



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

Ústav logistiky a managementu dopravy

Zimní údržba komunikace ve vybraném městě

Winter road maintenance in the selected town

Diplomová práce

Studijní program: Logistika a řízení dopravních procesů

Vedoucí práce: Ing. Alena Rybičková, Ph.D.

Bc. Teodor Bureš

2023



K617..... Ústav logistiky a managementu dopravy

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Bc. Teodor Bureš

Studijní program (obor/specializace) studenta:

navazující magisterský – LA – Logistika a řízení dopravních procesů

Název tématu (česky): **Zimní údržba komunikace ve vybraném městě**

Název tématu (anglicky): Winter road maintenance in a selected town

Zásady pro vypracování

Při zpracování diplomové práce se řiďte následujícími pokyny:

- Představení komunikační sítě ve vybraném městě
- Stávající požadavky na zimní údržbu a systém zimní údržby
- Matematický model úlohy o zimní údržbě komunikací
- Analýza metod pro řešení definované úlohy
- Aplikace zvolené metody
- Analýza výsledků a porovnání se stávajícím stavem




- Rozsah grafických prací: podle pokynů vedoucího diplomové práce
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 55 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: Janáček, J. Optimalizace na dopravních sítích, Žilinská univerzita 2003.
Pastor, O. Teorie dopravních systémů, ASPI 2007.
Fink, J. Loebel, M. Pelikánová, P. Arc-routing for winter road maintenance, Discrete Optimization 2021.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Alena Rybičková, Ph.D.**

Datum zadání diplomové práce: **30. června 2022**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání diplomové práce: **30. listopadu 2023**
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia


doc. Ing. Tomáš Horák, Ph.D.
vedoucí
Ústavu logistiky a managementu dopravy




prof. Ing. Ondřej Příbyl, Ph.D.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání diplomové práce.

.....
Bc. Teodor Bureš
jméno a podpis studenta

V Praze dne..... 17. května 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 27. listopadu 2023

.....

Bc. Teodor Bureš

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval všem, kteří mi poskytli podklady, informace a pomohli při vypracování mé diplomové práce. Zvláštní poděkování směřuje k vedoucí práce Ing. Aleně Rybičkové, Ph.D. za pomoc s výběrem tématu, odborné vedení a poskytnutí konzultací. Poděkování patří také rodině za podporu, která mi byla poskytnuta po celou dobu studia a psaní diplomové práce.

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

Algoritmus pro zimní údržbu komunikací ve vybraném městě

Diplomová práce

Listopad 2023

Bc. Teodor Bureš

Abstrakt

Předmětem diplomové práce je vytvoření algoritmu pro zimní údržbu komunikací ve městě Rokycany. Teoretická část obsahuje vysvětlení základních pojmů teorie grafů včetně popisu postupů pro nalezení nejkratší cesty pomocí Dijkstrovým a Floydým-Warshallovým algoritmem. Rovněž jsou zde popsány základní principy pro řešení problému čínského pošťáka. Praktická část obsahuje tři návrhy řešení obsluhy komunikací, přičemž každé z nich je vhodné pro jinou situaci a časové limity.

Klíčová slova

Algoritmus, zimní údržba, problém čínského pošťáka, problém venkovského pošťáka, dopravní úloha, obsluha hran, optimalizace, teorie grafů, nejkratší cesta

CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN PRAGUE

Faculty of transportation Science

Winter road maintenance in the selected town

Master thesis

November 2023

Bc. Teodor Bureš

Abstract

The subject of the master thesis is to create an algorithm for winter road maintenance in Rokycany. The theoretical part contains an explanation of the basic concepts of graph theory including a description of the procedures for finding the minimum path using Dijkstra's and Floyd-Warshall's algorithms. It also describes the basic principles for solving the Chinese postman problem. The practical part contains three variants of handling communications, each of which is suitable for a different situation and time limits.

Keywords

Algorithm, winter maintenance, Chinese postman problem, rural postman problem, traffic problem, edge maintenance, optimization, graph theory, minimum path

Obsah

Úvod.....	11
1 Město Rokycany	13
1.1 Významné komunikace	13
1.2 Zkoumaná oblast	14
2 Zimní údržba komunikací dle zákona ČR	15
3 Současný plán zimní údržby ve městě Rokycany	18
3.1 Trasy zimní údržby.....	19
3.2 Plán tras zimní údržby ve zkoumané oblasti.....	21
4 Algoritmus	23
4.1 Základní pojmy teorie grafů.....	25
4.1.1 Úloha hledání nejkratší cesty	28
5 Dopravní obsluha sítě	34
5.1 Dopravní obsluha hran sítě.....	34
5.1.1 Fleuryho algoritmus	35
5.1.2 Hierholzerův algoritmus	35
5.1.3 Edmondsův algoritmus	36
5.2 Typy problémů čínského pošťáka	36
6 Popis řešeného problému	38
7 Práce s Pythonem.....	40
7.1 Použité knihovny.....	40
7.2 Práce s grafy	41
8 Tvorba algoritmu	46
8.1 Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení.....	46
8.1.1 Výsledky	53
8.2 Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení ..	55
8.2.1 Výsledky	67
8.3 Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím volitelných časových omezení	68
8.3.1 Výsledky	71
9 Vyhodnocení a výběr návrhu řešení	73

