



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



# Nízkoteplotní transportní vlastnosti jednoduchých vrstev a heterostruktur na bázi GaN

## Low-temperature transport properties of GaN-based single layers and heterostructures

Diplomová práce

Autor: **Bc. Kateřina Doležalová**  
Vedoucí práce: **RNDr. Pavel Hubík, CSc.**  
Konzultant: **RNDr. Martin Ledinský, Ph.D.**  
Akademický rok: 2023/2024







**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**  
**FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ**  
*Katedra inženýrství pevných látek*

### ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

*Student:* **Bc. Kateřina Doležalová**

*Studijní program:* **Inženýrství pevných látek**

*Akademický rok:* **2022/2023**

*Název práce:* **Nízkoteplotní transportní vlastnosti heterostruktur AlGaIn/GaN**  
*(česky)*

*Název práce:* **Low-temperature transport properties of AlGaIn/GaN**  
*(anglicky)* **heterostructures**

*Pokyny pro vypracování:*

Diplomová práce je zaměřena na charakterizaci elektronového transportu v heterostrukturách AlGaIn/GaN pro tranzistory typu HEMT, zejména na jevy spojené s dvojdimenzionální (2D) povahou hlavního transportního kanálu v těchto strukturách při dusíkových a heliových teplotách. Experimenty budou realizovány převážně v Laboratoři transportních jevů oddělení polovodičů Fyzikálního ústavu AV ČR. V teoretické části navažte na Váš výzkumný úkol a rozšířte jej uvedením přehledu kvantových jevů vztahených k aplikaci magnetického pole a k nitridovým strukturám s uvážením jejich specifík. V experimentální části se věnujte přípravě a zpracování AlGaIn/GaN struktur typu HEMT pracujících v režimu ochuzování kanálu, včetně struktur s hradlem umožňujícím kontrolovat elektronovou koncentraci v kanálu. Zabývejte se časově závislými jevy ve strukturách HEMT a jejich důsledky pro charakterizaci těchto struktur. Proveďte základní magnetotransportní měření struktur AlGaIn/GaN v oboru heliových teplot a magnetických polí 0-8 T (Shubnikovovy - de Haasovy oscilace, případně kvantový Hallův jev). Vyhodnoťte z těchto měření vlastnosti 2D elektronového plynu a srovnajte získané výsledky s měřeními rezistivity a Hallova jevu provedenými při pokojových a dusíkových teplotách a s charakterizací elektronového kanálu měřením závislosti kapacity na napětí.

Při řešení postupujte podle následujících bodů.

- I. Rešeršní/teoretická část
  - 1) Základní charakteristiky problému
    - a. Dvojdimenzionální kvantové systémy v magnetickém poli (Landauovy hladiny, Shubnikovovy - de Haasovy oscilace, kvantový Hallův jev)
    - b. Nitridové heterostrukтуры (vlastnosti transportních kanálů, kvantový transport ve strukturách AlGaIn/GaN)
  - 2) Experimentální metody a jejich popis
    - a. Příprava vzorků a jejich zpracování litografickými metodami
    - b. Transportní experimenty v heliových teplotách

## II. Experimentální část

- 1) Popis použitého experimentálního zařízení (kryostat pro heliové teploty a jeho komponenty, měřicí systémy)
- 2) Popis vzorků a jejich zpracování, charakterizace zkoumaných struktur zahrazovacími a dalšími metodami
- 3) Realizace transportních experimentů a zpracování získaných dat
- 4) Prezentace výsledků, jejich diskuse a závěry

### Doporučená literatura:

- [1] Ferry, D. K. and Goodnick, S. M., *Transport in nanostructures* (Cambridge University Press, Cambridge, U.K.; New York, 1997).
- [2] Chakraborty, T. and Pietiläinen, P., *The Quantum Hall Effects (Fractional and Integer)*, 2<sup>nd</sup> edition (Springer Verlag, Berlin, 1995).
- [3] Zeng, F. et al. A Comprehensive Review of Recent Progress on GaN High Electron Mobility Transistors: Devices, Fabrication and Reliability. *Electronics* 7, doi:10.3390/electronics7120377 (2018).
- [4] Manfra, M. J. et al. High mobility AlGaIn/GaN heterostructures grown by plasma-assisted molecular beam epitaxy on semi-insulating GaN templates prepared by hydride vapor phase epitaxy. *J. Appl. Phys.* 92, 338-345, doi:10.1063/1.1484227 (2002).
- [5] Gregušová, D. et al. Characterization of AlGaIn/GaN MISHFETs on a Si substrate by static and high-frequency measurements. *Semicond. Sci. Technol.* 24, doi:10.1088/02681242/24/7/075014 (2009).

### Jméno a pracoviště vedoucího práce:

RNDr. Pavel Hubík, CSc., oddělení polovodičů, Fyzikální ústav AV ČR

### Jméno a pracoviště konzultanta:

RNDr. Martin Ledinský, Ph.D., Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT

Datum zadání diplomové práce: 19. 10. 2022

Termín odevzdání diplomové práce: 3. 5. 2023

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.



garant oboru



vedoucí katedry



děkan

V Praze dne 19. 10. 2022

### *Poděkování:*

V první řadě bych zde ráda poděkovala RNDr. Martinu Ledinskému, Ph.D., který tuto práci zašitířoval jako konzultant. Dále bych ráda poděkovala Ing. Alici Hospodkové, Ph.D. nejen za možnost podílet se na takto obohacujícím experimentu, ale také za možnost být součástí skvělého kolektivu, a nakonec za poskytnutí cenných rad do diskuze výsledků. Mé díky také patří laboratoři luminescence, především Ing. Františku Hájkovi, Ph.D., za vždy rychlou pomoc s jakýmkoliv problémem. Také bych ráda poděkovala RNDr. Dagmar Gregušové, DrSc. a jejím kolegům ze SAV, kteří mi byli ochotni vždy poradit a částečně se podíleli na vývoji našich struktur. Tímto také vyjadřuji velké díky partnerovi Martinovi Volšičkovi a celé mé rodině, bez jejichž podpory a zázemí by tato práce nemohla vzniknout. Také děkuji kamarádovi Ing. Nielsi van der Meerovi, který mi pomohl s formálními náležitostmi této práce.

Děkuji za veškerou pomoc Mgr. Halyně Kozak, Ph.D., RNDr. Jiří J. Marešovi, CSc. za vyhrazený čas a velmi podnětné připomínky a rady. Děkuji paní Barboře Chudíčkové za pomoc se všemi pracovními záležitostmi. Mé další díky patří RNDr. Zuzaně Gedeonové, která se také velkou mírou podílela na vytváření této práce a vždy mi neuvěřitelně ochotně pomáhala s každým problémem. Na závěr mé největší díky patří RNDr. Pavlu Hubíkovi, CSc, který byl po dobu tří a půl roku mým vedoucím, a který má největší podíl nejen na této práci, ale také na mém progresu, jehož jsem za tuto dobu dosáhla.

### *Čestné prohlášení:*

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a uvedla jsem všechnu použitou literaturu.

V Praze dne 8. ledna 2024

Kateřina Doležalová



*Název práce:*

**Nízkoteplotní transportní vlastnosti jednoduchých vrstev a heterostruktur na bázi GaN**

*Autor:* Kateřina Doležalová

*Obor:* Inženýrství pevných látek

*Druh práce:* Diplomová práce

*Vedoucí práce:* RNDr. Pavel Hubík, CSc., Fyzikální ústav AV ČR, Na Slovance 2, 182 21 Praha 8

*Konzultant:* RNDr. Martin Ledinský, Ph.D., Fyzikální ústav AV ČR, Na Slovance 2, 182 21 Praha 8

*Abstrakt:* Současný rozvoj informačních a komunikačních technologií, senzorů a energetiky vede k mnoha nových požadavkům na polovodičové materiály a struktury. Jednou třídou polovodičů, která se může uplatnit zejména ve vysokovýkonové a vysokofrekvenční oblasti, jsou systémy a součástky na bázi nitridu gallia, které se postupně už v různých aplikacích dostávají na trh. Cílem této práce bylo najít pomocí dvoustupňového leptání a přípravy kontaktů optimální postup k vytvoření prvotních struktur určených pro laboratorní studium, které by měly napomoci budoucímu vývoji tranzistorových prvků a nakonec kvalitu struktur otestovat nízkoteplotními experimenty. Jednoduché vrstvy i heterostrukтуры jsme charakterizovali elektrickým transportním měřením pomocí metod van der Pauwa, TLM a měřením Hall bar struktury. Přípravované struktury vykazovaly relativně konstantní elektronovou koncentraci ve vodivém kanálu okolo  $6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  v teplotním rozsahu od 300 K do 1,4 K. Pohyblivosti při 300 K byly okolo  $2 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  a téměř  $30 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  při 1,4 K. V magnetických polích do 8 T jsme naměřili Shubnikovovy-de Haasovy oscilace a počátky kvantování Hallova jevu. Na studované strukturu jsme připravili i systém dielektrikum-gate, který nám sice neumožnil přikládat řídicí napětí, nicméně pomohl potvrdit, že charakterizace systému kvantovými oscilacemi je robustní jev. Tato práce poskytuje důležité poznatky pro budoucí bádání a zároveň navrhuje další možné směry výzkumu.

*Title:*

**Low-temperature transport properties of GaN-based single layers and heterostructures**

*Author:* Kateřina Doležalová

*Abstract:* The current development of information and communication technologies, sensors and the energy industry is leading to many new requirements for semiconductor materials and structures. One class of semiconductors that can be applied, especially in the high power and high frequency area, are gallium nitride-based systems and devices; at present, they are gradually appearing on the market. The goal of this work was to find, by using two-step etching and contact preparation, an optimal procedure to create initial structures for laboratory study useful for the future development of transistor devices and finally to test the quality of the structures by low-temperature experiments. We characterized the single layers and heterostructures by

electrical transport methods using van der Pauw, TLM and Hall bar structure measurements. We prepared structures with a relatively constant electron concentration in the conduction channel of approximately  $6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  in the temperature range from 300 K to 1.4 K. The mobilities at 300 K were about  $2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  and nearly  $30 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  at 1.4 K. In magnetic fields up to 8 T we have measured Shubnikov-de Haas oscillations and the developing symptoms of quantum Hall effects. We also prepared a dielectric-gate system on the studied structure, which, although it did not allow us to apply a control voltage, helped us to confirm that the characterization of the system by quantum oscillations is a robust phenomenon. This work provides important insights for future research, as well as suggesting possible directions of further investigation.







# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>2</b>
<b>1 Dvoudimenzionální elektronové systémy a jejich vlastnosti</b>	<b>3</b>
1.1 Lineární transport - role dimenze a symetrie systému . . . . .	3
1.2 Dvoudimenzionální elektronové stavy . . . . .	4
1.3 2DEG v magnetickém poli . . . . .	5
1.3.1 Klasický popis . . . . .	5
1.3.2 Elektron v 2DEG v silném magnetickém poli . . . . .	7
1.3.3 Hustota stavů . . . . .	9
1.3.4 Celočíselný kvantový Hallův jev - fenomenologický popis . . . . .	10
1.3.5 Topologický pohled na IQHE . . . . .	12
1.4 Realizace 2D systémů v polovodičových strukturách . . . . .	12
1.4.1 Kontakty na polovodičové struktury . . . . .	16
1.4.2 Polovodičové heterostrukтуры na bázi nitridů . . . . .	17
<b>2 Technologické zpracování (výroba struktur)</b>	<b>19</b>
2.1 Růst galium nitridových heterostruktur . . . . .	19
2.2 Optická litografie pro tvorbu struktur . . . . .	20
2.2.1 Struktury typu TLM, van der Pauw a Hall bar . . . . .	21
2.3 Vakuová napařovací komora . . . . .	22
<b>3 Metody měření a charakterizace struktur</b>	<b>25</b>
3.1 Metoda TLM . . . . .	25
3.2 4-bodové měření měrného odporu . . . . .	26
3.2.1 Sondová stanice pro elektrická transportní měření . . . . .	26
3.3 Měření Hall bar struktury . . . . .	27
3.3.1 Kryostat Oxford pro heliové teploty . . . . .	28
<b>4 Výsledky a jejich diskuze</b>	<b>33</b>
4.1 Relaxace . . . . .	33
4.2 Optimalizace a charakterizace studovaných struktur . . . . .	39
4.2.1 Parametry jednotlivých typů struktur . . . . .	39
4.2.2 Výsledky . . . . .	40
4.3 Nízkoteplotní měření Hall bar struktury . . . . .	48
4.3.1 Parametry jednotlivých vzorků . . . . .	48
4.3.2 Výsledky . . . . .	51
<b>Závěr</b>	<b>60</b>

<b>Seznam použité literatury</b>	<b>61</b>
<b>A Příloha</b>	<b>67</b>
A.1 Lineární transport . . . . .	67
A.1.1 Teplotně závislý transport . . . . .	67
A.2 Degenerace LL . . . . .	68
A.3 Hustota stavů ve 2D . . . . .	69
A.4 Topologický popis, Chernův náboj . . . . .	70

# Seznam veličin a zkratek

$A$	(magnetický) vektorový potenciál [ $\text{Vsm}^{-1}$ ]
$B$	vektor magnetického pole [T]
$B_i$	magnetické pole v maximu/minimu oscilace [T]
$d$	tloušťka vzorku [m]
$D(E)$	hustota stavů [ $\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$ ]
$D_{2D}$	hustota stavů ve 2DEG [ $\text{m}^{-2}\text{eV}^{-1}$ ]
$D_B$	hustota stavů na každé LL [ $\text{m}^{-2}\text{eV}^{-1}$ ]
$e$	elementární náboj [C]
$E$	energie [J]
$E$	intenzita elektrického pole [ $\text{V m}^{-1}$ ]
$E_a$	aktivační energie [eV]
$E_C$	energie vodivostního pásu [eV]
$E_F$	Fermiho energie [eV]
$E_i$	intrinzická energie [eV]
$E_V$	energie valenčního pásu [eV]
$\Delta E$	spinové rozštěpení energie [eV]
$f_n$	Fermi-Diracovo rozdělení
$F_k$	zobecněná síla
$g$	Landého g-faktor ( $g = g_s + g_v$ )
$G$	elektrická vodivost [S]
$h$	Planckova konstanta [J s]
$I$	elektrický proud [A]
$I_{PPC}$	fotoproud [A]
$I_d$	fotoproud ve tmě [A]

$I_0$	počáteční fotoproud [A]
$I_D$	proud na drain [A]
$\hbar$	redukovaná Planckova konstanta [J s]
$\mathbf{j}$	hustota elektrického proudu [ $\text{A m}^{-2}$ ]
$J_i$	zobecněný proud
$\mathbf{k}$	vlnový vektor [ $\text{m}^{-1}$ ]
$k_B$	Boltzmannova konstanta [ $\text{J K}^{-1}$ ]
$l$	délka kontaktu [m]
$l_0$	magnetická délka [m]
$L$	vzdálenost mezi kontakty/pady [m]
$L_{ik}$	transportní koeficient
$L_T$	efektivní délka kontaktu [m]
$m$	hmotnost [kg]
$m^*$	efektivní hmotnost [kg]
$n$	koncentrace elektronů [ $\text{m}^{-3}$ ]
$n_{2D}$	koncentrace elektronů ve 2D [ $\text{m}^{-2}$ ]
$\mathbf{p}$	hybnost [ $\text{kg m s}^{-1}$ ]
$P$	poloměr kružnice [m]
$\mathbf{r}$	polohový vektor [m]
$R$	odpor [ $\Omega$ ]
$R_c$	odpor kontaktů [ $\Omega$ ]
$\Delta S$	plocha kontaktu [ $\text{m}^2$ ]
$T$	teplota [K]
$U$	napětí [V]
$U_H$	Hallovo napětí [V]
$\mathbf{v}$	driftová rychlost elektronů [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$V_T$	threshold napětí [V]
$V_{DS}$	napětí mezi drain a source [V]
$V_{GS}$	napětí mezi gate a source [V]

$V(z)$	potenciál [V]
$W$	šířka těla Hall baru [m]
$\beta$	"rozpadový" exponent
$\lambda$	vlnová délka [m]
$\mu$	pohyblivost [ $\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ]
$\mu_B$	Bohrův magneton [ $\text{JT}^{-1}$ ]
$\nu$	plnicí faktor
$\rho$	měrný odpor [ $\Omega\text{m}$ ]
$\rho_c$	měrný kontaktní odpor [ $\Omega\text{m}^2$ ]
$\sigma$	měrná vodivost [ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ]
$\sigma_d$	fotovodivost ve tmě [ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ]
$\sigma_0$	počáteční fotovodivost [ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ]
$\tau$	relaxační doba [s]
$\omega_c$	cyklotronová frekvence [ $\text{rad s}^{-1}$ ]
2D	dvoudimenzionální
2DEG	dvoudimenzionální elektronový plyn
DLTS	deep level transient spectroscopy
HEMT	high electron mobility transistor
LL	Landauova hladina
MOSFET	metal oxide semiconductor field effect transistor
MOVPE	metal organic vapor phase epitaxy
PPC	persistent photoconductivity
SchR	Schrödingerova rovnice
TLM	transfer length method
vdP	van der Pauw
EDX	energy dispersive X-ray spectroscopy

# Úvod

V současné době je křemík dominující prvek pro polovodičové technologie. Ovšem s rozvíjejícími se požadavky polovodičového průmyslu a trhu přestávají křemíkové polovodiče v některých aplikacích stačit z důvodu omezení jejich fyzikálními vlastnostmi. V odvětvích, kde se využívají například zařízení typu MOSFET (metal oxide semiconductor field effect transistor), LDMOS (laterally diffused metal oxide semiconductor), IGBT (insulated gate bipolar transistor) a tyristory je proto nutno hledat nové materiály. Velmi nadějně se jeví například karbid křemíku (SiC), který nachází uplatnění v elektrických přenosových soustavách, vysokorychlostních tratích a mnoha dalších odvětvích. Druhým slibným materiálem je nitrid gallia (GaN) a související ternární slitiny (zejména AlGaN a InGaN). Pozitivní predikce technologických firem naznačující rostoucí trh v oblastech využívajících GaN technologie jsou perspektivou ve vývoji a uplatnění těchto materiálů. Příkladem může být podzimní dokončená akvizice společnosti GaN Systems německou firmou Infineon, která se tímto krokem stala předním výrobcem GaN materiálu a na něm založených součástek. Uplatnění GaN můžeme najít kupříkladu ve vysokofrekvenčních (konkrétně v oblasti 1,8 – 2,1 GHz) a vysokovýkonných zařízeních pro radary, v bezdrátovém přenosu a komunikaci, u spínaných zdrojů, v zařízeních využívajících luminiscenci a dalších optoelektronických aplikacích. Všechny tyto možné aplikace GaN vyplývají z kombinace vlastností jako je velmi dobrá elektronová pohyblivost, široký zakázaný pás a vysoká odolnost vůči vysokým teplotám a radiaci. Důležitá je i možnost "ladit" ve velkém rozsahu šířku zakázaného pásu ternárních nitridových polovodičů, a právě proto se tímto materiálem a strukturami na něm založenými zabývá tato práce.

Pohyblivost a koncentrace elektronů v polovodičových jednoduchých vrstvách GaN i AlGaN/GaN heterostrukturách na různých typech substrátů (safiřovém a křemíkovém), vyvíjených pro budoucí elektronické součástky typu unipolárního tranzistoru, je stěžejní. Často řešenou problematikou spojenou s GaN i AlGaN/GaN jsou nežádoucí vakance, které mohou kladné vlastnosti tohoto materiálu poškodit. S tím také souvisí problematika poruch a jejich energetických hladin obecně v nitridových polovodičových materiálech, která je velmi komplexní, a do dnešní doby stále nedostatečně dobře pochopená, i přes to, že informace tohoto typu by byly pro aplikační výzkum i uplatnění velmi užitečné.

V návaznosti na předchozí práci [7], kde jsme poprvé pozorovali jev PPC (relaxující I-V charakteristiky), jsme se snažili tento proces prostudovat, pochopit jeho příčinu a nakonec jej eliminovat. Nejen že PPC je velmi nepraktická z hlediska obecné charakterizace III-V polovodičů, vzhledem k jejímu dlouhotrvajícímu narušení rovnovážného stavu, ale také v budoucnu může být překážkou pro nábojově citlivé součástky, které by byly v bezprostředním okolí širokopásmových polovodičů [28].

Další částí experimentu bylo vyvinutí technologického postupu pro výrobu přesně definovaných leptaných struktur, které mají mimo jiné sloužit jako první základní krok pro budoucí konečné

a funkční tranzistorové prvky. Cílem bylo získat struktury, u kterých je definován jejich tvar a zároveň jsou galvanicky odděleny od případných dalších motivů na stejné podložce (tzn. mesa struktury). Současně jsme usilovali o to, aby tyto struktury měly dobře definované ohmické kontakty použitelné i v nízkých (dusíkových a heliových) teplotách. Tvorba struktur pomocí optické litografie a reaktivního iontového leptání je velmi dobře známá, ale i přes to musí být přizpůsobena každému konkrétnímu materiálu a najít správný technologický postup je náročné. Vyvíjeny a testovány byly tři typy leptaných struktur:

- van der Pauw (vdP) - sloužící k měření koncentrace a pohyblivosti 2D elektronového plynu.
- TLM - sloužící k měření kvality čtyřsložkových (Ti/Al/Ti/Au) ohmických kontaktů, jejichž vlastnosti se s různou dobou leptání měnily.
- Hall bar - sloužící k měření nízkoteplotních experimentů, které umožňují přesnější charakterizaci 2D vodivého kanálu a prostudování souvisejících kvantových jevů.

Vrstevnaté nitridové struktury jsou obvykle charakterizovány běžnými transportními měřeními za pokojových a zvýšených teplot. Nicméně hlavní transportní kanál v těchto systémech má dvoudimenzionální (2D) povahu. Takový systém vykazuje kvantové chování, které se dá nejlépe zviditelnit při nízkých teplotách a v silných magnetických polích. Leptané motivy typu Hall bar jsme tedy použili ke studiu kvantování elektronových stavů ve vysokém magnetickém poli v subheliových teplotách a ukázali jsme možnosti využití těchto jevů pro charakterizaci 2D kanálu v systému určeném přípravou tranzistorů s vysokou elektronovou pohyblivostí (HEMT).

Jak zajímavé fyzikální vlastnosti nitridových systémů, tak výše uvedené aplikační možnosti a rozvíjející se komerční uplatnění byly hlavní motivací naší práce, jejímž cílem bylo zvládnutí řady aspektů přípravy GaN struktur pro laboratorní a aplikační studium i charakterizace nitridových systémů pomocí některých méně studovaných fyzikálních jevů.

# Kapitola 1

## Dvoudimenzionální elektronové systémy a jejich vlastnosti

### 1.1 Lineární transport - role dimenze a symetrie systému

Na úvod vyložíme základní přehled lineárního transportu. Systémy v takovém režimu<sup>1</sup> splňují rovnosti

$$U_\alpha = R_{\alpha\beta} I_\beta \quad I_\alpha = G_{\alpha\beta} V_\beta, \quad (1.1)$$

kde  $U_\alpha$  [V] je napětí,  $I_\beta$  [A] je proud a  $R_{\alpha,\beta}$  [ $\Omega$ ] je tenzor odporu (resp. inverzní matice k tenzoru vodivosti  $G_{\alpha\beta}$  [S], tj.  $G = 1/R$ ). Nicméně veličiny odpor a vodivost nejsou příliš vhodné pro popis parametrů charakterizující materiál vzhledem k tomu, že se jedná o extenzivní veličiny. Vhodnější je zaměřit se na intenzivní veličiny jako je například měrný odpor  $\rho_{\alpha\beta}$ , který získáme z odpovídajícího vztahu lineární odezvy mezi proudovou hustotou  $j_{\alpha,\beta}$  [ $\text{Am}^{-2}$ ] a intenzitou elektrického pole  $E_{\alpha,\beta}$  [ $\text{Vm}^{-1}$ ] nebo zvolíme měrnou vodivost  $\sigma_{\alpha\beta}$ . Pro tyto veličiny platí relace

$$E_\alpha = \rho_{\alpha\beta} j_\beta \quad j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta. \quad (1.2)$$

Nyní nás bude zajímat vztah mezi odporem a měrným odporem (resp. vodivostí a měrnou vodivostí). Uvažujeme případ homogenního izotropního materiálu. U kostky s  $d$ -dimenzemi uvažujeme stranu o délce  $L$  v nulovém magnetickém poli. Pokud podél jedné z os poteče proud  $I$ , potom se proudová hustota rovná

$$j = I \frac{L}{L^d}. \quad (1.3)$$

Dosadíme dle A.1 a dostáváme

$$R = \rho \frac{L^2}{L^d} \quad (1.4)$$

a stejně tak

$$G = \sigma \frac{L^d}{L^2}, \quad (1.5)$$

kde ve dvourozměrném případě ( $L_x \times L_y$ ) má tenzor vodivosti tvar

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

---

<sup>1</sup>Uvažujeme zde situaci, kdy délka proudučáry (délka hrany vzorku  $L$ ) je delší než délka neelastického rozptylu nosičů a tím tedy předpokládáme platnost Ohmova zákona.



Zdůrazněme, že odpor a měrný odpor se rozměrově liší. Měrný odpor je skalární fyzikální konstantou charakterizující konkrétní materiál a není přímo závislý na množství materiálu tak, jak tomu je u odporu.

Pokusíme-li se zobecnit předchozí úvahy, dostáváme pro lineární transport (tedy v případě režimu lineární odezvy) sadu rovnic

$$J_i = L_{ik} F_k, \quad (1.7)$$

kde matice  $J_i$  je zobecněný proud,  $F_k$  je zobecněná síla a člen  $L_{ik}$  rozhoduje o symetrii a antisymetrii proudové hustoty při časové reverzi pomocí Onsagerových recipročních podmínek. Ze změny orientace magnetického pole dostáváme antisymetrické nediagonální prvky tenzoru odporu (resp. vodivosti) [34], [20].

Jednoduše vyhlížející vztahy a jejich úpravy ukazují na důležitost symetrie systému a jejího možného narušení, například působením magnetického pole. Na konci teoretického popisu se v této práci dostaneme k topologickému pohledu, kde provedeme podobné úvahy z poněkud netradičního pohledu a s využitím odlišného matematického formalismu - viz příloha A.4.

## 1.2 Dvoudimenzionální elektronové stavy

Dvoudimenzionální chování je spojováno s téměř rovinnými elektronovými vlnami, například v inverzní vrstvě MOSFET struktury nebo v potenciálových jámách vzniklých na rozhraní dvou polovodičových materiálů s podobnou mřížkovou konstantou (např. GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As), tzv. kvantových jamách. Tyto kvantové jámy jsou v rovině ( $x - y$ ) makroskopické, zatímco ve směru  $z$  velmi tenké. Stavy v kvantové jámě jsou charakteristické vázanými stavy popsány kvantovými hladinami, které v následující sekci popisujeme pomocí diferenciálních rovnic a elektronových vlnových funkcí.

Pohyb elektronů v rovině ( $x - y$ ) v 2D systému koresponduje s pohybem v objemovém materiálu, je tedy možné vycházet z jednoelektronové aproximace a teoremu efektivní hmotnosti, díky kterému lze zohlednit efekt periodického potenciálu

$$\frac{1}{m_{ij}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\mathbf{k})}{\partial k_i \partial k_j}. \quad (1.8)$$

Potenciál  $V(z)$  se mění pouze ve směru osy  $z$ . Zároveň se elektrony pohybují volně pouze v rovině ( $x - y$ ). Schrödingerovu rovnici (SchR) lze rozdělit na pohyb elektronů ve směru  $z$  a rovině ( $x - y$ ), čemuž odpovídá stacionární rovnice

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla_{xy}^2 - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) \right] |\Psi(\mathbf{r})\rangle = E |\Psi(\mathbf{r})\rangle. \quad (1.9)$$

SchR v této formě řeší vlnová funkce ve tvaru

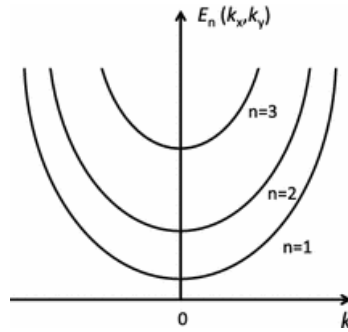
$$\Psi_{n,k_x,k_y} = e^{ik_x x} e^{ik_y y} \psi(z). \quad (1.10)$$

Po dosazení předchozí vlnové funkce do SchR dostáváme rovnici pro energii jednotlivých podpásů

$$E_n(k_x, k_y) = E_{n,z} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} = E_{n,z} + \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} = E_{n,z} + E_{\perp}, \quad (1.11)$$

kde  $n$  je index pro daný podpás ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots \in \mathbb{Z}$ ). Efektivní hmotnosti  $m_x$  a  $m_y$  jsou definovány z objemového tenzoru hmotnosti. Člen  $E_{n,z}$  označuje diskrétní energetické hladiny a

lze ho získat výpočtem SchR ve směru  $z$  a Poissonovy rovnice definující potenciál  $V(z)$ . Jedná se o popis dvourozměrného elektronového chování (a kvantování energie elektronů) díky omezení pohybu elektronů v jednom směru. Zůstává dvourozměrný vlnový vektor  $\mathbf{k}$ . Vykreslíme-li si energii dle rovnice 1.11, dostáváme následující obrázek 1.1. V bodech  $E_n(k_x, k_y) = 0$  je hodnota energie rovna energii kvantové jámy  $E_n$  pro všechna  $n$  [8].



Obrázek 1.1: Podpásky pro 2DEG [8]

## 1.3 2DEG v magnetickém poli

### 1.3.1 Klasický popis

Před popisem chování polovodičových struktur v silných magnetických polích a souvisejících kvantových jevů je vhodné v krátkosti shrnout klasické rovnice pro pohyb elektronu při aplikaci magnetického a elektrického pole [10].

