

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra softwarového inženýrství  
Obor: Aplikace softwarového inženýrství



# Vliv rozložení hvězd a hmotností na jejich orbitální rychlosti

## Influence of the Distribution of Stars and Masses on Their Orbital Velocities

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Zuzana Hodbořová  
Vedoucí práce: prof. Ing. Goce Chadzitaskos, CSc.  
Rok: 2024

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hodbořová** Jméno: **Zuzana** Osobní číslo: **495097**  
Fakulta/ústav: **Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská**  
Zadávací katedra/ústav: **Katedra softwarového inženýrství**  
Studijní program: **Aplikace přírodních věd**  
Studijní obor: **Aplikace softwarového inženýrství**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Vliv rozložení hvězd a hmotností na jejich orbitální rychlosti**

Název bakalářské práce anglicky:

**Influence of the Distribution of Stars and Masses on Their Orbital Velocities**

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte rešerši problému orbitálních rychlostí hvězd v galaxiích.
2. Vyberte tři vhodně popsané a vyfoceně galaxie pro zpracování.
3. Vytvořte program pro výpočet průběhu potenciálů a orbitálních rychlostí pro tyto galaxie podél dvou na sebe kolmých os.
4. Ukažte pro různá přiřazení hmotností k luminositě, jak se změní průběh orbitálních rychlostí.
5. Naprogramujte animaci rotací vybraných galaxií dle vypočtených výsledků.

Seznam doporučené literatury:

- [1] JONES, B. and SAHA, P., The Galaxy: Notes for Lecture courses ASTM002 and MAS430 [online], Queen Mary University of London, 2007 [cit. 2023-10-18] London. Dostupné z: [https://www.astro.umd.edu/~richard/ASTRO620/QM\\_chap1.pdf](https://www.astro.umd.edu/~richard/ASTRO620/QM_chap1.pdf).
- [2] Dark matter, Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2023-10-18]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Dark\\_matter](https://en.wikipedia.org/wiki/Dark_matter).
- [3] List of ring galaxies, Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-[cit. 2023-10-18]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_ring\\_galaxies](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_ring_galaxies).
- [4] Milky Way. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-[cit. 2023-10-18]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Milky\\_Way](https://en.wikipedia.org/wiki/Milky_Way).
- [5] YOSHIKAWA, S. Rotation and Mass in Milky Way and Spiral Galaxies, Publications of the Astronomical Society of Japan, 69, 2017.
- [6] CHADZITASKOS, G. On the influence of rings on orbital velocities, arXiv:2106.07325v1 [astro[1]ph.GA], 2021.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

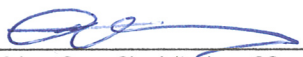
**prof. Ing. Goce Chadzitaskos, CSc. katedra fyziky FJFI**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

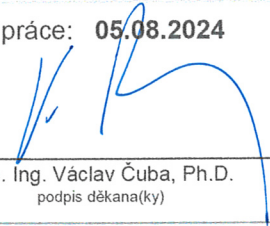
Datum zadání bakalářské práce: **19.10.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **05.08.2024**

Platnost zadání bakalářské práce: **18.10.2025**

  
prof. Ing. Goce Chadzitaskos, CSc.  
podpis vedoucí(ho) práce

  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

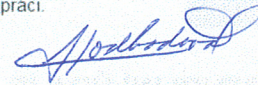
  
doc. Ing. Václav Čuba, Ph.D.  
podpis děkana(ky)

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Studentka bere na vědomí, že je povinna vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

3 . 11 . 2023

Datum převzetí zadání

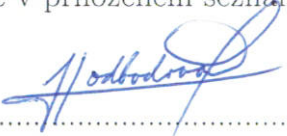


Podpis studentky

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Děčíně dne 8.1.2024

  
.....  
Zuzana Hodbořová



## **Poděkování**

Děkuji panu prof. Ing. Gocemu Chadzitaskosovi, CSc. za cenné rady a vedení mé bakalářské práce a paní Mgr. Daně Majerové, Ph.D. za přínosné příspěvky a pomoc v programovacím jazyce MATLAB.

Zuzana Hodbořová

*Název práce:*

## **Vliv rozložení hvězd a hmotností na jejich orbitální rychlosti**

*Autor:* Zuzana Hodboďová

*Studijní program:* Aplikace přírodních věd

*Obor:* Aplikace softwarového inženýrství

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* prof. Ing. Goce Chadzitaskos, CSc.  
Katedra fyziky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, České vysoké učení technické v Praze

*Konzultant:*

*Abstrakt:* V mé bakalářské práci zkoumám vliv rozložení hvězd v galaxiích na jejich orbitální rychlosti. Na modelech zpracovaných v programu MATLAB demonstruji průběh gravitačních potenciálů, průběh křivek silového pole a průběh orbitálních rychlostí. Tento nápad je založen na odlišném průběhu gravitačního potenciálu pro kouli a prstence. U spirálních a orbitálních galaxiích očekávám podobné tvary křivek potenciálu a pole, v práci uvádím i jednu čočkovou galaxii, u které lze očekávat o něco odlišné výsledky.

*Klíčová slova:* prstencové galaxie, čočkové galaxie, spirální galaxie, orbitální rychlosti, MATLAB, nebeská mechanika

*Title:*

## **Influence of the Distribution of Stars and Masses on Their Orbital Velocities**

*Author:* Zuzana Hodboďová

*Abstract:* In my bachelor thesis I study the effect of the distribution of stars in galaxies on their orbital velocities. I demonstrate the potential curves and the force field curves on models processed in MATLAB. This idea is based on the different gravitational potential waveform for a sphere and a ring. For spiral and orbital galaxies I expect similar shapes of the potential and field curves, and in this paper I also present one lens galaxy for which slightly different results can be expected.

*Key words:* ring galaxies, lenticular galaxies, spiral galaxies, orbital velocities, MATLAB, celestial mechanics

# Obsah

Úvod	8
<b>1 Základní pojmy</b>	<b>9</b>
1.1 Gravitační síla . . . . .	9
1.2 Luminozita . . . . .	10
1.3 Kosmické rychlosti . . . . .	12
1.3.1 První Kosmická rychlost . . . . .	12
1.3.2 Druhá kosmická rychlost . . . . .	13
1.3.3 Třetí kosmická rychlost . . . . .	13
1.4 Kosmické teleskopy . . . . .	14
1.4.1 Hubbleův teleskop . . . . .	15
1.4.2 Teleskop Jamese Webba . . . . .	15
<b>2 Zkoumané galaxie</b>	<b>19</b>
2.1 Prstencové galaxie . . . . .	20
2.2 Spirální galaxie . . . . .	22
2.3 Čočkové galaxie . . . . .	23
<b>3 Návrh řešení</b>	<b>24</b>
3.1 Použité technologie . . . . .	24
3.2 Postup řešení . . . . .	25
3.3 Animace . . . . .	27
<b>4 Implementace</b>	<b>28</b>
4.1 Homogenní tenký válec . . . . .	29
4.2 Hoagův objekt . . . . .	32
4.3 NGC 1291 . . . . .	35
4.4 Kolo od vozu . . . . .	38
4.5 NGC 7217 . . . . .	41
4.5.1 Porovnání NGC 7217 s naměřenými hodnotami . . . . .	41
<b>Závěr</b>	<b>45</b>
<b>Literatura</b>	<b>46</b>

# Úvod

V této bakalářské práci se zaměřuji na analýzu vlivu rozložení hvězd v galaxiích na orbitální rychlosti. Překrytí centrální síly s gravitačními silami vyvolanými prstenci nebo spirálními rameny, otevírá různé možnosti průběhu orbitálních rychlostí. Tato problematika nabízí širokou oblast zkoumání, kde se setkává centrální síla s gravitačními vlivy prstýnků, což může poskytnout zajímavý pohled na problematiku těchto kosmických struktur.

Zabývám se závislostí orbitálních rychlostí na poloze objektů uvnitř prstence nebo spirálních ramen a tím, jak se objekt pohybuje kolem jádra galaxie a jak jeho rychlost bude reagovat na gravitačního pole způsobeného právě tímto prstencem nebo spirálními rameny.

Pro dosažení mého cíle jsem provedla analýzu na základě pěti různých modelů, které jsem vytvořila programového prostředí MATLAB. Tímto způsobem jsem byla schopna vizualizovat průběh potenciálových křivek a také křivek silového pole.

U spirálních a orbitálních galaxiích lze očekávat podobné tvary křivek potenciálu a pole, zejména proto, že rozdíl mezi prstencovými a spirálními galaxiemi není příliš velký, v práci uvádím i jednu čočkovou galaxii, u které lze očekávat o něco odlišné výsledky.

# Kapitola 1

## Základní pojmy

### 1.1 Gravitační síla

Gravitační síla se pojí s Newtonovým gravitačním zákonem. Ten vyjadřuje gravitaci jako přitažlivou sílu, která je determinovaná jejich hmotnostmi a vzdáleností od sebe. Isaac Newton formuloval svůj gravitační zákon na základě analýzy pohybu Měsíce kolem Země a planet kolem Slunce a na základě znalosti Keplerových zákonů. Velikost orbitální rychlosti závisí na dostředivé gravitační síle.

Formulace Newtonova gravitačního zákona nám říká, že mezi dvěma tělesy o hmotnostech  $m_1$  a  $m_2$ , která lze přesně aproximovat body, nebo, jak vyplývá z Gaussovy věty, jsou sféricky symetrická, na sebe působí gravitační silou, která je přímo úměrná součinu gravitační konstanty a hmotností obou těles a je nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti těchto těles. Vzorec pro Newtonův gravitační zákon mezi dvěma hmotnými body je

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

kde  $F_g$  je přitažlivá gravitační síla,  $G$  je gravitační konstanta,  $m_1$  a  $m_2$  jsou hmotnosti prvního a druhého hmotného bodu,  $r$  je vzdálenost mezi nimi.

Gravitační konstanta  $G$  (dříve značená řeckým písmenem  $\kappa$ ) má hodnotu  $G = (6,67 \pm 0,0010) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ . [1]

Gravitační síla není ovlivněna prostředím mezi tělesy, jako je tomu u elektrické, nebo magnetické síly.

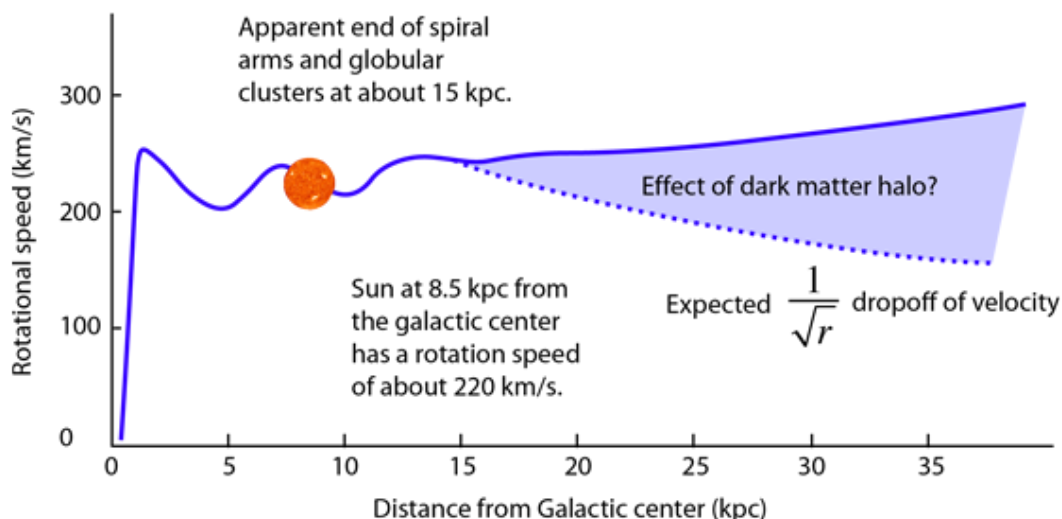
Gravitační potenciál v místě o polohovém vektoru  $\vec{r}$  způsobený hmotnými body o hmotnostech  $m_i$  v bodech  $\vec{r}_i$  při odvození z Newtonova zákona je

$$\phi(\vec{r}) = - \sum \frac{G m_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}. \quad (1.2)$$

Intenzita pole je záporný gradient potenciálu

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\text{grad } \phi(\vec{r}), \quad (1.3)$$





Obrázek 1.1: Graf naměřených orbitálních rychlostí, zdroj: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/velcurv.html>

a oběžná rychlost pro kruhový pohyb v symetrickém poli je

$$\frac{v^2}{r} = \vec{E}(\vec{r}) = -\text{grad } \phi(\vec{r}). [18] \quad (1.4)$$

Newtonův gravitační zákon je základním stavebním kamenem klasické fyziky. Pro velmi hmotné vesmírné objekty a pro vysoké rychlosti platí složitější teorie, a to obecná teorie relativity. Pro mé účely je ovšem postačující klasická teorie. Všechny hvězdy v galaxii budu považovat za hmotné body, jejichž hmotnosti umístím do jejich středu.

Průběh orbitálních rychlostí viz. např. graf [1.1] se liší od předpovědi Keplerova zákona. Na tomto grafu je průběh orbitálních rychlostí podle Keplerova zákona tečkovanou čarou, kdežto naměřené rychlosti jsou vyobrazeny plnou čarou. Výpočtem se snažím zjistit, jaký vliv má celkové rozložení hmoty, v mém jednoduchém modelu, na křivku průběhu orbitálních rychlostí. Křivka by měla vyjít mezi těmito dvěma čarami.

## 1.2 Luminozita

Luminozita (také nazývána zářivý výkon) představuje množství energie, kterou vyzařuje hvězda do okolního prostoru. V astronomii se luminozita často používá k popisu jasu hvězd, galaxií a dalších vesmírných objektů. Zároveň se luminozita vztahuje k měření jasu prostoru, jako je například jasnost místnosti.

Výpočet luminosity závisí na konkrétním kontextu a objektu. Značí se písmenem  $L$  a jako její jednotku u hvězd, kromě Slunce, obvykle používáme zářivý výkon Slunce,

kde  $L_{\odot} = 3.827 \times 10^{26} \text{ W}$  (lze značit také jako  $L_s$  nebo  $L_0$ ), ve všech ostatních případech je jednotkou watt.