Závěr	75
Reference	77
Seznam obrázků	79
Seznam tabulek	81
Seznam elektronických příloh.....	82

Seznam zkratek

ČSÚ	Český statistický úřad
IAD	Individuální automobilová doprava
VD	Veřejná doprava
MHD	Městská hromadná doprava
HK	Hamiltonovská kružnice
ET	Eulerovský tah
ES	Eulerovský sled
CPP	Chinese postman problem = Problém čínského pošťáka
UCPP	Undirected Chinese postman problem
DCPP	Directed Chinese postman problem
MCPP	Mixed Chinese postman problem
HCPP	Hierarchical Chinese postman problem
RPP	Rural postman problem = Problém venkovského pošťáka
TDHCPP	Time-dependent hierarchical Chinese postman problem

Úvod

Diplomová práce je věnována zimní údržbě komunikací. Pro vypracování této úlohy bylo zvoleno západočeské město Rokycany, resp. jeho část. V úvodních kapitolách je tato oblast představena. K této problematice se ovšem vážou důležitá pravidla stanovená českými zákony, které rozdělují obsluhu jednotlivých typů silnic mezi krajskou a místní správu a dále také podle jejich důležitostí do další 3 částí, které jsou dále v textu představeny. Nejdůležitějším omezením jsou časové limity, během nichž musí být zimní údržba provedena. V práci je také popsán aktuální postup při pluhování komunikací pro zmiňovanou obec, který je dále modifikován pro zkoumanou oblast tak, aby zde byly zahrnuty všechny stupně důležitosti jednotlivých komunikací.

Aby bylo možné navrhnout efektivní způsob odhrnování sněhu, je důležitá znalost vzdáleností mezi jednotlivými křižovatkami po celé síti. Za tímto účelem je využíván Dijkstraův algoritmus, s jehož pomocí jsou vytvářeny matice vzdáleností pro sousední vrcholy, ale také pro ty vzdálenější. Tyto matematické kroky jsou řešeny pomocí programovacího jazyka Python, který mj. zjednodušuje a urychluje práci s grafy.

Zimní údržba komunikací je úlohou čínského pošťáka, která vyplývá z teorie grafů. Jedná se o typ dopravní úlohy, ve které je nutné obsloužit všechny ulice v síti alespoň jednou. Existují však různé typy CPP úloh, kterými se práce také zabývá a pracuje s nimi – např. Hierarchical Chinese postman problem. Dvěma nejznámějšími postupy jsou Edmondsonův a Fleuryho algoritmy, pomocí kterých jsou dohledávány eulerovské tahy a sled minimálních vzdáleností.

V této závěrečné práci jsou navrženy tři základní návrhy řešení našeho problému. Síť je rozdělena do tří částí podle úrovně důležitosti komunikací, a protože legislativa definuje maximální časy pro obsluhu každé takové skupiny, v každé ze zkoumaných problémů je zkoumán jiný způsob řešení. Základní možností je přidělení jednoho vozidla ke každé prioritě. Další eventualitou je nastavení pevných časových limitů. Pomocí tohoto postupu je možné snižovat či zvyšovat počet obsluhujících vozidel tak, aby údržba byla co možná nejefektivnější. Posledním způsobem pro odhrnování sněhu je nastavení takového časového rámce, který umožní rovnoměrné vytížení pro všechny řidiče pluhů. Zároveň je zde snaha o využití stejného počtu vozidel při obsluze všech úrovní důležitosti.

Závěrem jsou všechny zkoumané problémy vyhodnoceny a porovnány. Následně je vybrána jedna, která je pro zkoumanou oblast nejefektivnější a která by mohla být její eventualitou v případě náhlého kalamitního stavu.

Tato práce byla původně konzultována s pracovníky městského úřadu v Rokycanech, nicméně v průběhu byla komunikace ukončena, a tak není možné reflektovat na jejich případné komentáře.

1 Město Rokycany

Pro účely této diplomové práce bylo zvoleno město Rokycany, které leží přibližně 20 km od krajského města Plzeň. Dle Českého statistického úřadu (ČSÚ) byl k datu 1.1.2022 počet obyvatel ve vybraném městě roven číslu 13 826, což je více než čtvrtina lidí žijících ve stejnojmenném okrese [1].

Samotná obec je rozdělena do čtyř základních částí – Plzeňské předměstí, Pražské předměstí, Borek a Střed. V samotném centru města leží Masarykovo náměstí, které je kulturním místem celého okresu, jelikož se zde pořádají různé slavnosti jako jsou pivní festivaly či oslavy založení města [2].