- Aplikace magnetického pole na elektron ve vakuu (ve směru  $z$ ):

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -e \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} \quad \dot{\mathbf{r}} = (\dot{x}, \dot{y}, 0). \quad (1.12)$$

Vznikají dvě pohybové rovnice pro pohyb elektronů v rovině  $(x - y)$

$$m\ddot{x} = -eB\dot{y} \quad m\ddot{y} = eB\dot{x}, \quad (1.13)$$

které mají řešení

$$x(t) = Y - P \sin(\omega_B t + \phi) \quad y(t) = Y + P \cos(\omega_B t + \phi). \quad (1.14)$$

Řešení představuje kružnici (tj. pohyb, který konají elektrony pod vlivem magnetického pole), kde  $P$  [m] je poloměr kružnice a  $X, Y$  jsou její souřadnice. Cyklotronová frekvence

$$\omega_B = \frac{eB}{m} \quad (1.15)$$

udává úhlovou frekvenci elektronu obíhajícího po této kružnici [8].

- Aplikace elektrického a magnetického pole na polovodič:

Aplikaci pole magnetického i elektrického (ve směru  $x$ ) popisuje nejjednodušší možná pohybová rovnice pro transport (Drudeho model)

$$m^* \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -e \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} - e \mathbf{E} - \frac{m^* \dot{\mathbf{r}}}{\tau}, \quad (1.16)$$

kde veličina  $m^*$  značí efektivní hmotnost, která platí pro elektrony v polovodiči [34]. Do rovnice přibyl člen, v němž vystupuje hybnost elektronu a rozptylový čas  $\tau$  [s]. Tento člen v podstatě popisuje změnu hybnosti během srážkového procesu. Při uvážení ustáleného stavu systému (tj.  $d\dot{\mathbf{r}}/dt = 0$ ), vyjádření rychlosti elektronu ze vztahu pro proudovou hustotu<sup>2</sup> a úpravách pohybové rovnice dostáváme Ohmův zákon, který jsme uváděli dříve (1.2), jen v trochu jiné formě

$$\mathbf{j} = \frac{e^2 n \tau}{m^*} \begin{pmatrix} 1 & \omega_B \tau \\ -\omega_B \tau & 1 \end{pmatrix}^{-1} \mathbf{E}. \quad (1.17)$$

Konstanta úměrnosti (vodivost) se skládá ze dvou členů, přičemž první člen  $e^2 n \tau / m$  se dá považovat za podélnou vodivost (tj.  $\sigma_{xx}$ ), kterou naměříme i bez magnetického pole. Veličina  $n$ , která se vyskytuje v čitateli, je hustota vodivostních elektronů<sup>3</sup>. Člen druhý, kde se vyskytuje cyklotronová frekvence, je už daleko zajímavější. Je nutné ho uvažovat při aplikaci magnetického pole, protože nediagonální prvky matice jsou zodpovědné za Hallův jev [34]. Vodivost se tedy dá vyjádřit ve tvaru

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m^*} \frac{1}{1 + \omega_B^2 \tau^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_B \tau \\ \omega_B \tau & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

kde platí rotační invariance  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ . Zároveň platí inverzní vztah  $\sigma = 1/\rho$ .

V rovnici 1.17 vystupuje cyklotronová frekvence  $\omega_B$  a rozptylový čas  $\tau$ . Tyto dvě veličiny umožňují rozlišit dvě následující limity:

- $\omega_B \tau \gg 1$       limita silných magnetických polí
- $\omega_B \tau \ll 1$       limita slabých magnetických polí<sup>4</sup>.

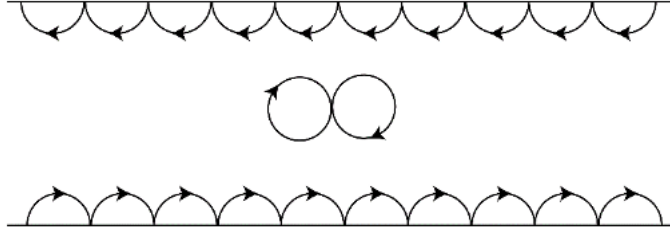
Uvedené limity jsou stěžejní pro rozdělení Hallova jevu na klasický a kvantový [8]. Vzhledem k velkému poloměru (malé hodnotě cyklotronové frekvence) u slabých magnetických polí nikdy pohyb elektronu nedokončí celou kružnici a dojde pouze ke stočení jeho směru k hraně vzorku. Elektrony se tedy hromadí na jedné straně polovodiče. Vzniká tím spád napětí ve směru kolmém na aplikované elektrické pole, který je možné měřit a který je nazýván Hallovým polem.

Magnetické pole splňující limitu silných polí způsobí, že elektrony budou opisovat celé kružnice a to s velmi malým poloměrem. V takovém případě se elektronové momenty uvnitř vzorku vyruší a zbydou pouze hranové stavy, jak lze vidět na obrázku 1.2. V důsledku toho se proud ve vzorku šíří pouze po hranách (tj. v jednodimenzionálním vodivém kanálu). Tento jev lze považovat za základní ideu celočíselného kvantového Hallova jevu (IQHE). Lokalizované stavy elektronů jsou znázorněny uzavřenými kružnicemi. Nedokončené kružnice znázorňující vodivý kanál představují nelokalizované stavy.

<sup>2</sup> $\mathbf{j} = -env$

<sup>3</sup>Hustotu vodivostních elektronů určíme ze vztahu  $n = \int D_C(E) f_n(E - \mu) dE$ , kde  $D_C(E)$  je hustota stavů ve vodivostním pásu a  $f_n$  je Fermi-Diracovo rozdělení.

<sup>4</sup>V celé této kapitole je uvažované magnetické pole vždy kolmé na rovinu rozhraní.



Obrázek 1.2: Hranové stavy

Na tento konstrukt se dá také pohlížet z trochu jiného pohledu, uvědomíme-li si, že elektrony jsou uvnitř každého vzorku drženy potenciálem, který je dán hranou vzorku. Aby došlo k excitaci elektronu z nižší energetické hladiny do vyšší, je zapotřebí větší energie<sup>5</sup> než tomu je na hranách vzorku, kde sousedí zaplněné stavy s prázdnými (v okolí Fermiho energie) a excitace do vyšší energetické hladiny jde snáze [10].

V následujících podkapitolách se budeme zabývat 2D elektrony v silných magnetických polích z hlediska kvantové mechaniky a zavedeme pojem hustoty stavů elektronů v magnetickém poli. To nám umožní zkompletovat fenomenologický popis chování ve 2D polovodičových systémech v silných magnetických polích a následně jej konfrontovat s popisem topologickým.

### 1.3.2 Elektron v 2DEG v silném magnetickém poli

Působením vnějšího magnetického pole kolmo na 2D systém (elektronový plyn) se elektrony začnou pohybovat v rovině 2D systému po cyklotronových orbitách, které jsou z pohledu kvantové mechaniky kvantovány. Kvantování začíná dominovat, pokud elektrony (v klasickém pohledu) opisují úplné kruhové dráhy - pak hovoříme, jak uvedeno výše, o tzv. limitě silného magnetického pole. Chceme-li získat hodnoty energetických hladin, musíme vyřešit SchR. Uvažujeme 2D elektronový systém, na který necháme působit vnější magnetické pole, to znamená, že do SchR je vhodné zavést vektorový elektromagnetický potenciál  $\mathbf{A}$ . Námí uvažovaný 2D systém je takový, kde se elektrony mohou volně pohybovat v rovině  $(x - y)$ , ale jsou omezeny ve směru působení magnetického pole  $\mathbf{B}$  (tj. ve směru  $z$ ).

Víme, že

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (1.19)$$

kde přepis pomocí vektorového potenciálu  $\mathbf{A}$  má následující tvar

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}. \quad (1.20)$$

SchR pro volný pohyb elektronu má tvar

$$\left\{ \frac{1}{2m^*} [(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2] + V(z) \right\} |\psi\rangle = E |\psi\rangle, \quad (1.21)$$

kde  $E$  je celková energie systému a  $\mathbf{p}$  je kanonická hybnost. Tuto rovnici lze rozdělit na rovnice dvě, vzhledem k tomu, že vnější magnetické pole  $\mathbf{B}$  ovlivňuje pohyb pouze podél os  $x$  a  $y$ . Celková energie je tedy součtem dvou příspěvků  $E = E_z + E_{xy}$ . Nyní napíšeme první rovnici, která koresponduje s osou  $z$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) \right] |\Omega(z)\rangle = E_z |\Omega(z)\rangle. \quad (1.22)$$

<sup>5</sup>Všechny zaplněné pásy pod vodivostním pásem nepřispívají k proudu.

Potenciál  $V(z)$  pro zjednodušení uvažujeme jako nekonečnou hlubokou potenciálovou jámu. Hodnoty energie ve směru osy  $z$  jsou

$$E_z = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L_z^2} n_z^2, \quad (1.23)$$

kde  $n_z = 1, 2, 3, \dots$  je celé číslo [49]. Korespondující rovnice pro pohyb elektronu ve rovině  $(x - y)$  je popsána Hamiltoniánem

$$H = \frac{1}{2m^*} \left[ \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + e\mathbf{A} \right)^2 + \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} + e\mathbf{A} \right)^2 \right]. \quad (1.24)$$

Souřadnice posuneme do středu cyklotronového pohybu  $(X, Y)$ .

$$X = x - \xi, \quad Y = y - \eta, \quad (1.25)$$

kde

$$\xi = \frac{1}{eB} E_{k_y}, \quad \eta = -\frac{1}{eB} E_{k_x}. \quad (1.26)$$

Přešli jsme k novým koordinačním souřadnicím  $(\xi, \eta)$ , které reprezentují cyklotronový pohyb s cyklotronovou frekvencí

$$\omega_B = \frac{eB}{m}. \quad (1.27)$$

Hamiltonián v nových souřadnicích má tvar

$$H = \frac{\hbar \omega_B}{2l_0^2} (\xi^2 + \eta^2). \quad (1.28)$$

Vlastní energie rovnice 1.28 jsou diskrétní Landauovy hladiny (LL)

$$E_{xy} = E_{n_x} = \left( n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_B, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.29)$$

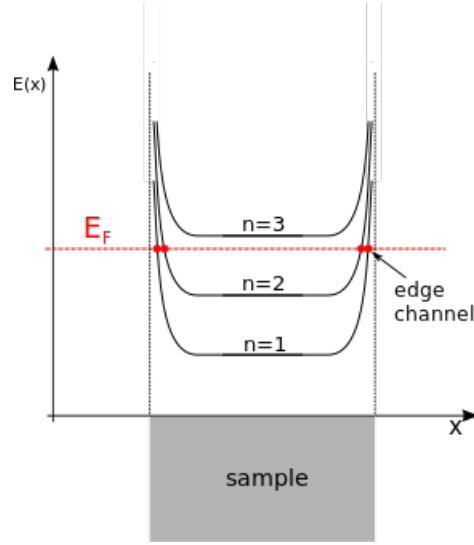
V rovnici 1.28 jsme též zavedli magnetickou délku  $l_0$ , která odráží novou délkovou škálu způsobenou kvantováním v magnetickém poli

$$l_0 = \left( \frac{\hbar}{eB} \right)^{1/2}. \quad (1.30)$$

Tato veličina představuje poloměr orbity, se kterou se pohybuje elektron v nejnižší LL. Nové koordinační souřadnice splňují komutační relace

$$[\xi, \eta] = -il_0^2. \quad (1.31)$$

Považujeme za důležité odvození LL zdůraznit, protože celým tímto postupem jsme dokázali první zásadní poznatek: silné magnetické pole aplikované na 2D systém způsobí diskretizaci energetických hladin a jak zjistíme v navazujícím teoretickém výkladu, to má zásadní vliv na hustotu stavů elektronů a z toho vycházející pozorované vlastnosti těchto systémů. V příloze (A.2) je rozvinuta teorie k degeneraci LL (tj. počet přípustných hodnot pro  $k_y$ ) a průběh vzniklých parabolických potenciálů [20].



Obrázek 1.3: LL modifikované hranovým potenciálem [47]

### 1.3.3 Hustota stavů

Počet dostupných stavů, které může elektron s určitou energií obsadit, je definován hustotou stavů  $D(E)$  (Density of States - DOS), kterou lze experimentálně určit z termodynamických veličin jako je magnetizace, elektronová tepelná kapacita nebo z analýzy tvaru Hallovskeho plata. Z odvození A.17 dostáváme, že v nulovém magnetickém poli je hustota stavů pro 2DEG nezávislá na energii

$$D_{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2}. \quad (1.32)$$

Aplikací magnetického pole elektrony začnou konat pohyb po kružnicích s cyklotronovou frekvencí  $\omega_B$ , která je úměrná magnetickému poli ( $\omega_B \sim B$ ). Hustota stavů se změní na sérii Diracových  $\delta$ -funkcí, jejichž pozice odpovídají LL s diskretní energií (viz 1.29 a obrázek 1.4)

$$E_{xy} = \hbar \omega_B \left( n_x + \frac{1}{2} \right). \quad (1.33)$$

Energie LL je kvantována v důsledku kvantování cyklotronového pohybu  $\omega_B$ . Při uvažování konečné teploty a vlivu rozptylových mechanismů dojde k rozšíření Diracových  $\delta$ -funkcí a ty získají Lorentzův tvar, jak je zobrazeno na obrázku 1.5.

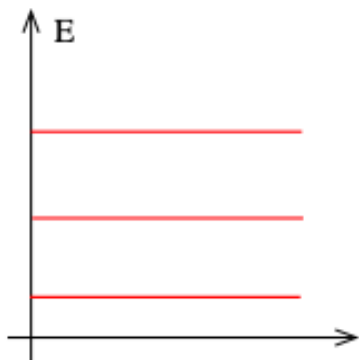
Počet stavů  $D_B$  na každé LL lze získat z poměru celkového magnetického toku, který projde vzorkem, a magnetickým tokem prošlým jedním stavem

$$D_B = \frac{1}{2} \hbar \omega_B \frac{m^*}{\pi \hbar^2}. \quad (1.34)$$

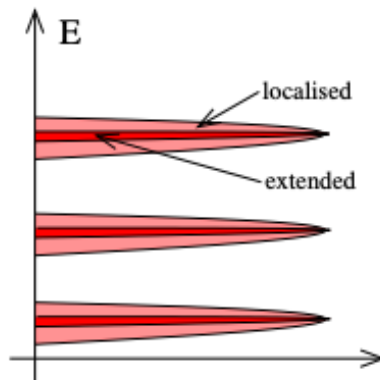
Elektrony jsou fermiony, a proto každému dostupnému stavu v LL odpovídají dva elektrony s opačným spinem. V silných magnetických polích dochází k rozdělení energie na dvě hladiny a vyrovnání spinu s magnetickým polem. Tento jev se nazývá spinové rozštěpení a dá se vyjádřit

$$\Delta E = \pm \frac{1}{2} g \mu_B B, \quad (1.35)$$

kde znaménko + je spojeno se spinem paralelním s magnetickým polem,  $g$  je Landého faktor a  $\mu_B$  je Bohrov magneton. Jinými slovy spinové rozštěpení znamená, že hustota stavů na každé



Obrázek 1.4: Hustota elektronových stavů  $D(E)$  bez vlivu neuspořádaností [52]



Obrázek 1.5:  $D(E)$  s efektem neuspořádaností [52]

hladině je poloviční. Je dobré si uvědomit, že čím větší je aplikované magnetické pole, tím dochází k většímu energetickému rozštěpení hladin, většímu zúžení píků a tím k větší kapacitě LL, jak naznačuje následující přiblížení

$$B \sim \Delta E \sim D_B. \quad (1.36)$$

Tímto se dostáváme k jedné z nejvýznamnějších definic, která je velmi praktická pro limitu silných magnetických polí. Definujeme tzv. plnicí faktor (filling factor)  $\nu$

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = 2\pi l_0^2 n, \quad (1.37)$$

kde  $n_{2D}$  [ $\text{m}^{-2}$ ] je koncentrace elektronů ve 2D systému a  $n_B$  označuje degeneraci, tj. hustotu stavů LL. Definice plnicího faktoru vyjadřuje jejich vzájemný poměr. Přímá interpretace této definice vyjadřuje počet plných (obsazených) LL, který se se zvyšujícím aplikovaným magnetickým polem zmenšuje v důsledku zvýšení kapacity jednotlivých LL [20].

### 1.3.4 Celočíslný kvantový Hallův jev - fenomenologický popis

Budeme-li se nyní tedy zajímat o vodivost 2D systému při působení kolmého magnetického pole, můžeme k tomu s výhodou využít plnicí faktor.

- Uvažujeme-li, že plnicí faktor  $\nu$  je celé číslo, Fermiho energie leží mezi LL a všechny stavy pod Fermiho energií jsou zaplněné a nejsou k dispozici žádné volné stavy. To znamená, že v tento moment je podélná měrná vodivost nulová a tím je tedy nulový i podélný měrný odpor<sup>6</sup>. Máme tedy případ, kdy

$$\sigma_{xx} = \rho_{xx} = 0, \quad (1.38)$$

a zároveň  $\rho_{xy}$  nabývá konečné hodnoty ( $\det \rho \neq 0$ ).

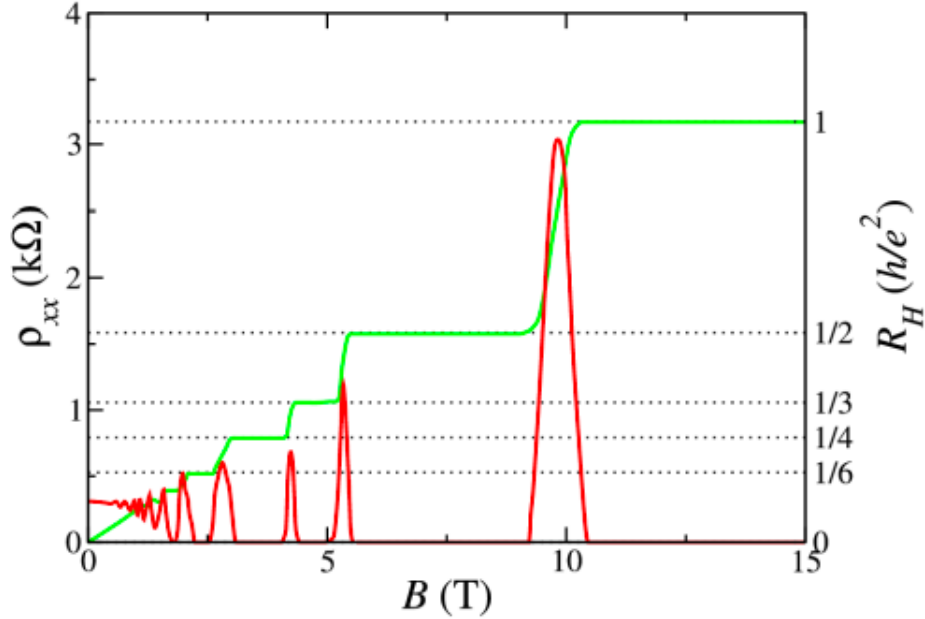
- Budeme-li uvažovat druhý případ, kdy plnicí faktor není celočíslný, Fermiho energie bude ležet buď přímo ve vrcholu píku distribuce  $D(E)$  některé z LL nebo v jeho blízkosti a podélná měrná vodivost  $\sigma_{xx}$  nabývá svého maxima.

<sup>6</sup>V této úvaze musí být magnetické pole dostatečně silné, aby zde nedocházelo k překryvu LL. Pokud by pole dostatečně silné nebylo, existovaly by zde volné stavy pro elektrony a měrná vodivost by byla téměř nulová.

Přepíšeme výraz 1.6 a dostáváme

$$\sigma = \frac{1}{\det \rho} \begin{pmatrix} \rho_{yy} & -\rho_{xy} \\ -\rho_{yx} & \rho_{xx} \end{pmatrix}, \quad (1.39)$$

kde jsme využili vztahu  $\sigma = 1/\rho$ .



Obrázek 1.6: IQHE [34]

Tyto poznatky jsou velmi důležité a jsou zachyceny na obrázku 1.6. O poloze maximálních a minimálních hodnot podélné měrné vodivosti rozhoduje velikost magnetického pole. Střídání těchto minim a maxim nazýváme Shubnikovovy-de Haasovy oscilace [10]. Uvedený obrázek, získaný v mnoha experimentech na různých 2D elektronových systémech, zároveň ilustruje, že klasický a kvantový Hallův jev mohou koexistovat ve stejném systému a o tom, který z nich je pozorován, rozhoduje pouze velikost magnetického pole. Lineární náběh při malé velikosti magnetického pole je snadno měřitelný klasický Hallův jev (limita slabých magnetických polí). S přibývajícím velikostí magnetického pole se Shubnikovovy-de Haasovy oscilace stávají výraznější (výška píků se stále zvětšuje) v důsledku zvyšující se  $D(E)$ , neboli zvětšuje se počet nosičů přispívajících k podélné i příčné měrné vodivosti (resp. měrnému odporu).

Velmi jasně lze z obrázku 1.6 vyčíst Hallůvská plata, která naprosto přesně vystihují nikdy se neměnicí kvantování nediagonálních prvků matice vodivosti (resp. odporu), a to s přesností až  $10^{-8}$ , čehož se využívá v metrologii [10], [20]. Tato přesnost je dána základními konstantami násobenými (resp. dělenými) celým číslem, které odpovídá plnicímu faktoru, jak jde vidět v rovnosti

$$\rho_{xy} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{\nu}. \quad (1.40)$$



### 1.3.5 Topologický pohled na IQHE

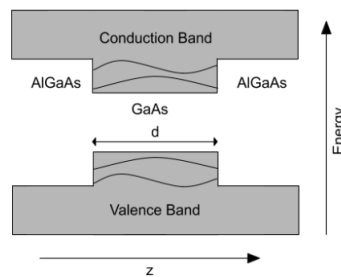
Předchozí kapitoly se zabývaly popisem kvantování vodivosti na základě experimentálních výsledků a fyzikálních úvah. Kromě tohoto přístupu bychom chtěli upozornit na další možné zobecnění, které má ambici popsat skutečnou podstatu existence kvantování vodivosti, konkrétně na topologický přístup.

V této práci se zabýváme zkoumáním heterostruktur AlGaAs/GaN; na rozhraní těchto dvou materiálů vzniká elektronový 2D systém. Tento systém by měl být v optimálním případě nezávislý na různých poruchách v samotném materiálu. A jak jsme se přesvědčili v předchozích kapitolách, pokud 2D systém vystavíme silnému magnetickému poli kolmému na rovinu rozhraní, dochází ke kvantování vodivosti, které lze spojit s topologickými invarianty. Hypoteticky se dá toto rozhraní považovat za topologický izolátor a mělo by být možné popsat fyzikální vlastnosti tohoto systému pomocí Berryho křivosti a Chernova čísla. Další detaily topologického pohledu na IQHE uvádíme v příloze A.4, zejména se v ní pokoušíme ukázat, že Hallovska měrná vodivost 2DEG souvisí s topologickou vlastností vlnové funkce a je dána fundamentální konstantou  $e^2/h$  násobenou celým číslem.

## 1.4 Realizace 2D systémů v polovodičových strukturách

### Kvantová jáma a supermřížky

Kvantová jáma vzniká obvykle epitaxním růstem dvou různých materiálů spojených buď jedním tzv. heterorozhraním nebo uspořádaných do symetrické (sendvičové) struktury s materiály s rozdílnou šířkou zakázaných páسů  $E_g$  (viz obrázek 1.7). Tím vzniká potenciálová jáma s diskretními energetickými hladinami, jak již bylo zmíněno v kapitole 1.2. Ovšem aby ke kvantování energie a vzniků podpásů došlo, je nutné, aby šířka kvantové jámy byla menší nebo srovnatelná s de Broglieho vlnovou délkou elektronů (tj. byla široká v řádu nm). Elektronové stavy v těchto jámách je možné různě měnit geometrickou či materiálovou modulací, což např. znamená, že změnou šířky jámy lze přesně kontrolovat dovolené elektronové hladiny a s nimi spojené optické přechody.



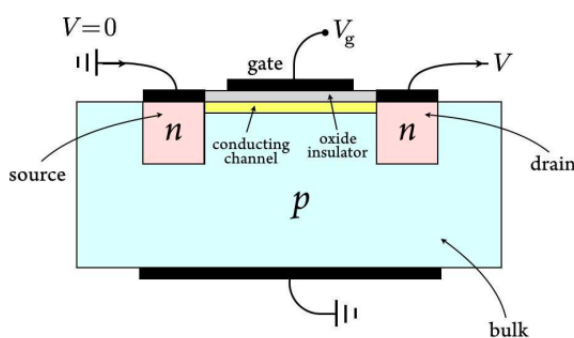
Obrázek 1.7: Pásová struktura kvantové jámy [43]

Supermřížku definujeme jako spojení dvou různých polovodičů, kdy se periodičita struktury mnohokrát opakuje (třeba až  $1000\times$ ), a tím vzniká periodická řada kvantových jam. Pro supermřížky je důležitá malá tloušťka vrstev<sup>7</sup>, aby pro elektrony bylo tunelování skrz bariéry oddělující sousední aktivující vrstvy co nejsnazší [8].

<sup>7</sup>Nejsou-li bariéry dostatečně tenké, nedochází k tunelování a tím nedochází k párování vlnových funkcí. Struktury takového typu nazýváme vícenásobné kvantové jámy (MQW).

## MOSFET

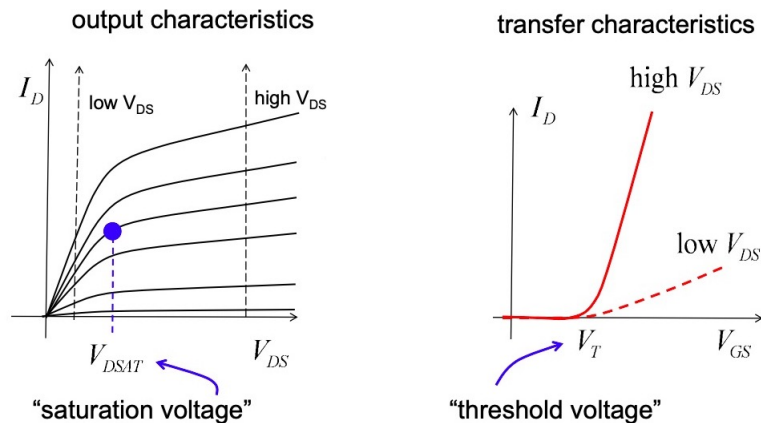
Základním principem, na kterém MOSFET (metal oxide semiconductor field effect transistor) funguje, je změna koncentrace a typu volných nosičů náboje pomocí napětí přiváděného na elektrodu v blízkosti proudového kanálu (tzv. hradla, gate) a tím řízení proudu procházejícího kanálem. V případě našeho experimentu zamýšlíme využívat stejného principu, ovšem naším cílem bude vlastně opačný případ, kdy přiváděným napětím dojde k částečnému ochuzení vodivého kanálu. Pokusíme se proto popsat princip fungování MOSFET struktury a způsob, jak tento princip umožní ochuzení vodivého kanálu u trochu jiného typu tranzistoru, kterým je HEMT (high electron mobility transistor). Společná vlastnost pro oba typy tranzistorů je, že jsou ovládány vnějším elektrickým polem (FET - field effect transistor) [20].



Obrázek 1.8: Schéma MOSFET [2]

MOSFET je 3-terminálové zařízení, které je řízené elektrickým polem procházejícím skrz dielektrikum. Nejtypičtější MOSFET strukturou je křemíkový polovodič, s dielektrikem z oxidu křemíku ( $\text{SiO}_2$ ), jejíž příklad je na obrázku 1.8. Je zde ukázán n-kanálový tranzistor (nebo také n-MOSFET), ve kterém je tok proudu mezi elektrodami source (S) a drain (D) kontrolován pomocí napětí přiváděného na gate (G). Znamená to, že bez dostatečně vysoké hodnoty přiváděného napětí  $V_T$  (threshold voltage) je kanál v tranzistoru uzavřený a nedochází k toku elektrického proudu, což lze ostatně vidět z přenosové (transfer) charakteristiky na obrázku 1.9. Existují tedy dvě různé I-V charakteristiky, které jsou nejcennějším zdrojem informací pro inženýrské účely a to:

- výstupní (output) charakteristika  $I_D(V_{DS})$  při fixovaném  $V_{GS}$
- přenosová (transfer) charakteristika  $I_D(V_{GS})$  při fixovaném  $V_{DS}$ .



Obrázek 1.9: MOSFET charakteristiky [36]

Tyto I-V charakteristiky jsou již výsledkem měření struktury, ale aby bylo možné pochopit podstatu fungování MOSFET, je nezbytné popsat, jak vypadá jeho pásová struktura a co se s ní stane při aplikaci napětí.

- V prvním případě budeme uvažovat MOSFET s nulovým přiloženým napětím.

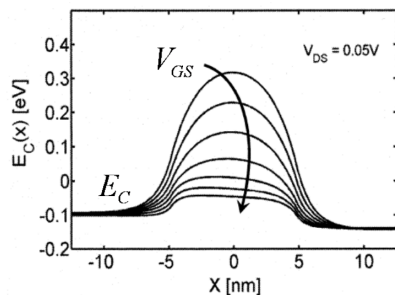
V případě uvedeného schématu 1.8 elektrody source i drain jsou n-typové a platí pro ně nerovnost  $E_F > E_i$ , zatímco kanál je p-typový (vzhledem k p-typovému polovodiči) a pro ten naopak platí  $E_F < E_i$ . Vytvořením této MOSFET struktury vznikne po vyrovnání Fermiho energie energetická bariéra (p-n přechod) přesně v oblasti kanálu, která drží elektrony v oblasti source i drain a ty tuto bariéru nemohou překonat.

