síly <math>S_1</math> – pro všechna svislá zatížení. [42]</i> .....	102
<i>Obr. 5.14: Amplitudy síly <math>S_1</math> – bez svislého zatížení podvozku. [42]</i> .....	102
<i>Obr. 5.15: Amplitudy síly <math>S_1</math> – se svislým zatížením podvozku 100 kg. [42]</i> .....	103
<i>Obr. 5.16: Amplitudy síly <math>S_1</math> – se svislým zatížením podvozku 200 kg. [42]</i> .....	103
<i>Obr. 5.17: Průběh síly <math>S_1</math> v závěsce pohonu. ....</i>	106
<i>Obr. 5.18: Průběh síly <math>T_{11} \pm S_{1,x}/2</math> ve vedení dvojkolí na pravé straně podvozku. ....</i>	107
<i>Obr. 5.19: Průběh síly <math>T_{12} \pm S_{1,x}/2</math> ve vedení dvojkolí na levé straně podvozku. ....</i>	107
<i>Obr. 5.20: Průběh svislé síly <math>Q_{11}</math> na pravé straně podvozku.....</i>	108
<i>Obr. 5.21: Průběh svislé síly <math>Q_{12}</math> na levé straně podvozku. ....</i>	108
<i>Obr. 5.22: Srovnání změřených hodnot součinitele adheze.....</i>	109

## Seznam tabulek

<i>Tab. 4.1: Popis vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání.</i> .....	62
<i>Tab. 4.2: Vlastní frekvence hřidelů</i> .....	65
<i>Tab. 4.3: Přehled a popis vyniklých frekvencí elektromagnetického momentu. [25]</i> .....	72
<i>Tab. 4.4: Přehled aplikovaných variant torzních tuhostí. [26]</i> .....	79
<i>Tab. 4.5: Závislost vybuzečné amplitudy na budící frekvenci.</i> .....	87
<i>Tab. 4.6: Navržené hodnoty momentů setrvačnosti torzního tlumiče.</i> .....	90
<i>Tab. 5.1: Přehled otáček pro nastavení požadovaného podélného skluzu.</i> .....	104
<i>Tab. 5.2: Přehled otáček pro nastavení požadovaného podélného skluzu.</i> .....	106

## Přehled použitého značení a symbolů

$a$	zrychlení obecně	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$
$a_{el}$	hlavní poloosa kontaktní elipsy	$[\text{mm}]$
$b_{el}$	vedlejší poloosa kontaktní elipsy	$[\text{mm}]$
$b_t$	torzní tlumení obecně	$[\text{Nms}\cdot\text{rad}^{-1}]$
$b_{TD}$	torzní tlumení torzního tlumiče	$[\text{Nms}\cdot\text{rad}^{-1}]$
$C$	kapacita kondenzátoru obecně	$[\text{F}]$
$c_{11}$	Kalkerův součinitel podélné skluzové síly	$[-]$
$e$	tloušťka pryžového tlumícího prstence	$[\text{m}]$
$f$	frekvence obecně	$[\text{Hz}]$
$f_1$	frekvence první harmonické napájecího napětí	$[\text{Hz}]$
$f_{\text{PWM}}$	spínací frekvence pulsně-šířkové modulace	$[\text{Hz}]$
$G'$	reálná složka modulu pružnosti ve smyku	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}]$
$i$	převod ozubených kol obecně	$[-]$
$I_{01}$	počáteční hodnota výstupního proudu pulsního měniče	$[\text{A}]$
$I_{02}$	konečná hodnota výstupního proudu pulsního měniče	$[\text{A}]$
$I_1$	proud tekoucí statorem	$[\text{A}]$
$i_1$	okamžitá hodnota proudu $I_1$	$[\text{A}]$
$I_2$	proud tekoucí rotorem	$[\text{A}]$
$i_d$	okamžitá hodnota výstupního proudu pulsního měniče; okamžitá hodnota transformované složky proudu v soustavě d-q	$[\text{A}]$
$\Delta i_d$	zvlnění výstupního proudu pulsního měniče	$[\text{A}]$
$I_{Fe}$	reálná složka magnetizačního proudu	$[\text{A}]$
$I_h$	imaginární složka magnetizačního proudu	$[\text{A}]$
$i_q$	okamžitá hodnota transformované složky proudu v soustavě d-q	$[\text{A}]$
$i_\alpha$	okamžitá hodnota transformované složky proudu v soustavě $\alpha$ - $\beta$	$[\text{A}]$
$i_\beta$	okamžitá hodnota transformované složky proudu v soustavě $\alpha$ - $\beta$	$[\text{A}]$
$I_\mu$	magnetizační proud	$[\text{A}]$
$J$	moment setrvačnosti obecně	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$
$J_e$	ekvivalentní moment setrvačnosti	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$
$J_{TD}$	moment setrvačnosti hmoty tlumiče	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$
$k_1$	„Součinitel“ podélné skluzové síly	$[\text{N}]$

$k_t$	torzní tuhost obecně	[Nm.rad <sup>-1</sup> ]
$k_{TD}$	torzní tuhost tlumiče	[Nm.rad <sup>-1</sup> ]
$L$	indukčnost obecně	[H]
$L_1$	indukčnost statoru	[H]
$L_2$	indukčnost rotoru	[H]
$L_h$	vzájemná indukčnost	[H]
$L_p$	šířka pryžového tlumícího prstence	[m]
$M$	moment motoru obecně	[Nm]
$M_1$	hnací moment	[Nm]
$M_2$	zátěžný moment	[Nm]
$P_1$	příkon motoru	[W]
$P_S$	výkon statoru motoru	[W]
$P_\delta$	výkon ve vzduchové mezeře motoru	[W]
$P_m$	mechanický výkon na hřídeli motoru	[W]
$P_2$	užitečný mechanický výkon na hřídeli motoru	[W]
$\Delta P_{j1}$	Joulovy ztráty ve statoru	[W]
$\Delta P_{Fe}$	Joulovy ztráty v železe	[W]
$\Delta P_{j2}$	Joulovy ztráty v rotoru	[W]
$\Delta P_m$	mechanické ztráty na rotoru	[W]
$p_p$	počet pól párů	[-]
$Q_{11}$	svislá kolová síla v kontaktu kolo – kladka	[N]
$R$	odpor obecně	[ $\Omega$ ]
$R_1$	statorový odpor	[ $\Omega$ ]
$R_2'$	rotorový odpor přepočtený na stator	[ $\Omega$ ]
$R_{Fe}$	odpor v železe	[ $\Omega$ ]
$R_p$	vnější poloměr pryžového tlumícího prstence	[m]
$r_k$	průměr kol dvojkolí obecně	[m]
$s$	skluz kol dvojkolí obecně	[-]
$S_1$	síla v závěsce pohonu dvojkolí	[N]
$T_1$	tečná skluzová síla v podélném směru	[N]
$T_{11}$	tečná skluzová síla v podélném směru – pravé kolo	[N]
$T_{12}$	tečná skluzová síla v podélném směru – levé kolo	[N]
$T_2$	tečná skluzová síla v příčném směru	[N]

$U$	označení fáze 3-fázového obvodu	[-]
$U_1$	napájecí napětí, napětí statoru	[V]
$u_d$	okamžitá hodnota výstupního napětí pulsního měniče	[V]
$U_i$	indukované napětí	[V]
$U_U, U_V, U_W$	označení fázových napětí	[V]
$U_{UV}, U_{VW}, U_{UW}$	označení sdružených napětí	[V]
$u_\alpha$	okamžitá hodnota transformované složky napětí v soustavě $\alpha$ - $\beta$	[V]
$u_\beta$	okamžitá hodnota transformované složky napětí v soustavě $\alpha$ - $\beta$	[V]
$V$	označení fáze 3-fázového obvodu	[-]
$V_x$	spínací prvek střídače	[-]
$V_{xy}$	dioda střídače	[-]
$v$	rychlost jízdy vozidla obecně	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_0$	počáteční rychlost jízdy vozidla	[m.s <sup>-1</sup> ]
$W$	označení fáze 3-fázového obvodu	[-]
$w$	skluzová rychlost kol dvojkolí	[m.s <sup>-1</sup> ]
$X_{1\sigma}$	rozptylová reaktance statorového vinutí	[ $\Omega$ ]
$X_{2\sigma}'$	rozptylová reaktance rotorového vinutí přepočtená na stator	[ $\Omega$ ]
$X_h$	magnetizační reaktance stroje	[ $\Omega$ ]
$Z$	impedance obecně	[ $\Omega$ ]
$\Delta_1$	pokles síly $S_1$	[N]
$\Delta_{1,A}$	max. amplituda síly $S_1$	[N]
$\Delta_2$	nárůst síly $S_1$	[N]
$\Delta_{2,A}$	max. amplituda síly $S_1$	[N]
$\delta$	útlum vlastních kmitů obecně	[-]
$\varphi_1$	úhlové natočení na vstupu do soustavy	[rad]
$\varphi_2$	úhlové natočení na výstupu do soustavy	[rad]
$\varphi'_1$	úhlová rychlost na vstupu do soustavy	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\varphi'_2$	úhlová rychlost na výstupu do soustavy	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	označení vlastního čísla obecně	[-]
$\mu$	součinitele adheze obecně	[-]
$\xi$	poměr reálné a imaginární části Youngova modulu pružnosti	[-]
$\mu_{TD}$	poměr momentů setrvačnosti	[-]
$\Psi_1$	spřažený magnetický tok statoru	[Wb]



$\Psi_2$	spřažený magnetický tok rotoru	[Wb]
$\Psi_\alpha$	transformovaná složka spřaženého magnetického toku v soustavě $\alpha$ - $\beta$ do osy $\alpha$	[Wb]
$\Psi_\beta$	transformovaná složka spřaženého magnetického toku v soustavě $\alpha$ - $\beta$ do osy $\beta$	[Wb]
$\Psi_d$	transformovaná složka spřaženého magnetického toku v soustavě d-q do osy d	[Wb]
$\tau_d$	časová konstanta zátěže	[s]
$\Omega$	vlastní kruhová frekvence obecně	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\omega_K$	úhlová rychlost vztažné souřadné soustavy	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\omega_k$	úhlová rychlost otáčení kol dvojkolí	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\omega_m$	mechanická úhlová rychlost rotoru	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\omega_{\text{synch}}$	synchronní úhlová rychlost	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\omega'_2$	úhlové zrychlení na výstupu ze soustavy	[rad.s <sup>-2</sup> ]

# 1 Úvod

Kolejová doprava prochází postupným vývojem již více než 200 let a svým významem stále narůstá. V dnešní době především díky možnostem ekologického provozu. Tento fakt je dán hlavně tím, že sektor kolejové dopravy byl postupně rozvíjen jako celek, tedy od infrastruktury až po provozovaná vozidla. Právě infrastruktura, která je v naprosté většině Evropy založena na elektrifikovaných tratích, zakládá ten předpoklad efektivního, ekonomického a ekologického využití energetických zdrojů v dopravě. K výhodnosti celého systému také přispívá vývoj kolejových vozidel, který byl v uplynulých desetiletích velmi výrazný a umožnil postupné navyšování přepravních rychlostí a výkonů vozidel. Z dlouhodobé perspektivy však tento proces vývoje nesmí ustát ze dvou základních důvodů.

Zprvce již zmíněný potenciál ekologičnosti nabývá velkého významu v souvislosti snah o zajištění udržitelné a klimaticky neutrální dopravy v rámci iniciativy Evropské unie Green Deal. Tím druhým důvodem je, že železnice není jediným přepravním systémem. Jeho dva hlavní konkurenti jsou automobilová doprava a letecká doprava, které jsou stále hodně závislé na uhlovodíkových palivech.

K tomu, aby si železnice udržela a posílila svou pozici, byla konkurenčně schopná a výrazněji přispěla ke splnění požadavků Green Dealu je nutné, aby přebrala i některé přepravní výkony, které jsou v současné době realizované nákladní i osobní silniční přepravou. Proto se musí modernizovat a rozvíjet. Toto nejsou samozřejmě nijak nová fakta.

V době nedávné, v roce 2016, je publikoval např. pan profesor Hecht ve své zprávě [1] o přínosu nákladní železniční dopravy k dosažení klimatických cílů. V této zprávě jsou zmíněny i obecné cesty k naplnění těchto cílů stran konstrukce kolejových vozidel. A to od aerodynamické optimalizace, vylehčování vozidel až po zvyšování výkonu a účinnosti. Z hlediska oblasti vývoje kolejových vozidel to jsou pochopitelně známé a kontinuální činnosti, které nás dovedly až k vozidlům s instalovaným výkonem přes 1,6 MW na jedno dvojkolí. Při navyšování na takto vysoké hodnoty výkonů se však dostáváme na či za fyzikální limity vozidel, které jsou dány současnými znalostmi a úrovní techniky. Dosahování limitů, a i například vznik poruch v provozu pak motivují další výzkum a vývoj.

## 1.1 Motivace

V návaznosti na výše uvedenou a široce pojatou problematiku je pro jakoukoli výzkumnou činnost nutné vymezení zkoumané problematiky. V této disertační práci jsou představené výzkumné aktivity zaměřené na problematiku spojenou s konstrukcí a regulací zcela odpružených individuálních trakčních pohonů dvojkolí vysoce výkonných lokomotiv. Z hlediska vývoje trakčních pohonů směrem k navyšování výkonů vozidel a efektivnímu využití takového výkonu lze vysledovat tři základní milníky, které však spolu souvisejí a musejí být uvažovány ve vzájemném kontextu. Byl to jednak přechod od stejnosměrných trakčních motorů (zpravidla sériových) ke střídavým asynchronním motorům, pak také vývoj polovodičů (tranzistorů a tyristorů) a jejich aplikace v napájení asynchronních motorů a vývoj regulačních struktur, které umožňují efektivní řízení a napájení asynchronních motorů (ASM), případně synchronních motorů (PMSM).

V této disertační práci se věnuji vozidlům závislé elektrické trakce, specificky pohonu vysoce výkonných moderních lokomotiv s instalovaným trakčním výkonem přes 6 MW a se zcela odpruženým pohonem dvojkolí vybaveným asynchronním trakčním motorem.

Trakční pohon jako celek je velkou konstrukční skupinou, která představuje soustavu spojující oblast elektrickou a mechanickou, a to od sběrače proudu až po dvojkolí. Jak výše nastíněný vývoj pohonů se střídavými motory, tak ale také možnosti dosahování fyzikálních limitů sebou nesou vedlejší nežádoucí jevy z oblasti dynamického chování trakčních pohonů. A ty je nutno dále zkoumat. Už samotné konstrukční uspořádání trakčního pohonu, které představuje elektromechanickou soustavu, definuje to, že je nutné i na zkoumané jevy nahlížet komplexně a neoddělovat právě elektrickou a mechanickou část. Zkoumání elektromechanických jevů tedy v principu představuje zkoumání nejen toho, jak elektrická část ovlivňuje mechanickou část trakčního pohonu ale i naopak. S tím pak přímo souvisí řada konkrétnějších pohledů na věc. Tedy např. kde vzniká buzení v mechanické části trakčního pohonu, které ovlivňuje chování parametrů elektrické části. Nebo zda a které parametry elektrické části mají vliv na buzení např. torzních vibrací v mechanické části.

S uvedenou problematikou a různými pohledy na její řešení souvisejí i metody jejího řešení. Nejvhodnějším způsobem zkoumání jakýchkoli jevů je možnost jejich

zkoumání na skutečných zařízeních. V mé zkoumané oblasti by se jednalo o výzkumné aktivity prováděné na pohonu skutečné lokomotivy. Takovýto ideální přístup však není s ohledem na cenu a vybavení laboratoří Fakulty strojní ČVUT v Praze prakticky možný.

V oblasti výzkumu na kolejových vozidlech je v dnešní době zásadním vývojovým nástrojem počítačová simulace zkoumaných dějů, a to tedy i v případě této práce. Zde uváděná problematika se opírá o potřeby využívání výpočtových matematických modelů zcela odpruženého trakčního pohonu. Dalším nástrojem k provádění výzkumu, a i testování jak kolejových vozidel, tak specifických konstrukčních skupin, jsou testovací stavy (stendy). Ty jsou používány jak v průmyslu, tak ve výzkumných laboratořích univerzit. Jsou konstruovány jako jednoúčelové i víceúčelové se schopnostmi podrobit zkoumané zařízení působení běžných provozních podmínek, ale i extrémních zatížení. Cílem provozování testovacích stavů je navození „nebezpečných provozních stavů“ měřených zařízení.

## 2 Přehled problematiky

Moderní kolejová vozidla jsou velice sofistikovaná technická zařízení. Jednou z hlavních konstrukčních skupin takového vozidla je trakční pohon. Trakční pohony moderních kolejových vozidel jsou konstruovány jako zařízení sloužící k přeměně elektrické nebo chemické energie na mechanickou energii, která umožňuje translační pohyb vozidla. Při návrhu trakčních pohonů je nutné respektovat řadu fyzikálních zákonitostí vycházejících z jejich koncepčního uspořádání.

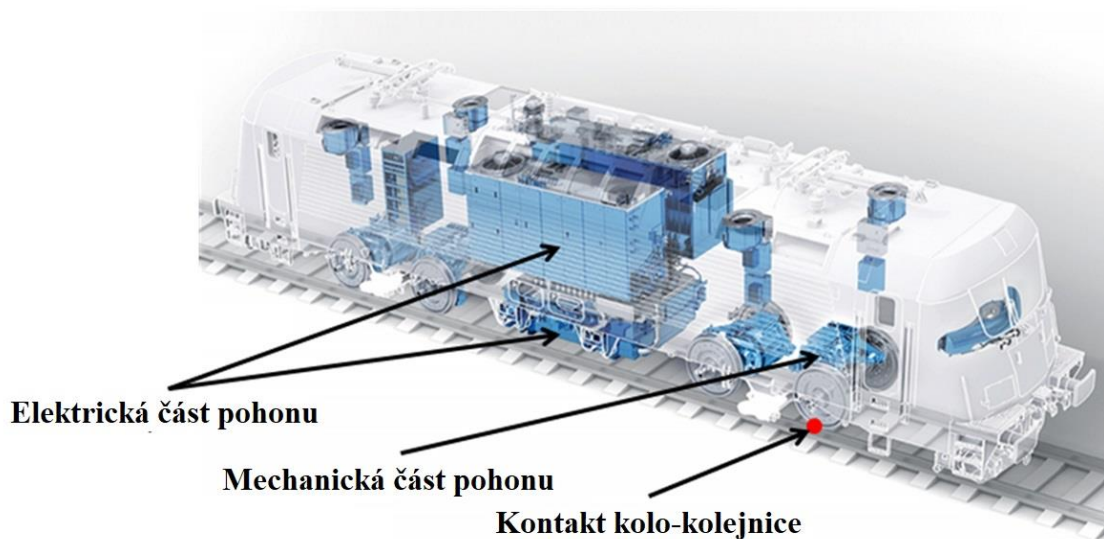
Tento rešeršní přehled problematiky disertační práce je zaměřen na vozidla závislé elektrické trakce, specificky vysoce výkonné moderní lokomotivy (např. Siemens ES64U4 – Taurus, Siemens Vectron nebo Škoda 109E) s instalovaným trakčním výkonem přes 6 MW a zcela odpruženým pohonem dvojkolí vybaveným asynchronním trakčním motorem. Trakční pohony takovýchto lokomotiv jsou složitá elektro-mechanická zařízení, ve kterých lze identifikovat velké množství elektrických, elektronických a mechanických komponent, od sběrače proudu až po dvojkolí. V praxi je návrh trakčních pohonů řízen nejrůznějšími požadavky, od základních fyzikálních zákonitostí a limitů až po konkrétní normativní a legislativní požadavky. Při vývoji trakčních pohonů jako celků i jejich konstrukčních podskupin jsou dnes s výhodou využívány výpočtové analýzy a matematické simulace. Ve fázi zkoušení a validace se pak využívá zkoušek na zkušebních stavech nebo jízdních zkoušek vozidla na zkušebních okruzích (např. ŽZO Cerhenice, který je součástí zkušebního centra VÚŽ Velim) či na konkrétní železniční trati.

### 2.1 Trakční pohon lokomotivy jako celek

Jak již bylo výše uvedeno, tak trakční pohon lokomotivy je ve své podstatě elektromechanická soustava. Tato vazba by pak neměla být opomíjena v rámci matematických simulací jak ve fázi výzkumu, tak samozřejmě ani ve fázi vlastního vývoje.

Jak bude v dalších kapitolách detailněji popsáno, tak v rámci této disertace je zohlednění tohoto fenoménu jedním ze základních kamenů vytčení cílů této disertace jako takových. Na druhou stranu je také nutné vzít v potaz komplexnost a složitost takového pohledu.

Pro účely mé disertační práce také vycházím z tohoto přístupu, tedy ze základního rozdělení trakčního pohonu lokomotivy, viz Obr. 2.1. V rámci tvorby matematických simulačních modelů samozřejmě nelze vynechat fenomén adheze v kontaktu kolo-kolejnice, který umožňuje přenášet hnací síly, a tedy umožňuje pohyb vozidla. Důležitost aplikování tohoto fenoménu v matematických simulačních modelech kolejových vozidel podtrhuje skutečnost, že se s jeho implementací lze setkat ve všech výzkumných pracích, které se zabývají výpočty a simulacemi v oblasti trakčních systémů kolejových vozidel, jak ukázala i rešerše v této disertační práci.



Obr. 2.1: Uspořádání trakční výzbroje elektrické lokomotivy. [2]

Pro moderní trakční pohony je již dlouhou dobu typické použití frekvenčních měničů při řízení trakčních motorů, ať už se jedná o motory asynchronní (ASM) nebo synchronní s permanentními magnety (PMSM). Právě vývoj a následná aplikace výkonových polovodičových součástek v trakti kolejových vozidel umožnily i rozšíření, ve srovnání s pohony využívajícími stejnosměrné trakční motory, výkonnějších a efektivnějších motorů, kterými jsou již zmíněné ASM a PMSM.

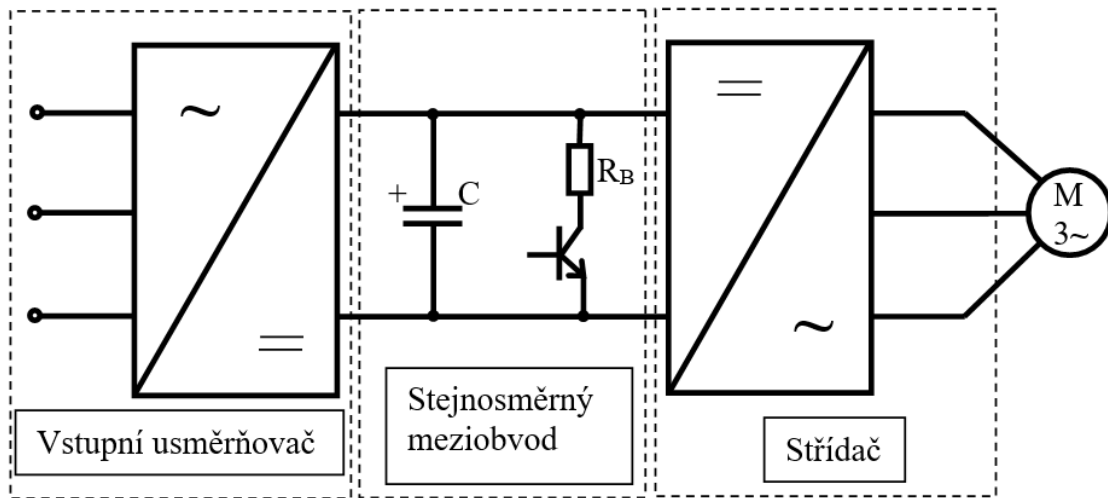
V následujících podkapitolách této rešerše shrnuji základní komponenty trakční výzbroje a výstroje lokomotivy a principy jejich fungování. Popíši stávající stav vývoje a způsobu modelování jejich funkcí, které jsou z hlediska zaměření této disertace podstatné.

### 2.1.1 Frekvenční měnič

Frekvenční měniče jsou dnes nedílnou součástí napájení a řízení trakčních motorů. Frekvenční měniče lze rozdělit do dvou základních skupin:

1. Přímé měniče frekvence
2. Nepřímé měniče frekvence

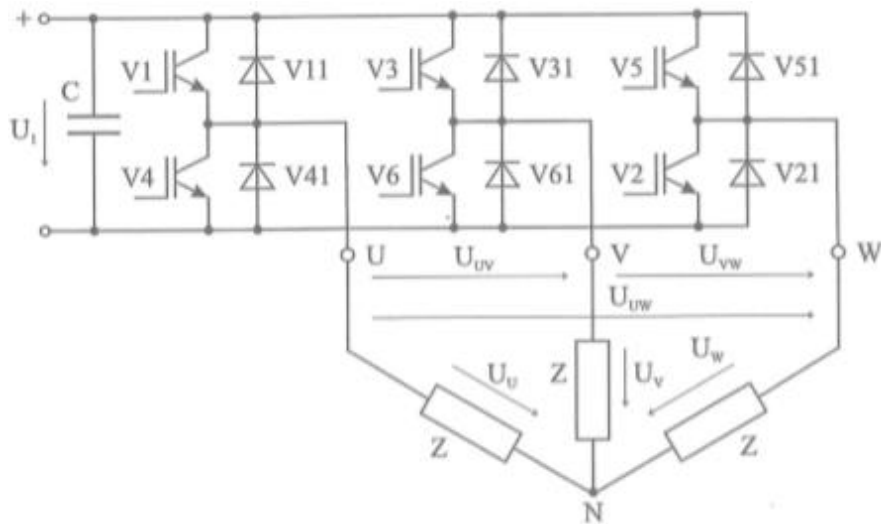
Dále je pojednáno pouze o nepřímých měničích, protože právě tento typ je v trakci kolejových vozidel konvenčně používán.



Obr. 2.2: Schéma uspořádání nepřímého frekvenčního měniče.

U nepřímého měniče frekvence lze identifikovat tři základní části – vstupní usměrňovač, stejnosměrný meziobvod a střídač, jak jsou zobrazeny v Obr. 2.2. Usměrňovač na vstupu měniče je tvořen diodami nebo v případě moderních trakčních měničů aplikací IGBT prvků se zpětnými diodami a slouží k usměrnění střídavého napětí buď jednofázového nebo třífázového. Na vstupní usměrňovač navazuje stejnosměrný meziobvod s kondenzátorem C. Jedná se tedy o meziobvod napěťového typu. Meziobvod trakčních pohonů také obsahuje vložený brzdový odpor  $R_B$  s vlastním spínacím prvkem. Brzdového odporu se využívá v případech elektrodynamického brzdění motorem, kdy nelze vznikající energii vracet do napájecí sítě a je nutné ji mařit v brzdovém odporu přeměnou na teplo.

Střídač, který navazuje na stejnosměrný obvod, viz Obr. 2.2, slouží k přeměně stejnosměrného napětí na jeho vstupu na střídavé napětí na jeho výstupu, které slouží napájení připojeného motoru, viz schéma zapojení Obr. 2.3.

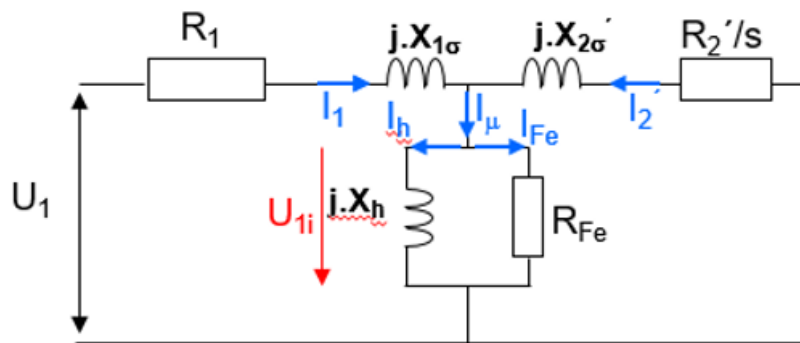


Obr. 2.3: Dvouúrovňový třífázový střídač – konfigurace a zapojení do zátěže. [3]

U moderních měničů frekvence je právě pomocí řízení střídače možné měnit nejenom frekvenci výstupního napětí, ale také efektivní hodnotu výstupního napětí. Toho se docílí např. pulsně šířkovou modulací.

Z oblasti matematického popisu fungování frekvenčního měniče jsou pro účely této disertační práce důležité principy fungování pulsního měniče napájejícího elektrický obvod se zátěží  $R-L-U_i$ , viz Obr. 2.5, kde  $R$ ,  $L$ , a  $U_i$  představují obecné parametry ohmického odporu, indukčnosti a indukovaného napětí.

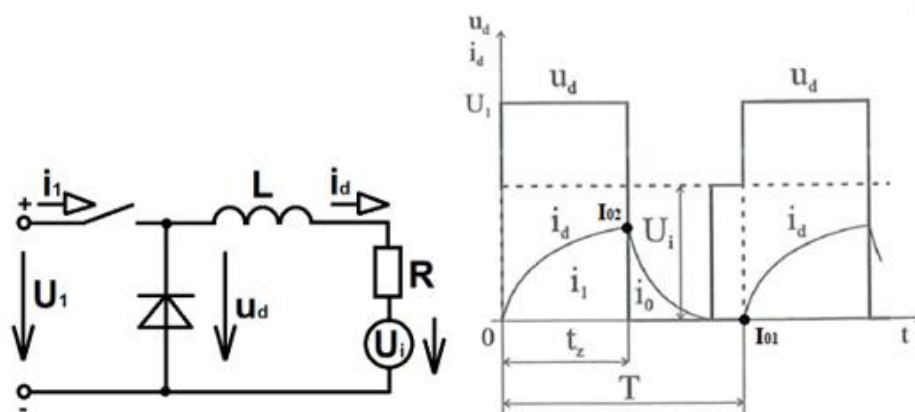
Prakticky si lze tuto zátěž představit jako náhradu jedné fáze asynchronního motoru, viz Obr. 2.4, kde  $R_1$  je odpor statorového vinutí,  $R_2'/s$  je přepočítaný odpor kotvy nakrátko,  $R_{Fe}$  je odpor, respektující ztráty v železe,  $L_{1\sigma} = jX_{1\sigma}/\omega$  je rozptylová indukčnost statoru,  $L_2 = jX_{2\sigma}'/\omega$  je přepočtená rozptylová indukčnost kotvy motoru a  $U_{1i}$  je indukované napětí motoru.



Obr. 2.4: Náhradní schéma jedné fáze asynchronního motoru. [4]



Je-li při sepnutém spínači, který v reálné aplikaci představuje polovodičový prvek, přiveden na zátěž puls napětí  $U_1$ , je napěťová rovnice obvodu popsána vztahem (2.1) a průběh proudu na zátěži pak určuje rovnice (2.2). Ve chvíli rozeznutí spínače je napěťová rovnováha popsána rovnicí (2.3) a průběh proudu na zátěži rovnicí (2.4). Rovnice (2.5) pak vyjadřuje takzvané zvlnění proudu  $\Delta i_d$ .



Obr. 2.5: Schéma zapojení pulsního měniče a průběh výstupních veličin – napětí  $u_d$  a proudu  $i_d$ . [3]

$$R \cdot i_d + L \cdot \frac{di_d}{dt} + U_i = U_1 \quad (2.1)$$

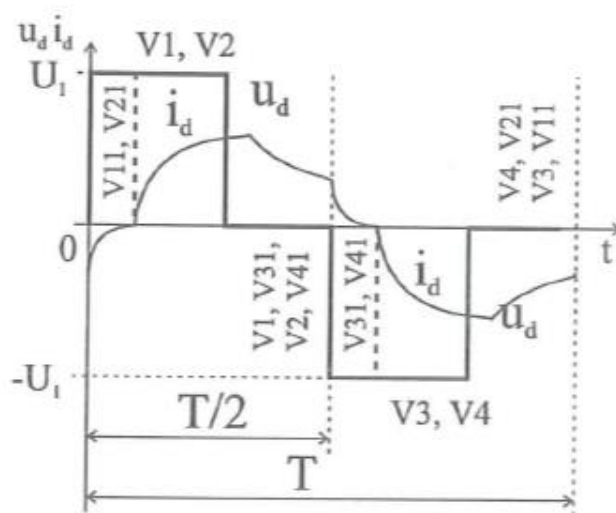
$$i_d = I_{01} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_d}} + \frac{U_1 - U_i}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_d}}\right) \quad (2.2)$$

$$R \cdot i_d + L \cdot \frac{di_d}{dt} + U_i = 0 \quad (2.3)$$

$$i_d = I_{02} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_d}} - \frac{U_i}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_d}}\right) \quad (2.4)$$

$$\Delta i_d = I_{02} - I_{01} \quad (2.5)$$

Skutečný střídač se skládá z vícero spínacích prvků a diod. U moderních střídačů jsou dnes využívány jako spínací prvky polovodičové prvky typu GTO nebo IGBT. Schéma konfigurace takového dvou-úrovňového třífázového střídače je prezentováno na Obr. 2.3. Ekvivalentně k teorii prezentované výše, vztahy (2.1) až (2.5), lze prezentovat průběhy napětí a proudu jedné fáze zátěže napájené takovým střídačem, viz Obr. 2.6.



Obr. 2.6: Průběhy napětí a proudu jedné fáze zátěže napájené ze střídače. [3]

Zvlnění proudu  $\Delta i_d$  je zásadním jevem pro zaměření výzkumu v rámci této disertační práce. Představuje totiž harmonické složky proudu, které jsou nasuperponovány na teoreticky čistě sinusový průběh proudů reálného trakčního asynchronního motoru (ASM). Tyto harmonické složky se pak dále přenášejí do elektromagnetického momentu střídavého motoru, který je funkcí proudů a magnetických toků, jak je popsáno v následující kapitole.

### 2.1.2 Trakční motor

V současnosti je v trakci kolejových vozidel stále ještě nejvíce rozšířený ASM s kotvou na krátko, viz Obr. 2.7. Dlouhá doba používání, vývoje a již v principu konstrukční jednoduchost zakládají výhody tohoto konstrukčního řešení jako je spolehlivost, snadná údržba a nízká cena. Cena je v malosériové železniční výrobě stále ještě výhodou ASM oproti PMSM v aplikacích, kde jsou ASM z hlediska parametrů výkonu a hmotnosti stále ještě vyhovující. Nebylo tomu však vždy. Asynchronní motor mohl efektivně nahradit stejnosměrné stroje až ve chvíli, kdy přišly na scénu výkonové polovodičové spínací prvky a umožnily tak vývoj a výrobu frekvenčních měničů a tím i vyřešit problém regulace ASM.



Obr. 2.7: Demontáž asynchronního motoru s kotvou na krátko. [5]

Matematický popis asynchronního motoru je vyjádřen pomocí napěťových a tokových rovnic.

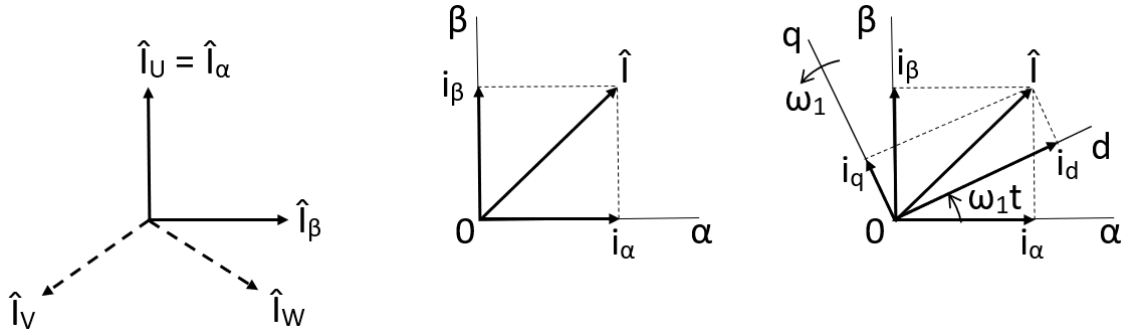
$$\hat{U}_1 = R_1 \hat{I}_1 + \frac{d\hat{\Psi}_1}{dt} + j\omega_K \hat{\Psi}_1 \quad (2.6)$$

$$\hat{U}_2 = R_2' \hat{I}_2' + \frac{d\hat{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_K - p_p \omega_m) \hat{\Psi}_2 \quad (2.7)$$

$$\hat{\Psi}_1 = L_1 \hat{I}_1 + L_h \hat{I}_2 \quad (2.8)$$

$$\hat{\Psi}_2 = L_2 \hat{I}_2 + L_h \hat{I}_1 \quad (2.9)$$

Při tvorbě matematických modelů trakčního motoru se využívá popisu v transformovaných souřadných soustavách, tedy že popis v třífázové souřadné soustavě  $U-V-W$  se vyjádří v ekvivalentní dvoufázové soustavě  $\alpha-\beta$  pomocí Clarkovy transformace a ve dvoufázové soustavě  $d-q$  pomocí Parkovy transformace.



Obr. 2.8: Souřadnicové soustavy pro popis asynchronního stroje.

- Clarkova transformace

$$\hat{I}_\alpha = \hat{I}_U \quad (2.10)$$

$$\hat{I}_\beta = \frac{\hat{I}_V - \hat{I}_W}{\sqrt{3}} \quad (2.11)$$

$$\hat{I} = \hat{i}_\alpha + j\hat{i}_\beta \quad (2.12)$$

- Parkova transformace

$$i_d = i_\alpha \cos \varpi + i_\beta \sin \varpi \quad (2.13)$$

$$i_q = i_\beta \cos \varpi - i_\alpha \sin \varpi \quad (2.14)$$

$$\hat{I} = \hat{i}_d + j\hat{i}_q \quad (2.15)$$

Výhoda toho je v tom, že se zredukuje počet rovnic, které je nutné řešit, z 12 na 8. Tyto napěťové a tokové rovnice (2.16) až (2.23) jsou níže uvedeny pro souřadnou soustavu  $\alpha$ - $\beta$  transformovanou pomocí Clarkovy transformace.

$$u_{1\alpha}(t) = R_1 i_{1\alpha}(t) + \frac{d\Psi_{1\alpha}(t)}{dt} \quad (2.16)$$

$$u_{1\beta}(t) = R_1 i_{1\beta}(t) + \frac{d\Psi_{1\beta}(t)}{dt} \quad (2.17)$$

$$u_{2\alpha}(t) = R_2 i_{2\alpha}(t) + \frac{d\Psi_{2\alpha}(t)}{dt} + p_p \omega_m(t) \Psi_{2\beta}(t) = 0 \quad (2.18)$$

$$u_{2\beta}(t) = R_2 i_{2\beta}(t) + \frac{d\Psi_{2\beta}(t)}{dt} - p_p \omega_m(t) \Psi_{2\alpha}(t) = 0 \quad (2.19)$$

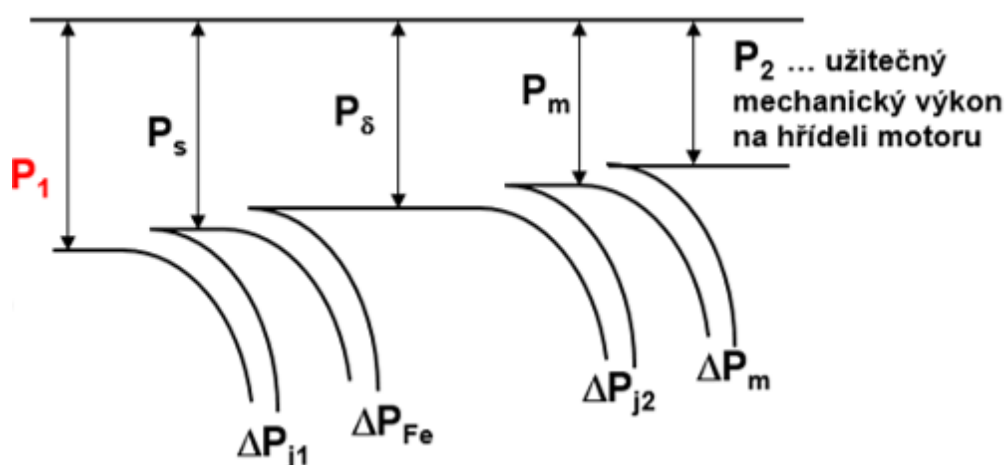
$$\Psi_{1\alpha}(t) = L_1 i_{1\alpha}(t) + L_h i_{2\alpha}(t) \quad (2.20)$$

$$\Psi_{1\beta}(t) = L_1 i_{1\beta}(t) + L_h i_{2\beta}(t) \quad (2.21)$$

$$\Psi_{2\alpha}(t) = L_2 i_{2\alpha}(t) + L_h i_{1\alpha}(t) \quad (2.22)$$

$$\Psi_{2\beta}(t) = L_2 i_{2\beta}(t) + L_h i_{1\beta}(t) \quad (2.23)$$

Elektromagnetický moment motoru následně vyjadřuje např. rovnice (2.24). Tento moment je přenášen točivým elektromagnetickým polem ve vzduchové mezeře mezi statorem a rotorem motoru. Součin  $M(t)$  a úhlové rychlosti točivého elektromagnetického pole, představuje elektromagnetický výkon přenášený ve vzduchové mezeře, na Obr. 2.9 označený jako  $P_\delta$ . Odečtením tepelných tedy Joulových ztrát a mechanických ztrát na rotoru od elektromagnetického momentu získáme mechanický moment na výstupu z motoru, tedy na jeho hřídeli. Tyto ztráty v praxi představují ztráty v ložiskách motoru a ventilační ztráty v případě vlastní ventilace motoru.



Obr. 2.9: Asynchronní motor s kotvou nakrátko – energetická balance. [4]

S přihlédnutím k faktu, že u výkonných trakčních motorů pro lokomotivy je používána cizí ventilace, pro účely této práce tyto mechanické ventilační ztráty zanedbávám, stejně jako ztráty v ložiskách, a elektromagnetický moment s obsahem harmonických složek představuje jak hnací veličinu uvažované torzní soustavy, tak budící veličinu torzních vibrací v takové soustavě.

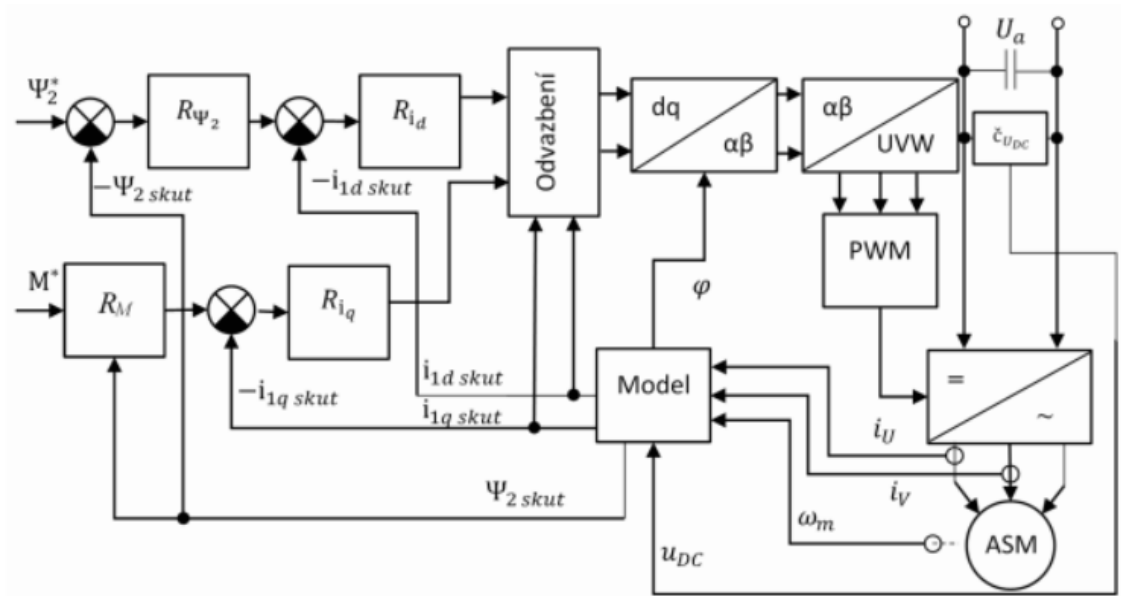
$$M(t) = \frac{3}{2} p_p \left( i_{1\beta}(t) \Psi_{1\alpha}(t) - i_{1\alpha}(t) \Psi_{1\beta}(t) \right) \quad (2.24)$$

Pro účely regulace, viz kapitola 2.1.3, se elektromagnetický moment dále vyjadřuje pomocí stejnosměrných složek v souřadné soustavě  $d-q$ . To jej umožňuje vyjádřit ve zjednodušeném tvaru (2.25), který je ekvivalentní vyjádření elektromagnetického momentu stejnosměrného motoru, a i regulační struktura pak může být vyjádřena jednodušším způsobem vycházejícím z regulační struktury stejnosměrného stroje.

$$M(t) \approx k \cdot i_{1q}(t) = \frac{3}{2} p_p \Psi_{2d} i_{1q} \quad (2.25)$$

### 2.1.3 Regulace a regulační struktura trakčního motoru

Stejně jako trakční motory a spínací polovodičové prvky doznaly výrazného vývoje regulační struktury a regulační metody, které umožňují správně a efektivně řídit požadované parametry trakčního motoru a vytvořit tak točivé elektromagnetické pole. Těmi parametry jsou magnetický tok a elektromagnetický moment motoru, respektive tokotvorná ( $i_{1d}$ ) a momentotvorná ( $i_{1q}$ ) složka proudu.



Obr. 2.10: Schéma regulace v kartézských souřadnicích. [6]

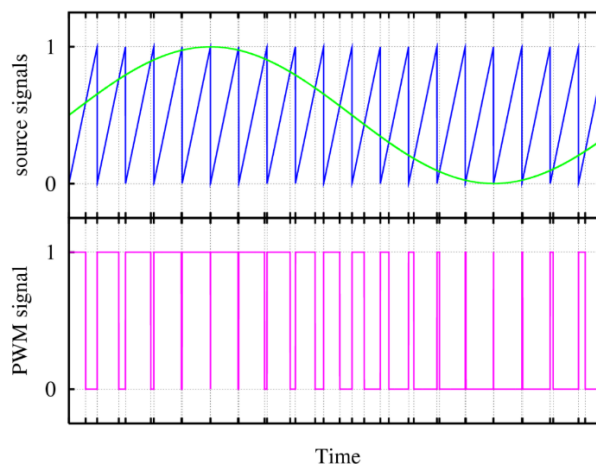
Metod regulace a schémat řízení je celá řada. Protože není účelné se zde věnovat všem, je možné čtenáře odkázat na jiné publikace, např. [3]. Dále bude věnována pozornost vektorové regulaci v kartézských souřadnicích, viz Obr. 2.10.

Vektorová regulace je technika užívaná v regulačních strukturách s vyjádřeným modulátorem. Kartézské souřadnice zase představují složky statorového proudu motoru v souřadné soustavě  $d-q$ . Složky vektoru statorového proudu  $i_{1d}$ ,  $i_{1q}$  jsou stejnosměrné a otáčejí se úhlovou rychlostí úměrnou požadované frekvenci napájecího napětí motoru. Cílem regulace je vytvořit pomocí průběhů trojice statorových napětí točivé elektromagnetické pole. Regulovaná fázová napětí jsou charakterizována amplitudou, frekvencí a vzájemným fázovým posunem. Tyto parametry napětí získáme právě přepočtem ze stejnosměrných složek statorového proudu. Vektorová regulace v kartézských souřadnicích se používá pouze pro oblast nízkých až středních otáček, kdy je zajištěno dostatečné promodulování napětí. Modulační technika používaná v této souvislosti se nazývá pulsně šířková modulace – PWM. V oblastech vyšších otáček

a nedostatečného promodulování napětí se přechází na synchronní modulační algoritmy a případně až na obdélníkové řízení. To již ale vyžaduje i změnu regulační struktury na vektorovou regulaci v polárních souřadnicích. Protože s ohledem na charakteristiku asynchronního motoru je záměrem disertace autora zkoumání elektromechanických přechodových jevů v oblasti maximálních hnacích momentů (nízké až střední otáčky), nebude dále věnována pozornost vektorové regulaci v polárních souřadnicích, synchronní modulaci signálu ani obdélníkovému řízení.

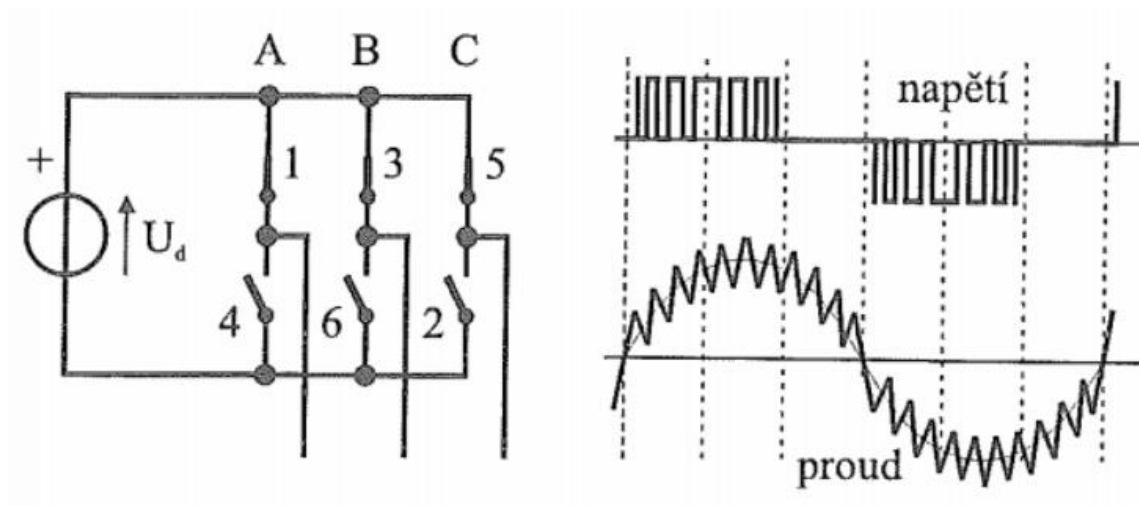
### 2.1.3.1 PWM – pulsně šířková modulace

PWM algoritmus patří do skupiny asynchronních modulací. Asynchronní modulaci je označován proto, že spínací frekvence nosného signálu je konstantní, zatímco frekvence modulačního signálu se mění podle signálu požadované první harmonické výstupního signálu. Právě porovnání nosného signálu (např. pilový tvar) a modulačního signálu (sinusový tvar) je princip generování spínacích pulsů polovodičových prvků ve střídači frekvenčního měniče, viz Obr. 2.11. Prakticky to znamená, že když je hodnota nosného signálu menší než hodnota modulačního signálu, tak dojde k sepnutí polovodičového prvku. Vypnutí polovodičového prvku nastane v případě opačné situace.