Do Rokycan se cestující mohou dostat osobním automobilem po západočeské dálnici D5, která je vedena v blízkém okolí města. Konkrétně se jedná o sjezd na 62,5 km. Dalším způsobem pro cestování z nebo do této oblasti je železniční doprava. Městem je vedena trať s označením 170, která je také jedním z mezinárodních koridorů (Německo – Slovensko) a mimo jiné spojuje krajská města Plzeň a Prahu. Z tohoto důvodu zde vlaky projíždějí a zastavují velice často. Další trať, která je vedena přes hlavní vlakové nádraží v Rokycanech, je ta s označením 175. Tato železniční cesta vede z okresního města do nedaleké obce Nezvěstice. Jedná se převážně o navazující spoje k rychlíkům projíždějících po hlavní trati [3].

1.1 Významné komunikace

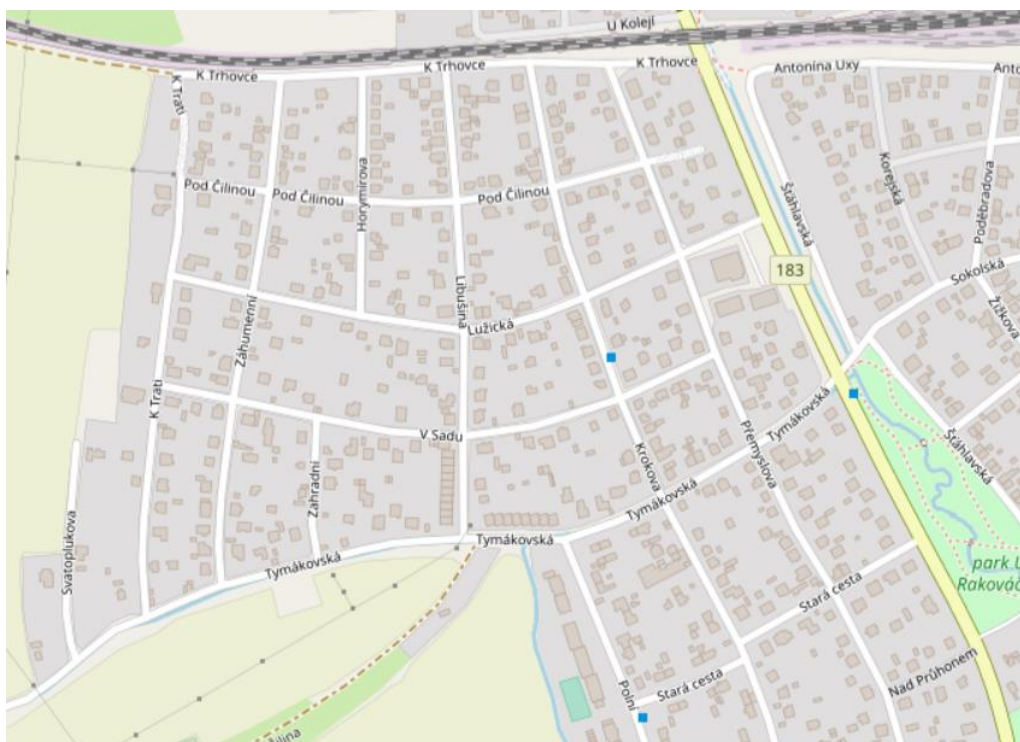
Jednou z nejdůležitějších a nejvyužívanějších silnic v obci je ta s označením II/605. Tato komunikace je důležitá již jen z historického hlediska, jelikož v době před dálnicí D5 byla hlavní spojnici mezi Prahou a německými hranicemi u Rozvadova směrem na Norimberk. Dnes je tato silnice důležitá pro dojíždění lidí do Plzně za prací, kteří si nechtějí kupovat dálniční známku. Silnice 605 vede také přes centrum Rokycan. V oblasti Rokycany - Střed se dělí na dvě části – 605a a 605b, pro část Pražské předměstí se opět spojuje do jedné komunikace a pokračuje dále přes Borek a směřuje na obec Mýto [4].

Další významnou komunikací je silnice II/183, která začíná napojením na sjezd z dálnice D5, vede Šťáhlavskou ulicí v Rokycanech, Přešticemi a končí až v Domažlicích [4]. Dále je ve městě velké množství místních komunikací, které jsou velice důležité pro dopravní módy IAD a VD. Jednou z nich je ulice Zeyerova,

po které obyvatelé Rokycan nebo přilehlého Kamenného Újezdu cestují za svým zaměstnáním či dalšími potřebami. Tuto komunikaci a silnici 183 spojuje ulice Boženy Němcové.

1.2 Zkoumaná oblast

Pro účely této závěrečné práce byla vybrána oblast, ve které se nachází velké množství rodinných domů s pozemky a bytové a panelové domy. Jedná se o západní část města Rokycany, kterou ohraničuje železniční trať 170, ulice Štáhlavská, kterou prochází silnice II/183, a vrchol Čilina. Této oblasti se také přezdívá „Rašínov“ po prvním československém ministru financí Aloisi Rašínovi. Na následujícím Obrázek 1 je zobrazena popisovaná část města.