- Tranzistor kontrolovaný napětím na elektrodách

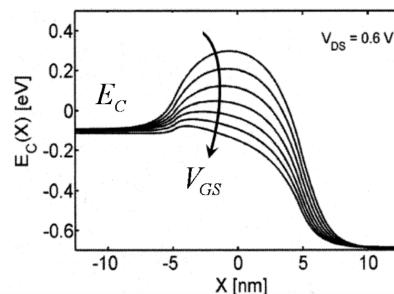
Přiváděním kladného napětí na gate dochází ke zvyšování energie elektronů a snižuje se energetická bariéra vzniklá ohybem pásů v kanálové vrstvě. Zároveň se snižuje koncentrace děr v oblasti pod gate, až dojde ke vzniku inverzní n-typové vrstvy. Koncentrace elektronů v ní se s rostoucím napětím na gate stále zvyšuje. Tím elektrony mohou snadno proudit jak z elektrody source tak i drain. Aby docházelo k toku proudu je nutné vytvořit napěťový spád. Na drain se aplikuje dostatečně vysoké napětí, čímž dojde v drain k poklesu  $E_F$  i  $E_C$ , vznikne elektrický potenciálový rozdíl a dochází k toku proudu v kanálu. Celá situace je zobrazena na obrázku 1.10 a 1.11. Princip fungování MOSFET tranzistorů se dá snadno popsat jako manipulace s potenciální energetickou bariérou pomocí napětí přiváděného na jednotlivé terminály. Každá jedna křivka v output charakteristice 1.9 odpovídá jedné konstantní hodnotě přiloženého napětí na gate (nejnižší křivka pro nejnižší hodnotu  $V_G$  a nejvyšší křivka pro nejvyšší hodnotu  $V_G$ ).

## HEMT

Spojením dvou polovodičových materiálů s různou šířkou zakázaného pásu vzniká na jejich rozhraní kvantová jáma. Vzniká například na heteropřechodu Si/SiO<sub>2</sub>, GaAs/AlGaAs, GaN/AlGaIn a tvoří základní součást tranzistorových struktur s vysoce pohyblivými elektrony (high electron mobility transistor - HEMT) [10]. Dvourozměrný elektronový plyn (2DEG) se obvykle vytváří dopováním kvantové jámy nebo lépe bariérové vrstvy mimo samotnou kvantovou jámu donorovými příměsemi (remote doping). Alternativu typickou pro nitridové heterostruktury zmíníme v části



Obrázek 1.10: Nulové nebo velmi malé napětí mezi S a D, snížení bariéry napětím  $V_G$ . Tato situace odpovídá lineárnímu režimu v output charakteristice [36].



Obrázek 1.11: Aplikace napětí  $V_G$  a  $V_{DS}$ . Tato situace odpovídá režimu saturace v output charakteristice [36].

1.4.2. Elektronové vlastnosti 2DEG v HEMT strukturách jsou ovlivněny kvalitou heterorozhraní, konkrétně rozptyl elektronů v blízkosti rozhraní se může zvyšovat kvůli jeho nerovnosti, přítomnosti nabitých příměsí a dislokací, nebo slitinové neuspořádanosti. Charakteristický rozměr vymezující 2DEG je typicky srovnatelný s vlnovou délkou elektronu na Fermiho hladině.

HEMT tranzistory jsou zpravidla založené na polovodičích ze skupiny III-V a principiálně fungují hodně podobně jako MOSFET s tím, že v nich, působením napětí na gate elektrodu, nedochází k tvorbě inverzní vrstvy, ale pouze se mění koncentrace nosičů v elektronovém (případně děrovém) kanálu.

Nicméně i v současné době je velmi náročné vyrobit na tyto polovodiče izolátor, který by měl dostatečně kvalitní izolační vrstvu. Vyvinuly se tedy tranzistory typu MESFET (metal semiconductor field effect transistor), kde na přechodu mezi kovem a polovodičem vzniká Schottkyho bariéra neboli Schottkyho kontakt a ta slouží jako gate. Ovšem absence izolační vrstvy a pouhé nanesení kovu dává limit pro aplikované napětí  $V_G$ .

Gate elektroda slouží k ovládání koncentrace ve 2DEG a podle toho rozlišujeme dva typy MESFET:

- Depletion mode (d-mode):

Technologicky nejjednodušší příprava HEMT je v tzv. d-mode, kdy je tranzistor otevřený (tj. v on-režimu) a vede elektrony mezi source a drain, které fungují jako ohmické kontakty. Přivedením záporného napětí na gate (Schottkyho kontakt) dochází k vyprázdnění vodivého kanálu v důsledku zvýšení energetické bariéry na přechodu mezi kovem a polovodičem. Tímto způsobem funguje spínací efekt, kdy se tranzistor z režimu on přepne do off-režimu. Takto sestrojený tranzistor prozatím nenachází samostatné využití ve vysokovýkonových aplikacích, ale je to předstupeň pro druhý typ tranzistorů, který je technologicky pokročilejší a složitější.

- Enhancement mode (e-mode):

Tento typ HEMT je bez aplikovaného vnějšího pozitivního napětí na gate ve vypnutém stavu (off-režimu). V případě HEMT struktury složené z AlGaIn/GaN se na horní vrstvu AlGaIn umístí p-typová vrstva GaN, která společně s naneseným kovem slouží jako gate elektroda. Jedná se o alternativu MOSFET s tím zásadním rozdílem, že spínací efekt funguje mnohem rychleji a dosahuje se vyššího výkonu s nižším napětím na gate [58].

### 1.4.1 Kontakty na polovodičové struktury

Kovové kontakty jsou součástí elektronických prvků, jejichž dominantní vlastnost je vysoká elektrická vodivost. Hlavní funkce kovových kontaktů je transport náboje mezi jednotlivými prvky, případně injekce nebo extrakce nositelů náboje do nebo z jednotlivých prvků. Vlastnosti rozhraní mezi kovem a polovodičem je determinováno energetickou bariérou, která vzniká vzájemným rozdílem energetických hladin. Rozlišují se dva typy kovových kontaktů a to usměrňující (Schottkyho) a neusměrňující (ohmické) [50], [54].

#### Ohmický kontakt

Určující vlastností ohmického kontaktu je jeho čistě resistivní charakter a jeho impedance je ve srovnání s impedancí aktivního prvku zanedbatelná [50], tj. lineární průběh I-V charakteristiky s co nejnižším měrným kontaktním odporem  $\rho_c$  [ $\Omega\text{cm}^2$ ], což je hodnota odporu mezi kovem a polovodičem, která určuje jeho elektrické vlastnosti, a který je definován jako

$$\rho_c = \left( \frac{\partial j}{\partial V} \right)_{V=0}^{-1} \quad (1.41)$$

nebo alternativně

$$\rho_c = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} R_c \Delta S, \quad (1.42)$$

kde  $R_c$  [ $\Omega$ ] je celkový odpor kontaktů a  $\Delta S$  je kontaktní plocha [13].

Pro dosažení ohmického kontaktu na n-typovém polovodiči je zapotřebí aplikovat kov s výrazně nižší výstupní prací než je hodnota Fermiho energie v polovodiči. Po spojení kovu a polovodiče se v polovodiči vyrovnává Fermiho energie a dochází k ohybu energetických hladin. Tím v blízkosti rozhraní vzniká akumuláční oblast s elektrony, pro které je snadné přecházet z polovodiče do kovu. Obecně lze tedy napsat, že ohmický kontakt musí splňovat následující podmínky:

- pro n-typový polovodič:  $E_F(K) < E_F(P)$
- pro p-typový polovodič:  $E_F(K) > E_F(P)$ ,

kde  $E_F(K)$  je Fermiho energie kovu a  $E_F(P)$  je Fermiho energie polovodiče [13]. Pro p-typový polovodič tedy platí uvedená podmínka (výstupní práce kovu musí být výrazně vyšší než Fermiho energie polovodiče) a v polovodiči v blízkosti rozhraní naopak dochází k akumulaci děr. Vzhledem k záporné efektivní hmotnosti děr se díry v pásmovém diagramu při minimalizaci jejich energie pohybují směrem nahoru.

#### Schottkyho kontakt

Schottkyho kontakt lze získat nanesením kovu, který splňuje tyto podmínky:

- pro n-typový polovodič:  $E_F(K) > E_F(P)$
- pro p-typový polovodič:  $E_F(K) < E_F(P)$ .

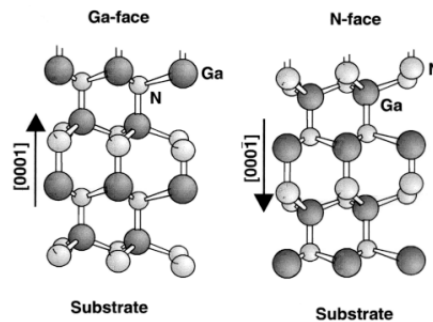
V případě n-typového polovodiče bude u Schottkyho kontaktu ohyb pásů opačný oproti ohmickému kontaktu a tím se elektrony přesouvají z oblasti u rozhraní do objemu polovodiče ve snaze minimalizovat svou energii. V oblasti rozhraní vzniká ochuzená oblast, která má vyšší odpor (jedná se o analogii s PN přechodem nebo také s deskovým kondenzátorem, kde ochuzená oblast

funguje jako dielektrikum). Ohyb energetických pásů směrem dolů také zapříčiní vznik energetické bariéry, která elektronům brání v přechodu z polovodiče do kovu. Jedná se o stav termodynamické rovnováhy, kdy elektrony mohou tuto energetickou bariéru překonávat jen pomocí termoemise.

Aplikací vnějšího kladného napětí na kov se zvedne Fermiho energie, Schottkyho bariéra se sníží a přechod se dostává do propustného režimu. V opačném případě bariéra vzroste a přechod nazýváme závěrným [45], [25].

### 1.4.2 Polovodičové heterostruktury na bázi nitridů

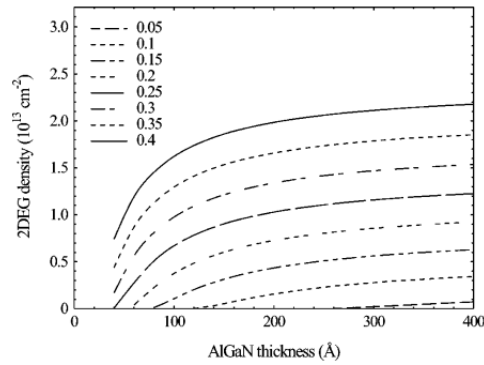
Wurtzitová galium nitridová vrstva nebo struktura může mít dvě orientace (Ga-face, N-face), jak je ukázáno na obrázku 1.12. Při výrobě výkonových zařízení se preferuje orientace Ga-face z důvodu jednoduššího růstového procesu. Wurtzitová struktura, kterou tvoří atomy Ga a N, má významný rozdíl v elektronegativitách (N: 3,04; Ga: 1,81), což indukuje výrazný spontánní polarizační efekt [1].



Obrázek 1.12: Schématický náčrt wurtzitové krystalové struktury pro Ga-face a N-face [1].

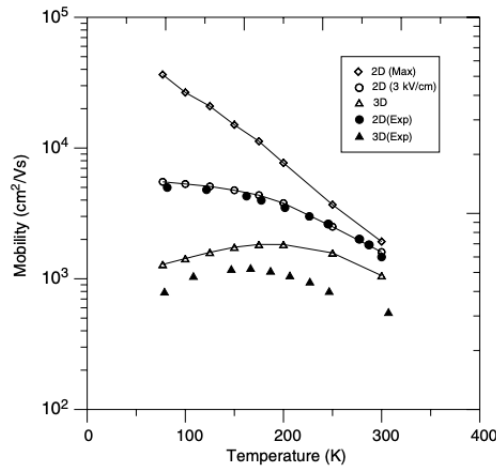
### Struktury s rozhraním AlGaN/GaN

Heteropřechod je obecně tvořen dvěma polovodiči s různými šířkami zakázaných pásů  $E_g$ , permitivitami  $\epsilon$ , výstupními pracemi  $q\Phi$  a elektronovými afinitami  $\chi$  a při jejich spojení dochází k vyrovnání Fermiho hladiny  $E_F$ . Zároveň vzniká diskontinuita ve valenčním ( $\Delta E_V$ ) i vodivostním ( $\Delta E_C$ ) pásu. Ve vodivostním pásu tato diskontinuita má tvar trojúhelníkové kvantové jámy a v blízkosti hranice vzniká 2D elektronový vodivý kanál (2DEG). Koncentrace nositelů náboje je v tomto elektronovém plynu vyšší a elektrony pravděpodobně pocházejí z povrchových donorových stavů vrstvy AlGaN. Samotná AlGaN vrstva je na vrstvě GaN napínána a vzniká zde (mřížková konstanta  $\text{GaN} > \text{AlGaN}$ ) další a ještě výraznější polarizace a to piezoelektrická. Celkový polarizační náboj heterostruktury AlGaN/GaN se tedy skládá z polarizace piezoelektrické a rozdílu ve spontánní polarizaci mezi AlGaN a GaN. Výsledný polarizační náboj je kladný a tím vzniká elektrické pole, které přitahuje elektrony do potenciálové jámy u rozhraní AlGaN/GaN. Většina modelů předpokládá, že zdroj elektronů, které jsou přitahovány do jámy, je na povrchu (povrchové donory) [58], [32].



Obrázek 1.13: Koncentrace nosičů ve 2DEG jako funkce tloušťky AlGaIn vrstvy s proměnlivým procentuálním zastoupením Al v AlGaIn vrstvě [23].

Procentuální zastoupení hliníku má v těchto heterostrukturách také svoji roli. Zvýšením molárního poměru hliníku vůči galiu ve vrstvě AlGaIn dochází ke zvýšení koncentrace 2DEG, jak je ukázáno na obrázku 1.13 [23]. Maximální plošná koncentrace nositelů náboje je okolo  $2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2}$  díky maximálnímu polarizačnímu náboji v AlGaIn a relaxaci tahového napětí [22]. Jak již bylo zmíněno, nitridové polovodiče jsou velmi atraktivní vysokou elektronovou pohyblivostí. Porovnání pohyblivosti v objemovém GaN a ve struktuře AlGaIn s 2DEG lze vidět na obrázku 1.14. Pohyblivost elektronů je v objemovém GaN poměrně silně ovlivněna rozptylem na nečistotách. Ve 2DEG je nejen větší koncentrace nosičů, ale také menší Coulombův rozptyl, proto lze experimentálně dosáhnout pohyblivosti elektronů  $2000 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  při 300 K a  $18000 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  při 77 K [48], [22], [15].



Obrázek 1.14: Experimentální a simulací získaná teplotní závislost elektronové pohyblivosti v GaN a 2DEG [57].

## Kapitola 2

# Technologické zpracování (výroba struktur)

### 2.1 Růst galium nitridových heterostruktur

Polovodičové heterostrukтуры, skládající se z vrstev různých polovodičových materiálů, mohou být vytvářeny jak ze sloučeninových, tak ze slitinových polovodičů. Při vytváření těchto heterostruktur je klíčové, aby mřížkové konstanty jednotlivých vrstev si byly co nejbližší, a tím se minimalizoval výskyt pnutí a strukturálních poruch, což zajišťuje stabilitu i optimální funkci heterostruktur.

Existuje více procesů růstu heterostruktur, jedním z nejvýhodnějších pro aplikační výzkum i technologicky optimální přípravu materiálu je metoda MOVPE (metal organic vapor phase epitaxy), která umožňuje přesný růst širokého spektra tenkých vrstev polovodičů na různé substráty. Toho je dosaženo zejména tím, že v průběhu přípravy struktury lze měnit a směřovat použité prekursorů (zdrojové materiály) i další podmínky růstu. Předtím než prekursorů vstoupí do reaktoru, musí být důkladně promíseny v mísící hlavě, aby byla zajištěna homogenita směsi. Nesprávná homogenita by mohla způsobit nerovnoměrné dotování a nerovnoměrnou tloušťku vrstev.

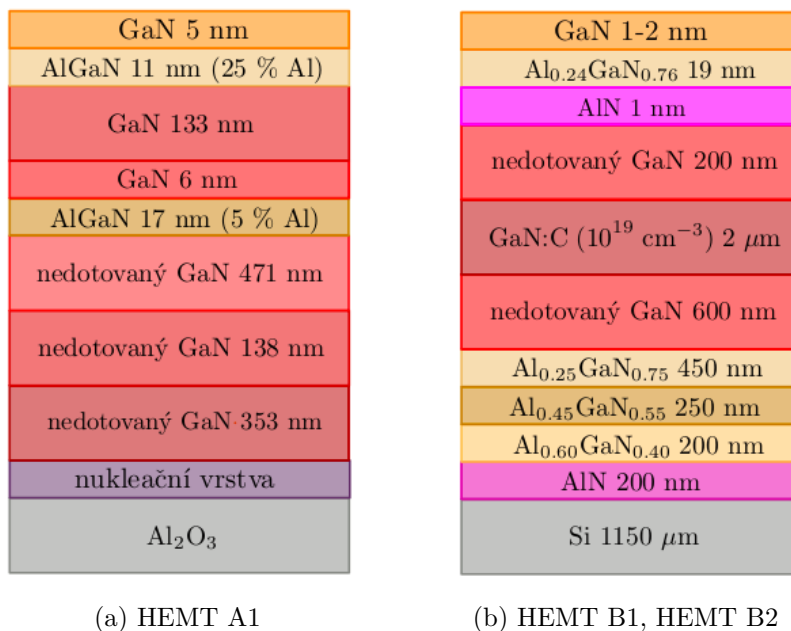
Růst vrstev probíhá obvykle na nevodivém substrátu, který je pečlivě vyčištěn a zahříván na přesně definovanou teplotu. Popíšeme stručně typický proces růstu jednoduché vrstvy GaN. Proces MOVPE probíhá v uzavřené komoře s ultra čistou vodíkovou atmosférou, kam jsou prekursorů přiváděny nosným plynem - vodík nebo dusík vysoké čistoty (ppb). Směs prekursorů proudí k zahřátému substrátu, který se mechanicky otáčí, a dochází k tepelnému rozkladu plynů. Reakcí mezi epitaxním povrchem a radikály vzniklými nad zahřátým substrátem vzniká monokrystalická vrstva. První fází reakce je fyzisorpce (atomy Ga a N se přichytí k substrátu). Další reakcí je chemisorpce, kdy se Ga a N zabuduje do krystalové mřížky substrátu v místech s nejmenší energií a tím vznikne heterostruktura. Epitaxní růst galium nitridu probíhá při teplotě okolo 1000 °C, což je teplota dostatečně vysoká pro rozklad metaloorganických molekul a molekul amoniaku, zároveň však teplota není příliš vysoká na to, aby docházelo k desorpci atomů z povrchu. Nosný plyn, ochuzený o přichycené molekuly, je odváděn pryč z reaktoru do likvidační komory. Rovnice popisující proces růstu galium nitridu má následující tvar:





kdy se společně sloučí trimethylgalium (TMGa) a amoniak (NH<sub>3</sub>). Obdobný proces se opakuje pro každou vrstvu heterostrukury, vždy s prekursory odpovídajícími požadovanému složení vrstvy [17].

Pro experimentální účely byly vybrány vzorky dle obrázku 2.1. Dále byla použita jednoduchá vrstva GaN:Mg s GaN tloušťkou 810 nm rostlá na safírovém substrátu. Koncentrace této vrstvy byla  $2,90 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , pohyblivost byla rovna  $18 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Druhá jednoduchá vrstva n-typového GaN měla koncentraci  $8,43 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  a pohyblivost  $658 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ .



Obrázek 2.1: Schéma jednotlivých typů heterostruktur

## 2.2 Optická litografie pro tvorbu struktur

Proces vytváření mikrostruktur spočívá v precizním přenosu motivu na povrch materiálu, čehož je dosaženo díky fotoaktivním polymerům. U tohoto fotocitlivého materiálu (fotorezistu) dochází ke změnám vlastností po expozici světlem dvojím způsobem:

- Pro pozitivní rezisty platí, že části vystavené expozici se developerem odstraní (záření poruší vazby polymerních řetězců).
- Pro negativní rezisty naopak platí, že exponované části po aplikaci developeru zůstávají (ozáření dochází k vytvrzení polymerních vazeb).

V technologických procesech se litografické zpracování nejčastěji využívá k tvorbě masek, kterými se buď vytyčí oblast pro nanesení kontaktů nebo tyto masky definují oblast, která je následně odleptaná. Velikosti vyleptaných objektů mohou být v mikrometrové až nanometrové škále, jedná se tedy o proces s velmi přesnou kontrolou výsledného tvaru. Z tohoto důvodu se kvalitní litografický proces neobejde bez mimořádně čistého provozního prostředí.

Prvním krokem je nanesení rezistu na dostatečně čistý povrch vzorku a jeho tepelná stabilizace ("zapékání"). Maska vznikne osvětlením požadovaných částí fotorezistu a to buď přes chromovou

masku na skle nebo tzv. přímou litografií, kdy je motiv masky vytvořen v počítači a na fotorezist se zobrazuje softwarově řízenou optikou. V obou případech dále následuje vyvolání, kdy jsou nevytvrzené části fotorezistu rozpuštěny ve vývojce (developer D331) a po celoplošném napaření kovových kontaktů jsou nechtěné pokovené oblasti odplaveny acetonem - tzv. lift-off process. V naší práci jsme využili přímou litografii (litograf Microwriter ML3 pracující s laserovým svazkem v UV oblasti), která je výhodná pro přípravu různých masek na míru a v malých počtech.



Obrázek 2.2: Optický litograf pro expozici struktur [37]

### 2.2.1 Struktury typu TLM, van der Pauw a Hall bar

V předešlých pracích jsme se zabývali přípravou, vlastnostmi a dobrou reprodukovatelností napařovaných vícesložkových kovových kontaktů pomocí TLM metody. GaN je povrchově velmi citlivý, poměrně nestabilní a stále nedostatečně popsán a prozkoumaný materiál, kontakty pouze napařené na jeho povrchu nemusí být vždy spolehlivé. Přímé nakontaktování 2DEG vede k jeho lepší charakterizaci, a proto přirozený vývoj v technologické přípravě kontaktů logicky vede k litografickému zpracování. Použití litografie a následné leptání se ukázalo nutné i pro vytváření složitějších, dobře definovaných tvarů struktur.

Zabývali jsme se čtyřmi typy struktur, jak je ukázáno na obrázcích 4.9a, 4.10a, 4.11a a 4.12a. Vzorky v tomto případě mají obdélníkový a čtvercový tvar nebo tvar typu Hall bar. Obdélníkové vzorky byly připravované na zkoumání kvality kovových kontaktů pomocí metody TLM. Čtvercové vzorky s vyčnívajícími menšími čtverci v rozích sloužily k měření Hallova jevu pomocí metody van der Pauwa. A poslední vytvářený typ struktury (Hall bar) měl za cíl nízkoteplotní měření Shubnikovových-de Haasových oscilací díky naprosto přesné geometrii a napětím ovládané koncentraci nositelů ve vodivém kanálu.

První litografická fáze má za cíl vytvoření vzorku/struktury pomocí hlubokého reaktivního iontového leptání. Fotolitografický proces přípravy masky a následného reaktivního iontového leptání shrnuje tabulka 2.1.

Pomocí těchto jednotlivých kroků byla vytvořena maska pro hluboké leptání, jak je zobrazeno na obrázcích 4.9a a 4.10a a to znamená, že pozitivní rezist pokrýval, a tím i chránil, obdélníkovou a čtvercovou oblast. Reaktivní iontové leptání probíhalo v Oxford Plasmalab System 100 za podmínek uvedených v tabulce 2.1.

Tímto způsobem vzniklá struktura byla tedy obklopená až na substrát vyleptanou oblastí (tzv. mesa struktura). Po leptání bylo nutné vzorky dostatečně očistit od rezistu a zbylých depositů, které se usadily na povrchu. Nejprve se vzorky čistily v acetonu, následovala směs kyseliny sírové (90 % směsi) a peroxidu (10 % směsi) zahřátá na 110 °C. Od depositů se vzorky očistily v BOE (buffered oxide etchant).

Druhou litografickou fází se vytvoří menší obdélníková a čtvercová pole, připravená na nanesení kovových kontaktů, které jsou v přímém kontaktu s 2DEG, a to pomocí mělkého iontového leptání. To znamená, že následoval totožný proces, který je popsán výše, pouze se použila nová maska (viz obrázky 4.9b a 4.10b), která se správně sesadila s motivem mesy. Mělké leptání probíhalo přesně definovanou dobu tak, aby bylo dosaženo konkrétní hloubky, ve které je optimální kontakt mezi kovem a odhaleným 2DEG. Výsledná struktura je zobrazena na obrázcích 4.9c a 4.10c. Ve všech případech se na pady napařovala kovová čtyřvrstvá Ti/Al/Ti/Au (20/100/30/35 nm), která se žíhala při teplotě 800 °C po dobu tří minut.

OPTICKÁ LITOGRAFIE		
	MASKA PRO HLUBOKÉ LEPTÁNÍ	MASKA PRO MĚLKÉ LEPTÁNÍ
očištění povrchu	aceton	aceton
spincoating rezistu	ma-P 1240; 4500 ot/min; 30 s	ma-P 1215; 4500 ot/min; 60 s
tloušťka rezistu	4 μm	1,5 μm
zapékání	100 °C; 120 s	100 °C; 90 s
expozice v opt. litografu	laser 358 nm	laser 358 nm
vyvolání	ma-D 331; 55 s	ma-D 331; 30 s
umytí	demineralizovaná voda, ofouknutí dusíkem	
REAKTIVNÍ IONTOVÉ LEPTÁNÍ		
	HLUBOKÉ	MĚLKÉ
tlak na zapálení plasmy	50 mTorr (~ 6,6 Pa)	50 mTorr (~ 6,6 Pa)
tlak iontového leptání	20 mTorr (~ 2,7 Pa)	15 mTorr (~ 2 Pa)
výkon plasmy (RF)	75 W	75 W
výkon ICP plasmy	45 W	—
plyn v komoře	SiCl <sub>4</sub> + Ar; 10 + 15 sccm	SiCl <sub>4</sub> ; 19,6 sccm
doba iontového leptání	720 s	30 ÷ 120 s
proplach	N <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>

Tabulka 2.1: Příprava masky a parametry iontového leptání

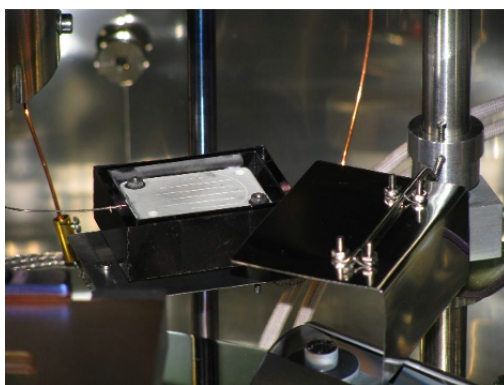
## 2.3 Vakuová napařovací komora

Kovové kontaktní vrstvy jsme připravovali ve vakuové napařovací komoře Edwards Auto 500, která je na obrázku 2.3. Jedná se o napařovací komoru, ve které lze deponovat odporovým ohřevem i elektronovým paprskem materiály, které mají vysoké teploty tání. Depozice tenkých vrstev se obvykle provádí při tlaku  $5 \cdot 10^{-7} - 1,5 \cdot 10^{-6}$  [mbar]. V komoře je dále umístěná radiačně stíněná topná destička, která umožňuje žíhání vzorků, viz obrázek 2.4. Při tomto procesu už není potřeba tak vysoké vakuum, žíhání jsme prováděli při tlaku pod  $2 \cdot 10^{-6}$  [mbar]. Tloušťka

napařených vrstev se měřila pomocí křemenného krystalu, jehož rezonanční frekvence se mění s přírůstkem hmotnosti krystalu, tj. tloušťkou na něm deponované vrstvy [7].



Obrázek 2.3: Vakuová napařovací komora Edwards 500



Obrázek 2.4: Topná keramická destička určená k žhání vzorků



## Kapitola 3

# Metody měření a charakterizace struktur

### 3.1 Metoda TLM

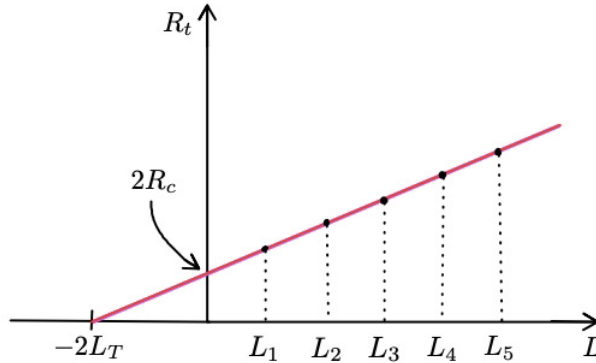
Transfer length method (TLM) byla námi hojně využívaná metoda sloužící k stanovení vlastností kovových ohmických kontaktů na polovodičové struktuře. V předchozích pracích jsme se věnovali hledání vhodných kovových kontaktů na galium nitridové struktury typu HEMT. Na tyto práce jsme navázali a dále jsme zkoumali chování dobře fungujících kontaktů na strukturách vytvořených reaktivním iontovým leptáním a závislosti jejich vlastností na teplotě.

Principem TLM metody je myšlenka, že proud mezi dvěma koplanárními kovovými kontakty na tenké polovodičové vrstvě neteče z kontaktu do dalšího kontaktu rovnoměrně, ale na okraji kontaktu je tento proud nejvýznamnější, a se vzdáleností od kraje kontaktu proud exponenciálně klesá. Zavádí se veličina  $L_T$  [m] (transfer length) neboli efektivní délka kontaktu. Dalšími důležitými veličinami jsou odpor kovových kontaktů  $R_c$  [ $\Omega$ ] a plošný odpor polovodičové struktury  $R_s$  [ $\Omega$ ]. Obrázek 3.1 graficky zobrazuje ideální průběh interpolované křivky celkového odporu vzorku  $R_t$  [ $\Omega$ ] v závislosti na šířce mezery  $L$  [m] mezi dvěma kontakty, majícími tvar rovnoběžných proužků o délce  $l$  [m].