Poměrnou luminositu lze vyjádřit pomocí absolutní magnitudy

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \sqrt[5]{100^{\tilde{M}_{\odot} - \tilde{M}}} \quad (1.5)$$

Pro výpočet luminosity hvězdy se často používá také Stefanův-Boltzmannův zákon, který vztahuje teplotu povrchu hvězdy k její jasnosti [19]. Jeho zákon zní: *Každé těleso, které má nenulovou absolutní teplotu září, přičemž hustota zářivého toku je úměrná čtvrté mocnině absolutní teploty* [21]. Vzorec pro výpočet luminosity pomocí Stefanova-Boltzmannova zákona je:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (1.6)$$

kde  $L$  je luminozita hvězdy,  $R$  je poloměr hvězdy (emisivita je rovna jedné),  $\sigma$  je Stefanova-Boltzmannova konstanta ( $\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ ) a  $T$  je teplota povrchu hvězdy [19].

Díky hodnotám, které známe pro Slunce můžeme vzorec (1.6) přepsat jako

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4 \quad (1.7)$$

Tento vzorec vyjadřuje závislost mezi zářivým výkonem ( $L$ ) hvězdy a zářivým výkonem Slunce ( $L_{\odot}$ ), ( $3.828 \times 10^{26} \text{ W}$ ), který je závislý na poměru poloměru ( $R$ ) hvězdy k poloměru slunce ( $R_{\odot}$ ) (který je 695, 700 km), umocněním na druhou mocninu a poměru teploty ( $T$ ) hvězdy k teplotě slunce ( $T_{\odot}$ ) (která je 5778 K), umocněním na čtvrtou mocninu.  $\tilde{M}_{\odot}$  je poté magnituda Slunce, a  $\tilde{M}$  je magnituda hvězdy. [20]

Luminosita galaxie je množství světla, kterou vyzařuje galaxie do okolního prostoru a vzorec pro luminositu galaxie se od vzorce pro hvězdu trochu liší. Výpočet luminosity galaxie zahrnuje měření celkového zářivého výkonu galaxie a výpočet jasnosti na jednotku plochy

$$L = 4\pi D^2 F, \quad (1.8)$$

kde  $L$  je luminozita galaxie,  $D$  je vzdálenost galaxie a  $F$  je zářivý výkon galaxie. Výsledná jednotka luminosity je watt, tedy  $W$  [9].

Luminositu používám ve čtvrtém úkolu, kde pro různá přiřazení hmotností k luminozitě ukazují, jak se změní průběh orbitálních rychlostí jednotlivých galaxií.

Vztahy mezi luminozitami a hmotnostmi hvězd pro různě hmotné hvězdy jsou přibližně

$$\begin{aligned}
\frac{L}{L_{\odot}} &\approx 0.23 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{2.3} & (M < 0.43M_{\odot}) \\
\frac{L}{L_{\odot}} &= \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^4 & (0.43M_{\odot} < M < 2M_{\odot}) \\
\frac{L}{L_{\odot}} &\approx 1.4 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5} & (2M_{\odot} < M < 55M_{\odot}) \\
\frac{L}{L_{\odot}} &\approx 32000 \frac{M}{M_{\odot}} & (M > 55M_{\odot}).
\end{aligned} \tag{1.9}$$

[9]. Orbitální rychlosti budeme vyšetřovat pro tyto čtyři hodnoty a jelikož měříme pouze průběhy, koeficienty nejsou podstatné. Ve všech případech počítáme s koeficienty 1.

## 1.3 Kosmické rychlosti

Kosmické rychlosti jsou rychlosti potřebné k překonání gravitačního působení jednoho kosmického tělesa na druhé.

Existuje několik kosmických rychlostí, nejčastěji zmiňované jsou první tři.

### 1.3.1 První Kosmická rychlost

První kosmická rychlost, nebo také kruhová rychlost, je minimální rychlost, kterou potřebuje obíhající těleso v gravitačním poli dosáhnout k zabránění pádu na povrch obíhaného kosmického tělesa, tedy aby obíhalo po kruhové dráze kolem obíhaného kosmického tělesa, přičemž s rostoucí výškou nad jeho povrchem hodnota první kosmické rychlosti klesá. Tedy je to rychlost po kruhové dráze.

Výchozím vztahem je tvrzení, že má-li obíhající těleso uchovat konstantní vzdálenost od druhého tělesa, musí se odstředivá síla  $F_d$  a dostředivá síla (pokud se těleso pohybuje v gravitačním poli, jedná o sílu gravitační)  $F_g$  rovnat

$$F_d = F_g \tag{1.10}$$

Když dosadíme vztah pro odstředivou sílu a Newtonův gravitační zákon, po úpravách vznikne vzorec pro 1. kosmickou rychlost

$$v_k = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \tag{1.11}$$

kde  $v_k$  je kruhová rychlost,  $G$  je gravitační konstanta ( $G = (6,6742 \pm 0,0010) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ ,  $M$  hmotnost obíhaného tělesa,  $r$  vzdálenost středů obou těles (obvykle součet poloměru obíhaného tělesa a výšky trajektorie nad povrchem) a  $\mu$  je gravitační parametr. Kruhová rychlost tedy nepřímo úměrně závisí na odmocnině vzdálenosti [22].

Prvním umělým tělesem, které 1. kosmickou rychlost překonalo, byl sovětský Sputnik 1. Byl vypuštěn na oběžnou dráhu kolem Země dne 4. října 1957, a ve výšce 227 - 947 obíhal po eliptické dráze s dobou oběhu 96 minut [23].

### 1.3.2 Druhá kosmická rychlost

Druhá kosmická rychlost, známá také jako parabolická či úniková rychlost, je minimální rychlost, kterou musí získat těleso v gravitačním poli, aby toto gravitační pole mohlo opustit. Těleso na oběžné dráze se pohybuje po trajektorii ve tvaru paraboly. Velikost únikové rychlosti vyplývá ze vztahu pro rovnost kinetické a potenciální energie. Ze zákona zachování energie (tj. že energii není možné vyrobit ani zničit, je možné ji jen přeměnit na jiný druh energie) platí, že

$$(E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}), \quad (1.12)$$

po dosažení

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{mM}{r}\right) = 0 \quad (1.13)$$

a po úpravách dostáváme

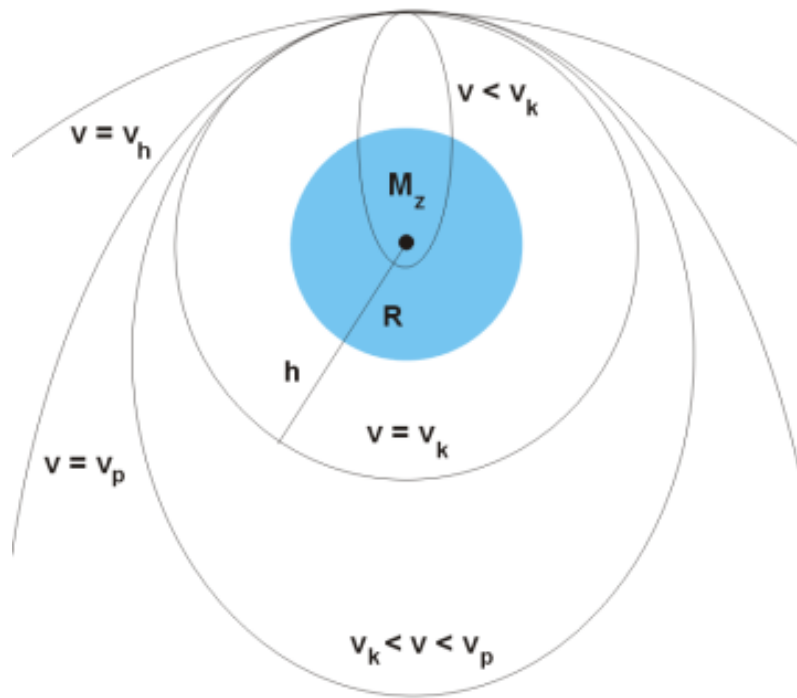
$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} = \sqrt{2} \cdot v_k, \quad (1.14)$$

kde  $v_p$  je parabolická rychlost,  $v_k$  je kruhová rychlost,  $G$  je gravitační konstanta  $G = (6,6742 \pm 0,0010) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ ,  $M$  je hmotnost tělesa, v jehož gravitačním poli se druhé těleso pohybuje,  $r$  je vzdálenost středů obou těles a  $\mu$  je gravitační parametr. Vzorec má stejné proměnné jako v případě vzorce (1.11) pro 1. kosmickou rychlost [22].

Prvním umělým tělesem, které dosáhlo druhé kosmické rychlosti se stala sovětská kosmická sonda Luna 1. Její start proběhl 2. ledna 1959 a během své mise proletěla kolem Měsíce ve vzdálenosti přibližně 5 000 km. Tím se stala první umělou družicí Slunce. Rychlost Luny 1 je jen málo rozdílná s rychlostí, kterou planeta Země dosahuje při oběhu kolem Slunce (asi 29,8 km/s) [23].

### 1.3.3 Třetí kosmická rychlost

Třetí kosmická rychlost, zvaná hyperbolická rychlost, je rychlost přesahující únikovou rychlost v gravitačním poli daného kosmického tělesa. Obíhající těleso se při ní pohybuje po hyperbolické trajektorii, v kosmonautice se však k jejímu dosažení využívá gravitačních manévřů, které trajektorii mění [22]. Gravitační manévr, neboli gravitační prak, je v nebeské mechanice metoda, která určuje, jak využít průletu umělého kosmického tělesa gravitačním polem kosmického tělesa ke změně jeho směru a rychlosti. Nejčastěji se tento manévr používá pro cestování k vnějším planetám Sluneční soustavy, která by jinak byla příliš nákladná, nebo by při použití současných technologií nebyla vůbec možná. Vnější planety jsou všechny planety



Obrázek 1.2: Ilustrace kosmických rychlostí, zdroj: <https://www.treking.cz/astronomie/kosmicke-rychlosti.htm>

obíhající kolem Slunce vně pásu asteroidů, tedy plynní obři Jupiter, Saturn, Uran a Neptun [24].

Prvním umělým tělesem, které dosáhlo třetí kosmické rychlosti (po využití gravitačního praku u planety Jupiter v roce 1973) byla americká sonda Pioneer 10. Opustila Zemi 3. března 1972 s rychlostí 14,5 km/s. O rok později Pioneer 10 následovala kosmická sonda Pioneer 11 (také americká), která byla vypuštěna 6. dubna 1973 s rychlostí 14,3 km/s. Tyto rychlosti byly později zvýšeny pomocí gravitačního praku, neboť nedosahovaly hyperbolické rychlosti [23].

## 1.4 Kosmické teleskopy

Kosmické teleskopy jsou zařízení umístěné na oběžné dráze Země nebo jiných kosmických těles. Typů kosmických teleskopů existují desítky, první byly vypuštěny již v roce 1968. Odlišují se podle vlnových délek, které jsou schopné pozorovat. Fotografie, které v mé bakalářské práci používám, jsou ze dvou teleskopů, Teleskopu Jamese Webba a Hubbleova teleskopu, a proto je rozvedu více v následujících dvou podkapitolách. Teleskop Jamese Webba je často označován jako nástupce Hubbleova teleskopu, ovšem ve skutečnosti tomu tak není. Zatímco Hubble je určen pro pozorování v optických a ultrafialových vlnových délkách (má ovšem schopnost i infračerveného spektra), Webb je koncipován primárně pro infračervené spektrum. Rozdíl je také především v umístění, zatímco Webbův teleskop je umístěn ve druhém Lagrangeově bodu (L2), vzdálen 1,5 milionu kilometrů, Hubbleův teleskop se



nachází na oběžné dráze kolem Země [25].

### 1.4.1 Hubbleův teleskop

Hubbleův teleskop, neboli anglicky Hubble Space Telescope, ve zkratce HST, je druhý největší kosmický teleskop, v současné době je na oběžné dráze Země ve výšce přibližně 525 kilometrů, Vynesena byl v roce 1990 americkým raketoplánem Discovery. Nese jméno Edwina Hubblea, který ve 20. letech 20. století jako první prokázal rozpínání vesmíru a existenci jiných galaxií, než je Mléčná dráha. Pro zajímavost, jeho jménem je pojmenován také jeden z kráterů na Měsíci [26].

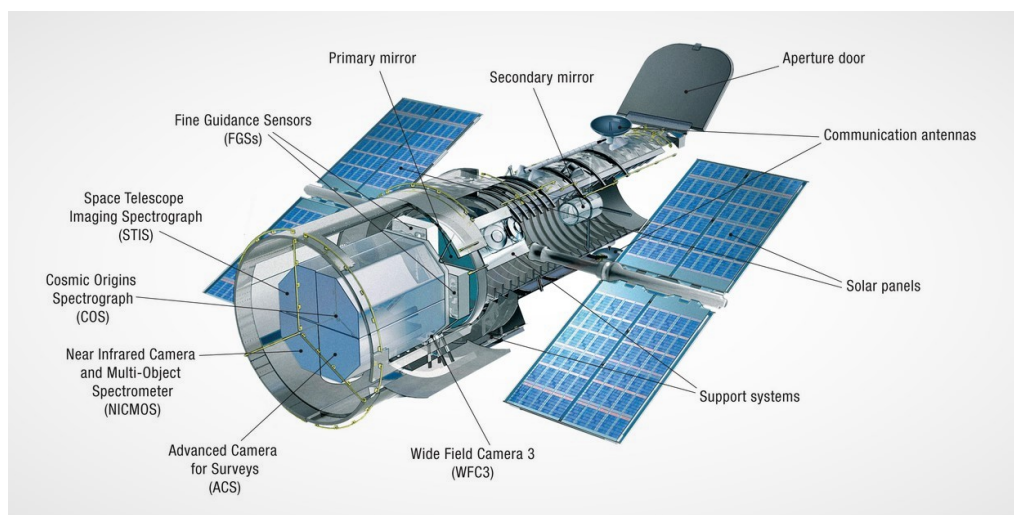
Průměr primárního zrcadla je 2,4m, průměr sekundárního zrcadla je poté 30 centimetrů, váží 12 200 kg s výkonem (při slunečním světle) 5 500 W, a obíhá rychlostí přibližně (27,000 kph) [26].