Obrázek 1 Část města Rokycany - Plzeňské předměstí [4]

2 Zimní údržba komunikací dle zákona ČR

V České republice se pozemními komunikacemi zabývá zákon č. 13/1997 Sb., o pozemních komunikacích, který nabyl platnosti 21.2.1997. Jeho aktuální znění je platné od 1.10.2023 do 31.12.2023 a jedná se o jeho 46. verzi [5]. Údržba komunikací je dále prováděna dle vyhlášky č. 104/1997 Sb., která ve své osmé části popisuje rozsah, způsob a časové lhůty pro odstraňování závad ve sjízdnosti, kterými může být například sníh či náledí, a v §42 je určeno pořadí pro údržbu komunikací [6].

1. *„Pro účely plánu zimní údržby se silnice rozdělují podle pořadí důležitosti takto:*
 - a. *I. pořadí – silnice I. třídy a dopravně důležité silnice II. třídy,*
 - b. *II. pořadí – zbývající úseky silnic II. třídy nezařazené do I. pořadí a dopravně významné silnice III. třídy,*
 - c. *III. pořadí – ostatní silnice III. třídy nezařazené do II. pořadí a udržované zpravidla jen pluhováním,*
 - d. *neudržované – silnice, na nichž není provozována osobní linková doprava a na nichž není nutno pro jejich nepatrný dopravní význam vykonávat zimní údržbu.*

2. *O zpracování plánu zimní údržby pro místní komunikace rozhodují obce podle velikosti obce a dopravního významu místních komunikací. Pokud obce rozhodnou o zpracování plánu zajištění sjízdnosti místních komunikací I. až III. třídy, přihlédnou k tomuto pořadí důležitosti:*
 - a. *I. pořadí – rychlostní a sběrné místní komunikace s hromadnou veřejnou dopravou a s linkovou osobní dopravou, příjezdové místní komunikace ke zdravotnickým zařízením a další významné místní komunikace,*
 - b. *II. pořadí – sběrné místní komunikace nezařazené do I. pořadí a důležité obslužné místní komunikace,*
 - c. *III. pořadí – ostatní obslužné místní komunikace,*
 - d. *neudržované – místní komunikace, na nichž není třeba vykonávat zimní údržbu z důvodu dopravní bezvýznamnosti (na tuto skutečnost obec upozorní uživatele způsobem v místě obvyklým).“ [6]*

Tato vyhláška také upravuje ve svém odstavci §45 a §46 lhůty pro zmírňování závad ve sjízdnosti.

„Lhůty pro zmírňování závad ve sjízdnosti dálnic a silnic

1. Správci komunikací zabezpečují zimní údržbu tak, aby pokyn k zahájení příslušného zásahu byl vydán neprodleně po zjištění jeho potřeby a aby pluhování bylo prováděno již v průběhu spadu sněhu a podle potřeby i po jeho skončení.
2. Doba od zjištění vzniku závady ve sjízdnosti dálnice nebo silnice do doby výjezdu prvních mechanismů ke zmírnění této závady nesmí být v zimním období delší než 30 minut. Mimo zimní období se závady ve sjízdnosti zmírňují bez průtahů.
3. Vlastními výkony posypu musí být zajištěna sjízdnost v těchto časových lhůtách od výjezdu posypových mechanismů:
 - a. na dálnicích do 2 hodin,
 - b. na silnicích zařazených do I. pořadí do 3 hodin,
II. pořadí do 6 hodin,
III. pořadí do 12 hodin.
4. Lhůty uvedené v odstavci 3 platí pro dálnice a silnice zařazené do I. pořadí po celých 24 hodin, pro silnice zařazené do II. a III. pořadí po dobu stanovenou v plánu zimní údržby.

Lhůty pro zmírňování závad ve sjízdnosti místních komunikací

Obce zajišťují sjízdnost místních komunikací I. až III. třídy v těchto lhůtách:

- a) I. pořadí důležitosti do 4 hodin,
- b) II. pořadí důležitosti do 12 hodin,
- c) III. pořadí důležitosti po ošetření komunikací I. a II. pořadí, nejpozději však do 48 hodin.“ [6]

Následující odstavec §47 pojednává o Zajišťování sjízdnosti čištěním komunikací a mostů:

1. „Čištění komunikací se provádí v těchto případech a termínech:
 - a. po zimním období na dálnicích, silnicích I. třídy a místních komunikacích I. třídy nejpozději do 30. dubna, na silnicích II. a III. třídy a na místních