Obr. 2.11: PWM princip a generování spínacích pulsů. [7]

Výhodou pulsně šířkové modulace je, že umožňuje měnit nejenom frekvenci, ale i velikost amplitudy požadované základní harmonické složky výstupního napětí střídače. Významnou nevýhodou PWM je to, že průběh výstupního proudu je zvlněný, jak je přiblíženo na Obr. 2.12. To je důsledek obsahu vyšších harmonických složek proudu, jak už bylo popsáno v kapitole 2.1.1.



Obr. 2.12: Principiální ukázka vlivu PWM na průběh sdruženého napětí a proudu jedné fáze zátěže – motoru. [3]

Principiálně lze předpokládat, že proudy asynchronního motoru napájeného ze střídače při použití PWM budou zahrnovat 1. harmonickou napájecího napětí  $f_1$ , její liché násobky a dle [8] liché a sudé násobky spínací frekvence  $f_{PWM}$  a jejich postranní frekvenční pásma - (2.26), (2.27).

- Pro liché násobky spínací frekvence  $f_{PWM}$  platí:

$$f_i = k \cdot f_{PWM} \pm 2 \cdot l \cdot f_1 \quad [8] \quad (2.26)$$

$(i = 1, 2, 3, \dots); (k = 1, 3, 5, \dots); (l = 1, 2, 3, 4, \dots)$

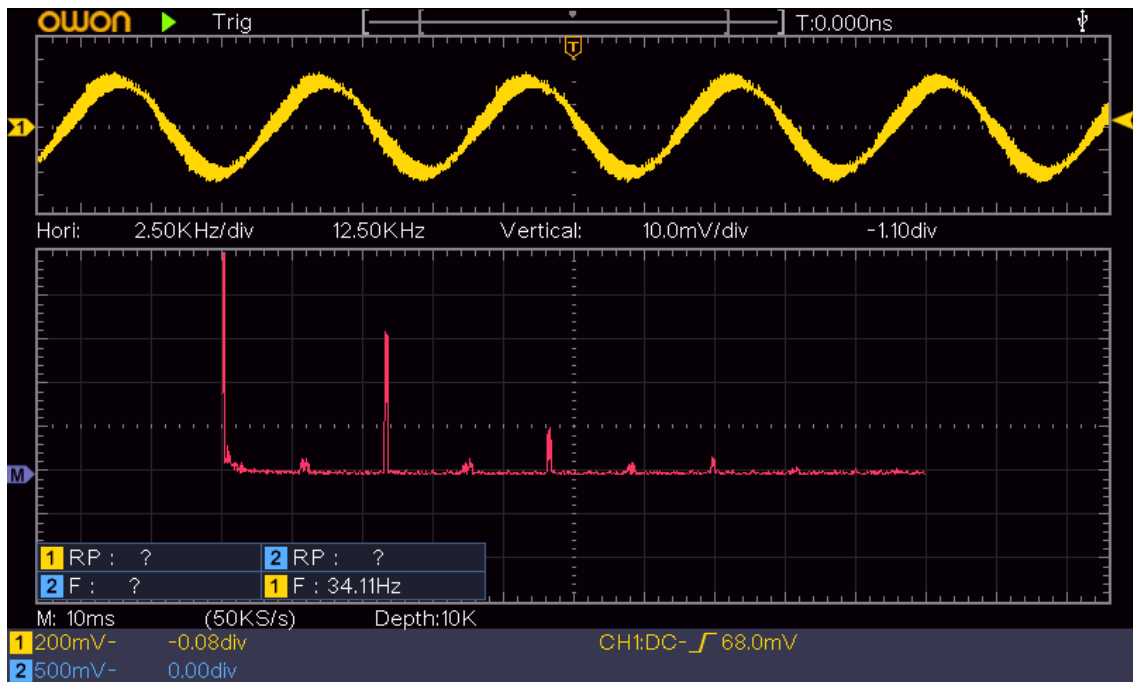
- Pro sudé násobky spínací frekvence  $f_{PWM}$  platí:

$$f_i = m \cdot f_{PWM} \pm (2 \cdot n + 1) \cdot f_1 \quad [8] \quad (2.27)$$

$(i = 1, 2, 3, \dots); (m = 2, 4, 6, \dots); (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$

Obr. 2.13 je pak praktickou ukázkou měření zvlněného fázového proudu statoru asynchronního motoru, který pohání dvojkolí modelového podvozku na kladkovém stendu ČVUT umístěném v prostoru laboratoří U 12 120 FS ČVUT na Julisce. Frekvenční analýza tohoto proudu odhalila postranní frekvenční pásma kolem násobků spínací frekvence.





Obr. 2.13: Měření zvlnění fázového proudu hnacího motoru dvojkolí – nahoře fázový proud, dole frekvenční analýza.

Oblast zkoumání zdrojů zvlnění proudů elektromotoru, a následně tedy i elektromagnetického momentu elektromotoru je velmi široká. A i na to je samozřejmě nutné zde upozornit, protože toto zvlnění u skutečného elektromotoru způsobuje i řada jiných zdrojů. Těmi vlivy jsou např. reálná konstrukce elektrického stroje (počty drážek statoru a rotoru), dynamika zpětnovazební regulace, přepínání mezi modulačními algoritmy a jiné, jak je více popsáno v [9] a [10]. Pro účely této disertační práce byl zvolen vliv spínání polovodičových prvků ve střídači jako zdroj zvlnění proto, že je v rámci simulací snadno a korektně realizovatelný i bez vazby na reálnou konstrukci konkrétního elektromotoru a jeho regulační struktury.

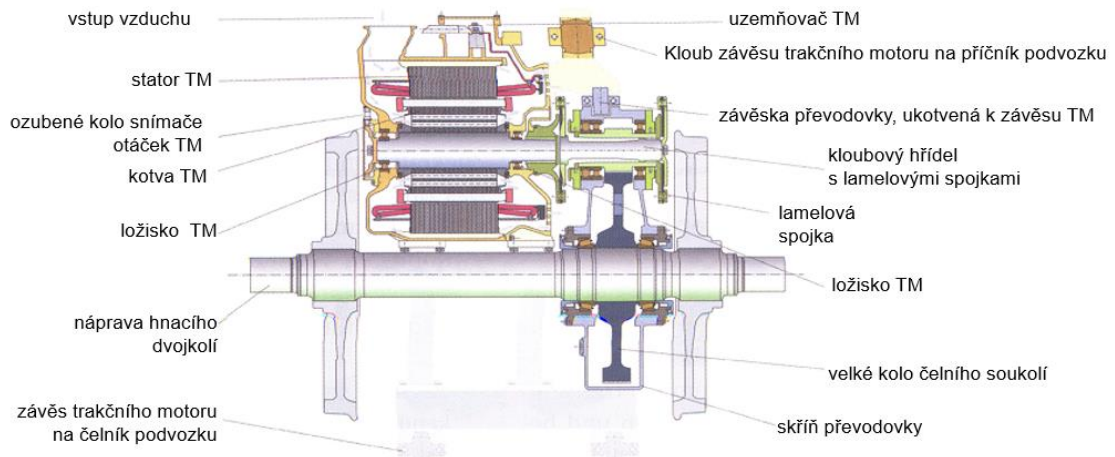
#### 2.1.4 Mechanické komponenty torzní soustavy

Jak již bylo na začátku této kapitoly zmíněno, tak další fundamentální částí pohonného řetězce kolejového vozidla, elektrické lokomotivy, je mechanická část. V principu se jedná o soustavu vzájemně spojených rotujících komponent. Počínaje rotorem trakčního motoru, přes spojky, ozubená kola, duté kloubové hřídele až po dvojkolí. To je pohled na soustavu čistě z hlediska torzní problematiky. Pochopitelně jsou různé koncepce mechanických trakčních pohonů, kde je nutné při dynamických torzních analýzách vzít v úvahu i jiné komponenty. To jsou závěsky převodovky nebo vlastní převodová skříň. Postupným vývojem se u elektrických lokomotiv prosadil především

individuální pohon dvojkolí s příčně orientovanou osou trakčního motoru. U moderních vysoce výkonných lokomotiv je tato koncepce příčného individuálního pohonu dvojkolí nejčastěji realizována jako:

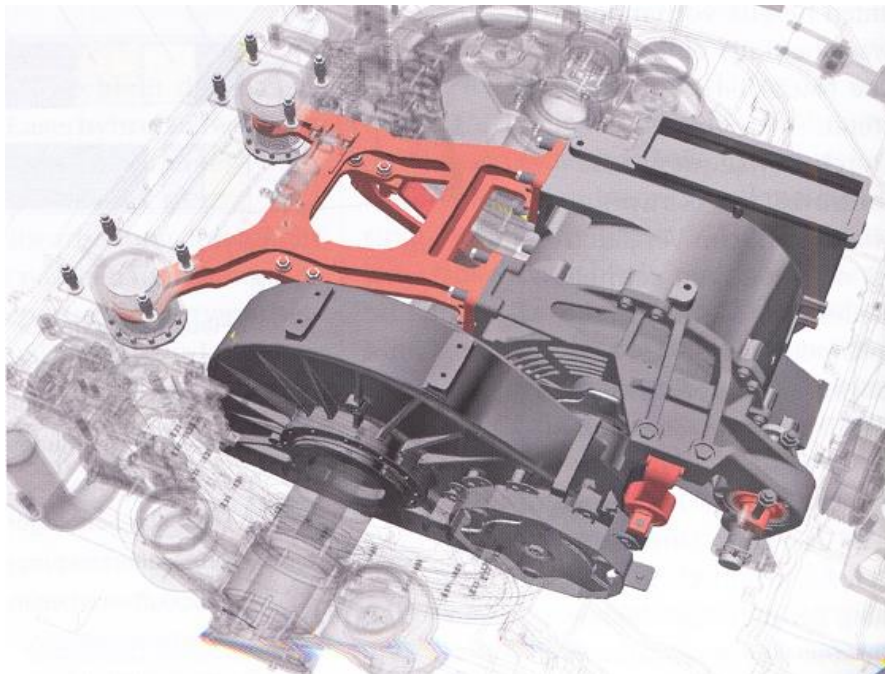
- 1) Částečně odpružený pohon se závěskovou převodovkou (Obr. 2.14)  
nebo
- 2) Zcela odpružený pohon (Obr. 2.15)

#### Příčný pohon s odpruženým TM a částečně odpruženou nápravovou převodovkou

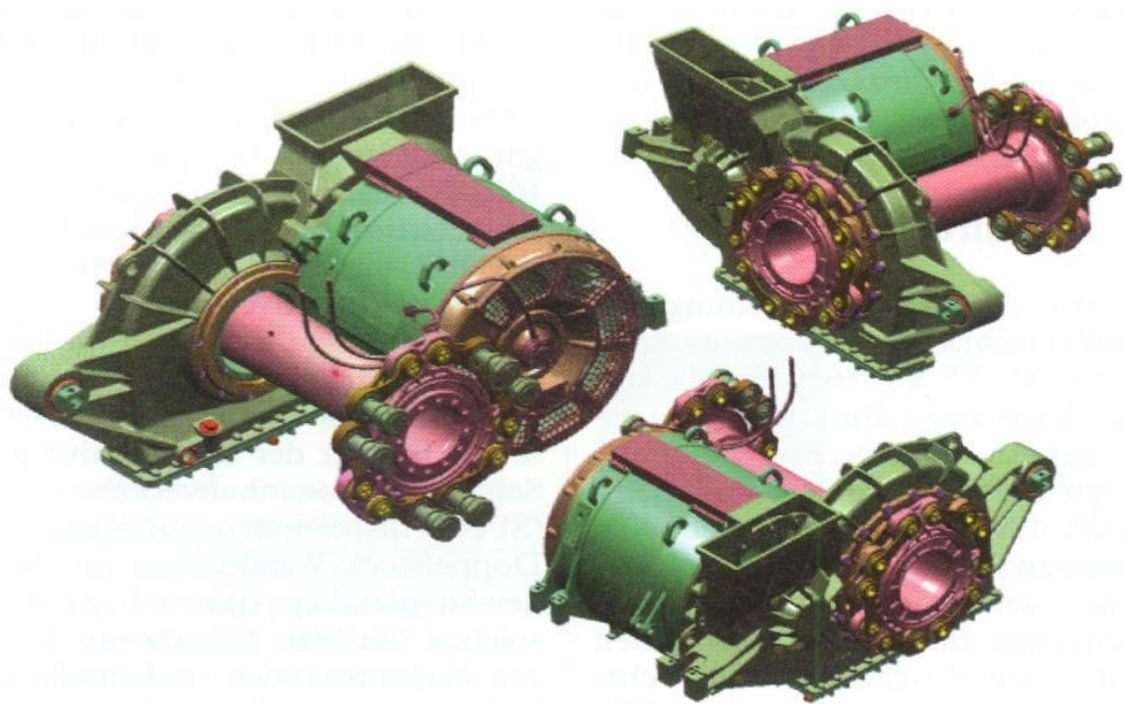
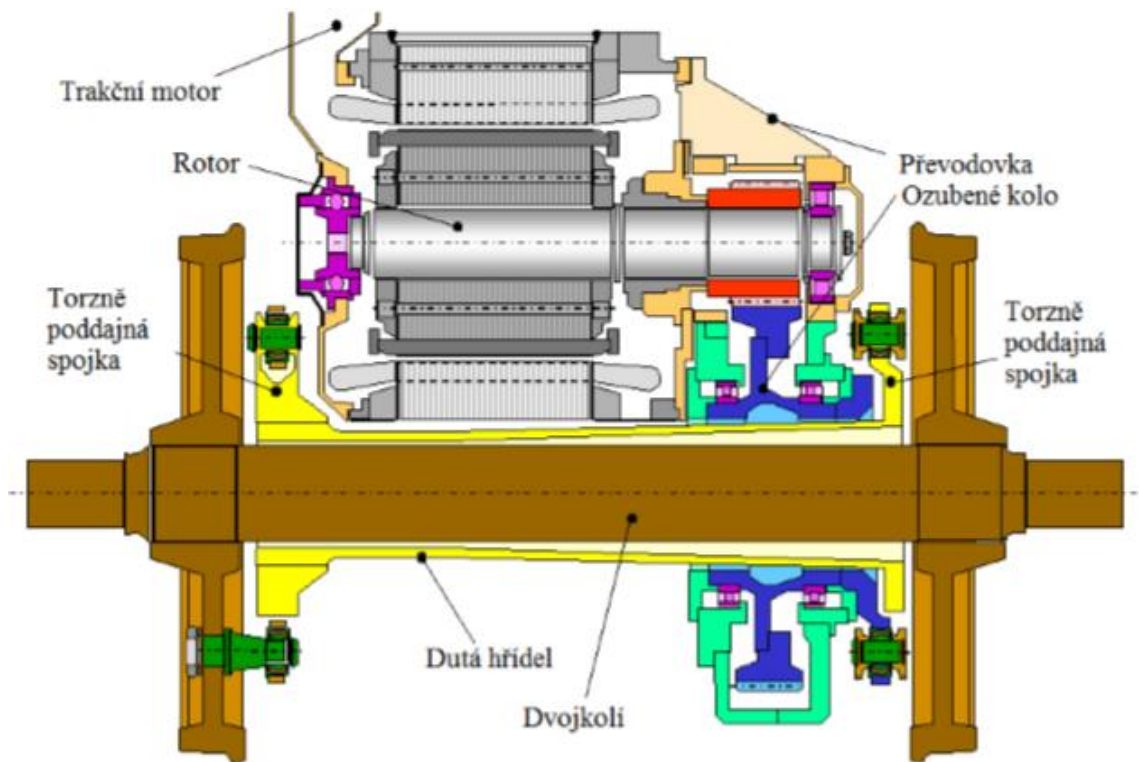


#### Kloubový hřídel s lamelovými spojkami (klouby)

Aplikace použití kloubového hřídele s lamelovými spojkami u lokomotivy Vectron ( zdroj ZEV rail 134 - 2010 )

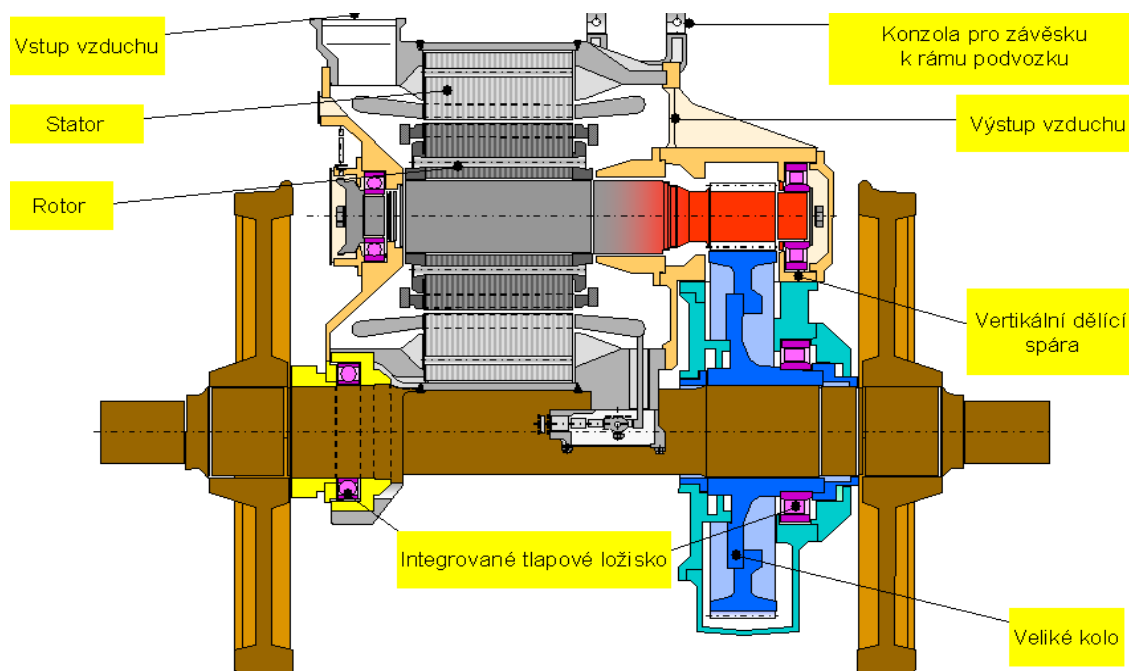


Obr. 2.14: Vizualizace částečně odpruženého pohonu dvojkolí lokomotivy. [11]



Obr. 2.15: Vizualizace zcela odpruženého pohonu dvojkolí lokomotivy. [11]

Avšak i soudobé elektrické lokomotivy, především pak pro rychlosti do 140 km/h, využívají ještě řešení individuálního pohonu dvojkolí pomocí tlakového motoru, tj. trakčního motoru uloženého z jedné strany ve valivých ložiskách na ose nápravy a z druhé strany zavěšeného přes závěsku na ose dvojkolí, viz Obr. 2.16.



Obr. 2.16: Vizualizace tlapového pohonu lokomotivy. [4]

#### 2.1.4.1 Převodovka

Stejně jako byla výše věnována pozornost popisu trakčního motoru, tak je potřebné zmínit a popsat i ostatní hlavní komponenty pohonu. Co se týká trakčních železničních převodovek, tak na Obr. 2.14 až Obr. 2.16 lze vidět, že převodovky mají některé společné díly (pastorek, ozubené kolo, skříň převodovky, ložiska). Ale pak se také mohou výrazně lišit tím, o jaký koncept pohonu dvojkolí se jedná.

Pro částečně odpružené pohony je typické, že skříň převodovky je uložena na ložiskách na ose dvojkolí na jedné straně a do podvozku je zavěšena pomocí závěsky na straně druhé. Trakční motor je upevněn v podvozku. Spojení pastorku a rotoru asynchronního motoru může být realizováno pomocí dvojité sférické zubové spojky, kloubového hřídele umístěného v dutém pastorku nebo v duté hřídeli rotoru stejnosměrného elektromotoru.

V případě zcela odpružených pohonů tvoří převodovka a trakční motor jeden kompaktní celek, který je pomocí konzol a pryžo-kovových pouzder „ložisek“ upevněn v podvozku vozidla. Přenos výkonu z trakčního motoru do převodovky lze realizovat uložením pastorku na hřídel rotoru motoru, a to buď letmo, nebo s ložiskem ve skříni převodovky, viz Obr. 2.15. V případě jedno-ložiskového motoru je vazba mezi rotorem a pastorkem provedena pomocí membránové spojky. Z velkého ozubeného kola převodovky se pak hnací výkon přenáší na dvojkolí pomocí duté kloubové hřídele obepínajícího osu dvojkolí. Z duté kloubové hřídele pak může být hnací výkon na dvojkolí přenášen pomocí ozubeného spojení (sférické zubové spojky), pryžo-kovových kloubů, ojnickových spojek nebo lamelových spojek.

Pohony trakčním tlapovým motorem jsou konceptem nejstarším, ale také konstrukčně nejjednodušším. U starých konstrukčních řešení pohonů s tlapovým motorem nemělo toto konstrukční řešení skříň převodovky, ale pouze plechový kryt ozubeného převodu, tvořeného čelním soukolím s přímými zuby.

Současné moderní konstrukce se oproti tomu vyznačují tím, že převodovku mají. Ozubené čelní soukolí se šikmými nebo šípovitými zuby je uloženo v převodové skříni, která vytváří jednu podporu „tlapu“ na ose dvojkolí. Trakční asynchronní motor s převodovkou zde opět tvoří kompaktní celek, který je založiskován na ose dvojkolí a pomocí závěsky je zavěšen do podvozku. Přenos hnacího výkonu motoru může být opět realizován letmo uloženým pastorkem na hřídeli rotoru trakčního motoru, nebo konstrukčně vhodněji s oporou rotoru trakčního motoru v ložisku ve skříni převodovky, viz Obr. 2.16. Přenos výkonu z velkého ozubeného kola na osu dvojkolí zajišťuje lisovaný spoj.

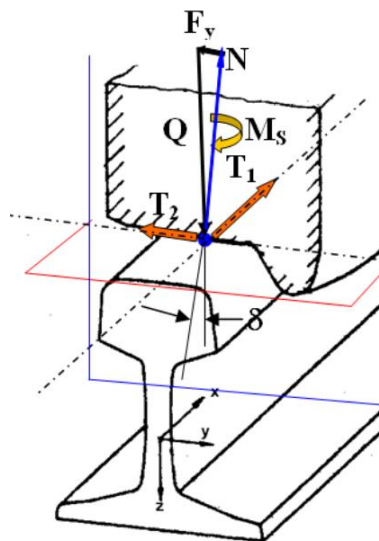
#### *2.1.4.2 Dvojkolí*

Srovnáme-li dvojkolí se všemi výše popsanými komponentami, tak je zjevné, že se jedná o velice jednoduchý díl v rámci celého pohonu. V nejjednodušším případě plně odpruženého pohonu dvojkolí se skládá pouze z osy dvojkolí, tj. nápravy a dvou na ni

nalísovaných kol. V kontrastu s jednoduchostí je však jeho význam. Dvojkolí má totiž dvě důležité funkce. Těmi jsou bezpečné nesení a vedení vozidla po trati. Právě hledisko bezpečnosti je u dvojkolí zásadní, neboť k němu není žádná jiná redundantní komponenta. V případě selhání dvojkolí tak vzniká obrovské riziko vykolejení vozidla a následných škod na zdraví lidí a na majetku správce dráhy a vlastníka vozidla.

## 2.2 Kontakt kolo-kolejnice

V rámci jakéhokoli uvažování o trakční soustavě vozidla, ať už se jedná o teoretickou rozvahu, snahu simulovat zkoumané jevy nebo je měřit, nesmí být opomenuta problematika kontaktu kola a jízdní dráhy. U kolejových vozidel tedy kontaktu kolo-kolejnice. Vlivem jevu adheze a tření mezi odvalujícím nebo smýkajícím se kolem a nepohyblivou kolejnicí v tomto kontaktu dochází v tečné rovině ke vzniku tečných skluzových sil, které jsou podélného ( $T_1$ ) nebo příčného směru ( $T_2$ ), viz Obr. 2.17. Vznik těchto sil je podmíněn existencí „užitečného“ skluzu a umožňují přenos hnacích a brzdných sil.



Obr. 2.17: Silové účinky v kontaktu kolo-kolejnice. [12]

Navíc u kol s profilem jízdní plochy tvaru kuželového nebo křivkového má rozklad úhlové rychlosti valení dvojkolí do tečné a normálové složky vliv na velikost příčné skluzové síly  $T_2$  a vznik spinového momentu  $M_s$ , viz Obr. 2.18.

Základní a nejjednodušší definice skluzu kola je, že tento je úměrný rozdílu mezi teoretickou rychlostí jízdy vozidla úměrnou součinu poloměru kola a úhlové rychlosti

kola a skutečnou rychlostí jízdy vozidla. A to jak při vyvozování hnací, tak i brzdné síly v kontaktu kola a kolejnice. V nejjednodušším případě jej lze vyjádřit vztahem:

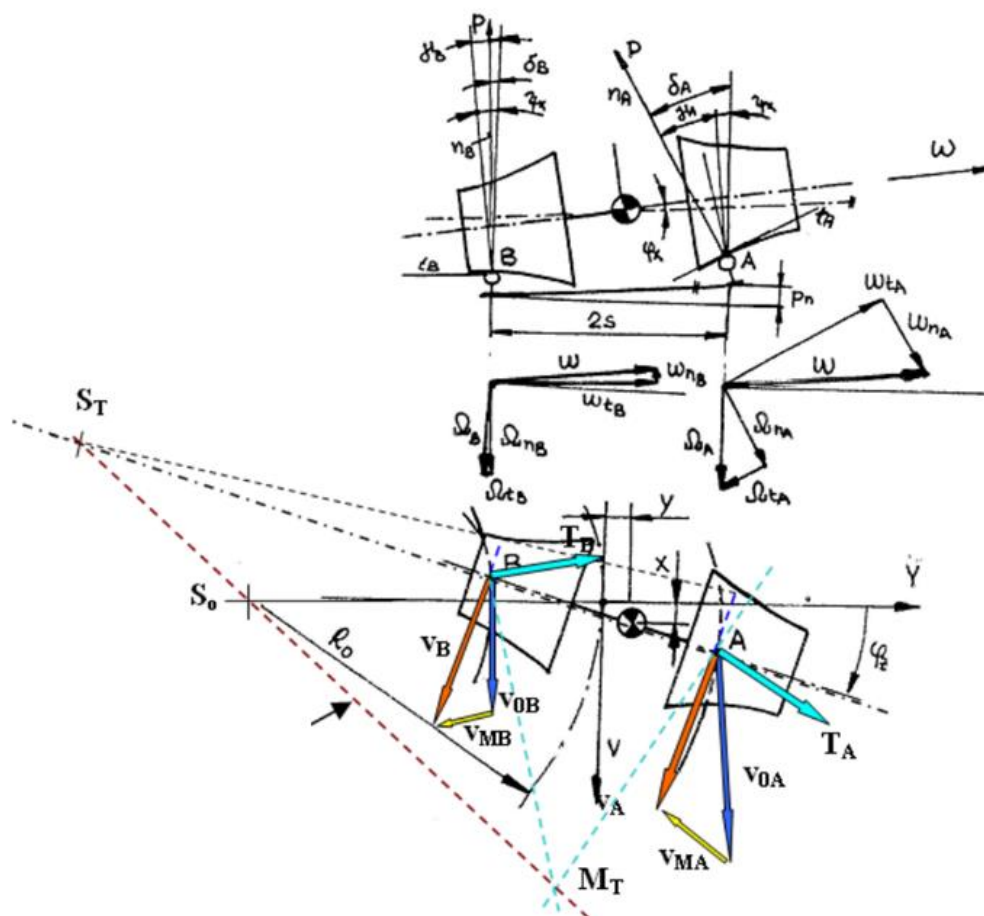
$$s = \frac{r_k \omega_k - v}{v} \quad (2.28)$$

Z rovnice (2.28) je vidět, že skluz je bezrozměrná veličina.

V literatuře, hlavně německy psané, se lze také ještě setkat s vyjádřením skluzové rychlosti (2.29), která již má přiřazený rozměr  $[\text{ms}^{-1}]$  nebo  $[\text{kmh}^{-1}]$ .

$$w = r_k \omega_k - v \quad (2.29)$$

Skluz kola, adhezi, skluzové charakteristiky a vědní oblast celé této problematiky však lze uchopit komplexněji. I v případě linearizovaných vztahů pro poměrné skluzy a poměrný spin pak dostáváme u dvojkolí s kuželovým nebo s křivkovým profilem jízdní plochy kola výrazně složitější vyjádření, viz vztahy (2.30) až (2.35), jak je uvedeno např. v [11].



Obr. 2.18: Valení dvojkolí ve stavebně převýšeném oblouku. [12]

- Podélné poměrné skluzu

$$\sigma_{XA} = \frac{\lambda_{AY}}{r_K} + \frac{r_K \dot{\varphi}_Y}{v} - \frac{s}{R_O} - \frac{\dot{x}}{v} - \frac{s \dot{\varphi}_Z}{v} \quad (2.30)$$

$$\sigma_{XB} = -\frac{\lambda_{BY}}{r_K} + \frac{r_K \dot{\varphi}_Y}{v} + \frac{s}{R_O} - \frac{\dot{x}}{v} + \frac{s \dot{\varphi}_Z}{v} \quad (2.31)$$

- Příčné poměrné skluzu

$$\sigma_{YA} = \varphi_Z + \frac{s}{R_O} \cdot \varphi_Z + \frac{r_{KyA}}{r_{KyA} - \rho_{KyA}} \cdot \frac{\dot{y}}{v} \quad (2.32)$$

$$\sigma_{YB} = \varphi_Z - \frac{s}{R_O} \cdot \varphi_Z + \frac{r_{KyB}}{r_{KyB} - \rho_{KyB}} \cdot \frac{\dot{y}}{v} \quad (2.33)$$

- Poměrný spin

$$\sigma_{SA} = -\frac{\gamma_A}{r_K} - \frac{1}{R_O} - \frac{\dot{\varphi}_Z}{v} \quad (2.34)$$

$$\sigma_{SB} = \frac{\gamma_B}{r_K} - \frac{1}{R_O} - \frac{\dot{\varphi}_Z}{v} \quad (2.35)$$

kde:	$r_K$	je poloměr kola při nulové výchylce dvojkolí	[m]
	$r_{KyA}$	je poloměr kola v kontaktním bodě A při výchylce y	[m]
	$r_{KyB}$	je poloměr kola v kontaktním bodě B při výchylce y	[m]
	$R_O$	je směrový poloměr oblouku, kterým dvojkolí projíždí	[m]
	s	polovina vzdálenosti styčných kružnic dvojkolí	[m]
	v	unášivá rychlost jízdy	[m.s <sup>-1</sup> ]
	$\dot{x}$	rychlost pohybu těžiště dvojkolí ve směru osy X	[m.s <sup>-1</sup> ]
	$\dot{y}$	rychlost pohybu těžiště dvojkolí ve směru osy Y	[m.s <sup>-1</sup> ]
	$\gamma_A$	úhel sklonu normály v dotykovém bodě A bez vlivu úhlu stavebního převýšení	[rad]
	$\gamma_B$	úhel sklonu normály v dotykovém bodě B bez vlivu úhlu stavebního převýšení	[rad]
	$\lambda_A$	kuželovitost kola v kontaktním bodě A	[-]
	$\lambda_B$	kuželovitost kola v kontaktním bodě B	[-]
	$\rho_{KyA}$	zakřivení kolejnice v kontaktním bodě A	[m <sup>-1</sup> ]
	$\rho_{KyB}$	zakřivení kolejnice v kontaktním bodě B	[m <sup>-1</sup> ]
	$\dot{\varphi}_Y$	úhlová rychlost dvojkolí vůči ose Y	[rad.s <sup>-1</sup> ]
	$\varphi_Z$	úhel natočení dvojkolí vůči ose Z	[rad]
	$\dot{\varphi}_Z$	úhlová rychlost natočení dvojkolí vůči ose Z	[rad.s <sup>-1</sup> ]

Ze znalosti skluzu kola a adhezní charakteristiky můžeme určit součinitel adheze. Adhezní nebo také skluzová charakteristika tedy vyjadřuje závislost součinitele adheze na skluzu kola. I přes to, že zkoumání adhezních charakteristik je relativně starou problematikou, tak se jí stále věnuje řada autorů. Za celou dobu tohoto výzkumu vzniklo



mnoho teorií a metod popisujících závislost mezi skluzem a součinitelem adheze či součinitelem tření. Od původní Carterovy teorie až po moderní Polachovu teorii. Ucelený přehled těchto teorií lze nalézt např. v [13], kde autor dělí adhezní charakteristiky na:

- Teoretické adhezní charakteristiky

- Carter

$$\mu = \begin{cases} f \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{s}{s_m}\right)^2\right) & \text{pro } 0 \leq s \leq s_m \\ f & \text{pro } s > s_m, \end{cases} \quad (2.36)$$

kde:  $f$  je konstantní součinitel tření  
 $s_m$  je mezní hodnota podélného skluzu, při níž nastane plný prokluz  
 $s$  je aktuální hodnota podélného skluzu

- Johnson a Vermeulen

$$\mu = \begin{cases} f \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{s}{s_m}\right)^3\right) & \text{pro } 0 \leq s \leq s_m \\ f & \text{pro } s > s_m, \end{cases} \quad (2.37)$$

kde:  $f$  je konstantní součinitel tření  
 $s_m$  je mezní hodnota podélného skluzu při níž nastane plný prokluz  
 $s$  je aktuální hodnota podélného skluzu

- Kalker

$$\mu = \begin{cases} \frac{2}{3\pi} f (3 \sin^{-1} \delta - 12 \delta^2 \cos^{-1} \delta + (13 \delta + 2 \delta^3) \cdot \sqrt{1 - \delta^2}) & \text{pro } 0 \leq \delta \leq 1 \\ f & \text{pro } \delta > 1, \end{cases} \quad (2.38)$$

kde:  $f$  je konstantní součinitel tření  
 $\delta$  je poměrný podélný skluz

- Freibauer

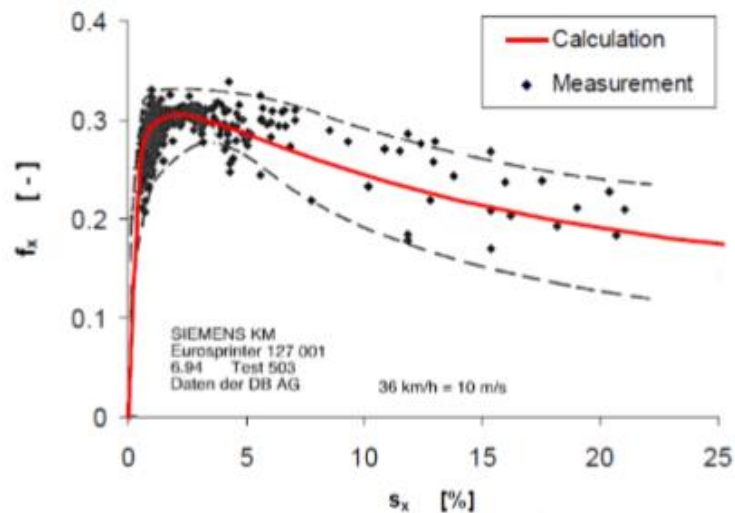
$$\mu = \frac{2}{\pi} \cdot f \cdot \left( \tan^{-1} \epsilon + \frac{\epsilon}{1 + \epsilon^2} \right), \quad (2.39)$$

kde:  $f$  je proměnný součinitel tření  
 $\epsilon$  je poměrný podélný skluz

- Polách, viz Obr. 2.19

$$\mu = \frac{2}{\pi} \cdot f \cdot \left( \tan^{-1}(k_S \epsilon) + \frac{k_A \epsilon}{1 + (k_A \epsilon)^2} \right) \quad (2.40)$$

kde:  $f$  je proměnný součinitel tření  
 $\epsilon$  je poměrný podélný skluz  
 $k_A$  je redukční součinitel pro oblast lpění  
 $k_S$  je redukční součinitel pro oblast klouzání



Obr. 2.19: Použití Poláchovy teorie. [14]

a

- Empirické adhezní charakteristiky

- Malvezzi

$$\mu = \begin{cases} f_0 \cdot \frac{s}{s_0} & \text{pro } 0 \leq s \leq s_0 \\ f_\infty + (f_0 - f_\infty) \cdot \exp(-B \cdot (s - s_0) \cdot v) & \text{pro } s > s_0 \end{cases} \quad (2.41)$$

kde:  $f_0$  je maximální součinitel tření na zlomu charakteristiky

$s$  je podélný skluz

$s_0$  je skluz v bodě  $f_0$

$f_\infty$  je hodnota součinitele tření, ke které konverguje charakteristika při plném skluzu

$v$  je rychlost jízdy

- Danzer

$$\mu = \frac{2\mu_{max} \cdot w_0 \cdot w}{w_0^2 + w^2} \quad (2.42)$$

kde:  $\mu_{max}$  je maximální dosažitelný součinitel adheze

$w_0$  je skluzová rychlost při dosažení  $\mu_{max}$

$w$  je okamžitá skluzová rychlost

- Ishikawa a Kawamura

$$\mu = C \cdot e^{-Aw} - D \cdot e^{-Bw} \quad (2.43)$$

kde:  $A$  je parametr strmosti sestupné větve charakteristiky

$B$  je parametr sklonu charakteristiky v počátku

$w$  je okamžitá skluzová rychlost

- Popovici, viz Obr. 2.20

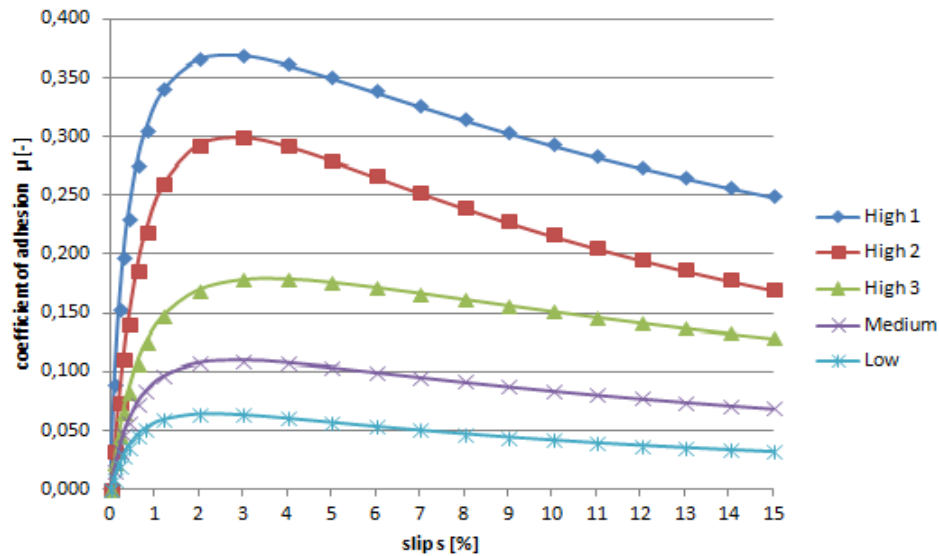
$$\mu = A \cdot \exp\left(-\frac{(\ln(s)-B)^2}{C}\right) \quad (2.44)$$

kde:  $A$  je maximální součinitel adheze, stejně jako  $\mu_{max}$

$s$  je podélný skluz

$B$  je parametr sloužící k aproximaci naměřených dat

$C$  je parametr sloužící k aproximaci naměřených dat



Obr. 2.20: Vyjádření Popoviciho charakteristik. [15]

- Čejka – vyjádření charakteristiky polynomem 4.stupně

$$\mu = A + Bw + Cw^2 + Dw^3 + Ew^4 \quad (2.45)$$

kde:  $w$  je okamžitá skluzová rychlost

$A, B, C, D, E$  jsou parametry aproximující naměřená data

Pro změřené charakteristiky s výrazným poklesem za vrcholem je předchozí vztah rozšířen na dvě funkce:

$$\mu = \begin{cases} A_1 + B_1w + C_1w^2 + D_1w^3 + E_1w^4 & \text{pro } 0 \leq w \leq w_1 \\ A_2 + B_2w + C_2w^2 + D_2w^3 + E_2w^4 & \text{pro } w > w_1 \end{cases} \quad (2.46)$$

kde:  $w$  je okamžitá skluzová rychlost

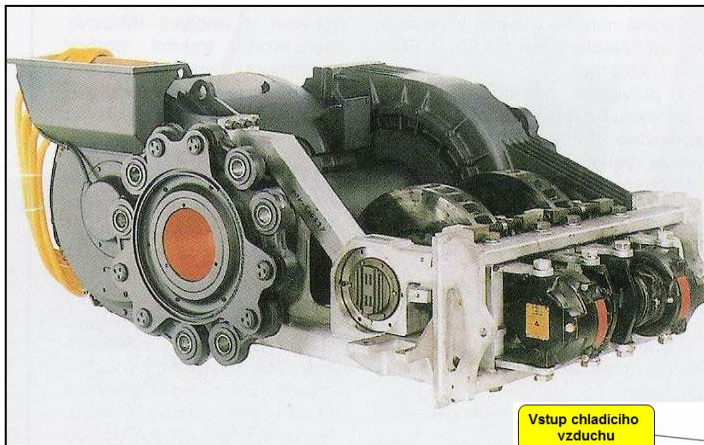
$w_1$  je skluzová rychlost, při níž je dosažen vrchol adheze naměřené charakteristiky

$A_1, B_1, C_1, D_1, E_1$  a  $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2$  jsou parametry aproximující naměřená data

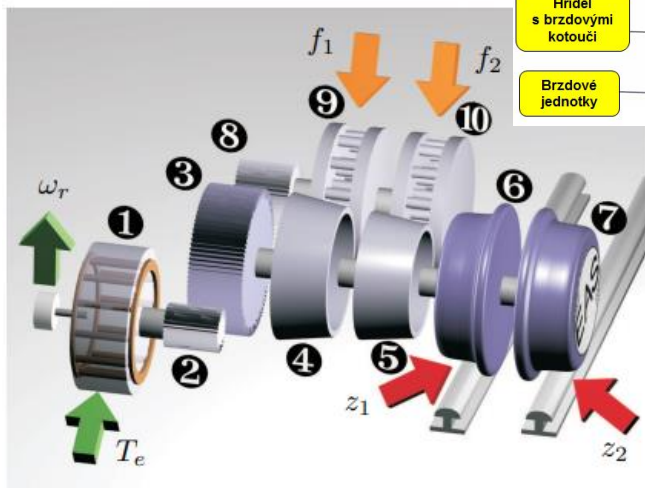
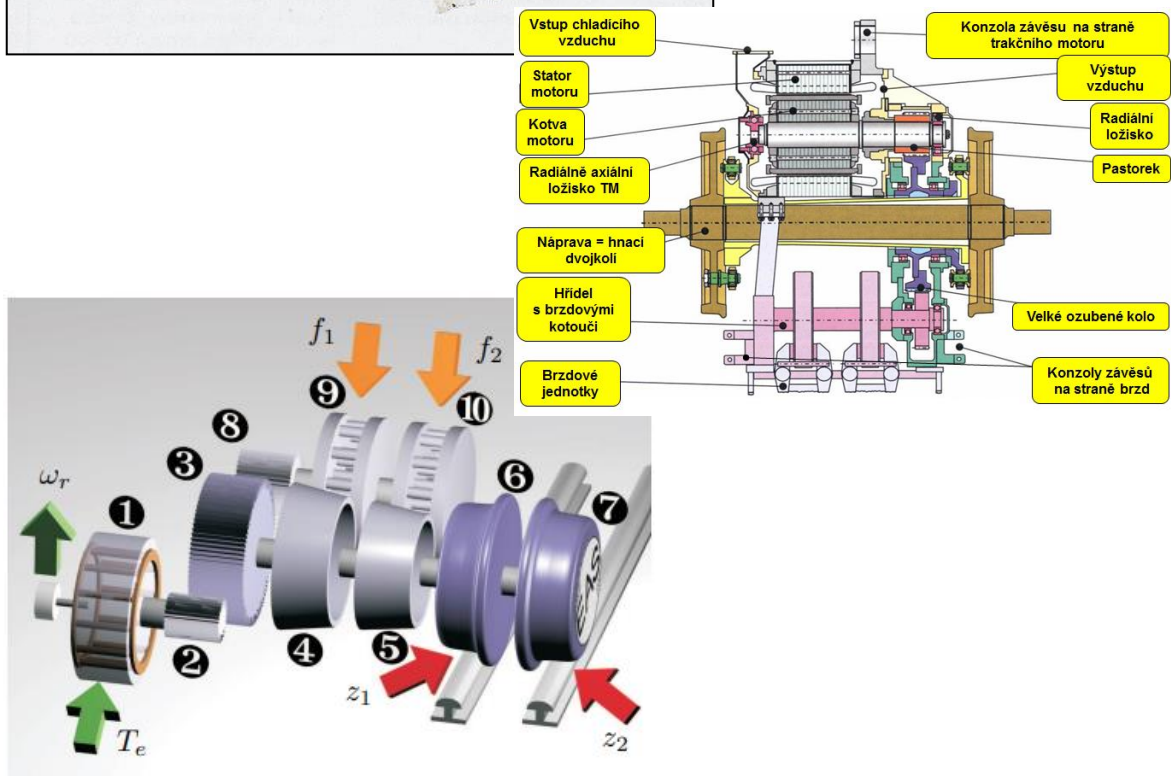
Pro účely tvorby simulačního modelu je znalost adhezních charakteristik a jejich vazba na skluz kol zásadním předpokladem.

### 2.3 Torzní kmitání a přístupy k jeho uchopení a řešení – řešerše problematiky

Kmitání torzních soustav je jev známý a zkoumaný již desítky let. A to i v oboru kolejových vozidel specificky se zaměřením na trakční pohonné soustavy. Z toho by se mohlo zdát, že už v oblasti této problematiky není co zkoumat. Z hlediska snahy řešit a modelovat náhradní torzní soustavy trakčních systémů tomu tak opravdu je. Mechanická část trakčního individuálního pohonu dvojkolí totiž bude vždy z tohoto úhlu



pohledu soustavou rotačních hmot, viz Obr. 2.21, charakterizovaných momentem setrvačnosti  $J$ , které spojují prvky představující torzní tuhosti  $k_t$  a případně torzní tlumení  $b_t$ .



(a) Branched ten-inertia system with gears

Legenda: 1-rotor motoru, 2-pastorek převodovky, 3-velké ozubené kolo, 4-ojničková spojka leva, 5-ojničková spojka pravá, 6-kolo dvojkolí pravé, 7-kolo dvojkolí levé, 8-pastorek brzdové hřídele, 9-brzdový kotouč 1, 10-brzdový kotouč 2.

Obr. 2.21: Schéma torzní soustavy pohonu HAB lokomotivy Taurus ES64U4 [11] [16]

Na druhou stranu je tu stále ještě cesta ke zkoumání vzájemných interakcí mezi mechanickou a elektrickou částí trakčních pohonů. A právě tyto snahy o komplexní uchopení a modelování trakčních pohonných systémů jsou současným směřováním výzkumu v oblasti torzní dynamiky pohonů kolejových vozidel.

Ruku v ruce se snahou o komplexní uchopení problematiky jde i motivace. Ta přichází často i z provozu reálných vozidel, a to formou zaznamenaných poruch. Obr. 2.22 dále je ukázkou takového případu, kdy bylo zaznamenáno protočení kola trakčního dvojkolí lokomotivy TRAXX sloužící u DB. Tento případ svou závažností opět vzbudil zájem o problematiku torzního kmitání a přetěžování dvojkolí.



*Obr. 2.22: Pootočení kola trakčního dvojkolí lokomotivy TRAXX. [17]*

Způsoby, jak se v dnešní době vypořádat s negativními vlivy torzního kmitání a tím i přetěžování jednotlivých komponent trakčního pohonu, lze v principu rozdělit do dvou skupin:

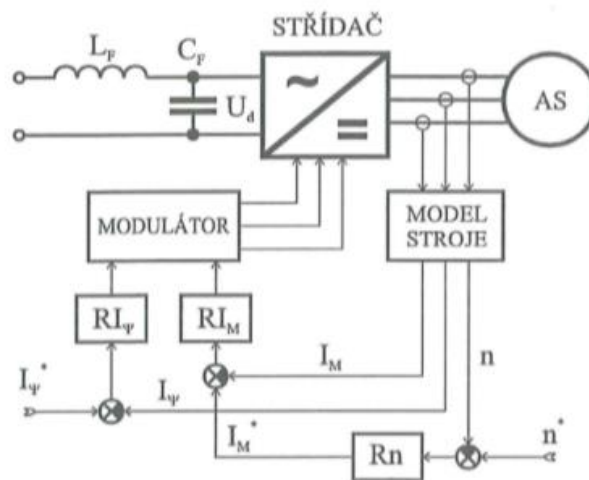
- 1) Způsoby omezení těchto vlivů v provozu
- 2) Způsoby predikování těchto vlivů a zohlednění při návrhu pohonu

Toto elementární rozdělení vyplývá z provedené rešerše.