Pomocí jednoduchých vztahů a jejich úprav, jak je uvedeno v práci [7], dostáváme lineární vztah pro výpočet měrného kontaktního odporu  $\rho_c$  [ $\Omega\text{m}^2$ ], který je nejlepším ukazatelem kvality ohmického kontaktu

$$\rho_c = L_T R_c l. \quad (3.1)$$

Cílem je získání co nejnižší hodnoty měrného odporu  $\rho_c$  a jejího určení za pomoci TLM metody, díky které dostáváme potřebné veličiny pro další výpočty [22], [38].



Obrázek 3.1: Závislost odporu vzorku na vzdálenosti kovových kontaktů dle TLM

## 3.2 4-bodové měření měrného odporu

Použitím vlastností konformního zobrazení van der Pauw ukázal, že měrný odpor lze spočítat u libovolně tvarovaného homogenního vzorku o tloušťce  $d$  [m] při naměření dvou čtyřbodových odporů  $R_1, R_2$

$$R_1 = \frac{\Delta U_{34}}{I_{12}} \quad R_2 = \frac{\Delta U_{23}}{I_{14}} \quad (3.2)$$

pomocí rovnice

$$e^{-\frac{\pi R_1}{\rho} d} + e^{-\frac{\pi R_2}{\rho} d} = 1. \quad (3.3)$$

Tuto rovnici je možné řešit numericky nebo vyjádřit měrný odpor v podobě

$$\rho = \frac{\pi}{\ln(2)} d \frac{(R_1 + R_2)}{2} f, \quad (3.4)$$

kde  $f$  je korekční faktor závisející na poměru  $R_1/R_2$ . Zlomek  $\pi/\ln(2)$  se nazývá van der Pauwova konstanta [46], [22]. V případě měření měrného odporu je nutné nechat vzorkem protékat obě polarity proudu. Výslednou hodnotu měrného odporu získáme průměrováním naměřených odporů. I přes to, že bychom měli získat stejné hodnoty proudu v případě obou polarit, nemusí tomu tak nutně být v praxi [7].

### 3.2.1 Sondová stanice pro elektrická transportní měření

Měření TLM struktur i 4-bodové měření bylo prováděno v sondové stanici Janis Research ST-500, která je vybavena čtyřmi tříosovými mikromanipulátory, jimiž lze měřit velmi malé struktury (až  $10 \mu\text{m}$ ) 3.2. K sondě byly připojeny elektronické multimetry, kontinuálně měřící v různých teplotách, díky napojení na dewarovou nádobu (od 77 K do 475 K).

Při měření 4-bodou metodou byla využívána matrice, která automaticky měnila proudové uspořádání čtyř zapojených mikromanipulátorů. Pro metodu TLM stačily mikromanipulátory dva a proud jimi procházející byl řízen elektrometrem Keithley 6430, kterým bylo zároveň měřeno i napětí. Napařené kontakty ve tvaru proužků (pro TLM metodu) byly v těsné blízkosti (desítky až stovky  $\mu\text{m}$ ) a mikromanipulátorem ovládaná sonda umožňovala snadné, rychlé a přesné kontaktování.



Obrázek 3.2: Sondová stanice Janis Research ST-500 na stolku s pneumatickým tlumením vibrací [41]

### 3.3 Měření Hall bar struktury

K měření Hallova jevu se využívají obvykle 2 různé geometrie vzorků. První a hojněji využívanou geometrií je van der Pauwova geometrie. Druhou možnou geometrií vzorku je Hall bar struktura, zobrazená na obr. 3.3. Jedná se o 2D polovodičovou strukturu, u které lze měřit odpor pomocí 2-bodové i 4-bodové metody. Oproti typickým vzorkům ve tvaru obdélníků se zde vyskytuje šest dalších kontaktních plošek ("padů"), které tvoří ohmické kontakty, díky nanesené kovové vrstvě na jejich koncích. V případě zapojení, které je na obrázku 3.3, protéká proud hlavním podélným kanálem Hall baru a měří se podélné napětí  $U_{xx}$ . Zároveň se měří příčné Hallovo napětí  $U_H$  ( $U_{xy}$ ) [39].

Zajímají nás charakterizující veličiny jako podélný měrný odpor  $\rho_{xx}$ , který se dá vyjádřit vztahem

$$\rho_{xx} = \frac{U_{xx} W}{I L} = R_{xx} \frac{W}{L}, \quad (3.5)$$

kde  $W$  [m] je šířka Hall baru a  $L$  [m] je délka mezi dvěma kontaktními pady. Příčný měrný odpor  $\rho_{xy}$  je roven

$$\rho_{xy} = \frac{U_H}{I} = R_{xy}. \quad (3.6)$$

Měření dvou nezávislých komponentů tenzoru měrného odporu v lineárním režimu (tj. v limitě nízkých polí) nám umožňuje definovat koncentraci elektronů

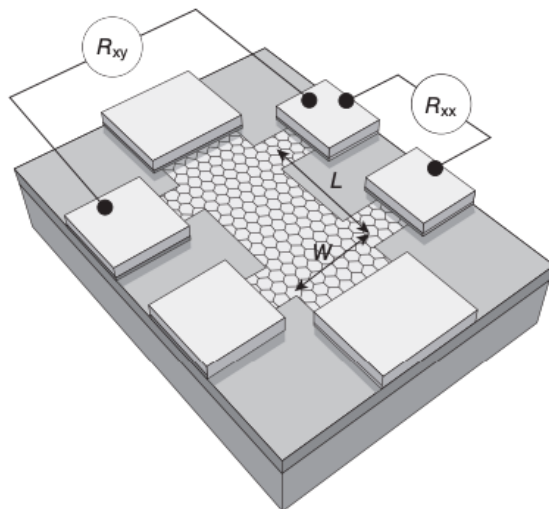
$$n_{2D} = \frac{B}{e\rho_{xy}} \quad (3.7)$$

a pohyblivost

$$\mu = \frac{1}{en_{2D}\rho_{xx}}. \quad (3.8)$$

Obecně je při čtyřbodovém měření odporu a Hallova napětí Hall bar struktura vhodnější než metoda van der Pauwa. Hall barovou strukturou teče proud pouze jedním směrem. U van der Pauwovy metody se proud roztéká a zase sbíhá do kontaktu [55].





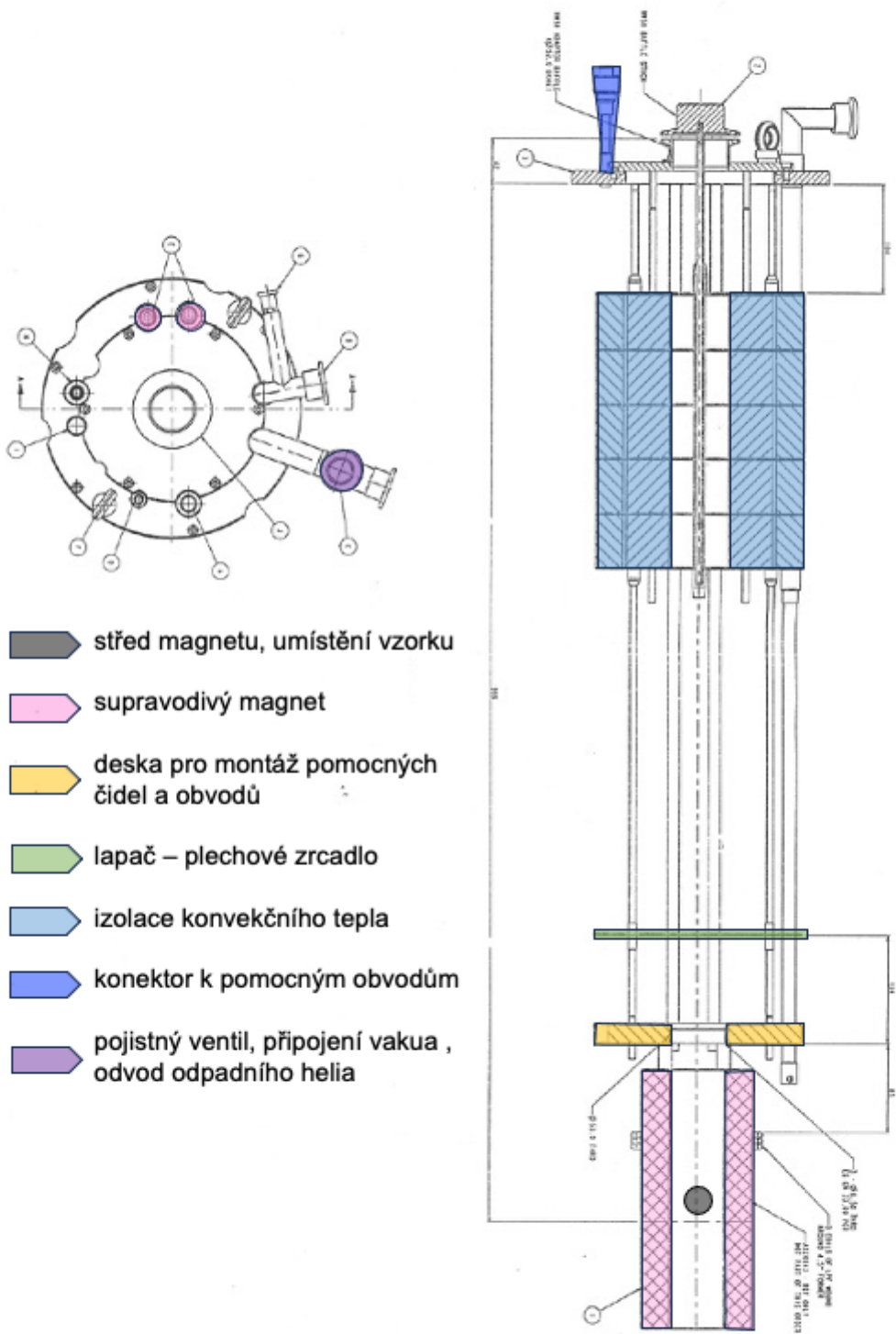
Obrázek 3.3: Schématická struktura Hall bar a její zapojení [4]

Van der Pauwova metoda je jednodušší, univerzálnější a lépe technologicky zvládnutelná. Proto se používá za běžných podmínek. Nicméně přestává dostatečně dobře fungovat při měření 2D systémů. Naopak struktura Hall bar je technologicky náročná na přípravu, nicméně je mnohem lépe definovaná a je určena k měření vysoce pohyblivých vzorků v nízkých teplotách, a zároveň i při silných magnetických polích.

### 3.3.1 Kryostat Oxford pro héliové teploty

#### Popis kryostatu

Technický výkres vnitřní části kryostatu je na obrázku 3.4. Vyobrazená část je zanořena do vnějšího obalu, který slouží jako Dewarova nádoba pro kapalné helium. Prostor, kde končí izolace pro konvekční a radiační teplo, je zároveň hranicí pro maximální hladinu kapalného helia. Ve spodní části kryostatu je zavěšen supravodivý magnet solenoidového typu, operující v rozmezí 0–8 T. V horní části magnetu je přídavné vinutí, které napomáhá homogenizaci magnetického pole. V okolí centra magnetu, kde se nachází vzorek, je tak zaručena homogenita pole okolo 1 %. Vnější obal kryostatu tvoří dvouplášťová válcová nádoba, kde je možné prostor mezi pláští evakuovat. Na vnitřní plášť je navinuta tzv. superizolace (fólie z umělé hmoty pokrytá kovem), která účinně snižuje tepelnou radiaci. Čerpání obalu se superizolací je ovšem časově velmi náročné kvůli obtížné desorpci molekul z izolačních vrstev. Po delší odstavce je tak nutno čerpat obal i několik dní.



Obrázek 3.4: Technický náčrt kryostatu

## Příprava kryostatu

Kryostat Oxford Instruments SM-8 v součinnosti s vkladací jednotkou, tz. anti-kryostatem, slouží ke studiu nízkoteplotních fyzikálních jevů v oboru 0-8 T, a to až do teplot okolo 1,3 K. Realizaci experimentů za takto nízkých teplot ovšem předchází časově i technicky náročný postup, který se tu ve stručnosti pokusíme v bodech nastínit (včetně některých detailů samotného experimentu):

- Pro udržení nízkých teplot během měření je nutné několik dní před plánovaným experimentem, z důvodu dobré tepelné izolace, vakuově čerpat plášť kryostatu. Nejprve se předčerpávalo rotační olejovou vývěvou a poté následovalo čerpání turbomolekulární vývěvou. Po několika dnech čerpání bylo vakuum v plášti okolo  $2 \cdot 10^{-4}$  Pa.
- Den před zahájením měření se kryostat (oblast, do které se vkládá držák se vzorkem) zalil přibližně třiceti litry kapalného dusíku, který sloužil k předchazení celého vnitřního systému.
- V den měření se pak dusík z kryostatu opět odčerpal pomocí elektrického ohříváče umístěného u jeho dna. Odpařující se dusík vytvořil v nádobě přetlak postačující k tomu, aby se téměř všechny kapalný dusík pomocí sifonu vytlačil ven.
- Zbytky kapalného dusíku se odstranily vyčerpáním vnitřního prostoru při tlaku udržovaném pomocí manostatu okolo hodnoty  $10^4$  Pa. Poté se kryostat několikrát krátce napustil plynným héliem, které se vzápětí také odčerpalo. Tento proplach zaručuje kompletní odstranění dusíku z vnitřního prostoru kryostatu<sup>1</sup>
- Následuje zalití kryostatu kapalným héliem. Hélium se do kryostatu přelévá z transportní Dewarovy nádoby pomocí přepouštěče (sifonu) s vakuovou izolací do prostoru pod supravodivý magnet. Při zalévání a provozu musí být ovšem kryostat trvale připojen k centrální sběrnici plynného helia.
- Uvnitř kryostatu se nachází hladinoměr, sestávající se ze dvou do sebe vložených izolovaných kovových trubek různého průměru. Díky rozdílnosti dielektrických konstant kapalného a plynného helia se z měřené kapacity tohoto systému dá určit, do jaké výšky je kryostat zaplaven kapalným héliem, což je při jeho provozu zcela zásadní informace.
- Pro magnetotransportní měření v rozsahu teplot 4,2–1,3 K byla používána vkladací jednotka (insertion unit, anti-kryostat) obsahující vlastní držák vzorku, kterou bylo možno operativně zasunout do dutiny supravodivého magnetu. Výměnu vzorku pro nové měření bylo možno s touto vkladací jednotkou realizovat během přibližně 20–30 minut.
- Vkladací jednotka se skládá ze dvou nerezových tenkostěnných trubek různých průměrů (20 a 36 mm) opatřených dny a na druhém konci společnou hlavicí tak, aby prostor mezi nimi, zajišťující tepelnou izolaci, bylo možno evakuovat. Do vnitřní z trubek se pak vkládá držák vzorku. Vlastní držák vzorku je konstruovaný tak, že má kromě zafixování vzorku a jeho připojení k měřicím obvodům ještě další funkci. Spodek držáku totiž zároveň slouží jako šroubovák ovládající ventil na dně vnitřní trubky, odkud vede skrze dno vnější trubky kapilára, která ústí přímo do héliové lázně. Toto uspořádání tak dovoluje do prostoru

---

<sup>1</sup>Pokud kapalný dusík při zalévání héliem zamrzne v dutinách nebo na povrchu magnetu, akustická vlna vzniklá při jeho případném praskání může způsobit přechod magnetu ze supravodivého do normálního stavu s dramatickými následky (tzv. quenching).

vzorku jednak napustit přiměřené množství kapalného hélia, pak tento prostor od lázně zase oddělit a pomocí vývěvy připojené přes manostat k hlavě vkládací jednotky zde kontrolovaně nastavit požadovaný tlak mezi  $10^5$ – $10^2$  Pa. Nastavené tlaky heliových par z tohoto rozmezí pak odpovídají teplotám od 4.2 K do 1.3 K, přičemž samotná teplota se ještě měří poblíž vzorku odporovým teplotním čidlem, uhlíkovým AB-resistorem. S jednou náplní kapalného hélia je možno uvnitř vkládací jednotky udržovat teplotu na dané hodnotě po dobu přibližně 30–40 minut.

- Kryostat je doplněn, kromě dalších měřících přístrojů a zdrojů, dvěma resistivními mosty AVS-47, sloužících k čtyřbodovému, nízko-excitačnímu měření jak teplotních čidel tak vzorků.



# Kapitola 4

## Výsledky a jejich diskuze

### 4.1 Relaxace

Jedním z experimentů s více praktickou povahou bylo měření dlouhodobě zvýšené vodivosti (persistentní fotovodivost, PPC) po osvětlení širokospektrálním světlem. Vodivost je definována pomocí dvou veličin (koncentrace volných nosičů a jejich pohyblivost), které jsou obě teplotně závislé a blíže se jim věnujeme v příloze A.1.1. Pozorování zvýšené vodivosti (sníženého měrného odporu) tedy znamená, že osvětlením je dlouhodobě zvýšená jedna z těchto dvou veličin nebo obě zároveň. V praxi dochází k tomuto jevu instalací vzorků do měřících komor. Pro jednoznačné určení fyzikálních procesů ve zkoumaných vzorcích je nutné, aby byl definován rovnovážný stav. Instalací vzorků do měřících komor a také následným ozářením kvůli kontaktování se rovnovážný stav narušil a velmi dlouho se vzorek do rovnovážného stavu navracel. Prvním cílem tedy bylo dosáhnout definovaného stavu vzorků. Relaxace byla měřena 4-bodovou metodou.

Dle literatury [44] se PPC polovodičových struktur objevuje v závislosti na energii zdroje záření a množství a energetické hloubce přítomných defektů, které někdy nazýváme DX centra [18]. Aplikované světelné záření excituje elektrony, které pak díky mechanismu persistentní vodivosti setrvávají ve vodivostním pásu a nemají tendenci rychle sestupovat zpět do lokalizovaného stavu a to ani po skončení osvětlení. Mechanismus PPC se nejčastěji vysvětluje existencí potenciálové bariéry, která redukuje rychlost záhytu elektronů v lokalizovaném stavu. Jinými slovy PPC vzniká prostorovým oddělením fotogenerovaných elektronů od lokalizovaných stavů v defektech. Typicky se PPC logaritmicky "rozpadá" v čase. Pro vysvětlení PPC v AlGaIn/GaN heterostruktuře bylo navrženo vysvětlení, že efekt je spojen s přesunem fotoexcitovaných elektronů z hlubokých hladin do AlGaIn bariéry [30]. Stav v kvantové jámě mají nižší energii a elektrony z AlGaIn bariéry přecházejí do 2DEG díky rozdílnému potenciálu.

Kinetika relaxace fotovodivosti po vypnutí ozářením je často charakterizována tzv. stretched exponenciálou, která by měla nejlépe vystihovat průběh relaxační křivky [9], [3] a je běžně pozorována u neuspořádaných systémů<sup>1</sup>.

$$I_{PPC}(t) = I_d + (I_0 - I_d) e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^\beta} \quad (4.1)$$

a z této rovnice vycházející

$$\sigma(t) = \sigma_d + (\sigma_0 - \sigma_d) e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^\beta}, \quad 0 < \beta < 1, \quad (4.2)$$

---

<sup>1</sup>Poprvé byla pozorována u GaAsP [5].

kde  $I_0$  je počáteční hodnota proudu,  $\tau$  [s] je popisováno jako doba "rozpadu" neboli relaxační čas,  $\beta$  je "rozpadový" exponent,  $\sigma_0$  je počáteční vodivost [S] a  $\sigma_d$  [S] je hodnota vodivosti, ke které konverguje relaxační křivka. Fitováním relaxační křivky touto funkcí se dají pomocí metody konečných čtverců získat experimentální hodnoty pro  $\tau$  a  $\beta$ , pokud dochází k její konvergenci. Relaxační čas  $\tau$  je obvykle teplotně závislý. Toto chování lze vysvětlit jako pravděpodobnost teplotní aktivace lokalizovaných nositelů, která je potřebná k překonání potenciální bariéry, a která se zvyšuje se zvyšující se teplotou. Tepelně aktivované nosiče mají dostatečnou energii, aby se dostaly do rekombinačního kanálu, což má za následek zvýšenou rychlost (kratší relaxační čas) PPC. Aktivační energie záchytu nosičů  $E_a$  způsobující PPC (ionizace hlubokých příměsí) souvisí v jednoduchém modelu s teplotně závislou relaxační časovou konstantou podle vztahu

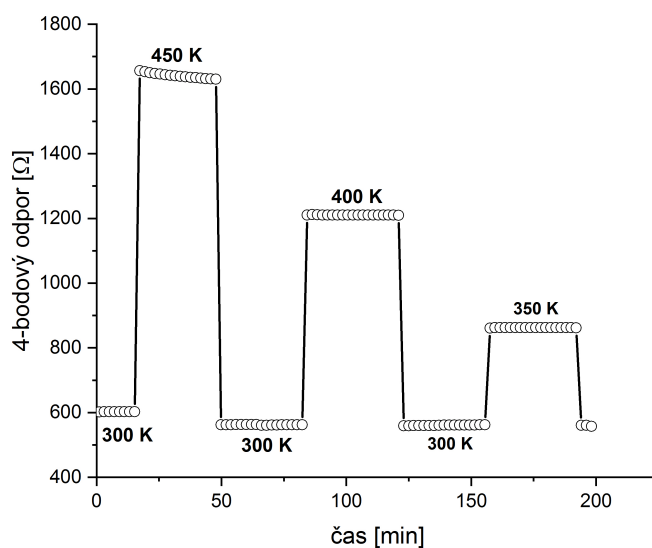
$$\tau = \tau_0 e^{\frac{E_a}{k_B T}}. \quad (4.3)$$

Aktivační energii  $E_a$  lze získat fitem závislosti  $\ln(\tau)$  vs  $1000/T$  neboli z tzv. Arrheniovy reakční rovnice. Podstata mnoha defektů a jejich vliv na optické a transportní vlastnosti v GaN stále není dostatečně dobře vysvětlená. Defekty způsobují nejen PPC, ale také tzv. yellow band (YL - peak 2,2 eV) a blue band (BL - peak 2,8 eV) v luminiscenci, které jsou běžně pozorované, ale zároveň stále není úplně jisté, který typ defektů tyto zářivé rekombinace způsobuje. Nicméně literatura naznačuje, že defekt zodpovědný za PPC může mít stejný mikroskopický původ jako defekt způsobující YL vzhledem k jejich podobné spektrální závislosti.

Druhým cílem tohoto experimentu tedy bylo získat teplotní závislost PPC, určit její aktivační energii a případně porovnat ji s fotoluminiscenčními spektry. Pokud by se toto podařilo, jednalo by se o další možný způsob, jak získat informace o vlastnostech polovodičového materiálu, a to pomocí elektrických měření. Tyto informace by pomohly objasnit vlastnosti hlubokých příměsí a tím lépe porozumět, k čemu během růstu polovodičového materiálu docházelo. PPC obecně nemá vliv na funkčnost elektronických zařízení, nicméně může ovlivňovat stabilitu jiných zařízení v důsledku záchytu náboje. To může být problematické například u modulačně dotovaných FET struktur [28].

## Průběh experimentu a výsledky

Schéma zkoumané HEMT struktury s křemíkovým substrátem (vzorky HEMT B1 a HEMT B2) je na obrázku 2.1b a se safírovým substrátem (vzorek HEMT A1) na obrázku 2.1a. Vzorky byly ozařovány širokospektrálním světlem (spektrum světla - viz obrázek 4.2a (definovaným časem 10 min), následně se uzavřely do tmy a probíhalo měření relaxace vodivosti po dobu až několika hodin. Tímto způsobem byly ozařovány jednoduché vrstvy GaN, jak lze vidět na obrázku 4.3a, struktury typu HEMT na safírovém substrátu (obr. 4.3b) a komerční struktury typu HEMT na křemíkovém substrátu (obr. 4.4b). PPC byla také testována na p-typových jednoduchých vrstvách GaN, které byly dotované hořčíkem. Ovšem u těchto, jako u jediných struktur, nebyla PPC pozorována, což je v rozporu s literaturou [28] a [24]. Ve strukturách typu HEMT byla PPC výraznější. Všechny struktury byly opatřeny ohmickými kontakty.

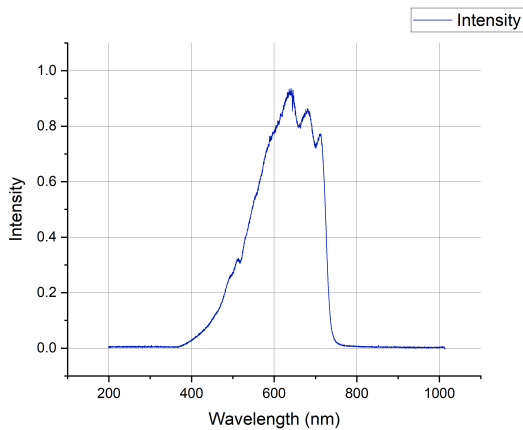


Obrázek 4.1: Amplitudy pro různé teploty měření

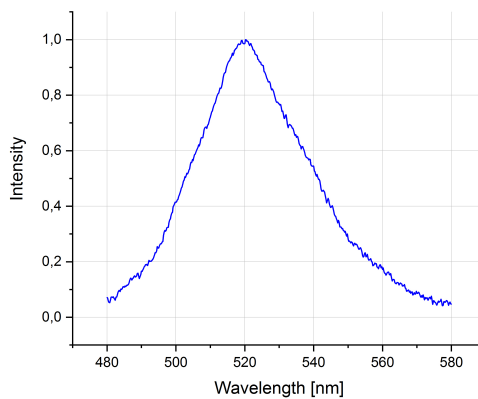
Na obrázku 4.1 je vzorek HEMT B1 zahřát na 450 K a poté ochlazen na 300 K. Experimentálním pozorováním jsme došli k závěru, že zahřátí vzorků na teplotu 400 K je dostatečné k tomu, aby se vzorky dostaly do rovnovážného stavu. Následně jsme tedy pro účel pozorování PPC vzorky vždy nejprve zahřáli na tuto teplotu, poté zchladili na plánovanou teplotu měření a vzorek ozářili. Tímto způsobem jsme alespoň částečně mohli vycházet z definovaných experimentálních počátečních podmínek a tím jsme naplnili první cíl.

V literatuře se velmi často spojovaly optické nepřímé přechody v nitridových polovodičích a jejich sloučeninách s defekty, které jsou zodpovědné za pozorovanou žlutou luminiscenci (tzv. yellow luminescence (YL) band) s maximem při 2,2 eV ( $\sim 564$  nm). Tato úvaha se objevovala i ve spojení s PPC, kdy se tyto defekty považovaly za její častou příčinu. Námi používané širokospektrální záření vlnovou délkou budící YL obsahovalo, i když s relativně slabou intenzitou, viz obrázek 4.2a. Následoval tedy experiment, kde jsme použili jako budící světlo diodu s vlnovou délkou 525 nm, jejíž spektrum je na obrázku 4.2b, a která by měla mít energii budící zmíněné defekty ( $\sim 2,36$  eV). PPC vzorku HEMT B1 (obr. 4.4a) je daleko výraznější v porovnání se vzorkem HEMT B2 ozářeným širokospektrálním světlem (obr. 4.4b), a to především v nižších teplotách. Při 250 K zůstávala vodivost po ozáření zelenou diodou zvýšená přibližně o 20 %, zatímco v případě širokospektrálního světla vodivost při 250 K zůstávala zvýšená přibližně o 8 %.





(a) Spektrum širokospektrálního světla

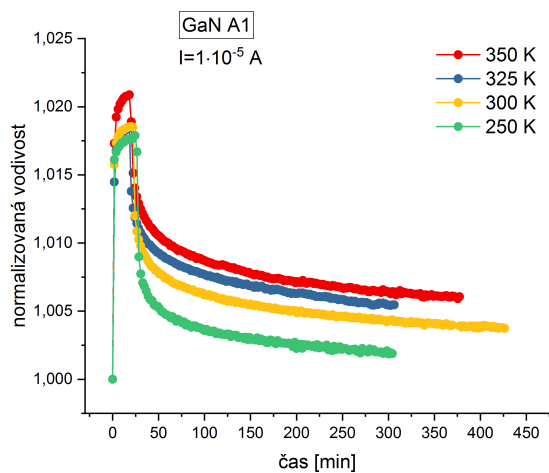


(b) Spektrum zelené diody (maximum intenzity 525 nm)

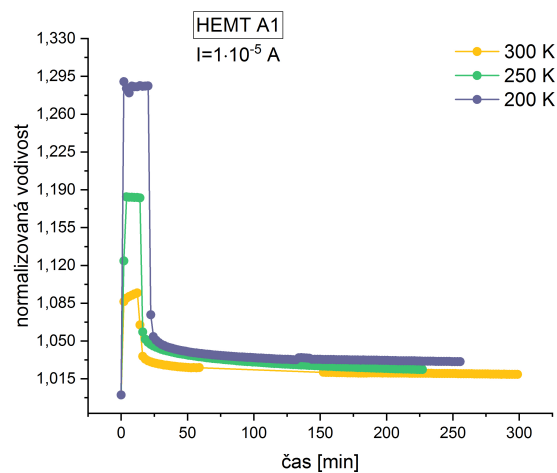
Obrázek 4.2: Spektra dvou používaných světelných zdrojů

Literatura se částečně rozchází ve vysvětleních, jaký typ defektů může YL v GaN a GaN/AlGaIn způsobovat. Nicméně převažuje názor, že za YL jsou zodpovědné uhlíkové vakance na místech dusíku. Z provedených elektrických měření je zřejmé, že výraznější PPC byla pozorována u vzorků HEMT B1 a HEMT B2, kde oproti HEMT A1 je GaN vrstva dotovaná uhlíkem silnější. Zatímco u jednoduché vrstvy GaN (vzorek GaN A1) PPC pozorována téměř nebyla.