- komunikacích II. a III. třídy nejpozději do 31. května (odstranění zbytků zdrsňovacích materiálů, očištění dopravních značek a zařízení apod.),*
- b. v období do 30. listopadu odstranění spadaneho listí a zajištění funkčnosti odvodnění,*
 - c. před zahájením prací na souvislé údržbě nebo na opravě,*
 - d. neprodleně po zjištění mimořádného znečištění, zejména po haváriích a poruchách vozidel, v jejichž důsledku došlo ke snížení protismykových vlastností obrusné vrstvy vozovky (rozlitý olej a pohonné hmoty), nebo při vzniku nebezpečí ekologických škod, a to, pokud znečištění neodstraní ihned ten, kdo je k tomu povinen podle § 28 odst. 1 zákona,*
 - e. podle možností v průběhu zimního období odstraňování přebytečného zdrsňovacího materiálu.*
- 2. Správce dálnice nebo silnice zajišťuje čištění jejich průjezdních úseků ve stejném rozsahu a lhůtách, jako na přilehlých úsecích dálnice nebo silnice mimo zastavěné území.*
 - 3. Bližší podrobnosti o čištění mostů obsahuje doporučená ČSN 73 6221. “ [6]*

3 Současný plán zimní údržby ve městě Rokycany

Současný plán zimní údržby místních a účelových komunikací ve městě Rokycany je schválen pro období od 1.11.2020 do 31.3.2024. Zimním obdobím je myšleno rozmezí 1.11.–31.3. Tento dokument ve své všeobecné části definuje několik základních pojmů, které jsou důležité pro porozumění jeho obsahu [7].

Definice zásadních pojmů:

- Schůdnost místních komunikací = je myšlen takový stav, který umožňuje chodcům využívat komunikaci pro chůzi.
- Závada ve sjízdnosti místních komunikací = tento termín je využíván pro případ, že řidič vozidla není schopen předvídat sjízdnost komunikace, a to vzhledem ke svým schopnostem, povětrnostním podmínkám apod.
- Závada ve schůdnosti místních komunikací = obdobné závady jako ve sjízdnosti komunikací
- Kalamitní situace = mimořádné zhoršení sjízdnosti a schůdnosti místních komunikací pro většinu území města, kterému předcházelo výrazné sněžení nebo mrznutí [7].

V pokračování dokumentu se nachází technologická část, která popisuje postupy zimní údržby například pro odklizení sněhu mechanickými prostředky či ruční úklid a následný posyp, pro který je využit buď inertní (kamenná drť) nebo chemický (sůl) materiál. V případě, že napadaného sněhu se na místních komunikacích vyskytne velké množství, je odvážen na předem určené místo [7].

Služba pověřena bezzávadností ve sjízdnosti a schůdnosti místních komunikací je také nucena držet pohotovost, která nabývá dvou podob:

- a) Pasivní pohotovost – po dohodě s objednatelem (může nastat při nepříznivé předpovědi počasí),
- b) Aktivní pohotovost – nastává při nepříznivých klimatických podmínkách [7].

Pohotovost se udržuje každý všední den ráno od 4:00 hod. do 6:00 hod. a v odpoledních hodinách od 14:30 hod. do 22:30 hod. O víkendech musí být zaměstnanci zajišťující údržbu komunikací připraveni nonstop a v případě potřeby musí do 30 minut začít odklízet napadaný sníh nebo rozvážet posypový materiál [7].

3.1 Trasy zimní údržby

V plánu zimní údržby jsou vypsány trasy, které jsou seřazeny podle důležitosti obsluhy. Jsou zde zmíněny cesty pro vozidla, ale také pro chodce. Nejvýznamnější trasa prochází ulicemi, kterými projíždí městská hromadná doprava. Tato oblast musí být obsloužena do čtyř hodin od začátku odklizení napadaného sněhu [7].

1. trasa – MHD

- Svazu bojovníků za svobodu, Dukelská, Švermova, Čechova, Pod Ohradou, Barákova, Vokáčova, Boženy Němcové, Tymákovská, Křoková, Vysoký Průhon, Polní, Lužnická, Jeřabinova, Družstevní, Stehlíkova, Václava Nového, Míru, Komenského, Gottliebova, Hradební, Havlíčkova, Palackého, Náměstí 5. května, Školní, Voldušská [7].

Jedná se přibližně o 25 km délky. Na všech komunikacích probíhá úklid sněhu pluhováním a následně přichází na řadu posyp chemickým materiálem. Pokud venkovní teplota klesne pod $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$, je nutné využít kamennou drť. Ve zmíněných ulicích je také zahrnuta údržba chodníků, která probíhá v této fázi také v ulicích:

- Plzeňská, Třebízkého, Jiráskova, Pražská, Soukenická, Dvořáková, Štáhlavská, Arbesova, Školní, Tymákovská [7].

Druhá trasa v pořadí důležitosti je přibližně 20 km dlouhá a vede přes významné komunikace, na kterých se vyskytuje každý den silný provoz a které jsou důležité pro celkovou mobilitu místních občanů. V podmínkách plánu údržby se nachází, že tato trasa musí být obsloužena nejdéle do 12 hodin od začátku odklizení sněhové pokrývky [7].