Navzdory všem poruchám které teleskop provázely a havárii raketoplánu Columbia, který měl vykonat servisní misi v roce 2003, se dlouho zdálo, že další raketoplán už se k teleskopu nepošle a ten tak postupně zanikne v hustých vrstvách zemské atmosféry. Život dalekohledu je totiž bytostně závislý na servisních misích, při kterých kosmonauti přivážejí nové přístroje, opravují poruchy, vyměňují gyroskopy nutné k navádění teleskopu, a provádí spoustu dalších úprav a oprav, nutných pro správný chod. Pokud by k servisním misím nedošlo, postupně by selhali stabilizační setrvačníky a fotovoltaické články, a do deseti let by teleskop přestal pracovat. Na nátlak vědecké komunity ovšem NASA servisní misi znovu zařadila do plánu letů raketoplánů na rok 2008, a po posunu termínu z technických důvodů se start mise STS-125 uskutečnil v roce 2009. Zajímavým faktem je, že raketoplán na své palubě nesl českou vlajku a anglický výtisk Písní kosmických od Jana Nerudy, kterou vzal do vesmíru astronaut Andrew Feustel. Cílem mise STS-125 bylo zajistit funkčnost teleskopu minimálně do roku 2013. Aby mohl být teleskop bezpečně naveden po ukončení své životnosti do hustých vrstev zemské atmosféry kde poté zanikne, byl k němu připojen nástavec „Soft-Capture Mechanism“. S další servisní misí se tedy již nepočítá, ovšem podle predikcí by měl Hubbleův teleskop vydržet v provozu přibližně ještě do let 2030-2040 [27].

Mezi nejznámější fotografie z Hubbleova teleskopu patří např. Sloupy stvoření (Pillars of creation), nebo Orlí mlhovina. Sloupy stvoření později vyfotil i Webbův teleskop, níže 1.5 a 1.4 jsou snímky k porovnání.

### 1.4.2 Teleskop Jamese Webba

Vesmírný teleskop Jamese Webba, neboli anglicky James Webb Space Telescope, zkratkou JWST, je doposud nejdražší kosmický teleskop, který vznikl ve spolupráci NASA, ESA (European Space Agency) a CSA (Canadian Space Agency). Pojmenován je po Jamesi Edwinu Webbovi, který byl americkým státním úředníkem, druhým ředitel NASA a sehrál důležitou roli v programu Apollo. Webbův teleskop byl vypuštěn 25. prosince 2021 raketou Ariane 5. Je často označován jako nástupce Hubbleova teleskopu, ovšem zatímco Hubbleův teleskop obíhá okolo Země, Webbův



Obrázek 1.3: Hubbleův teleskop, zdroj: <https://nedd.tiscali.cz/legenda-se-vraci-nasa-ozivila-hubbleuv-teleskop-515213>

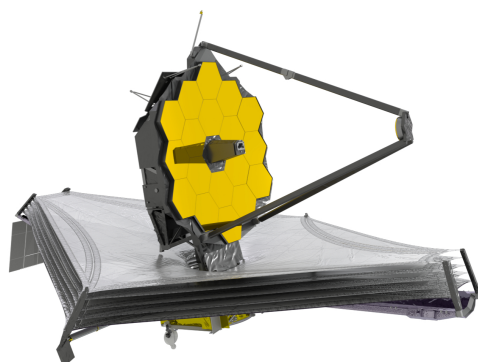
teleskop obíhá vzdálené librační centrum L2 soustavy Slunce - Země, tedy přibližně 1,5 milionu kilometrů od Země, na opačné straně než je Slunce (v nebeské mechanice je librační centrum v soustavě tří těles rotujících kolem společného těžiště takový bod, v němž se vyrovnávají odstředivé a gravitační síly působící na třetí těleso tak, že toto těleso umístěné v daném bodě nemění svou polohu vůči soustavě. Všechna librační centra se nacházejí v rovině rotace těchto těles, a je jich celkem pět. Vlastnosti libračních center popsal již v roce 1772 matematik a fyzik Joseph L. Lagrange). Webbův teleskop má průměr primárního zrcadla 6,5m pokryté pozlaceným beryliem a protože takto velké zrcadlo se do rakety Ariane 5 nevejde, skládá se z 18 šestiúhelníkových zrcadel, a hmotnost má Webbův teleskop přibližně poloviční oproti Hubbleovu teleskopu. Aby mohl vesmírný dalekohled pozorovat slabé signály v infračerveném spektru bez toho, aby byl rušen jinými zdroji tepla, musí mít teleskop teplotu nižší než  $-223^{\circ}\text{C}$  a proto je umístěn právě poblíž libračního centra L2 soustavy Slunce - Země. Od hlavního zrcadla se poté fotony vesmírných objektů odrazí do sekundárního zrcadla a odtamtud to terciálního zrcadla a zrcadla pro jemné navádění, které umožní zaměřit se na konkrétní objekt. Pak už se světlo odrazí do jednoho ze čtyř vědeckých přístrojů, podobně jako tomu je u Hubbleova teleskopu [30], [29].



Obrázek 1.4: Pillars of creation, snímek z Hubbleova teleskopu, zdroj: <https://www.nasa.gov/image-article/pillars-of-creation/>



Obrázek 1.5: Pillars of creation, snímek z Webbova teleskopu, zdroj: <https://www.nasa.gov/universe/nasas-webb-takes-star-filled-portrait-of-pillars-of-creation/>

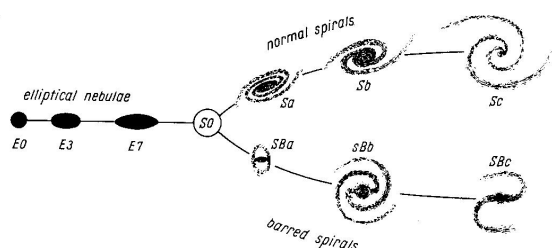


Obrázek 1.6: Teleskop Jamese Webba, zdroj: <https://www.ukri.org/news/bringing-the-james-webb-space-telescope-to-life-in-the-uk/>

# Kapitola 2

## Zkoumané galaxie

Klasifikací galaxií existuje několik, já vycházím z klasifikace, kterou navrhl v roce 1926 americký astronom Edwin Hubble. Ten, rozdělil galaxie, dříve označované jako extragalaktické mlhoviny, podle jejich tvaru na pravidelné a nepravidelné. Pravidelné poté dále rozdělil na eliptické a spirální, přičemž to, že galaxie byla označena za pravidelnou znamenalo, že vykazuje přibližně rotační, nebo středovou symetrii okolo jádra soustavy. Spirální galaxie byly dále rozděleny na spirály s příčkou a spirály bez příčky. Edwin Hubble již v roce 1922 uspořádal toto své rozdělení do diagramu, tzv. Hubbleovy ladičky (tuning fork), která se poté objevila v jeho knize „The Realm of the Nebulae“, vydané v roce 1936 [3].



Obrázek 2.1: Hubbleova ladička, zdroj:

[https://ned.ipac.caltech.edu/level5/Sandage/Sandage4\\_4.html](https://ned.ipac.caltech.edu/level5/Sandage/Sandage4_4.html)

Edwin Hubble klasifikoval galaxie podle písmen, E pro eliptické galaxie, S pro spirální galaxie a SO pro čočkové galaxie. Postupem času k tomuto rozřazení přibýlo ještě SB pro spirální galaxie s příčkou a Irr pro galaxie, které nebylo možné zařadit, jedná se o nepravidelné galaxie [10].

Každý typ galaxií se dále dělí na podkategorie, například eliptické galaxie E se dále rozdělují od E0, tedy kulaté galaxie, až po E7 se sploštěnou elipsou, připomínající čochku. Spirální galaxie jsou nejvíce zastoupeným typem galaxií ve vesmíru, 50%. Čočkové galaxie čítají přibližně 20% a nepravidelné mají 5% zastoupení ve vesmíru, zbylých 25% zastupují eliptické galaxie [13].

Pro mou bakalářskou práci jsem vybrala dvě prstencové galaxie, Hoagův objekt a NGC 1291, známé též jako NGC 1269, čočkovou galaxii Kolo od vozu a spirální galaxii NGC 7217. Výběr těchto čtyř galaxií závisel na náklonu a pozici, které mají





Obrázek 2.2: Mléčná dráha, jedná se o typ SBb, zdroj: <https://hvezdarnabenatky.cz/galaxie/mlečna-draha/>

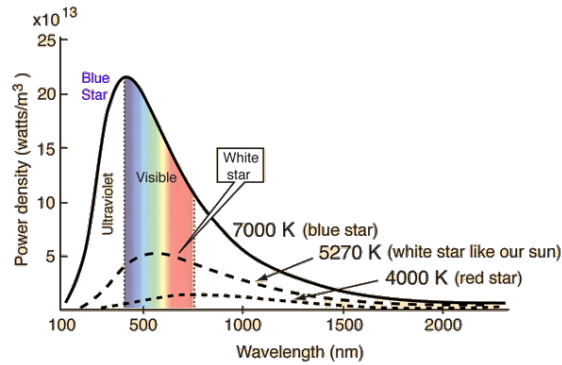
vzhledem k Zemi a kvalitě dostupných obrázků. Pro výpočet vlivu orbitálních rychlostí na prstýnky byla nejvhodnější taková galaxie, která je k planetě Zemi otočená čelně a má co nejideálnější kruhový tvar. Požadavek na kruhový tvar mi díky symetrii zaručuje přibližně stejný průběh orbitálních rychlostí podél přímk procházejících středem galaxie ve všech směrech v rovině galaxie. Pro další zjednodušení mých výpočtů předpokládám, že hvězdy leží v rovině galaxie, tj. zanedbám třetí rozměr. Tato podmínka vyčlenila z možností například galaxii Sombbrero, která je známější a lépe zaznamenaná než např. galaxie NGC 1269, ovšem je natolik zkosená, že by bylo složité výpočet provést. Pokud u mnou sledovaných galaxií je příčný profil podobný jako u Sombbrero, výsledky jsou zkruslené. V zadání mé bakalářské práce se uvádí pouze tři galaxie, čtvrtou, Kolo od vozu, jsem se rozhodla dodat pro rozšíření práce z důvodu jejího nekulatého tvaru, abych mohla zkoumat, jak kód reaguje na jiné tvary galaxií.

## 2.1 Prstencové galaxie

Prstencové galaxie, jsou nejvzácnějším typem z Hubbleovy klasifikace, mají zastoupení pouze 0,01% ve vesmíru [4]. Jsou pro nás také poměrně nové, první prstencovou galaxii objevil americký astronom Artur Hoag teprve v roce 1950, první snímek této galaxie pochází z Hubbleova teleskopu [5].

Prstencová galaxie se vyznačuje jasným a světlým modrým prstencem hvězd, což naznačuje, že v prstenci jsou z většiny žhavé hvězdy, které vznikly před nedávnou dobou [7]. Jasná modrá barva totiž znamená vysokou povrchovou teplotu hvězdy. Čím žhavější hvězda, tím je modřejší, naopak, čím je chladnější, tím je červenější. Tento vztah mezi jasností, barvou a teplotou znázorňuje Planckova křivka [8]. Mezi prstencem a jádrem galaxie je velká mezera s velmi malým množstvím svítivé hmoty

a s velmi nízkou hustotou a množstvím plynu. Jádru galaxie poté převážně obsahuje mnohem červenější, a tedy starší hvězdy, než modrý prstenec. Nových hvězd je v jádru jen velmi málo [4].



Obrázek 2.3: Planckova křivka, zdroj: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/wien.html>

Teorií o tom, jak prstencové galaxie vznikají, bylo od jejich objevu mnoho. Nyní se ale předpokládá, že tyto útvary vznikají z jedné spirální galaxie bohaté na plyn a z takzvaného vetřelce, druhé galaxie, která projde jejím středem. To způsobí, že se plyn rozvlí směrem ven a spouští tím tvorbu nových hvězd a tím vytvářejí onen prstencový tvar, jde o podobný proces, jako když kámen spadne do vody. Důkazem této teorie je mimo jiné i galaxie Mayallův objekt (Arp 148) na obrázku 2.4, který je nyní ve stavu kolize dvou galaxií, ze které v budoucnu vznikne prstencová galaxie. U Arpu 147 a galaxie Kolo od vozu se předpokládá, že vznikly také kolizí dvou galaxií. [4, 11]



Obrázek 2.4: Mayallův objekt, zdroj: [https://en.wikipedia.org/wiki/Mayall/27s\\_Object](https://en.wikipedia.org/wiki/Mayall/27s_Object)

## 2.2 Spirální galaxie

Tento typ galaxií je velmi častý, ve vesmíru je jeho zastoupení téměř 60% [10] a jsou jedním ze čtyř základních typů galaxií [12].

Spirální galaxie jsou charakterizovány rozměrným kruhovitým středem obsahujícím převážně starší hvězdy a rudé obry a dvěma či více spirálními rameny, ve kterých se nachází mladé modré hvězdy, či nové teprve se tvořící hvězdy. Spirální ramena jsou nestabilní útvary, jedná se vlastně o hustotní vlny, které se pohybují v galaktické rovině a které jsou pomalejší než hvězdy. [12] Ve středu galaxie lze často nalézt černou díru. [10] Dvě třetiny spirálních galaxií jsou takzvané spirální galaxie s příčkou. Ty se liší tím, že ramena galaxie nevedou přímo do středu, ale navazují na konce příčky, která protíná jádro. [6] Příkladem tohoto typu galaxií je například naše Mléčná dráha na obrázku 2.5, která obsahuje podle odhadů 100 až 400 miliard hvězd a minimálně stejně planet. Spirálních galaxií existuje několik typů, které se od sebe odlišují mimo jiné v závislosti na tvaru ramen. Kvalifikaci sestavil Edwin Hubble, později byla ovšem ještě upravovaná jinými astronomy, kteří přidali nové typy a charakteristiky. [10, 32]



Obrázek 2.5: Mléčná dráha, jedná se o typ SBb., zdroj: <https://hvezdarnabenatky.cz/galaxie/mlecna-draha/>

U spirálních galaxií je zajímavé, že různé části ramen rotují s různou rychlostí. Nazývá se diferenciální rotace a je jedinečná pro spirální galaxie. Ve své podstatě pojem diferenciální rotace znamená, že rozdílné části tělesa rotují rozdílnou úhlovou rychlostí. U spirálních galaxií to znamená, že spirální ramena rotují uvnitř disku o dost rychleji, než venku, v oblasti halo nerotují vůbec. Z tohoto poznatku vychází i jedna z teorií o vzniku spirálních galaxií. [10] Další zajímavostí je, že hustota hvězd ve spirálních ramenou i mimo ně je přibližně stejná, ovšem spirální ramena jasněji září protože obsahují spoustu mladých a horkých hvězd, které se koncentrují v okolí hustých plynoprachových mračen s intenzivní hvězdotvorbou. Když hvězdy vstoupí

do spirálního ramene, zrychlí, a naopak při opuštění ramene zpomalují. To, jak spirální ramena vznikají a jak se pohybují není zatím vysvětleno [12].