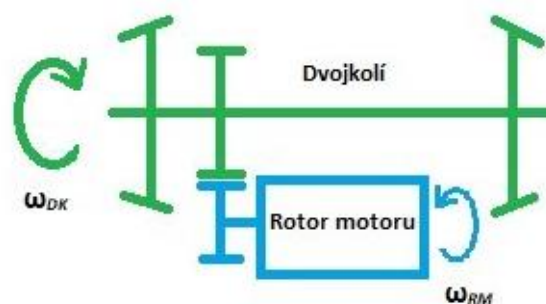
### 2.3.1 Způsoby omezení torzního kmitání za provozu

**První skupina** zahrnuje metody zpětnovazební regulace trakčních motorů, které umožňují za provozu identifikovat nežádoucí jevy vyvolané rozkmitáním např. dvojkolí, a následně je prostřednictvím zpětnovazební regulace utlumit či omezit. Jedná se tedy o řešení problému torzních vibrací v principu softwarovou cestou.

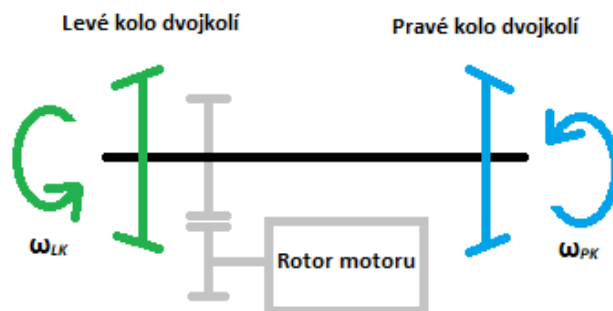
Přístupy a snahy výzkumu s tímto zaměřením, které můžeme i nazývat soudobými, lze najít už v práci Michaela Fleischera [16], [18], publikované v roce 2004. Autor se ve své práci úzce zaměřuje na samobuzené kmitání, které vzniká vlivem proměnlivosti kontaktních podmínek kolo-kolejnice. Hlavní autorovou myšlenkou bylo vytvořit universální zpětnovazební regulaci, která co nejvíce omezí nutnost snížení hnacího momentu motoru. To je totiž ten nejjednodušší způsob, jak potlačit kmitání v pohonném řetězci. V rámci toho výzkumu se na dvou frekvencích vlastního kmitání ukázalo, že konvenční PI regulátor v běžných regulačních obvodech, viz Obr. 2.23, dokáže dostatečně utlumit kmitání dvojkolí vůči asynchronnímu motoru, viz Obr. 2.24, které je znázorněné jako protiběžné torzní kmitání úhlovými rychlostmi  $\omega_{DK}$  a  $\omega_{RM}$ . Oproti tomu projevy kmitání na druhé vlastní frekvenci – torzní kmitání kol dvojkolí znázorněné úhlovými rychlostmi  $\omega_{LK}$  a  $\omega_{PK}$ , viz Obr. 2.25 – přetrvává.



Obr. 2.23: Principiální schéma vektorové regulace. [3]

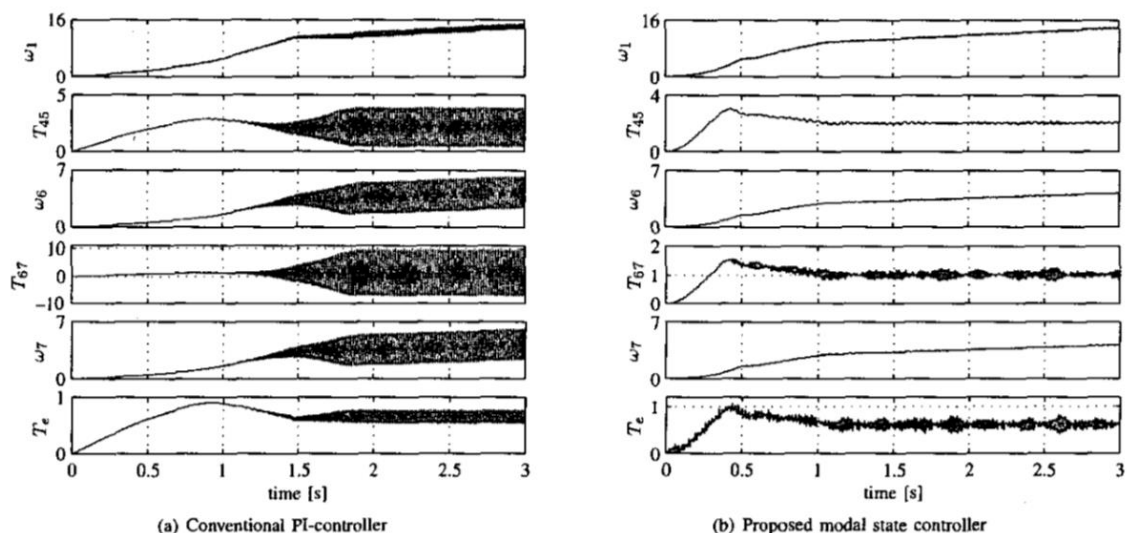


Obr. 2.24: Schéma torzního kmitání dvojkolí vůči rotoru hnacího motoru.



Obr. 2.25: Schéma vzájemného torzního kmitání kol dvojkolí.

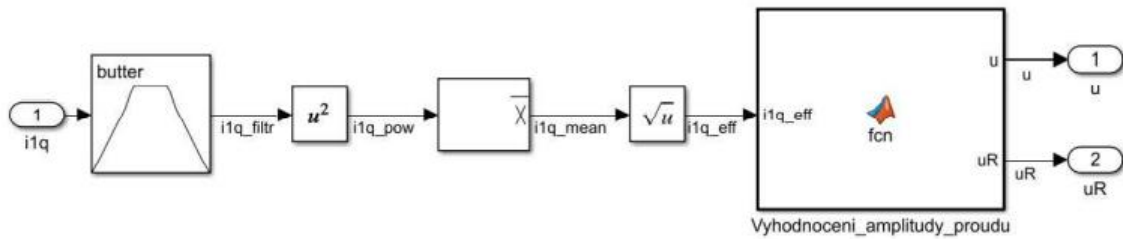
Výsledkem výzkumu pana Fleischera bylo vytvoření modelu zpětnovazební regulace, s využitím existujícího systému regulace SITRAC od společnosti Siemens, která pracuje ve frekvenční oblasti a poskytuje výrazné tlumení kmitů i druhého uvažovaného vlastního tvaru.



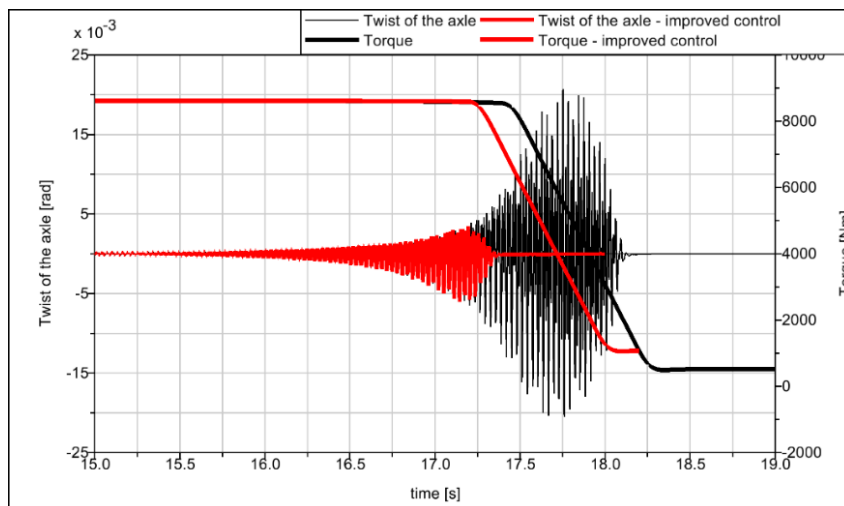
Obr. 2.26: Porovnání výsledků simulace za použití konvenčního PI regulátoru a stavového regulátoru pracujícího ve frekvenční oblasti. [18]

Zcela aktuálním příspěvkem z oblasti softwarových přístupů k redukcí torzního kmitání dvojkolí a tím i omezení jejich přetěžování v provozu je výzkum Ing. Tomáše Fridrichovského, PhD. [19], [20]. Základní myšlenkou tohoto výzkumu je rychleji identifikovat vznik torzní oscilace pomocí elektromechanické vazby pohonu. Nejedná se tedy o vytvoření nového principu regulace, jako v předchozím případě, ale o doplnění standardní regulační struktury funkcí, která je v podstatě přirozenou vlastností. Tento výzkum totiž prokázal, že vybuzené torzní oscilace dvojkolí se přes mechanickou část pohonu (torzní soustavu) přenášejí do elektrických veličin trakčního asynchronního

motoru a lze je pak identifikovat v momentotvorné složce proudu, která je regulována. Navržený způsob vyhodnocení přítomnosti frekvencí v proudu, viz Obr. 2.27, které jsou specifické pro kmitání dvojkolí, umožňuje regulaci trakčního asynchronního motoru rychleji identifikovat vznikající torzní oscilace. Následně je pak eliminovat nebo omezit, s ohledem na citlivost vůči konkrétní frekvenci, s menším zásahem do regulace hnacího momentu motoru než v případě standardní regulace.



Obr. 2.27: Schéma bloku vyhodnocení momentotvorné složky proudu. [19]



Obr. 2.28: Srovnání časových průběhů – standardní regulace momentu a vylepšená regulace momentu využívající vyhodnocení proudu motoru. [6]

Výzkum zaměřený na regulační techniku trakčních motorů kolejových vozidel a snahy jejího vylepšování je cílený do oblasti torzního kmitání specificky na torzní přetěžování dvojkolí, které je často také označováno německým ekvivalentem „Rolliermoment“. Tedy v konečném důsledku se jedná o snahy, jak tento jev co nejefektivněji eliminovat.

### 2.3.2 Způsoby predikování těchto vlivů a zohlednění při návrhu pohonu

**Druhá skupina** představuje snahy o vytvoření simulačních modelů, které umožní navodit předpokládané provozní stavy, predikovat tím zatěžování mechanických dílů



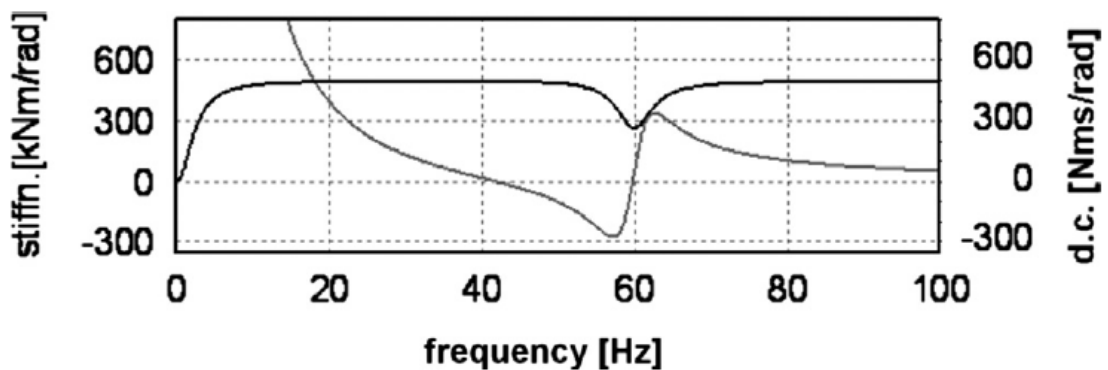
trakčního pohonu vlivem dynamického chování torzní soustavy a zohlednění těchto vlivů v konstrukčním řešení.

V rámci rešerše prací spadajících do této skupiny je zásadní uvést disertaci Max Winterlinga [9]. I přes to, že je to více než 25 let stará práce, tak se zabývá elektromechanickými jevy v soustavě trakčního pohonu lokomotivy, a to velmi komplexně. Tedy nejen formou tvorby simulačních modelů, ale také díky možnostem měření na reálném vozidle. Zvláštní důraz autor klade na komplexnost tvorby modelu, který se musí sestávat ze všech hlavních částí a definovaných okrajových podmínek. To znamená od implementace regulace a elektrické části napájecího systému, přes namodelování mechanické části pohonu až po vliv kontaktu kolo-kolejnice a souvisejícího fenoménu adheze a prokluzu kol. Právě jev prokluzu kol a buzení od nerovností tratě se prokázaly jako nejvýznamnější zdroje kmitání s největšími amplitudami. Další zdroje kmitání, jež byly identifikovány a popsány v této práci, jsou způsobovány regulačním systémem, vyššími harmonickými složkami v napájení ale třeba i nesouosostmi hřídelů v pohonu. Max Winterling prezentuje problém torzních oscilací kolejových vozidel z mnoha úhlů pohledu a také na závěr představuje vizi, jak by se měl výzkum dále systematicky posouvat. Problematiku vlivu přechodových jevů v napájení (např. přechody mezi způsoby řízení, tj. z asynchronní modulace do synchronní apod.) zde autor však pouze zmiňuje, ale nijak dále nerozvíjí. Zmíněnou problematiku navíc zkoumá na vozidlech, jejichž výkonnost pohonů je poplatná době vzniku této práce.

Oproti tomu u dnešních vysoce výkonných vozidel, s výkony mezi 1 až 1,5 MW na dvojkolí, je možné, že by se prezentované výsledky a obecné závěry mohly lišit právě díky schopnosti vysokého výkonu motoru lépe tlumit některé projevy kmitání v pohonu. Anebo naopak by mohly vytvořit příznivé podmínky pro zesílení vlivu zdrojů kmitání, které se na starších méně výkonných kolejových vozidlech jevily jako méně závažné. Elektromechanické pohony nejsou dnes doménou jen jednoho odvětví průmyslu. Kromě pohonů různých druhů vozidel se používají i v soustrojích pohánějících drtiče, ventilátory apod. Byť se tato specifická odvětví průmyslu mohou zdát nesouvisející s tematikou pohonů kolejových vozidel, tak je jednoznačné, že obecně platné výsledky výzkumu v těchto oblastech mohou být vodítkem i pro specifický výzkum a provádění simulací právě třeba na lokomotivních pohonech. Proto i v rámci rešerše k mé disertační práci jsem pátral v této oblasti průmyslu.

Za tematicky velmi blízký lze označit výzkum pana Szolce a kol. [21] Ideou zmiňované publikace je postihnout a popsat vlivy elektromechanické vazby mezi

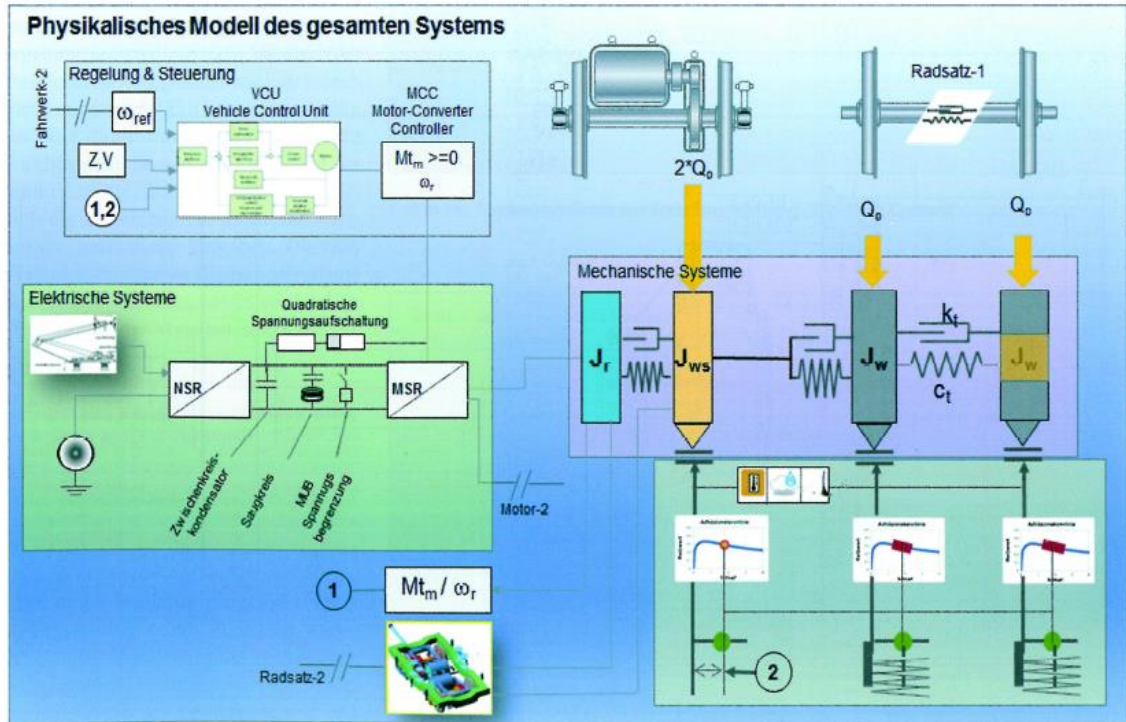
mechanickou částí různých typů soustrojí a různě výkonnými elektrickými hnacími motory. Výpočetní modely použité k simulacím jsou, jako ve většině případů, založeny na zjednodušených mechanických soustavách, které umožňují využití analytických metod výpočtů v kombinaci s matematickým modelem asynchronního motoru. K validaci výpočtů autoři využili měření na reálných zařízeních. Jak provedenými výpočty, tak měřeními autoři prokázali vazbu mezi mechanickou a elektrickou částí pohonů, která je velmi významná v oblasti nízkých vlastních frekvencí a v kombinaci s tvrdou charakteristikou hnacího asynchronního motoru v okolí jmenovitých otáček. Také se prokázalo, že asynchronní motor je schopen velkého elektromagnetického tlumení v oblasti nízkých budících frekvencí a tím dokáže zcela potlačit vybuzené vlastní tvary kmitů soustrojí. Toto elektromagnetické tlumení je v oblasti nízkých frekvencí mnohem efektivnější, než mechanické tlumení. Prokázalo se však také, že asynchronní motor s tvrdou momentovou charakteristikou je zdrojem negativního elektromagnetického tlumení. Tento jev se ukazuje být nebezpečný v blízkém okolí jmenovité frekvence napájecího napětí, kde může způsobovat nestabilní vazbu ve špatně utlumené soustavě. S vyššími budícími frekvencemi se opět vrací tlumící schopnost elektromagnetické vazby, která však zase postupně klesá k nule. Tlumení torzních vibrací pak přechází pouze na mechanické tlumení. Graficky je tento jev prezetován na Obr. 2.29.



Obr. 2.29: Průběh elektromagnetické tuhosti (černá čára) a součinitele tlumení (šedá čára) ve frekvenční oblasti. [21]

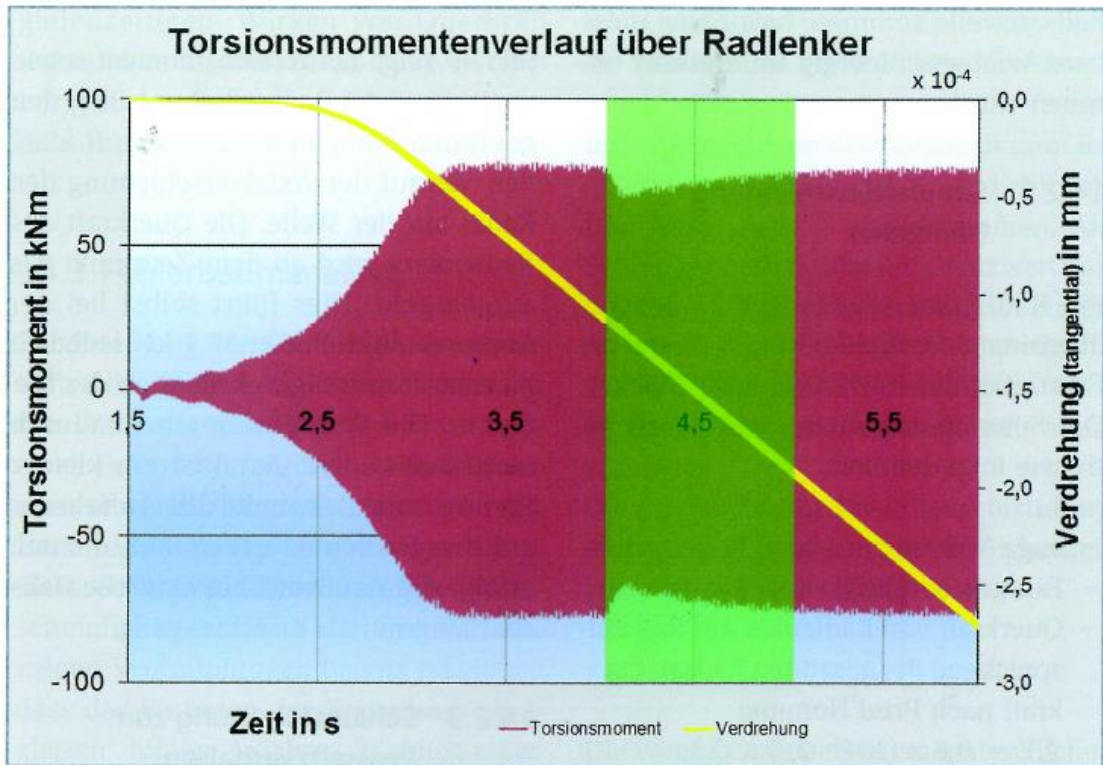
Stran nedávného výzkumu přicházejícího z praxe konstrukce kolejových vozidel, je práce Richarda Schneidera [22] a [23] důkazem, že je stále potřeba se věnovat systémovým analýzám torzních pohonů v co nejširším kontextu. Byť autora především zajímají vlivy nadměrného zatěžování a vlivu torzního kmitání na dimenzování os

dvojkolí a lisovaných spojů kol, tak prvním cílem bylo vytvořit komplexní simulační model, který umožní s dostatečnou spolehlivostí predikovat chování pohonu, jakožto torzní soustavy. Realizace takového fyzikálního systému v této práci vychází ze schématu na Obr. 2.30.

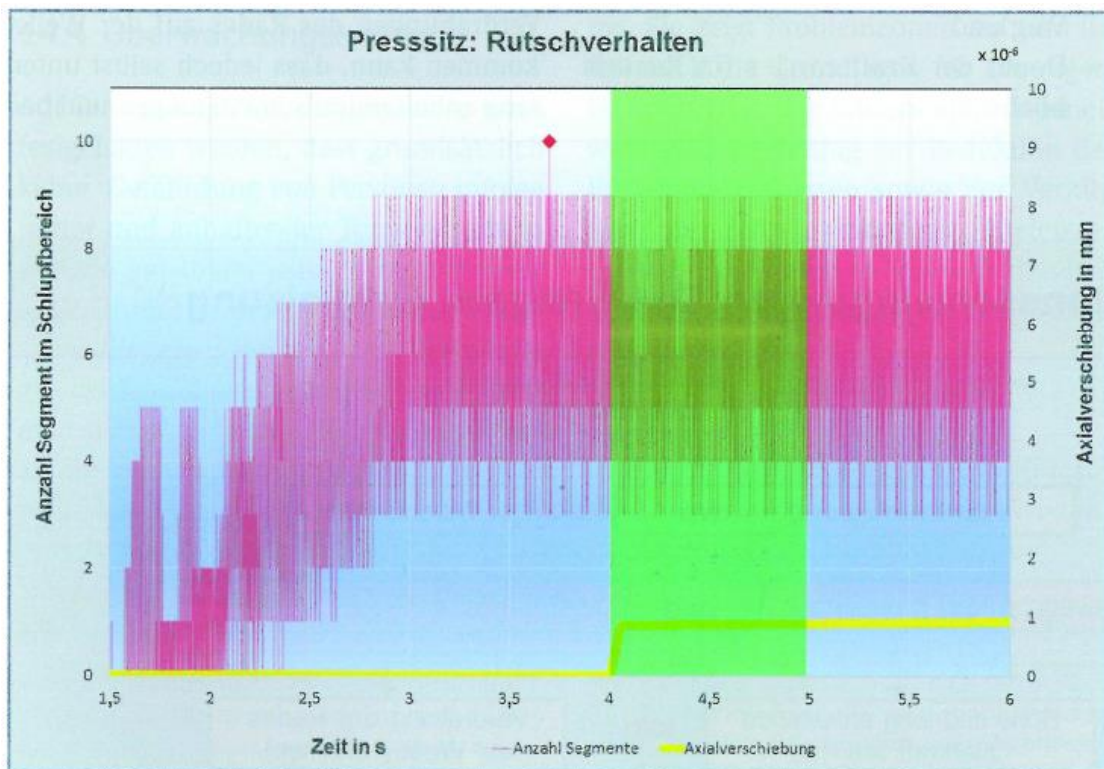


Obr. 2.30: Schématické znázornění celého fyzikálního systému torzní soustavy. [22]

Tuto systémovou analýzu autor navíc podpořil měřeními na reálném vozidle. Výzkum pana Schneidera ukázal, že k rozvoji nadměrného torzního momentu dochází za specifických podmínek daných skluzem kol, velikostí přenášeného hnacího momentu a jeho orientaci – jízda vs. brzda. Toto chování se v rámci této práce navíc ukázalo jako nezávislé na regulaci a adhezních podmínkách.



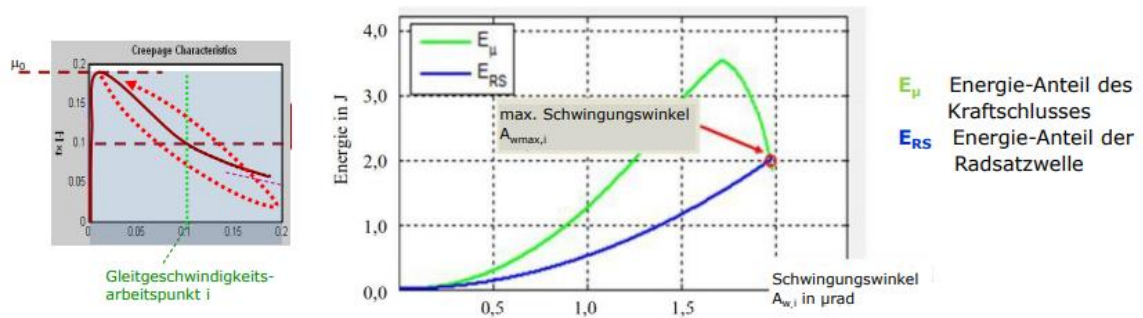
Obr. 2.31: Průběh torzních moment (fialová) a tečného pootočení kola na ose dvojkolí (žlutá) při simulaci průjezdu přes přídržnici. [23]



Obr. 2.32: Průběh axiálního posuvu kola na ose dvojkolí (žlutá) při simulaci průjezdu přes přídržnici. [23]

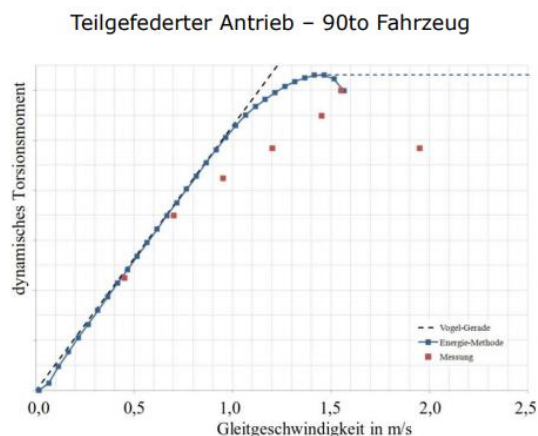
Zásadní sdělení práce pana inženýra Schneidera je, že vlivem torzního kmitání může dojít k protáčení železničních kol na osách dvojkolí v řádu  $10^{-4}$  mm, viz Obr. 2.31. Avšak ani při dlouhodobém kmitání a současném působení příčných sil nemůže dojít k měřitelným příčným posunům kol na osách dvojkolí, viz Obr. 2.32. V rámci definovaných podmínek tedy tato analýza říká, že torzní kmitání není jevem ohrožujícím bezpečnost fungování lisovaných spojů dvojkolí.

Ve stejném roce 2018 jako výsledky výzkumu pana Schneidera z Bombardieru prezentovali svůj výzkum kolegové ze Siemensu – pan doktor Yu a pan doktor Breuer [24]. Ti se v rámci svého výzkumu zaměřili na stanovení metody predikce maximálních možných dynamických torsních momentů („Rolliermoment“), které mohou v nápravě dvojkolí vznikat. Odvození závislosti pro maximální amplitudu torzního momentu pro konkrétní pracovní bod skluzové charakteristiky vychází z energetické bilance skluzových sil a energie torzního kmitání nápravy, viz Obr. 2.33.



Obr. 2.33: Princip energetické metody. [24]

V rámci své energetické metody mohou predikovat maximální dynamický torzní moment nápravy, viz Obr. 2.34. Další směřování tohoto oborového výzkumu je validace této energetické metody a její prosazení do normativních předpisů.



Obr. 2.34: Výpočet závislosti dynamických torzních momentů na skluzové rychlosti. [24]

Stejně jako v prvním bodě rešerše, tak i v druhém, který se zabývá výzkumem zaměřeným na tvorbu simulačních modelů a metod predikce, se ukazuje jako hlavní cíl výzkumníků torzní přetěžování dvojkolí. Dalším společným prvkem, s výjimkou výzkumu doktora Yu a doktora Breuera, je to, že v případě modelování je kladen důraz na tvorbu komplexních simulačních modelů. To znamená modelů, které jsou tvořeny spojením elektrické a mechanické části pohonu, submodelem kontaktního problému kolo-kolejnice a submodelem dynamiky pohybu.

Na základě zkoumaných publikací lze také dovodit to, jaké jsou předpokládány základní druhy buzení torzního kmitání v pohonu kolejového vozidla. V tomto ohledu lze definovat následující:

- a) Buzení elektromagnetickým momentem trakčního motoru.
- b) Buzení záběrem zubů ozubených kol.
- c) Buzení od svislých nerovností tratě.
- d) Buzení vlivem prokluzu kol dvojkolí.
- e) Buzení vlnivým pohybem dvojkolí.

### 2.3.3 Poznatky k metodám zpracování řešení simulačních modelů

Obecným cílem této disertační práce jsou od počátku přechodové a elektromechanické jevy a jejich negativní vlivy na soustavu pohonu dvojkolí. S ohledem na výsledky výše uvedené rešerše je proto dále popisovaný výzkum zaměřený na simulace a predikování negativních projevů elektromechanických jevů. Rešerše také ukázala, že dosavadní výzkum v této oblasti se zaměřuje specificky na jevy ohrožující dvojkolí, které jsou důsledkem ztráty adheze v kontaktu kolo-kolejnice.

V této disertační práci je proto snahou zkoumat nebezpečné jevy torzního kmitání z druhé strany torzní soustavy, tedy část od rotoru motoru po čelní ozubení převodovky. Což, jak je dále popsáno, představuje buzení nebezpečných rezonančních stavů prostřednictvím harmonických složek elektromagnetického momentu trakčního asynchronního motoru.

Analýzu dynamického chování torzní soustavy trakčního pohonu lze řešit pomocí různých matematických a softwarových nástrojů. Základem takové analýzy je správně sestavený výpočtový model, jehož analýzu provádíme. Elementárním přístupem je řešení pohybových rovnic, které tento model popisují. Pohybové rovnice lze sestavit metodou uvolňování nebo pomocí Lagrangeových rovnic druhého řádu. Řešením těchto rovnic pak

získáme informace o základních charakteristikách soustavy, jako jsou vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání a také tím vypočítáme časové průběhy výchylek, rychlostí a zrychlení jednotlivých hmot soustavy. K řešení soustav pohybových rovnic lze v dnešní době využít řadu softwarových nástrojů – MATLAB, Maple, Mathcad a jiné. Díky naprogramovaným funkcím je využití těchto nástrojů uživatelsky snadné.

### 2.3.3.1 Analytické řešení lineárních diferenciálních rovnic

Silovou nebo momentovou rovnováhu soustavy těles popisují diferenciální rovnice II. řádu, které představují již zmiňované pohybové rovnice. Obecný popis soustavy těles s  $n$ -stupni volnosti lze zapsat symbolicky v maticovém tvaru dle vztahu (2.47).

$$[J][\ddot{y}] + [B][\dot{y}] + [K][y] = [F] \quad (2.47)$$

Kde  $[J]$  je matice hmotností, respektive při torzním kmitání momentů setrvačnosti,  $[B]$  je matice tlumení, respektive při torzním kmitání torzního tlumení  $[K]$  je matice tuhosti, respektive při torzním kmitání torzní tuhosti,  $[y]$ ,  $[\dot{y}]$ ,  $[\ddot{y}]$  jsou vektory neznámých výchylek, rychlostí a zrychlení, respektive při torzním kmitání vektory neznámých úhlů natočení, úhlových rychlostí a úhlových zrychlení a  $[F]$  představuje vektor vnějších budících nekonzervativních sil (sil a momentů). Pro účely frekvenční analýzy, výpočtu vlastních tvarů a vlastních frekvencí kmitů, se použije popisu soustavy bez buzení – (2.48).

$$[J][\ddot{y}] + [B][\dot{y}] + [K][y] = [0] \quad (2.48)$$

K vyřešení vzniklé homogenní soustavy je nutné použít substituci (2.49), tzn. snížení řádu diferenciálních rovnic se současným zdvojnásobením počtu rovnic.

$$[\dot{y}] = [y_1] \quad (2.49)$$

Dosazením předpokládaného řešení (2.50) a (2.51) a následnými maticovými operacemi získáme soustavu rovnic ve tvaru (2.52).

$$[y] = [Y]e^{\lambda t} \quad (2.50)$$

$$[y_1] = [Y_1]e^{\lambda t} \quad (2.51)$$

$$(-\lambda[\bar{E}] + [\bar{K}])[\bar{Y}] = 0 \quad (2.52)$$

Vlastní čísla matice  $[\bar{K}]$  se určí z podmínky, že soustava (2.52) má netriviální řešení, když se její determinant rovná nule. Vlastní čísla  $\lambda_i$  pak mají obecný tvar (2.53) v komplexním

tvaru, kde  $\delta$  představuje útlum vlastních kmitů a  $\Omega_i$  je i-tá vlastní kruhová frekvence. Vlastní tvary kmitů se spočítají dosazením vlastních čísel do předpokládaného řešení (2.54).

$$\lambda_i = \delta \pm i\Omega_i \quad (2.53)$$

$$[y] = [Y]e^{\lambda_i t} \quad (2.54)$$

S využitím programu MATLAB lze všechny tyto operace vyřešit pomocí funkce *eig* nebo *polyeig*, která řeší problém vlastních čísel a vlastních vektorů pro zadané matice soustavy bez tlumení, respektive soustavy s tlumením. Tímto způsobem jsou tedy v rámci této práce určovány základní charakteristiky soustavy – vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání.

### 2.3.3.2 Tvorba simulačních modelů v prostředí MATLAB Simulink

Za účelem tohoto výzkumu byl dále využíván komplexnější matematický model, který byl sestaven, aby umožnil simulaci jízdy vlaku a zkoumání dynamických a přechodových jevů v soustavě trakčního pohonu, viz kapitola 4.2. Tento matematický model byl sestaven v prostředí programu MATLAB Simulink, které díky svému uživatelskému rozhraní a rozsáhlým knihovnám umožňuje snadnou tvorbu simulačních modelů. Při používání tohoto prostředí je ovšem zásadní volba a nastavení řešiče. To je dáno volbou vhodné numerické metody a nastavením velikosti kroku tak, aby prováděné simulace byly stabilní. Tedy aby nedocházelo např. k situaci, kdy pozorovaná rezonance je ve skutečnosti projevem nestability zvolené numerické metody.

#### 2.3.3.2.1 Volba velikosti kroku numerické metody

Obecně je vhodné volbu velikosti kroku a numerické metody řešit v souvislosti s intervalem stability různých numerických metod, neboť při větší oblasti stability metody vyššího řádu lze s výhodou méně časově náročného výpočtu dosáhnout stejných výsledků, jako pro metody nižšího řádu s menším intervalem stability, který však vyžaduje např. dvakrát kratší výpočetní krok. V kontextu této práce bylo v počátku k volbě velikosti kroku přistoupeno z jiného praktického pohledu. A to tak, že se dle teorie v kapitole 2.1.3.1 předpokládala existence budících harmonických složek ve zkoumaných průbězích simulovaných veličin o frekvencích v řádech kilohertzů. Aby bylo zajištěno, že nevhodnou volbou velikosti výpočetního kroku nedojede k filtrování těchto frekvencí, byla v prvopočátku zvolena hodnota výpočetního kroku  $\Delta t = 10^{-5}$  s.



S tímto předpokladem a v kontextu volby numerické metody pak následuje ověření stability numerického řešení, kterým se snažíme aproximovat přesné řešení daných diferenciálních rovnic.

### 2.3.3.2.2 Stabilita numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic

Analýza stability numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic (dále ODR), ať už se jedná o jednu rovnici nebo soustavu rovnic, se opírá o testovací rovnici pro výpočet stability (2.55) jejíž přesné analytické řešení je dle (2.56).

$$y' = \lambda y \quad (2.55)$$

$$y = e^{\lambda t} \quad (2.56)$$

Kde  $\lambda$  je konstanta, která je obecně uvažována jako komplexní číslo (2.57) jehož reálná složka určuje, zda bude řešení stabilní a bude se tedy pohybovat v rámci požadované chyby, nebo bude nestabilní a poroste nade všechny meze. Tato podmínka je pak vyjádřena tím, že  $\lambda_{RE} > 0$ . Toto je podmínka absolutní stability, dále A-stabilita.

$$\lambda = \lambda_{RE} + i\lambda_{IM} \quad (2.57)$$

Příklad řešení stability je níže uveden na příkladu ODR II. řádu ve tvaru (2.58). Protože se jedná o ODR vyššího řádu než 1., tak je nutné zavést substituci (2.59) k jeho snížení. Dosazením (2.59) do (2.58) tak získáme dvě ODR 1. řádu, které můžeme dále upravit do maticového zápisu (2.60).

$$y'' + \omega^2 y = 0 \quad (2.58)$$

$$y_1 = y' \quad (2.59)$$

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} y_1 \\ y \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Matice  $[A]$  ve vztahu (2.60) obsahuje vlastní čísla, která získáme diagonalizací matice  $[A]$ , viz vztah (2.61). Zápis (2.60) je již podobný zápisu testovací rovnice (2.55), je však potřeba v něm vyjádřit právě matici vlastních čísel  $[\Lambda]$ , která je diagonální s vlastními čísly právě na diagonále. Následnými úpravami a s využitím vztahů (2.62) a (2.63) získáváme konečný vztah (2.64), který je ekvivalentní testovací rovnici (2.55).

$$[A] = [S][\Lambda][S]^{-1} \quad (2.61)$$

$$[Z] = [S]^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ y \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$[Z'] = [S]^{-1} \begin{bmatrix} y_1' \\ y' \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$[Z'] = [\Lambda][Z] \quad (2.64)$$

V případě soustavy diferenciálních rovnic, které popisují kmitající soustavu, je matice  $[\Lambda]$  ze vztahu (2.64) totožná s maticí  $[\bar{K}]$  ze vztahu (2.52). Takto získaná vlastní čísla  $\lambda_i$  násobená velikostí výpočetního kroku  $\Delta t$ , dále v textu označováno

$$z = \Delta t \cdot \lambda \quad (2.65)$$

se pak musí nacházet v oblasti stability aplikované numerické metody. Otázka volby vhodné stabilní numerické metody pro řešení modelu torzní dynamiky pohonu dvojkolí bude řešena ve 4. kapitole.

### 2.3.3.3 Harmonická analýza – Fourierova transformace

Harmonická analýza je samostatným matematickým oborem, který má však průnik do širokého množství aplikací, jak v oblasti teoretické matematiky, tak v praktických aplikacích při hodnocení měřených veličin, jako je např. kmitání skříní vozidel. Matematickou metodou používanou při harmonické analýze je Fourierova transformace. Ta v principu představuje transformaci signálu z časové oblasti do frekvenční oblasti. Základní myšlenkou je snaha reprezentovat funkce či signály pomocí superpozice základních vlnění, která jsou definována svou frekvencí, amplitudou a fázovým posunem. Tato superpozice je součtem kosinových ( $\cos(kt)$ ) a sinových ( $\sin(kt)$ ) průběhů pro tzv. trigonometrickou Fourierovu transformaci nebo součtem exponenciálních funkcí ( $\exp(ikt)$ ) pro Fourierovu transformaci v komplexním tvaru.

#### 2.3.3.3.1 Fourierova řada periodické funkce

Fourierova řada periodické funkce je nejjednodušším odvozením Fourierovi transformace. Základní myšlenkou využití Fourierovi řady je skládání harmonických kmitů s takovými frekvencemi, že výsledná funkce je periodická, tedy  $T_1 = n \cdot T_n$ , kde  $n$  je celé číslo. Funkce definovaná tímto součtem má tvar dle (2.66) a její koeficienty  $B_0$ ,  $A_n$  a  $B_n$  určíme na intervalu  $\langle 0, T_1 \rangle$  dle (2.67), (2.68) a (2.69).

$$f(t) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega_1 t) \quad (2.66)$$

$$A_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt, \quad (2.67)$$

$$B_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt, \quad (2.68)$$

$$B_0 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) dt, \quad (2.69)$$

V komplexním tvaru má Fourierova řada tvar dle (2.70) a pro koeficient  $C_n$  platí (2.71).

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_1 t} \quad (2.70)$$

$$C_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{T_1} f(t) e^{-in\omega_1 t} dt \quad (2.71)$$

### 2.3.3.3.2 Fourierova transformace

Fourierovu transformaci můžeme odvodit z Fourierovi řady tím, že místo konečné doby periody zvolíme nekonečnou dobu periody ( $T_1 \rightarrow \infty$ ). Dosazením koeficientů a použitím trigonometrických vztahů dostaneme funkci ve tvaru (2.72).

$$f(\tau) = \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t) dt + \frac{2}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t) \cos(n\omega_1(\tau - t)) dt \quad (2.72)$$

Následnými úpravami získáme Fourierův integrál, který můžeme zapsat ve tvaru dle (2.73). Fourierovu transformaci  $F(\omega)$  funkce  $f(t)$  v tomto vztahu představuje výraz v hranaté závorce.

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \right] e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (2.73)$$

### 2.3.3.3.3 Rychlá Fourierova Transformace – FFT algoritmus

Rychlá Fourierova transformace, často označovaná jako FFT z anglického názvu Fast Fourier Transform, je algoritmus pro vypočítání diskretní Fourierovy transformace (DFT), kterou zavádíme v případě počítačového zpracování signálů, kdy máme k dispozici pouze vzorky funkce  $f(t)$  v diskretních časových okamžicích. Definiční vztah získáme nahrazením integrálu integrálním součtem při periodě vzorkování  $T_1$  (2.74). Pro praxi má význam především tzv. konečná DFT (2.75), kde se sumace provádí pouze v mezích od 0 do  $N-1$ , kde  $N$  je počet vzorků.

$$F_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_i e^{-i2\pi k_i T_1} \quad (2.74)$$

$$F_k = \sum_{i=0}^{N-1} f_i e^{-i2\pi k_i / N} \quad (2.75)$$

Rychlých algoritmů pro řešení DFT je celé řada a podstatou jejich vytvoření byla snaha snížit časovou náročnost výpočtu DFT. Detailnímu rozboru těchto algoritmů již dále nebude věnována pozornost.

#### 2.3.4 Přehled k problematice a metodám

V rámci výzkumu elektromechanických a přechodových jevů v torzní soustavě bylo nutné se již v úvodní rozvaze zaměřit na tři základní aspekty práce.

Zprvce to byla specifická oblast zkoumání těchto jevů. Tou byla od prvopočátku oblast elektromechanických jevů, které vznikají v trakčním pohonu jakožto elektromechanickém celku. I s ohledem na provedenou rešerši se práce dále zaměřila na dynamiku pohonu a vlivy buzení torzních oscilací vlivem harmonických složek elektromechanického momentu asynchronního trakčního motoru, jejich negativní projevy a možnosti eliminace.

Za druhé bylo definováno konkrétní zařízení, na které byl výzkum zaměřen. Toto bylo již více méně dáno historicky, neboť tento výzkum navazuje na předchozí výzkumnou práci Ing. Tomáše Fridrichovského, Ph.D. [6]. Ta měla za cíl výzkum vlivu přechodových jevů v kontaktu kolo-kolejnice na elektrické veličiny asynchronního trakčního motoru a jejich využití pro vylepšení protiprokluzové ochrany dvojkolí. Tím zmiňovaným zařízením je trakční pohon lokomotivy. Konstrukční uspořádání a parametry takového pohonu byly definovány tak, aby co nejvíce odpovídaly reálným provedením pohonů na reálných vozidlech.

V návaznosti na rozvahu o zkoumaném zařízení, jeho uspořádání a praktickém provedení byly zvoleny nástroje k provádění výzkumu. Primárně se jedná o matematické výpočetní a simulační modely. Nástroji k jejich tvorbě a používání byly zvoleny softwary MATLAB a MATLAB Simulink. Tato programovací prostředí dnes poskytují značný uživatelský komfort ať již předprogramovanými funkcemi nebo rozsáhlými knihovnami prvků pro modelování. I přes to je ale nadále nutné znát teoretické pozadí fungování těchto programů, např. z hlediska numerické stability výpočtu nebo správného nastavení nejrůznějších analyzátorů, aby byly získané výsledky správně interpretovány a mohly být považovány za správné.

Z těchto třech základních bodů zahrnujících jak přehled o problematice, viz části 2.1 a 2.2, tak principy a přístupy k výzkumu, viz část 2.3, byly vydefinovány čtyři základní cíle disertační práce.

### 3 Cíle disertační práce

V úvodu v Kapitole 1 byly zmíněny současné potřeby a zároveň i motivace k širšímu využívání železniční přepravy. Stran kolejových vozidel to také znamená neustálý vývoj a výzkum.

Zaměření mého výzkumu provedeného v disertační práci mohu shrnout těmito čtyřmi cíli:

1. **Určení vlivů vzájemného působení elektrické a mechanické části individuálního pohonu dvojkolí z hlediska buzení torzního kmitání.** Tyto stavy by mělo být možno navozovat opakovaně pro různé podmínky.
2. **Identifikovat projevy vzájemného elektro-mechanického působení v soustavě trakčního pohonu vozidla se zaměřením se na negativní ovlivňování jednotlivých komponent vozidla,** např. krátkodobé či dlouhodobé přetěžování – životnost, pevnost.
3. **Návrh opatření ke zmírnění nebo výrazné redukcí identifikovaných negativních projevů torzního kmitání** v pohonné soustavě individuálního pohonu dvojkolí kolejového vozidla.
4. **Posouzení možností experimentálního měření zkoumaných zákonitostí na kladkových stenech FS ČVUT** za účelem podpory této práce i následného rozšíření možností experimentálních měření začlenitelných do výuky.

K naplnění prvních tří cílů využívám simulačních modelů, které i s určitou mírou idealizace, vycházející ze základní představy o uspořádání modelu – Obr. 2.1, dostatečně respektují reálné uspořádání a parametry prvků pohonné soustavy kolejového vozidla.

Pro realizaci čtvrtého cíle byla využita z rekonstruovaná starší verze kladkového stavu a model dvounápravového podvozku s hnacími dvojkolími v měřítku 1:3,5.

## 4 Studie torzní dynamiky individuálního plně odpruženého pohonu dvojkolí

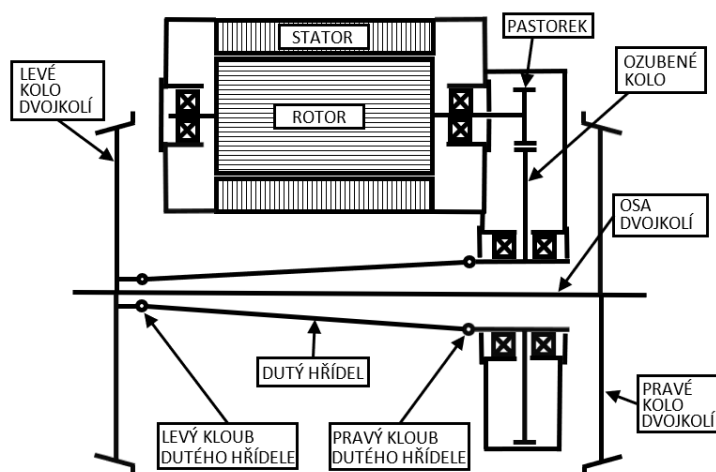
Pro popis jakékoliv dynamické soustavy je nutné sestavit její fyzikální a matematický model. V dnešní době lze s výhodou využít k provádění výpočtů a simulací na takových modelech softwarové prostředky. Nástroji výzkumu této disertace jsou matematické modely sestavené v programu MATLAB („Základní simulační model“) a MATLAB Simulink („Komplexní simulační model“).

Základní simulační model vypočítává základní charakteristiky torzní soustavy – vlastní frekvence a vlastní tvary torzních kmitů. Komplexní simulační model umožňuje simulovat rozjezd a jízdu trakčního vozidla. Výsledky dosažené simulacemi byla snaha podpořit měřeními na modernizovaném kladkovém stavu.

Tato kapitola dále popisuje způsob řešení cílů této práce prostřednictvím analyzování jak dynamických charakteristik samotné torzní soustavy zcela odpruženého pohonu lokomotivy, tak dynamického chování celého trakčního pohonu jakožto elektromechanické soustavy při simulaci rozjezdu a jízdy vlaku.