2. trasa – významné komunikace

- Rokycanova, Dolní Příkopy, Příkopy, pod Kostelem, Smetanova, Srbova, Malé náměstí, Masarykovo náměstí, Sladovnická, Nerudovo náměstí, náměstí Františka Černého, Na Pátku, Kozlerova, J. Tomáška, Skautská, Františka Kotyzy, U Spilky, Mládežníků, Josefa Knihy, Antonína Uxy, Horáková, K Řece, Tylova, Wünschova, Raisova, Ke Koupališti, U Soutoku, Alešova, Na Kameni, U plynárny, Sedláčková, Klostermannova, Madlonova, Litohlavská, Dělostřelců, Armádní a centrální parkoviště v bývalých kasárnách,

- Ulice v obci Borek u Rokycan: Tichá, Ke Střelnici, U Hřiště, Do Vrchu, Ke Kapličce, K Lopatárně, Hluboká, K Hutí, V Plaňkách, Ke Kocouráku, Sluneční [7].

K této trase také patří všechny přiléhající chodníky včetně dalších, které se nacházejí v jiných ulicích, ale jsou stejně důležité. Těmito ulicemi jsou:

- Osecká, Pivovarská, Josefa Růžičky, Příbramská, Zeyerova, Bezručova, U Plynárny, Litohlavská [7].

Poslední trasa v žebříčku důležitosti je dlouhá 55 km a je nutné ji obsloužit do 24 hodin od začátku odklizení sněhu. Jelikož se jedná o komunikace, které nejsou pro průjezd městem významné, není nutné je všechny vypisovat a postačí pouhé zmínění městských částí, kterými tato trasa vede [7].

3. trasa – méně významné komunikace (městské části)

- Plzeňské předměstí,
- Jižní předměstí,
- Pražské předměstí,
- Na Práchovně [7].

Mimo přiléhající chodníky jsou v této fázi údržby komunikací zahrnuty také vnitrobloky bytových domů, do kterých je přístup z ulice, parkoviště a v neposlední řadě cyklostezky.

Pokud nastane situace, že společnost pověřena údržbou komunikací nestíhá odhrnovat a odvážet sníh z komunikace, je nutné navázat spolupráci se Správou a údržbou silnic Plzeňského kraje. Dohromady tak zajistí, aby byly průjezdné veškeré důležité komunikace ve městě [7].

Nadlimitní spád sněhu

V případě, že je situace velmi nepříznivá, navazuje se spolupráce s krajskou správou. V takové chvíli jsou následující ulice nejvíce prioritní pro obsluhu:

- Jiráskova, Dvořáková, Soukenická, Pražská, Osecká, Josefa Růžičky, Pivovarská, Příbramská, Šťáhlavská, Arbesova, Plzeňská [7].

3.2 Plán tras zimní údržby ve zkoumané oblasti

V dřívější fázi závěrečné práce byla zmíněna část města Rokycany, pro kterou bude následně vytvořen algoritmus pro zimní údržbu komunikací. Jedná se o část zvanou Rašínov, která je součástí Plzeňského Předměstí ve vybrané obci. Abychom zachovali všechna kritéria a priority obsluhování jednotlivých ulic, je nutné pro účely této práce dotčené oblasti definovat nová pořadí, ve kterých mají být komunikace obsluhovány. Toto se týká také času, do kterého je služba zajišťující obsluhu povinna svoji práci vykonat.

V první řadě je nutné zjistit, kterými ulicemi ze zkoumané oblasti neprojde pluhovací vozidlo, které dosahuje rozměrů nákladního vozu. Takovým ulicím je nutné se s nadrozměrnou technikou vyhnout. Jedná se o následující komunikace:

- Svatoplukova, Stará Štáhlavská, Nad Průhonem, Korejská, Štefánikova.

Dále musíme identifikovat komunikace, které nespádají do údržby obcím, nýbrž kraji – v tomto případě se jedná o Západočeský kraj. Takto je to zmíněno v zákoně č. 13/1997 Sb. § 9 (3):

„(3) Vlastník dálnice, silnice nebo místní komunikace je povinen vykonávat její správu zahrnující zejména její pravidelné a mimořádné prohlídky, údržbu a opravy. Výkon správy může vlastník dálnice, silnice nebo místní komunikace zajišťovat prostřednictvím správce, jímž je právnická osoba zřízená nebo založená vlastníkem dálnice, silnice nebo místní komunikace za podmínky, že je vůči ní vlastník po celou dobu výkonu správy ovládající osobou. Vlastník, popřípadě správce, mohou dílčími činnostmi v rámci správy dálnice, silnice nebo místní komunikace, zejména činnostmi souvisejícími s údržbou a opravami dotčené dálnice, silnice nebo místní komunikace, pověřit osobu vybranou postupem podle zvláštního právního předpisu nebo kraj u silnic I. třídy nacházejících se v jeho územním obvodu na základě veřejnoprávní smlouvy; tato osoba nebo kraj se nestávají správcem dotčené pozemní komunikace.“ [5]

V Rokycanech se jedná hlavně o silnici II/183, která se nachází v ulici Štáhlavská, a II/605. Ve vyznačené oblasti se nachází první jmenovaná a nově byla zvolena také ulice Přemyslova, aby do výpočetního modelu vstupovalo více komunikací s tímto parametrem a byl tak zachován přibližně stejný poměr k reálnému stavu. Pokud bychom brali v úvahu naši oblast jako samostatnou jednotku a nikoli součást města, měla by ulice

Přemyslova tentýž význam jako Št'áhlavská. Zde není zakázáno vozidlům vykonávajícím údržbu projíždět, nicméně to není ani nutné. Řidiči pluhů mohou krajské komunikace využívat například pro zkrácení přejezdů nebo pro návrat do depa.