## 2.3 Čočkové galaxie

Čočkové galaxie (Lenticular galaxy) nesou v Hubbleově klasifikaci označení S0, nebo SB0. Jak už jejich název napovídá, mají tvar čočky, tedy vypouklé jádro a tenčí disk. Jsou kategorizovány na rozvětví mezi eliptickými a spirálními galaxiemi mají totiž tvar disku podobný spirálním galaxiím, nemají ovšem žádná spirální ramena a podobně jako u eliptických galaxií je v čočkových galaxiích malá tvorba nových modrých hvězd, protože podobně jako u spirálních galaxií už spotřebovaly, nebo ztratily většinu své mezihvězdné hmoty a galaxie se tak skládá z většiny ze starších červených hvězd. Často se tedy s eliptickými galaxiemi zaměňuje, zvláště pokud jsou nakloněné čelně. Čočkové galaxie ovšem často obsahují více prachu, než ty eliptické [15, 16, 17, 14].

Primární teorie na vznik čočkových galaxií jsou dvě. První teorie naznačuje, že se jedná o staré spirální galaxie, které vypotřebovaly, nebo ztratily, většinu svého mezihvězdného materiálu, a kterým vybledla ramena. Teorii potvrzuje fakt, že se v čočkových galaxiích nachází velké množství prachu, ovšem jen málo plynu. Naopak, problém této teorie je ten, že čočkové galaxie jsou v průměru jasnější než spirálové. Jako lepší se tedy zdá druhá teorie, podle které čočkové galaxie vznikly sloučením dvou starších spirálních galaxií. To by vysvětlovalo jasnost galaxie, díky zvýšené hmotnosti. Vědci ovšem vidí problém v rotačních pohybech čočkových galaxií, které by podle této teorie měly být podobné jako u spirálních galaxií, ovšem nejsou pozorované [14].

# Kapitola 3

## Návrh řešení

### 3.1 Použité technologie

Pro svou práci jsem si vybrala programovací jazyk MATLAB. Jeho název je zkratka ze dvousloví MATrix LABoratory, vyvinutý je společností MathWorks a poprvé uvedený na trh v roce 1984. [31] MATLAB je určen pro vědecké a technické výpočty, pro vizualizaci algoritmů a analýzu dat. Uplatnění nachází v mnoha oblastech, od aplikované matematiky přes finanční analýzu a modelování až po monitorovací systémy ve zdravotnictví. Obsahuje více než 100 nadstavbových aplikačních knihoven funkcí, z nichž jedna z nejznámějších je simulační platforma Simulink. [33]

Vedle MATLABu je několik programů, které nabízejí podobné funkce. Tři nejznámější jsou Julia, NumPy a GNU Octave.

Programovací jazyk Julia je více podobný skriptovacímu jazyku než programovacímu ve stylu C a je možné ho vložit do jiných jazyků prostřednictvím rozhraní API. Má mnoho funkcí pro zlepšení efektivity kódu, např. nativní podporu Unicode, nebo integrované testování jednotek.

NumPy pracuje s programovacím jazykem Python, který se používá z velké části pro vědecké výpočty, ale také například pro vývoj herních a filmových vizuálních efektů. Lze v něm zpracovat například komplexní maticové transformace či n-rozměrná pole a může fungovat také jako průchod pro integraci C a C++.

GNU Octave je asi nejznámější open source verzí k MATLABu. Většina programů napsaných v jazyce MATLAB lze bez jakékoli úpravy spustit i v Octave. GNU Octave je na trhu již třicet let a stále se pracuje na jeho vývoji. [28]

Ke své práci jsem si zvolila MATLAB z důvodu, že jsem v něm již programovala v rámci předmětu v bakalářském studiu a s výše jmenovanými nemám takové zkušenosti. Hlavní nevýhoda MATLABu je to, že licence je poměrně drahá, ovšem škola nabízí pro studenty v rámci studia školní licence zdarma, tedy je pro mě tato nevýhoda irelevantní.

## 3.2 Postup řešení

V rámci mé práce jsem vytvořila program, který zkoumá vlastnosti jako jsou těžiště, gravitační potenciál os x a y, průběh gravitační síly a průběh orbitálních rychlostí a zobrazuje je ve třech grafech, které budou vyobrazené níže, zvláště ke každé galaxii.

Kód pro zpracování galaxií je popsán obecně, při spuštění si uživatel vybere, pro jakou galaxii chce grafy vygenerovat a v následujícím kroku vybere exponent pro vztah mezi luminositou a hmotností, 1,  $\frac{23}{10}$ ,  $\frac{7}{2}$  nebo 4. Pokud je zvolena možnost homogenního tenkého válce, program má v případě tohoto tělesa pozměněné parametry, proloží orbitální rychlosti polynomem 8 namísto proložení polynomem 10, jak tomu je u zbytku galaxií.

Jako první spočítám těžiště galaxie pomocí (3.1) a (3.2), pro zadanou hodnotu exponentu

$$x_t = \sum_{i=1}^{ny} \frac{x_s(i) \cdot i}{M} \quad (3.1)$$

$$y_t = \sum_{j=1}^{nx} \frac{y_s(j) \cdot j}{M} \quad (3.2)$$

Z těchto vypočítaných hodnot spočítám pomocí dosazení do rovnic (3.3) a (3.4) průběh gravitačního potenciálu podél os x a y přes těžiště ve čtyřech úrovních

$$F_x(m) = F_x(m) + \sum_{x=1}^{nx} \sum_{y=1}^{ny} bw(x, y) \times \left( \begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{(y - y_t)^2 + (x - m)^2 + 1}} \\ & + \frac{1}{\sqrt{(y - y_t)^2 + (x - m)^2 + 4}} \\ & + \frac{1}{\sqrt{(y - y_t)^2 + (x - m)^2 + 9}} \\ & + \frac{1}{\sqrt{(y - y_t)^2 + (x - m)^2 + 16}} \end{aligned} \right) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
F_y(m) = F_y(m) + \sum_{x=1}^{nx} \sum_{y=1}^{ny} bw(x, y) \\
\times \left( \frac{1}{\sqrt{(y-m)^2 + (x-x_t)^2 + 1}} \right. \\
+ \frac{1}{\sqrt{(y-m)^2 + (x-x_t)^2 + 4}} \\
+ \frac{1}{\sqrt{(y-m)^2 + (x-x_t)^2 + 9}} \\
\left. + \frac{1}{\sqrt{(y-m)^2 + (x-x_t)^2 + 16}} \right)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Výsledky (3.3) a (3.4) jsou vyobrazeny v druhých grafech, rozdělené podle exponentu luminosity. Pro Homogenní tenký válec nesou grafy označení 4.4, 4.5, 4.10, 4.11, pro Hoagův objekt jsou to 4.17, 4.18, 4.23, 4.24, pro NGC 1291 4.30, 4.31, 4.36, 4.37, pro Kolo od vozu 4.43, 4.44, 4.49, 4.50, a pro NGC 7217 4.58, 4.59, 4.64, 4.65. Pro přiřazení luminosity obrázků jsem vzala nejjednodušší model, vzhledem k tomu, že data z neviditelné části spektra mi nebyla známá. Pro luminositu jsem použila vztah  $0.2989*r+0.5870*b+0.1140*g$ . [34]

Poté pro poslední graf spočítám průběh velikosti síly mířící do středu ze vzorce (3.5) a průběh orbitálních rychlostí pomocí (3.6), které jsem zvětšila stokrát, aby byl průběh v grafu dobře vidět a pomocí MATLAB funkcí pro práci s polynomy `polyval` a `polyfit` proložím data polynomem stupně 10, v případě homogenního tenkého válce polynomem stupně 8.

$$G(m) = \sum_{m=1}^{nx-1} |F_x(m+1) - F_x(m)| \tag{3.5}$$

$$v(m) = 100 \sqrt{\sum_{m=1}^{nx-1} |m - x_t| \cdot G(m)} \tag{3.6}$$

Hodnoty z (3.5) a (3.6), jsou zobrazeny v grafech pro homogenní tenký válec 4.6, 4.7, 4.12, 4.13, pro Hoagův objekt 4.19, 4.20, 4.25, 4.26, pro NGC 1291 4.32, 4.33, 4.38, 4.39, pro Kolo od vozu 4.45, 4.46, 4.51, 4.52, a pro NGC 7217 4.60, 4.61, 4.66, 4.67.

Pro animaci orbitálních rychlostí na Hoagově objektu ještě na obrazovku vypisují hodnoty orbitálních rychlostí pro jednotlivé vzdálenosti, to je ovšem popsáno v kapitole Animace (3.3).

### 3.3 Animace

V zadání mé bakalářské práce jsem jako pátý bod měla za úkol naprogramovat animaci rotací v mnou vybrané galaxii dle vypočtených výsledků.

Pro tento účel jsem vybrala galaxii Hoagův objekt, pro jeho téměř dokonale symetrický kruhový tvar a čelní vyobrazení.

Používala jsem stejnou fotografii jako v případě grafů. V programu jsem vytvořila pokyn pro vypsání orbitálních rychlostí pro vzdálenost 15, 55, 105 a 190 a obrázek jsem rozdělila do pěti prstýnků. Tyto hodnoty jsem poté vložila do dalšího programu pro animaci `animace_dal` společně s vnitřním a vnějším poloměrem jednotlivých prstýnků. Do toho jsem vložila stejnou fotografii, jako do prvního programu `zpracovani_galaxii` a z té jsem poté pomocí bitové masky vyřízla jednotlivé prstýnky a vytvořila jejich rotaci na základě hodnot orbitálních rychlostí, u kterých jsem desetinou čárku posunula o šest pozic, abych zpomalila rotaci a výsledky tak byli lépe patrné.



# Kapitola 4

## Implementace

Tato kapitola je věnována výstupům kódu popsanému výše a je rozdělena na čtyři segmenty podle galaxií, přičemž součástí segmentu věnovanému NGC 7217 je i graf naměřených hodnot [4.54] pro porovnání.

U každé galaxie je fotografie, kterou jsem používala a stručné informace o všech výstupech pro různé hodnoty parametrů prezentované v grafech. Grafy jsou rozdělené do čtyř sloupců, kdy každý sloupec znázorňuje výpočet s jedním exponentem luminosity, první sloupec obsahuje grafy s exponentem luminosity 1, druhý sloupec s exponentem  $\frac{23}{10}$ , třetí s exponentem  $\frac{7}{2}$  a čtvrtý s exponentem 4. První graf v každém sloupci ukazuje polohy ekvipotenciál (vrstevnic) na úrovni 20. Pro homogenní tenký válec jsou to grafy 4.2, 4.3, 4.8, 4.9, pro Hoagův objekt jsou to 4.15, 4.16, 4.21, 4.22, pro NGC 1291 4.28, 4.29, 4.34, 4.35, pro Kolo od vozu 4.41, 4.42, 4.47, 4.48, a pro NGC 7217 4.56, 4.57, 4.62, 4.63.

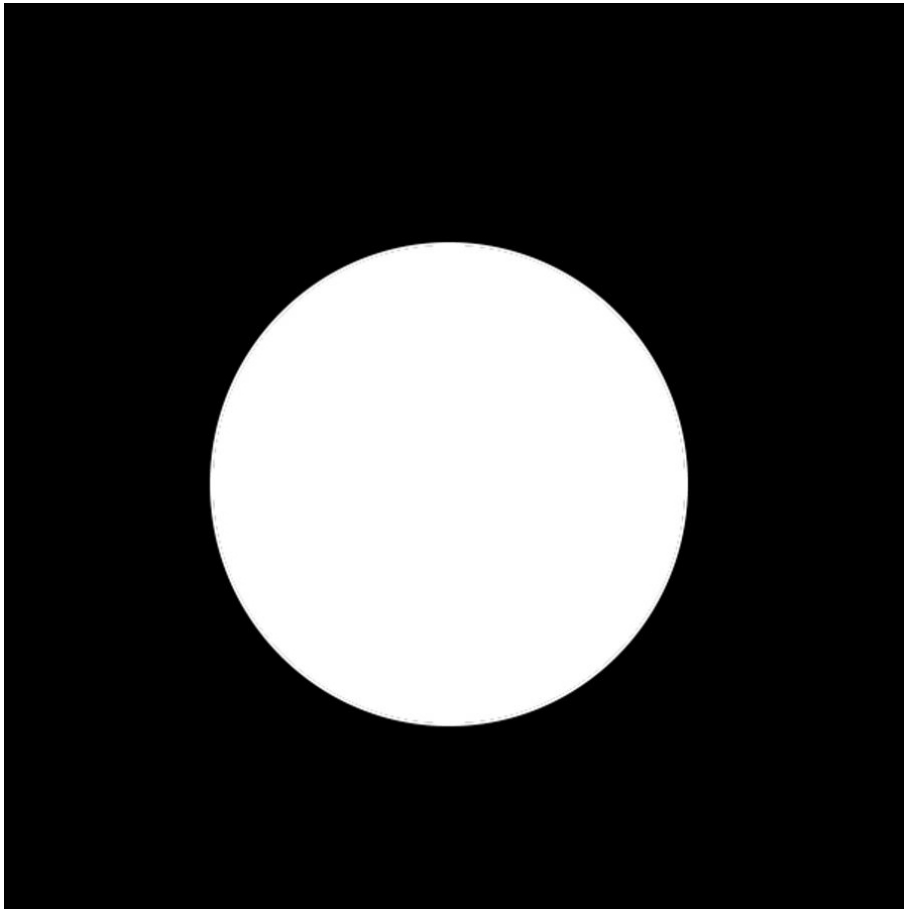
Druhý graf představuje průběh gravitačního potenciálu v ose x (plná čára) a ose y (přerušovaná čára). Pro homogenní tenký válec nesou grafy označení 4.4, 4.5, 4.10, 4.11, pro Hoagův objekt jsou to 4.17, 4.18, 4.23, 4.24, pro NGC 1291 4.30, 4.31, 4.36, 4.37, pro Kolo od vozu 4.43, 4.44, 4.49, 4.50, a pro NGC 7217 4.58, 4.59, 4.64, 4.65. U různých galaxií se průběhy potenciálu různě liší, například u homogenního tenkého válce jsou osy symetrické, naopak u Kola od vozu jsou poměrně odlišné a posunuté, kvůli jeho nesouměrnosti. V grafu je zanesený také průběh gravitační síly v ose x (červená čára).