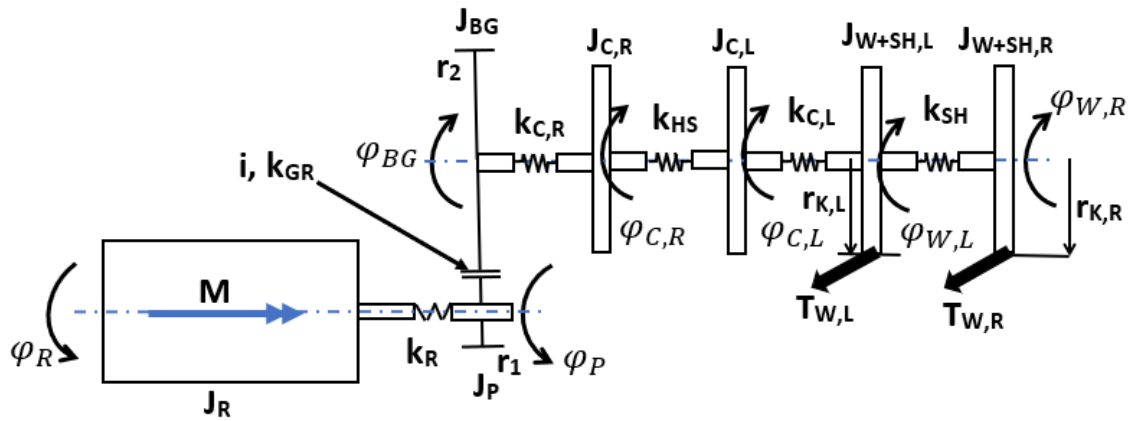
### 4.1 Analýza základních dynamických charakteristik torzní soustavy

Základními dynamickými charakteristikami torzní soustavy jsou pro účely této práce nazývány vlastní tvary kmitů a vlastní frekvence kmitání torzní soustavy. K jejich analýze je používán výpočetní matematický model výše nazývaný „Základní simulační model“.



Obr. 4.1: Schéma konstrukčního uspořádání zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí – 7 hmotová soustava. [25]

Ten je založen na představě torzní soustavy zcela odpruženého pohonu dvojkolí, viz Obr. 4.2, jehož předobrazem je schéma konstrukčního uspořádání dle Obr. 4.1, což je schéma ekvivalentního konstrukčního uspořádání reálného individuálního pohonu dvojkolí, jaké prezentuje Obr. 2.15.



Obr. 4.2: Schéma torzní soustavy zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí – 7 hmotová soustava. [26]

Torzní soustavu lze obecně popsat jako soustavu hmotných rotačních těles (hmot) charakterizovaných momenty setrvačnosti  $J_x$ . Tyto rotační hmoty jsou spojeny nehmotnými torzními pružinami, které charakterizuje parametr torzní tuhost  $k_x$ .

Převod mezi pastorkem a ozubeným kolem je vzhledem k plně odpruženému individuálnímu pohonu dvojkolí definován jako poměr poloměrů ozubených kol  $i = r_2/r_1$ . Vysvětlení k označení veličin torzní soustavy je uvedeno dále za vyjádřením vlastních pohybových rovnic. Popis této torzní soustavy pomocí pohybových rovnic, které vyjadřují momentovou rovnováhu jednotlivých těles soustavy prostřednictvím diferenciálních rovnic II. řádu a jejich řešení, bylo principiálně vysvětleno v kapitole 2.3.3.1.

Konkrétní pohybové rovnice odvozené pro soustavu zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí definují vztahy (4.1) až (4.7).

### Pohybová rovnice rotoru asynchronního motoru

$$J_R \ddot{\varphi}_R + k_R \varphi_R - k_R \varphi_P = M \quad (4.1)$$

### Pohybová rovnice pastorku

$$J_P \ddot{\varphi}_P - k_R \varphi_R + (k_R + k_{GR} r_1^2) \varphi_P - k_{GR} r_1 r_2 \varphi_{BG} = 0 \quad (4.2)$$

### Pohybová rovnice ozubeného kola

$$J_{BG} \ddot{\varphi}_{BG} - k_{GR} r_1 r_2 \varphi_P + (k_{GR} r_2^2 + k_{C,R}) \varphi_{BG} - k_{C,R} \varphi_{C,R} = 0 \quad (4.3)$$

### Pohybová rovnice pravého kloubu duté hřídele

$$J_{C,R} \ddot{\varphi}_{C,R} - k_{CR} \varphi_{BG} + (k_{C,R} + k_{HS}) \varphi_{C,R} - k_{HS} \varphi_{C,L} = 0 \quad (4.4)$$

### Pohybová rovnice levého kloubu dutého hřídele

$$J_{C,L} \ddot{\varphi}_{C,L} - k_{HS} \varphi_{C,R} + (k_{HS} + k_{C,L}) \varphi_{C,L} - k_{C,L} \varphi_{W,L} = 0 \quad (4.5)$$

### Pohybová rovnice levého kola dvojkolí

$$J_{W+SH,L} \ddot{\varphi}_{W,L} - k_{C,L} \varphi_{C,L} + (k_{C,L} + k_{SH}) \varphi_{W,L} - k_{SH} \varphi_{W,R} - T_{W,L} \cdot r_{K,L} = 0 \quad (4.6)$$

### Pohybová rovnice pravého kola dvojkolí

$$J_{W+SH,R} \ddot{\varphi}_{W,R} - k_{SH} \varphi_{W,L} + k_{SH} \varphi_{W,R} - T_{W,R} \cdot r_{K,R} = 0 \quad (4.7)$$

Význam použitých veličin je následující:

$J_R$ – moment setrvačnosti rotoru asynchronního motoru	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_P$ – moment setrvačnosti pastorku	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{BG}$ – moment setrvačnosti ozubeného kola	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{C,R}$ – moment setrvačnosti pravého kloubu duté hřídele	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{C,L}$ – moment setrvačnosti levého kloubu duté hřídele	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{W+SH,L}$ – moment setrvačnosti levého kola dvojkolí a příslušné části osy	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{W+SH,R}$ – moment setrvačnosti pravého kola dvojkolí a příslušné části osy	[kgm <sup>2</sup> ]
$M$ – hnací moment trakčního motoru	[Nm]
$k_R$ – torzní tuhost hřídele rotoru asynchronního motoru	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$k_{GR}$ – torzní tuhost ozubení	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$k_{C,R}$ – torzní tuhost pravého kloubu duté hřídele	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$k_{C,L}$ – torzní tuhost levého kloubu duté hřídele	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$k_{HS}$ – torzní tuhost duté hřídele	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$k_{SH}$ – torzní tuhost nápravy dvojkolí	[Nmrad <sup>-1</sup> ]
$\ddot{\varphi}_R$ – úhlové zrychlení rotoru asynchronního motoru	[rads <sup>-2</sup> ]
$\ddot{\varphi}_P$ – úhlové zrychlení pastorku	[rads <sup>-2</sup> ]
$\ddot{\varphi}_{BG}$ – úhlové zrychlení ozubeného kola	[rads <sup>-2</sup> ]



$\ddot{\varphi}_{C,R}$ – úhlové zrychlení pravého kloubu duté hřídele	[rads <sup>-2</sup> ]
$\ddot{\varphi}_{C,L}$ – úhlové zrychlení levého kloubu duté hřídele	[rads <sup>-2</sup> ]
$\ddot{\varphi}_{W,L}$ – úhlové zrychlení levého kola dvojkolí	[rads <sup>-2</sup> ]
$\ddot{\varphi}_{W,R}$ – úhlové zrychlení pravého kola dvojkolí	[rads <sup>-2</sup> ]
$\varphi_R$ – úhlové natočení rotoru asynchronního motoru	[rad]
$\varphi_P$ – úhlové natočení pastorku	[rad]
$\varphi_{BG}$ – úhlové natočení ozubeného kola	[rad]
$\varphi_{C,R}$ – úhlové natočení pravého kloubu duté hřídele	[rad]
$\varphi_{C,L}$ – úhlové natočení levého kloubu duté hřídele	[rad]
$\varphi_{W,L}$ – úhlové natočení levého kola dvojkolí	[rad]
$\varphi_{W,R}$ – úhlové natočení pravého kola dvojkolí	[rad]
$T_{W,L}, T_{W,R}$ – tečné síly v kontaktu levého a pravého kola dvojkolí s kolejnicemi	[N]
$r_{K,L}, r_{K,R}$ – okamžité poloměry levého a pravého kola	[m]

Maticový zápis těchto pohybových rovnic je uveden dále. Již zde je však vhodné upozornit na dva fakty:

- Prvním je to, že následující maticový zápis reprezentuje soustavu určenou k výpočtu vlastních čísel. A proto vektor vnějších sil nezahrnuje vnější budící účinek  $M$ , resp. je nulovým vektorem.
- Druhou záležitostí je vyjádření tečných sil  $T_{W,L}$  a  $T_{W,R}$  zavedených jako síly působící kontaktu kola a kolejnice. Tyto síly svůj vliv projeví v rámci matematického modelu a již zmíněných pohybových rovnic a souvisejícího maticového zápisu ve formě tlumení. Obecně je známo, že tlumení má vliv na hodnoty vlastních frekvencí. V případě vazby kolo-kolejnice může být tento vliv za specifických podmínek velmi silný. Proto bylo nutné zjistit, jak konkrétně ovlivní zkoumanou soustavu v kontextu zkoumaných jevů.

K definování vazby kolo-kolejnice bylo nejprve přistoupeno s následujícími zjednodušeními:

- V kontaktu kolo-kolejnice jsou uvažovány pouze podélné skluzové síly.
- Zanedbává se příčná skluzová síla v kontaktu kolo-kolejnice.
- Zanedbává se spinový moment v kontaktu kolo-kolejnice.

- Předpokládá se valení dvojkolí v rovné přímé koleji.
- Zanedbává se vliv změny průměrů kol.
- Zanedbává se vliv změny kolových sil.
- Předpokládá se rovnost sil  $T_{W,L}$  a  $T_{W,R}$  na obou kolech.

Uvažované podélné skluzové síly  $T_{W,L}$  a  $T_{W,R}$  jsou obecně definovány dle (4.8)

$$T_{W,L} = T_{W,R} = k_1 \sigma_X \quad (4.8)$$

Podélný poměrný skluz ve (4.8) by obecněji mohl být definován pomocí vztahů (2.30) a (2.31). S ohledem na výše uvedená zjednodušení si lze v daném případě vystačit s definicí dle (2.28). K vyjádření součinitele podélné skluzové síly  $k_1$ , resp. k vyjádření podélné skluzové síly, byla dále využita Kalkerova lineární teorie, viz (4.9). Výsledné členy v matici tlumení pak vycházejí ve tvaru dle vztahu (4.10).

$$T_{W,L} = T_{W,R} = c_{11} a_{el} b_{el} G \sigma_X \quad (4.9)$$

$$b_{W,R} = b_{W,L} = k_1 \frac{r_k^2}{v} \quad (4.10)$$

Maticový zápis pohybových rovnic (4.1) až (4.7) lze vyjádřit ve tvaru:

$$[J][\ddot{y}] + [B][\dot{y}] + [K][y] = [0]$$

$$\begin{bmatrix} J_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{BG} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{C,R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{C,L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{W,L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{W,R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_R \\ \ddot{\phi}_P \\ \ddot{\phi}_{BG} \\ \ddot{\phi}_{C,R} \\ \ddot{\phi}_{C,L} \\ \ddot{\phi}_{W,L} \\ \ddot{\phi}_{W,R} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 \frac{r_{K,L}}{v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 \frac{r_{K,R}}{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_P \\ \dot{\phi}_{BG} \\ \dot{\phi}_{C,R} \\ \dot{\phi}_{C,L} \\ \dot{\phi}_{W,L} \\ \dot{\phi}_{W,R} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix}
k_R & -k_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-k_R & k_R + k_{GR}r_1^2 & -k_{GR}r_1r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -k_{GR}r_1r_2 & k_{GR}r_2^2 + k_{CR} & -k_{C,R} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -k_{C,R} & k_{C,R} + k_{HS} & -k_{HS} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -k_{HS} & k_{HS} + k_{C,L} & -k_{C,L} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -k_{C,L} & k_{C,L} + k_{SH} & -k_{SH} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{SH} & k_{SH}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\varphi_R \\
\varphi_P \\
\varphi_{BG} \\
\varphi_{C,R} \\
\varphi_{C,L} \\
\varphi_{W,L} \\
\varphi_{W,R}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}
\tag{4.11}$$

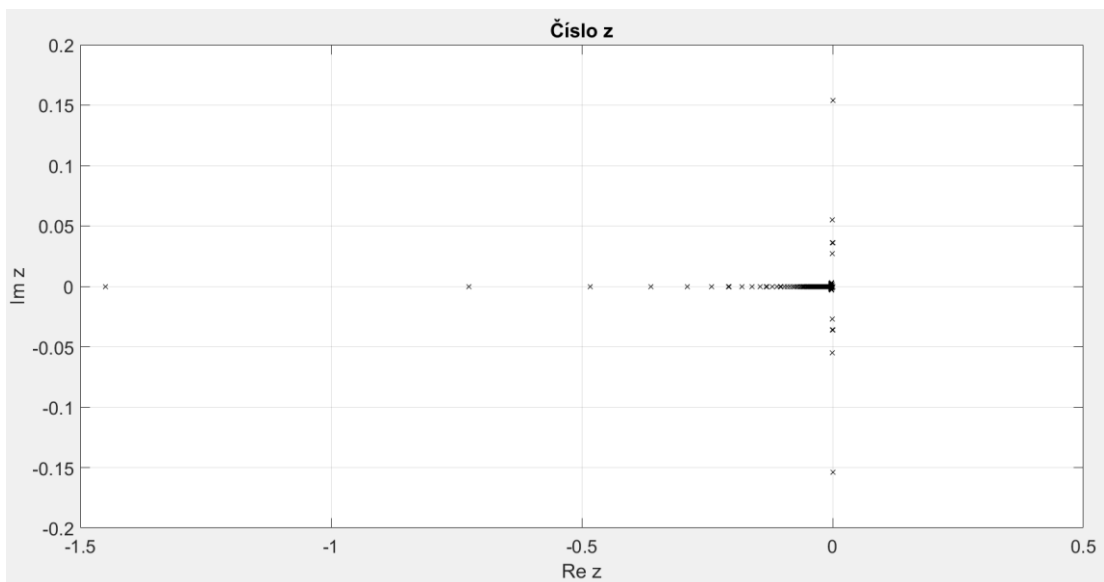
Pro další detaily tohoto způsobu zjišťování vlivu tlumení v kontaktu kolo-kolejnice lze čtenáře odkázat na publikaci [27]. Zásadní závěry z toho zkoumání však vynechány nebudou. I za předpokladu řady výše uvedených zjednodušení lze konstatovat, že vazba v kontaktu kolo-kolejnice má velmi silný tlumicí účinek především v nízkých rychlostech jízdy, kdy dokáže zcela utlumit vlastní torzní kmitání dvojkolí. S rostoucí rychlostí jízdy se tento efekt snižuje a lze říci, že v oblastech výkonového omezení trakčního motoru je nulový a umožňuje opět torzní kmitání kol dvojkolí vůči sobě. Z hlediska hodnot vlastních frekvencí lze pro danou torzní soustavu vypočítat, že v nízkých rychlostech je vlastní frekvence kmitání dvojkolí 0 Hz. Od bodu zlomu začne narůstat na hodnotu 57 Hz, která odpovídá hodnotě vlastní frekvence protiběžného kmitání kol dvojkolí, které jede výběhem, tedy bez podélných skluzových sil mezi kolem a kolejnicí. Toto chování je zároveň ovlivněno oblastí skluzové charakteristiky, kdy ve vyšších hodnotách podélného poměrného skluzu  $\sigma_x$  klesá hodnota  $k_1$  a bude tedy zároveň klesat tlumení. Stejný efekt se prostřednictvím součinitele podélné skluzové síly  $k_1$  projeví i při zhoršujících se kontaktních podmínkách, kdy  $k_1^*$  pro mokrou kolej bude menší než  $k_1$  pro suchou kolej. Pro uvažované varianty hodnot  $k_1$ , resp.  $k_1^*$  se tento bod zlomu nachází v rozpětí rychlostí jízdy od cca 55 km/h do 100 km/h. Zásadním zjištěním tedy bylo, že kontakt kolo-kolejnice ovlivňuje výrazným způsobem kmitání dvojkolí prostřednictvím své tlumicí vazby. V kontrastu k tomu ale neovlivňuje kmitání ostatních hmot torzní soustavy trakčního pohonu. Čili lze jej principiálně zanedbat.

## 4.2 Analýza stability vlastních čísel torzní soustavy

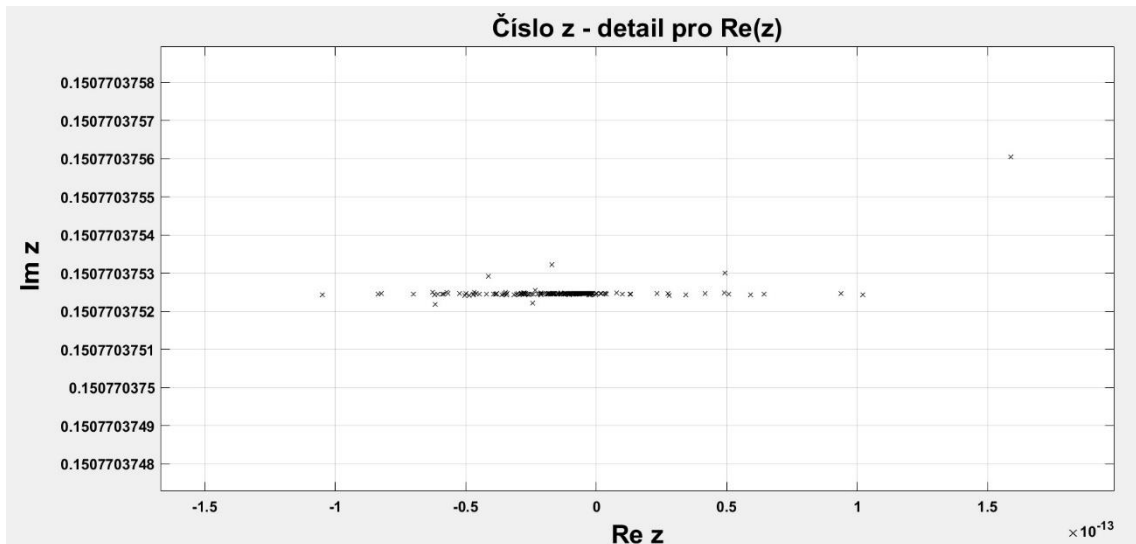
Pro stanovení vlastních frekvencí torzní soustavy pracujeme s linearizovanou soustavou homogenních diferenciálních rovnic.

V rámci uvažované torzní soustavy zcela odpruženého trakčního pohonu dvojkolí, která je matematicky obecně popsána dle vztahu (2.47) a schematicky znázorněna na obrázcích, Obr. 4.1 a Obr. 4.2, jsou téměř všechny parametry, jako momenty setrvačnosti a torzní tuhosti, uvažovány konstantní. Výjimku představuje prvek tlumení, který je v soustavě zaveden v rámci vyjádření podélných sil působících v kontaktu kolo-kolejnice, jak bylo vysvětleno v předchozím odstavci.

Analýza vlivu tlumení na přeladění torzní soustavy pohonu dvojkolí pomocí Kalkerovy lineární teorie [27] ukázala, že toto tlumení vlivem kontaktu kola a kolejnice může mít velmi výrazný vliv. Na základě toho byl proveden výpočet vlastních čísel soustavy variantně pro různé hodnoty Kalkerova součinitele  $c_{11}$  v kombinaci s rychlostmi jízdy do  $90 \text{ km.h}^{-1}$  s krokem  $1 \text{ km.h}^{-1}$ . Přehled těchto čísel charakterizujících uvažovanou soustavu dává Obr. 4.3. Z Obr. 4.4 je pak zjevné, že velké množství čísel  $z = \lambda \cdot \Delta h$  leží v kladné polovině reálné osy. Graficky je tento fakt prezentován i v následující kapitole v souvislosti s oblastí stability aplikované numerické metody.

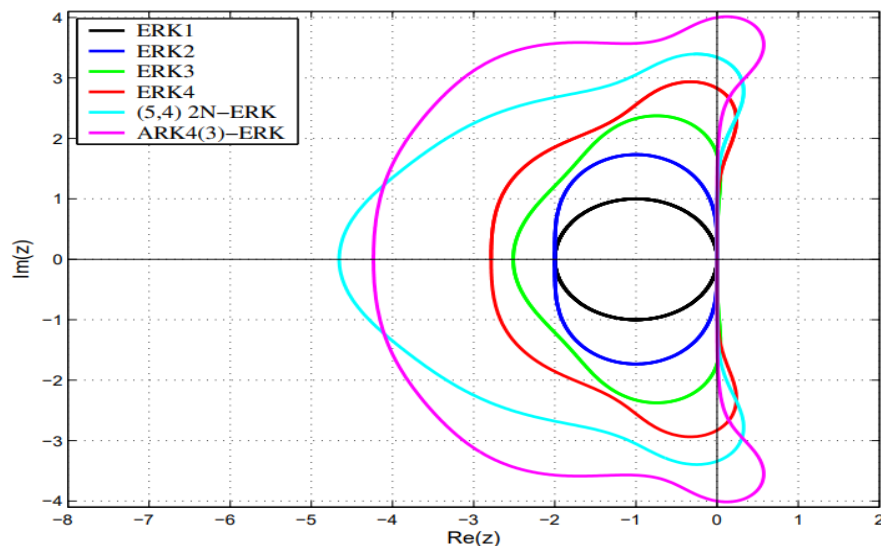


Obr. 4.3: Grafický přehled čísel  $z$  v komplexní rovině.



Obr. 4.4: Detailní zobrazení nestabilních vlastních čísel

V kontextu tohoto faktu však lze již zde říci, že pro simulace s uvažovanou soustavou nejsou vhodné explicitní numerické metody, jejichž oblast stability se nachází v záporné polorovině reálné osy. A nemusí být vhodné ani explicitní numerické metody vyšších řádů nebo modifikované explicitní numerické metody, jejichž oblast stability může zasahovat i do kladné poloroviny reálné osy, avšak až pro „vyšší“ hodnoty imaginární části čísla  $z$ , viz Obr. 4.5.



Obr. 4.5: Oblasti A-stability explicitních Runge-Kuttových metod. [28]

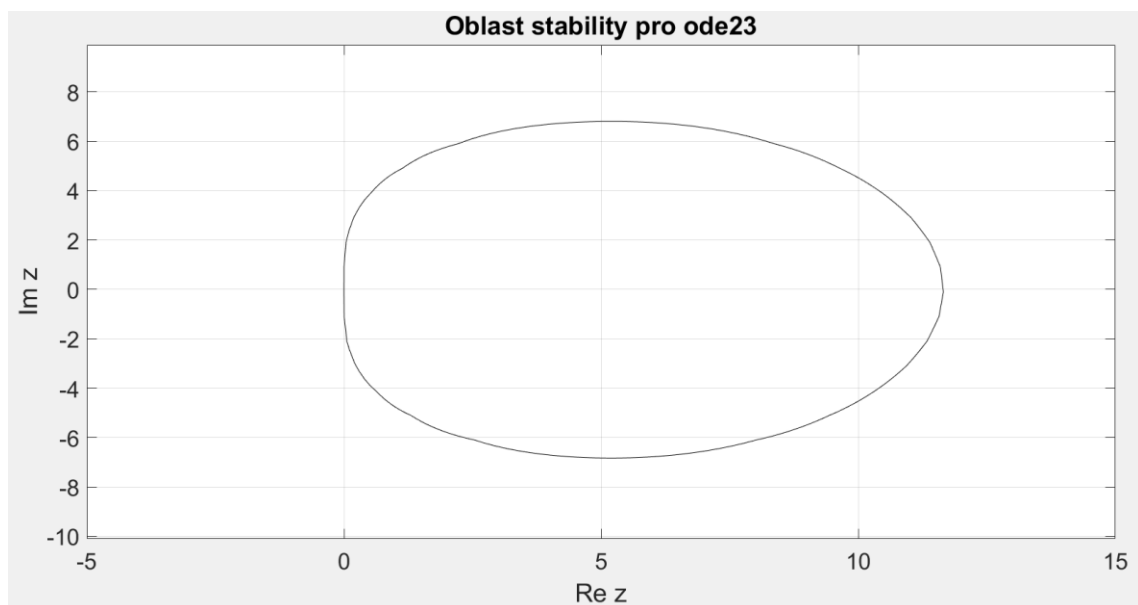
#### 4.2.1 Aplikace implicitní Rosenbrockovi numerické metody druhého řádu

Prostředí řešiče v MATLAB Simulinku nabízí možnosti volit mezi mnoha numerickými metodami různých řádů – jednokrokové, vícekrokové, explicitní a implicitní. Z důvodů výše zmíněných byla pozornost soustředěna na implicitní numerické metody. Tento směr je i podložen návodem na Help Center společnosti MathWorks®, kde se doporučuje použití implicitních metod pro modely fyzických komponent. Jako základní se nabízí implicitní metoda prvního řádu – Eulerova implicitní metoda. Ta však může mít tendenci tlumit kmitání systému. Proto byla dále zvolena metoda označená v rámci řešiče jako „ode23“, tedy metoda založená na implicitní Rosenbrockově metodě druhého řádu. Pro tuto metodu bylo nutné dále vykreslit oblast stability (Obr. 4.6).

Zde však již nemluvíme pouze o A-stabilitě, ale o L-stabilitě, které je speciálním případem A-stability. O metodě řekneme, že je L-stabilní, když je A-stabilní a zároveň platí, že stabilitní funkce metody  $R(z) \rightarrow 0$ , když  $z \rightarrow \infty$ . Funkce stability má tvar dle (4.12) [29].

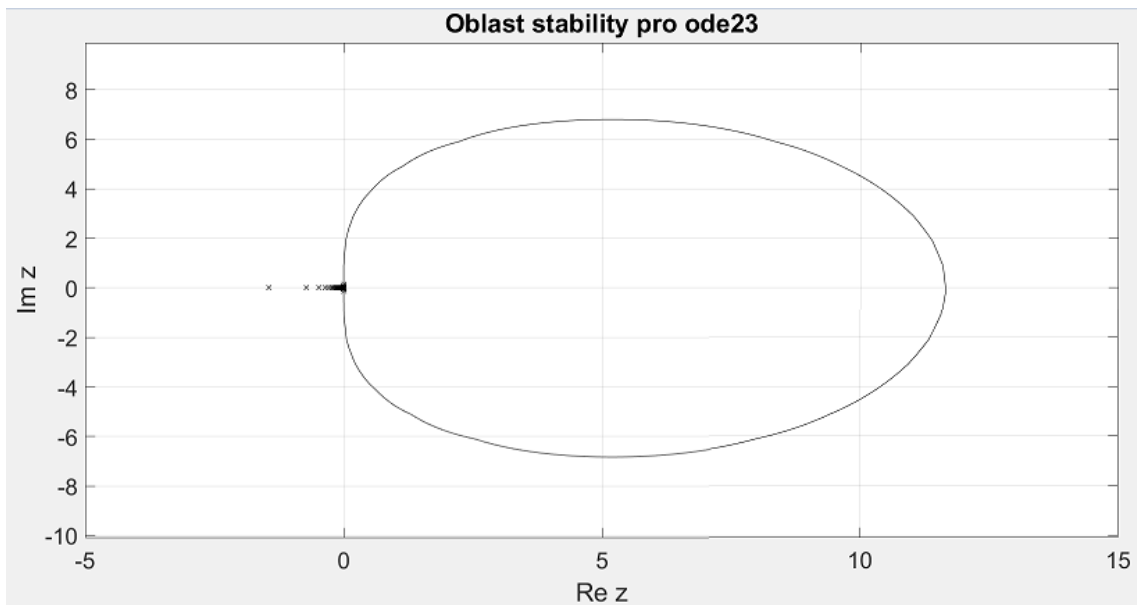
$$R(z) = \frac{1+(1-2\gamma)z}{(1-\gamma z)^2} \quad (4.12)$$

Oblast stability pro zvolenou metodu je graficky znázorněna na Obr. 4.6. Křivka tvaru vejce vymezuje tuto oblast s tím, že **body komplexní roviny nacházející se uvnitř jsou body nestabilní**. Naopak plocha vně vymezuje stabilní oblast řešení.

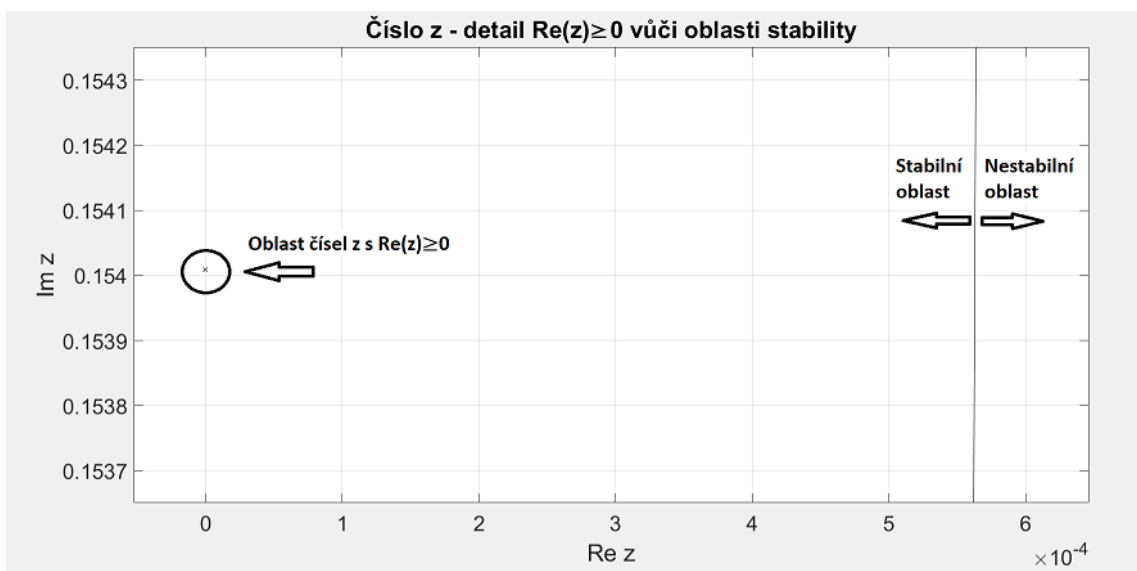


Obr. 4.6: Grafické znázornění oblasti stability pro metodu ode23.

Spojením grafických výsledků výpočtů na Obr. 4.3 a Obr. 4.6 získáme zjevné umístění čísel  $z$  vůči oblasti stability v komplexní rovině (Obr. 4.7). Obr. 4.8 pak prezentuje detail pro čísla  $z$ , u kterých jejich reálná část nabývá hodnot rovných nebo větších, než je nula. Zde je dokázáno, že i tato čísla se nacházejí v oblasti stability zvolené implicitní numerické metody.



Obr. 4.7: Umístění čísel  $z$  vůči oblasti stability.



Obr. 4.8: Umístění čísel  $z$  s  $Re(z) \geq 0$  vůči oblasti stability.

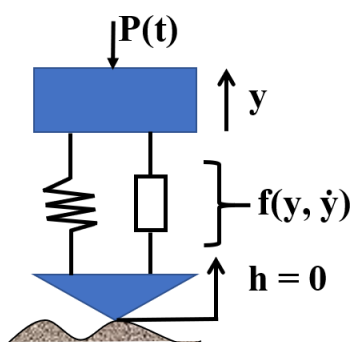
S ohledem na stabilitu řešení jsem pro řešení soustavy homogenních diferenciálních rovnic 1.řádu zvolil řešič typu ode23, který je založen na implicitní Rosenbrockově metodě druhého řádu.

### 4.3 Analýza využití přístupů nelineárních a metod hmotného kontinua

Problematika analýzy dynamických charakteristik torzní soustavy popisovaná v přechozích odstavcích, především pak v kapitolách 4.1 a 4.2, je založená na představě linearizované torzní soustavy. Protože linearizace je formou zjednodušení fyzikální reality, je také potřeba posoudit, zda je linearizování vhodným přístupem v kontextu konkrétního případu. Řada prvků a technických dílů, jako jsou tlumiče či pryžové prvky, se totiž vyznačuje nelineárním chováním. Stejně tak je vhodné posoudit to, do jaké míry je vhodné nahradit skutečnou torzní soustavu diskretizovanou soustavou, která se skládá z konečného počtu hmot, místo využití teorie hmotného kontinua.

#### 4.3.1 Kmitání s nelineárními prvky

Zcela odpružený individuální pohon dvojkolí, který je předmětem zkoumání v disertační práci, vychází z principiální představy o jeho konstrukčním uspořádání. Ukázkou reálného řešení je např. již prezentovaný Obr. 2.15. Schéma konstrukčního uspořádání zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí a z něj vyplývající torzní soustava (Obr. 4.1, Obr. 4.2), aplikované pro výpočetní modely v mé práci, vychází z již dříve užívaného modelu Ing. Tomáše Fridrichovského, Ph.D. . Konstrukční řešení, které je předlohou nejenom z hlediska uspořádání, ale také odvození funkčních vlastností a parametrů, např. momentů setrvačnosti a torzních tuhostí, nevyužívá žádných komponent (jako pryžové prstence, pryžové silentbloky) vyznačujících se nelineárním chováním. Jedná se o konstrukční řešení využívající ocelové komponenty i v případě kloubů dutého hřídele. S tímto vědomím jsem se v řešení výpočetních modelů nelinearitám nevěnoval. Zcela se této problematice však vyhnout nechci, a proto se níže věnuji obecnému vhledu na problematiku kmitání s nelineárními prvky a přístupu k jeho řešení na úrovni analytických výpočtů. Příkladně pro jednu hmotovou soustavu, viz Obr. 4.9.



Obr. 4.9: Schéma jednohmotové soustavy s nelineárním prvkem ve vypružení.



Při řešení kmitání soustavy s nelineárními prvky vycházíme, stejně jako u lineární soustavy, z pohybové rovnice, která popisuje silovou případně momentovou rovnováhu soustavy. Když se omezíme na soustavu bez tlumení, může pohybová rovnice mít tvar např. dle (4.13). Budeme-li hledat řešení ve tvaru dle (4.14), obdobné jako pro lineární soustavu, zavedeme rozvoj dle (4.15) a jeho dosazením do pohybové rovnice obdržíme rovnici (4.16).

$$m\ddot{y} + k_1 y + cy^3 = P_1 \sin \omega t \quad (4.13)$$

$$y = Y_0 \sin \omega t \quad (4.14)$$

$$cy^3 = c(Y_0 \sin \omega t)^3 = cY_0^3 \left( \frac{3}{4} \sin \omega t - \frac{1}{4} \sin 3\omega t \right) \quad (4.15)$$

$$\left( -m\omega^2 + k_1 + \frac{3}{4} cY_0^2 \right) Y_0 \sin \omega t - \frac{1}{4} cY_0^3 \sin 3\omega t = P_1 \sin \omega t \quad (4.16)$$

Následným srovnáním parametrů u  $\sin(\omega t)$  a  $\sin(3\omega t)$  dojdeme postupnými úpravami k rovnicím (4.17) a (4.18).

$$Y_0 = \frac{P_1}{-m\omega^2 + k_1 + \frac{3}{4} cY_0^2} \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{4} cY_0^3 = 0 \quad (4.18)$$

Z rovnice (4.18) je však patrné, že  $Y_0 = 0$  a to je při buzení  $P_1 \neq 0$  nemožné. Z toho plyne závěr, že pro řešení nelineární rovnice nemůžeme používat předpokládané řešení tak, jako u lineárních rovnic.

Pro výpočet vlastních frekvencí  $\Omega_n$  soustavy s nelineárními prvky se proto použije předpokládané řešení ve tvaru (4.19).

$$y = Y_0 \sin \Omega_n t \quad (4.19)$$

Po dosazení tohoto předpokládaného řešení a jeho druhé derivace (4.20) a rozvoje ve tvaru (4.21) do pohybové rovnice bez buzení (4.22) a následných úpravách (4.23) až (4.25) získáme rovnici hyperboly ve tvaru dle (4.26).

$$\ddot{y} = -\Omega_n^2 Y_0 \sin \Omega_n t \quad (4.20)$$

$$cy^3 = c(Y_0 \sin \Omega_n t)^3 = cY_0^3 \left( \frac{3}{4} \sin \Omega_n t - \frac{1}{4} \sin 3\Omega_n t \right) \quad (4.21)$$

$$m\ddot{y} + k_1 y + cy^3 = 0 \quad (4.22)$$

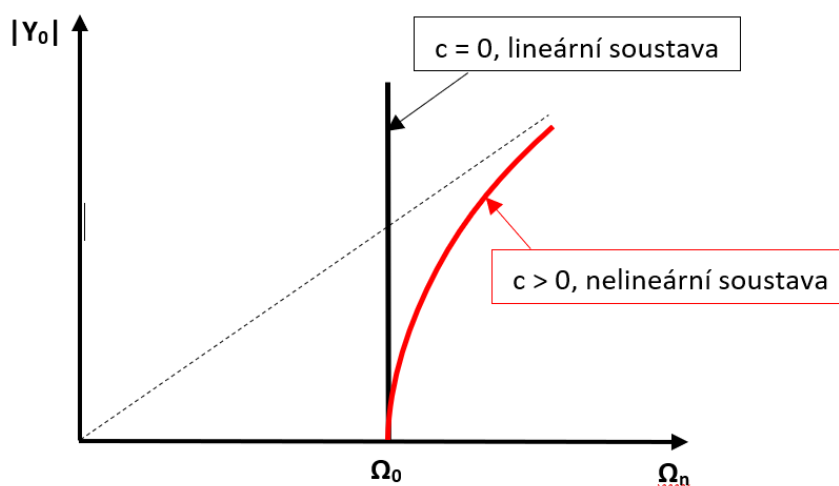
$$-m\Omega_n^2 Y_0 \sin \Omega_n t + k_1 Y_0 \sin \Omega_n t + cY_0^3 \left( \frac{3}{4} \sin \Omega_n t - \frac{1}{4} \sin 3\Omega_n t \right) = 0 \quad (4.23)$$

$$-m\Omega_n^2 Y_0 + k_1 Y_0 + c Y_0^3 \frac{3}{4} = 0 \quad (4.24)$$

$$\frac{m}{k_1} \Omega_n^2 - \frac{c}{k_1} Y_0^2 \frac{3}{4} = 0 \quad (4.25)$$

$$\left(\frac{\Omega_n}{\Omega_0}\right)^2 - \left(\frac{Y_0}{2\sqrt{\frac{k_1}{3c}}}\right)^2 = 1 \quad (4.26)$$

Tato hyperbolická závislost (Obr. 4.10 – červená čára) pak říká to, že nelineární soustava má tolik vlastních frekvencí  $\Omega_n$ , kolik má počátečních podmínek  $Y_0$  (amplituda výchylky). Na rozdíl od lineární soustavy, která má pouze jednu vlastní frekvenci  $\Omega_0$ .



Obr. 4.10: Grafické znázornění vlivu nelinearity na vlastní frekvence soustavy.

Nelineární soustava tedy může mít v principu nekonečně mnoho vlastních frekvencí  $\Omega_n$ , protože může mít nekonečně mnoho počátečních podmínek  $Y_{0n}$ .

V případě vynuceného kmitání a výpočtu rezonanční křivky se dosadí předpokládané řešení (4.14) a rozvoj dle (4.15) do pohybové rovnice (4.13). Následným srovnáním parametrů u  $\sin(\omega t)$  získáme pohybovou rovnici ve tvaru (4.27).

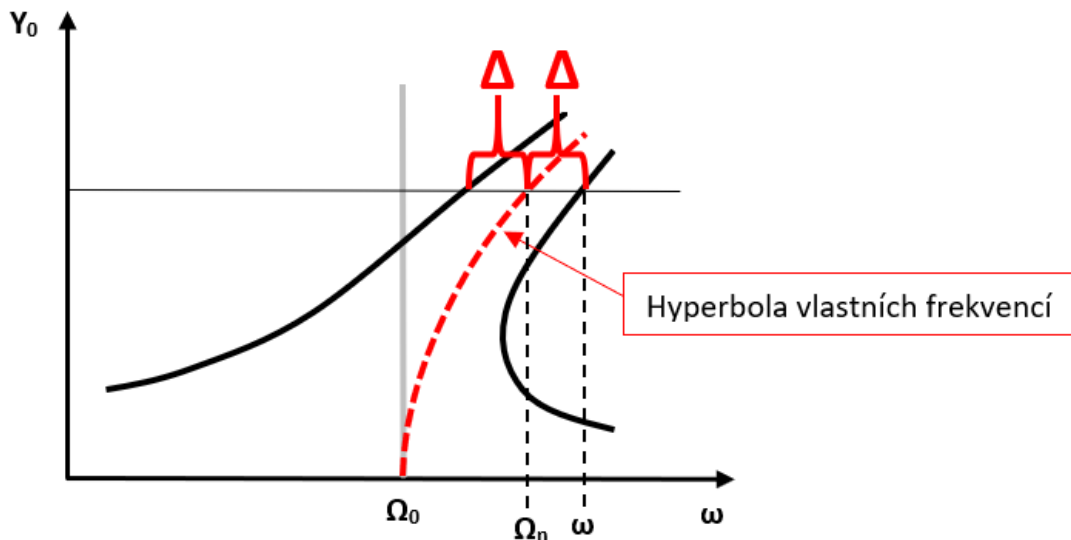
$$-m\omega^2 + k_1 + c Y_0^2 \frac{3}{4} = \pm \frac{P_1}{Y_0} \quad (4.27)$$

Realizace rezonanční křivky spočívá v tom, že se vůči hyperbole vlastních frekvencí určí přírůstek  $\Delta$  pro počáteční podmínky  $Y_{0n}$ , jak je vidět na Obr. 4.11. Tento přírůstek tedy získáme odečtením pohybové rovnice pro vyjádření hyperboly vlastních frekvencí (4.24) od pohybové rovnice (4.27) podle zápisu (4.28).

$$\begin{aligned} -m\omega^2 + k_1 + cY_0^2 \frac{3}{4} &= \pm \frac{P_1}{Y_0} \\ \underline{-\left(-m\Omega_n^2 + k_1 + cY_0^2 \frac{3}{4} = 0\right)} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Výsledné řešení pak představuje vztah (4.29).

$$\omega^2 - \Omega^2 = \mp \frac{P_1}{k_1 Y_0} \Omega_0^2 = \mp \Delta \quad (4.29)$$



Obr. 4.11: Grafické vyjádření vlivu nelinearity na rezonanční křivku soustavy.

Soustavu s nelineárními charakteristikami lze také řešit jako soustavu s lineárními charakteristikami. Předpokladem k tomu je provést harmonickou ekvivalentní linearizaci.

Mějme pohybovou rovnici zahrnující nelinearity v obecném tvaru  $f(y, \dot{y})$  dle (4.30).

$$m\ddot{y} + f(y, \dot{y}) = P_1(t) \quad (4.30)$$

Nelinearity pak nahradíme lineární charakteristikou s koeficienty  $a_{lin}$  a  $b_{lin}$  jako dle (4.31).

$$f(y, \dot{y}) = a_{lin}y + b_{lin}\dot{y} \quad (4.31)$$

Zde je nutné mít na paměti, že se jedná o linearizované koeficienty. Nikoliv o konstanty, které v lineárních soustavách definujeme jako tlumení či tuhosti.

Při řešení dosadíme předpokládané řešení (4.32) a jeho derivaci (4.33) do rovnice nelinearity (4.31) a získáme vztah dle (4.34).

$$y = y_0 \sin \omega t \quad (4.32)$$

$$\dot{y} = y_0 \omega \cos \omega t \quad (4.33)$$

$$f(y_0 \sin \omega t, y_0 \omega \cos \omega t) = a_{lin} y_0 \sin \omega t + b_{lin} y_0 \omega \cos \omega t \quad (4.34)$$

Vztah (4.34) vynásobíme funkcemi  $\sin(\omega t)$  a  $\cos(\omega t)$  a integrujeme na periodě  $T = 2\pi/\omega$ . Získáme tak linearizované koeficienty (4.35) a (4.36).

$$a_{lin}(y_0, \omega) = \frac{2}{Ty_0} \int_0^T f(y_0 \sin \omega t, y_0 \omega \cos \omega t) \sin \omega t dt \quad (4.35)$$

$$b_{lin}(y_0, \omega) = \frac{2}{Ty_0 \omega} \int_0^T f(y_0 \sin \omega t, y_0 \omega \cos \omega t) \cos \omega t dt \quad (4.36)$$

Tím získáváme linearizované koeficienty, a tedy i linearizovanou pohybovou rovnici (4.37), jejíž řešení již můžeme získat, jako řešení z oblasti lineárních rovnic, které je popsáno v kapitole 2.3.3.1 a aplikované v kapitole 4.1.

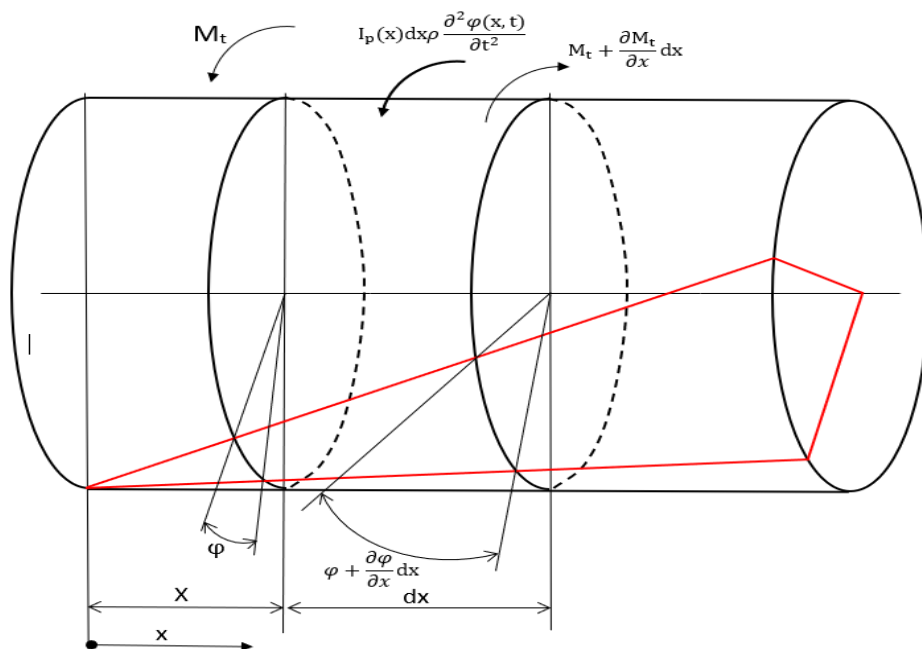
$$m\ddot{y} + a_{lin}y + b_{lin}\dot{y} = P_1(t) \quad (4.37)$$

Přístupy k řešení soustav obsahujících nelinearity lze tedy založit jak na řešení nelineárních pohybových rovnic obsahujících přímo nelineární prvky, tak také na řešení lineárních pohybových rovnic obsahujících linearizované koeficienty.

#### 4.3.2 Hmotné kontinuum – torze hřídelů

Využití přístupu řešení hmotného kontinua ve své práci zaměřuji na zhodnocení vlastních frekvencí, které by potenciálně mohly vystupovat v rámci buzení rezonančních stavů od harmonických složek elektromagnetického momentu. Ve výpočtech vlastních frekvencí linearizované torzní soustavy totiž hřídele nahrazuji nehmotnými prvky charakterizovanými torzní tuhostí. Právě hřídele samotné by však mohly vnášet do soustavy charakteristické vlastní frekvence, které by mohly způsobovat další rezonanční stavy.

Přístup a následné odvození řešení torze těles, jako je hřídel, lze založit na schématické představě dle Obr. 4.12. Rovnice torzního kmitání má pak tvar dle (4.38).



Obr. 4.12: Schéma torzního zkroucení hřídele

$$I_p(x) dx \rho \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} + b \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} dx - \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_u \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} dx \right] = 0 \quad (4.38)$$

Zavedeme-li předpoklad nulového tlumení  $b = 0$ , konstantu  $a$  dle (4.39), která představuje rychlost šíření příčného vlnění v daném prostředí a víme-li, že torzní tuhost  $k_u$  je dána vztahem dle (4.40), pak obdržíme rovnici ve tvaru dle (4.41).

$$a = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4.39)$$

$$k_u = \frac{GI_p}{l} \quad (4.40)$$

$$a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (4.41)$$

Její řešení pak dle Fourierovi metody se sestává ze součinu funkce závislé na vzdálenosti  $x$  a čase  $t$  dle (4.42).

$$\varphi(x,t) = \Phi(x) \cdot T(t) = \left( A \sin \frac{\Omega}{a} x + B \cos \frac{\Omega}{a} x \right) \cdot (C \sin \Omega t + D \cos \Omega t) \quad (4.42)$$

Při zavedení okrajových podmínek zkrutu  $\Phi' = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$  pro  $x = 0$  a pro  $x = l$  získáme vztah pro výpočet vlastních frekvencí hřídele dle (4.43), kde  $n = 1, 2, 3 \dots n$

$$\Omega_n = \frac{n\pi}{l} a = \frac{n\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4.43)$$

Např. pro ocelovou hřídel o délce  $l = 1 \text{ m}$  platí:

$$\text{pro: } n = 1 \quad \dots \quad \Omega_1 = \frac{\pi}{l} a = \frac{\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{1}{2l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{3290}{2l} = 1\,645 \text{ Hz}$$

$$n = 2 \quad \dots \quad \Omega_2 = \frac{2\pi}{l} a = \frac{2\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{1}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{3290}{1} = 3\,290 \text{ Hz}$$

$$n = 3 \quad \dots \quad \Omega_3 = \frac{3\pi}{l} a = \frac{3\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_3 = \frac{3}{2l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_3 = \frac{3 \cdot 3290}{2} = 4\,935 \text{ Hz}$$

$$n = 4 \quad \dots \quad \Omega_4 = \frac{4\pi}{l} a = \frac{4\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_4 = \frac{2}{l} \cdot \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad f_4 = \frac{2 \cdot 3290}{1} = 9\,870 \text{ Hz}$$

Na výše uvedeném příkladu, kde uvažovaná délka přibližně odpovídá délce duté kloubové hřídele, je vidět, že vlastní frekvence hřídelů torzní soustavy budou relativně vysoké a budou se pohybovat v rádech tisíců Hz. Vyčíslení hodnot vlastních frekvencí hřídelů zvažovaných v torzní soustavě zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí je uvedeno v následující kapitole 4.4.1.