Nyní již přecházíme ke komunikacím, které je nutné obsloužit v kontextu zimní údržby. Nejdříve se však zaměřujeme na ty s nejmenší prioritou. Jedná se o ulice, ve kterých se nenachází velké množství rodinných domků, obchody nebo autobusové zastávky. Jedná se následující ulice:

- Stará cesta, Polní, Horymírova, Poděbradova, Antonína Uxy, Zahradní.

Komunikace s vyšší prioritou jsou takové, na kterých se nachází větší množství obyvatel a také je zde větší intenzita dopravy, jelikož do těchto ulic promlouvají také cestující z méně prioritních oblastí. V některých z těchto ulic se také nachází obchody či dětská hřiště, proto je nutné, aby komunikace byly průjezdné. Střední prioritu mají silnice:

- Sokolská, Pod Čilinou, V Sadu, Libušina, Záhumenní, K trati.

Nejvyšší prioritu pro obsluhu mají ulice, které zajišťují nejnútnejší provoz v případě hustého sněžení. Těmito ulicemi projíždí autobusy MHD a nacházejí se zde také obchody s potravinami.

- K Trhovce, Lužická, Tymákovská, Krokova.

Toto rozdělení jednotlivých ulic dle priorit bude důležité v praktické části této práce, jelikož zadáním a cílem je vytvoření algoritmu pro zimní údržbu komunikací, ve které tyto úrovně důležitosti hrají významnou roli. Tato vymezená oblast je zvolena pouze pro účely této práce, ale výsledný algoritmus by mělo být možné aplikovat na větší území, jakým jsou například celé město Rokycany.

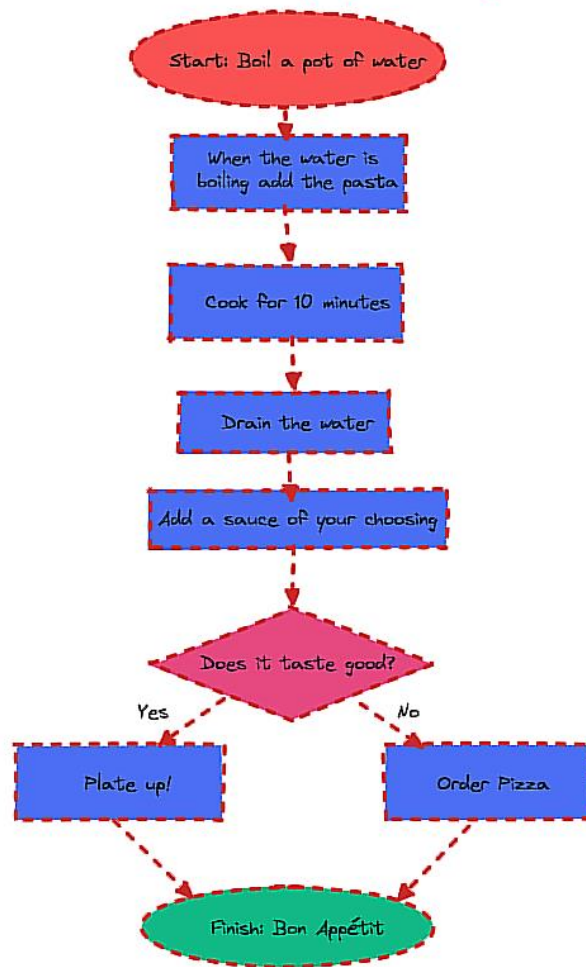
4 Algoritmus

V první řadě je důležité definovat si, co konkrétně pojem „Algoritmus“ znamená v obecné rovině. Ve společnosti se nachází mnoho skupin lidí, kteří si pod tímto slovem dokáží představit trochu něco jiného. Studenti dopravních věd si mohou představit například světelnou křižovatku, na které přeskakují barvy za účelem optimální propustnosti křižovatky. Techničtější obory, jakým je třeba elektrotechnika, mohou algoritmy využívat pro práci a s komplikovanými stroji či roboty.

V uvedených případech by měl každý pravdu. S algoritmy se však setkáváme denně úplně všichni. Jedná se totiž o podrobný popis a sled událostí, které vykonáváme s určitým cílem. Většina lidí si neuvědomuje, že i klasický pracovní den se může řídit detailním pracovním postupem: Ráno vstaneme, jdeme se umýt, oblékneme se, dojdeme k autu (případně MHD nebo VD), jedeme do práce, cestou si koupíme snídani, přes den pracujeme a odpoledne jedeme zase domů. A každá z těchto činností, které již děláme zcela automaticky, se skládá z dalších rozhodovacích procesů.