Třetí graf je poté znázornění průběhu orbitálních rychlostí (modré tečky) a průběhu orbitálních rychlostí proložených polynomem stupně 8 u homogenního tenkého válce a polynomem stupně 10 u galaxií (černá plná čára). Pro homogenní tenký válec jsou to 4.6, 4.7, 4.12, 4.13, pro Hoagův objekt jsou to 4.19, 4.20, 4.25, 4.26, pro NGC 1291 4.32, 4.33, 4.38, 4.39, pro Kolo od vozu 4.45, 4.46, 4.51, 4.52, a pro NGC 7217 4.60, 4.61, 4.66, 4.67.

Průběhy potenciálu v osách x a y se často liší jen mírně, pouze u Kola od vozu je odlišnost více zjevná. Pro síly a orbitální rychlosti jsem tedy pro přehlednost uvedla pouze průběh podél osy x. Toto zjednodušení mi také poslouží pro vizuální porovnání grafu 4.60 s obrázkem [4.54].

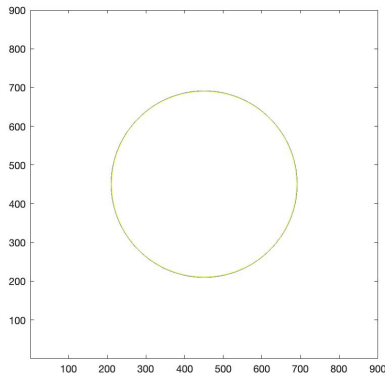
## 4.1 Hommogenní tenký válec

Pro jednoduchou kontrolu funkce programu použijeme homogenní tenký válec, obrázek 4.1. Tloušťka válce je 10 bodů. Vzhledem k tomu, že analyzujeme pouze průběhy a ne absolutní hodnoty, poměr tloušťky a průměru bude hrát roli pro průběh orbitálních rychlostí stejně jako u sledovaných galaxií. Ve všech případech máme tloušťku 10 bodů (tzn. hloubka obrázku je 10 bodů). Výsledky průběhu potenciálu, dostředivé Newtonovy síly a orbitálních rychlostí jsou v následujících grafech pro čtyři hodnoty. Vzhledem k symetrii průběhy podél osy  $x$  a  $y$  na obrázku splývají. U sledovaných galaxií se liší. Průběh orbitálních rychlostí jsme proložili polynomem šestého stupně.



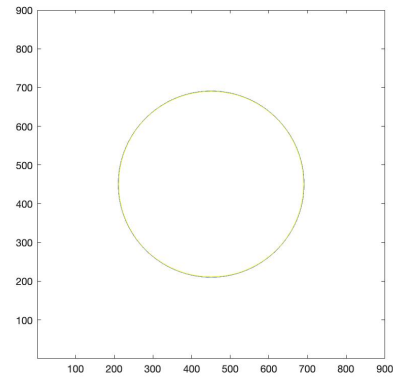
Obrázek 4.1: Hommogenní tenký válec

pro exponent luminosity = 1

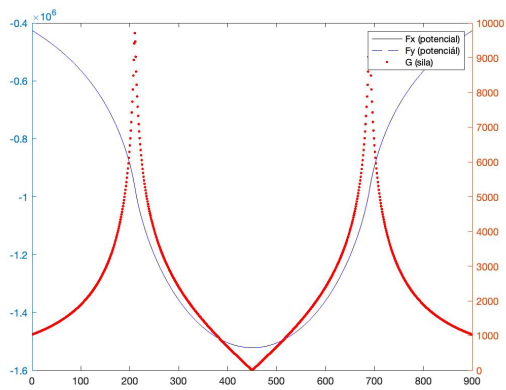


Obrázek 4.2: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

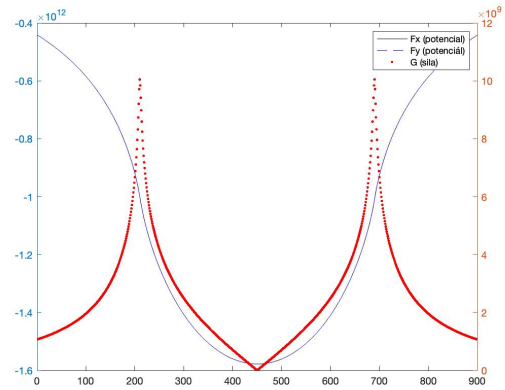
pro exponent luminosity =  $\frac{7}{2}$



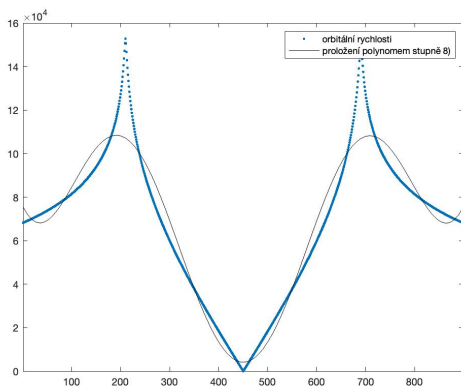
Obrázek 4.3: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



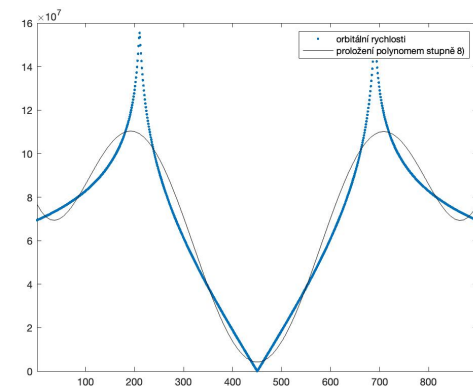
Obrázek 4.4: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.5: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)

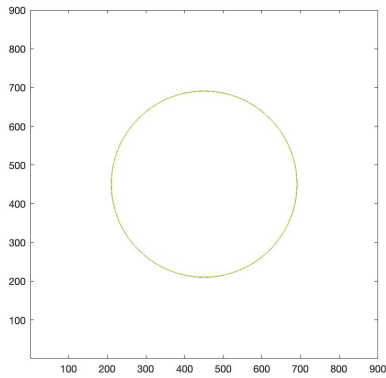


Obrázek 4.6: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



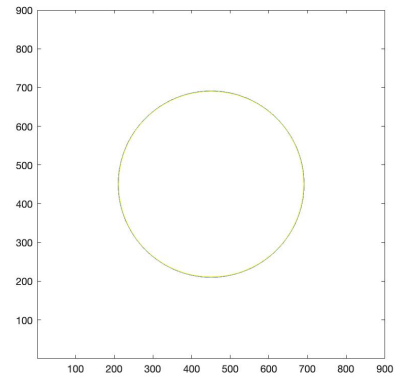
Obrázek 4.7: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

pro exponent luminosity = 4

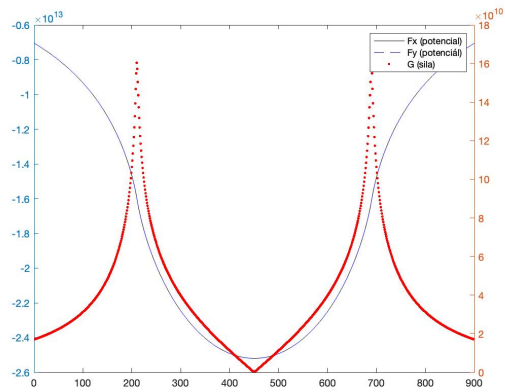


Obrázek 4.8: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

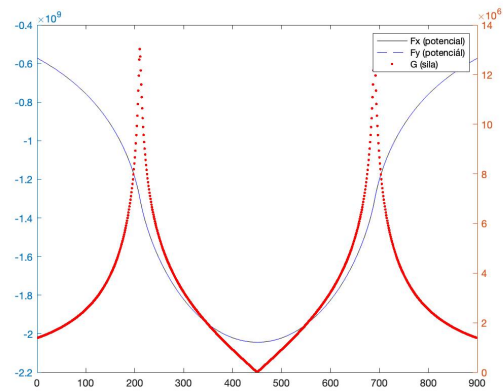
pro exponent luminosity =  $\frac{23}{10}$



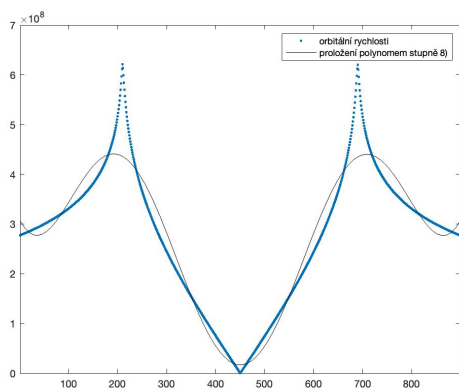
Obrázek 4.9: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



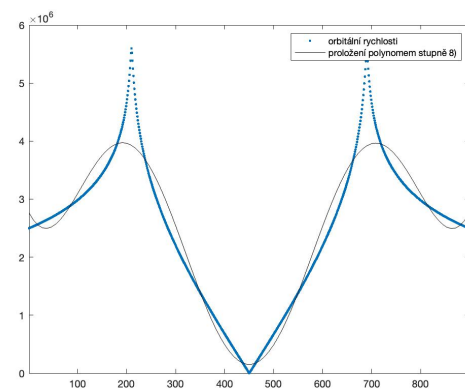
Obrázek 4.10: Průběh gravitačního potenciálu v osách x a y, průběh síly (červená)



Obrázek 4.11: Průběh gravitačního potenciálu v osách x a y, průběh síly (červená)



Obrázek 4.12: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.13: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

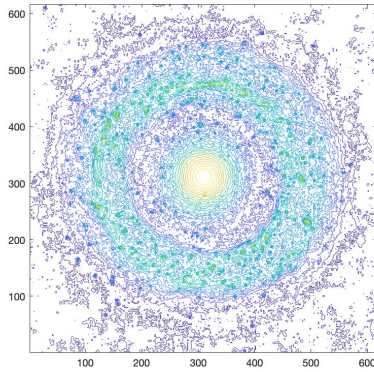
## 4.2 Hoagův objekt

Pro výpočet Hoagova objektu jsem vycházela ze snímku 4.14. Vzhledem k tomu, že u Hoagova objektu se průběhy potenciálu v ose  $x$  a  $y$  jen mírně liší, pro přehlednost jsem pro síly a orbitální rychlosti uvedla pouze průběh podél osy  $x$ . Průběh podél osy  $y$  je velice podobný. Průběh orbitálních rychlostí jsme proložili polynomem desátého stupně.



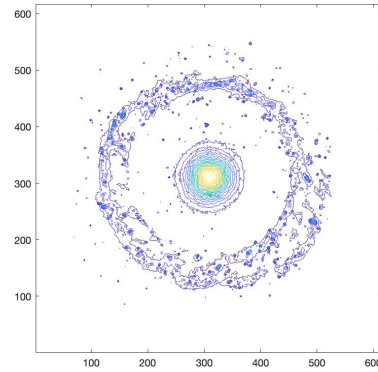
Obrázek 4.14: Hoagův objekt, zdroj:<https://www.astro.cz/apod/ap191127.html>

pro exponent luminosity = 1

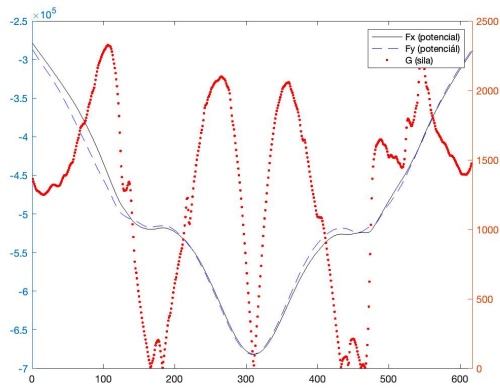


Obrázek 4.15: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

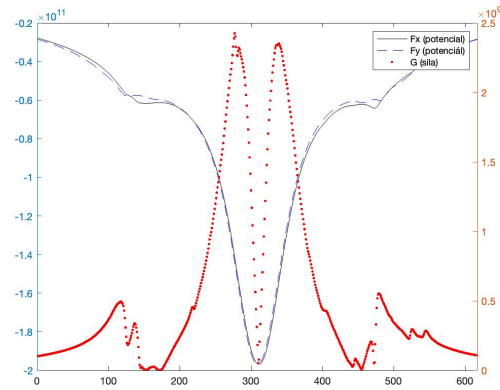
pro exponent luminosity =  $\frac{7}{2}$



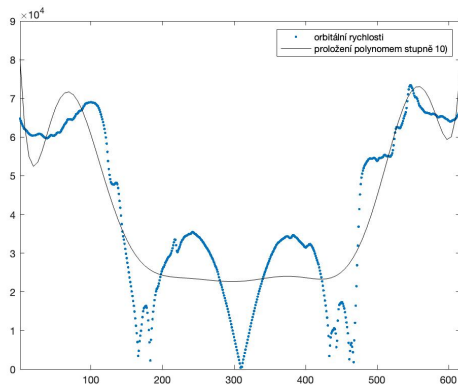
Obrázek 4.16: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



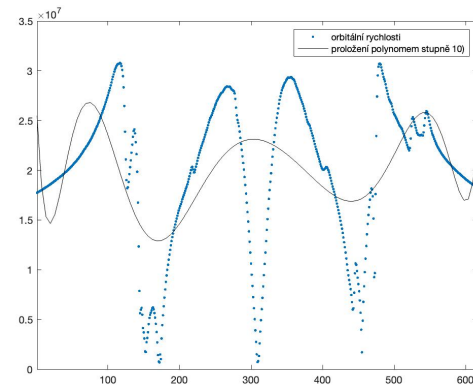
Obrázek 4.17: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.18: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)