Bylo by zajímavé porovnat aktivační energii PPC s energií odpovídající akceptorové hladině uhlíku v AlGaIn/GaN, která dle literatury odpovídá přibližně 230 - 340 meV [29], [3] pro struktury na safírovém substrátu. U AlGaIn/GaN heterostruktur se substrátem z SiC byly hodnoty aktivační energie relativně podobné - přibližně 230 meV [3]. K tomu potřebujeme charakterizovat záchyt elektronů související s PPC Arrheniovým grafem. Nicméně toho se nám nepodařilo dosáhnout, jak lze vidět na obrázku 4.6a. Pokud by byla závislost  $\ln(\ln\sigma_0 - \ln\sigma(t))$  vs  $\ln(t)$  lineární, odpovídaly by námi naměřené relaxační křivky stretched exponenciálně a poté by bylo možné získat hodnoty veličin  $\tau$  a  $\beta$ . To, že relaxační křivky nelze správně nafitovat pomocí stretched exponenciály, lze také vidět na obrázku 4.6b, kde pozorujeme různé relaxační časy  $\tau$ , které získáme fitováním jedné křivky pouze s jinak dlouhými časovými intervaly měření.

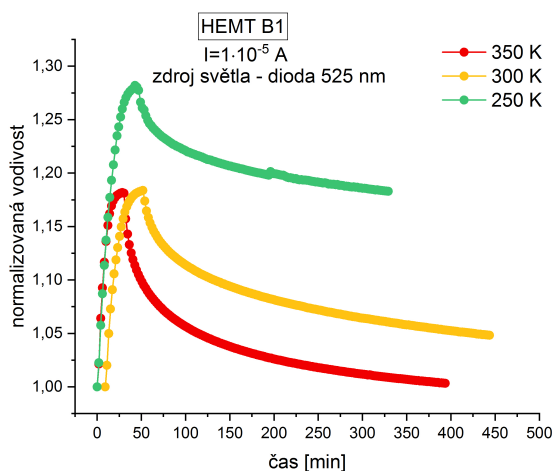


(a) Relaxační křivky pro různé teploty pro jednoduchou GaN vrstvu

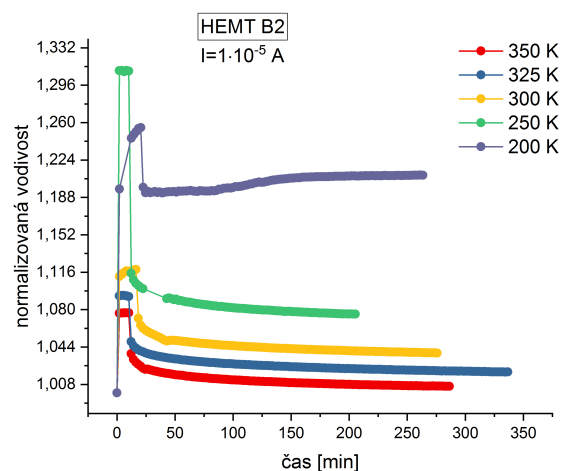


(b) Relaxační křivky pro různé teploty pro HEMT se safírovým substrátem

Obrázek 4.3: Vliv širokospektrálního světla na jednoduchou vrstvu GaN a na strukturu HEMT se safírovým substrátem

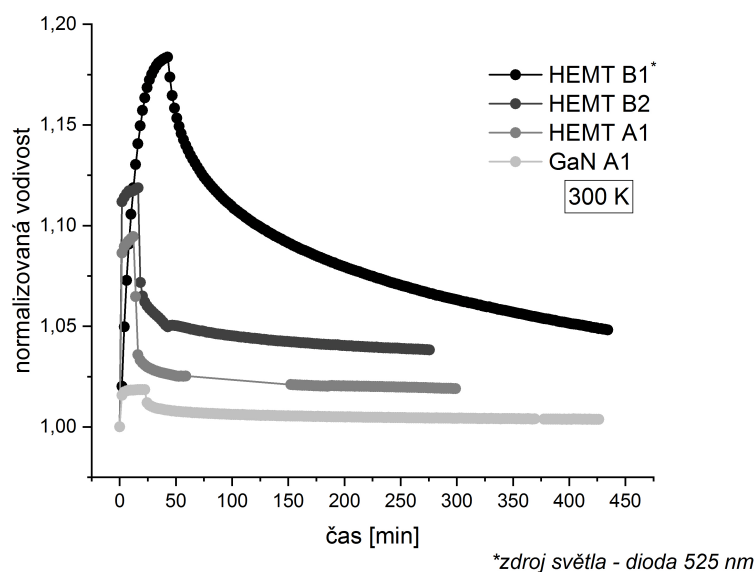


(a) Relaxační křivky pro různé teploty pro HEMT s křemíkovým substrátem po ozáření zelenou diodou (525 nm)

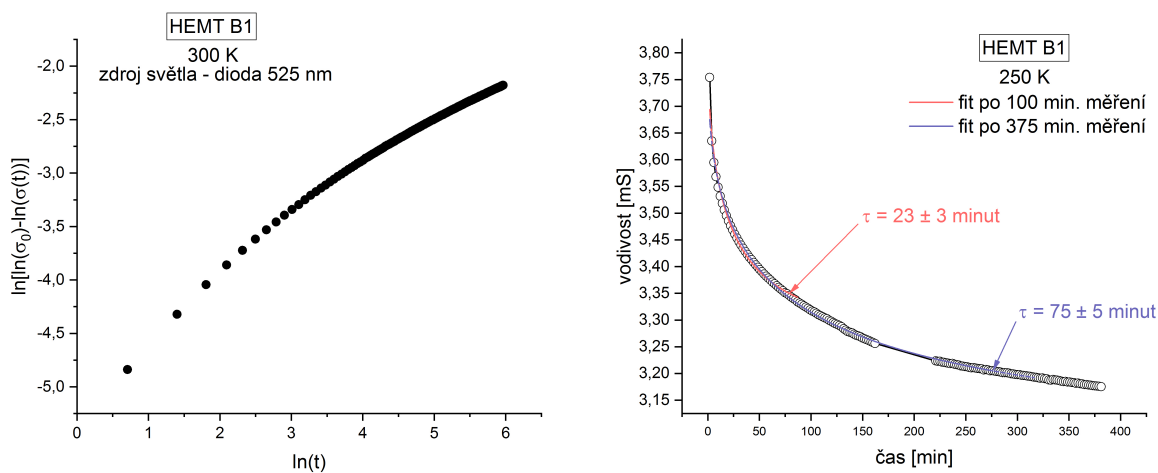


(b) Relaxační křivky pro různé teploty pro HEMT s křemíkovým substrátem

Obrázek 4.4: Srovnání fotovodivosti po ozáření zelenou diodou a širokospektrálním světlem



Obrázek 4.5: Porovnání relaxačních křivek pro různé typy struktur



(a) Logaritmický průběh relaxační křivky

(b) Fitování relaxační křivky s různými časovými intervaly

Obrázek 4.6: Vyhodnocení relaxační doby  $\tau$

## Diskuze

PPC je dle literatury přítomná v jednoduchých n-typových i p-typových GaN vrstvách [28], [24] i AlGaIn/GaN heterostrukturách, kde je její efekt několikrát silnější. Nicméně během našeho experimentu u jednoduchých hořčíkem dotovaných GaN vrstev světlo nevyvolalo žádnou reakci a PPC jsme v těchto vrstvách nepozorovali. Toto by mohlo souviset s rozdílnými koncentracemi strukturálních defektů zodpovědných za PPC. Práce zmiňující PPC v GaN:Mg studovaly tento

materiál buď připravený metodou MBE tedy odlišně od naší technologie nebo sice metodou MOVPE, ale s výrazně menší pohyblivostí ( $1-6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  [24]) tedy pravděpodobně s výrazně vyšší koncentrací defektů. V jednoduchých n-typových GaN vrstvách byla PPC pozorována jen velmi slabě. Hypotéza by i v tomto případě mohla být podobná, jako v případě GaN:Mg. V literatuře byla PPC pozorovaná v n-typových GaN vrstvách, které měly pohyblivost okolo  $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  [40], zatímco pohyblivost našich struktur (GaN A1) byla okolo  $660 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . V předchozích experimentech jsme jednoduché GaN vrstvy měřili metodou DLTS, ze které ovšem nebyl získán žádný signál. To by také mohlo podpořit tvrzení, že v našich vrstvách je nižší koncentrace strukturních defektů, které by mohly způsobovat výraznou PPC.

I v případě HEMT rostlých na safírovém substrátu (vzorek HEMT A1) byl efekt PPC velmi slabý (obr. 4.3b). Nicméně je zde vidět rozdíl mezi amplitudami GaN A1 a HEMT A1, HEMT B1 a HEMT B2, kdy je saturovaná hodnota vodivosti (během ozařování) v případě heterostruktur více teplotně závislá. Amplituda fotoexcitace roste se snižující se teplotou.

Velmi silný projev PPC byl pozorován v HEMT strukturách s křemíkovým substrátem (HEMT B1, HEMT B2), které měly  $2 \mu\text{m}$  tlustou vrstvu uhlíkem dotované GaN vrstvy v heterostruktuře pod 2DEG. Teorie, která považuje za zdroj PPC uhlíkové vakance, by tímto byla částečně podpořena. Nelineární závislost relaxační křivky (obr. 4.6a) naznačuje, že se v našich vzorcích uplatňují procesy odlišné od záchytu elektronů přes potenciálovou bariéru. Nabízí se návrh na další zkoumání, kdy by se DLTS využívalo k měření heterostruktur [26], [19]. Ovšem analýza signálu v HEMT strukturách je pro nás zatím neinterpretovatelná, kvůli komplexnosti struktury a složitosti identifikovat příspěvek vodivého kanálu v naměřeném spektru.

## 4.2 Optimalizace a charakterizace studovaných struktur

### 4.2.1 Parametry jednotlivých typů struktur

Dalším experimentálním cílem bylo vytvoření optimálního technologického postupu plošně selektivního leptání AlGaIn/GaN heterostruktur (viz obrázek 2.1) pro přípravu zapuštěných ohmických kontaktů. Tento postup dále označujeme jako tzv. mělké leptání, v kontrastu s hlubokým leptáním, vytvářejícím tzv. mesy, a definujícím měřené struktury jako celek. Vlastnosti kontaktů v závislosti na technologickém postupu jsme studovali na strukturách typu TLM a vdP. Následně byl optimalizovaný postup použit pro tvorbu Hall bar struktur, kde by zapuštěné kontakty měly fungovat spolehlivěji než původní povrchové, zejména za nízkých teplot a při měření kvantových jevů. Geometrie a postup přípravy všech použitých struktur jsou zřejmé z obrázků použitých masek (obr. 4.9, 4.10 a 4.11). Celkové rozměry motivů byly  $0,8 \times 3,55 \text{ mm}$  u TLM,  $3 \times 3 - 5 \times 5 \text{ mm}$  u vdP a  $3 \times 3,25 \text{ mm}$  u Hall barů. Velikost kontaktních plošek byla  $0,5 \times 0,5 \text{ mm}$ .

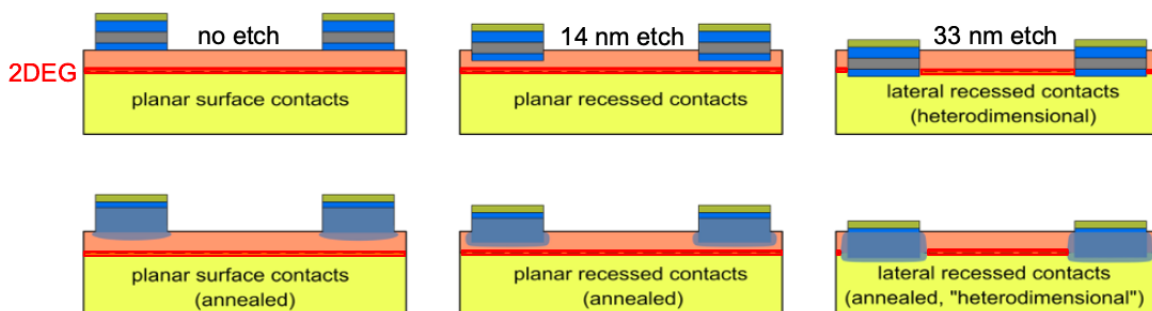
Proces leptání byl testován na AlGaIn/GaN heterostrukturách se safírovým substrátem, nicméně pro velký rozptyl jejich parametrů (při pozorování různých míst stejné desky) těchto vzorků bylo nutné nejprve technologický postup vyvinout a zdokonalit na vzorcích Aixtron s křemíkovým substrátem, které byly v naší laboratoři též k dispozici, a které vykazovaly výrazně lepší homogenitu.

Správný technologický postup by měl zajistit, že leptacím procesem se skutečně nakontaktuje 2DEG, odpor kontaktu k 2DEG bude co nejmenší, a nedojde ke ztrátě funkčnosti kontaktu za nízkých teplot. Vytyčili jsme hypotézu, že klíčový parametr pro splnění těchto požadavků je hloubka leptání, resp. relativní hloubka vyleptané oblasti vůči pozici 2DEG. Od toho se odvíjel následující experimentální postup.

Pomocí počátečních experimentů se došlo k závěru, že vhodné pořadí začíná hlubokým leptáním, kdy se vytvoří požadovaná struktura (obrázky 4.9a, 4.10a, 4.11a a 4.12a) vyleptáním až k tlusté vrstvě nedotovaného GaN (přibližně 850 nm). U struktury, okolo které je vyleptané okolí do takové hloubky, by mělo být zabráněno vzniku svodových proudů, a zároveň by mělo být dosaženo lepší geometrické definovanosti. Masky na leptání byly vyvinuty v programu KLayout a jsou zobrazeny na obrázcích 4.9c, 4.10c, 4.11c a 4.12e.

Následovalo leptání mělké, kterému odpovídaly čtyři hloubky podle leptacího času: 30 s, 45 s, 60 s a 120 s. Napařené kovové kontakty byly čtyřsložkové ve složení Ti/Al/Ti/Au (20/100/30/35 nm) žíhané na 800 °C po dobu třech minut. Volili jsme tyto kontakty z důvodu předchozích dobrých zkušeností [7] a na doporučení mnohé literatury [35], [21]. První kovová vrstva titanu (20 nm) tvoří sloučeninu s dusíkem (nitrid titanu), což provází relativně agresivní reakce, kterou by měla druhá kontaktní kovová vrstva hliníku (100 nm) ztlumit. Další kovová vrstva titanu (30 nm) slouží jako oddělovací bariéra od již popsané sloučeniny a poslední vrstva zlata (35 nm) by měla zprostředkovávat co nejlepší kontakt s měřicími hroty nebo drátky [6].

Kovové kontakty se tedy napařovaly na pět typů hluboce leptaných struktur - čtyři struktury s mělkým leptáním (30 s ÷ 120 s) a jedna struktura bez mělkého leptání. Námí předpokládaný model pro tři různé situace před žíháním a po žíhání kontaktů je zobrazený na obrázku 4.7. Kontakty napařené na struktuře bez mělkého leptání dále nazýváme planární povrchové kontakty. Kontakty, které hloubkou mělkého leptání nedosahují přímého kontaktu s 2DEG, nazýváme planární zapuštěné. A nakonec laterální zapuštěné kontakty (heterodimenzionální) nazýváme ty, které jsou dostatečně hluboko pro přímý kontakt s 2DEG nebo ještě hlouběji. Obrázky ve spodní řadě naznačují situaci, o které se domníváme, že nastane po žíhání. Spodní kovová vrstva titanu a hliníku vytvoří sloučeninu, která částečně prodifunduje vrstvou AlGaIn v prvních dvou případech. U větších hloubek mělkého leptání uvažujeme difuzi slitiny AlGaIn vrstvou, 2DEG a částečně i GaN. Vhodnost jednotlivých hloubek mělkého leptání pro získání ohmických kontaktů s požadovanými vlastnostmi 2DEG jsme posuzovali podle následujících výsledků.



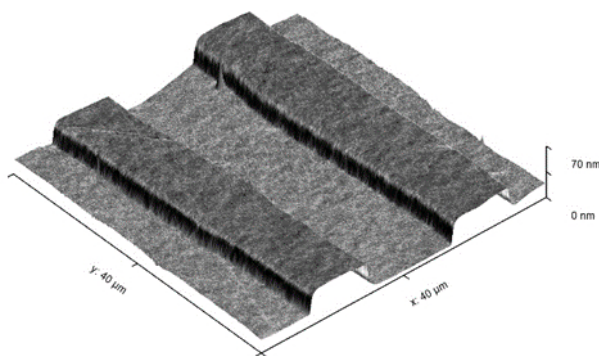
Obrázek 4.7: Modelové znázornění různých typů kontaktů k 2DEG v závislosti na hloubce mělkého leptání a bez mělkého leptání

## 4.2.2 Výsledky

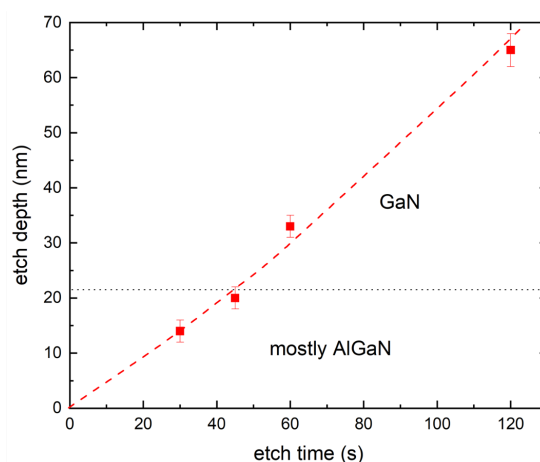
Pomocí AFM (sonda LiteScope AFM (Nenovision), umístěná v elektronovém mikroskopu EVO 10 SEM (Zeiss)) byla změřena jak hloubka mesy (tj. hluboce vyleptané oblasti, která vymezovala strukturu 4.8a), tak jednotlivé hloubky mělkého leptání. Pomocí profilů se dala přiřadit hloubka mělkého leptání k jednotlivým časům, jak lze vidět v grafu 4.8b a v tabulce 4.1. Doba mělkého leptání a s tím spojená hloubka:

- 30 s -  $14 \pm 2$  nm
- 45 s -  $20 \pm 2$  nm
- 60 s -  $33 \pm 2$  nm
- 120 s -  $65 \pm 3$  nm

Dělicí čára v grafu 4.8b vymezuje rozhraní mezi AlGa<sub>0.2</sub>N/GaN, tj. v této hloubce by se měl nacházet 2DEG. Z naměřené hloubky pomocí AFM by se tedy dalo usoudit, že 45 s mělkého leptání by mělo být dostatečné pro přímé kontaktování 2DEG. Měření uvedená dále nám umožní podrobnější zhodnocení jednotlivých hloubek leptání.

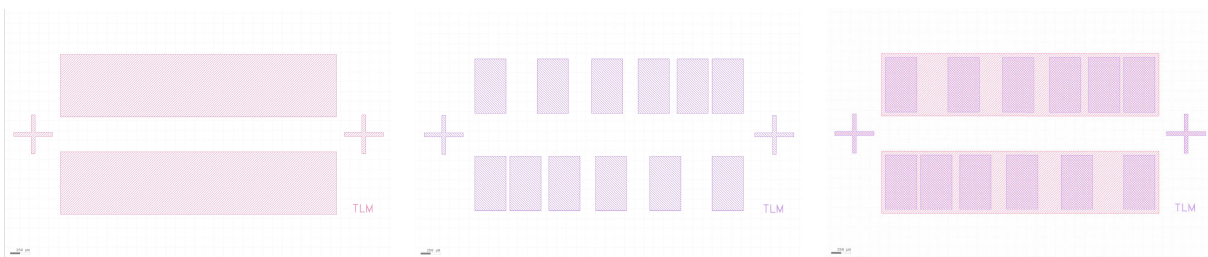


(a) 3D obrázek TLM struktury z AFM



(b) Hloubka mělkého leptání v závislosti na době. Horizontální čára vymezuje hloubku rozhraní mezi AlGa<sub>0.2</sub>N/GaN (tj. 2DEG).

Obrázek 4.8: Přiřazení hloubky leptání k leptacím časům

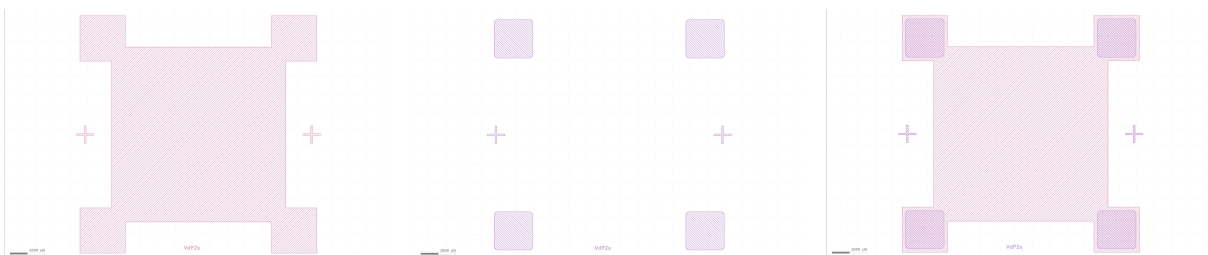


(a) Maska na hluboké leptání

(b) Maska na mělké leptání pro kontakty

(c) Konečná struktura

Obrázek 4.9: TLM struktura

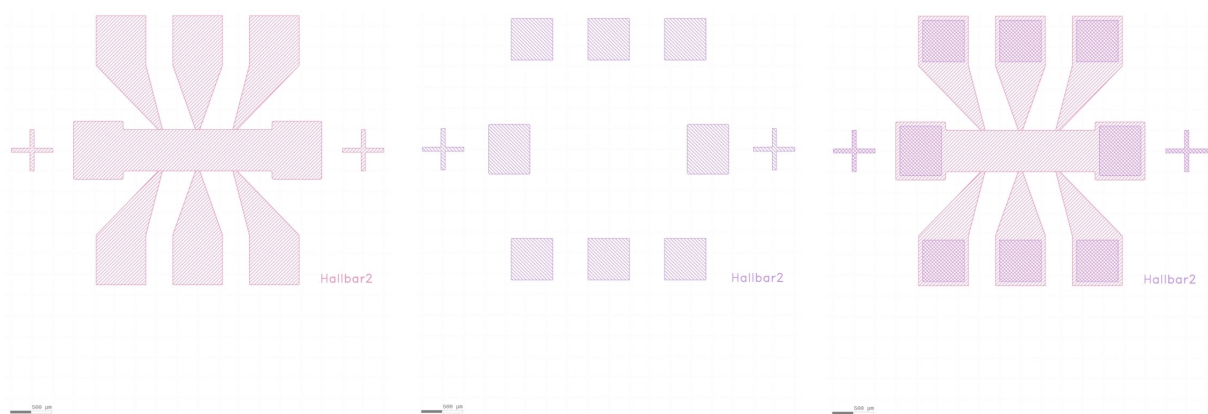


(a) Maska na hluboké leptání

(b) Maska na mělké leptání pro kontakty

(c) Konečná struktura van der Pauwa

Obrázek 4.10: van der Pauwova struktura



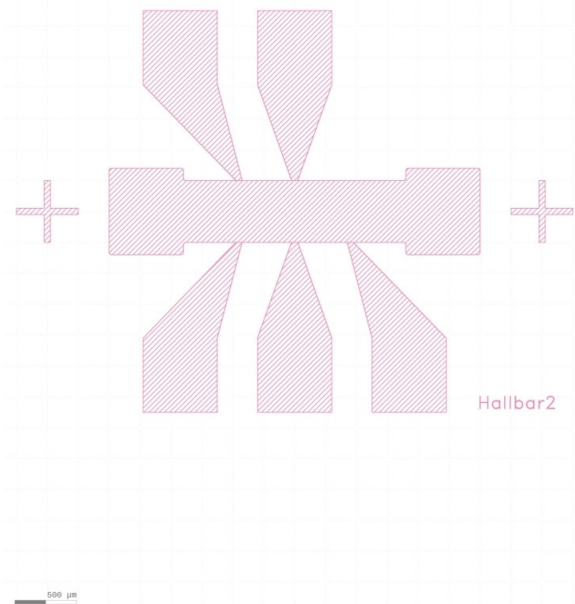
(a) Maska na hluboké leptání

(b) Maska na mělké leptání pro kontakty

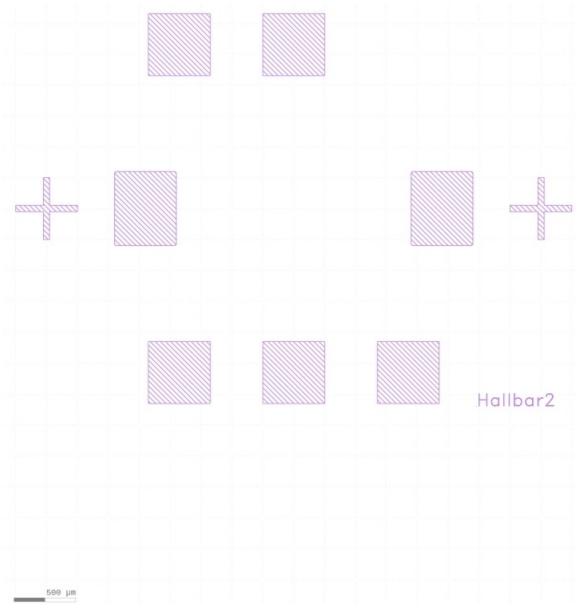
(c) Konečná struktura

Obrázek 4.11: Hall bar struktura s šesti pady

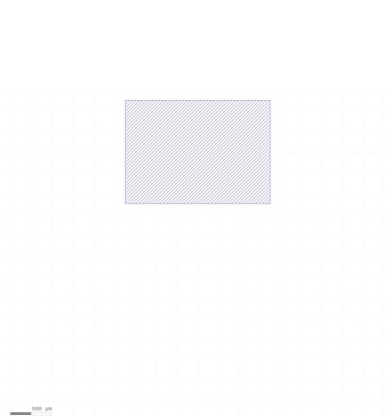




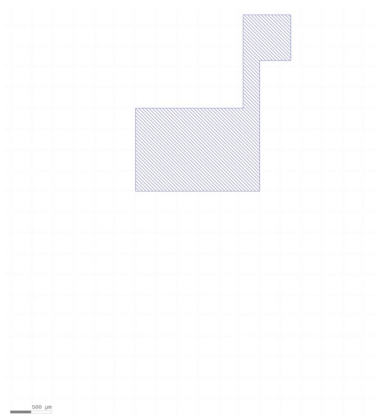
(a) Maska na hluboké leptání



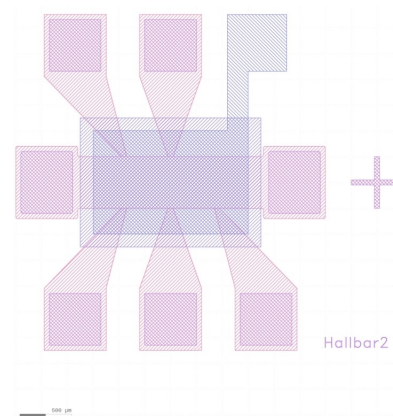
(b) Maska na mělké leptání kontaktů



(c) Maska na nanosení rezistu vymežující oblast pro dielektrikum



(d) Maska na nanosení kovu



(e) Konečná Hall bar struktura

Obrázek 4.12: Hall bar struktura s gatem



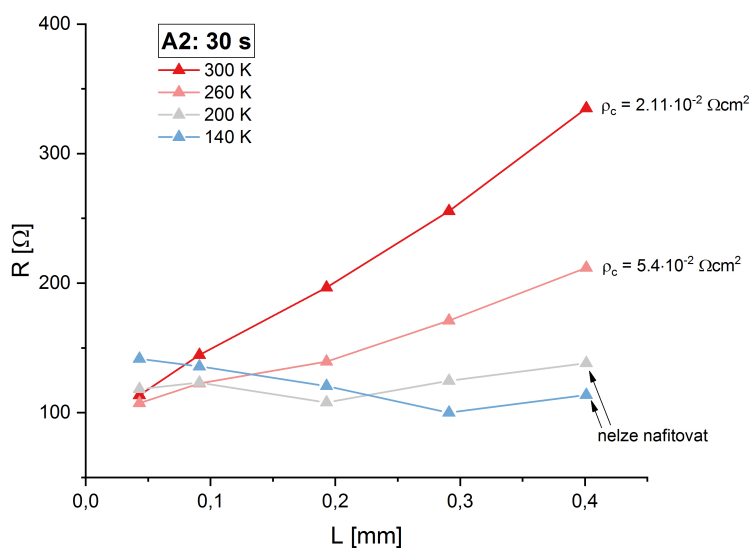
## Charakterizace TLM struktur

Byly připraveny dvě sady (A, B) po pěti vzorcích, které prošly totožným technologickým zpracováním, abychom byli schopni rozhodnout o reprodukovatelnosti a věrohodnosti dosaženého postupu. Všechny vzorky byly nejprve měřeny před žíhacím procesem, nicméně výsledky z těchto měření se nedají pokládat za věrohodné vzhledem k velmi časté nemožnosti vyhodnocení dat. Všechny následující grafy jsou vyhodnoceny z měření, která byla provedena až po žíhání kovových kontaktů. Neměřitelnost měrného kontaktního odporu byla zapříčiněna velkými hodnotami dvoubodových odporů v TLM a také velkými fluktuacemi.