## 4.4 Stanovení základních dynamických charakteristik torzní soustavy

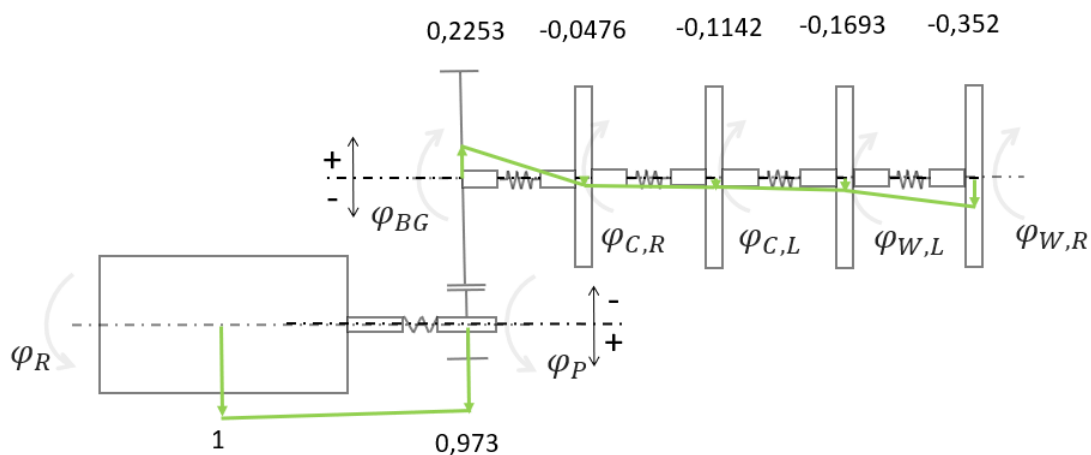
### 4.4.1 Základní frekvenční analýza

Vlastní frekvence kmitání torzní soustavy zcela odpruženého pohonu dvojkolí jsou shrnuty v Tab. 4.2. Zde je uveden i popis vlastních tvarů kmitání s přiřazením dominantních kmitů konkrétních rotačních hmot.

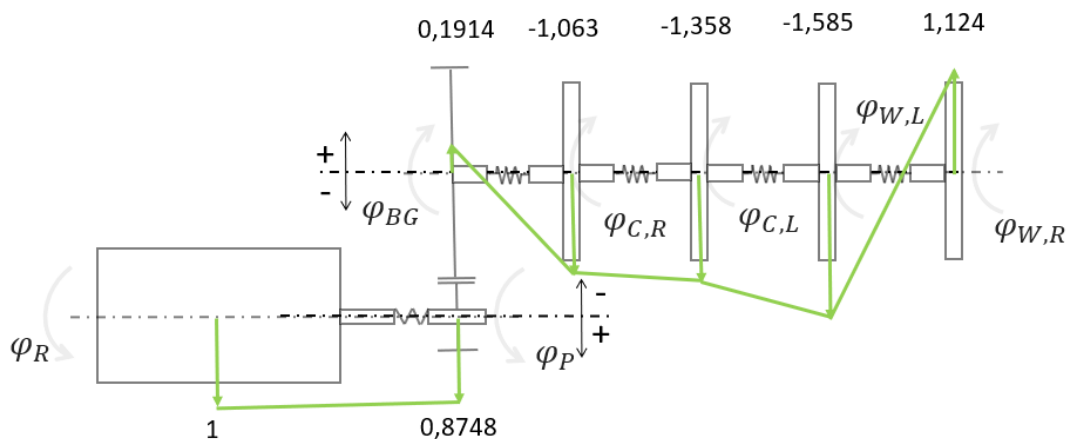
Pořadí vlastního tvaru	Příslušná vlastní frekvence [Hz]	Dominantní kmitání hmot	Méně významné kmitání
1.	29	Ozubené kolo vůči kloubu duté hřídele	-
2.	62	Kola dvojkolí vůči sobě	Ozubené kolo vůči kloubu duté hřídele
3.	435	Kloub duté hřídele vůči kolu dvojkolí	Pastorek vůči rotoru
4.	570	Pastorek vůči rotoru	-
5.	873	Klouby dutého hřídele	
6.	2451	Pastorek vůči rotoru Pastorek vůči ozubenému kolu	-

Tab. 4.1: Popis vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání.

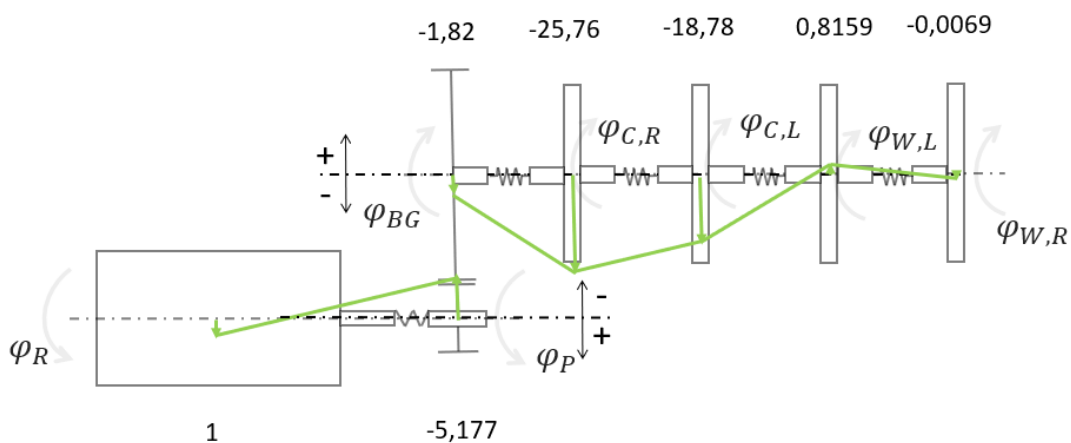
Grafické znázornění samotných tvarů vlastního kmitání je prezentováno na obrázcích Obr. 4.13 až Obr. 4.18. Ačkoliv je zkoumaná torzní soustava sedmi-hmotová, tak jsou zde prezentovány hodnoty pouze pro šest vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání. To proto, že „první“ vlastní frekvence a jí odpovídající vlastní tvar kmitů představuje vlastní rotaci soustavy. Z úhlu pohledu torzního kmitání je tento stav nezajímavý a v principu by se dal nazývat nultou vlastní frekvencí. Proto s ním také neuvažují. Výsledky z této základní analýzy jsou důležité pro následné hodnocení výsledků simulací, kde je torzní soustava buzena harmonickými složkami elektromagnetického momentu.



Obr. 4.13: První vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 29 Hz.

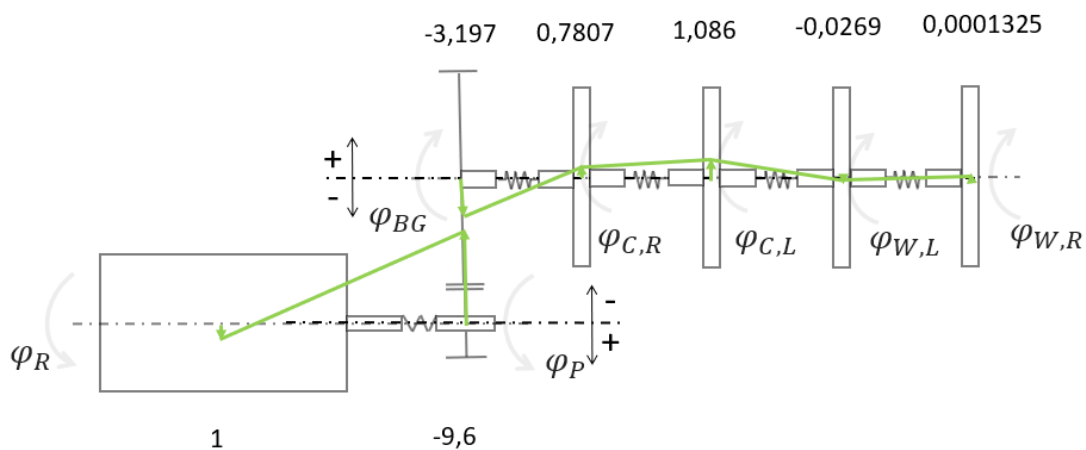


Obr. 4.14: Druhý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 62 Hz.

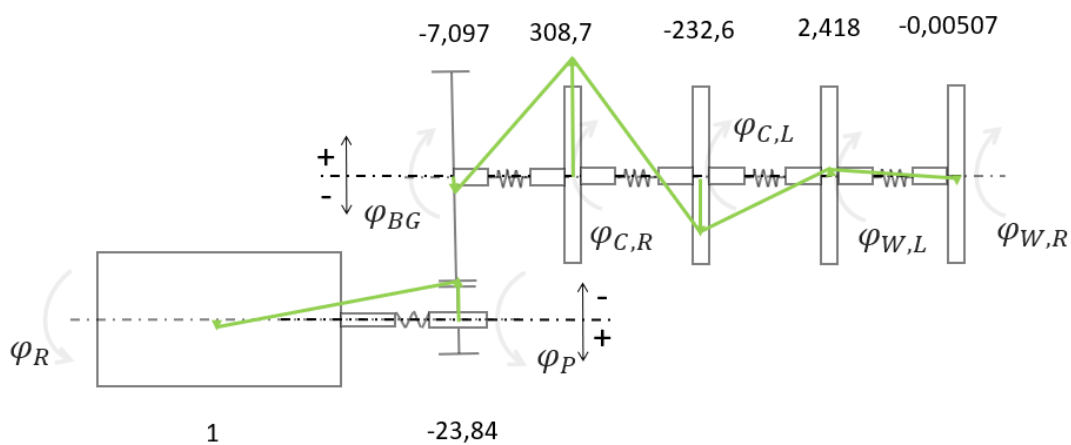


Obr. 4.15: Třetí vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 435 Hz.

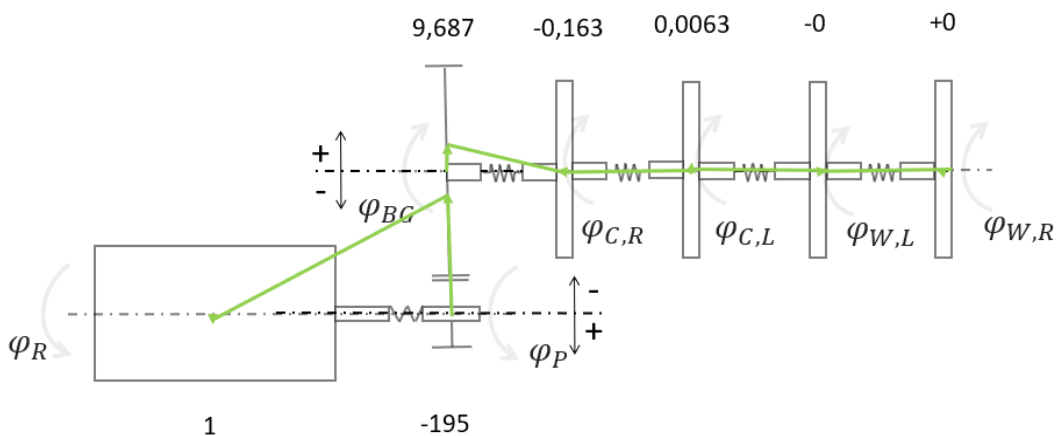




Obr. 4.16: Čtvrtý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 570 Hz.



Obr. 4.17: Pátý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 873 Hz.



Obr. 4.18: Šestý vlastní tvar kmitu při vlastní frekvenci 2 451 Hz.

Vlastní frekvence torzního kmitání hřídelů, vypočtené dle teorie hmotného kontinua, jsou shrnuty v Tab. 4.2. Byly vypočítány pro tři hřídele – hřídel rotoru motoru, dutou hřídel obepínající nápravu a pro nápravu dvojkolí. Je zjevné, že v případě hřídele rotoru jsou vlastní frekvence vysoko nad hodnotami zvažovaných budících frekvencí a vlastních frekvencí určených pro torzní soustavu, viz Tab. 4.1.

Pořadí vlastní frekvence	Vlastní frekvence hřídelů [Hz]		
	Hřídel rotoru	Dutá hřídel	Náprava
1.	7981	1451	1277
2.	15961	2902	2553
3.	23943	4353	3831

*Tab. 4.2: Vlastní frekvence hřídelů*

První a druhá vlastní frekvence duté kloubové hřídele a nápravy, stanovené metodou hmotného kontinua, se však již pohybují v oblasti frekvencí blízkých rozsahu definovaném v Tab. 4.1. Z toho dozajisté plyne to, že také záleží na zvolené metodě řešení konkrétní problematiky a nástrojích k řešení používaných.

Vzhledem k tomu, že simulační modely, které ve své práci využívám, jsou založeny na modelování diskretizovaných soustav, tak tato zjištění z metody hmotného kontinua v nich promítnout nelze.

Dále, v kapitole 4.5.3, se tedy věnuji již jen začlenění těchto vlastních frekvencí do oblasti potenciálních rezonančních stavů s tím, že v dále uváděných výsledcích simulací a hodnocení výsledků mého výzkumu vystupovat nebudou.

Nicméně je to bezpochyby i poukázání na fakt, že volba metody řešení torzních kmitů a nástrojů řešení může variovat výsledky a závěry práce. Stejně tak lze uvážit, že rozšíření metod řešení může pomoci objasnit zjištění, získaná například z experimentálních měření, která by nebyla postižena „užším“ rozsahem metod.

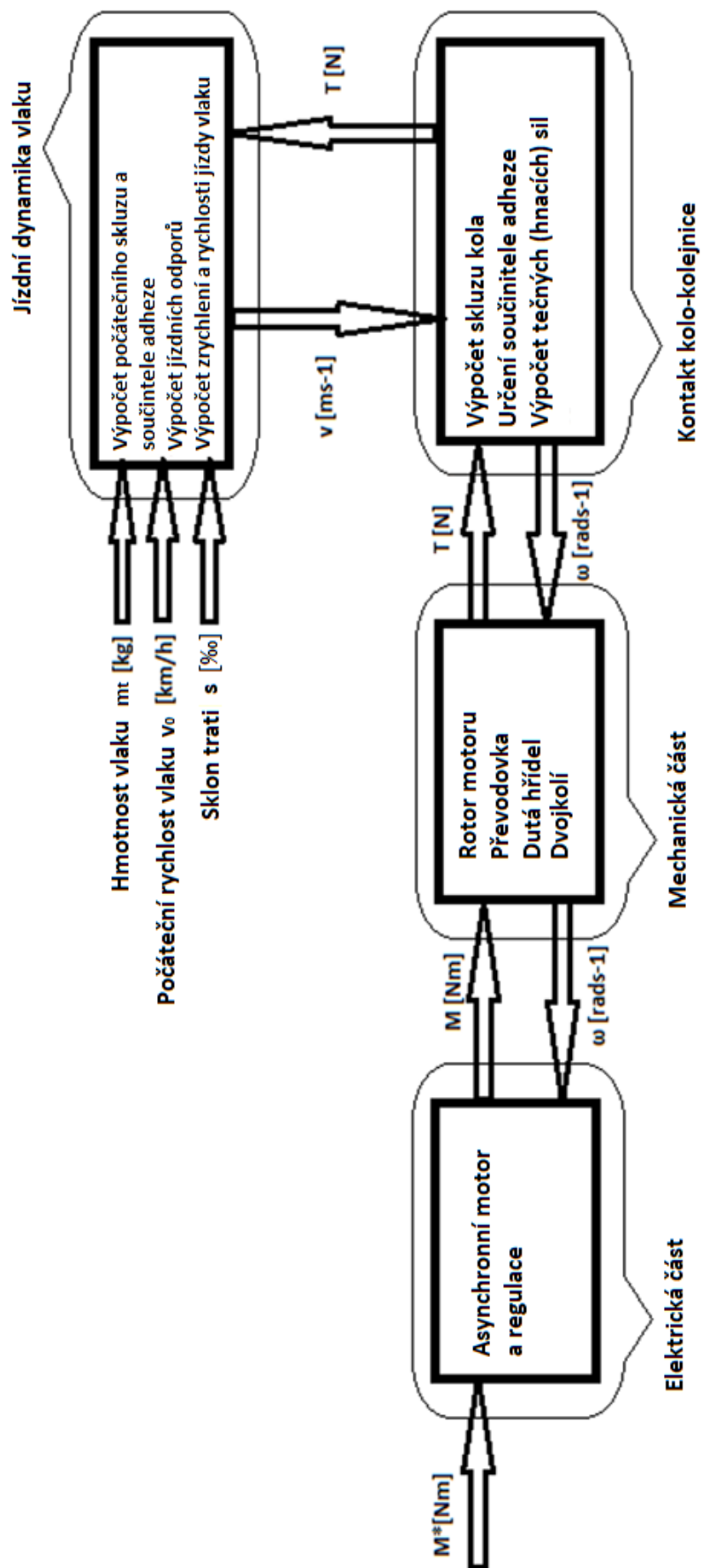
## 4.5 Analýza vlivu harmonických složek elektromagnetického momentu na vybuzení rezonančních stavů

### 4.5.1 Komplexní simulační model trakčního pohonu

Pro tuto část výzkumu je používám simulační model sestavený v MATLAB Simulinku a je nazýván „Komplexní simulační model“. Tento model byl sestaven již Ing. Tomášem Fridrichovským, Ph.D. pro účely jeho výzkumných prací.

Pro účely výzkumu této disertační práce byl mnou dále rozvíjen formou implementace modelu 3-fázového 2-úrovňového střídače řízeného algoritmem pulsně-šířkové modulace s DC zdrojem napětí pro napájení modelu asynchronního motoru tak, aby respektoval usprádnání regulační struktury dle Obr. 2.10.

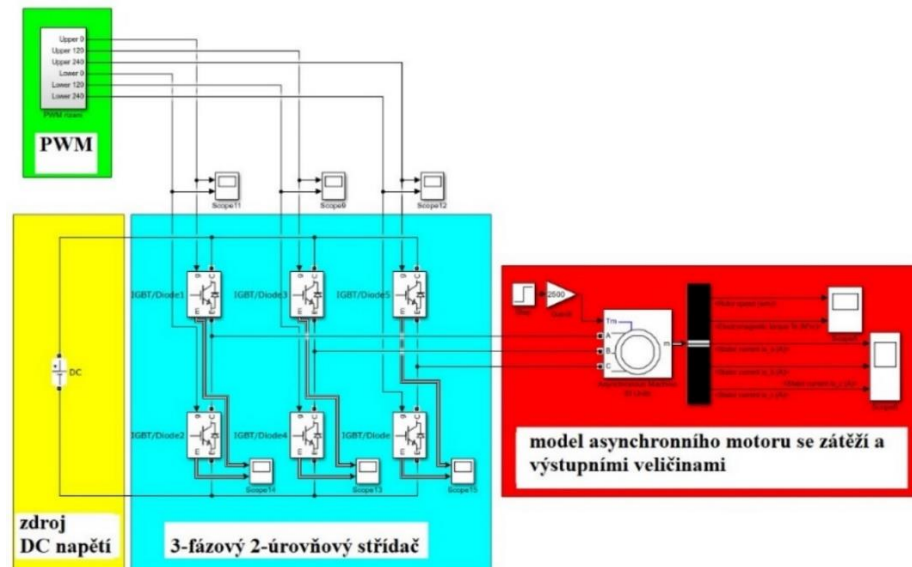
Tento „Komplexní simulační model“ je značně rozsáhlý, stejně jako jeho jednotlivé submodely, a z tohoto důvodu není možné prezentovat jeho architekturu prostřednictvím jeho přímé vizualizace z MATLAB Simulinku. Toto uspořádání je proto schematicky zobrazeno pomocí bloků hlavních částí (submodelů), viz Obr. 4.19 a prvků, které obsahují a řeší jejich vzájemné vazby. Toto uspořádání respektuje představu dle Obr. 2.1 a je navíc doplněno o submodel jízdní dynamiky vlaku. Dále je věnována pozornost jednotlivým submodelům navrženého komplexního simulačního modelu.



Obr. 4.19: Schéma komplexního modelu. [30]

#### 4.5.1.1 Komplexní simulační model trakčního pohonu – elektrická část

Tento submodel je sestaven tak, že respektuje uspořádání regulační struktury popsané v kapitole 2.1.3, která již byla vysvětlena. Zde již tedy bude věnována pozornost pouze zjednodušené verzi bez regulace pro popis způsobu fungování se střídačem – Obr. 4.3.



Obr. 4.20: Implementovaný model střídače. [31]

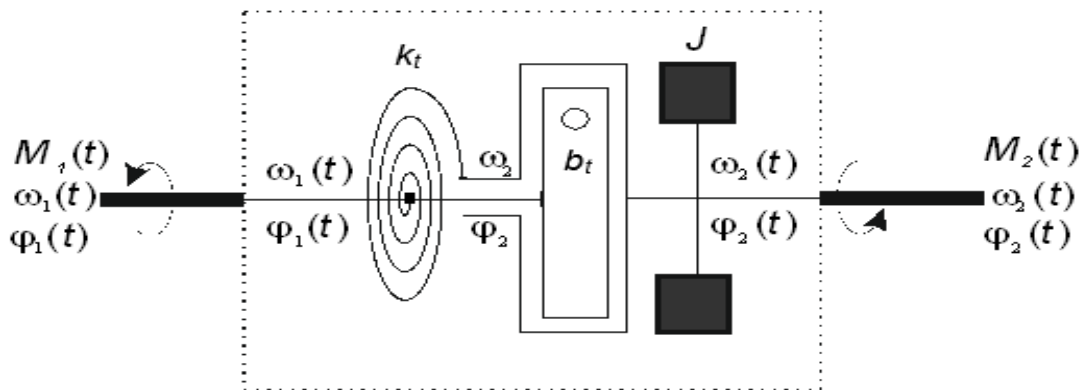
Tato jednodušší verze se skládá z modelu asynchronního motoru, modelu střídače, který jej napájí, modelu pulsně-šířkového modulátoru, který řídí spínání IGBT prvků ve střídači a zdroje stejnosměrného napětí. Takto zjednodušený model byl použit k základnímu odzkoušení správné funkčnosti modelu asynchronního motoru napájeného z 3-fázového 2-úrovňového střídače.

Verifikace byla provedena pomocí frekvenční analýzy statorového fázového proudu, neboť právě harmonické složky proudu způsobují jeho zvlnění a zvlnění proudů motoru následně způsobuje zvlnění elektromagnetického momentu asynchronního motoru. Harmonické složky tohoto momentu a jejich vliv na torzní kmitání mechanické soustavy zcela odpruženého pohonu jsou předmětem zkoumání této práce. Podstatou ověření správné funkce modelu byl obsah očekávaných frekvenčních složek, které by měly zahrnovat 1. harmonickou napájecího napětí  $f_l$  a její liché násobky a dle [8] liché a sudé násobky spínací frekvence  $f_{PWM}$  a jejich postranní frekvenční pásma, jak je vysvětleno v kapitole 2.1.3.1. Frekvenční analýzy proudů následně potvrdily shodu s předpoklady a umožnily tak potvrdit správné fungování modelu asynchronního motoru napájeného ze střídače. Zjednodušený model dle Obr. 4.3 byl následně implementován do regulační

struktury. Výsledky tohoto verifikačního procesu a následného fungování modelu asynchronního motoru v rámci kompletní zpětnovazební regulace byly publikovány v [31] a [32].

#### 4.5.1.2 Komplexní simulační model trakčního pohonu – mechanická část

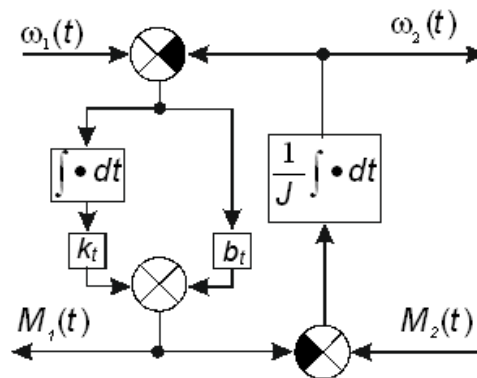
Mechanická část simulačního modelu principiálně vychází z uspořádání torzní soustavy zcela odpruženého pohonu dle Obr. 4.2. Prvky torzní soustavy – moment setrvačnosti, torzní tuhost, tlumení – a jejich vzájemná vazba, které jsou namodelovány, lze principiálně popsat pomocí obrázku Obr. 4.21.



Obr. 4.21: Náhradní schéma pro modelování prvků tuhosti, tlumení a momentu setrvačnosti. [33]

$$J\dot{\omega}_2(t) = M_1(t) - M_2(t) = b_t(\dot{\varphi}_1(t) - \dot{\varphi}_2(t)) - k_t(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) - M_2(t) \quad (4.44)$$

Matematicky je model takového prvku popsán vztahem (4.44). Sestavení tohoto prvku v prostředí MATLAB Simulink je prezentováno dále (Obr. 4.22). Spojením těchto prvků pak vznikne celá torzní soustava s příslušejícími vstupy a výstupy fyzikálních veličin.



Obr. 4.22: Blokové schéma modelovaných prvků torzní tuhosti, torzního tlumení a momentu setrvačnosti. [33]

#### 4.5.1.3 Komplexní simulační model trakčního pohonu – kontakt kolo – kolejnice

Adhezní model závislosti součinitele adheze/tření na skluzu kola aplikovaný v modelu vychází z empiricky zjištěných charakteristik dle Popoviče, viz Obr. 2.20. Závislost součinitele adheze na jednotlivých úrovních vychází ze statistického zpracování dat měřených v reálném provozu vozidel. Průběhy součinitele adheze jsou dány vztahem (4.45).

$$\mu = ae^{\frac{(\ln(s)-b)^2}{c}} \quad (4.45)$$

Význam veličin z rovnice (4.45) je následující:

$\mu$ – součinitel adheze	[1]
$a$ – maximální hodnota součinitele adheze	[1]
$s$ – skluz dvojkolí	[1]
$b$ – je parametr sloužící k aproximaci naměřených dat	[1]
$c$ – je parametr sloužící k aproximaci naměřených dat	[1]

#### 4.5.1.4 Komplexní simulační model trakčního pohonu – jízdní dynamika vlaku

Blok „Jízdní dynamika vlaku“ řeší analytické vztahy vedoucí k výpočtu rychlosti jízdy vlaku.

První část řeší rovnice výpočtu počátečního hnacího momentu jednoho dvojkolí, který vytváří momentovou/silovou rovnováhu vůči jízdním odporům vlaku na počátku simulace, tedy v čase 0 s.

Druhá část tohoto výpočetního bloku vypočítává výslednou rychlost vlaku simulované jízdy. Výsledná rychlost vlaku  $v$  je součtem počáteční rychlosti  $v_0$  a rychlosti naintegrované ze zrychlení modelu vozidla - (4.46).

$$v = v_0 + \int_0^t a dt \quad (4.46)$$

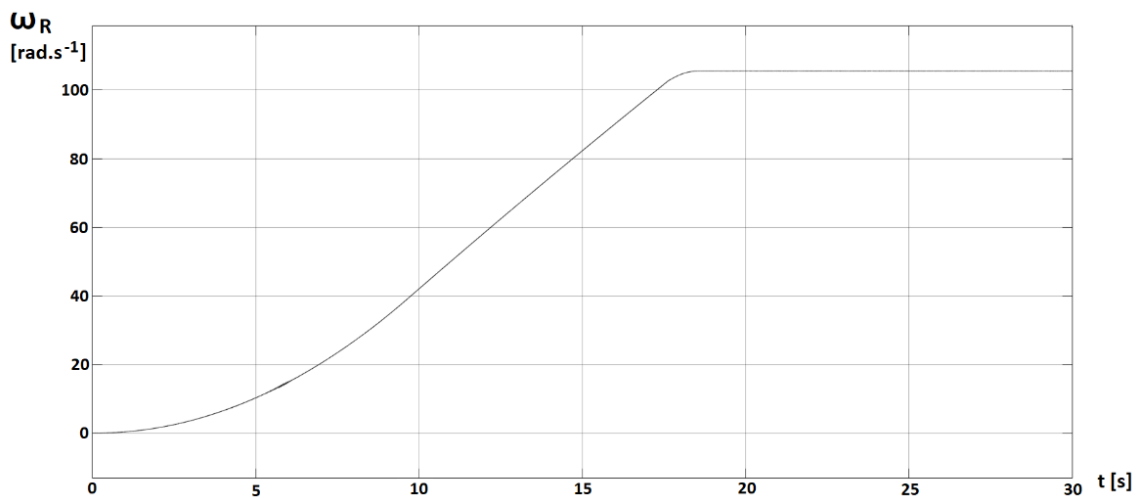
#### 4.5.2 Zhodnocení zastoupení harmonických složek

Nejprve byly provedeny simulace za účelem zjištění zastoupení základních harmonických složek v elektromagnetickém momentu, které není stejné jako v případě zastoupení frekvencí ve statorovém proudu dle vztahů (2.26) a (2.27). Jednalo se o simulaci jízdy vozidla v ustáleném stavu – jízda konstantní rychlostí a s konstantní hodnotou hnacího momentu.

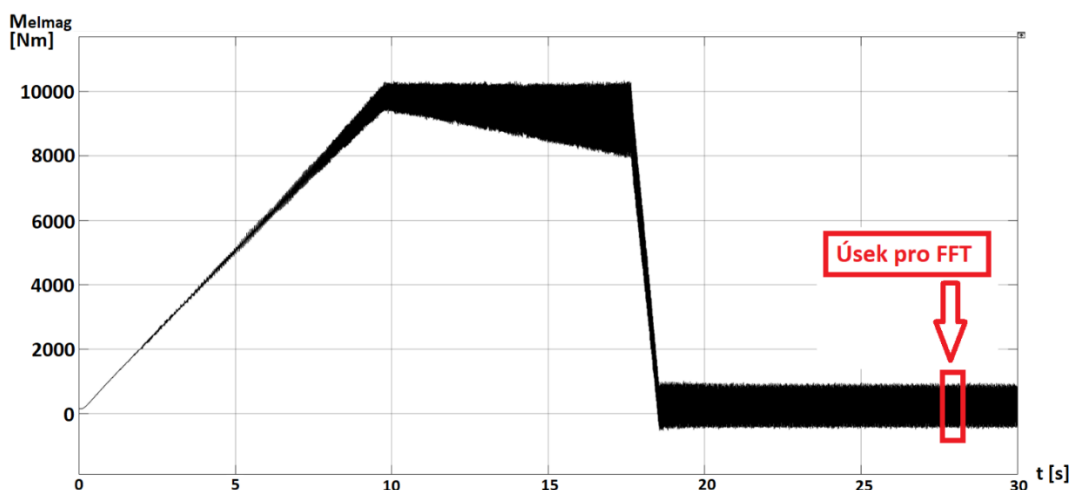
Tento jízdní cyklus se skládá ze tří následujících částí:

1. Rozjezd po momentové rampě  $1000 \text{ Nms}^{-1}$  na maximální hodnotu momentu cca  $10 \text{ kNm}$ , viz Obr. 4.24.
2. Setrvání na maximálním momentu motoru až po dosažení rychlosti jízdy vlaku cca  $50 \text{ kmh}^{-1}$ .
3. Po dosažení této rychlosti dojde ke snížení hnacího momentu motorů pro udržení jízdy touto konstantní rychlostí, viz Obr. 4.23 a Obr. 4.24

Průběh výkonových parametrů, úhlové rychlosti rotoru  $\omega_R$  [ $\text{rads}^{-1}$ ] a hnacího momentu rotoru  $M_{\text{elmag}}$  [ $\text{Nm}$ ], pro tento jízdní cyklus prezentuje Obr. 4.23 a Obr. 4.24 .



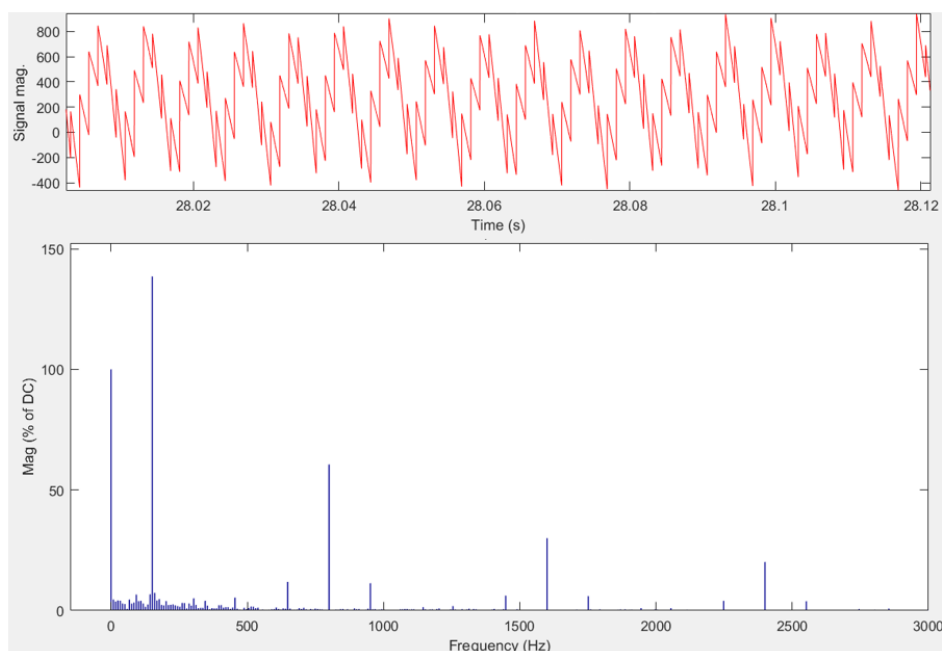
Obr. 4.23: Průběh signálu úhlové rychlosti rotoru. [25]



Obr. 4.24: Průběh signálu hnacího momentu rotoru – elektromagnetického momentu.

[25]





Obr. 4.25: Grafické zobrazení výsledků FFT elektromagnetického momentu. [25]

Tato základní simulace ukázala, že komplexní simulační model funguje správně a dle předpokladů. Obr. 4.25 a z něj vycházející tabulka (Tab. 4.3) pak prezentují frekvence harmonických složek zastoupených v elektromagnetickém momentu motoru. Z výsledků FFT je vidět, že se zastoupení frekvencí v elektromagnetickém momentu neshoduje zcela se zastoupením frekvencí ve statorovém proudu. Jak jsem publikoval v [31], již zastoupení harmonických složek v simulovaném fázovém proudu se liší od předpokládané teorie, viz kapitola 2.1.3.1. To je dáno odlišnostmi simulačního modelu (vlivy prvků regulace a napájení) od měření těchto jevů na samostatných komponentách – cívkách.

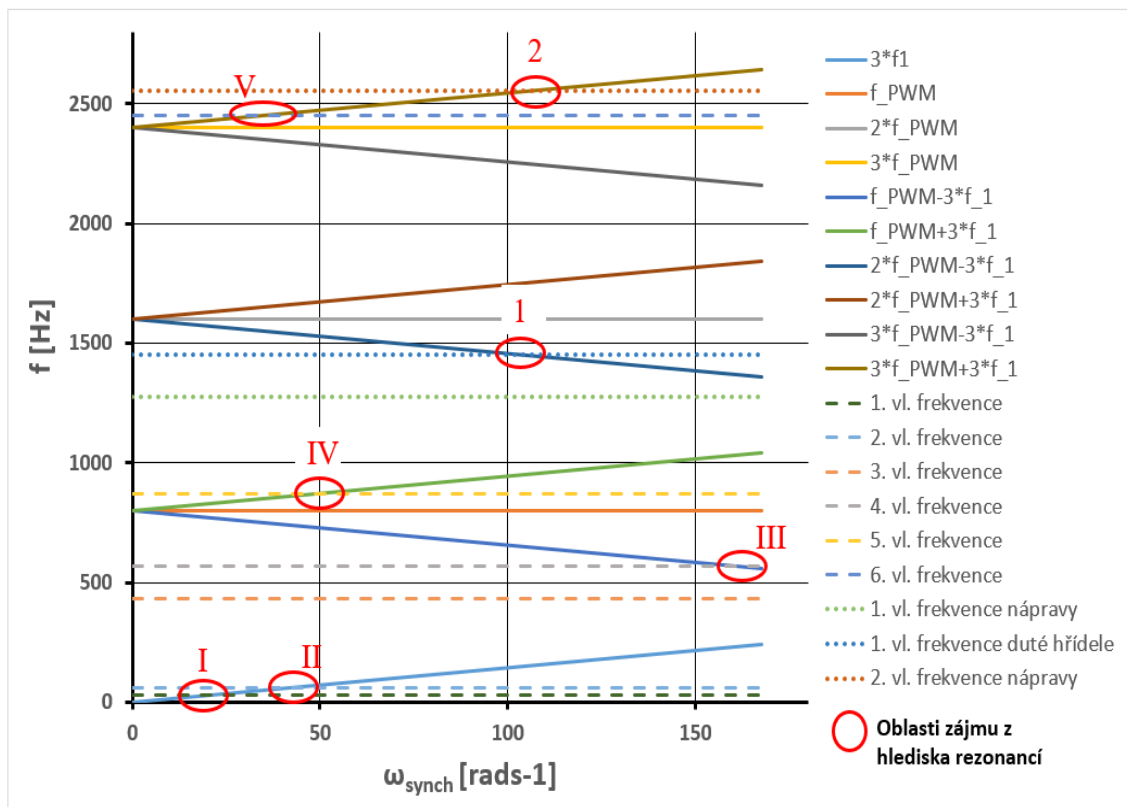
Vyniklá frekvence [Hz]	Velikost amplitudy vyniklé frekvence vůči jmenovité hodnotě signálu [%]	Popis jevu
152	139	3. násobek $f_i$
800 a její násobky	65 až 20	Sudé a liché násobky spínací frekvence $f_{PWM}$
+/-152	10 až 0	Postranní pásma všech násobků spínací frekvence

Tab. 4.3: Přehled a popis vyniklých frekvencí elektromagnetického momentu. [25]

V elektromagnetickém momentu se pak spíše dá očekávat, že zastoupení harmonických složek bude dále odlišné, neb vznikne složením jevů ze třech fází střídavého asynchronního motoru.

#### 4.5.3 Simulace vybuzení rezonančního stavu

Cílem této simulace bylo odhalit nebezpečné stavy torzních oscilací (rezonanční stavy) a jejich projev z hlediska přetěžování komponent torzní soustavy. Simulace představuje rozjezd vozidla z nulové rychlosti na rychlost, při které je ještě přenášena maximální hnací síla. Tato rychlost byla určena na cca  $86 \text{ kmh}^{-1}$  a je odvozená od předpokladu minimálního poměru frekvence spínání polovodičových prvků ve střídači a frekvence první harmonické napájecího napětí asynchronního motoru. Tento poměr  $f_{PWM}/f_1$  je předpokládán minimálně 10, jakožto hodnota použitelná z hlediska dostatečného promodulování signálu napájecího napětí. Simulační model pracuje s konstantní hodnotou spínací frekvence  $f_{PWM} = 800 \text{ Hz}$ . S rostoucí rychlostí poměr  $f_{PWM}/f_1$  klesá. Pro hnací moment motoru byla aplikována maximální rampa  $1000 \text{ Nms}^{-1}$  s požadavkem maxima hnacího momentu na  $8000 \text{ Nm}$  v celém otáčkovém rozsahu.



Obr. 4.26: Campbellův diagram – 7 hmotová soustava. [26]

Prostřednictvím Campbellova diagramu, viz Obr. 4.26, byly určeny předpokládané rezonanční stavy. Tento obrázek odhaluje několik průniků budících a vlastních frekvencí, tedy oblastí potenciálních rezonančních stavů.

Těmi jsou, viz Obr. 4.26:

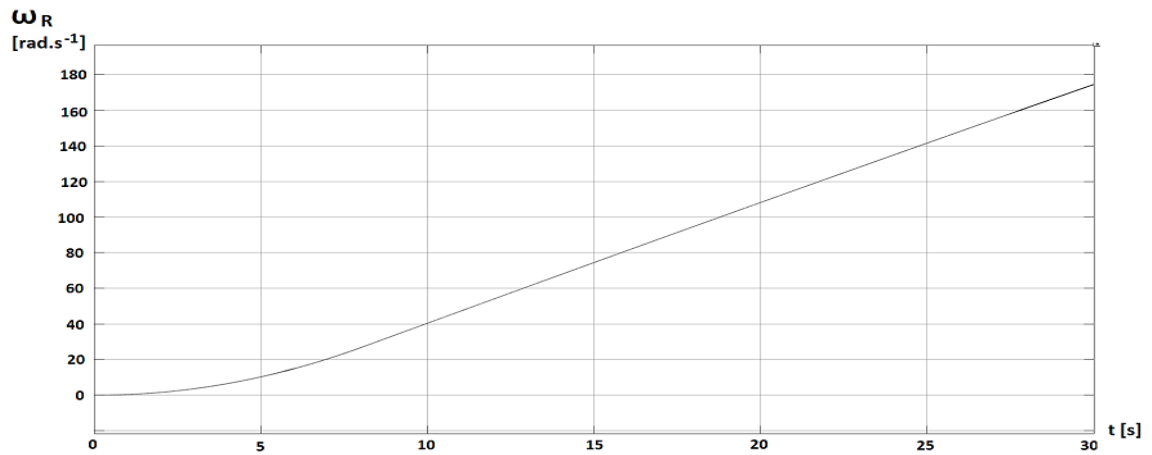
- I. Rezonance 1. vlastní frekvence s 3. násobkem první harmonické napájecího napětí. Dle Tab. 4.1 se jedná o kmitání vlastním tvarem, kde dominantně kmitá ozubené kolo vůči duté hřídeli.
- II. Rezonance 2. vlastní frekvence s 3. násobkem první harmonické napájecího napětí. Dle výše zmíněné tabulky se jedná o kmitání vlastním tvarem, kde dominantně kmitají kola dvojkolí.
- III. Rezonance 4. vlastní frekvence s postranním frekvenčním pásmem spínací frekvence  $f_{PWM}$ . Zde se dle vlastního tvaru kmitu jedná o dominantní kmitání pastorku vůči rotoru ASM.
- IV. Rezonance 5. vlastní frekvence s postranním frekvenčním pásmem spínací frekvence  $f_{PWM}$  představuje v rámci vlastního tvaru dominantní torzní kmitání duté kloubové hřídele.
- V. Rezonance 6. vlastní frekvence s postranním frekvenčním pásmem trojnásobku spínací frekvence  $f_{PWM}$  představuje v rámci vlastního tvaru dominantní kmitání pastorku vůči ozubenému kolu a rotoru ASM.

Kromě výše uvedených potenciálních rezonančních stavů vlastních frekvencí diskrétní torzní soustavy zcela odpruženého pohonu dvojkolí, červeně označené kroužky s římskými číslicemi, si lze v Obr. 4.26 všimnout i vlastních frekvencí uvažovaných hřídelů určených pomocí metody hmotného kontinua, viz kapitola 4.4.1. Potenciální rezonanční stavy těchto vlastních frekvencí jsou odlišeny označením červených kroužků arabskými číslicemi:

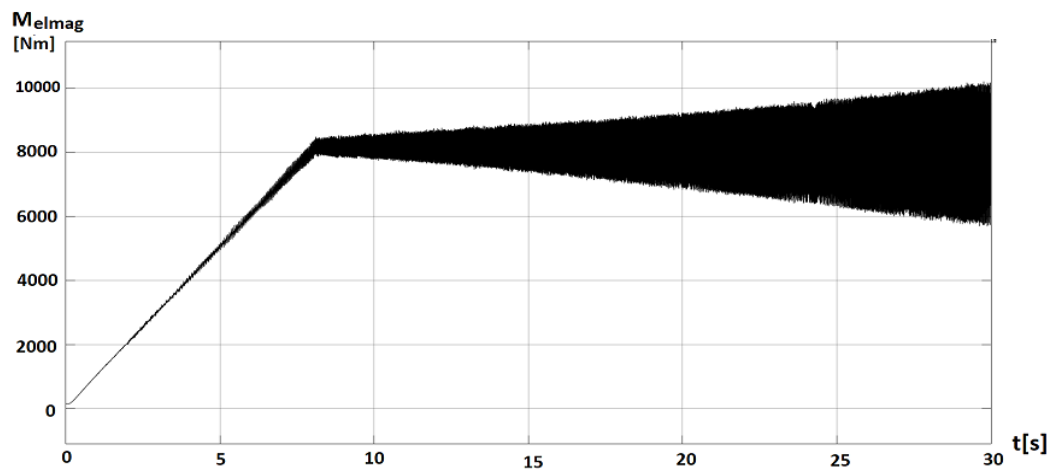
1. Rezonance 1. vlastní frekvence duté kloubové hřídele.
2. Rezonance 2. vlastní frekvence nápravy.

Potenciálně by i tyto rezonanční stavy mohly vstoupit do hodnocení v rámci mnou zkoumané problematiky. Ale jak jsem již zmínil, s ohledem na zvolené metody řešení nejsou ve výsledcích simulací podchytitelné teoreticky a ani prakticky.

Dále jsou totiž výsledky simulací zaměřeny specificky na část torzní soustavy od rotoru motoru po ozubená kola převodovky. Konkrétněji po pastorek, který byl v rámci vlastních tvarů kmitů identifikován jako dominantně kmitající komponenta. Již v první simulaci bylo totiž zjištěno, že zbytek torzní soustavy je postupně od vybuzeného kmitání izolován prostřednictvím poddajných pružin  $k_{C,R}$ ,  $k_{H,S}$ ,  $k_{C,L}$ .

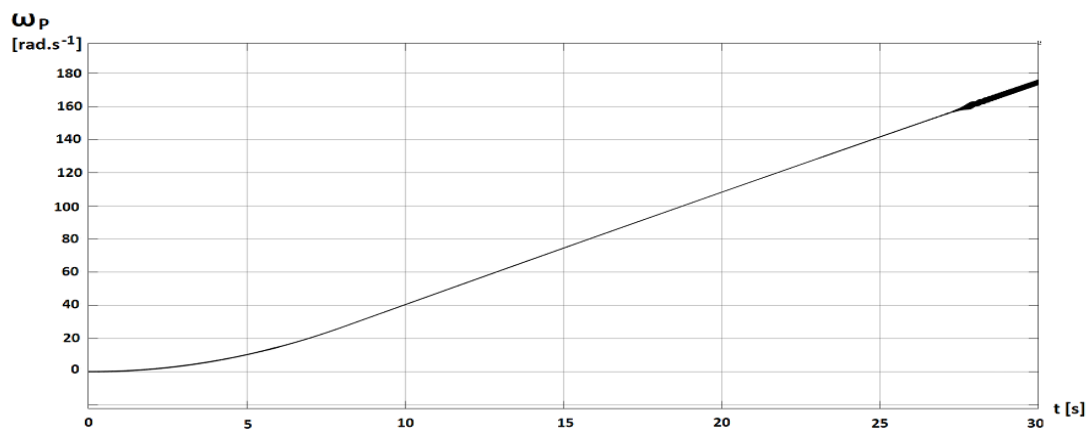


Obr. 4.27: Průběh signálu úhlové rychlosti rotoru.

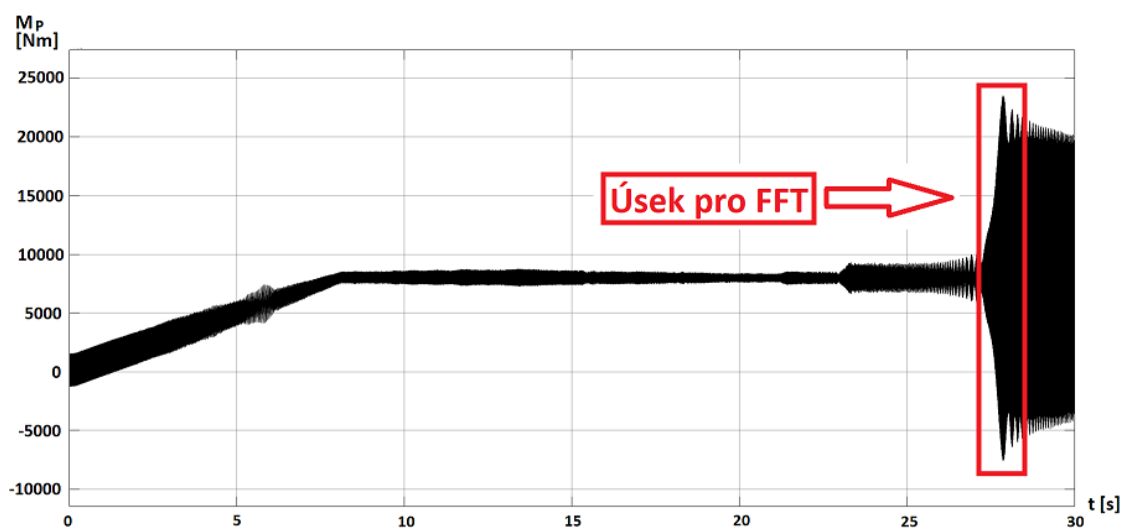


Obr. 4.28: Průběh signálu hnacího momentu rotoru – elektromagnetického momentu.