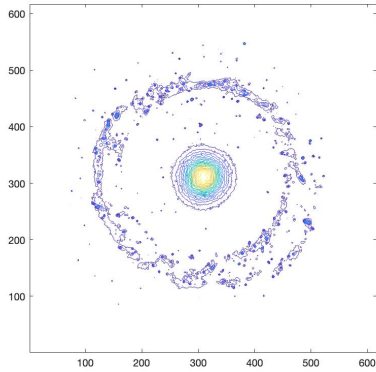


Obrázek 4.19: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



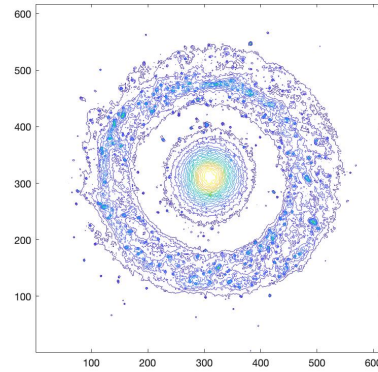
Obrázek 4.20: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

pro exponent luminosity = 4

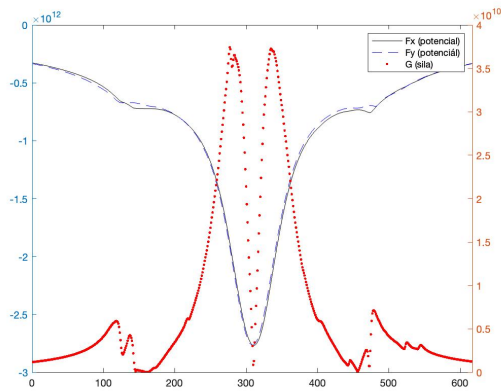


Obrázek 4.21: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

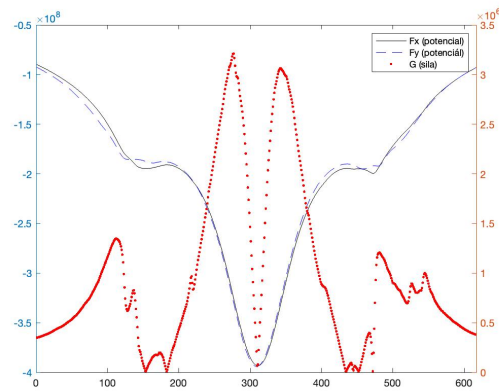
pro exponent luminosity =  $\frac{23}{10}$



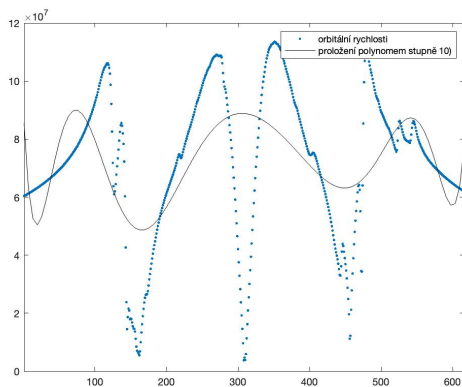
Obrázek 4.22: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



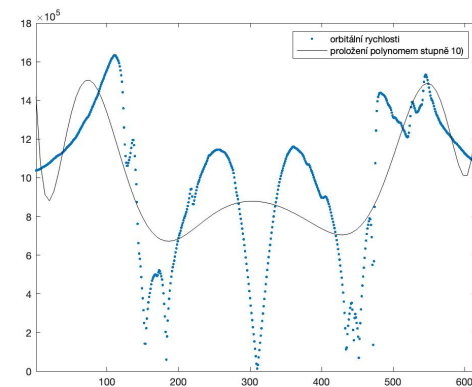
Obrázek 4.23: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.24: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.25: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.26: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

### 4.3 NGC 1291

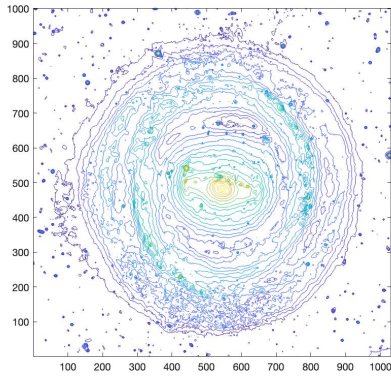
Pro výpočet NGC 1291 jsem použila snímek 4.27. U NGC 1291 jsou průběhy potenciálu v ose x a y mírně posunuté a mírně odlišné, pro přehlednost jsem pro síly a orbitální rychlosti uvedla pouze průběh podél osy x. Průběh podél osy y je velice podobný. Průběh orbitálních rychlostí jsme proložili polynomem desátého stupně.



Obrázek 4.27: NGC 1291, zdroj:<https://www.astrobin.com/yp1tzv/?nc=all>

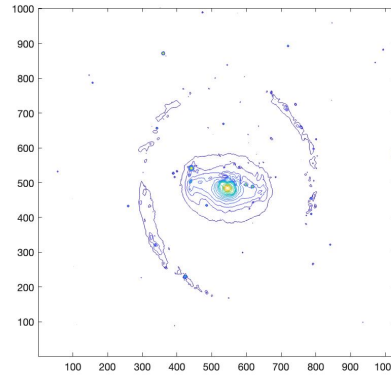


pro exponent luminosity = 1

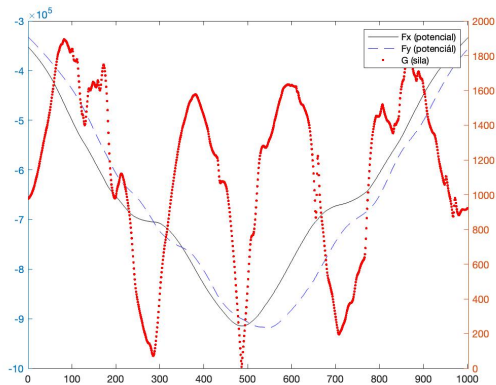


Obrázek 4.28: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

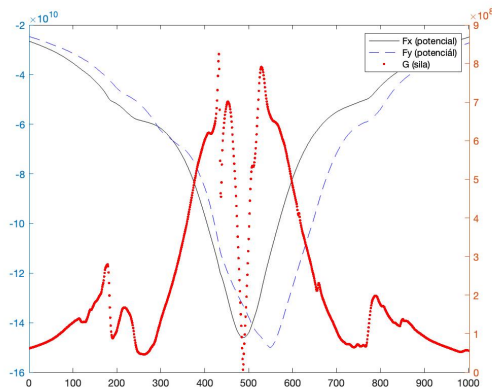
pro exponent luminosity =  $\frac{7}{2}$



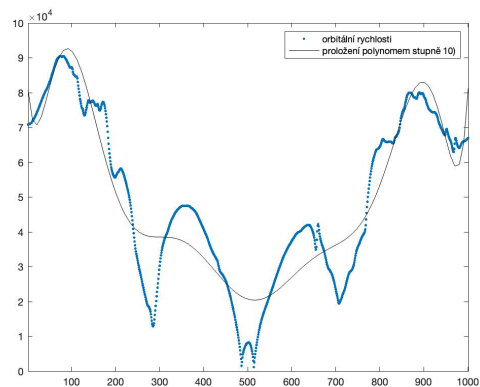
Obrázek 4.29: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



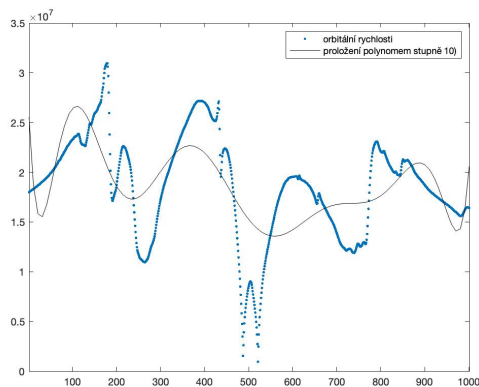
Obrázek 4.30: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.31: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)

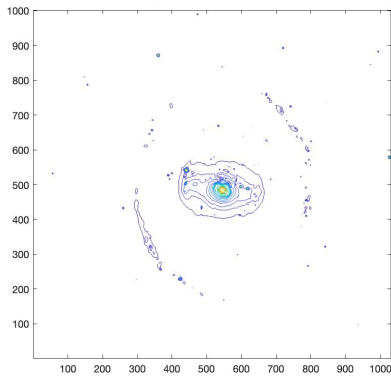


Obrázek 4.32: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



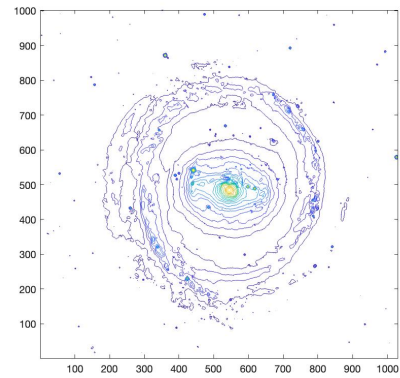
Obrázek 4.33: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

pro exponent luminosity = 4

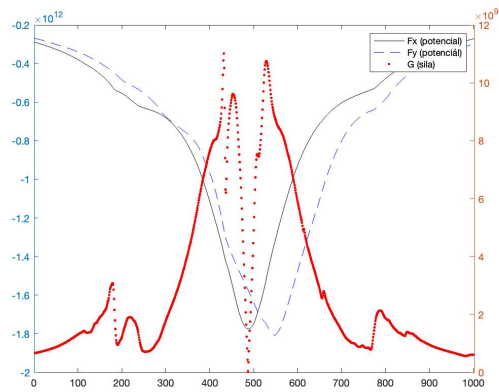


Obrázek 4.34: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

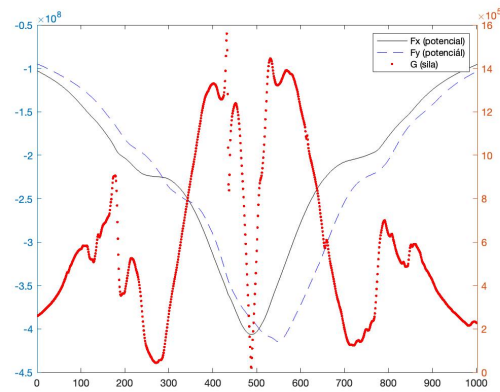
pro exponent luminosity =  $\frac{23}{10}$



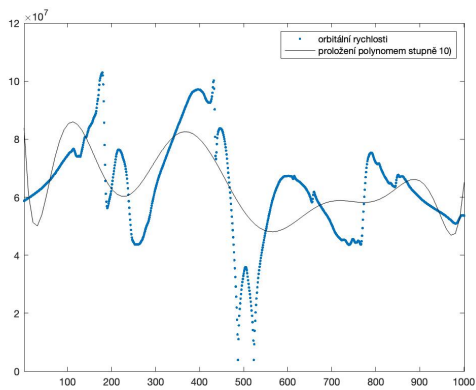
Obrázek 4.35: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



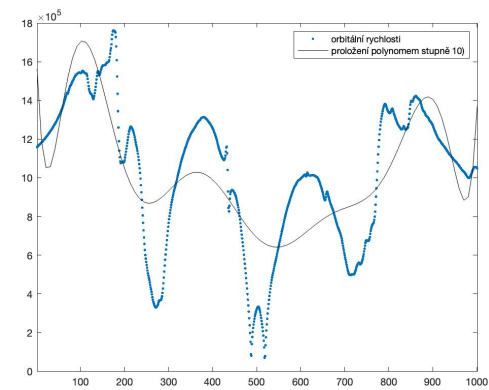
Obrázek 4.36: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.37: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



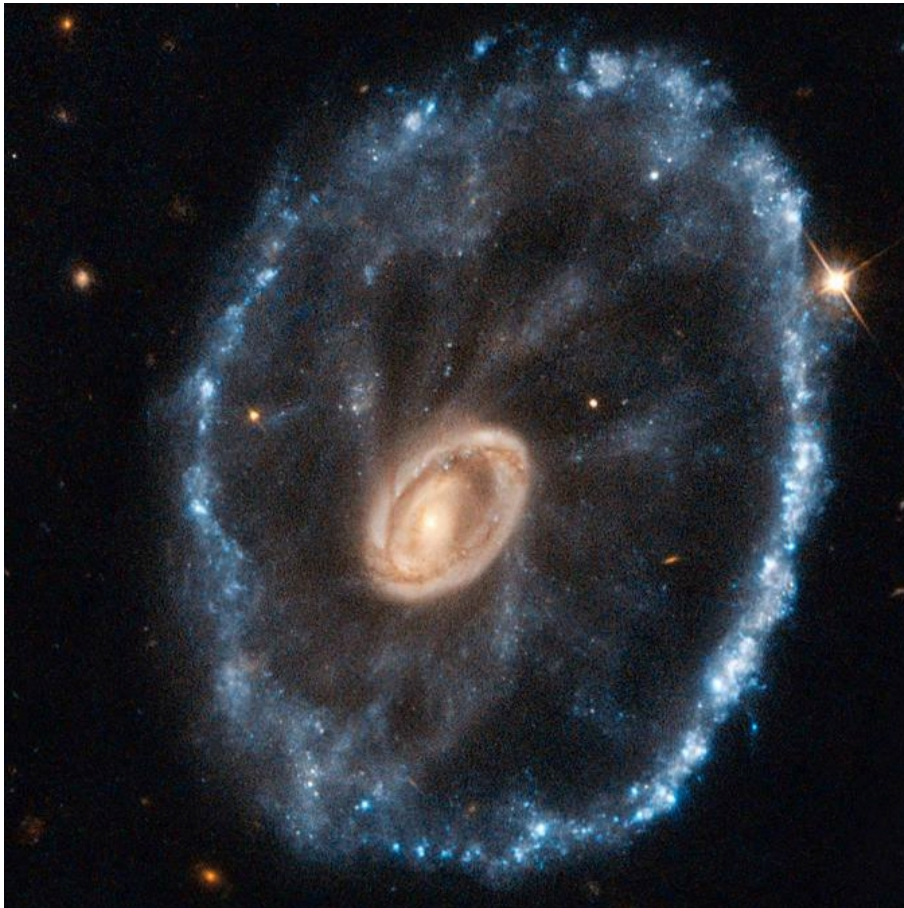
Obrázek 4.38: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.39: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

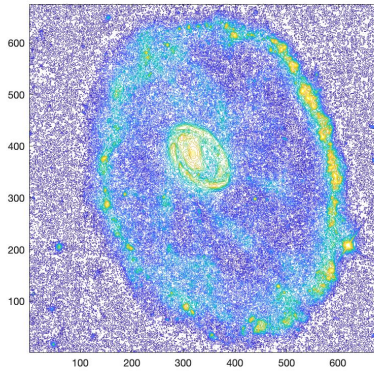
## 4.4 Kolo od vozu

Pro výpočet Kola od vozu jsem použila snímek 4.40. U Kola od vozu jsou průběhy potenciálu v ose  $x$  a  $y$  posunuté a značně odlišné z důvodu asymetrického tvaru galaxie, velká část svítivé hmoty je totiž na pravé straně. Pro síly a orbitální rychlosti jsem uvedla v tomto případě průběhy podél obou os,  $x$  i  $y$ . Průběh orbitálních rychlostí jsem proložila polynomem desátého stupně.