VZOREK	DOBA MĚLKÉHO LEPTÁNÍ [s]	MĚRNÝ KONTAKTNÍ ODPOR $\rho$ [ $\Omega \text{ cm}^2$ ]	
		300 K	81 K
A1	bez mělkého leptání	neměřitelné	neměřitelné
B1		neměřitelné	neměřitelné
A2	30	$2,11 \cdot 10^{-2}$	neměřitelné
B2		neměřitelné	neměřitelné
A3	45	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-2}$
B3		$1,60 \cdot 10^{-3}$	$9,74 \cdot 10^{-3}$
A4	60	$8,69 \cdot 10^{-4}$	$1,13 \cdot 10^{-2}$
B4		$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$
A5	120	$6,88 \cdot 10^{-4}$	$9,34 \cdot 10^{-3}$
B5		$1,73 \cdot 10^{-3}$	$3,69 \cdot 10^{-2}$

Tabulka 4.1: Měrný kontaktní odpor jednotlivých vzorků ve 300 K a 81 K po žíhání

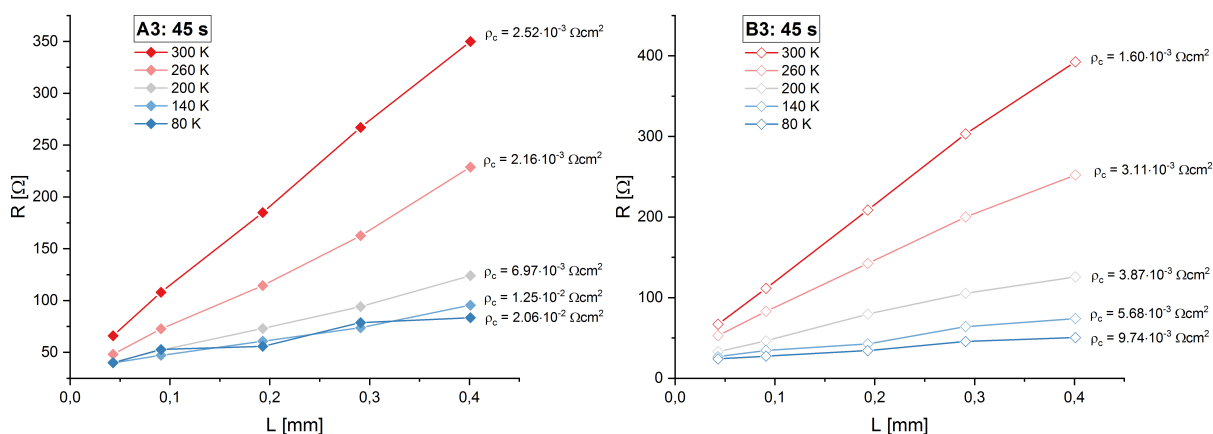
Měrný kontaktní odpor planárních zapuštěných kontaktů (tj. vzorek A2) je na obrázku 4.13. Mělké leptání po dobu 30 s se nezdá být dostatečné, vzhledem ke zhoršené kvalitě ohmických kontaktů v teplotách pod 200 °C. Stejně procesovaný vzorek (B2) z druhé sady dával nevyhodnotitelná data i po žíhání, viz tabulka 4.1.



Obrázek 4.13: Vzorek A1: doba leptání 30 s

Leptání po dobu 45 s (tj. vzorky A3, B3) by mělo být dostatečné pro dosažení 2DEG a také tomu napovídají výsledky, jak můžeme vidět na obrázku 4.14 nebo v tabulce 4.1. Kontaktní měrný odpor je téměř v celé teplotní škále v řádu  $10^{-3} \Omega\text{cm}^2$ .

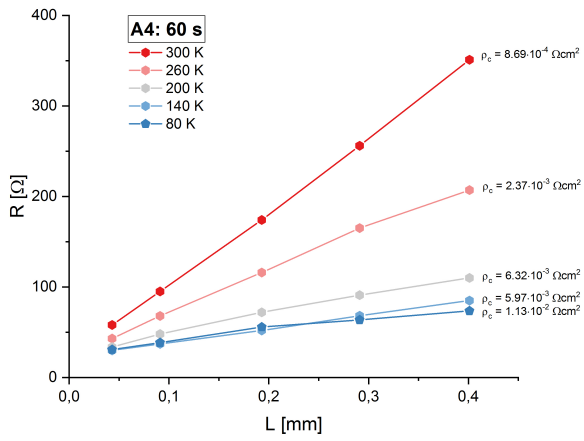
Nejnižších hodnot měrného kontaktního odporu bylo dosaženo leptáním do hloubky 33 nm a 65 nm (tj. vzorky A4, B4, A5, B5), u kterých byla doba mělkého leptání 60 a 120 s. V obou případech bylo dosaženo měrného kontaktního odporu až do řádu  $10^{-4} \Omega\text{cm}^2$ .



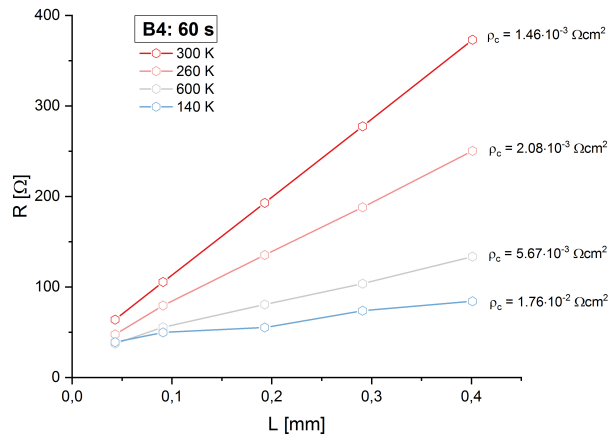
(a) Vzorek A3

(b) Vzorek B3

Obrázek 4.14: Doba leptání 45 s

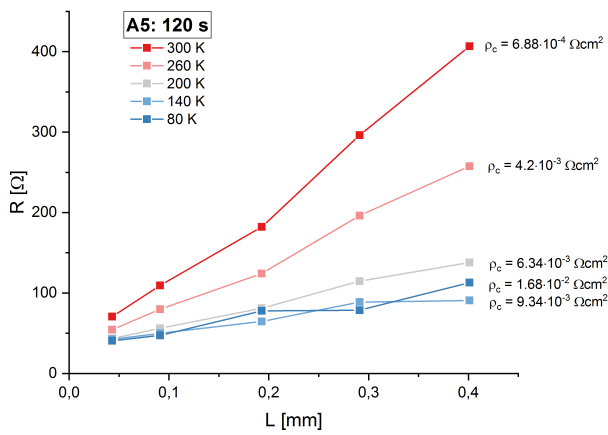


(a) Vzorek A4

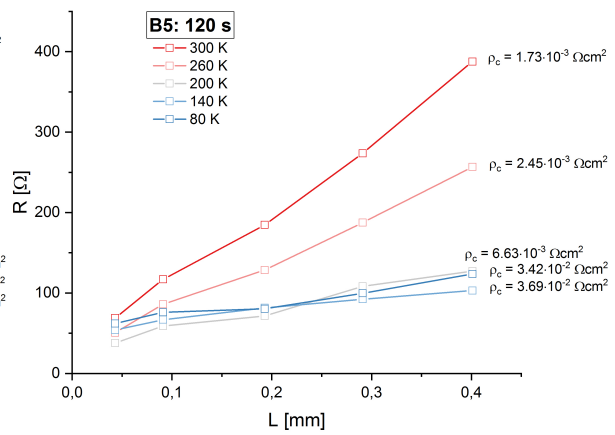


(b) Vzorek B4

Obrázek 4.15: Doba leptání 60 s



(a) Vzorek A5



(b) Vzorek B5

Obrázek 4.16: Doba leptání 120 s

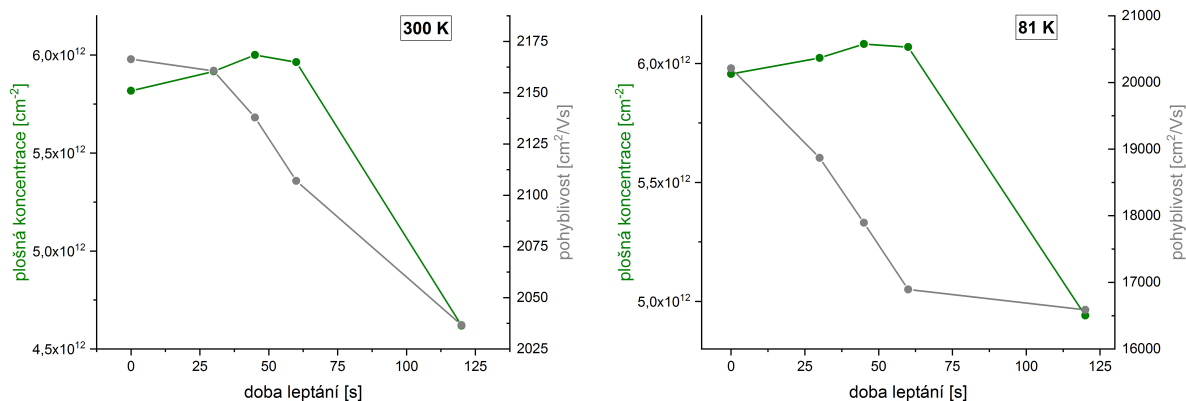
## Charakterizace vdP struktur

Struktury typu van der Pauw, viz schéma 4.10c, byly procesovány stejným způsobem jako struktury typu TLM. Sloužily k určení koncentrace nosičů a jejich pohyblivosti pomocí měření Hallova jevu. Pohyblivost u vzorků bez mělkého leptání v 81 K dosahuje hodnot okolo 21000  $\text{cm}^2/\text{Vs}$ . Koncentrace nosičů se v obou případech pohybuje v řádu  $10^{12} \text{ cm}^{-2}$ . Pohyblivost nosičů klesala s delší dobou mělkého leptání. Koncentrace nosičů byla přibližně konstantní při 300 K i 81 K až do hloubky mělkého leptání 65 nm (tj. 120 s), kde docházelo k rapidnímu poklesu. Z grafů 4.25 a tabulky 4.2 by bylo možno vyvodit, že delší čas mělkého leptání mírně mění vlastnosti 2DEG - klesá jeho koncentrace i pohyblivost. I když pro tento jev nemáme zatím jednoznačné vysvětlení, tak jsme tento empirický fakt zohlednili při volbě času mělkého leptání struktur Hall bar - viz část 4.3.1.

Navíc připomeňme, že u heterodimenzionálních kontaktů, jaké pravděpodobně vznikají při delších časech mělkého leptání, vyhodnocený měrný kontaktní odpor už nemusí být dobrou charakteristikou kontaktu. A to proto, že použitý TLM model předpokládá plošný kontakt s polovodičem o stejných vlastnostech pod kontaktem i mimo něj, což heterodimenzionální kontakt nespĺňuje. Je tedy na místě uvážit také celkové dvoubodové odpory kontaktů, zejména při nízkých teplotách. Zde se jako nejmenší odpory jeví spíše ty získané pro časy leptání 45-60 s, viz poslední sloupec v tabulce 4.2.

VZOREK	DOBA MĚLKÉHO LEPTÁNÍ [s]	KONCENTRACE $n_{2D}$ [ $\text{cm}^{-2}$ ]		2-BODOVÝ ODPOR [ $\Omega$ ]	
		300 K	81 K	300 K	81 K
A1	bez mělkého leptání	$5,82 \cdot 10^{12}$	$5,96 \cdot 10^{12}$	2768	950 000
A2	30	$5,92 \cdot 10^{12}$	$6,02 \cdot 10^{12}$	1869	409
A3	45	$6,00 \cdot 10^{12}$	$6,08 \cdot 10^{12}$	1723	300
A4	60	$5,96 \cdot 10^{12}$	$6,07 \cdot 10^{12}$	1713	267
A5	120	$4,62 \cdot 10^{12}$	$4,94 \cdot 10^{12}$	2275	346

Tabulka 4.2: Koncentrace a 2-bodový odpor ve 300 K a 81 K



Obrázek 4.17: vdP struktury připravované hlubokým leptáním (12 min) a proměnlivým mělkým leptáním (0 ÷ 120 s)

## Diskuze

Planární povrchové kontakty nejsou dostatečné pro nízkoteplotní měření struktur AlGaN/GaN HEMT to ani po žíhání. Jejich kontaktní odpor vykazuje silnou závislost na teplotě pravděpodobně v důsledku omezené difuze Ti a z toho pro elektrony vyplývající nutnosti překonávat potenciálovou bariéru. V porovnání s předchozí prací [7], kde bylo dosaženo se stejnými kontakty (Ti/Al/Ti/Au) měrného kontaktního odporu v řádu  $10^{-2} \Omega\text{cm}^2$ , bylo díky hlubokému a následnému 60 s trvajícím mělkému leptání dosaženo hodnoty měrného kontaktního odporu až  $8,69 \cdot 10^{-4} \Omega\text{cm}^2$ . Nejnižšího 2-bodového odporu bylo dosaženo 45-60 s trvajícím mělkým leptáním (ve 300 K i v 81 K). Jedná se tedy o hloubku leptání, která buď mírně přesahuje hloubku 2D kanálu nebo je s ní srovnatelná. Lze spekulovat [27], že při srovnatelných hloubkách 2DEG a leptání a jejich fluktuacích [16] zůstává 2DEG v některých místech pod napařeným kovem lokálně zachován a to napomáhá ke snížení odporu kontaktu oproti hlouběji leptanému (120 s) kontaktu.

Změněné transportní parametry u nejhlubšího leptání vybízejí k prozkoumání možnosti, zda není při delší době leptání již nějakým způsobem poškozen povrch vzorku i v oblastech chráněných rezistem.

## 4.3 Nízkoteplotní měření Hall bar struktur

### 4.3.1 Parametry jednotlivých vzorků

Sloučením výsledků z měření TLM struktur, měření Hallova jevu (koncentrace 2DEG a jeho pohyblivost) a dvoubodového odporu na vdP strukturách se jevila doba 55 s pro mělké leptání jako nejlepší kompromis. Vytvoření mesy proběhlo standardně pomocí 12 minutového hlubokého leptání.

Vzhledem k plánu vytvořit část vzorků Hall bar i s gate a dielektrikem byla příprava konečných Hall bar struktur u některých vzorků víceetapňová oproti TLM a vdP vzorkům. V případě tří vzorků (HB1, HB2, HB3) se po napaření padů na vzorky nanasla rezist vymezující obdélníkovou masku (jak lze vidět na obrázku 4.12c), podle které se doprostřed Hall bar struktury pomocí metody ALD (atomic layer deposition) nanasla 15/25 nm silná vrstva dielektrika Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Po

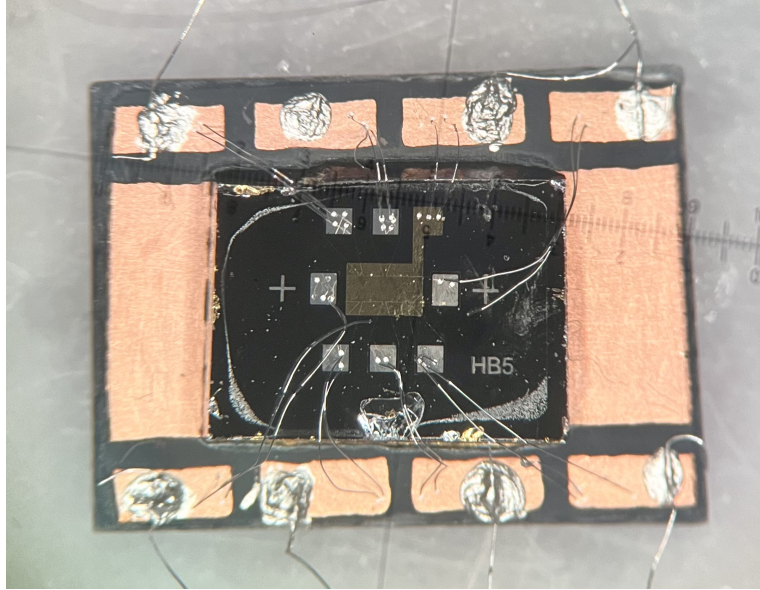
nanesení dielektrika byly vzorky čištěny pomocí acetonu po dobu přibližně 20 minut. Následovalo poslední nanesení rezistu, který určoval tvar pro napaření kovové elektrody na dielektrikum, viz maska 4.12d. V napařovací komoře byly naneseny gatové kovy Pd/Au (30/60 nm) a poté následovalo poslední čištění vzorků v acetonu. Popis jednotlivých typů Hall bar struktur:

- HB1 - struktura se sedmi pady a naneseným dielektrikem  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (15 nm) - testování pasivace povrchu pomocí dielektrika
- HB2 - sedm padů; dielektrikum (15 nm); gate: napařené kovy Pd/Au (30/60 nm), gate vyveden na místo osmého padu - navržen jako d-mode tranzistor
- HB3 - sedm padů; dielektrikum (25 nm); gate: napařené kovy Pd/Au (30/60 nm), gate vyveden na místo osmého padu - navržen jako d-mode tranzistor se silnější vrstvou dielektrika
- HB4 - osm padů (pouze napařené kontakty) - měl sloužit jako referenční vzorek
- HB5 - šest padů (pouze napařené kontakty); bez mělkého leptání - vzorek na safírovém substrátu s ne příliš dobrou kvalitou, sloužil spíše k testování kovových kontaktů

I přes to, že pro aplikační uplatnění je nedostatečná kvalita izolační vrstvy nepřijatelná, pro účely měření v heliových teplotách tak vysoká kvalita není potřeba, není potřeba kanál úplně ochudit a tím tranzistor uzavřít, stačí kanál ochudit pouze částečně. D-mode tranzistory operují v on-režimu a pro AlGaIn/GaN materiál s 2DEG je hlavním rysem vysoká pohyblivost a vysoká koncentrace elektronů. Vzhledem k technologickým parametrům našich vzorků, kde se koncentrace elektronů ve 2DEG pohybovala okolo  $6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (dle tabulky 4.2), by bylo zapotřebí velmi silného vnějšího magnetického pole, abychom byli schopni měřit s nízkými plnicími faktory.

Pomocí optické litografie a reaktivního iontového leptání, jak je popsáno v kapitole 2.2, bylo možné vytvořit Hall bar strukturu s napařenými kovovými kontakty a gatem, viz obrázek 4.18. HEMT struktury byly lámány na velikost přibližně  $5 \times 7 \text{ mm}$  a z obrázku je zřetelné, že pro přesně definovanou strukturu je zapotřebí hlubokého leptání a vytvoření mesy ( $3 \times 3,25 \text{ mm}$ ), protože AlGaIn/GaN materiál má tendence se na hranách odštěpovat.

Vzorky bylo dále nutné pomocí rezistu přilepit na destičku plošných spojů (DPS) pokovenou mědí, se kterou byly kovové kontakty na vzorcích propojené pomocí ultrazvukového bondingu prostřednictvím hliníkových drátků. DPS byla zapotřebí pro spolehlivé umístění vzorku do kryostatu. Vzorek byl s kryostatem elektricky propojen pomocí stříbrných drátků vyvedených z DPS a přilepených koloidním stříbrem.



Obrázek 4.18: Vzorek HB5 připojený k DPS hliníkovými drátky a nalepený pomocí rezistu

Prvním cílem bylo otestování funkce dielektrika jako pasivace povrchu Hall bar struktury. Druhým cílem bylo částečné ochuzení vodivého kanálu - tedy snížení koncentrace elektronů při správně fungujícím gate a v neposlední řadě nás zajímala I-V charakteristika gate při různém aplikovaném napětí  $V_G$ .

### Vyhodnocování dat

Z křivek pro příčný ( $R_{xy}$ ) a podélný ( $R_{xx}$ ) odpor Hall baru je možné získat informace o pohyblivosti elektronů ve 2DEG. Pomocí maxim nebo minim Shubnikovových oscilací vynesných v závislosti na recipročním magnetickém poli je možné získat koncentraci elektronů díky vztahu

$$\Delta \frac{1}{B} = \frac{1}{B_{i+1}} - \frac{1}{B_i} = \frac{g_s g_v e}{n_{2D} h} = \frac{2e}{n_{2D} h}. \quad (4.4)$$

Index  $i$  značí minimum nebo maximum oscilace, veličina  $g_s = 2$  a  $g_v = 1$  dávají dohromady Landého g-faktor (pro elektrony) [31], [10]. Koncentraci elektronů ve 2DEG je tedy možné získat lineárním fitem ze sklonu křivky  $\Delta(1/B_{max/min})$  vs index maxima nebo minima. Pohyblivost elektronů ve 2DEG je popsána vztahem

$$\mu = \frac{1}{en_{2D}\rho_{xx}}, \quad (4.5)$$

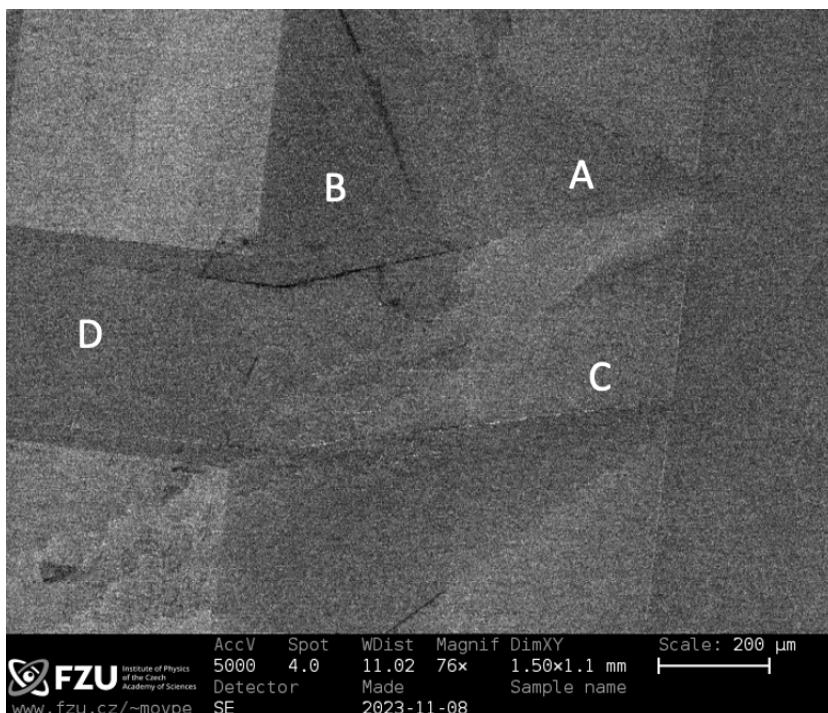
kde podélný odpor je při nulovém magnetickém poli.

Naměřením příčného odporu  $R_{xy}$ , resp. měrného příčného odporu  $\rho_{xy}$ , je možné získat hodnotu plněního faktoru z již uvedeného vztahu 1.40. Pokud není uvedeno jinak, měření transportních parametrů probíhalo při teplotě  $1,4 \pm 0,05$  K.



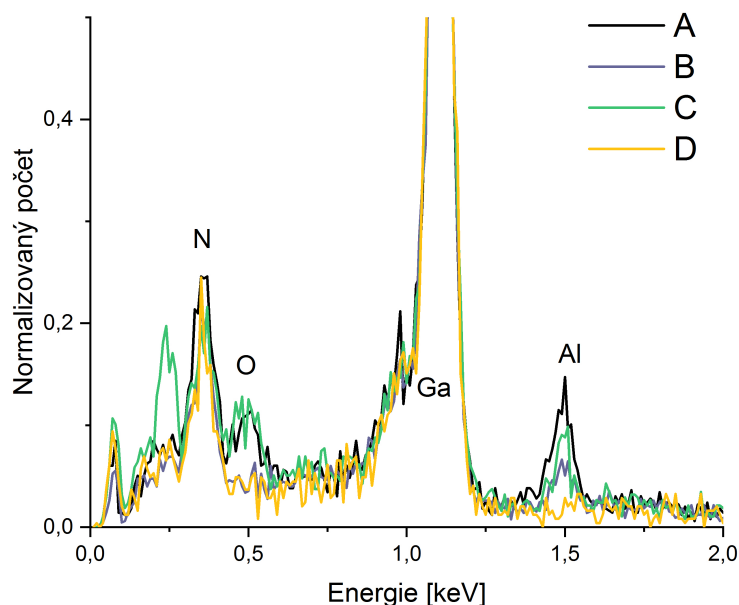
### 4.3.2 Výsledky

U vzorků HB1, HB2 a HB3, které byly pokryty dielektrikem  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , byla provedena prvková analýza pomocí EDX (energy dispersive X-ray analysis). Analyzovala se jednotlivá místa (A,B,C,D) na vzorku - viz obrázek 4.19. Na místa A a C bylo nanášeno dielektrikum  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , na místě D bylo provedeno hluboké leptání až na vysoce odporovou GaN vrstvu a na místě B žádné leptání neproběhlo. Peak hliníku je na místech A,B a C (obr. 4.20), zatímco kyslíkový peak pouze na místech A a C. Malá koncentrace hliníku na místě B je pravděpodobně způsobena AlGaN vrstvou. Prvková analýza tedy potvrdila, že i po očištění vzorků acetonem je na vzorku vrstva dielektrika  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .



Obrázek 4.19: SEM snímek - A,B,C,D: analyzovaná místa na vzorku





Obrázek 4.20: EDX spektrum jednotlivých vybraných míst na vzorku

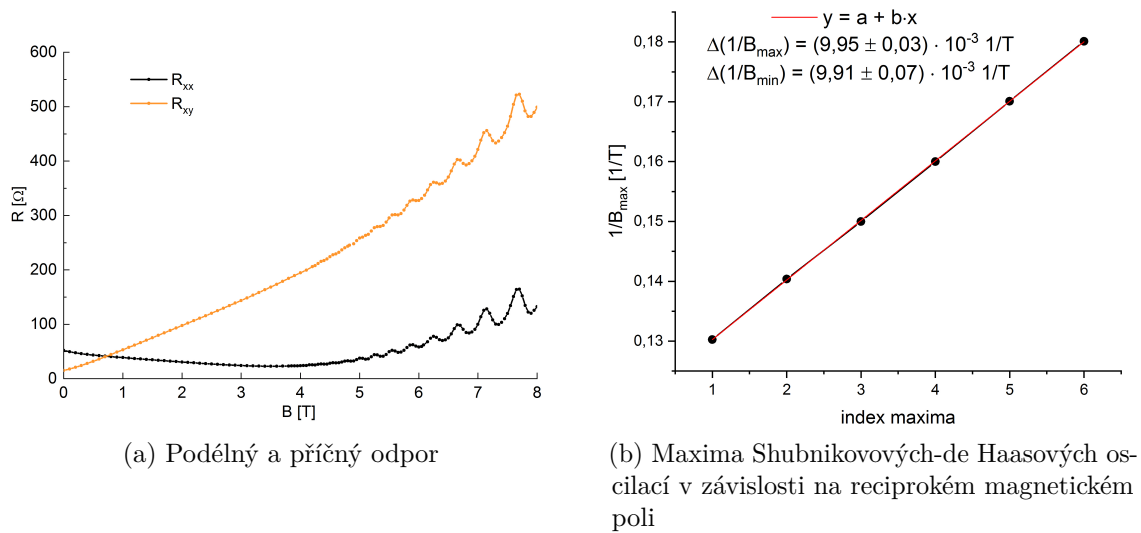
## HB1

Vzorek pouze se sedmi pady a pasivační vrstvou  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (15 nm). Na obrázku 4.21a je zobrazen odpor příčný ( $R_{xy}$ ) i podélný ( $R_{xx}$ ). Podélná resistivita se v případě tohoto vzorku měřila ob jeden pad z důvodu špatného bondu na prostředním napěťovém padu. Příčný odpor (Hallovo napětí) byl měřený na protilehlých padech. Do hodnoty 4 T magnetického pole je u podélného odporu konvexní tvar křivky, která by v jednoduchém modelu měla být konstantní. Pravděpodobně se zde projevuje jev pozitivní magnetoresistance. U příčného odporu nedošlo k vytvoření charakteristických plat a naopak zde vznikly oscilace, které jsou velmi podobné oscilacím Shubnikovovým (nestandardní chování může souviset s poškrábáním povrchu vzorku, viz diskuze).

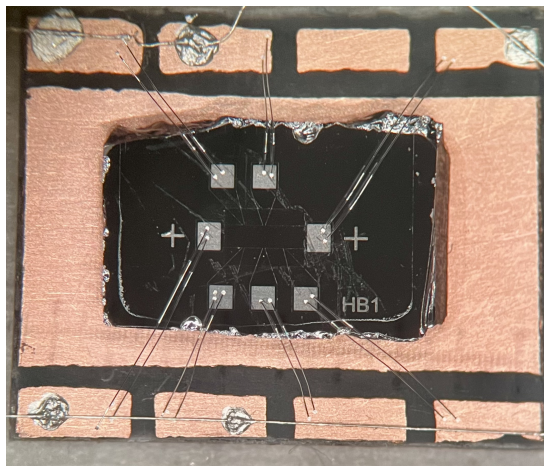
Koncentrace a pohyblivost elektronů v tomto vzorku je rovna

$$n_{2D} = 5,38 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \quad (4.6)$$

$$\mu = 38\,700 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad (4.7)$$



Obrázek 4.21: Vzorek HB1 ( $T=1,4$  K)



Obrázek 4.22: Vzorek HB1 s poškozeným povrchem

## HB2

Na tomto vzorku probíhalo pouze testování funkčnosti gate. Po připojení gate k bateriovému zdroji nebylo možné dále měřit, i když bylo na zdroji nastaveno nulové napětí. Odpor na čtyřbodovém odporovém mostě se stal záporným. Dalším měřením pomocí multimetru jsme zjistili, že je to zřejmě kvůli nízkému odporu mezi 2D kanálem a gate - mezi sourcem a gate jsme při 1,4 K naměřili okolo 500  $\Omega$ . Spolu s nízkým vnitřním odporem zdroje to vedlo ke změně rozložení potenciálu v Hall baru tak, že čtyřbodové měření bylo nepoužitelné.