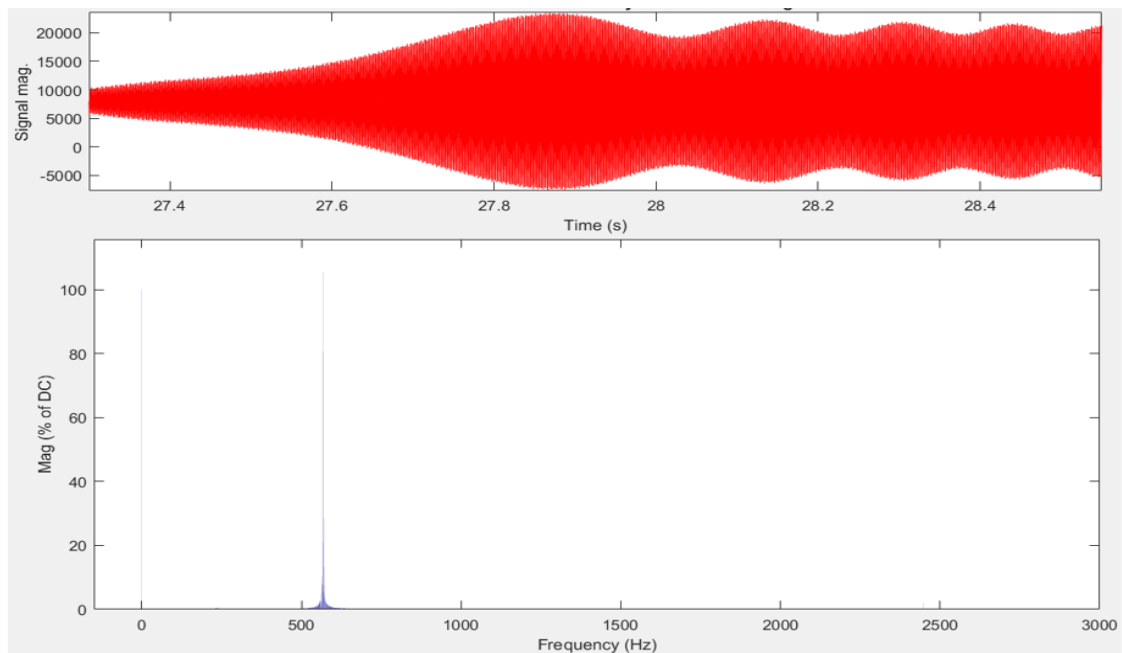
[26]



Obr. 4.29: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku.



Obr. 4.30: Průběh signálu hnacího momentu pastorku. [26]



Obr. 4.31: Grafické zobrazení výsledků FFT hnacího momentu pastorku. [26]

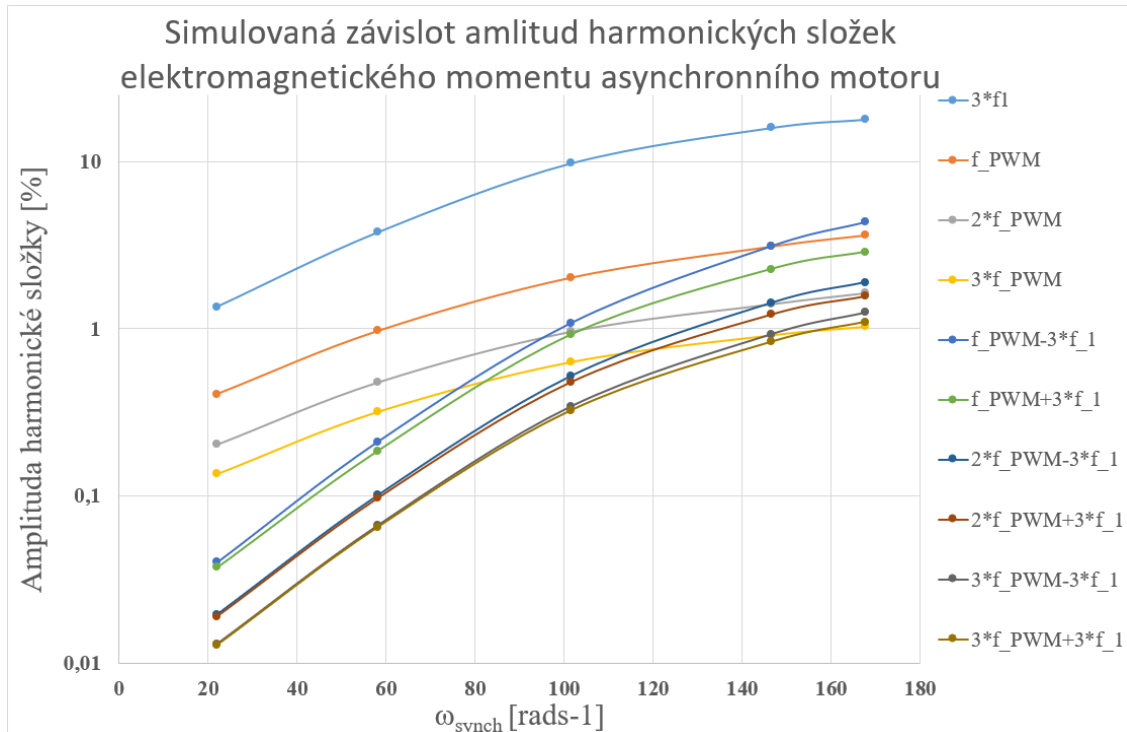
Na Obr. 4.30 je vidět, že při průjezdu otáčkovým spektrem došlo k vybuzení značných torzních oscilací. Frekvenční analýza, viz Obr. 4.31, odhalila, že toto enormní torzní kmitání se odehrává na frekvenci 568 Hz. Jedná se tedy o frekvenci blízkou 4. vlastní frekvenci torzní soustavy. Trojnásobek první harmonické napájecí frekvence je  $3f_1 = 230$  Hz a po jeho odečtení od hodnoty spínací frekvence 800 Hz získáme v tomto časovém okamžiku hodnoty budící frekvence postranního frekvenčního pásma 570 Hz. To svědčí o vybuzení předpokládaného rezonančního stavu III, viz Campbellův diagram Obr. 4.26. V případě rezonančního stavu V k jeho vybuzení nedošlo i přes to, že mohl mít potenciál vzniku. Dle Obr. 4.28 je zjevná rostoucí síla budícího signálu. To je důsledek zhoršujícího se promodulování napájecího napětí, tedy poklesu poměru  $f_{PWM}/f_1$ .

Potenciální důvody toho, proč se tak neděje, byly předpokládány dva:

- i. Amplituda budícího signálu na této frekvenci (2400 Hz) je oproti amplitudě na nižší frekvenci (570 Hz) natolik malá, že rezonanční stav vybudit nedokáže.
- ii. Amplituda na frekvenci 2400 Hz je ekvivalentní amplitudě na nižší frekvenci, ale existuje citlivost vybuzení rezonančního stavu v závislosti na hodnotě frekvence budícího signálu.

Nejprve proto byla vyšetřena závislost velikosti amplitud budících harmonických složek na synchronních otáčkách. Tyto simulace byly provedeny v pěti krocích pro přibližné rychlosti jízdy vozidla 10 km/h, 25 km/h, 52 km/h, 75 km/h a 86 km/h. Grafické vyjádření

těchto závislostí je prezentováno na Obr. 4.32. Z něho je patrná závislost růstu amplitud harmonických složek, která byla v principu předpokládána. Nade všemi harmonickými složkami dominuje 3. násobek  $f_1$ .



Obr. 4.32: Závislost amplitudy harmonické složky na synchronní úhlové rychlosti. [26]

Druhým krokem bylo provedení řady simulací s různými torzními tuhostmi hřídele rotoru, který spojuje rotační hmotu rotoru motoru  $J_R$  a rotační hmotou pastorku  $J_P$ . V rámci schématu torzní soustavy zcela odpruženého pohonu tedy představuje nehmotnou torzní pružinu  $k_R$ . Zvyšováním a snižováním této torzní tuhosti byla torzní soustava přeladována. Byly zvyšovány a snižovány vlastní frekvence torzního kmitání. To se týkalo významně 4. a 6. vlastní frekvence, neboť to jsou obě frekvence, při kterých dominantně kmitá právě pastorek. Cílem tohoto přeladování bylo přesouvání předpokládaných rezonančních stavů III a V otáčkovým spektrem a sledování vlivu na vybuzení konkrétního rezonančního stavu.

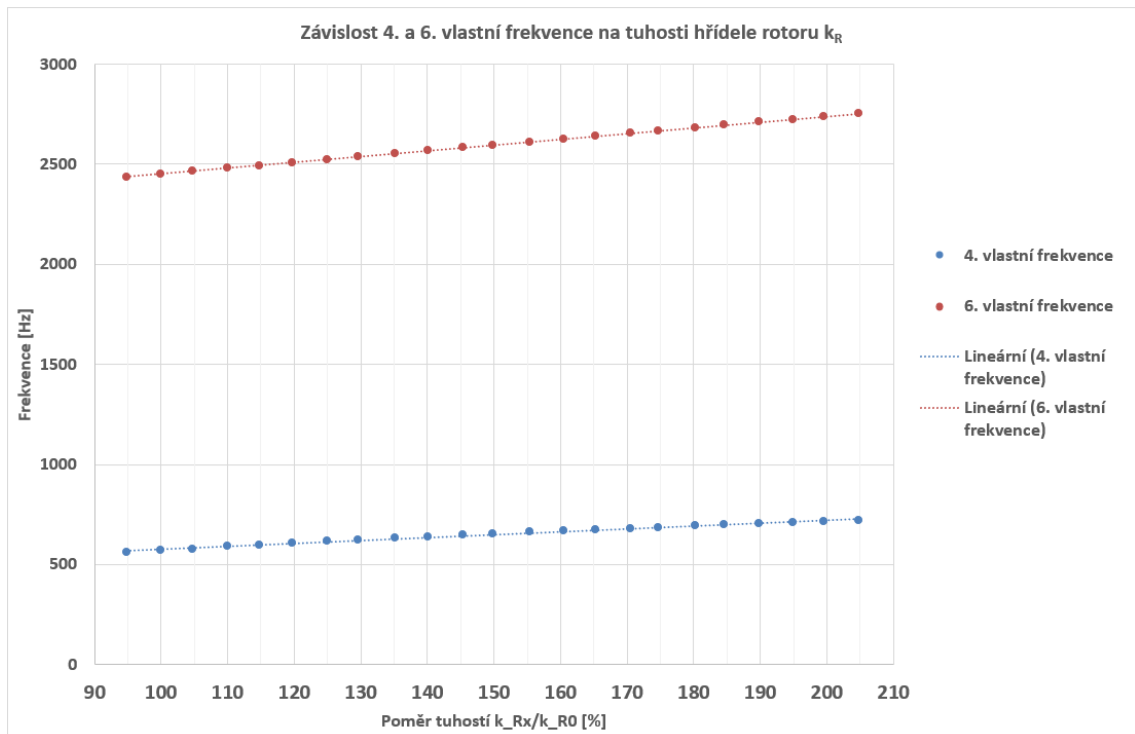
#### 4.5.4 Analýza vlivu torzní tuhosti hřídele rotoru na vybuzení rezonančního kmitání

Výpočty a simulace byly provedeny pro řadu torzních tuhostí, které jsou pro přehled uvedeny v Tab. 4.4. Základní torzní tuhost je označena  $k_{R0}$ .

Označení pořadí	Poměr jednotlivé torzní tuhosti vůči základní hodnotě – $k_{RX}/k_{R0}$ [%]	Vlastní frekvence [Hz]	
		5.	7.
$k_{R1}$	85	537	2406
$k_{R2}$	95	559	2435
<b><math>k_{R0}</math></b>	<b>100</b>	<b>570</b>	<b>2451</b>
$k_{R3}$	105	579	2465
$k_{R4}$	110	589	2480
$k_{R5}$	115	598	2494
$k_{R6}$	120	607	2508
$k_{R7}$	125	616	2524
$k_{R8}$	130	623	2537
$k_{R9}$	135	633	2554
$k_{R10}$	140	640	2567
$k_{R11}$	145	647	2583
$k_{R12}$	150	654	2596
$k_{R13}$	155	661	2612
$k_{R14}$	160	669	2627
$k_{R15}$	165	674	2640
$k_{R16}$	170	681	2656
$k_{R17}$	175	686	2667
$k_{R18}$	180	692	2683
$k_{R19}$	185	698	2696
$k_{R20}$	190	704	2711
$k_{R21}$	195	709	2723
$k_{R22}$	200	714	2738
$k_{R23}$	205	719	2753

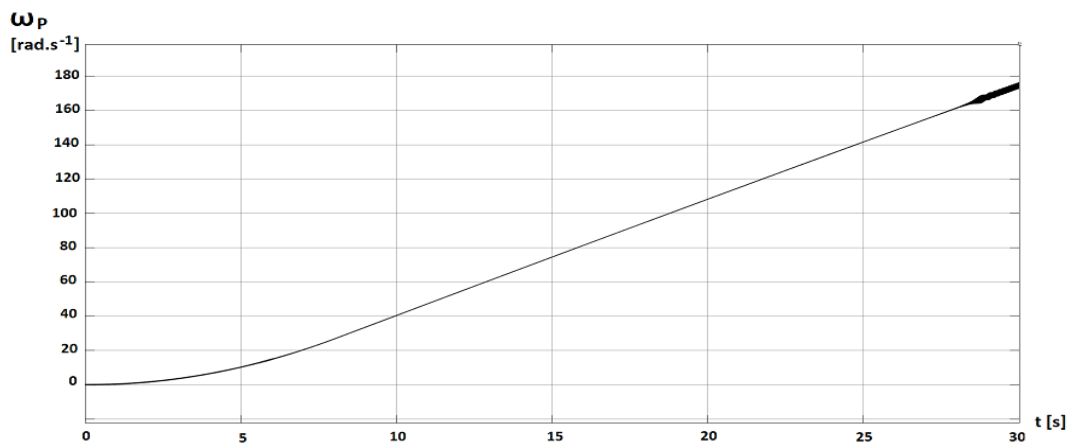
Tab. 4.4: Přehled aplikovaných variant torzních tuhostí. [26]





Obr. 4.33: Graf závislosti vlastních frekvencí na tuhosti hřídele rotoru. [26]

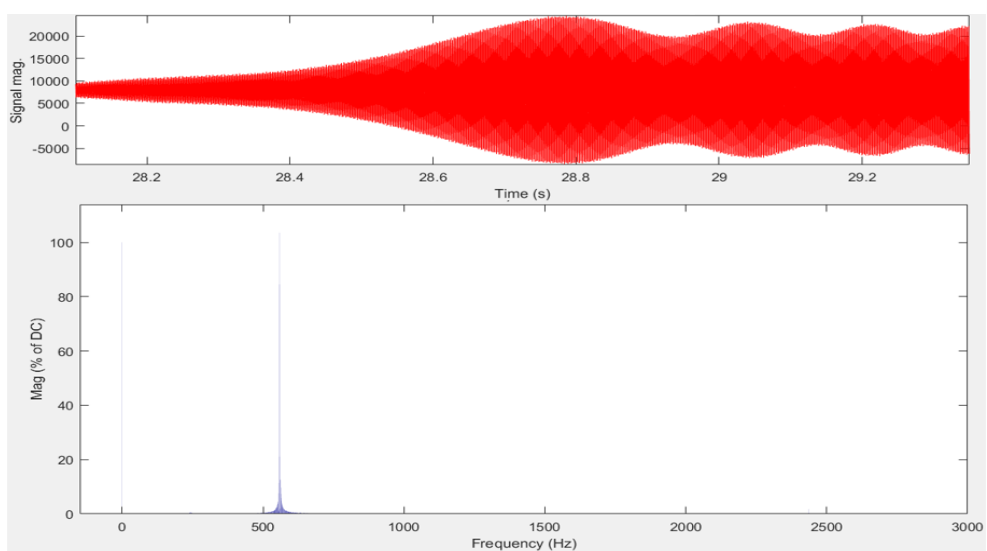
V případě rezonance na 4. vlastní frekvenci, viz Obr. 4.30, se dá z Campbellova diagramu vyčíst, že jednou z možností jeho eliminace je tuto frekvenci snížit pod hodnotu 560 Hz, tedy dostat ji mimo budící frekvenční pásmo. Z Tab. 4.4 je vidět, že by k tomu mělo postačit snížit torzní tuhost hřídele rotoru mezi rotační hmotou rotoru a pastorku na 95 % původní hodnoty. Výsledky této simulace jsou prezentovány na průbězích otáček a hnacího momentu pastorku na Obr. 4.34 až Obr. 4.36. Rezonanční stav na frekvenci 560 Hz nastal v čase simulace 28,65 s, tedy na vyšších otáčkách než v předchozí simulaci. Zde byla zjištěná hodnota  $f_l = 79$  Hz. Nicméně i zde došlo k rozvoji rezonančního stavu. To je způsobeno tím, že asynchronní motor pracuje se skluzem, kdy je mechanická úhlová rychlost rotoru nižší než synchronní otáčky. To pak odpovídá předpokladům a rezonanční stav nastal správně. Z toho důvodu byla provedena ještě jedna simulace se snížením torzní tuhosti na 85 %, aby bylo jednoznačně zjištěno, že se rezonanční stav dostane mimo pásmo budících frekvencí. Situace bez vybudování nadměrných torzních oscilací hnacího momentu pro  $k_{RI}$  je názorně prezentována na Obr. 4.37 a Obr. 4.38.



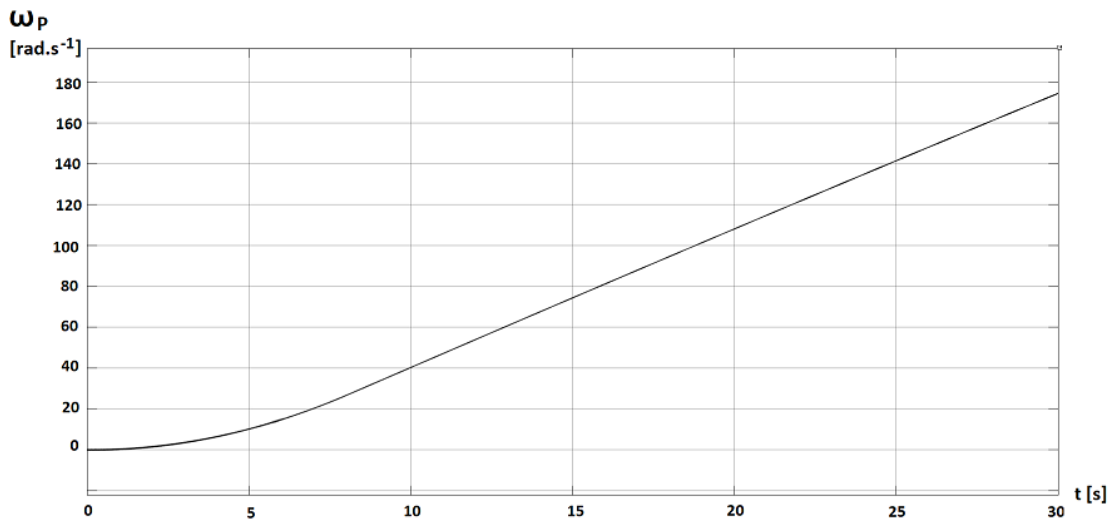
Obr. 4.34: Průběh úhlové rychlosti pastorku pro  $k_{R2}$ .



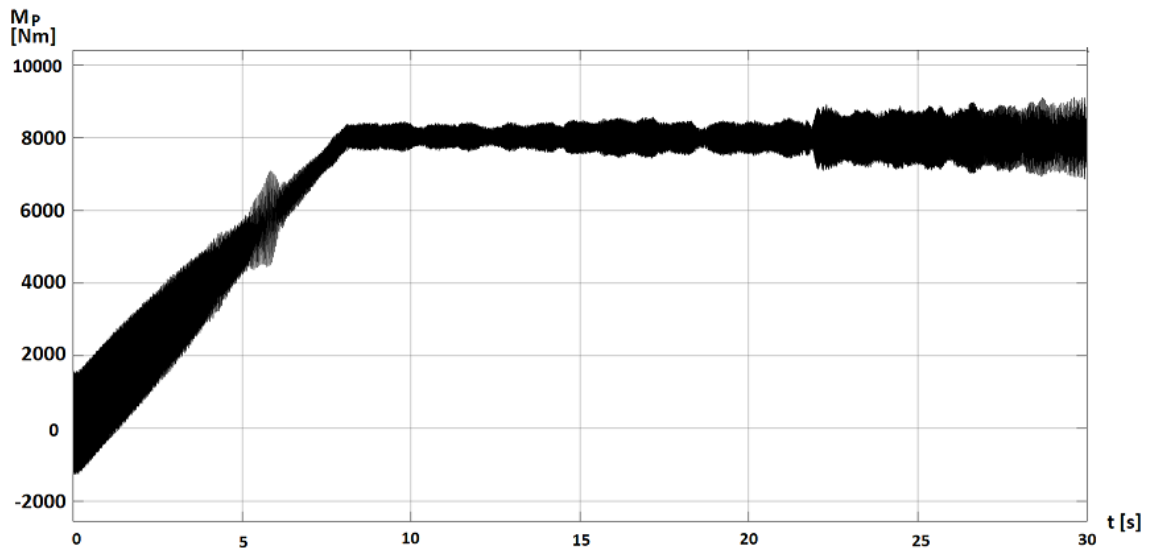
Obr. 4.35: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro  $k_{R2}$ .



Obr. 4.36: Grafické zobrazení výsledků FFT hnacího momentu pastorku pro  $k_{R2}$ .



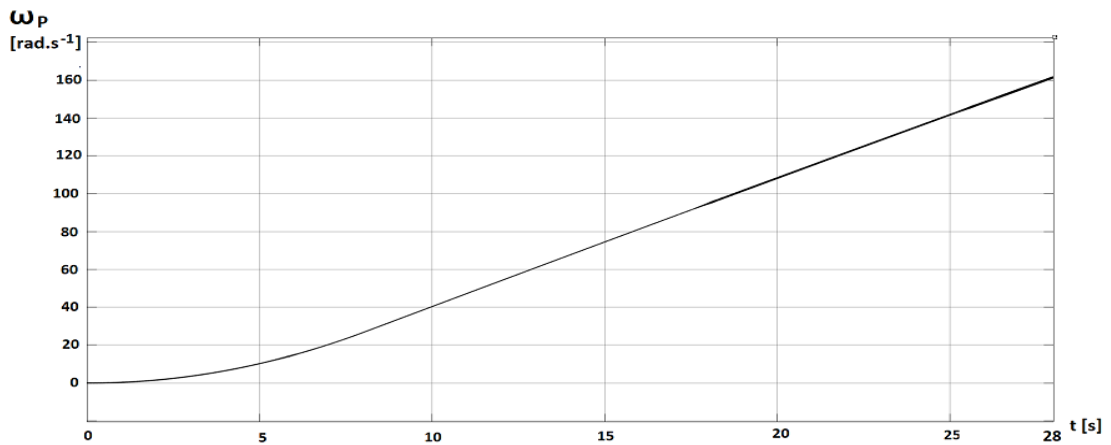
Obr. 4.37: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro  $k_{R1}$ .



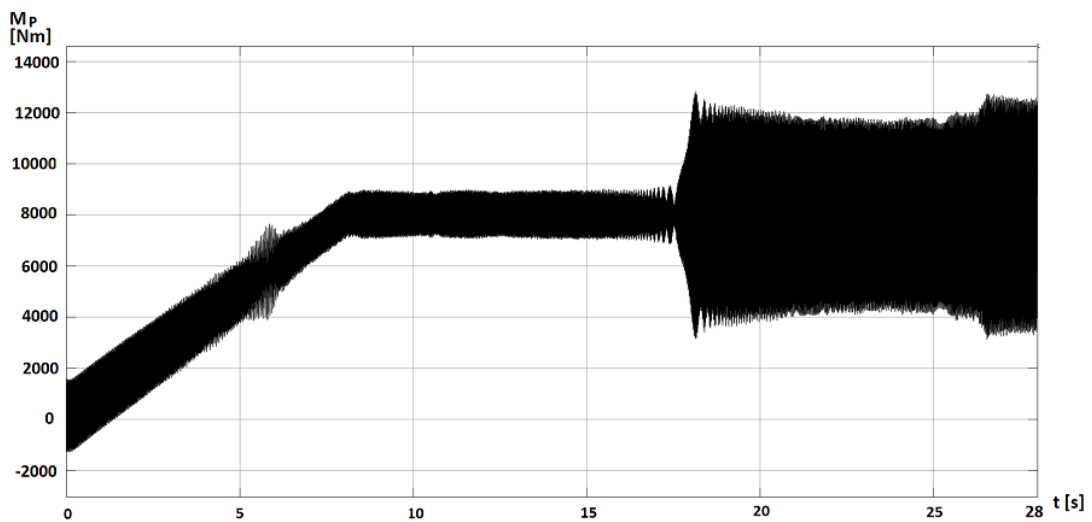
Obr. 4.38: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro  $k_{R1}$ .

Druhou možnost eliminace rezonančního stavu lze vyvodit z Obr. 4.32. Z něho je patrné, že amplitudy budících harmonických funkcí klesají s otáčkami, respektive se synchronní úhlovou rychlostí, která je úměrná frekvenci  $f_1$ . Lze tedy předpokládat, že rezonanční stav 4. vlastní frekvence může být omezen přesunutím do nižších otáček. V tomto případě to znamená zvyšování 4. vlastní frekvence prostřednictvím zvýšení tuhosti  $k_R$ . To bylo realizováno řadou simulací s variantami torzních tuhostí  $k_{R3}$  až  $k_{R23}$ . I z nich je ale patrné, že vybudovaný rezonanční stav se posouvá do nižších otáček a jeho síla klesá. Z hlediska reálného konstrukčního řešení hřídele rotoru je tento přístup vhodnější než metoda předchozí snižováním torzní tuhosti, tedy redukováním průměru hřídele. I když i zde lze

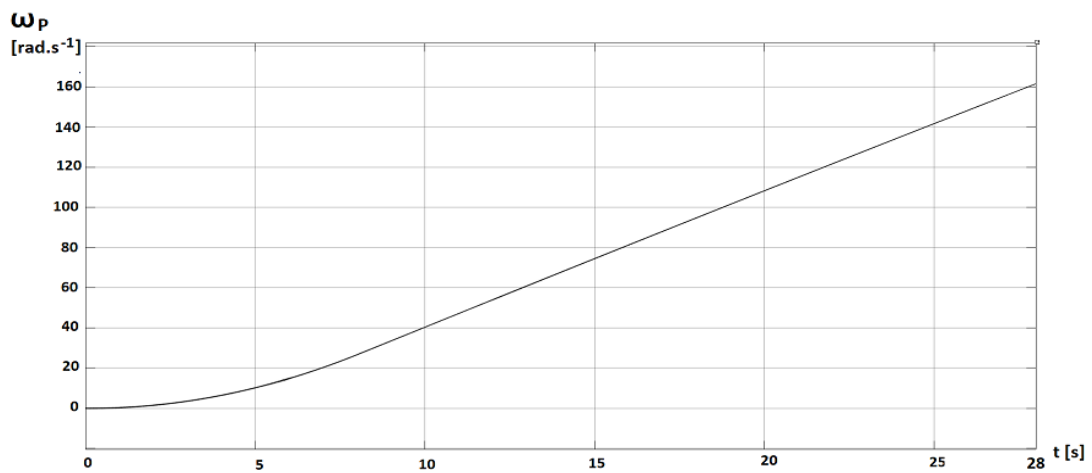
předpokládat nutnost konstrukčních úprav souvisejících dílů, jako je např. uzel labyrintového těsnění.



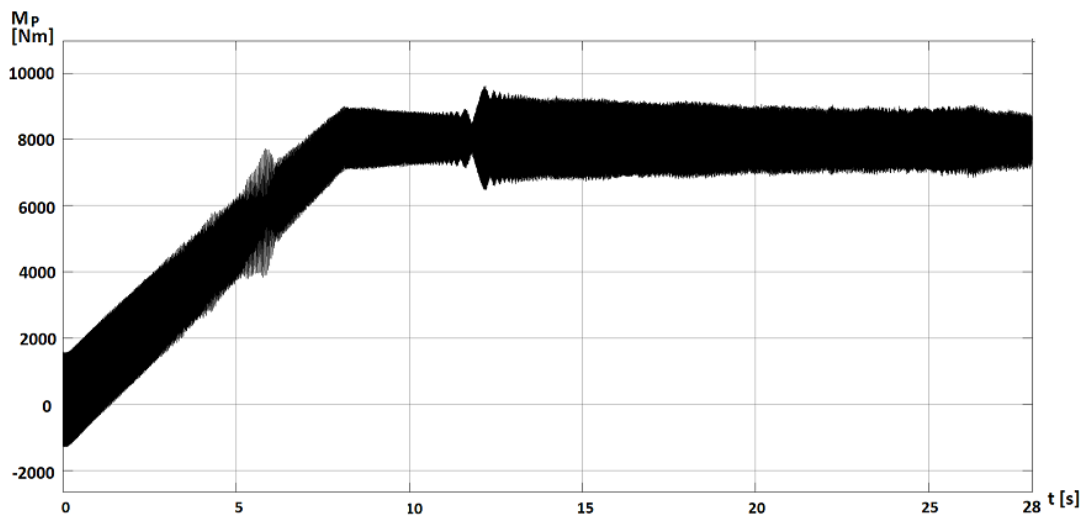
Obr. 4.39: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro  $k_{R13}$ .



Obr. 4.40: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro  $k_{R13}$ .

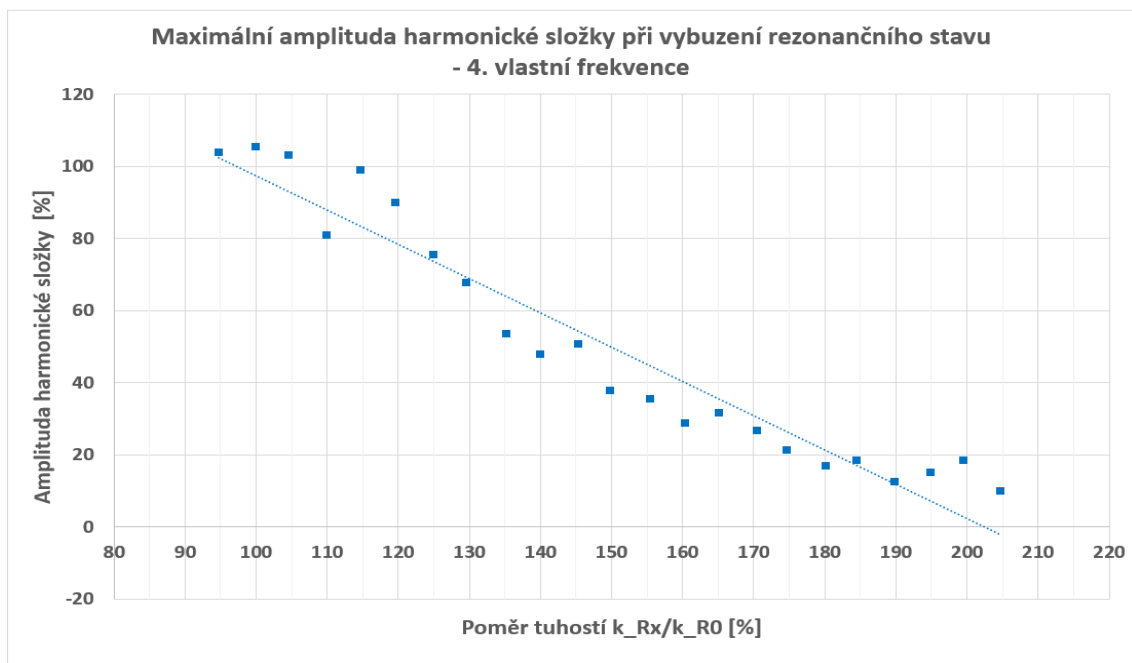


Obr. 4.41: Průběh signálu úhlové rychlosti pastorku pro  $k_{R23}$ .



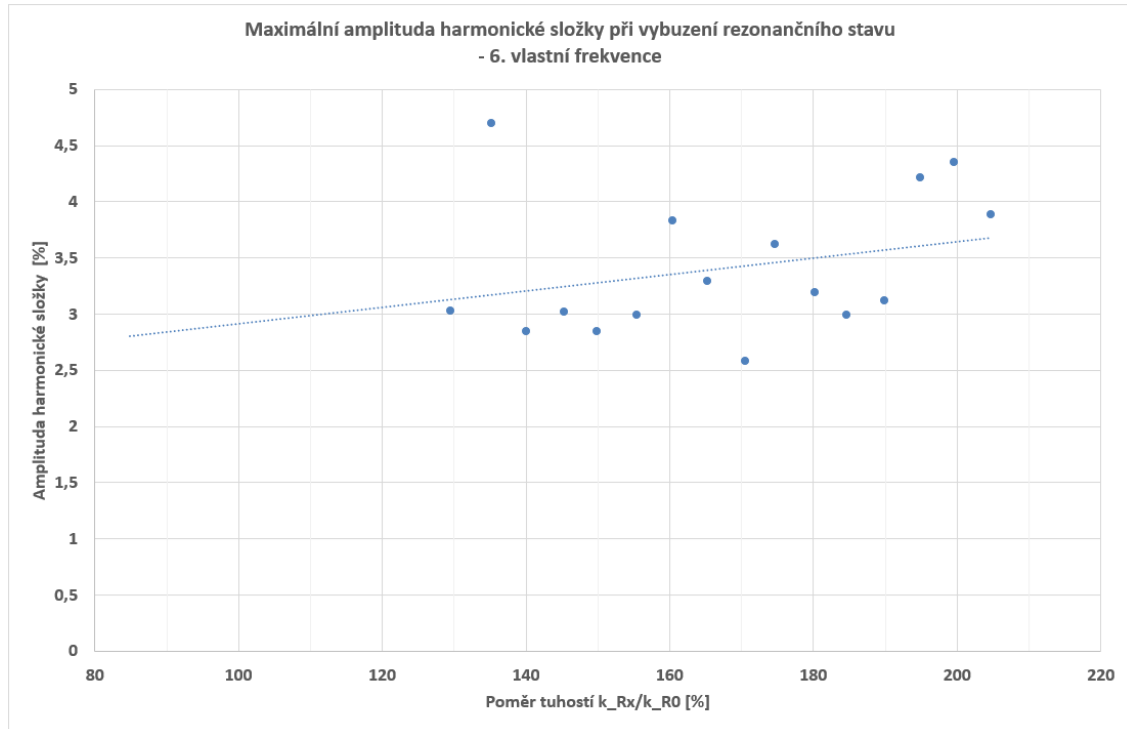
Obr. 4.42: Průběh signálu hnacího momentu pastorku pro  $k_{R23}$ .

Zásadní je ale dále uvedený Obr. 4.43, který prezentuje to, jak se pro všechny dílčí varianty torzní tuhosti  $k_R$  měnila amplituda harmonické složky hnacího momentu v rezonanci – 4. vlastní frekvence. Tento obrázek celkově shrnuje výsledky frekvenčních analýz vybuzených rezonančních stavů 4. vlastní frekvence soustavy všech simulací. Je patrné, že s rostoucí tuhostí  $k_R$  amplituda zkoumané harmonické složky klesá. To je závěr, který potvrzuje předpoklad, na jehož základě byly simulace provedeny.



Obr. 4.43: Závislost amplitudy harmonické složka při vybuzení rezonančního stavu 4. vlastní frekvence. [26]

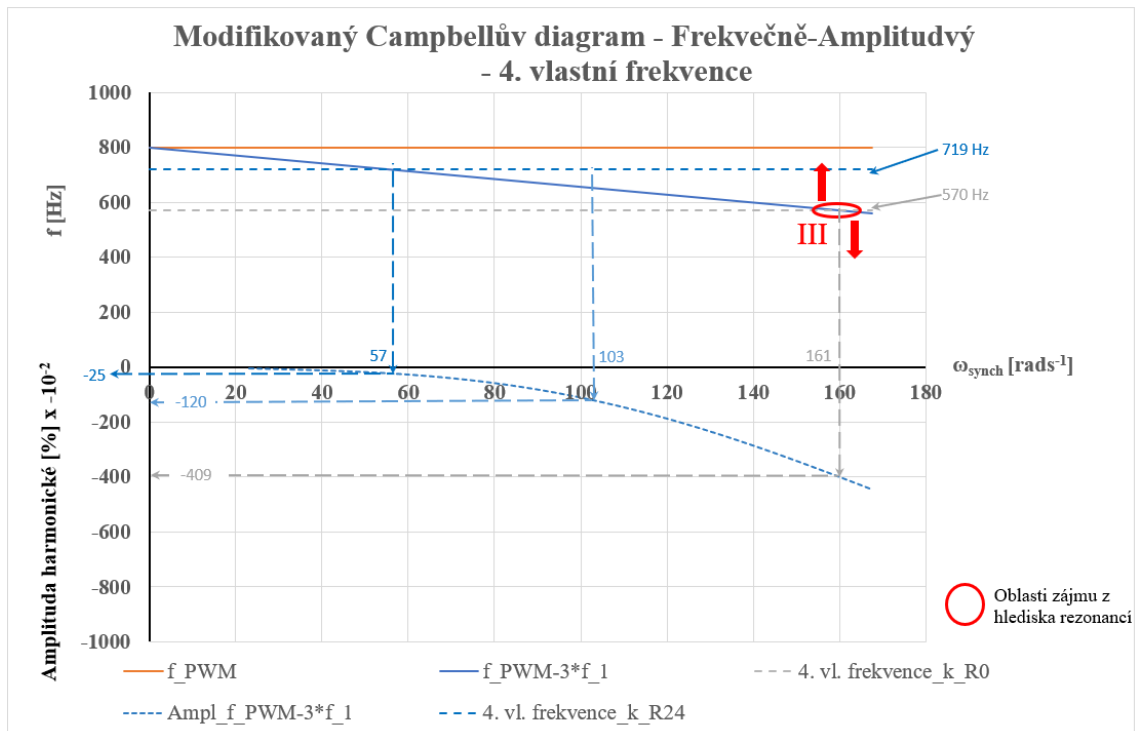
Přeladováním torzní soustavy prostřednictvím změny  $k_R$  docházelo i k posouvání rezonančního stavu V, což je rezonanční stav 6. vlastní torzní frekvence. V rámci simulací se však rezonance na této frekvenci neprojevila. Tento fakt prezentuje Obr. 4.44.



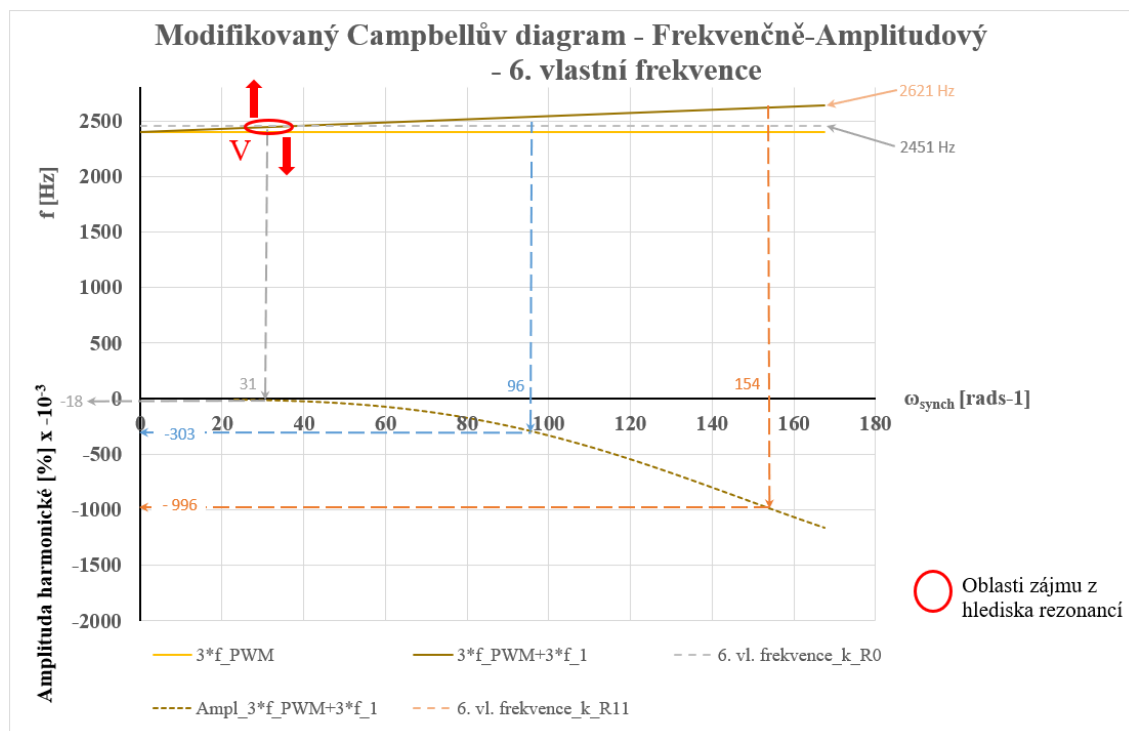
Obr. 4.44: Závislost amplitudy harmonické složky při vybuzení rezonančního stavu 6. vlastní frekvence. [26]

Je zde sice vidět předpokládaný nárůst amplitudy se zvyšující se tuhostí, je to však jev spíše okrajový. Jak je vidět, hodnoty amplitud nabývají nízkých jednotek procent. To znamená, že k vybuzení rezonance na 6. vlastní frekvenci nedochází a jedná se pouze o vynucené kmitání. Ve srovnání s vybuzenými kmity na 4. vl. frekvenci by se dalo říci, že je to téměř konstantní závislost.

To, že se rezonanční rozkmitání neprojevilo na 6. vlastní frekvenci, bylo neočekávané, protože i v rámci vedlejšího frekvenčního pásma 3. násobku  $f_{PWM}$ , jsou dle velikosti amplitud dostatečně silné složky, které by měly nadměrné kmitání vybudit. Podrobnější rozbor této situace se opírá o následující obrázky (Obr. 4.45, Obr. 4.46), které v detailu ukazují vzájemnou souvislost mezi potenciálními rezonančními stavy z Campbellova diagramu (Obr. 4.26) a amplitudou budící harmonické složky (Obr. 4.32). Souvislost těchto vlastností byla též publikována v [30].



Obr. 4.45. Modifikovaný Campbellův diagram – 4. vlastní frekvence.



Obr. 4.46: Modifikovaný Campbellův diagram – 6. vlastní frekvence.

Je vidět, že v rozsahu synchronních úhlových rychlostí  $\omega_{synch} = (57 \text{ až } 168) \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  se působnost vedlejších frekvenčních pásem překrývá. Co do amplitudy budící harmonické složky jsou její hodnoty v této oblasti od 0,3 % do 1,2 %. V případě, kdy je budícím

signálem vedlejší frekvenční pásmo 1. násobku  $f_{PWM}$  a rezonance vzniká na 4. vlastní frekvenci, tak amplitudy budící harmonické složky nabývají zmíněných velikostí v rozsahu  $\omega_{synch} = (57 \text{ až } 103) \text{ rad.s}^{-1}$ . Z hlediska provedených simulací tento interval odpovídá naladění torzní tuhosti hřídele rotoru od  $k_{R12}$  do  $k_{R23}$ , kde tedy k vybuzení rezonančních stavů došlo.

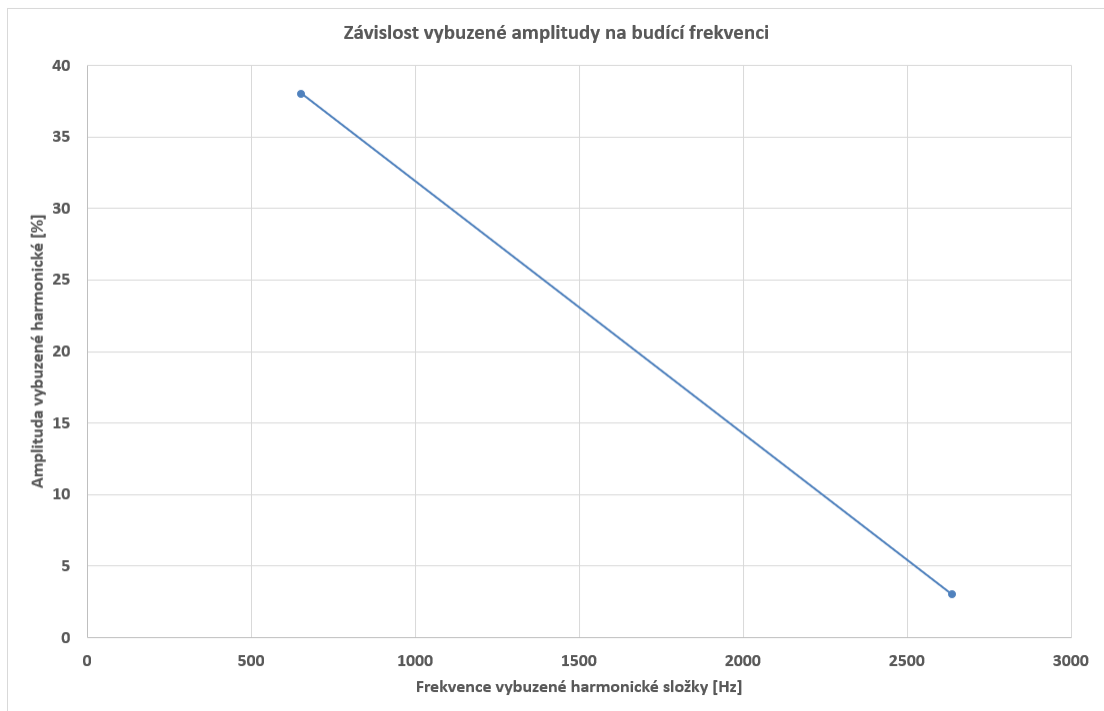
V případě, kdy je budícím signálem vedlejší frekvenční pásmo 3. násobku  $f_{PWM}$  a očekávaná rezonance by měla vznikát na 6. vlastní frekvenci, tak se budící harmonické složky s potenciálem vybudit rezonanční stav nacházejí v rozsahu  $\omega_{synch} = (96 \text{ až } 168) \text{ rad.s}^{-1}$ . Což odpovídá provedeným simulacím pro  $k_{R8}$  až  $k_{R15}$ . Ačkoliv by se dalo předpokládat, že budící harmonické složky se stejnou amplitudou – „silou“ – výrazný rezonanční stav skutečně vybudí, tak se tak nestalo.

Hypotéza toho, proč se tak nestalo, vychází ze zjevného rozdílu v hodnotách obou vlastních frekvencí. Čili, že zde existuje „citlivost“ vybuzení rezonančního stavu na hodnotě vlastní frekvence. S ohledem na výše uvedené skutečnosti je dále myšlenka této hypotézy podpořena číselně v Tab. 4.5 a graficky na Obr. 4.47. Říká to, že při stejné amplitudě budící harmonické složky (1,2 %) je amplituda vybuzené harmonické složky při frekvenci 654 Hz 38 % oproti 3% při frekvenci harmonické složky 2 640 Hz. Při nižších frekvencích je soustava citlivější na vybuzení rezonance než při vyšších frekvencích. Tento závěr de facto vyplynul již dříve v kapitole 4.5.3, bod ii. Protože se tato myšlenka opírá pouze o dva zjištěné body, což je dáno tím, že v soustavě jsou pouze rezonanční stavy (III a V) vybuzené na dvou frekvenčních pásmech, tak vzniká čistě lineární závislost.

Vlastní frekvence		Amplituda harmonické složky	
Pořadí [1]	Frekvence [Hz]	Budící [%]	Vybuzená [%]
5	654	1,2	38
7	2640	1,2	3

Tab. 4.5: Závislost vybuzené amplitudy na budící frekvenci.





*Obr. 4.47: Závislost vybuzevané amplitudy na budící frekvenci.*

Jak již bylo výše popsáno, tak ve své disertaci jsem se specificky zaměřil na jev rezonance pastorku a možností jeho následné eliminace. Právě rezonance pastorku se ukázala jako kritický jev, když ostatní potenciální rezonanční stavy nenastaly a jeho projev v rámci zbytku torzní soustavy je postupně izolován vlivem následujících poddajností. To jsou závěry, které plynou i ze zvolených metod řešení této problematiky. Z hodnocení vlastních frekvencí hřídelů s využitím metody hmotného kontinua lze vidět, že zvolením jiné metody řešení je možné oblast problematiky měnit. Specificky pro případ mé práce by mohly přijít do úvahy některé první a druhé vlastní frekvence torzního kmitání dutého hřídele a nápravy, které spadají do oblasti budících frekvencí elektromagnetického momentu motoru. To by však vyžadovalo i rozšíření v oblasti metod a nástrojů řešení a má práce by tak značně nabývala na objemu. Vzhledem k zaměření se na řešení problematiky rezonančních stavů pomocí specifických metod a nástrojů a orientaci na rezonanční stavy pastorku jsem pak již následně výstupy z metody hmotného kontinua v mé práci více nezpracovával.

#### 4.5.5 Analýza možnosti aplikace torzních tlumičů k eliminaci torzního kmitání a rezonančních stavů buzených elektromagnetickým momentem

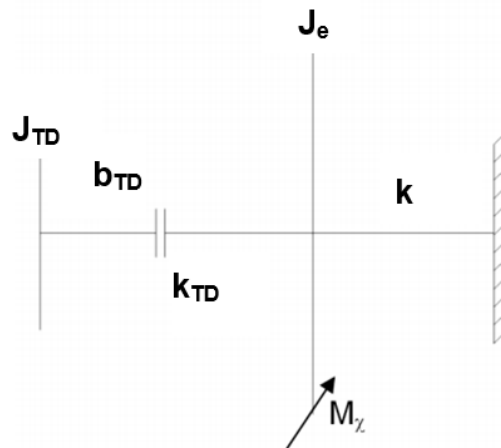
V předchozí kapitole bylo ukázáno, že projev rezonančního rozkmitání, které je vybuzené harmonickými složkami elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru, lze eliminovat buď posouváním vlastních frekvencí kmitání torzní soustavy mimo oblast budících frekvencí, nebo posouváním do oblasti, kde mají budící harmonické složky menší „sílu“ k vybuzení rezonance. Oba způsoby jsou založeny na předpokladu, že požadované změny vlastních frekvencí je dosaženo změnou torzní tuhosti. Pro zkoumaný případ konkrétně torzní tuhost hřídele rotoru mezi hmotou rotoru a pastorku. V případě snižování vlastních frekvencí tohoto bylo dosahováno provedením vývrtu v hřídeli rotoru. Jak je popsáno v předchozí kapitole, tak snížením torzní tuhosti hřídele na 85 % počáteční hodnoty umožnilo eliminovat vznik rezonančního stavu pro uvažované podmínky simulace. Zde samozřejmě vyvstává otázka toho, že v reálné konstrukci nemusí být možné v tomto směru dostatečně snížit torzní tuhost hřídele a zbavit se tak rezonančního stavu. Dále je proto posouzena myšlenka využití uvažovaného vývrtu v hřídeli k aplikaci torzního tlumiče. Nejprve bylo nutné provést posouzení vůbec možností návrhu torzního tlumiče a vhodnosti jeho aplikace v torzní soustavě pohonu lokomotivy.