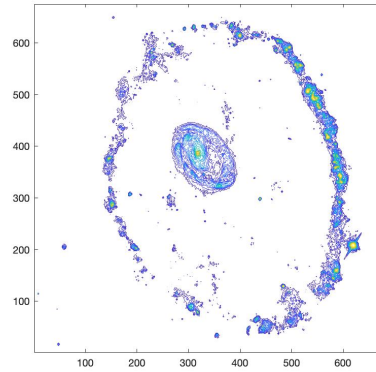
Obrázek 4.40: Kolo od vozu, zdroj:<https://www.sci.news/astronomy/cartwheel-galaxy-05646.html>

pro exponent luminosity = 1

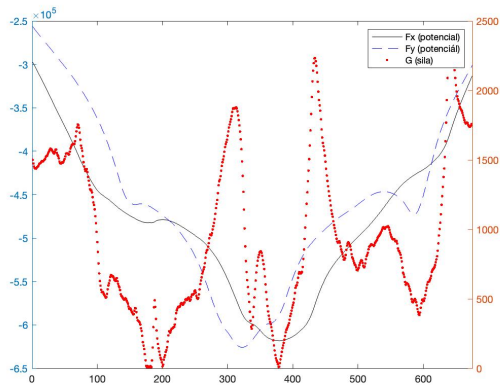


Obrázek 4.41: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

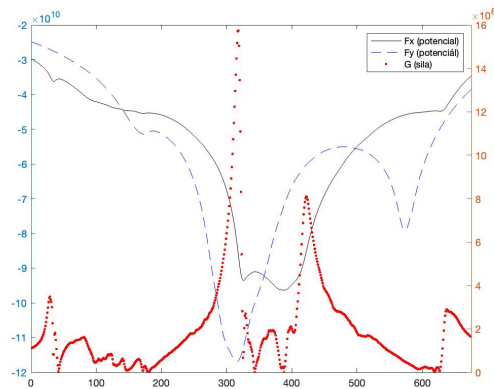
pro exponent luminosity =  $\frac{7}{2}$



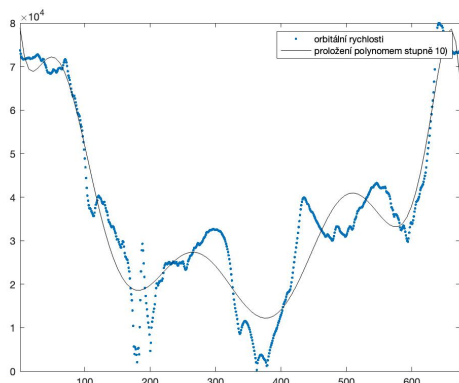
Obrázek 4.42: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



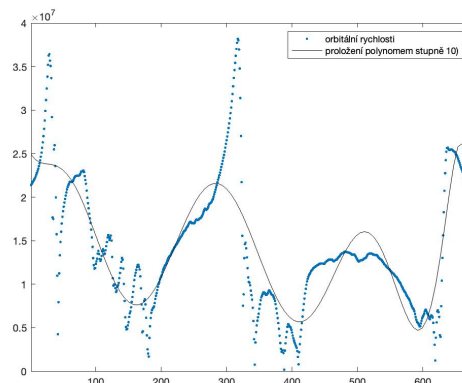
Obrázek 4.43: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.44: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)

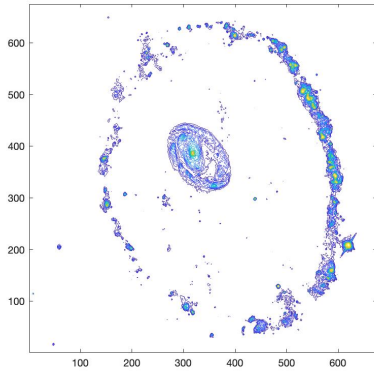


Obrázek 4.45: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



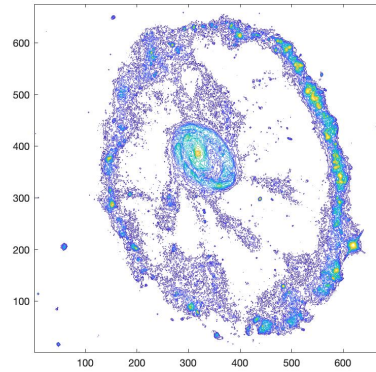
Obrázek 4.46: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

pro exponent luminosity = 4

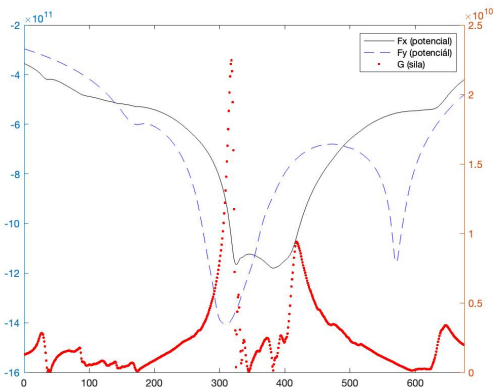


Obrázek 4.47: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

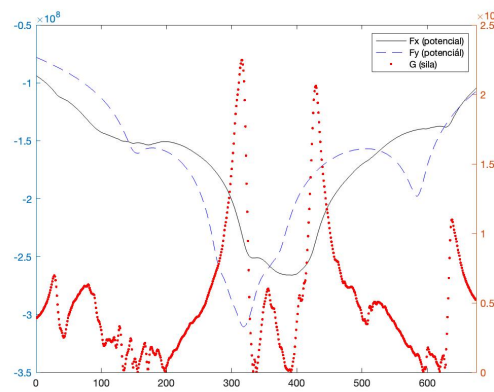
pro exponent luminosity =  $\frac{23}{10}$



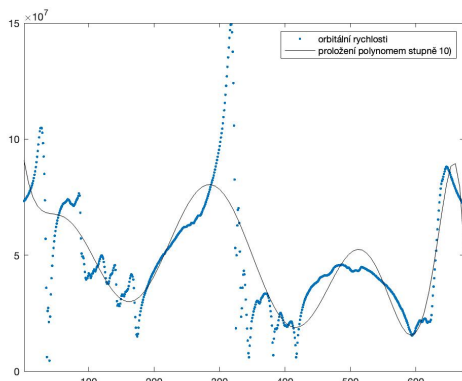
Obrázek 4.48: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



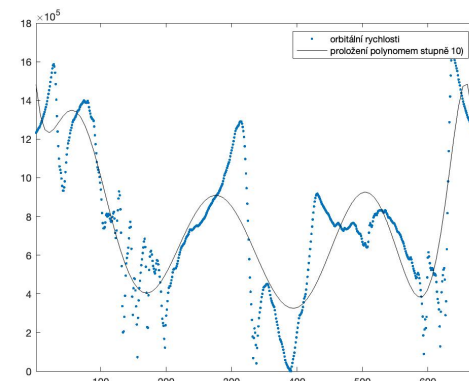
Obrázek 4.49: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.50: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.51: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.52: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



## 4.5 NGC 7217

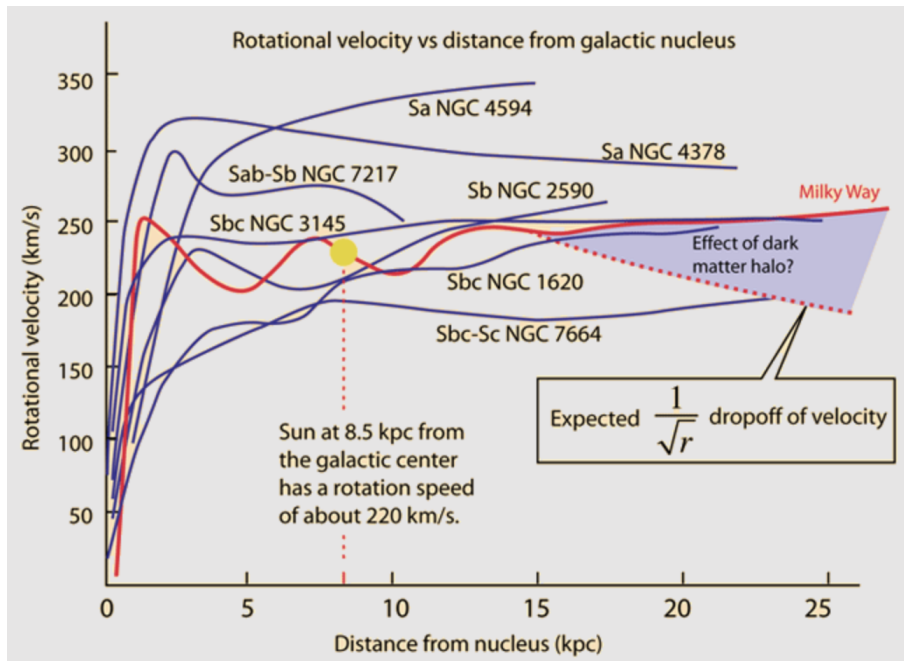
V případě NGC 7217 jsem vycházela ze snímku 4.53. U NGC 7217 jsou průběhy potenciálu v ose  $x$  a  $y$  jen mírně odlišné. Pro přehlednost uvádím pro síly a orbitální rychlosti pouze průběh podél osy  $x$ , průběh podél osy  $y$  je velice podobný. Průběh orbitálních rychlostí jsem proložila polynomem desátého stupně, stejně jako u předchozích galaxií. Pro porovnání uvádím graf orbitálních rychlostí pro NGC 7217 z 4.54.



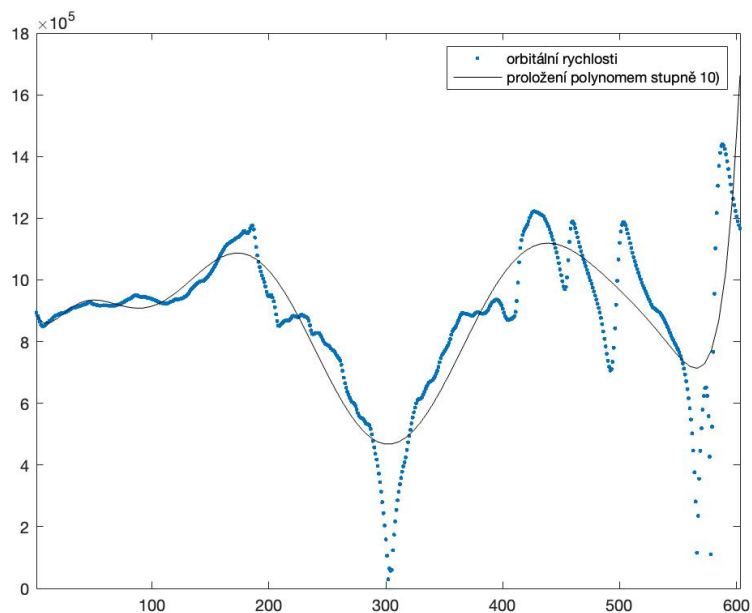
Obrázek 4.53: NGC 7217, zdroj: <http://annesastronomynews.com/photo-gallery-ii/galaxies-clusters/ngc-7217-by-adam-block/>

### 4.5.1 Porovnání NGC 7217 s naměřenými hodnotami

V nynější podkapitole přidávám porovnání naměřených hodnot 4.54 s mnou vypočtenými hodnotami 4.67. Obrázek 4.54 je pouze polovinou 4.67, tedy je třeba nahlížet na 4.67 od nejnižšího bodu v grafu, tedy přibližně od středu grafu, kde se nachází jádro galaxie.