Dodatečným měřením jsme určili, že při pokojové teplotě je odpor mezi sourcem a gate okolo 5 k $\Omega$ . Nižší odpor při heliových teplotách lze vysvětlit vyšší vodivostí kanálu a tunelováním přes dielektrikum. Dielektrikum tedy nefunguje dostatečně dobře pro účely studia 2DEG pomocí čtyřbodově měřených Hall barů.

Vzhledem k nefungujícímu gate na tomto vzorku dále neprobíhalo další měření.

### HB3

Koncentrace a pohyblivost elektronů v tomto vzorku byla rovna

$$n_{2D} = 5,97 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \quad (4.8)$$

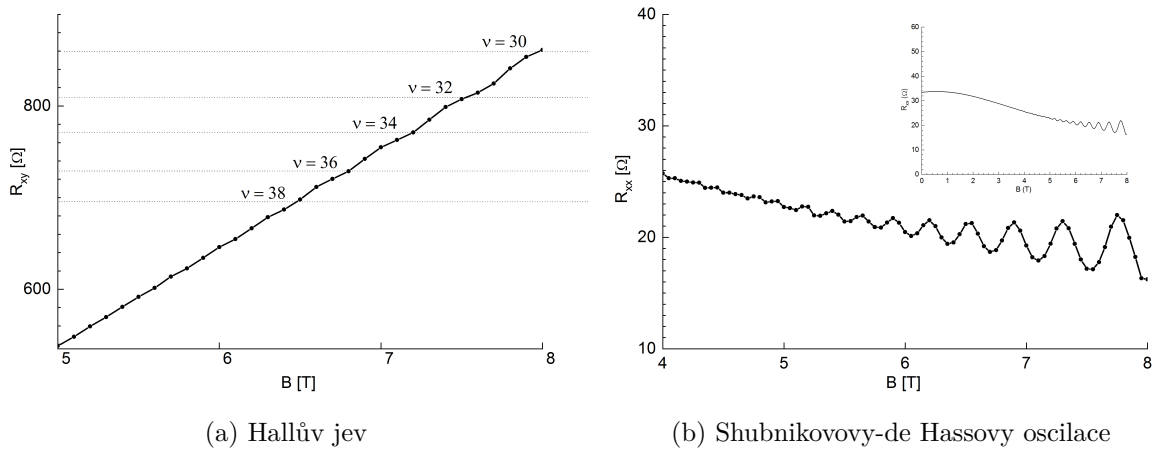
$$\mu = 27\,978 \text{ cm}^2/\text{Vs}. \quad (4.9)$$

Gate ani v případě tohoto vzorku nefungoval, proto jsme měřili v režimu pouze s odpojeným gatem, kdy čtyřbodové měření bylo možné a kvantové jevy byly pozorovatelné. Průměrný 2-bodový odpor mezi pady Hall baru byl roven

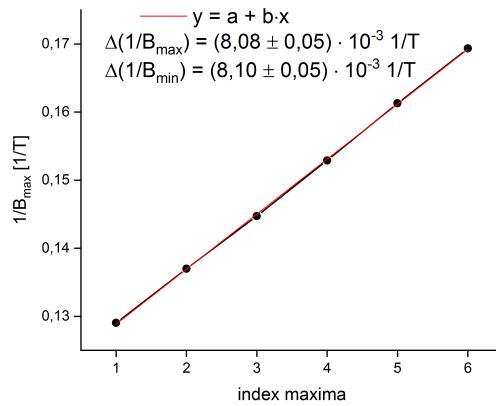
$$R = 187 \, \Omega. \quad (4.10)$$

Tato nízká hodnota ukazuje, že ohmické kontakty, jejichž vývoj a testování je popsáno v kapitole 4.2.1, fungují dobře i při heliových teplotách. Jak lze vidět na obrázku 4.23a, je zde zachycen Hallův jev, u kterého se z klasického lineárního průběhu začínají stávat plata, která jsou typická pro kvantový Hallův jev. Koncentrace elektronů ve 2DEG je relativně dost vysoká, ale už je možné vidět plata s plnicími faktory okolo 30. Kvantování vodivosti tedy není dominujícím jevem, proud v takto slabém magnetickém poli neprotéká čistě po hranách 1D kanálem.

Vložený graf na obrázku 4.23b zobrazuje průběh podélného odporu v celé škále aplikovaného magnetického pole. Přibližně do 5 T je možné pozorovat jev negativní magnetoresistance, která má souvislost se slabou lokalizací [33].



Obrázek 4.23: Vzorek HB3 (T=1,4 K)



Obrázek 4.24: Maxima Shubnikovových-de Haasových oscilací v závislosti na reciprokém magnetickém poli

#### HB4

Koncentrace a pohyblivost elektronů v tomto vzorku byla rovna

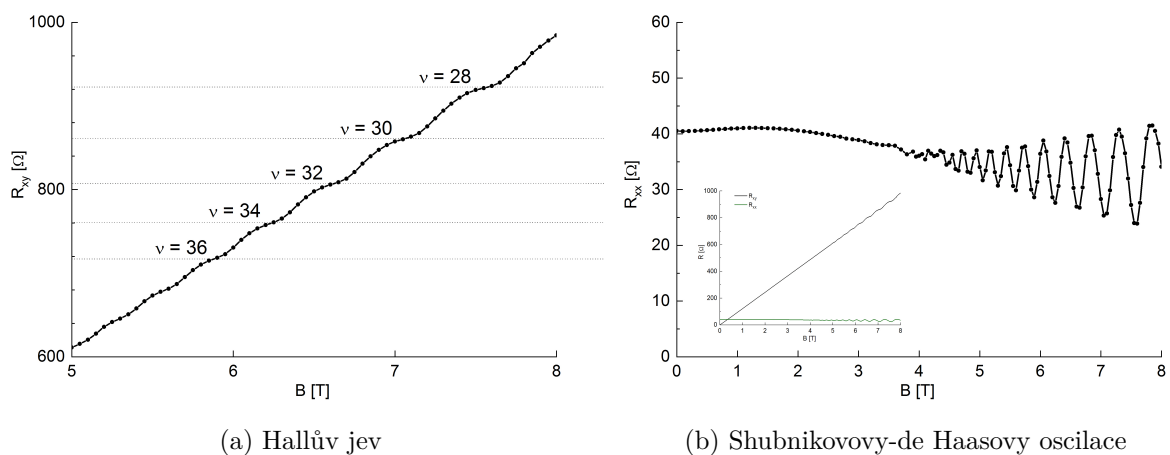
$$n_{2D} = 5,20 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \quad (4.11)$$

$$\mu = 26\,702 \text{ cm}^2/\text{Vs}. \quad (4.12)$$

2-bodový odpor mezi source a drain v 1,4 K byl přibližně

$$R = 200 \, \Omega. \quad (4.13)$$

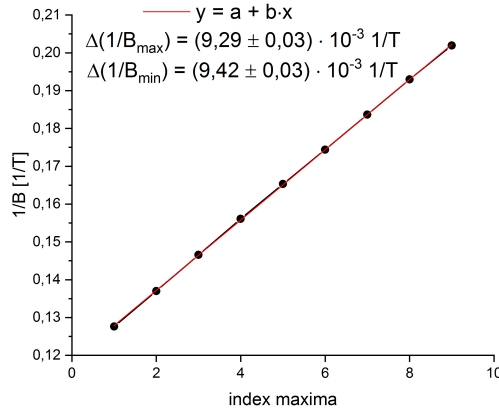
Tento vzorek byl referenční bez pasivace dielektrika a gate. Koncentrace v tomto vzorku byla nejnižší oproti všem předchozím vzorkům a díky tomu je náznak kvantového Hallova jevu na obrázku 4.25a znatelnější už od 5 T. U podélného odporu, viz obrázek 4.25b je velmi slabá negativní magnetoresistance do 4 T než začnou oscilace.



(a) Hallův jev

(b) Shubnikovovy-de Haasovy oscilace

Obrázek 4.25: Vzorek HB4 (T=1,4 K)



Obrázek 4.26: Maxima Shubnikovových-de Haasových oscilací v závislosti na recipročním magnetickém poli

## HB5

Jedná se o jediný vzorek typu Hall bar, který je na safírovém substrátu. Cílem experimentu s tímto vzorkem bylo pouze testování funkčnosti čtyřšlžkových kovových kontaktů při teplotě kapalného helia, tj. při 4,2 K, a v režimu slabého magnetického pole získat hodnotu koncentrace a pohyblivosti 2DEG. Koncentrace byla rovna

$$n_{2D} = \frac{B}{e\rho_{xy}} = \frac{0,5}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 70,1} = 4,45 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \quad (4.14)$$

a pomocí koncentrace získaná pohyblivost

$$\mu = \frac{1}{en_{2D}\rho_{xx}} = \frac{1}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 4,45 \cdot 10^{12} \cdot 1994} = 703 \text{ cm}^2/\text{Vs}. \quad (4.15)$$

## Diskuze

Vzorek HB1, který byl opatřený pouze 15 nm silnou pasivační vrstvou, vykazoval o více než 15 000 cm<sup>2</sup>/Vs vyšší pohyblivost oproti ostatním vzorkům. Příčinu by mohly být viditelné škrábance na povrchu vzorku (obr. 4.22), které narušením topologie vzorku znemožňují správně zavést geometrický faktor a z toho důvodu nelze interpretovat vypočtené hodnoty. K narušení topologie může snadno dojít například zásahem škrábance do hran vzorku (narušení hranových stavů). Experimenty tohoto typu, kde je definovanost tvaru vzorku zásadní, jsou na povrchová a hranová poškození velmi citlivá. Toto poškození také může být příčinou pro oscilující příčný odpor  $R_{xy}$ , jehož maxima i minima se přesně shodují s oscilacemi podélného odporu  $R_{xx}$ . Mírně rostoucí odpor do hodnoty přibližně 5 T lze interpretovat jako pozitivní magnetoresistanci.

Vzorek HB3 byl pokryt 25 nm vrstvou dielektrika a koncentrace elektronů ve 2DEG byla téměř stejná jako za pokojové teploty a za teploty kapalného dusíku, viz tabulka 4.2. I přes to, že došlo okamžitému zkratování gatů (v nízkých teplotách byl výrazně vodivější), jsme na strukturách dokázali naměřit kvantové jevy. U vzorku HB3 lze jednoznačně říci, že nedocházelo k žádné parazitní vodivosti, a že transport probíhal čistě ve vodivém kanálu. Naměřené kvantové jevy nebyly narušeny existencí vrchní (gate) vodivé vrstvy.

Pro účely našeho výzkumu jsou spolehlivě fungující ohmické kontakty, jejichž 2-bodový odpor není výrazně vyšší než 4-bodový, velmi dobrým výsledkem.

Vzhledem k důležitosti gate pro většinu tranzistorových prvků by bylo výhledově užitečné zjistit, jaké kvality dielektrická vrstva dosahuje, a zda propojení gate a 2DEG je lokální nebo celoplošné. Bude účelné i prozkoumat opačnou metodiku přípravy izolační vrstvy - celoplošnou depozici  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , následovanou jeho selektivním leptáním v místech kontaktů. Tento postup by měl tu výhodu, že není nutné během ALD procesu mít vzorek pokrytý fotoresistem, citlivým na teploty nad  $100\text{ }^\circ\text{C}$ . V takovém případě lze použít vysokoteplotní proces ALD, který může poskytnout kvalitnější vrstvy.



# Závěr

## Relaxace

Pokračováním v naší ([7]) předchozí práci jsme zkoumali zvýšenou dlouhotrvající fotovodivost elektronů (PPC - persistent photoconductivity) excitovaných jak širokospektrálním osvětlením, tak zelenou diodu s vlnovou délkou 525 nm. Nepodařilo se vyhodnotit relaxační čas pomocí různých typů fitování - pravděpodobně dochází k příspěvku dalších tepelných dějů. N-typové GaN vrstvy PPC vykazovaly velmi slabě - při 300 K byla zvýšená vodivost přibližně o 0,05 %, při 250 K o méně než 0,01 %. PPC jsme nepozorovali u hořčíkem dotovaných (p-typových) GaN vrstev. U struktur typu HEMT na saffírovém substrátu (HEMT A1) byla zvýšená vodivost o přibližně 3 % při 300 K a okolo 5 % při 200 K.

HEMT B1 a HEMT B2 vykazovaly silnější efekt PPC oproti HEMT A1. Příčinou by mohla být existence GaN vrstvy dotované uhlíkem. K nejvýraznější PPC docházelo po použití zelené diody - 525 nm jako světelného zdroje. Nárůst PPC byl okolo 5 % při 300 K a okolo 20 % při 250 K. To naznačuje, že pozorovaná PPC by mohla být důsledkem uhlíkových vakancí, které se velmi často objevují ve fotoluminiscenčních spektrech v III-V polovodičích, a které způsobují charakteristický YL band.

Dokázali jsme tento jev eliminovat ohřátím vzorků na 400 K před začátkem experimentálních měření a tím jsme dosáhli definovaného rovnovážného stavu. Ovšem ne pro každý typ experimentu je tento postup technicky jednoduše uskutečnitelný.

## Optimalizace a charakterizace studovaných struktur

Planární povrchové kontakty, studované v předchozí práci [7], nejsou dostatečné pro nízkoteplotní měření struktur AlGaIn/GaN HEMT heterostruktur. Jejich měrný kontaktní odpor byl velmi fluktuující nebo nevyhodnotitelný pravděpodobně v důsledku omezené difuze Ti skrz AlGaIn vrstvu před i po žíhání.

Koncentrace elektronů byla u leptaných i neleptaných vzorků téměř konstantní (vyjma 120 s trvajících mělkého leptání).

Nejlepší vlastnosti vykazovaly žíhané, 60 s mělce leptané heterodimenzionální (3D-2D) kontakty, na kterých jsme naměřili minimální 2-bodový odpor a nejnižší hodnoty  $\rho_c$ . Jedná se o hloubku leptání, která částečně přesahuje hloubku 2DEG, a domníváme se, že v tomto případě je kontaktní odpor nejvíce řízen obvodem kontaktu. Velmi podobné vlastnosti mají i kontakty leptané 45 s, kdy ke snížení odporu může přispívat i zbytkový 2DEG v ploše kontaktu. Leptací proces heterostruktur považujeme za úspěšný a lze pomocí něj spolehlivě připravovat přesně definované struktury bez svodových proudů a s dobrými ohmickými kontakty fungujícími v i dusíkových teplotách.



## Nízkoteplotní měření

Prvkovou analýzou pomocí EDX se podařilo potvrdit nanosení vrstvy dielektrika pomocí ALD. Vzorek HB1 opatřený pouze pasivační vrstvou byl během procesování poškozen a pravděpodobně z toho důvodu vykazuje nestandardní výsledky. Příčný odpor  $R_{xy}$  má stejné oscilující chování jako podélný odpor  $R_{xx}$  - shodují se maxima i minima oscilací. Geometrický faktor pro výpočet měrného odporu nebude v tomto případě realistický a spočítaná data nelze tak seriózně interpretovat. Konvexní tvar  $R_{xx}$  naznačuje výskyt pozitivní magnetoresistance.

Nefungující gate potvrdila měření vzorků HB2 a HB3. Na vzorcích HB3 a HB4 jsme úspěšně naměřili Shubnikovovy-de Haasovy oscilace a náznaky kvantového Hallova jevu (Hallovská plata) s plnicími faktory okolo 30 začínajícími od 6 T. Koncentrace elektronů se u vzorků HB3 a HB4 pohybovaly v rozmezí  $5,2 - 6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  a pohyblivosti se blížily ke  $30\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Nízká hodnota 2-bodového odporu dokazuje velmi dobrou funkčnost heterodimenzionálních kontaktů v subheliových teplotách. Z měření těchto vzorků můžeme usoudit, že jsme měřili čistě 2D vodivý kanál bez žádné parazitní vodivosti, která by mohla být způsobena kovovou vrstvou nanesenou na dielektrikum. Na vzorku HB3 i HB4 jsme pozorovali negativní magnetoresistanci.

Vzorek HB5 se safírovým substrátem měl při teplotě 4,2 K velmi nízkou koncentraci a pohyblivost ( $n_{2D} \sim 4,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\mu \sim 700 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ), což vede k předpokladu, že ve vzorku za nízkých teplot vůbec neexistoval 2D kanál nebo měl extrémně zvýšený rozptyl, potlačující kvantové chování. Kontakty i na tomto vzorku fungovaly bezproblémově.

Podařilo se nám vyvinout efektivní postup hlubokého a mělkého leptání k vytvoření struktur, které spolehlivě fungují, a na nichž lze měřit kvantové jevy, které lze použít k charakterizaci 2D vodivého kanálu. Správně fungující gate je nezbytnou součástí d-mode i e-mode tranzistorů a tyto výsledky jsou prvními kroky pro další možné studium a technologický vývoj pokročilejších struktur.

# Seznam použité literatury

- [1] O Ambacher. „Growth and applications of Group III-nitrides“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 31.20 (1998-10-21), s. 2653–2710. ISSN: 0022-3727. DOI: [10.1088/0022-3727/31/20/001](https://doi.org/10.1088/0022-3727/31/20/001). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0022-3727/31/20/001> (cit. 30. 10. 2023).
- [2] Daniel Arovas. „Lecture Notes on Quantum Hall Effect“. Skripta. San Diego: University of California, 2020. URL: <https://courses.physics.ucsd.edu/2019/Spring/physics230/LECTURES/QHE.pdf>.
- [3] Engin Arslan et al. „The persistent photoconductivity effect in AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> heterostructures grown on sapphire and SiC substrates“. In: *Journal of Applied Physics* 103.10 (2008-05-15). ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.2921832](https://doi.org/10.1063/1.2921832). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/103/10/103701/371294/The-persistent-photoconductivity-effect-in-AlGaN> (cit. 29. 12. 2023).
- [4] K.I. Bolotin. „Electronic transport in graphene. towards high mobility“. In: *Graphene*. Vanderbilt University, USA: Elsevier, 2014, s. 199–227. ISBN: 9780857095084. DOI: [10.1533/9780857099334.3.199](https://doi.org/10.1533/9780857099334.3.199). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780857095084500095> (cit. 24. 08. 2022).
- [5] M. G. Craford et al. „Effect of Te and S Donor Levels on the Properties of Ga As 1 x P x near the Direct-Indirect Transition“. In: *Physical Review* 168.3 (1968), s. 867–882. ISSN: 0031-899X. DOI: [10.1103/PhysRev.168.867](https://doi.org/10.1103/PhysRev.168.867). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.168.867> (cit. 29. 12. 2023).
- [6] B. Van Daele et al. „The role of Al on Ohmic contact formation on n-type Ga<sub>N</sub> and AlGa<sub>N</sub>Ga<sub>N</sub>“. In: *Applied Physics Letters* 87.6 (2005-08-08), s. 4. ISSN: 0003-6951. DOI: [10.1063/1.2008361](https://doi.org/10.1063/1.2008361). URL: <https://pubs.aip.org/apl/article/87/6/061905/330993/The-role-of-Al-on-Ohmic-contact-formation-on-n> (cit. 22. 12. 2023).
- [7] Kateřina Doležalová. „Elektronový transport a vlastnosti kontaktů v heterostrukturách na bázi Ga<sub>N</sub>“. Bakalářská práce. Praha: ČVUT FJFI, 2021.
- [8] Mildred Dresselhaus et al. „Two Dimensional Electron Gas, Quantum Wells and Semiconductor Superlattices“. In: *Solid State Properties*. 1. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018, s. 247–274. ISBN: 978-3-662-55920-8. DOI: [10.1007/978-3-662-55922-2\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-662-55922-2_12). URL: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-55922-2\\_12](http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-55922-2_12).
- [9] Daniel C. Elton. „Stretched Exponential Relaxation“. In: *arXiv* (2013), s. 9. DOI: [10.48550/arXiv.1808.00881](https://doi.org/10.48550/arXiv.1808.00881). URL: <https://arxiv.org/abs/1808.00881> (cit. 29. 12. 2023).

- [10] David K. Ferry, Stephen M. Goodnick a Jonathan Bird. *Transport in Nanostructures*. 2nd. Cambridge University Press, 2012-06-05. ISBN: 9780521877480. DOI: [10.1017/CB09780511840463](https://doi.org/10.1017/CB09780511840463). URL: <https://www.cambridge.org/core/books/transport-in-nanostructures/8C5DB68C5B5BA46ADCE9CBFE7163B03A> (cit. 07. 01. 2024).
- [11] Helmar Frank. *Fyzika a technika polovodičů. celostátní vysokoškolská učebnice pro vysoké školy technické, studijní obor 39-40-8 Fyzikální inženýrství*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN: 80-03-00401-2.
- [12] S. Ali Hassani Gangaraj, Mario G. Silveirinha a George W. Hanson. „Berry Phase, Berry Connection, and Chern Number for a Continuum Bianisotropic Material From a Classical Electromagnetics Perspective“. In: *IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques* 2 (2017), s. 3–17. ISSN: 2379-8815. DOI: [10.1109/JMMCT.2017.2654962](https://doi.org/10.1109/JMMCT.2017.2654962). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7820047/> (cit. 06. 12. 2023).
- [13] Giuseppe Greco, Ferdinando Iucolano a Fabrizio Roccaforte. „Ohmic contacts to Gallium Nitride materials“. In: (), s. 52. DOI: [10.1016/j.apsusc.2016.04.016](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2016.04.016).
- [14] M. Z. Hasan a C. L. Kane. „Colloquium. Topological insulators“. In: *Reviews of Modern Physics* 82.4 (2010), s. 3045–3067. ISSN: 0034-6861. DOI: [10.1103/RevModPhys.82.3045](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.3045). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.3045> (cit. 03. 11. 2023).
- [15] Alice Hospodková et al. „Electron mobility in GaN layers and HEMT structure optimized by MOVPE technological parameters“. In: *Journal of Crystal Growth* 605 (2023). ISSN: 00220248. DOI: [10.1016/j.jcrysgro.2022.127061](https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2022.127061). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022024822005437> (cit. 07. 01. 2024).
- [16] Alice Hospodková et al. „Electron Transport Properties in High Electron Mobility Transistor Structures Improved by V-Pit Formation on the AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> Interface“. In: *ACS Applied Materials & Interfaces* 15.15 (2023-04-19), s. 19646–19652. ISSN: 1944-8244. DOI: [10.1021/acsami.3c00799](https://doi.org/10.1021/acsami.3c00799). URL: <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/acsami.3c00799> (cit. 03. 01. 2024).
- [17] Tomáš Hubáček. „The growth of InGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> scintillation heterostructures“. Disertační práce. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2020.
- [18] P Hubík et al. „Hall and photo-Hall effect measurements on sulphur-doped GaSb“. In: *Semiconductor Science and Technology* 10.4 (1995-04-01), s. 455–462. ISSN: 0268-1242. DOI: [10.1088/0268-1242/10/4/013](https://doi.org/10.1088/0268-1242/10/4/013). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0268-1242/10/4/013> (cit. 07. 01. 2024).
- [19] P. Hubík et al. „Deep levels in GaAs due to Si  $\delta$  doping“. In: *Journal of Applied Physics* 88.11 (2000-12-01), s. 6488–6494. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.1323523](https://doi.org/10.1063/1.1323523). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/88/11/6488/762292/Deep-levels-in-GaAs-due-to-Si-doping> (cit. 07. 01. 2024).
- [20] Tapash Chakraborty a Pekka Pietiläinen. *The Quantum Hall Effects*. 2nd. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1995. ISBN: 978-3-540-58515-2. DOI: [10.1007/978-3-542-79319-6](https://doi.org/10.1007/978-3-542-79319-6). URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-542-79319-6> (cit. 07. 01. 2024).

- [21] J. Chen et al. „Microstructural analysis of Ti/Al/Ti/Au ohmic contacts to n-AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub>“. In: *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films* 20.3 (2002-05-01), s. 1004–1010. ISSN: 0734-2101. DOI: [10.1116/1.1472428](https://doi.org/10.1116/1.1472428). URL: <https://pubs.aip.org/jva/article/20/3/1004/1069393/Microstructural-analysis-of-Ti-Al-Ti-Au-ohmic> (cit. 28.12.2023).
- [22] Peter Javorka. „Fabrication and Characterization of AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> High Electron Mobility Transistors“. Disertace. Aachen: Fakultät für Elektrotechnik - RWTH Aachen, 2004.
- [23] B. Jogai. „Influence of surface states on the two-dimensional electron gas in AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> heterojunction field-effect transistors“. In: *Journal of Applied Physics* 93.3 (2003-02-01), s. 1631–1635. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.1530729](https://doi.org/10.1063/1.1530729). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/93/3/1631/293059/Influence-of-surface-states-on-the-two-dimensional> (cit. 30.10.2023).
- [24] C. Johnson et al. „Metastability and persistent photoconductivity in Mg-doped p-type Ga<sub>N</sub>“. In: *Applied Physics Letters* 68.13 (1996-03-25), s. 1808–1810. ISSN: 0003-6951. DOI: [10.1063/1.116020](https://doi.org/10.1063/1.116020). URL: <https://pubs.aip.org/apl/article/68/13/1808/521867/Metastability-and-persistent-photoconductivity-in> (cit. 28.12.2023).
- [25] Kwan Chi Kao. „Charge Carrier Injection from Electrical Contacts“. In: *Dielectric Phenomena in Solids*. Dielectric Phenomena in Solids (1st Edition). Hardcover: Elsevier, 2004, s. 327–380. ISBN: 9780123965615. DOI: [10.1016/B978-012396561-5/50016-5](https://doi.org/10.1016/B978-012396561-5/50016-5). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780123965615500165> (cit. 27.04.2021).
- [26] D. Kindl et al. „Deep defects in Ga<sub>N</sub>/AlGa<sub>N</sub>/SiC heterostructures“. In: *Journal of Applied Physics* 105.9 (2009-05-01), s. 9. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.3122290](https://doi.org/10.1063/1.3122290). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/105/9/093706/147185/Deep-defects-in-GaN-AlGaN-SiC-heterostructures> (cit. 07.01.2024).
- [27] Halyna Kozak et al. *Influence of Etching Depth and Annealing on the Properties of Electrical Contacts to 2DEG in AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> High Electron Mobility Transistors*. Brno, 2023.
- [28] J. Z. Li et al. „Nature of Mg impurities in Ga<sub>N</sub>“. In: *Applied Physics Letters* 69.10 (1996-09-02), s. 1474–1476. ISSN: 0003-6951. DOI: [10.1063/1.116912](https://doi.org/10.1063/1.116912). URL: <https://pubs.aip.org/apl/article/69/10/1474/519447/Nature-of-Mg-impurities-in-GaN> (cit. 28.12.2023).
- [29] J. Z. Li et al. „Persistent photoconductivity in a two-dimensional electron gas system formed by an AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> heterostructure“. In: *Journal of Applied Physics* 82.3 (1997-08-01), s. 1227–1230. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.365893](https://doi.org/10.1063/1.365893). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/82/3/1227/3532/Persistent-photoconductivity-in-a-two-dimensional> (cit. 02.01.2024).
- [30] J. Z. Li et al. „Persistent Photoconductivity in p-Type Ga<sub>N</sub> Epilayers and n-Type AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> Heterostructures“. In: *MRS Proceedings* 449.449 (1996), s. 537–542. ISSN: 0272-9172. DOI: [10.1557/PROC-449-537](https://doi.org/10.1557/PROC-449-537). URL: <http://link.springer.com/10.1557/PROC-449-537> (cit. 03.01.2024).
- [31] H. Linke et al. „Application of microwave detection of the Shubnikov–de Haas effect in two-dimensional systems“. In: *Journal of Applied Physics* 73.11 (1993-06-01), s. 7533–7542. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.354001](https://doi.org/10.1063/1.354001). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/73/11/7533/1540/Application-of-microwave-detection-of-the> (cit. 01.01.2024).