##### 4.5.5.1 Návrh základních parametrů torzního tlumiče pomocí dvou-hmotové soustavy

Prvním krokem v návrhu torzního tlumiče bylo využití principu dvou hmotové torzní soustavy dle [34], [35] [36] k určení parametrů takového tlumiče, a to jsou moment setrvačnosti hmoty tlumiče  $J_{TD}$ , torzní tuhost tlumiče  $k_{TD}$  a součinitel tlumení  $b_{TD}$ , viz Obr. 4.48. Prvním parametrem, který je nutno určit, je ekvivalentní moment setrvačnosti soustavy bez tlumiče  $J_e$  dle (4.47), který je sumou součinu momentu setrvačnosti jednotlivých hmot soustavy a kvadrátu jí příslušející poměrné amplitudy výchylky při kmitání vlastním tvarem. Hodnota  $J_{TD}$  se následně určí dle vztahu (4.48) pro doporučené  $\mu_{TD}$  0,2 až 0,4.

$$J_e = \sum_{i=1}^n J_i \cdot a_{it}^2 \quad (4.47)$$

$$\mu_{TD} = \frac{J_{TD}}{J_e} \quad (4.48)$$



Obr. 4.48: Schéma principu dvou hmotové soustavy. [34]

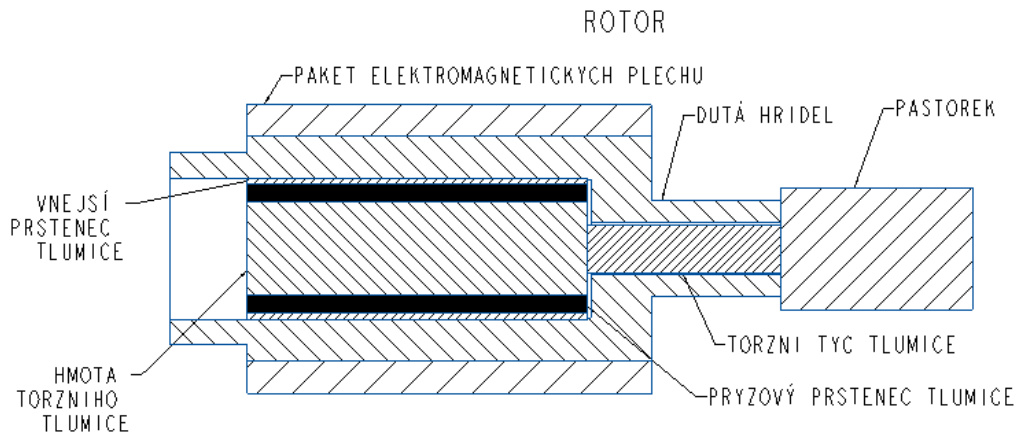
J <sub>TD</sub> [kg.m <sup>2</sup> ]					
1. vlastní tvar	2. vlastní tvar	3. vlastní tvar	4. vlastní tvar	5. vlastní tvar	6. vlastní tvar
9,5	171907	81	<b>92</b>	9171	<b>4462</b>

Tab. 4.6: Navržené hodnoty momentů setrvačnosti torzního tlumiče.

Tab. 4.6 prezentuje navržené momenty setrvačnosti pro tlumení jednotlivých vlastních tvarů kmitání. Zvýrazněné jsou 4. a 6. vlastní tvar, neboť ty jsou z hlediska zjištěných nebezpečných rezonančních stavů podstatné. Takto navržené hodnoty jsou však řádově větší než hodnoty momentů setrvačnosti hmot, které při daných vlastních tvarech dominantně kmitají. Realizovat torzní tlumiče s takto velkými momenty setrvačnosti je nesmyslné, jak z konstrukčního hlediska, tak také z hlediska energetiky provozu. Hmota realizovatelného tlumiče by musela být mnohem menší. Důsledkem čehož však takový torzní tlumič bude neefektivní, a tedy bude málo tlumit.

Protože pastorek, jakožto dominantně kmitající hmota v obou vlastních tvarech, je malou rotační hmotou, tak by ji bylo možné umístit do dutiny rotoru jako hmotu torzního tlumiče a spojit ji torzní tyčí s pastorkem. Principiálně je tato myšlenka řešena v následující kapitole a zpodobněna na Obr. 4.49, kde hmota pastorku, hmota tlumiče a zmíněná torzní tyč jsou schematicky znázorněny pro přehlednost jako oddělené komponenty. Konstrukčně by pochopitelně musely být řešeny jako spojené díly prostřednictvím např. lisovaných spojů.

#### 4.5.5.2 Torzní tlumič pastorku v dutině rotoru motoru



Obr. 4.49: Schéma principiálního řešení torzního tlumiče pastorku v dutině rotoru motoru.

Jak bylo výše popsáno, tak základními myšlenkami pro návrh torzního tlumiče pastorku jsou:

- umístění hmoty torzního tlumiče o shodném momentu setrvačnosti do dutiny rotoru
- spojení hmoty torzního tlumiče s pastorkem pomocí torzní tyče ve vývrtu hřídele rotoru, který byl navržen za účelem změny torzní tuhosti hřídele, jak bylo již výše popsáno

Navržený torzní tlumič se skládá ze tří základních částí:

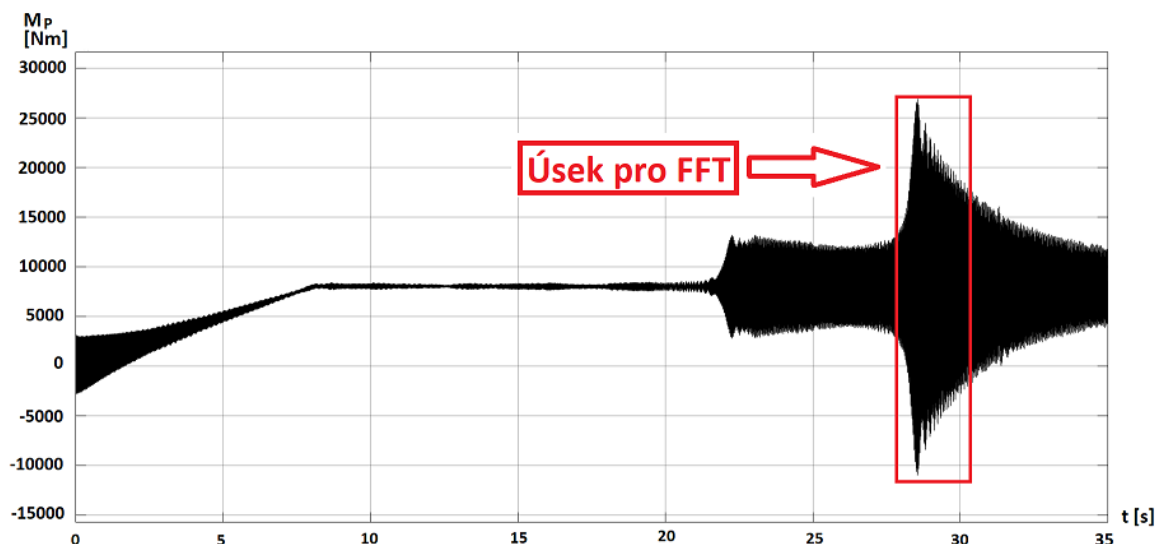
1. hmota torzního tlumiče
2. vnější prstenec tlumiče
3. pryžový prstenec tlumiče spojující část 1. a 2.

Základní rozměry dutiny rotoru pro umístění tlumiče, a tedy i základní rozměry tlumiče byly určeny inženýrským odhadem na základě znalosti konstrukce rotorů z praxe. Teorii k určení  $k_{TD}$  (4.49) a  $b_{TD}$  (4.50) lze nalézt v [37].

$$k_{TD} = \frac{2\pi R_p^3 L_p G'}{e} \quad (4.49)$$

$$b_{TD} = 2\sqrt{k_{TD} J_{TD} \xi} \quad (4.50)$$

S takto navrženým torzním tlumičem v dutině rotoru motoru byla provedena simulace průjezdu otáčkovým spektrem ke zjištění dopadu na torzní kmitání pastorku – Obr. 4.50.



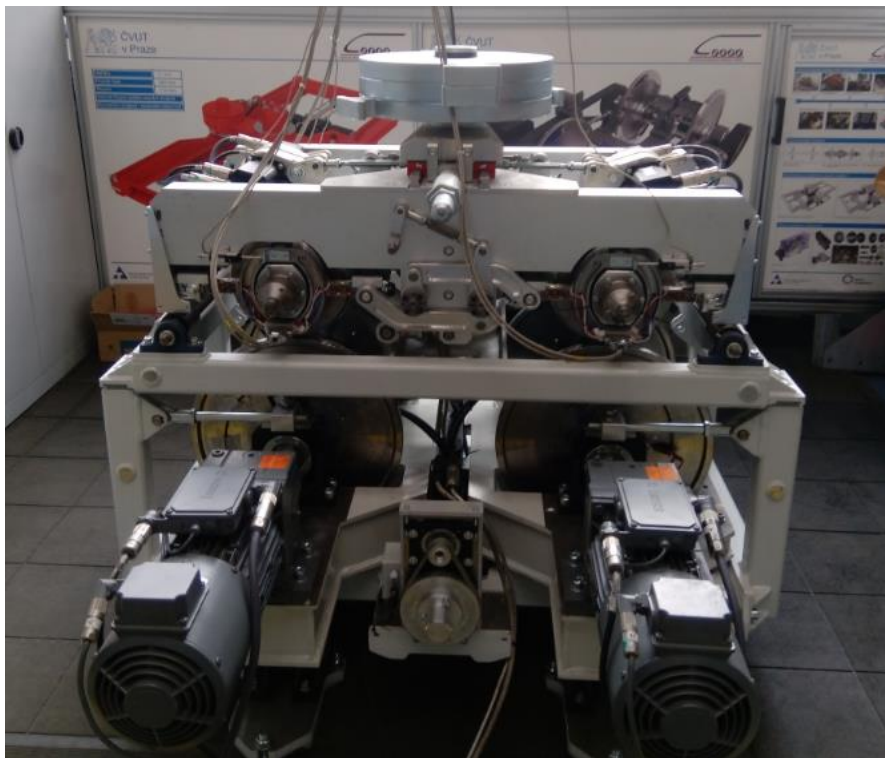
Obr. 4.50: Průběh hnacího momentu pastorku při aplikaci torzního tlumiče.

Nebezpečný rezonanční stav nastal i v tomto simulačním případě. Konkrétně na frekvenci 562 Hz, čímž je blízký dříve provedené simulaci pro hodnotu torzní tuhosti rotoru  $k_{R0}$  s frekvencí rezonance 568 Hz – Obr. 4.30. Již vizuálním srovnáním průběhů hnacích momentů na těchto dvou obrázcích je vidět, že tlumič měl vliv na snížení vynuceného kmitání do času simulace cca 22 s. V tomto okamžiku došlo k výraznému rozkmitání oproti stavu pro  $k_{R0}$ . Zásadní z hlediska zkoumaných jevů je však již zmíněný rezonanční stav v čase 28 s. Srovnáním amplitud harmonických složek, kmitajících na rezonančních frekvencích lze říci, že jsou shodné – 105 %. Čili nedošlo k eliminaci amplitudy, neboť torzní tlumič není dostatečně velký. Je zde ovšem zjevné, že po překonání rezonančního stavu došlo k výraznému a rychlému utlumení torzních kmitů.

## 5 Posouzení možností experimentálního měření zkoumaných zákonitostí na kladkových stendech FS ČVUT

### 5.1 Motivace k využívání a modifikacím kladkových stavů ČVUT

Historicky bylo v těžkých laboratořích U 12 120 na Julisce umístěno pouze jedno stanoviště s kladkovým stendem. Toto stanoviště v měřítku 1:3,5, které dnes můžeme označit jako stanoviště č. 1, bylo průběžně rekonstruováno do dnešní podoby, viz Obr. 5.1. Ze zařízení sloužícího hlavně při výuce studentů se zaměřením na vlnivý pohyb dvojkolí se postupně stalo zařízení umožňující provádět měření orientovaná na příčnou dynamiku a vliv nezávisle otáčivých kol dvojkolí [38] [39]. Po celkové modernizaci tohoto stanoviště zůstal k dispozici původní kladkový stav, dvounápravový podvozek, měniče, trakční dvojkolí s pohony a řada dalších komponentů, které byly použity k realizaci druhého stanoviště.



*Obr. 5.1: Kladkový stav č. 1 FS ČVUT, Praha [40]*

Hlavní motivací pro sestavení druhého stanoviště s modernizovaným kladkovým stavem byla experimentální podpora zkoumaných teoretických zákonitostí, a i následné rozšíření o možnosti provádět měření součinitele adheze a experimenty s přechodovými jevy v oblasti adheze. Se snahou začlenění takovýchto měření i do výuky studentů magisterského studia a k podpoře prací studentů doktorského studia. V této souvislosti je

nutné již zde podotknout, že zařízení bohužel neumožňuje provádět měření, která by mohla sloužit k ověřování či potvrzení mnou zkoumané problematiky. Tato skutečnost je dána jednak rozměrovou a výkonovou disproportionality kladkového stavu, která se během prací na tomto standu a jeho provozování projevila. Konkrétněji to znamená, že zatímco svými zmenšenými rozměry odpovídá parametrům železničního podvozku, tak možnostmi instalovaného výkonu na dvojkolí (3 kW jmenovitě) se ani zdaleka neblíží instalovaným výkonům na dvojkolí u tramvajových vozidel. Druhým nedostatkem jsou možnosti nastavení měniče, konkrétně hodnoty spínací frekvence pulsně-šířkové modulace. Ta je pro instalované frekvenční měniče nastavitelná v rozmezí od 3 kHz do 12 kHz s tím, že algoritmus řízení měniče si ji umí ještě lehce přizpůsobit. Takto vysoké hodnoty jsou výrazně vyšší než hodnota 800 Hz, kterou aplikuji v modelu lokomotivního pohonu a zajišťují dobré promodulování napájecího napětí. Vlivem kombinace těchto faktorů nelze vybudit předpokládané torzní oscilace. Ačkoliv se tento fakt může zdát jako zásadní nedostatek vzhledem k mé disertační práci, tak k dokončení všech plánovaných prací bylo přistoupeno. A to proto, že i tak to má ze strany mého doktorského studia významné přínosy:

- Detailní seznámení s fungováním kladkového stavu.
- Získání zkušeností s navrhováním a stavbou takového zařízení.
- Získání zkušeností s realizací experimentálních měření.
- Následná možnost posouzení využitelnosti na základě nabytých zkušeností.

Konstrukční řešení, navržené modifikace a realizovaná měření na kladkovém stavu č. 2 jsou předmětem následujících kapitol.

## 5.2 Konstrukční řešení kladkového stavu č. 2

### 5.2.1 Kladky a jejich pohony

Každý kladkový stav se sestává z řady typických dílů a podsestav. Stav samotný, na kterém je umístěn zkušební podvozek či dvojkolí, se skládá z hlavního rámu a v něm uložených kladek. Kladky jsou principiálně těmi zásadními komponentami. To proto, že představují laboratorní náhradu koleje. Konstrukčně lze rozlišit dva základní typy kladek:

- Kladky diskové - Obr. 5.2 vlevo
- Kladky bubnové - Obr. 5.2 vpravo



*Obr. 5.2: Kladkový stav FS ČVUT – stanoviště č. 1 (vlevo); stanoviště č. 2 (vpravo) [41]*

Obr. 5.2 výše prezentuje využití obou typů kladek právě na stanovištích kladkového stavu FS ČVUT. Zatímco v případě kladkového stavu č. 1 jsou důvodem užití diskových kladek potřeby simulovat rozdílné otáčky kladek na každé straně, příkladně pro realizaci průjezdu podvozku obloukem, tak pro kladkový stav č. 2 byly při jeho rekonstrukci vyrobeny kladky bubnové. Důvodem pro to byla snaha zajistit vysokou torzní tuhost mezi kladkami s ohledem na předpokládané experimenty. O pohon kladek se stará třífázový asynchronní motor o jmenovitém výkonu 3 kW (Obr. 5.3), který pohání přední kladku. Zadní a přední kladka jsou spojeny pomocí ozubeného řemenu s napínacím mechanismem.

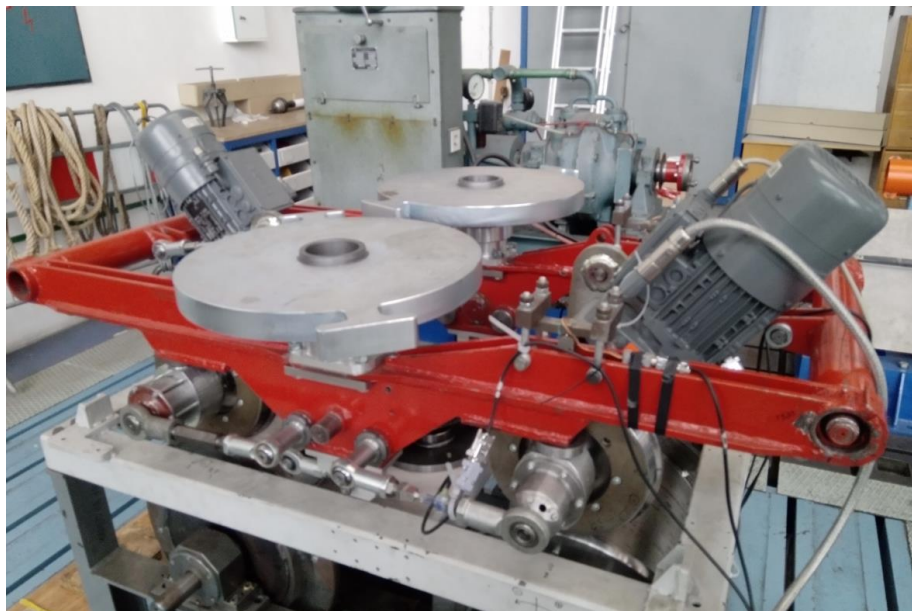


*Obr. 5.3: Kladkový stav č. 2 FS ČVUT [41]*



### 5.2.2 Rám dvounápravového podvozku

Úpravy původního rámu dvounápravového podvozku (červený rám), viz Obr. 5.4, byly provedeny za účelem umístění prvků svislého zatěžování (stříbrné kotouče), tentýž obrázek níže, a pro připojení lemniskátového mechanismu, který realizuje vazbu mezi rámem kladkového stendu a rámem podvozku.



*Obr. 5.4: Podvozek se zatěžujícími závažími [42]*

### 5.2.3 Poháněná dvojkolí

Hnací dvojkolí jsou v podvozku umístěna dvě, viz Obr. 5.4, a při modernizaci stendu č. 2 nebylo nutné je nijak upravovat. Jedná se o v principu pohony typu tlakového motoru. Pohonná jednotka se sestává z třífázového asynchronního motoru a dvoustupňové kuželočelní převodovky, která je skrze svou výstupní hřídel nasazena na nápravu dvojkolí. Jako trakční dvojkolí funguje pouze jedno z nich a jeho uspořádání pak odpovídá označení pojezdu (A1). Důvodem nevyužití druhého trakčního dvojkolí k pohonu je nedostatečný počet napájecích měničů.

### 5.2.4 Tenzometrické vybavení podvozku

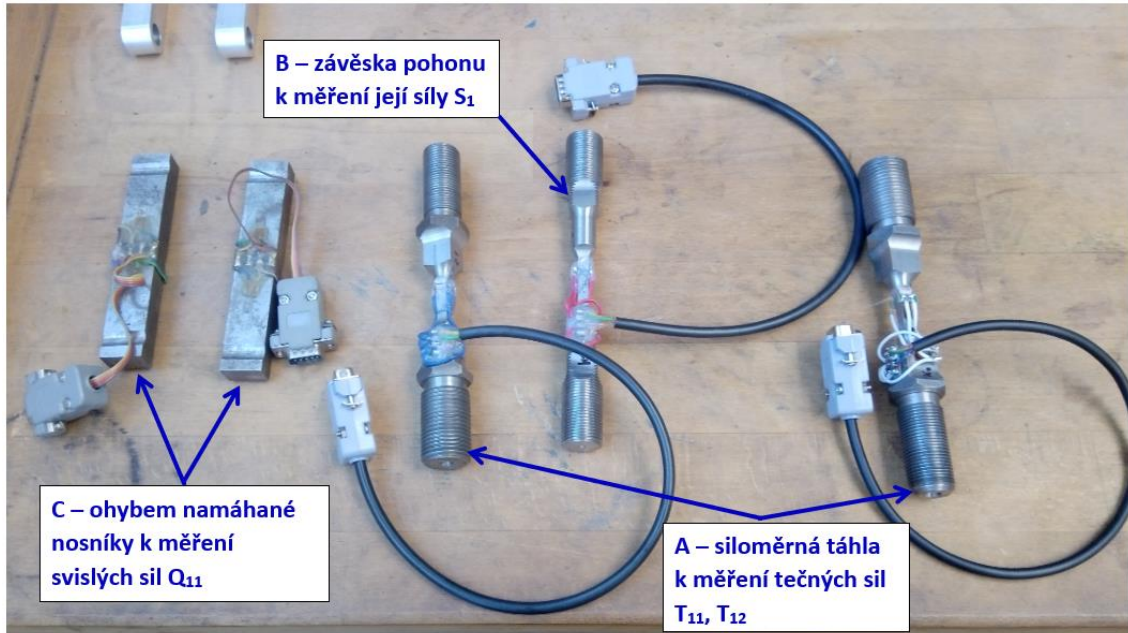
Nejzásadnější a zároveň nejnáročnější modifikací bylo vybavení kladkového stendu tenzometrickými měřícími prvky. Na podvozek byly instalovány tři druhy siloměrných prvků, viz Obr. 5.5:

- A. Siloměrná táhla pro měření tečných sil  $T_{11}$ ,  $T_{12}$  v kontaktu dvojkolí-kladka. Tato siloměrná táhla jsou tedy zároveň táhly/ojnicemi vedení dvojkolí.

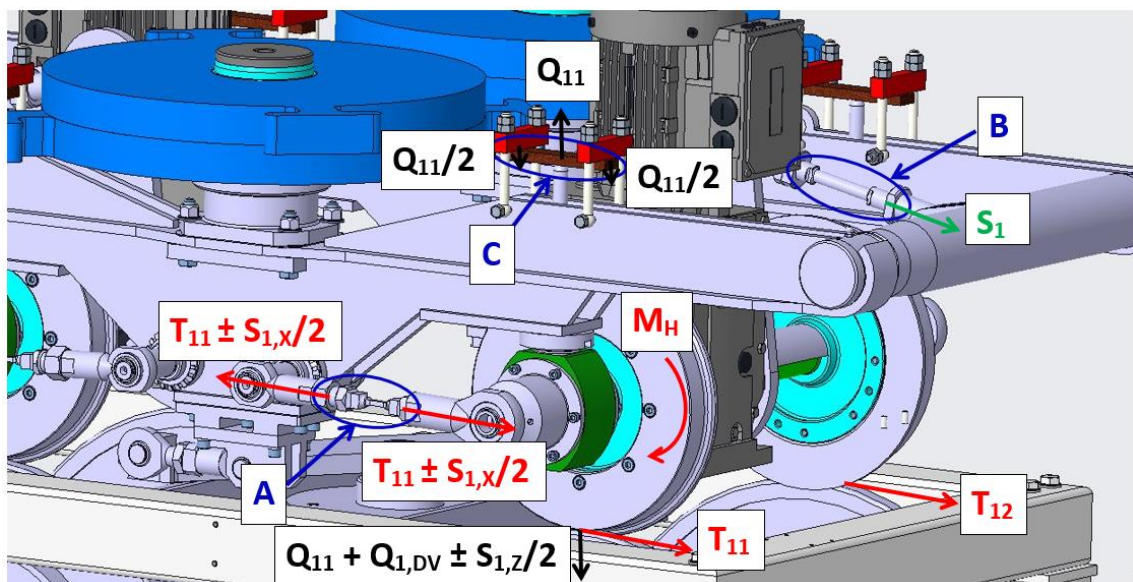
B. Závěska pohonu k měření její síly  $S_1$  od hnacího nebo brzdného momentu.

C. Ohybem namáhané nosníky k měření svislých sil např.  $Q_{11}$ .

Názorná vizualizace toho, jak jsou tyto tenzometrické měřicí prvky umístěny na podvozku a příkladně zatěžovány provozními silami, je na Obr. 5.6.



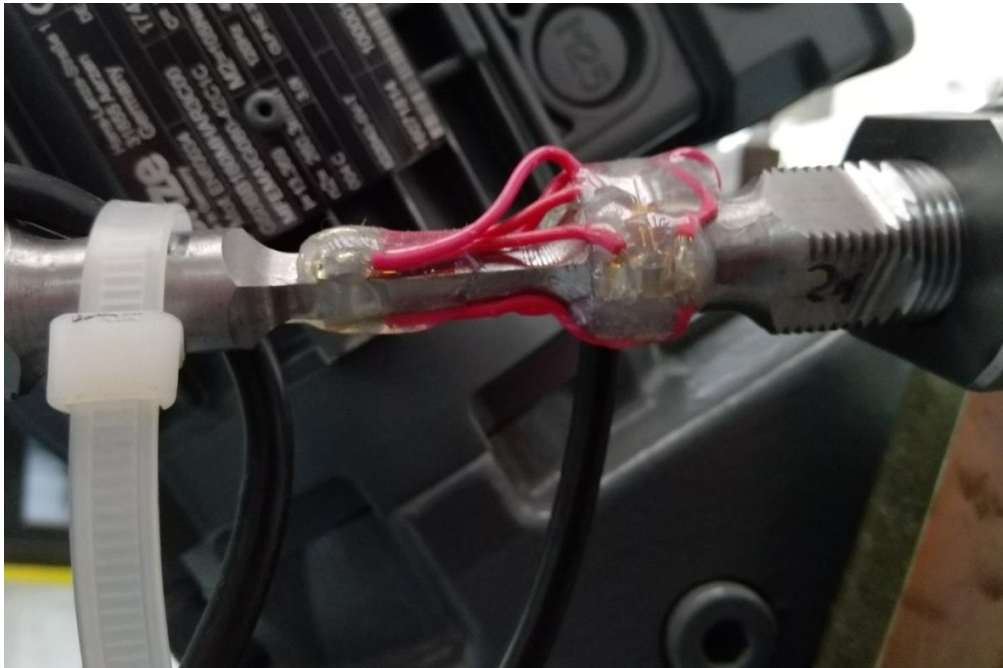
Obr. 5.5: Siloměrná táhla a nosníky. [40]



Obr. 5.6: Silové působení a rozmístění tenzometrických prvků v podvozku. [40]

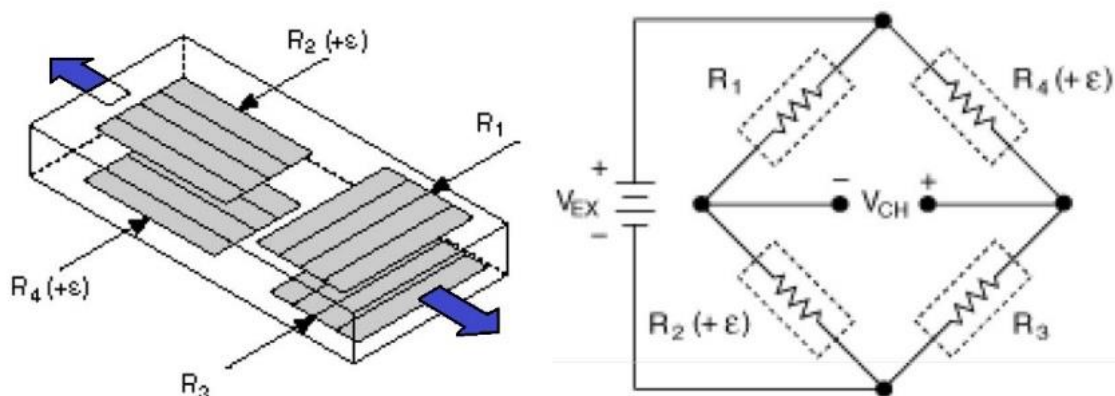
Zatímco ohybem namáhané nosníky (C) byly převzaty z původní konstrukce kladkového stavu, tak táhla vedení dvojkolí (A) a závěsku (B) bylo nutno upravit. Zde se totiž prakticky projevila dříve zmíněná rozměrová a výkonová disproporce. K tomu, aby tyto

měřící prvky měly dostačující citlivost pro měření předpokládaných sil, bylo nutné redukovat rozměry dřívku, viz Obr. 5.7. Konkrétně to znamenalo ofrézovat dřík na průřez 5x5 mm.

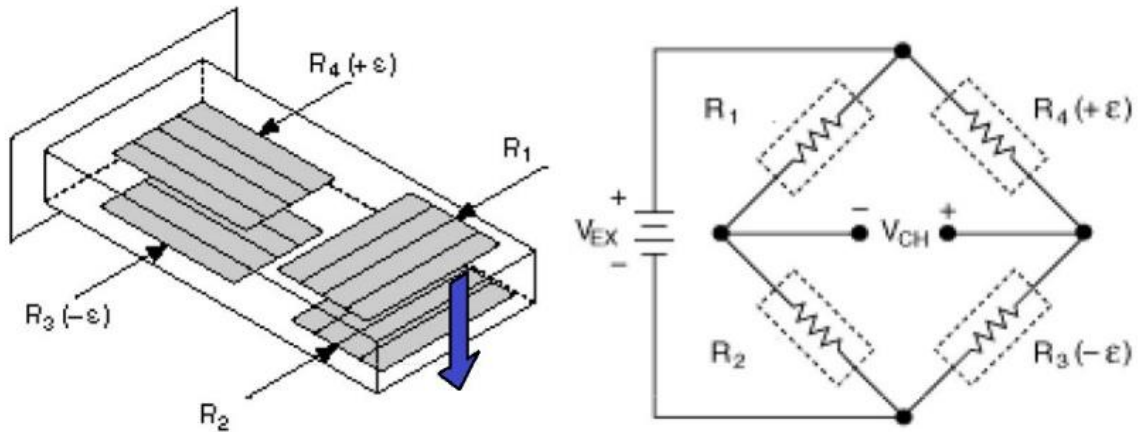


Obr. 5.7: Dřík měřící závěsky pohonu – detail [42]

Siloměrné prvky (A) a (B) slouží tedy k měření sil tahových či tlakových. Zapojení tenzometrů je v plném můstku – dva tenzometry aktivní a dva tenzometry kompenzační - Obr. 5.8. Zapojení tenzometrů v plném můstku je realizováno i pro ohybové nosníky (C) - Obr. 5.9.



Obr. 5.8: Zapojení tenzometrů pro měření tahu/tlaku [43]



Obr. 5.9: Zapojení tenzometrů pro měření ohybu [43]

Po provedení veškerých úprav dílů, sestavení standu a uvedení do provozu celého stanoviště kladkového standu č. 2, byla realizována měření, jak je uvedeno v následující kapitole.

### 5.3 Realizovaná měření

Cílem realizovaných měření bylo nejenom naměření dat samotných fyzikálních jevů, ale také ověření správné funkčnosti standu a měřících a záznamových zařízení. Úlohy byly navrženy dvě:

1. Měření vlivu ztráty adheze na dynamické zatěžování závěsky pohonu.
2. Měření součinitele adheze v kontaktu kol a kladek.

#### 5.3.1 Měření vlivu ztráty adheze na dynamické zatěžování závěsky pohonu

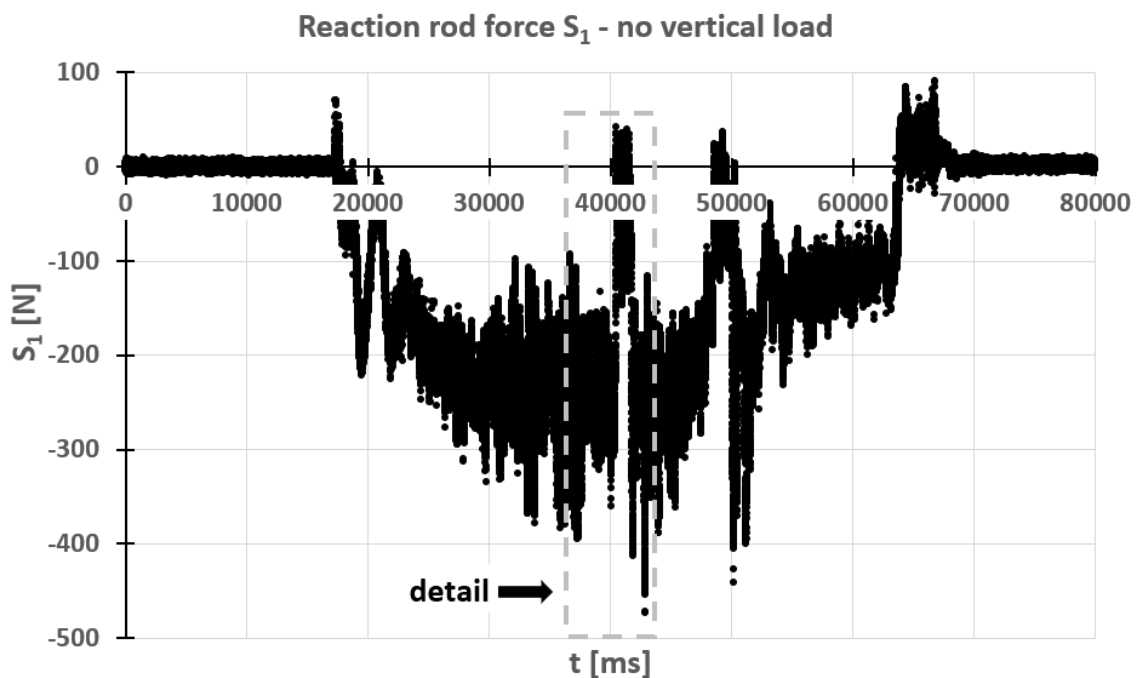


Obr. 5.10: Kladky pomazané mýdlem [42]

Tato úloha byla navržena pro svou relativně jednoduchou realizovatelnost. Jednotlivá měření se skládala z následujících kroků:

- Pomazání krátkého úseku obvodu kladek mýdlem, viz Obr. 5.10.
- Roztočení kladek hnacím dvojkolím.
- Navození prokluzu kol vůči kladkám vlivem mýdla v kontaktu kol a kladek.
- Zastavení hnacího dvojkolí.
- Očištění kladek od mýdla před dalším měřením.

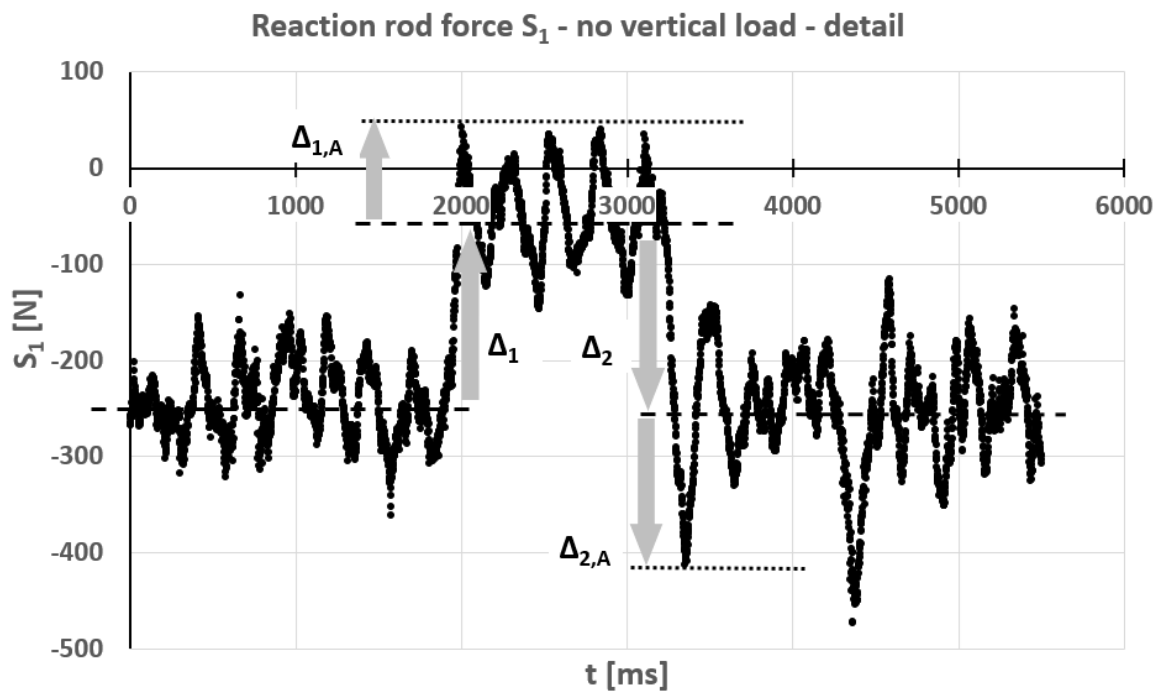
Stěžejní části těchto měření jsou navození prokluzu hnacího dvojkolí vůči kladkám a zaznamenání tohoto přechodového jevu v kontaktu kol a kladek prostřednictvím měřené síly v závěsce pohonu. Veškerým detailům tohoto měření zde nebude věnována pozornost, neboť pro ně mohou čtenáře této práce odkázat na publikaci článku [42], která vyjde ve sborníku Acta Polytechnica CTU Proceedings pravděpodobně v průběhu první poloviny roku 2023. Prezentování zásadních bodů, jako jsou ukázky naměřených dat, jejich vyhodnocení a závěry měření, však dále opomenuto nebude.



Obr. 5.11: Průběh měřené síly  $S_1$  v závěsce pohonu při ztrátě adheze. [42]

Průběh měřené síly  $S_1$  v závěsce pohonu je příkladně uveden na Obr. 5.11. Obr. 5.12 pak uvádí detail průběhu síly  $S_1$  při navození ztráty adheze v kontaktu kol a kladek a vyhodnocované parametry  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_{1,A}$  a  $\Delta_{2,A}$ . Význam těchto parametrů je následující:

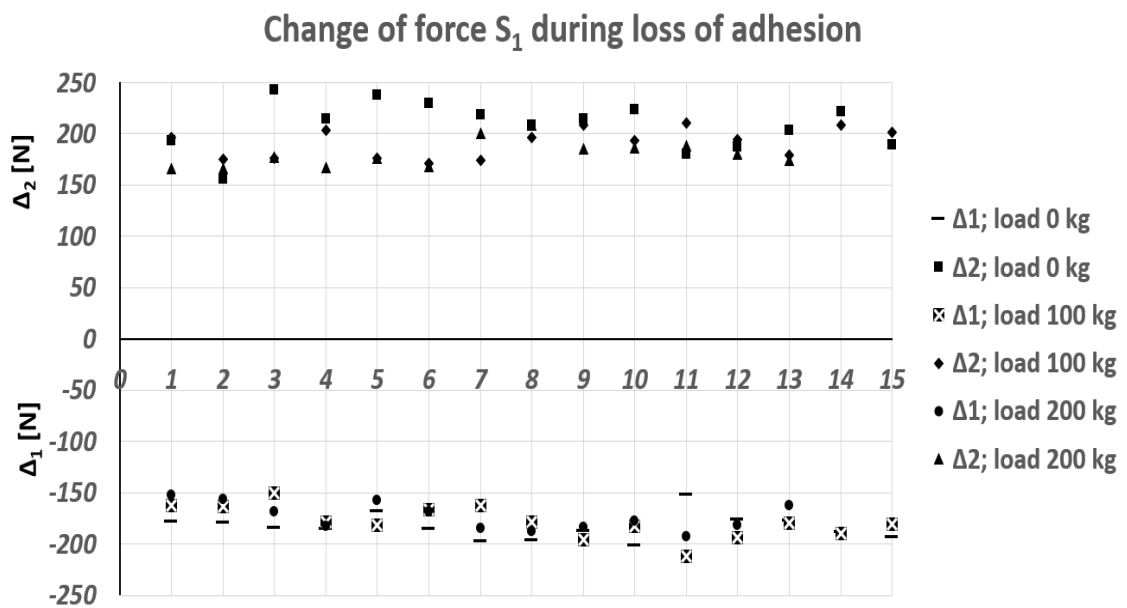
- $\Delta_1$  – udává rozdíl mezi průměrnou hodnotou signálu před ztrátou adheze a během snížené adheze v kontaktu kol a kladek.
- $\Delta_2$  – udává rozdíl mezi průměrnou hodnotou signálu během snížené adheze a po znovuoobnovení adheze v kontaktu kol a kladek.
- $\Delta_{1,A}$  – udává maximální amplitudu rozkmitu signálu po ztrátě adheze v kontaktu kola kladek.
- $\Delta_{2,A}$  – udává maximální amplitudu rozkmitu signálu po znovuoobnovení adheze v kontaktu kol a kladek.



Obr. 5.12: Průběh měřené síly  $S_1$  v závěsce pohonu při ztrátě adheze – detail. [42]

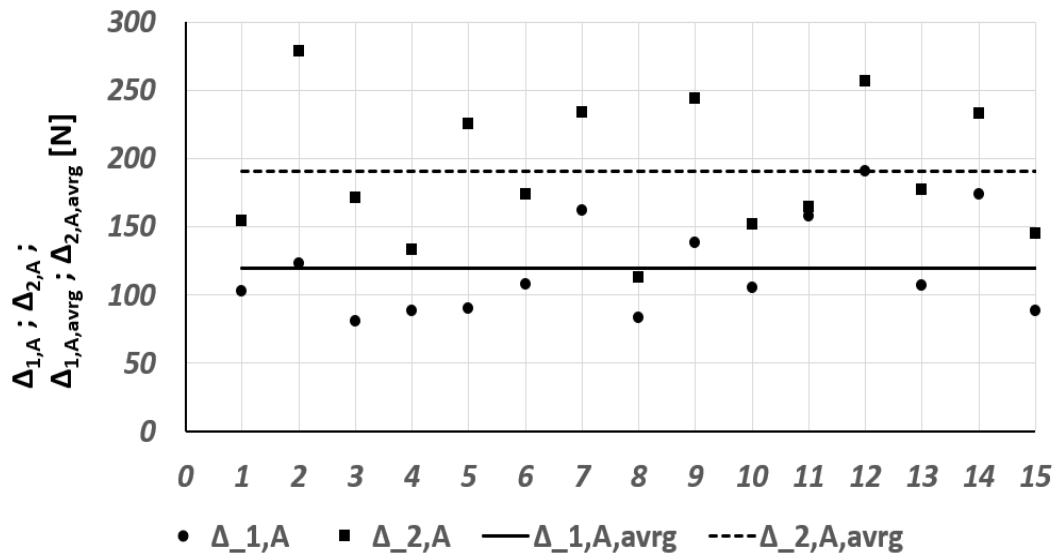
Znamená to tedy, že parametry  $\Delta_1$  a  $\Delta_2$  byly určeny k ohodnocení toho, jak přechodové jevy ztráty a obnovy adheze ovlivní jmenovitou hodnotu přenášené síly. Parametry  $\Delta_{1,A}$  a  $\Delta_{2,A}$  pak sloužily k ohodnocení dynamického chování ve chvíli přechodového jevu. Před následujícím zhodnocením výsledků je také potřeba zmínit fakt, že byl zároveň sledován vliv svislého zatížení. Pro první sadu měření nebyl podvozek zatížen závažími, pro druhou sadu byla přidána závaží o hmotnosti 100 kg a pro třetí sadu měření byla přidána závaží o hmotnosti 200 kg. Poměrně k hmotnosti nezatíženého podvozku to znamená postupné navýšení nápravového zatížení o 1/3 ve druhé sadě měření a o 2/3 ve třetí sadě měření. Shrnutí hodnot měřených parametrů všech sad měření udávají následující obrázky - Obr. 5.13 až Obr. 5.16. V těchto prezentovaných datech jsou uvedeny také

parametry  $\Delta_{1,A,avrg}$  a  $\Delta_{2,A,avrg}$ . Ty představují vypočtené průměry měřených parametrů  $\Delta_{1,A}$  a  $\Delta_{2,A}$ .



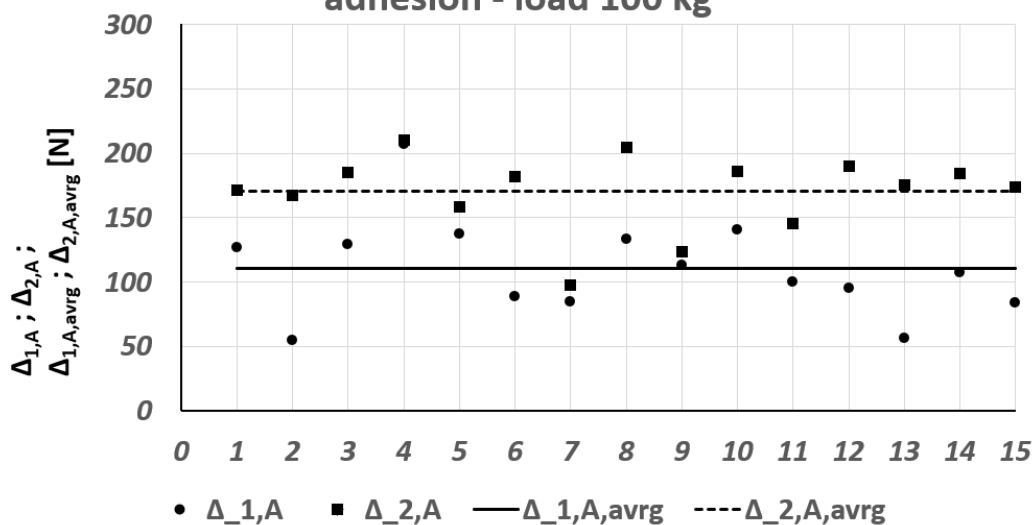
Obr. 5.13: Změna síly  $S_1$  – pro všechna svislá zatížení. [42]

### Amplitude of force $S_1$ during loss and renewal of adhesion - load 0 kg



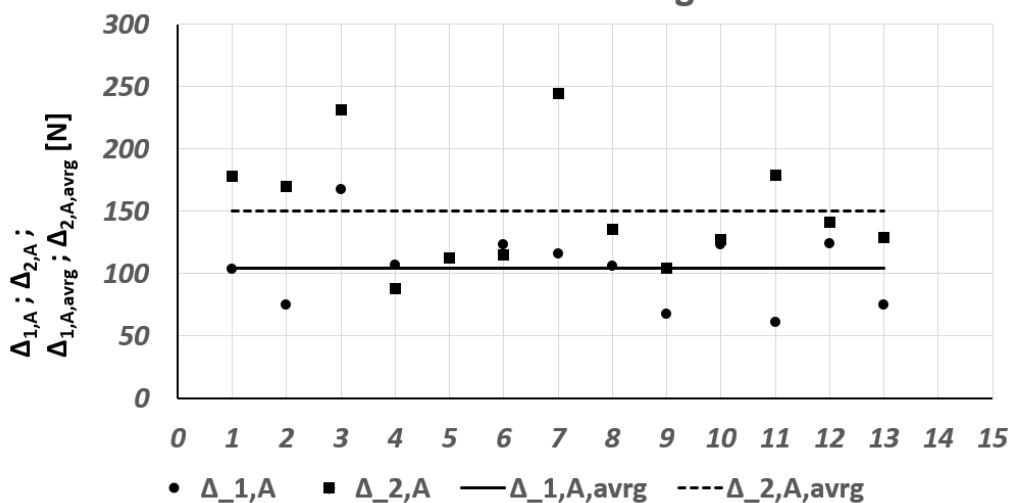
Obr. 5.14: Amplitudy síly  $S_1$  – bez svislého zatížení podvozku. [42]

### Amplitude of force $S_1$ during loss and renewal of adhesion - load 100 kg



Obr. 5.15: Amplitudy síly  $S_1$  – se svislým zatížením podvozku 100 kg. [42]

### Amplitude of force $S_1$ during loss and renewal of adhesion - load 200 kg



Obr. 5.16: Amplitudy síly  $S_1$  – se svislým zatížením podvozku 200 kg. [42]

Z vyhodnocení statických parametrů  $\Delta_1$  a  $\Delta_2$  měřená veličina ukázala rozdíly stran své jmenovité hodnoty a také svého rozptylu. Parametr  $\Delta_2$  dosahuje vyšších hodnot i jejich rozptylu než  $\Delta_1$ . Což indikuje to, že obnovení adheze v kontaktu kol a kladek je dynamičtější přechodový jev než ztráta adheze. Ekvivalentní závěr lze uvést i pro parametry  $\Delta_{1,A}$  a  $\Delta_{2,A}$ , kde se opět projevil větší rozptyl hodnot v případě obnovení adheze. V rámci vyhodnocování amplitud lze také poukázat na vliv svislého zatížení, respektive nápravového zatížení. Změřená data ukázala, že dynamika obou přechodových



jevů – ztráta i obnovení adheze – klesá. Tedy, že vyšší nápravové zatížení má pozitivní vliv na dynamické přetěžování mechanických komponent trakčního pohonu dvojkolí způsobených tímto jevem.

### 5.3.2 Měření součinitele adheze v kontaktu kol a kladek

V prvopočátku byla měření cílená na změření součinitele adheze zvažována pro měření za ideálních podmínek. Tedy simulování stavu suché nijak neznečištěné kolejnice. Dalším předpokladem bylo měření za nízké rychlosti, konkrétně obvodové rychlosti kol dvojkolí stendu 10 km/h, které při známém průměru kol odpovídají otáčky kol dvojkolí  $202 \text{ min}^{-1}$ . Požadované hodnoty skluzu pak mělo být dosaženo nastavením požadovaných otáček kladek, jak je uvedeno níže v Tab. 5.1.