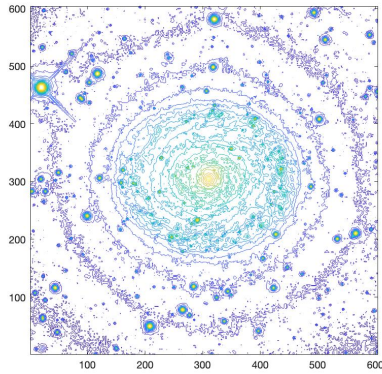


Obrázek 4.54: Graf naměřených orbitálních rychlostí jednotlivých galaxií, kde se nachází i NGC 7217, zdroj: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/As> <http://hyperphysics.phy->



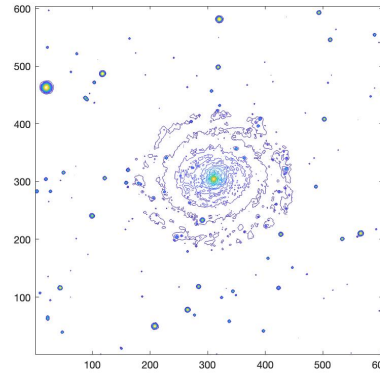
Obrázek 4.55: Graf 4.67 vypočtených orbitálních rychlostí galaxie NGC 7217, proložený polynomem stupně 10

pro exponent luminosity = 1

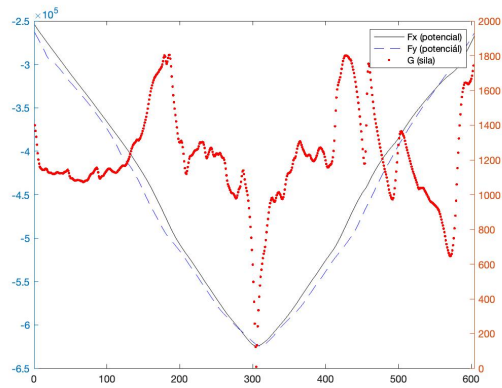


Obrázek 4.56: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

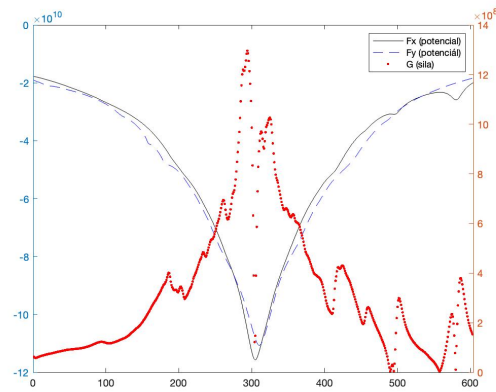
pro exponent luminosity =  $\frac{7}{2}$



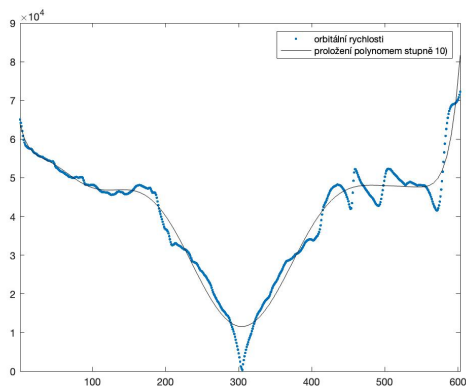
Obrázek 4.57: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



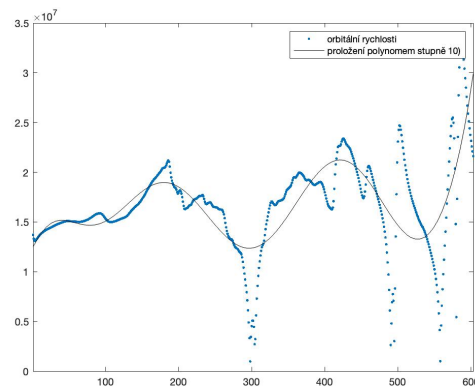
Obrázek 4.58: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.59: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



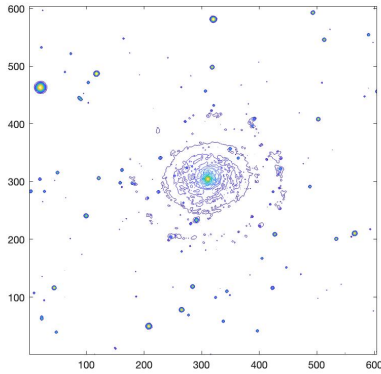
Obrázek 4.60: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.61: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

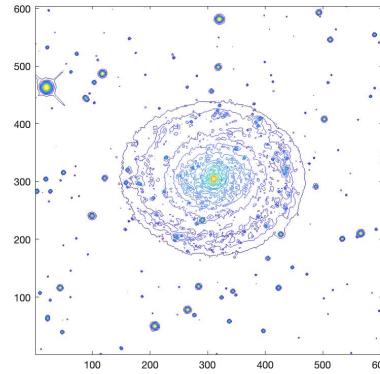


pro exponent luminosity = 4

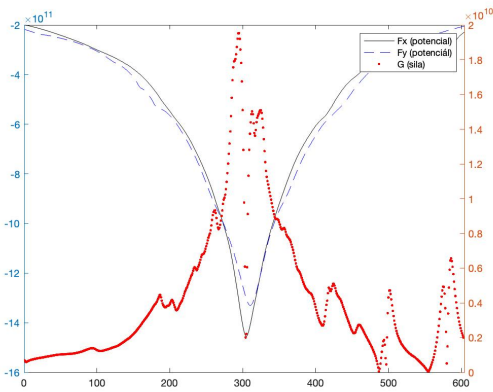


Obrázek 4.62: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)

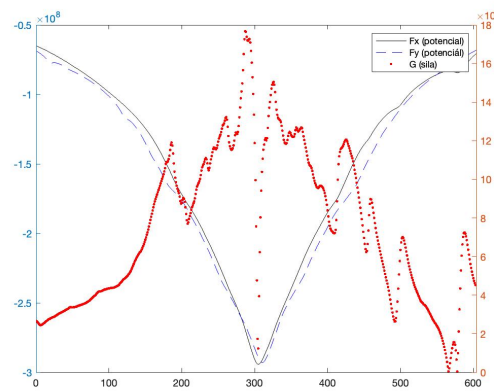
pro exponent luminosity =  $\frac{23}{10}$



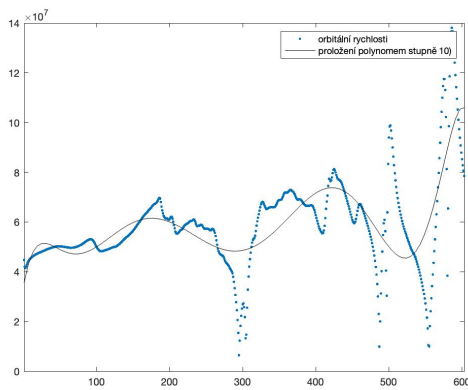
Obrázek 4.63: Polohy ekvipotenciál (vrstevnic)



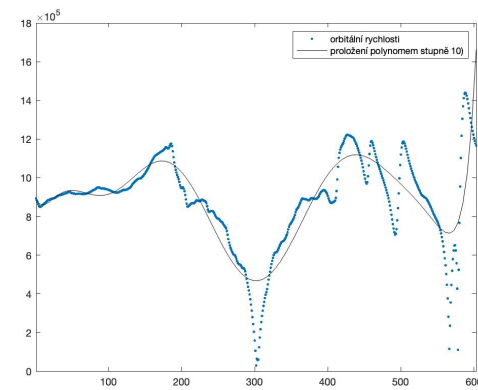
Obrázek 4.64: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.65: Průběh gravitačního potenciálu v osách x (plná čára) a y (čárkovaná), průběh síly (červená)



Obrázek 4.66: Průběh orbitálních rychlostí v ose x



Obrázek 4.67: Průběh orbitálních rychlostí v ose x

# Závěr

V této bakalářské práci jsem se snažila splnit několik cílů. Prvním cílem bylo seznámit se s problematikou orbitálních rychlostí a prohloubit si znalosti o galaxiích a kosmonautice obecně. Výběr galaxií ke zpracování byl proveden, aby zpracování bylo co nejjednodušší. Výhodná byla centrální symetrie a sklon roviny galaxie přibližně 90 stupňů k ose pohledu. Galaxie jsme aproximovali tenkými objekty obsahujícími příčně 10 bodů.

Pro čtyři různé hodnoty vztahu mezi luminozitou a hmotností jsem:

- spočítala polohu hmotného těžiště
- ve dvou na sebe kolmých osách procházejících těžištěm jsem spočítala průběh gravitačního potenciálu (pouze průběh v relativních hodnotách)
- na základě potenciálů průběh gravitačního zrychlení - centrální síly
- na základě centrální síly průběh orbitálních rychlostí. Tyto rychlosti jsem proložila polynomem  $n$ -tého řádu podle tvaru průběhu.

Všechny výsledky jsou vyneseny v grafech. Pro přehlednost neuvádím v práci kompletní sadu grafů, vybrala jsem pouze ilustrativní. V programu je obsažena možnost vykreslení všech grafů. V příloze jsou uvedeny nezmenšené verze grafů.

Pro animaci orbitálních rychlostí jsem zvolila galaxii Hoagův objekt, pro jeho téměř dokonalou symetrii.

Vizuální porovnání obrázku [4.54] pro NGC 7217 a námi spočítaný průběh rychlostí 4.67 je nejbližší pro exponent luminosity  $\frac{23}{10}$ .

# Literatura

- [1] *Newtonův gravitační zákon*. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Newtonův\\_gravitační\\_zákon](https://cs.wikipedia.org/wiki/Newtonův_gravitační_zákon). [cit. 2023-12-06].
- [2] *Zářivý výkon*. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Zářivý\\_výkon](https://cs.wikipedia.org/wiki/Zářivý_výkon). [cit. 2023-12-06].
- [3] HAVLÍČEK. *Klasifikace galaxií*. Online. ALDEBARAN. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/astrofyzika/struktury/galaxie.php>. [cit. 2023-12-06].
- [4] SIEGEL, Ethan. Ring galaxies, the rarest in the Universe, finally explained. Online. Big Thing. APRIL 20, 2022. Dostupné z: <https://bigthink.com/starts-with-a-bang/ring-galaxies/>. [cit. 2024-01-08].
- [5] Hoagův objekt: Blízká dokonale prstencová galaxie. Online. NEMIROFF, Robert; BONNELL, Jerry a CHLACHULA, Josef. Česká Astronomická Společnost. 2019. Dostupné z: <https://www.astro.cz/apod/ap191127.html>. [cit. 2024-01-08].
- [6] Spiral Galaxy. Online. ESA/Hubble. —. Dostupné z: <https://esahubble.org/wordbank/spiral-galaxy/>. [cit. 2023-11-27].
- [7] A Strange Ring Galaxy. Online. NASA. AUG 27, 2010. Dostupné z: <https://www.nasa.gov/image-article/strange-ring-galaxy/>. [cit. 2024-01-08].
- [8] Žhavé modré hvězdy v Messier 47. Online. SRBA, Jiří a VOTRUBA, Viktor. Hvězdárna Valašské Meziříčí. 2014. Dostupné z: <https://www.astrovm.cz/cz/pro-navstevniky/aktuality-ak/zhave-modre-hvezdy-v-messier-47.html>. [cit. 2024-01-08].
- [9] Mass–luminosity relation. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Mass>
- [10] GERMAN, Portillo. Spirální galaxie. Online. Meteorología en red.—. Dostupné z: [https://www.meteorologiaenred.com/cs/galaxia-espinal.html#google\\_vignette](https://www.meteorologiaenred.com/cs/galaxia-espinal.html#google_vignette). [cit. 2024-01-08].
- [11] List of ring galaxies. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_ring\\_galaxies](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_ring_galaxies). [cit. 2024-01-08].

- [12] Spirální galaxie. Online. Hvězdárna Benátky nad Jizerou. —. Dostupné z: <https://hvezdarna-benatky.cz/galaxie/spiralni-galaxie/>. [cit. 2024-01-08].
- [13] MARTINEK, František. Naše Galaxie není jen tak obyčejnou galaxií ve vesmíru. Online. Česká Astronomická Společnost. 2005. Dostupné z: <https://www.astro.cz/clanky/vzdaleny-vesmir/nase-galaxie-neni-jen-tak-obycejnou-galaxii-ve-vesmiru.html>. [cit. 2024-01-08].
- [14] MILLIS, PH.D, John P. Lenticular Galaxies Are the Quiet, Dusty Stellar Cities of the Cosmos. Online. Thoughtco. January 10, 2020. Dostupné z: <https://www.thoughtco.com/lenticular-galaxies-structure-formation-3072047>. [cit. 2024-01-08].
- [15] Galaxies. Online. NASA Science Universe exploration. —. Dostupné z: <https://universe.nasa.gov/galaxies/types/>. [cit. 2024-01-08].
- [16] Lenticular Galaxy. Online. Swinburne university of technology. —. Dostupné z: <https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/1/Lenticular+Galaxy>. [cit. 2024-01-08].
- [17] POHOŘELSKÝ, Michal. Čočková galaxie. Online. Multimediaexpo.cz. 2018. Dostupné z: <http://www.multimediaexpo.cz/mmecz/index.php/>
- [18] CHADZITASKOS, G. On the influence of rings on orbital velocities, arXiv:2106.07325v1[astro[1]ph.GA],2021.
- [19] POHOŘELSKÝ, Michal. Zářivý výkon. Online. Multimediaexpo.cz. 2022. Dostupné z: <http://www.multimediaexpo.cz/mmecz/index.php/Z>
- [20] SZYK, Bogna. Luminosity Calculator. Online. Omni Calculator. Jun 05, 2023. Dostupné z: <https://www.omnicalculator.com/physics/luminosity>. [cit. 2024-01-08].
- [21] 2.4 STEFANŮV - BOLTZMANNŮV ZÁKON. Online. <https://eu.fme.vutbr.cz/>. Dostupné z: <https://eu.fme.vutbr.cz/file/vomm/0204.htm>. [cit. 2024-01-08].
- [22] Kosmická rychlost. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Kosmick>
- [23] BRANDOS, Otakar. Kosmické rychlosti (1., 2., 3.), výpočet rychlostí. Online. Treking.cz. 2016. Dostupné z: <https://www.treking.cz/astronomie/kosmicke-rychlosti.htm>. [cit. 2024-01-08].
- [24] Gravitační manévr. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Gravita>
- [25] Webb vs Hubble Telescope. Online. James Webb Space Telescope. —. Dostupné z: <https://webb.nasa.gov/content/about/comparisonWebbVsHubble.html>. [cit. 2024-01-08].

- [26] About Hubble. Online. NASA. —. Dostupné z: <https://science.nasa.gov/mission/hubble/overview/about-hubble/>. [cit. 2024-01-08].
- [27] Hubbleův vesmírný dalekohled. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Hubble>
- [28] BAKER, Jason a KENLON, Seth. 5 open source alternatives to MATLAB. Online. Opensource.com. May 1, 2021. Dostupné z: <https://opensource.com/alternatives/matlab>. [cit. 2024-01-08].
- [29] NESLÁDEK, Václav. Vesmírný dalekohled Jamese Webba. Online. Czech Space Portal. 2022. Dostupné z: <https://www.czechspaceportal.cz/vesmirny-dalekohled-jamese-webba/>. [cit. 2024-01-08].
- [30] Vesmírný dalekohled Jamese Webba. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Vesm>
- [31] MATLAB. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/MATLAB>. [cit. 2024-01-08].
- [32] Milky Way. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Milky\\_Way](https://en.wikipedia.org/wiki/Milky_Way). [cit. 2024-01-08].
- [33] MATLAB®. Online. HUMUSOFT. —. Dostupné z: <https://www.humusoft.cz/matlab/details/>. [cit. 2024-01-08].
- [34] Rgb2gray. Online. MathWorks. —. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/rgb2gray.html>. [cit. 2024-01-08].