- [32] M. J. Manfra et al. „High mobility AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> heterostructures grown by plasma-assisted molecular beam epitaxy on semi-insulating Ga<sub>N</sub> templates prepared by hydride vapor phase epitaxy“. In: *Journal of Applied Physics* 92.1 (2002-07-01), s. 338–345. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.1484227](https://pubs.aip.org/jap/article/92/1/338/472534/High-mobility-AlGa-N-GaN-heterostructures-grown-by). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/92/1/338/472534/High-mobility-AlGa-N-GaN-heterostructures-grown-by> (cit. 07. 01. 2024).
- [33] J. J. Mareš et al. „Weak localization in ultrananocrystalline diamond“. In: *Applied Physics Letters* 88.9 (2006-02-27), s. 4. ISSN: 0003-6951. DOI: [10.1063/1.2176853](https://pubs.aip.org/apl/article/88/9/092107/332079/Weak-localization-in-ultrananocrystalline-diamond). URL: <https://pubs.aip.org/apl/article/88/9/092107/332079/Weak-localization-in-ultrananocrystalline-diamond> (cit. 07. 01. 2024).
- [34] Severin Meng. „Integer Quantum Hall Effect“. Proseminar in Theoretical Physics. Departement Physik ETH Zürich: Departement Physik ETH Zürich, 2018.
- [35] Abhishek Motayed et al. „Electrical, thermal, and microstructural characteristics of Ti/Al/Ti/Au multilayer Ohmic contacts to n-type Ga<sub>N</sub>“. In: *Journal of Applied Physics* 93.2 (2003-01-15), s. 1087–1094. ISSN: 0021-8979. DOI: [10.1063/1.1528294](https://pubs.aip.org/jap/article/93/2/1087/485918/Electrical-thermal-and-microstructural). URL: <https://pubs.aip.org/jap/article/93/2/1087/485918/Electrical-thermal-and-microstructural> (cit. 28. 12. 2023).
- [36] *NanoHUB-U: Essentials of MOSFETs*. 2018. URL: <https://nanohub.org/courses/MOS/fall2018> (cit. 07. 12. 2023).
- [37] *OptiXs*. 2022. URL: <https://www.optixs.cz/reference-56/opticky-litograf-pro-tvorbu-struktur-pro-spintroniku-100r> (cit. 19. 10. 2023).
- [38] A. Piotrowska, A. Guivarc’h a G. Pelous. „Ohmic contacts to III–V compound semiconductors. A review of fabrication techniques“. In: *Solid-State Electronics* 26.3 (1983), s. 179–197. ISSN: 00381101. DOI: [10.1016/0038-1101\(83\)90083-7](https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110183900837). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110183900837> (cit. 05. 04. 2021).
- [39] Vojtěch Příkryl. „In-situ mapování rozložení náboje a transportní odezvy nanostruktur připravených pomocí rastrovací sondové mikroskopie na grafenových Halloových strukturách“. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2019.
- [40] C. H. Qiu a J. I. Pankove. „Deep levels and persistent photoconductivity in Ga<sub>N</sub> thin films“. In: *Applied Physics Letters* 70.15 (1997-04-14), s. 1983–1985. ISSN: 0003-6951. DOI: [10.1063/1.118799](https://pubs.aip.org/apl/article/70/15/1983/520501/Deep-levels-and-persistent-photoconductivity-in). URL: <https://pubs.aip.org/apl/article/70/15/1983/520501/Deep-levels-and-persistent-photoconductivity-in> (cit. 05. 01. 2024).
- [41] *Quantum Design UK and Ireland Ltd 2019*. 2019. URL: <https://qd-uki.co.uk/cryogenics/lake-shore-ps-100-tabletop-probe-stations/> (cit. 19. 10. 2023).
- [42] *Quantum Hall effect*. 2001. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Hall\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Hall_effect) (cit. 08. 01. 2024).
- [43] *Quantum well*. 2001. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_well](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_well) (cit. 29. 11. 2023).
- [44] C. V. Reddy et al. „The origin of persistent photoconductivity and its relationship with yellow luminescence in molecular beam epitaxy grown undoped Ga<sub>N</sub>“. In: (), s. 4. DOI: [10.1063/1.121769](https://pubs.aip.org/jap/article/93/2/1087/485918/Electrical-thermal-and-microstructural).
- [45] V.L. Rideout. „A review of the theory and technology for ohmic contacts to group III–V compound semiconductors“. In: *Solid-State Electronics* 18.6 (1975), s. 541–550. ISSN: 00381101. DOI: [10.1016/0038-1101\(75\)90031-3](https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110175900313). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110175900313> (cit. 05. 04. 2021).

- [46] Andre Van Rynbach. *Physics and Growth of a Two Dimensional Electron Gas*. 2021. URL: <http://web.physics.ucsb.edu/~avanrynb/template1.pdf> (cit. 31. 07. 2021).
- [47] *Shubnikov–de Haas effect*. 2001. URL: [https://en.m.wikipedia.org/wiki/Shubnikov%27s\\_de\\_Haas\\_effect](https://en.m.wikipedia.org/wiki/Shubnikov%27s_de_Haas_effect) (cit. 28. 11. 2023).
- [48] M. Shur, B. Gelmont a M. Asif Khan. „Electron mobility in two-dimensional electron gas in AlGaIn/GaN heterostructures and in bulk GaN“. In: *Journal of Electronic Materials* 25.5 (1996), s. 777–785. ISSN: 0361-5235. DOI: [10.1007/BF02666636](https://doi.org/10.1007/BF02666636). URL: <https://link.springer.com/10.1007/BF02666636> (cit. 30. 10. 2023).
- [49] Pavel Středa. „Elektronový transport v kvantových systémech“. Skripta. Fyzikální ústav AVČR: MFF UK. URL: [http://fu.mff.cuni.cz/semicond/media/files/courses/Stredaskriptum\\_nbcm096.pdf](http://fu.mff.cuni.cz/semicond/media/files/courses/Stredaskriptum_nbcm096.pdf) (cit. 08. 01. 2024).
- [50] S. M. Sze a K. Ng. Kwok. „Metal-Semiconductor Contacts“. In: *Physics of Semiconductor Devices*. John Wiley & Sons, Ltd, 2006, s. 134–196. ISBN: 9780470068328. DOI: [10.1002/9780470068328.ch3](https://doi.org/10.1002/9780470068328.ch3). eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9780470068328.ch3>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9780470068328.ch3>.
- [51] D. J. Thouless et al. „Quantized Hall Conductance in a Two-Dimensional Periodic Potential“. In: *Physical Review Letters* 49.6 (1982), s. 405–408. ISSN: 0031-9007. DOI: [10.1103/PhysRevLett.49.405](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.405). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.405> (cit. 07. 12. 2023).
- [52] David Tong. „The Quantum Hall Effect“. TIFR Infosys Lectures. Department of Applied Mathematics a Theoretical Physics, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 0BA, UK: Cambridge, CB3 0BA, UK, 2016.
- [53] David Vanderbilt. *Berry Phases in Electronic Structure Theory*. 1st. Cambridge University Press, 2018-10-26. ISBN: 9781316662205. DOI: [10.1017/9781316662205](https://doi.org/10.1017/9781316662205).
- [54] Jan Vobecký a Vít Záhřava. *Elektronika. součástky a obvody, principy a příklady*. 3., rozš. vyd. Praha: Grada Publishing, 2005. ISBN: 80-247-1241-5.
- [55] Wenyi Wu. „Space Charge Doped p-n Junction : 2D Diode with Few-layer Indium Selenide“. Disertační práce. Paříž: Sorbonne Université, 2020.
- [56] Di Xiao, Ming-Che Chang a Qian Niu. „Berry phase effects on electronic properties“. In: *Reviews of Modern Physics* 82.3 (2010), s. 1959–2007. ISSN: 0034-6861. DOI: [10.1103/RevModPhys.82.1959](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.1959). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.1959> (cit. 03. 11. 2023).
- [57] Z. Yarar, Berrin Ozdemir a Metin Ozdemir. „Mobility of electrons in a AlGaIn/GaN QW. Effect of temperature, applied field, surface roughness and well width“. In: *Physica status solidi (b)* 242.14 (2005), s. 2872–2884. ISSN: 0370-1972. DOI: [10.1002/pssb.200540093](https://doi.org/10.1002/pssb.200540093). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pssb.200540093> (cit. 03. 01. 2024).
- [58] Fanming Zeng et al. „A Comprehensive Review of Recent Progress on GaN High Electron Mobility Transistors. Devices, Fabrication and Reliability“. In: *Electronics* 7.12 (2018), s. 20. ISSN: 2079-9292. DOI: [10.3390/electronics7120377](https://doi.org/10.3390/electronics7120377). URL: <http://www.mdpi.com/2079-9292/7/12/377> (cit. 07. 01. 2024).



# Příloha A

## Příloha

### A.1 Lineární transport

Intenzita elektrického pole  $E = U/L$ , z jednoduchého Ohmova zákona víme, že  $R = U/I$ . Rozepíšeme si dosazení

$$R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot L}{I} = \rho \cdot j \cdot L \cdot \frac{1}{I} = \rho \cdot I \cdot \frac{L}{L^d} \cdot L \cdot \frac{1}{I} = \rho \cdot \frac{L^2}{L^d} \quad (\text{A.1})$$

a stejně tak

$$G = \sigma \cdot \frac{L^d}{L^2}. \quad (\text{A.2})$$

#### A.1.1 Teplotně závislý transport

Průběh pohyblivosti v nízkých teplotách dává základní obraz o mechanismech rozptylu, které v polovodiči budou při různých teplotách dominovat. Při vynesení pohyblivosti a teploty v logaritmickém měřítku se dle sklonu výsledné křivky zpravidla pozoruje

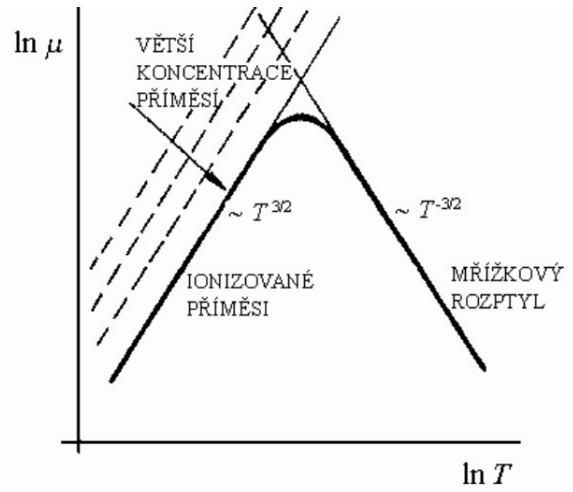
$$\mu \sim T^n. \quad (\text{A.3})$$

Typický průběh teplotní závislosti pohyblivosti vypadá jako na následujícím obrázku [A.1](#), kde v nízkých teplotách dominuje rozptyl na ionizovaných příměsích a sklon křivky roste s mocninou  $3/2$ . Okolo pokojové teploty se nachází přechodová oblast a dále se ve vyšších teplotách začne projevovat mřížkový rozptyl, který klesá s mocninou  $-3/2$ . Reálné polovodiče mají obvykle komplikovanou pásovou strukturu a výpočet vlivů rozptylových mechanismů je velmi složitý. Proto vynesení teplotní závislosti pohyblivosti je velmi efektivní způsob, jak získat přehled o působících rozptylových mechanismech v polovodiči. U různých polovodičů se potom teplotní exponent  $n$  liší od ideální hodnoty  $3/2$  přičemž skutečnou hodnotu můžeme získat ze vztahu

$$\mu(T) = \mu(300) \left( \frac{T}{300} \right)^{-n}. \quad (\text{A.4})$$

Další důležitou charakteristikou je teplotní závislost měrné vodivosti (resp. měrného odporu), která je dána koncentrací nosičů a pohyblivostí zároveň, viz obrázek [A.2](#). Odpor polovodičů obecně klesá s rostoucí teplotou. Elektrony jsou tepelnou energií excitovány do vodivostního pásu, kde volně proudí.



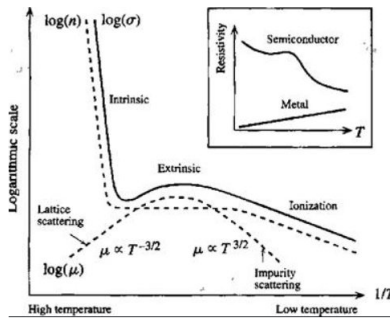


Obrázek A.1: Teplotní závislost pohyblivosti dotovaného polovodiče [11]

Do této doby jsme uvažovali vlastní nebo jen mírně dotované polovodiče. Budeme-li uvažovat polovodiče degenerované ( $N_{D,A} > 10^{25} \text{m}^{-3}$ ), začne převažovat rozptyl na akustických fononech a pohyblivost bude mít teplotní závislost přibližně

$$\mu \sim T^{-1}. \quad (\text{A.5})$$

Celkově z teplotních měření pohyblivosti pro silně dotované polovodiče můžeme získat stejné závislosti, jaké jsou typické pro kovy [11].



Obrázek A.2: Teplotní závislost pohyblivosti, měrné vodivosti a koncentrace nosičů

## A.2 Degenerace LL

Hamiltonián 1.28 je sice v nových souřadnicích, nicméně cyklotronový pohyb má stále stejnou energii. Pokračujeme s úvahami a vybereme novou Landauovu grupu, kde vektorový potenciál  $\mathbf{A}$  má pouze jednu komponentu nenulovou ( $A_x = B_y$ ), potom

$$H = \frac{1}{2m^*} [p_x^2 + (p_y + eB_x)^2]. \quad (\text{A.6})$$

Vlnová funkce pro pohyb v rovině ( $x - y$ ) má tvar

$$\phi = e^{ik_y y} \chi(x), \quad (\text{A.7})$$

kde  $\chi(x)$  je vlastní funkce časově nezávislé SchR. Po dosazení a úpravě získáme SchR pro harmonický oscilátor

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \chi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_B^2 (x - X)^2 |\chi(x)\rangle = E |\chi(x)\rangle \quad (\text{A.8})$$

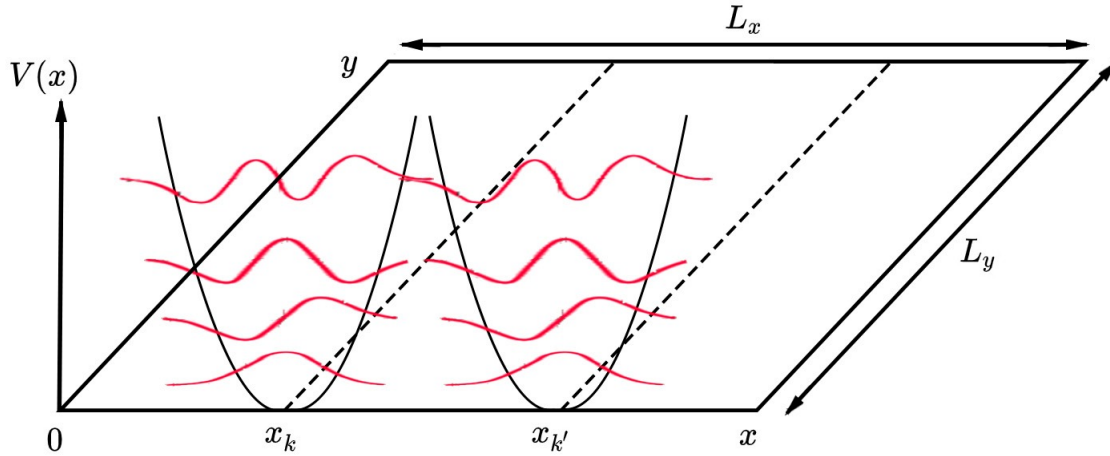
s vlastní frekvencí  $\hbar\omega_B = \hbar^2/m^*l_0^2$  s rovnovážným stavem  $X = -k_y l_0^2$ . Řešením SchR pro harmonický oscilátor (tj. řešení rovnice A.8) je vlastní funkce

$$\phi_{nX} = e^{ik_y y} e^{[-\frac{(x-X)^2}{2l_0^2}]} H_n\left[\frac{(x-X)}{l_0}\right], \quad (\text{A.9})$$

kde  $H_n$  je Hermitův polynom. Máme-li omezený obdélníkový systém o stranách  $L_x$  a  $L_y$ , LL (počet povolených stavů) jsou degenerované a každá tato degenerace hladiny je počet přípustných hodnot  $k_y$  tak, že střed leží v rovnovážné poloze  $X$  mezi 0 a  $L_x$ . Za použití periodických okrajových podmínek ( $k_y = 2\pi n_y/L_y$ , kde  $n_y$  je celé číslo) dostáváme pro dovolené hodnoty  $n_y$  podmínku

$$X = k_y l_0^2 = \frac{2\pi n_y}{L_y} l_0^2, \quad 0 < X < L_x. \quad (\text{A.10})$$

Graficky se tato degenerace dá vyjádřit parabolickými potenciály se středy rozmístěnými podél osy  $x$  (určenými dovolenými stavy  $n_y$ ) v udávaném rozmezí  $0 < X$  (resp.  $x_k$ )  $< L_x$ , jak ukazuje obrázek A.3 [20].



Obrázek A.3: Parabolický potenciál [42]

### A.3 Hustota stavů ve 2D

Definice  $DOS(E)$ :

$$DOS(E) = \frac{dN}{dE}. \quad (\text{A.11})$$

$$A_1 = \frac{(2\pi)^2}{L_x L_y} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2, \quad A_N = \pi k^2 \quad (\text{A.12})$$

Počet stavů ve 2D:

$$N_{2D} = \frac{A_N}{A_1} = \frac{L}{4\pi} k^2. \quad (\text{A.13})$$

Společně s uvažováním spinu dostáváme

$$N_{2D} = \frac{L}{2\pi} k^2. \quad (\text{A.14})$$

Počet stavů  $N_{2D}(k)$  vyjádříme pomocí energie

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (\text{A.15})$$

$$N_{2D}(E) = \frac{Lm^*E}{\pi\hbar^2}. \quad (\text{A.16})$$

Vztah pro hustotu stavů ve 2D

$$DOS(E) = \frac{dN_{2D}}{dE} = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} L = \text{const.} \quad (\text{A.17})$$

Jinými slovy  $DOS(E)$  je nezávislá na energii, tj. konstantní pro všechny energie, které může elektron mít [8].

## A.4 Topologický popis, Chernův náboj

Naprostá přesnost kvantování vodivosti ukazuje, že únosná míra neuspořádanosti v materiálu nezasahuje do exaktní hodnoty  $e^2/h \times$  celé číslo. Způsob, jak tuto odolnost pochopit, přinesli D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale a M. den Nijs, kteří vypočítali vodivost 2DEG a dali ji do souvislosti s topologickým invariantem zvaným Chernovo číslo. Ve své práci [51] představili tzv. TKNN formuli a zároveň popsali myšlenku, že je možné zobecnit pojem topologické fáze, která ke své existenci nutně nepotřebuje vnější magnetické pole (např. anomální Hallův jev). Za tento svůj výzkum dostal D. J. Thouless, spolu s dalšími fyziky zabývajícími se topologickými fázemi a přechody, v roce 2016 Nobelovu cenu.

Budeme vycházet z konceptu adiabatického teorému, který říká, že nedegenerovaný systém s velmi pomalu měnícími se parametry bude setrvávat v základním stavu. Prvním krokem je definice konfiguračního prostoru s Hamiltoniánem  $H(\mathbf{R})$ , který je závislý na souboru parametrů

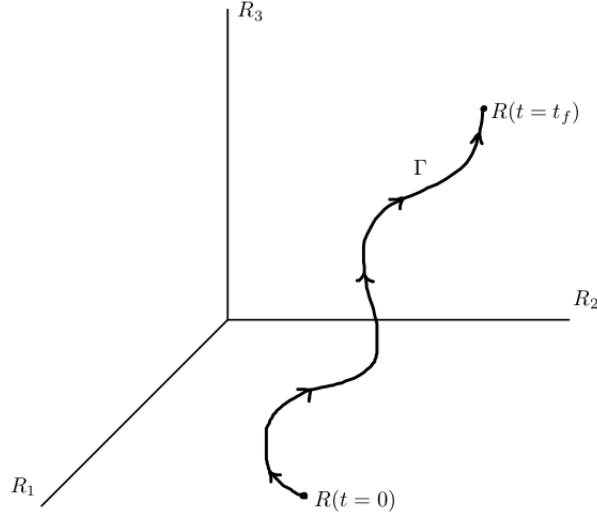
$$\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_N) \in \mathbb{R}^N. \quad (\text{A.18})$$

Cílem je najít řešení tohoto Hamiltoniánu pro každý parametr  $\mathbf{R}$  (tj. pro všechny stavy systému)

$$H(\mathbf{R}) |\Psi_n(\mathbf{R})\rangle = E_n(\mathbf{R}) |\Psi_n(\mathbf{R})\rangle \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{R}(t) = (R_1(t), \dots, R_N(t)), \quad (\text{A.20})$$

nicméně fáze vlnové funkce  $\Psi_n(\mathbf{R})$  není jasně definována. Vývoj takového systému je možné zjednodušeně reprezentovat křivkou parametrizovanou časem, jak je vidět na obrázku A.4. Předpokládáme, že uvažovaná křivka je v konfiguračním prostoru hladká.



Obrázek A.4: Křivka v konfiguračním prostoru

Systém popisuje časově závislá Schrödingerova rovnice

$$H(\mathbf{R}(t)) |\Psi_n(\mathbf{R}(t))\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi_n(\mathbf{R}(t))\rangle, \quad (\text{A.21})$$

jejíž řešení je vlnová funkce

$$|\Psi_n(\mathbf{R}(t))\rangle = e^{(-\frac{i}{\hbar} E_n t)} e^{-i\gamma_n(\mathbf{R}(t))} |\psi_n(\mathbf{R}(t))\rangle, \quad (\text{A.22})$$

kteřá má zároveň význam vývoje obecného stavu podél hladké křivky. Veličina  $\gamma_n(\mathbf{R}) \in \mathbb{R}$  je libovolná hladká funkce. První exponenciála ve vyjádření vlnové funkce se nazývá dynamická fáze, druhá exponenciála je známá jako geometrická fáze, jejíž derivace v konfiguračním prostoru nás bude dále zajímat. Dosazením této vlnové funkce do Schrödingerovy rovnice a jednoduchou úpravou získáme výraz, který nazýváme Berryho konexí nebo také Berryho vektorovým potenciálem

$$\frac{\partial \gamma_n}{\partial \mathbf{R}} = -i \langle \psi_n(\mathbf{R}(t)) | \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} | \psi_n(\mathbf{R}(t)) \rangle \equiv \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{R}) = -i \langle \psi_n(\mathbf{R}(t)) | \nabla_{\mathbf{R}} | \psi_n(\mathbf{R}(t)) \rangle \frac{d\mathbf{R}}{dt}. \quad (\text{A.24})$$

Berryho konexe, popisující rychlost změny fáze mezi počátečním a koncovým bodem křivky, se dá vyjádřit křivkovým integrálem, čímž se dostáváme k vyjádření časově nezávislé geometrické fáze

$$\gamma_n(\Gamma) = - \int_{\Gamma} i \langle \psi_n(\mathbf{R}(t)) | \nabla_{\mathbf{R}} | \psi_n(\mathbf{R}(t)) \rangle d\mathbf{R}. \quad (\text{A.25})$$

Vzhledem k faktu, že Berryho konexe je grupově závislá, je dalším nezbytným krokem ověření invariance. Pomocí kalibrační transformace dojdeme k závěru, že pro grupovou invarianci je nutné uvažovat křivku, která je uzavřená (tj. začíná i končí ve stejném bodě). Pro trojrozměrný prostor je nyní možné geometrickou fázi správně přepsat a aplikací Stokesovy věty poté dostaneme rotaci Berryho konexne (tj. vektorového potenciálu  $\mathbf{A}_n$ ) neboli Berryho fázi

$$\gamma_n(\Gamma) = - \oint_{\Gamma} \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) d\mathbf{R} = \int_S (\nabla_{\mathbf{R}} \times \mathbf{A}_n(\mathbf{R})) d\mathbf{S} \equiv \int_S \boldsymbol{\Omega}_n(\mathbf{R}) d\mathbf{S}. \quad (\text{A.26})$$

Veličina  $\Omega_n(\mathbf{R})$  se nazývá Berryho křivost. Ta je definována v každém bodě konfiguračního prostoru (je vlastností každého bodu) a je grupově invariantní (tj. dobře definovaná a měřitelná)[56].

Za konfigurační prostor budeme nadále uvažovat  $\mathbf{k}$ -prostor

$$\Omega_n(\mathbf{k}) = i\nabla_{\mathbf{k}} \times \langle n\mathbf{k} | \nabla_{\mathbf{k}} | n\mathbf{k} \rangle = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}_n(\mathbf{k}). \quad (\text{A.27})$$

Důležité je také se zamyslet nad úvahami týkajícími se symetrií. Ze symetrie Hamiltoniánu plynou následující prostorové symetrie

$$H(\mathbf{k}) = H(-\mathbf{k}) : \quad E_n(\mathbf{k}) = E_n(-\mathbf{k}) \quad \text{resp.} \quad |n\mathbf{k}\rangle = |n(-\mathbf{k})\rangle, \quad (\text{A.28})$$

$$\Omega_n(\mathbf{k}) = \Omega_n(-\mathbf{k}). \quad (\text{A.29})$$

Pro časovou reverzi platí

$$-\Omega_n(\mathbf{k}) = \Omega_n(-\mathbf{k}). \quad (\text{A.30})$$

Dostáváme se k jedné z nejdůležitějších podmínek, na kterou jsme upozorňovali na konci první kapitoly této práce. Nenulová Berryho křivost je v pevných látkách zodpovědná za jevy, ve kterých je pohyb částic kolmý na aplikovaná vnější pole<sup>1</sup>.

$$\Omega \neq 0 \iff \text{je narušena jedna ze dvou symetrií.} \quad (\text{A.31})$$

## Chernovo číslo

Topologická klasifikace systému je definována Chernovým číslem  $C \in \mathbb{Z}$ , které získáme integrací Berryho křivosti nad libovolným uzavřeným povrchem<sup>2</sup>

$$\int_S \Omega d\mathbf{S} = 2\pi C. \quad (\text{A.32})$$

Chernovo číslo může nabývat pouze celočíselných hodnot (je invariantní při spojitých transformacích), a proto ho můžeme nazývat topologickým invariantem [53], [56], [12].

Pohyb vlnového balíku (tj. pohyb elektronu) lze zkoumat jak v reálném, tak v recipročním prostoru. V reálném prostoru je pohyb elektronu popsán změnou jeho hybnosti, což vystihuje Lorentzova síla

$$\dot{\mathbf{k}} = -\frac{e}{\hbar}(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}). \quad (\text{A.33})$$

Stáčení vlnového balíku v recipročním prostoru (neboli pohyb v zakřiveném prostoru) lze vyjádřit pomocí Berryho křivosti jako

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_n(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} - \dot{\mathbf{k}} \times \Omega_n(\mathbf{k}). \quad (\text{A.34})$$

Z této rovnice lze vidět, že na Berryho křivost můžeme nahlížet jako na magnetické pole v  $\mathbf{k}$ -prostoru. Dosazením rovnice A.33 do A.34 dostáváme rychlost Blochova elektronu v krystalové mřížce (se zanedbáním rozptylu) rovnou

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_g + \frac{e}{\hbar} \mathbf{E} \times \Omega_n(\mathbf{k}). \quad (\text{A.35})$$

<sup>1</sup>Jako například kvantový/anomální/spinový Hallův jev, Nernstův jev a Kerrův optický jev

<sup>2</sup> $1 = e \oint_{\Gamma} \mathbf{A}_n(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = e \int_S \Omega_n(\mathbf{k}) d\mathbf{S}$  [12]

První člen rovnice popisuje grupovou rychlost vlnového balíku (nebo také urychlení elektronů elektrickým polem), druhý člen popisuje rychlost kolmou k elektrickému poli ( $\mathbf{v} \perp \mathbf{E}$ ).

Proudovou hustotu 2D systému (ve směru  $x$ ) lze vyjádřit jako

$$j_x = -env_x = -e \sum_n \int_{BZ} \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} f_n(\mathbf{k}) v_x = -\frac{e^2}{\hbar} \sum_n \int_{BZ} \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} f_n(\mathbf{k}) E_y \Omega_{n,z}(\mathbf{k}), \quad (\text{A.36})$$

kde  $f_n(\mathbf{k})$  je Fermi-Diracovo rozdělení. Suma sčítá přes všechny plně zaplněné pásy  $n$ . Nediagonální prvky matice (Hallowy) vodivosti se rovnají

$$\sigma_{xy} = \frac{j_x}{E_y} = -\frac{e^2}{\hbar} \sum_n \int_{BZ} \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} f_n(\mathbf{k}) \Omega_{n,z}(\mathbf{k}). \quad (\text{A.37})$$

Vztah mezi Hallowskou vodivostí a Chernovým číslem se nazývá TKNN formule (podle jmen fyziků Thoulesse, Kohomoto, Nightungalea a den Nijse, kteří tuto formuli v roce 1982 odvodili).

Zjednodušeně lze tenzor vodivosti nakonec přepsat na tvar

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \sum_n C_n. \quad (\text{A.38})$$

Tato formule říká, že Hallowa vodivost je topologickým invariantem systému a to do jisté míry vysvětluje robustnost celočíselného kvantového Hallowa jevu [14], [56], [52]. Dostáváme tedy podobný vztah, který jsme viděli na konci podkapitoly věnující se IQHE.

### Souvislost Berryho křivosti s Kubovou formulí

Vycházíme z vyjádření Berryho křivosti A.27

$$\Omega_n(\mathbf{k}) = i \nabla_{\mathbf{k}} \times \langle n\mathbf{k} | \nabla_{\mathbf{k}} | n\mathbf{k} \rangle^3 = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}_n(\mathbf{k}), \quad (\text{A.39})$$

po vložení identity

$$\mathbb{I} = \sum_m |m\rangle \langle m| \quad (\text{A.40})$$

dostáváme

$$\Omega_n(\mathbf{k}) = i \sum_m \langle \nabla_{\mathbf{k}} n | m \rangle \times \langle m | \nabla_{\mathbf{k}} n \rangle. \quad (\text{A.41})$$

Hamiltonián a Berryho křivost budou mít následující tvar

$$H(\mathbf{k}) |n\mathbf{k}\rangle = E_n |n\mathbf{k}\rangle \quad / \langle \nabla_{\mathbf{k}} n | \quad (\text{A.42})$$

$$\Omega_n(\mathbf{k}) = i \sum_{m \neq n} \frac{\langle n | \nabla_{\mathbf{k}} H | m \rangle \times \langle m | \nabla_{\mathbf{k}} H | n \rangle}{(E_n - E_m)^2}. \quad (\text{A.43})$$

Hamiltonián lze přepsat

$$H = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \wedge \quad \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{\hbar^2 k}{m} = \frac{\hbar p}{m} \quad (\text{A.44})$$

<sup>3</sup>Teoretické vyjádření a zápis je naprosto v pořádku, ovšem pro výpočet je přítomný gradient vlnové funkce nevýhodný, protože obecně je fáze vlnové funkce náhodná. Výhodnější vyjádření Berryho křivosti je bez gradientu vlnové funkce.

$$\langle n | \nabla_{\mathbf{k}} H | m \rangle = \frac{\hbar}{m} \langle n | \mathbf{p} | m \rangle. \quad (\text{A.45})$$

Po dosazení dostáváme hybnostní tvar Berryho křivosti

$$\boldsymbol{\Omega} = i \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{m \neq n} \frac{\langle n | \mathbf{p} | m \rangle \times \langle m | \mathbf{p} | n \rangle}{(E_n - E_m)^2}. \quad (\text{A.46})$$

Tento tvar Berryho křivosti koresponduje s Kubovou formulí a užívá se při výpočtech, aby se předcházelo gradientu vlnové funkce [20].