Požadovaný skluz kol	Požadované otáčky kladek	Požadovaný skluz kol	Požadované otáčky kladek
s [%]	$n_{KL} [\text{min}^{-1}]$	s [%]	$n_{KL} [\text{min}^{-1}]$
0	106,10	8	114,59
0,5	106,63	8,5	115,12
1	107,16	9	115,65
1,5	107,69	9,5	116,18
2	108,23	10	116,71
2,5	108,76	10,5	117,24
3	109,29	11	117,77
3,5	109,82	11,5	118,31
4	110,35	12	118,84
4,5	110,88	12,5	119,37
5	111,41	13	119,90
5,5	111,94	13,5	120,43
6	112,47	14	120,96
6,5	113,00	14,5	121,49
7	113,53	15	122,02
7,5	114,06		

Tab. 5.1: Přehled otáček pro nastavení požadovaného podélného skluzu.

Při prvních pokusech o tato měření se však vyjevily dvě zásadní komplikace, mající svou podstatu v aktuálním řešení měření otáček kol dvojkolí a kladek a regulace pohonů dvojkolí a kladek.

Prvním z identifikovaných problémů je to, že pohon kladek je přímý, zatímco dvojkolí je poháněno motorem přes redukční převodovku. Zátěžný moment kladkového motoru pro ideální podmínky, daný silou v kontaktu kola-kladky a průměrem kladek, je velký a způsobuje to, že se tento motor pohánějící nosné kladky velmi rychle proudově přetíží a nadproudová ochrana jej odpojí. Tento problém se podařilo dostatečně eliminovat snížením podélné třecí síly v kontaktu kola-kladky prostřednictvím snížení součinitele adheze. Toho bylo prakticky dosaženo trvalým mazáním kladek mýdlem.

Druhá identifikovaná komplikace je dána aktuálním způsobem regulace hnacích motorů dvojkolí a kladek a způsobem měření otáček. Na obou motorech je totiž v současné chvíli realizovaná otáčková regulace. Tedy taková, že se nastaví požadované otáčky a regulace se je snaží udržet. To se na první pohled zdálo jako optimální funkčnost vzhledem k tomu, že by se pro požadovanou hodnotu podélného skluzu nastavily odpovídající otáčky dvojkolí a klady. Jenže zatímco požadované otáčky lze nastavit s požadovanou přesností, tak fakticky ale s potřebnou přesností nelze odečítat a zaznamenávat skutečné otáčky rotorů motorů. V rámci uživatelského rozhraní totiž měnič poskytuje informaci o otáčkách s přesností na jednotky otáček za minutu. S ohledem na tyto praktické problémy bude nutné dále provést následující úpravy na standu:

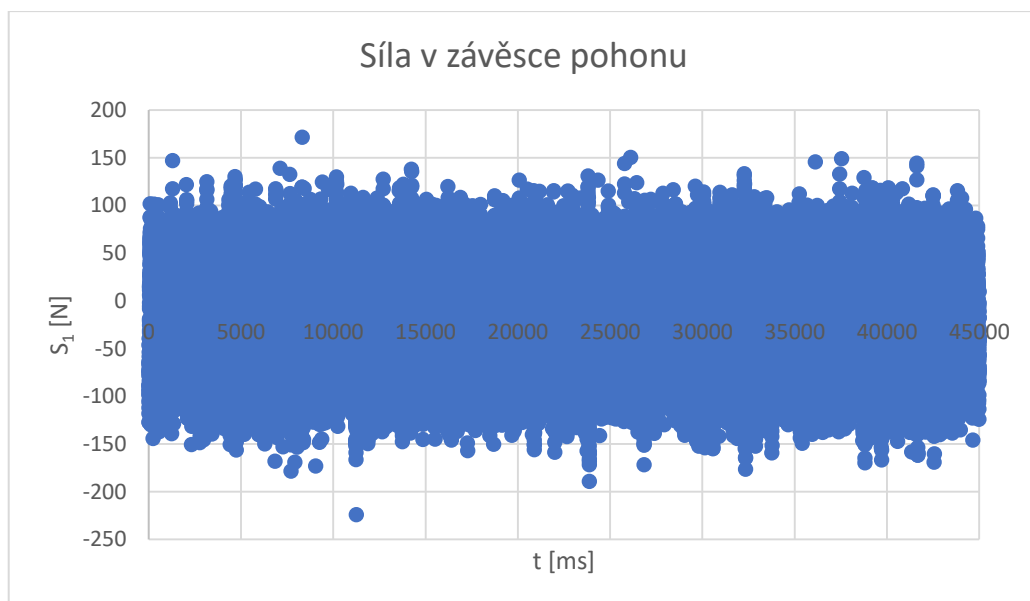
1. Na jednom z hnacích motorů nahradit otáčkovou regulaci regulací momentu.
2. Realizovat nezávislé měření otáček dvojkolí a kladek.

Přes výše uvedené komplikace byla provedena alespoň řada měření se snahou změřit součinitel adheze při „špatných“ adhezních podmínkách, kdy byly kladky mazány mýdlem. Vzhledem k výše uvedenému problému s přesností odečítání otáček byly pro měření zvoleny specifické hodnoty podélného skluzu, které vyžadují nejmenší zaokrouhlení požadovaných otáček kladek, viz Tab. 5.2. Ukázka typických průběhů naměřených dat je na obrázcích Obr. 5.17 až Obr. 5.21.

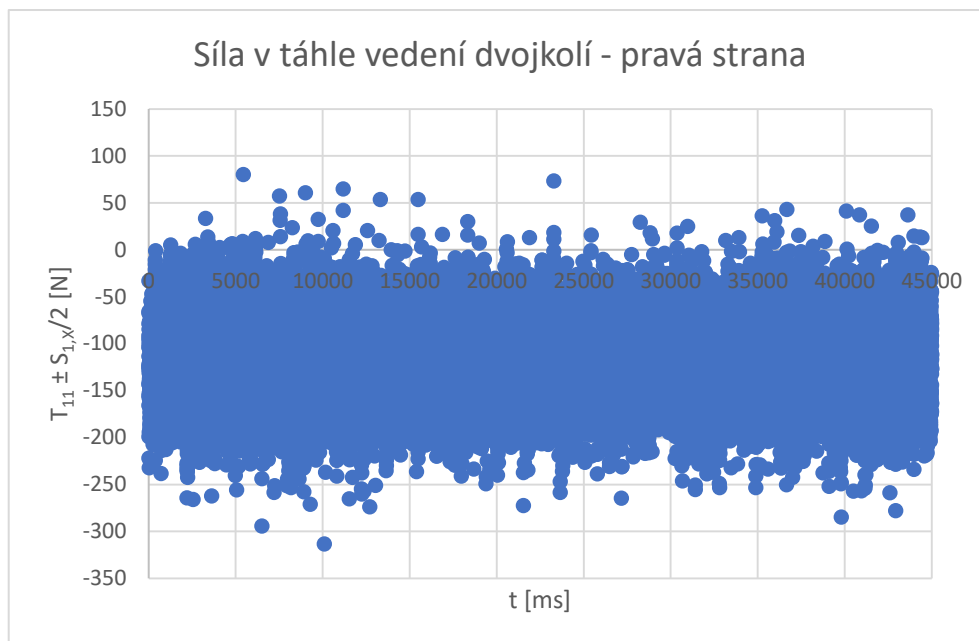
$S_l$  je síla působící v závěsce pohonu,  $T_{11} \pm S_{l,x}/2$  a  $T_{12} \pm S_{l,x}/2$  jsou síly působící v podélném vedení dvojkolí na pravé, resp. levé straně podvozku a  $Q_{11}$  a  $Q_{12}$  jsou svislé síly působící od rámu podvozku, jak je schematicky znázorněno na Obr. 5.6.

Požadovaný skluz kol	Požadované otáčky kladek
s [%]	$n_{KL} [\text{min}^{-1}]$
1	107
2	108
2,5	109
3,5	110
4,5	111
5,5	112
6,5	113
7,5	114
8,5	115
9,5	116
10,5	117
11	118
12	119
13	120
14	121
15	122

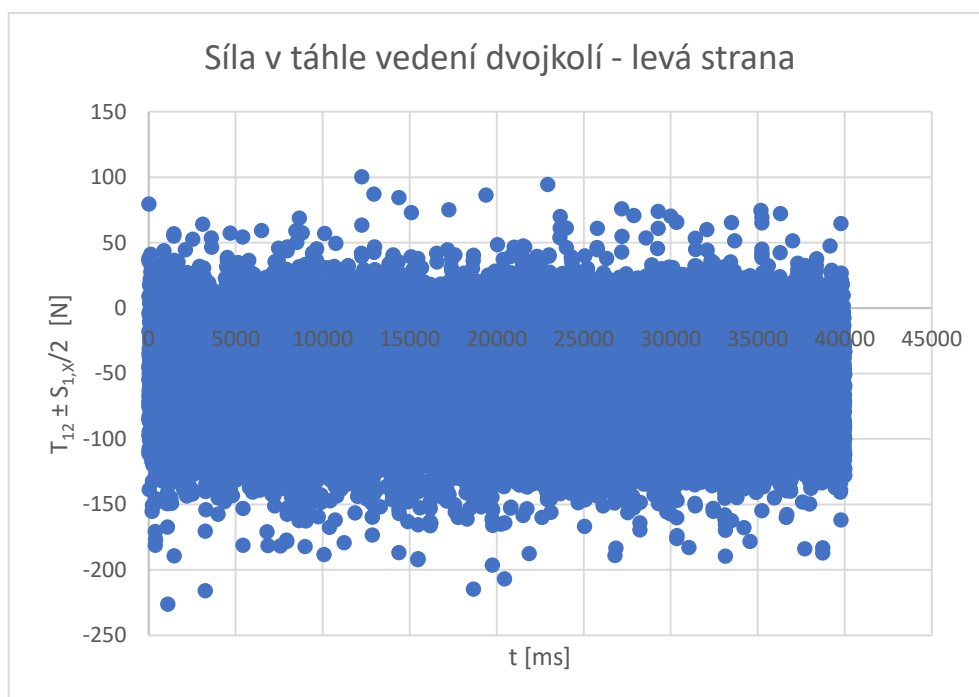
Tab. 5.2: Přehled otáček pro nastavení požadovaného podélného skluzu.



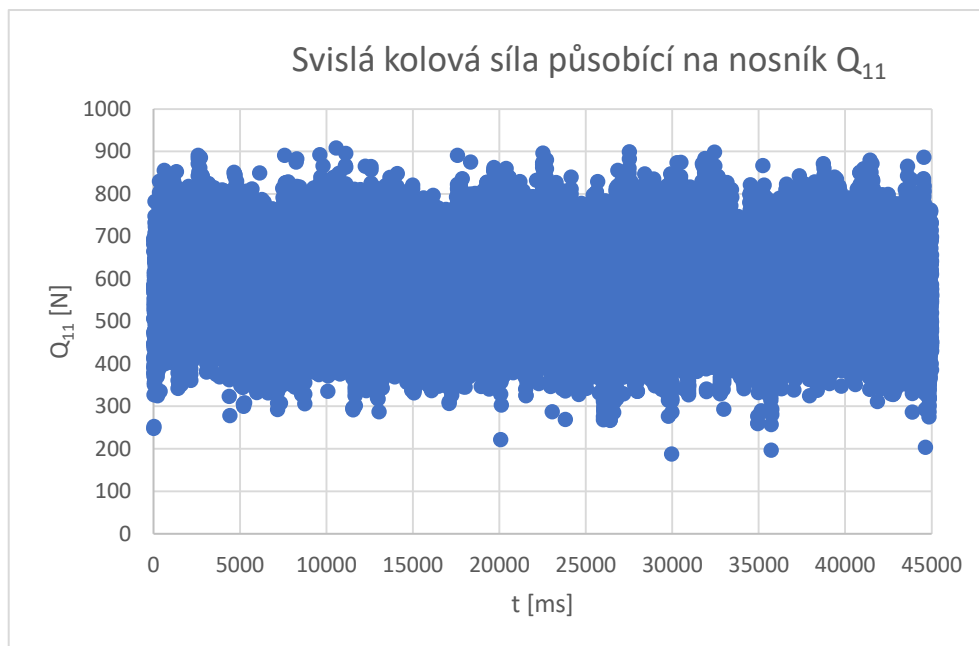
Obr. 5.17: Průběh síly  $S_1$  v závěsce pohonu.



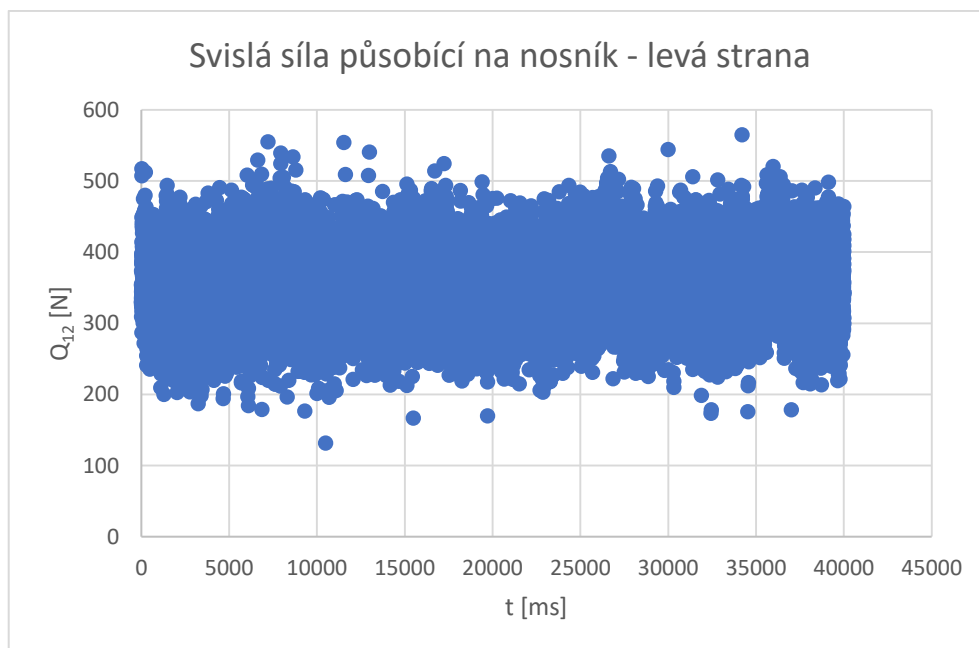
Obr. 5.18: Průběh síly  $T_{11} \pm S_{1,x}/2$  ve vedení dvojkolí na pravé straně podvozku.



Obr. 5.19: Průběh síly  $T_{12} \pm S_{1,x}/2$  ve vedení dvojkolí na levé straně podvozku.



Obr. 5.20: Průběh svislé síly  $Q_{11}$  na pravé straně podvozku.



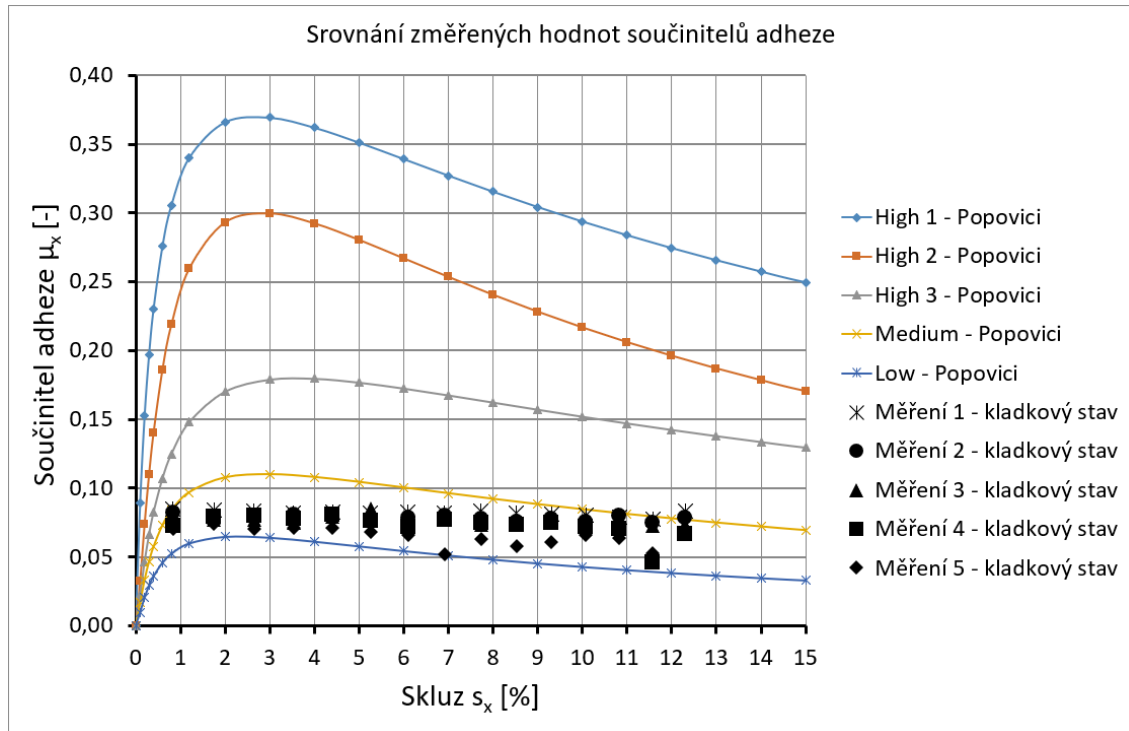
Obr. 5.21: Průběh svislé síly  $Q_{12}$  na levé straně podvozku.

Výsledné vyhodnocení součinitele adheze dvojkolí v podélném směru pro definované podélné skluzy dvojkolí bylo provedeno podle vztahu (5.1). Pro toto vyhodnocení je nutné mít na vědomí, jaké síly tenzometrickými prvky vlastně měříme a jaké síly využíváme k vyhodnocení podélného součinitele adheze  $\mu_x$ . Již ze schematického znázornění působících sil, viz Obr. 5.6, je totiž zjevné, že tenzometrickými prvky neměříme přímo hodnoty sil pro výpočet hledaného součinitele adheze, ale musíme vzít

v úvahu vliv skloněné závěsky pohonu ( $S_{1,X}$  a  $S_{1,Z}$ ) a síly působící od tíhy hnacího dvojkolí ( $Q_{1,DV}$  a  $Q_{2,DV}$ ).

$$\mu_X = \frac{(T_{11} \pm S_{1,X}/2) + (T_{12} \pm S_{1,X}/2) \mp S_{1,X}}{Q_{11} + Q_{1,DV} + Q_{12} + Q_{2,DV} \pm S_{1,Z}} \quad (5.1)$$

Hodnoty součinitele adheze v podélném směru  $\mu_x$ , které byly vyhodnoceny z naměřených dat v pěti sadách měření, jsou graficky znázorněny na Obr. 5.22. Pro srovnání byly vyneseny do grafu společně s hodnotami naměřenými panem Popovicim [15].



Obr. 5.22: Srovnání změřených hodnot součinitele adheze.

Vzhledem k tomu, že byly během měření kladky mazány mýdlem, tak se dalo předpokládat, že vyhodnocené hodnoty součinitele adheze budou odpovídat nízkým úrovním. To je předpoklad, který se naplnil. Nicméně průběh či závislost výsledných hodnot součinitele adheze na skluzu se ukázaly jako neodpovídající předpokládanému průběhu, ekvivalentnímu známým vyjádřením závislosti adheze na skluzu. Ať již teoretických nebo empirických. Zásadní nedostatky neumožňující nyní změřit správná data k vyhodnocení závislosti součinitele adheze vidím v již dříve uvedených nedostacích kladkového stendu č. 2. Tedy nevhodná forma regulace jednoho z hnacích motorů v kombinaci s nemožností odečítat dostatečně přesně hodnoty otáček. Pravděpodobně jen malou roli bude hrát fakt, že se jedná pouze o statisticky malé množství naměřených dat.

## 6 Závěrečná zhodnocení

### 6.1 Splnění vytčených cílů disertační práce

#### 6.1.1 První cíl

*Určení vlivů vzájemného působení elektrické a mechanické části individuálního pohonu dvojkolí z hlediska buzení torzního kmitání. Tyto stavy by mělo být možno navozovat opakovaně pro různé podmínky.*

Výzkum přechodových elektromechanických jevů v rámci dynamického chování trakčního pohonu lokomotivy byl realizován prostřednictvím výpočtů a simulací ve vytvořených matematických modelech, blíže viz kapitola 4.1 až 4.5. Jednalo se o výpočty základních charakteristik torzní soustavy – vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání, a simulace rozjezdu a jízdy vlaku. V oblasti tvorby matematických modelů bylo zásadní doplnění regulační soustavy modelu elektrické části o frekvenční měnič, jeho napájení a řízení, neboť právě frekvenční měnič byl uvažován jako zdroj buzení nebezpečných torzních oscilací v mechanické části pohonu. Tato část výzkumu zaměřená na tvorbu a fungování matematických modelů a schopnost simulovat buzení harmonickými složkami elektromagnetického momentu trakčního asynchronního motoru je publikována v [31] a [32]. Pro správné fungování modelu bylo nutné také vyřešit vzájemné propojení elektrické a mechanické části, což v zásadě obnášelo problematiku vzorkování signálu mezi modely, volbu vhodné numerické metody a nastavení řešiče. Následné sady simulací byly prováděny pro cyklus odpovídající rozjezdu vlaku při maximálním hnacím momentu tak, aby bylo možné zkoumat působení harmonických složek elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru na buzení torzních oscilací v mechanické části v rámci zvažovaného otáčkového spektra. Následné analýzy simulovaných hnacích momentů prokázaly opakovanou shodu se základními charakteristikami torzní soustavy, viz kapitola 4.5.2, 4.5.3 a 4.5.4. Lze konstatovat, že splnění prvního cíle bylo dosaženo i s ohledem na potřeby realizace druhého cíle. V případě ostatních koncepcí pohonů – částečně odpružený pohon (Obr. 2.14) používaný např. u lokomotiv Vectron nebo tlapový pohon (Obr. 2.16) lokomotiv TRAXX – by tvorba matematických modelů pro výpočty a simulace byla principiálně shodná. Rozdíly, které lze očekávat, budou dány rozdílností uspořádání torzní soustavy a parametry momentů setrvačnosti a torzních tuhostí. Což se v kombinaci s buzením může

principiálně projevit na výsledcích. V zásadě lze takové rozdíly očekávat. Principiálně budou i takto rozdílné výsledky ale založeny na principech uváděných v průběhu celé mé práce.

### 6.1.2 Druhý cíl

*Identifikovat projevy vzájemného elektro-mechanického působení v soustavě trakčního pohonu vozidla se zaměřením se na negativní ovlivňování jednotlivých komponent vozidla, např. krátkodobé či dlouhodobé přetěžování – životnost, pevnost.*

Vzájemná interakce mezi elektrickou a mechanickou částí zkoumaného trakčního pohonu lokomotivy se projevila vznikem rezonančního rozkmitání torzní soustavy. Tento stav je způsobován tím, že při průjezdu otáčkovým spektrem dochází ke shodě mezi vlastní frekvencí kmitání torzní soustavy pohonu dvojkolí s frekvencí některé z harmonických složek obsažených v elektromagnetickém momentu trakčního motoru. Frekvenční analýzy těchto stavů ukázaly, že se jedná o rezonanční rozkmitání pastorku. Oproti tomu se také ukázalo, že následná část torzní soustavy, tedy od velkého ozubeného kola až po dvojkolí není tímto jevem výrazně postižena. Jinými slovy harmonické složky elektromagnetického momentu nejsou schopny vybudit výrazné torzní nebo přímo rezonanční rozkmitání těchto hmot, neboť ty jsou dále postupně izolovány pružnými spojeními mezi těmito hmotami. Tyto závěry byly publikovány v [25] [26] [30]. Oproti tomu se také během výzkumu prokázalo, že kontakt kolo-kolejnice představuje významnou vazbu co do efektu tlumení torzního kmitání dvojkolí. Ta ovšem ovlivňuje právě pouze dvojkolí a na zbytek torzní soustavy nemá výrazný vliv. Proto by v principu mohla být pro modely plně odpruženého individuálního příčného pohonu dvojkolí zanedbána pro účely výzkumu uváděného v mé disertaci, jak jsem publikoval v [27].

To ovšem neznamená, že by se za provozu výkonných trakčních pohonů neobjevovaly ani takové jevy, které dokáží výrazně postihnout celou torzní soustavu pohonu. Tento fakt je prezentován v práci Ing. Tomáše Fridrichovského, PhD. [6]. Z ní je patrné, že přechodový jev ztráty adheze, kdy dochází k prudkému poklesu či ztrátě adheze kola nebo celého dvojkolí, má za určitých podmínek tak výrazný projev co do torzního rozkmitání soustavy, že ho lze zaznamenat i v elektrických veličinách trakčního motoru. Také by se dalo v oblasti výzkumu zaměřit na přechodové jevy související se změnami jízdních režimů trakčních motorů – přechod z tahu do brzdění EDB a opačně. Zkoumání této



problematiky by však dozajista bylo nutné opřít o praktické znalosti z oblasti programování měničů, neboť bude jistě silně závislé na znalosti reálně programovatelných ramp hnacích a brzdných momentů a přechodů mezi nimi.

Zjištěné rezonanční stavy, blíže viz [25] [26] [30], jsou dozajista nechtěným projevem, protože již z obecného hlediska představují negativní jev, který ohrožuje jím zatěžovanou konstrukci. Zatížení identifikovaná při průjezdech rezonančními stavy v rámci provedených simulací jsou vysoká. Amplituda rozkmitu hnacího momentu v ozubení se ukázala být i kolem 100 %. V praxi se při návrhu ozubení řada vlivů, včetně dynamického zatížení, zohledňuje pomocí různých „přítěžujících“ součinitelů, které se promítají do pevnostního hodnocení soukolí. Výsledná zatížení jsou pak ještě vztahována vůči součinitelům bezpečnosti. Do návrhu ozubení se pak dále také mohou promítat další snahy, jako například platformová řešení pohonu a vozidel nebo uvažované adhezní limity atd. To vše prakticky vede k předimenzování ozubení a z hlediska pevnostního hodnocení (kontaktní tlaky, napětí v patě zubu) pak zjištěné rezonanční stavy nemusí představovat problém. Významné to ale může být z hlediska únavového hodnocení v přímé souvislosti s reálnými jízdními cykly vozidel, kdy se ozubení může do těchto extrémní stavů dostávat opakovaně. To může vést ke snížení životnosti ozubení, neboť v principu při každém rozjezdu vozidla, je snaha využívat plně výkon vozidla.

I druhý cíl disertace byl splněn – byly identifikovány negativní projevy vzájemného elektromechanického působení v soustavě trakčního pohonu lokomotivy. Jejich následné analýzy umožnily provést jejich hodnocení a teoretickou rozvahu nad jejich vlivem v rámci pevnosti a únavy ozubení.

### 6.1.3 Třetí cíl

*Návrh opatření ke zmírnění nebo výrazné redukci identifikovaných negativních projevů torzního kmitání v pohonné soustavě individuálního pohonu dvojkolí kolejového vozidla.*

Naplnění třetího cíle disertace se opírá o dva způsoby, jak omezit rozvoj rezonančního kmitání.

První způsob je optimalizace a ladění tuhostí torzních pružin v rámci torzní soustavy, který vyplynul ze zjištěných vlastností a závislostí. Jednak jde o to, že lze změnou příslušné torzní tuhosti dostat vlastní frekvenci kmitání mimo rozsah frekvencí

budících harmonických složek a tím eliminovat vznik rezonančního stavu, což lze vyčíst i z Campbellova diagramu, viz Obr. 4.26.

Dále se ukázalo, že lze na základě zjištěné závislosti amplitudy/síly budících harmonických složek na otáčkách, viz Obr. 4.32, a v kontextu Campbellova diagramu, měnit torzní tuhost tak, že jsou vlastní frekvence kmitání torzní soustavy přesouvány do oblasti otáček s nízkou silou příslušné budící harmonické složky. Což se během prováděného výzkumu ukázalo jako způsob, jak lze omezit projev rezonance, blíže viz [25] [26].

Druhý zkoumaný způsob se opírá o ideu aplikace torzního tlumiče. Protože se ukázalo, že z hlediska buzení torzních oscilací elektromagnetickým momentem je kritickou komponentou pastorek převodovky jakožto dominantně kmitající hmota.

V rámci řešení doktorské práce bylo provedeno i zkoumání možnosti aplikace torzního tlumiče k tlumení oscilací pastorku, blíže viz kapitola 4.5.5. S přihlédnutím na praktické konstrukční možnosti realizace takového tlumiče se ukázalo, že jeho fungování bude mít pouze omezený dopad na oscilace pastorku a samotná konstrukce povede na zcela nekonvenční konstrukční řešení rotoru trakčního motoru, které nemusí výrobci pohonů akceptovat.

V těchto bodech, viz kapitoly 4.5.4 a 4.5.5, byl realizován tedy i třetí cíl disertace.

#### 6.1.4 Čtvrtý cíl

*Posouzení možností experimentálního měření zkoumaných zákonitostí na kladkových stendech FS ČVUT za účelem podpory této práce i následného rozšíření možností měření začlenitelných do výuky.*

Kladkový stav č. 2 byl, za podpory Studentských grantových soutěží, v uplynulých letech modernizován formou zásadních konstrukčních úprav, které byly popsány v textu předchozí 5. kapitoly. I přesto, že se nepodařilo naplnit hlavní motivaci stavby kladkového stavu č. 2, kterou měla být experimentální podpora teoretických výsledků mé disertační práce, tak se dozajisté povedlo naplnit všechny vedlejší přínosy této činnosti, blíže viz kapitola 5.1. Realizovaná měření prokázala, že na kladkovém stavu lze navodit přechodové jevy, jako je ztráta a obnovení adheze v kontaktu kol a kladek a tento dynamický jev změřit pomocí navržených tenzometrických prvků. Táhla měřící osové síly, stejně jako můstky měřící svislé síly se po kalibraci ukázaly jako fungující i v rámci měření přímo na stendu.

Oproti tomu snaha změřit součinitel adheze odhalila praktické nedostatky, které bude nutné napravit. Jde o to, že bude potřeba realizovat na měniči nezávislé dostatečně přesné měření otáček s možností odečítat takto přesné hodnoty pro dvojkolí a kladky. Dále také bude potřeba změnit způsob regulace hnacího motoru dvojkolí z otáčkové na momentovou, aby bylo umožněno nastavovat zatížení s ohledem na proudové limity motoru, který pohání kladky. S těmito změnami předpokládám zlepšení schopností kladkového stavu č. 2 k měření součinitele adheze v kontaktu kol a kladek.

## 6.2 Důsledky pro praxi a vědu

Z hlediska faktických výsledků realizovaného výzkumu jsou pro praxi důležité tyto poznatky:

- Vzájemná vazba mezi elektrickou a mechanickou částí trakčního pohonu kolejového vozidla existuje na úrovni buzení torzních oscilací vlivem harmonických složek elektromagnetického momentu trakčního asynchronního motoru, blíže viz [31] [32].
- Tyto jevy je vhodné při návrhu pohonu analyzovat, neboť jsou součástí celkového dynamického zatěžování komponent torzní soustavy mechanického pohonu dvojkolí, blíže viz [25] [26] [27] [30].
- Vzájemná vazba mezi elektrickou a mechanickou částí trakčního pohonu kolejového vozidla nejvýrazněji ovlivňuje namáhání pastorku převodovky. S přihlédnutím na praktické konstrukční možnosti realizace torzního tlumiče se ukázalo, že jeho fungování bude mít pouze omezený dopad na vznik torzních kmitů pastorku a samotná konstrukce torzního tlumiče povede na zcela nekonvenční konstrukční řešení rotoru trakčního motoru, které nemusí výrobci motorů akceptovat. Přijatelnějším konstrukčním řešením, které se prokázalo jako funkční z hlediska eliminace zkoumaných vlivů mezi elektrickou a mechanickou částí, je optimalizování torzní tuhosti hřídele rotoru v oblasti mezi hmotou rotoru a hmotou pastorku.

Možnosti praktické aplikovatelnosti těchto poznatků a výsledků výzkumu vůbec jsou však dány reálnými potřebami, možnostmi a strategií navrhování a projektování pohonů kolejových vozidel v praxi. Pakliže by v průmyslové praxi vznikly podmínky umožňující realizovat aplikovaný výzkum na základě výzkumu v této disertaci, mohly by výše uvedené metody omezování vlivu dynamického zatěžování být jednou z možností, jak

objektivněji či méně konzervativně dimenzovat ozubení převodovek. To by pak mohlo v principu otevřít další možnosti např. optimalizace ozubení z hlediska hlučnosti nebo snížení hmotnosti a momentů setrvačnosti převodovky.

Důsledky pro vědu výše prezentovaného výzkumu jsou aktuálně publikačního charakteru. Výsledky výzkumu byly průběžně prezentovány na konferencích nebo prostřednictvím publikací v odborné literatuře.

## 7 Závěr

Tato disertační práce navazuje na výzkum z oblasti elektromechanických jevů v trakčních pohonech kolejových vozidel. Specificky je zaměřena na zkoumání negativních vlivů harmonických složek elektromagnetického momentu trakčního asynchronního motoru na buzení torzních oscilací v mechanické části individuálního plně odpruženého pohonu dvojkolí řešeného v praxi pomocí kloubové hřídele objímající nápravu, viz Obr. 2.15 a možnosti jejich eliminace.

Provedené simulace odhalily to, že tyto vlivy mohou být velmi výrazné a zajisté s negativním dopadem na zatěžování komponent individuálního trakčního pohonu dvojkolí. Dále se také ukázalo to, že tyto vlivy lze eliminovat nebo alespoň omezit prostřednictvím návrhu modifikací konkrétních komponent, které směřují k přeladění torzní soustavy. Případně realizovat torzní tlumič, avšak s velmi omezenou schopností tlumení.

Tento výzkum a jeho výsledky byly realizovány prostřednictvím výpočtů a simulací v matematických modelech. Jednalo se o základní matematický model mechanické části trakčního pohonu – torzní soustavy a o komplexnější simulační model pro nasimulování jízdy vlaku. Oba modely a jejich fungování byly detailněji popsány v předešlých kapitolách, blíže viz kap. 4. V principu oba vychází z představy o uspořádání trakčního pohonu vysoce výkonné lokomotivy, z hlediska elektrické i mechanické části a jejich vzájemného fungování.

Stran možností aplikace výsledků výzkumu z této disertace v praxi je situace značně komplikovanější. Vyžadovalo by to totiž jednak testování trakčních asynchronních motorů s reálnou regulační strukturou a jejím nastavením na zkušebně k identifikování reálných harmonických budících složek a následně značný počet zkoušek a měření torzních vibrací a momentů jednotlivých hřídelů pohonu na lokomotivě při reálných jízdách. V tomto směru je situace výzkumu a jeho aplikace do praxe obecně

komplikovaná vůbec potřebami a možnostmi výrobců kolejových vozidel. Realizace takového aplikovaného výzkumu a měření sebou totiž nese enormní finanční zátěž, kterou bez podpory výrobců či provozovatelů výkonných lokomotiv není VŠ schopna sama realizovat.

Tato disertační práce byla vytvořena i v rámci podpory z následujících grantů ČVUT

- SGS17/077/OHK2/1T/12
- SGS18/130/OHK2/2T/12
- SGS20/120/OHK2/2T/12

a grantu Technologické agentury České republiky č. TN01000026 – Národní centrum kompetence Josefa Božka pro pozemní dopravní prostředky.

## Použitá literatura

- [1] M. Hecht, „Bericht Nr. 10/2016 Beitrag des Schienengüterverkehrs zu Erreichung der Klimaschutzziele,“ Berlin, 2016.
- [2] Š. T. a.s., „Pohonné a řídicí systémy pro lokomotivy,“ ŠKODA TRANSPORTATION a.s., [Online]. Available: <https://skoda.cz/reference/pohonne-a-ridici-systemy-pro-lokomotivy>. [Přístup získán 7 prosinec 2021].
- [3] J. Javůrek, Regulace moderních elektrických pohonů, Praha: Grada Publishing, a.s., 2003.
- [4] J. Kolář, „Pohony kolejových vozidel,“ Fakulta strojní ČVUT v Praze, Praha, 2019.
- [5] M. Králová, „VĚDA A TECHNIKA V POZADÍ ELEKTROMAGNETICKÁ INDUKCE,“ Techmania Science Center, o.p.s., [Online]. Available: <https://edu.techmania.cz/cs/veda-v-pozadi/781>. [Přístup získán 5 září 2019].
- [6] T. Fridrichovský, Dynamické vlastnosti pohonů moderních kolejových vozidel, Praha: ČVUT v Praze, 2022, p. 222.
- [7] S. e. Wikipédia, „Súbor:Pwm.png,“ [Online]. Available: <https://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Pwm.png>. [Přístup získán 11 březen 2021].
- [8] J. Novák a J. Chyský, „Vyšetřování ztrát sinusových filtrů pro frekvenčně řízení pohony,“ v *XXXII. konference o elektrických pohonech*, Plzeň, 2013.
- [9] M. W. WINTERLING, Delft: Delft University Press, Mekeleg 4, 2628 CD delft, The Netherlands, 1997, p. 193.
- [10] P. BERNAT, „Negativní vlivy měničů frekvence na asynchronní motor (Autoreferát doktorské disertační práce),“ VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Ostrava, 2006.
- [11] J. Kolář, Základy konstrukce kolejových vozidel [přednášky], Praha: ČVUT, 2011.
- [12] J. Kolář, Teoretické základy konstrukce kolejových vozidel, Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2009, p. 276.
- [13] P. Voltr, *Měření a modelování adheze kola a kolejniče.*, Pardubice, 2017.
- [14] O. Polach, „Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit,“ v *6th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems*, Göthenburg, June 10-13, 2003.
- [15] R. I. Popovici, *Friction in Wheel - Rail Contacts*, Enschede, The Netherlands : University of Twente, 2010.

- [16] M. Fleisher, „Adaptive Reduced Modal Model Identification for Arbitrarily Branched Multi-Inertia Traction Drive-Trains Michael Fleischer,“ *Proceedings of PCIM Europe 2004*, pp. 93-98, 2004.
- [17] P. Kadeřávek a J. Pernička, „Evropou obchází strašidlo torzních oscilací hnacích dvojkolí,“ *Železniční magazín*, č. 9, pp. 18-22, 9/ 2013.
- [18] M. Fleischer, *Modal State Control in the Frequency Domain for Active Damping of Mechanical Vibrations in Traction Drive-Trains*, Kawasaki: IEEE, 2004.
- [19] T. Fridrichovský, „Analýza výskytu torzních kmitů v pohonech moderních kolejových vozidel,“ *Železničná doprava a logistika*, č. XI, pp. 34-37, Únor 2015.
- [20] T. Fridrichovský, „SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ, SBORNÍK PŘÍSPĚVKŮ,“ v *Vztah mechanických a elektrických veličin v pohonech moderních kolejových vozidel*, Česká Třebová, 2021.
- [21] T. Szolc, R. Konowrocki, M. Michajlow a A. Pregowska, „An investigation of the dynamic electromechanical coupling effects in machine systems driven by asynchronous motors,“ *Mechanical Systems nad Signal Processing*, sv. 49, č. 1-2, pp. 118-134, May 2014.
- [22] R. Schneider, „Torsionsschwingungen von Radsatzwellen - Systemanalyse Teil 1: System - und Modellbeschreibung,“ *ZEVrail*, November-Dezember 2017.
- [23] R. Schneider, „Torsionsschwingungen von Radsatzwellen - Systemanalyse Teil 2: Physikalische Untersuchungen und Sicherheitsbetrachtung,“ *ZEVrail*, pp. 27-39, Januar-Februar 2018.
- [24] Yu, Minyi; Breuer, Werner;, „Energie-Methode: Vorhersage des maximalen dynamischen Torsionsmomentes,“ v *16. Internationale Schienenfahrzeugtagung Dresden*, Dresden, 2018.
- [25] V. Dybala, „Vliv elektromagnetického momentu trakčního motoru na buzení torzních kmitů mechanické soustavy pohonu dvojkolí kolejových vozidel,“ *NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA*, pp. 16-21, Zář 2021.
- [26] V. Dybala, „The electromagnetically excited resonance of the pinion in fully-suspended drive of a locomotive and its sensitivity on the torsion stiffness of its rotor shaft,“ v *Sborník abstraktů konference STČ*, Praha, 2021.
- [27] V. Dybala, „KALKER'S COEFFICIENT  $c_{11}$  AND ITS INFLUENCE ON THE DAMPING AND THE RETUNING OF A MECHANICAL DRIVE TORSION SYSTEM OF A RAILWAY VEHICLE,“ *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, 2021.
- [28] A. Kanevsky, M. H. Carpenter, D. Gottlieb a J. S. Hesthaven, „Application of Implicit-Explicit High Order,“ *Journal of Computational Physics*, August 2007.
- [29] J. G. Verwer, E. J. Spee, J. G. Blom a W. Hundsdorfer, „A SECOND-ORDER ROSENBROCK METHOD APPLIED TO PHOTOCHEMICAL DISPERSION PROBLEMS\*,“ *SIAM Journal on Scientific Computing*, č. No. 4, pp. 1456-1480, 1999.

- [30] V. Dybala, „Elektromagneticky vybuzené rezonanční stavy membránové spojky a pastorku zcela odpruženého pohonu,“ v *SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ*, Česká Třebová, 2021.
- [31] V. Dybala, „Vliv regulace na frekvenční složení fázových proudů a elektromagnetického momentu při simulování napájení asynchronního motoru ze střídače,“ v *SúčasnÉ problémy v kolajových vozidlách - PRORAIL 2019. Diel I*, Žilina, 2019.
- [32] V. Dybala, „Simulace zvlnění elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru lokomotivy napájeného ze střídače,“ v *Sborník konference STČ na Strojní fakultě ČVUT v Praze*, Praha, 2019.
- [33] V. Dybala, M. Libenský, B. Šulc a C. Oswald, „Slip and Adhesion in a Railway Wheelset Simulink Model Proposed for Detection Driving Conditions Via Neural Networks,“ v *SBORNÍK vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, Řada strojní*, Ostrava, 2018.
- [34] L. Drozdek, *Silikonový tlumič torzních kmitů řadového šestiválcového vznětového motoru*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2008.
- [35] P. Matula, *Pryžový tlumič torzních kmitů řadového šestiválcového vznětového motoru*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2008.
- [36] M. Polášek, *Tlumič torzních kmitů pro řadový pětiválcový motor*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2008.
- [37] C. A. F. Silva, L. Manin, R. G. Rinaldi, E. Besnier a D. Remond, „Dynamics of Torsional Vibration Damper (TVD) pulley, implementation of a rubber elastomeric behavior, simulations and experiments,“ *Mechanism and Machine Theory*, December 2019.
- [38] J. Kalivoda a P. Bauer, „Mechatronic bogie for roller rig tests,“ v *The Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks - Proceedings of the 24th Symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics*, 2016.
- [39] S. Myamlin, J. Kalivoda a L. Neduzha, „Testing of Railway Vehicles Using Roller Rigs,“ v *Procedia Engineering. 2017*, 2017.
- [40] V. Dybala, P. Bauer a T. Fridrichovský, „VYUŽITÍ TENZOMETRIE PRO MĚŘENÍ SOUČINITELE ADHEZE NA KLADKOVÉM STAVU ČVUT,“ *Nová železniční technika*, č. 1, pp. 26-29, 2021.
- [41] V. Dybala, „Research tools applicable in design of high-speed and high-power reail vehicles,“ v *Studentská vědecká konference Vysokorychlostní tratě - budoucnost české železnice IRICoN 2020*, Praha, 2020.
- [42] V. Dybala, „The measurement of the influence of the adhesion loss on the dynamic load of the drive reaction rod on the roller rig,“ v *Studentská vědecká konference - Nové technologie a logistika na železnici*, Praha, 2022.



- [43] S. p. m. deformace, „Index of /podklady/experimentalnimetody/prednasky,“  
[Online]. Available:  
[http://www.kst.tul.cz/podklady/experimentalnimetody/prednasky//p8\\_snimace\\_deformace.pdf](http://www.kst.tul.cz/podklady/experimentalnimetody/prednasky//p8_snimace_deformace.pdf). [Přístup získán 22 Leden 2020].

## Publikace autora

- [25] V. Dybala, „Vliv elektromagnetického momentu trakčního motoru na buzení torzních kmitů mechanické soustavy pohonu dvojkolí kolejových vozidel,“ *NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA*, pp. 16-21, Zář 2021.
- [26] V. Dybala, „The electromagnetically excited resonance of the pinion in fully-suspended drive of a locomotive and its sensitivity on the torsion stiffness of the rotor shaft,“ v *Sborník abstraktů konference STČ*, Praha, 2021.
- [27] V. Dybala, „KALKER'S COEFFICIENT  $c_{11}$  AND ITS INFLUENCE ON THE DAMPING AND THE RETUNING OF A MECHANICAL DRIVE TORSION SYSTEM OF A RAILWAY VEHICLE,“ *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, 2021.
- [30] V. Dybala, „Elektromagneticky vybuzené rezonanční stavy membránové spojky a pastorku zcela odpruženého pohonu,“ v *SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ*, Česká Třebová, 2021.
- [31] V. Dybala, „Vliv regulace na frekvenční složení fázových proudů a elektromagnetického momentu při simulování napájení asynchronního motoru ze střídače,“ v *SúčasnÉ problémy v kolajových vozidlách - PRORAIL 2019. Díl I*, Žilina, 2019.
- [32] V. Dybala, „Simulace zvlnění elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru lokomotivy napájeného ze střídače,“ v *Sborník konference STČ na Strojní fakultě ČVUT v Praze*, Praha, 2019.
- [33] V. Dybala, M. Libenský, B. Šulc a C. Oswald, „Slip and Adhesion in a Railway Wheelset Simulink Model Proposed for Detection Driving Conditions Via Neural Networks,“ v *SBORNÍK vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, Řada strojní*, Ostrava, 2018.
- [40] V. Dybala, P. Bauer a T. Fridrichovský, „Využití tenzometrie pro měření součinitele adheze na kladkovém stavu ČVUT,“ *NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA*, pp. 26-29, Únor 2021.
- [41] V. Dybala, „Research tools applicable in design of high-speed and high-power rail vehicles,“ v *Studentská vědecká konference Vysokorychlostní tratě - budoucnost české železnice IRICoN 2020*, Praha, 2020.
- [42] V. Dybala, „The measurement of the influence of the adhesion loss on the dynamic load of the drive reaction rod on the roller rig,“ v *Studentská vědecká konference - Nové technologie a logistika na železnici*, Praha, 2022.
- [44] V. Dybala, *Vlivy přechodových jevů v napájení asynchronního motoru na torzní kmitání v mechanické části pohonu kolejových vozidel*, Praha, 2018.
- [45] V. Dybala a V. Šulc, „Cesty ke zlepšování přepravních schopností kolejových vozidel,“ v *Technická konference ARaP 2018*, Praha - Dejvice, 2018.

- [46] V. Dybala a B. Šulc, „Simulation of Influence of Transverse Wheel-Set Movement on Torsion Oscillations,“ v *SBORNÍK vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, Řada strojí, Ostrava, 2019.*

## Publikace prezentující výsledky disertace

- [25] V. Dybala, „Vliv elektromagnetického momentu trakčního motoru na buzení torzních kmitů mechanické soustavy pohonu dvojkolí kolejových vozidel,“ *NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA*, pp. 16-21, Září 2021.
- [26] V. Dybala, „The electromagnetically excited resonance of the pinion in fully-suspended drive of a locomotive and its sensitivity on the torsion stiffness of the rotor shaft,“ v *Sborník abstraktů konference STČ, Praha, 2021.*
- [27] V. Dybala, „KALKER'S COEFFICIENT  $c_{11}$  AND ITS INFLUENCE ON THE DAMPING AND THE RETUNING OF A MECHANICAL DRIVE TORSION SYSTEM OF A RAILWAY VEHICLE,“ *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, 2021.
- [30] V. Dybala, „Elektromagneticky vybuzené rezonanční stavy membránové spojky a pastorku zcela odpruženého pohonu,“ v *SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ, Česká Třebová, 2021.*
- [31] V. Dybala, „Vliv regulace na frekvenční složení fázových proudů a elektromagnetického momentu při simulování napájení asynchronního motoru ze střídače,“ v *Súčasné problémy v koľajových vozidlách - PRORAIL 2019. Diel I, Žilina, 2019.*
- [32] V. Dybala, „Simulace zvlnění elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru lokomotivy napájeného ze střídače,“ v *Sborník konference STČ na Strojní fakultě ČVUT v Praze, Praha, 2019.*
- [33] V. Dybala, M. Libenský, B. Šulc a C. Oswald, „Slip and Adhesion in a Railway Wheelset Simulink Model Proposed for Detection Driving Conditions Via Neural Networks,“ v *SBORNÍK vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, Řada strojní, Ostrava, 2018.*
- [40] V. Dybala, P. Bauer a T. Fridrichovský, „Využití tenzometrie pro měření součinitele adheze na kladkovém stavu ČVUT,“ *NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA*, pp. 26-29, Únor 2021.
- [41] V. Dybala, „Research tools applicable in design of high-speed and high-power rail vehicles,“ v *Studentská vědecká konference Vysokorychlostní tratě - budoucnost české železnice IRICoN 2020, Praha, 2020.*
- [42] V. Dybala, „The measurement of the influence of the adhesion loss on the dynamic load of the drive reaction rod on the roller rig,“ v *Studentská vědecká konference - Nové technologie a logistika na železnici, Praha, 2022.*

## Účast na výzkumných projektech

SGS10/256/OHK2/3T/12 - Snižování účinků kolejového vozidla na okolní prostředí Člen týmu – student magisterského programu

SGS17/077/OHK2/1T/12 - Analýza elektrických a mechanických dějů v pohonech moderních kolejových vozidel. Navrhovatel projektu.

SGS18/130/OHK2/2T/12 - Analýza elektrických a mechanických dějů v pohonech moderních kolejových vozidel. Navrhovatel projektu.

SGS20/120/OHK2/2T/12 - Modifikace a modernizace kladkového stavu a modelového rámu podvozku. Navrhovatel projektu.

TE01000026 – „Národní centrum kompetence Josefa Božka pro pozemní dopravní prostředky“. Člen řešitelského týmu. Provádění simulačních výpočtů.