Na následujícím Obrázek 2 je zaznamenán algoritmus, který nám v lehké nadsázce popisuje, jak uvařit těstoviny na večeři. Toto je také algoritmus pro konkrétní činnost.

Task: Satisfy your hunger



Obrázek 2 Algoritmus pro uvaření těstovin [1]

Jednoduše řečeno se jedná o popis postupu při řešení jakéhokoli problému za účelem získat požadovaný výsledek. Pravdou je, že pro vytvoření složitějších algoritmů je důležitá znalost matematiky, pomocí které dokážeme spočítat, jakým způsobem a po které cestě se nejlépe dostaneme z centra Prahy na okraj města bez většího zdržení.

Algoritmů existuje obrovské množství v nejrůznějších odvětvích a problematikách. V této práci se zaměřujeme na algoritmy, které jsou využitelné pro dopravní síť a nejrůznější práci s ní. Zde jsou uvedeny některé jejich příklady, které jsou v následující části stručně popsány:

- Algoritmy pro nalezení nejkratší cesty
- Algoritmy pro nalezení nejdelší dráhy
- Algoritmy pro vyhledání nejspolehlivější cesty
- Algoritmy pro nalezení cesty s maximální kapacitou

- Hledání minimální kostry grafu
- Hledání maximální kostry grafu
- Dopravní obsluha vrcholů sítě
- Dopravní obsluha hran sítě

Důležitou dovedností v této oblasti je také schopnost pracovat se základními druhy algoritmů:

- Exaktní algoritmy – pokud při řešení problému používáme tento druh algoritmu, snažíme se získat optimální řešení, jakým je například nalezení té nejlepší cesty z centra Prahy do středu Brna. Finální výsledek závisí na zvoleném kritériu a může být kombinací nízké spotřeby vozidla a malé časové náročnosti. Optimální řešení nemusí být pouze jedno, ale vždy je nalezeno.
- Heuristické algoritmy – od předchozího druhu je zde odlišnost taková, že nemusí být nalezeno optimální řešení. Tento postup může být zvolen například z důvodu časové nebo technologické náročnosti.

4.1 Základní pojmy teorie grafů

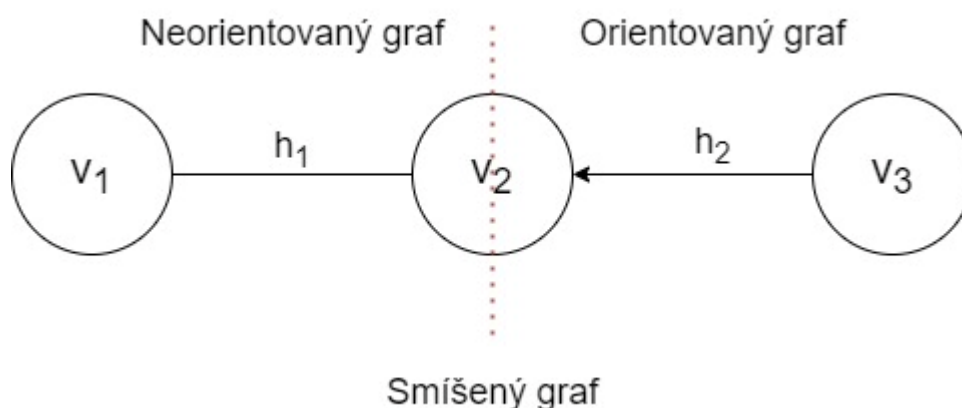
V předchozí části je zmíněno, že algoritmy je možné aplikovat téměř na jakékoli činnosti. Algoritmy nejsou vždy zobrazovány na grafu, ale je zde popsán konkrétní postup. V teorii grafů jsou grafy G zobrazovány jako vrcholy a hrany.

Rozdělení grafů

Neorientovaný graf tvoří uspořádaná trojice $G = (V, H, p)$. V tomto kontextu je V množina vrcholů a H je množina neorientovaných hran. Tyto spojnice vrcholů nemají určený směr, kterým by musel být pohyb mezi vrcholy umožněn. Pokud neorientovaný graf G obsahuje dva vrcholy v_1 a v_2 a jednu hranu h_1 , která tvoří jejich spojnici, je možné touto cestou projít v obou směrech. Písmeno p značí incidenci hrany k vrcholům. Pokud existuje hrana h_1 mezi v_1 a v_2 , říkáme, že hrana inciduje s oběma vrcholy. Obecný zápis je popsán takto: $p(h) = \{u, v\} = \{v, u\}$ [8].

Orientovaný graf tvoří uspořádaná trojice $D = (V, Y, p)$. Při tomto zápisu je V opět množina vrcholů. Písmeno Y značí množinu orientovaných hrana. Poslední část značí také incidenci hran, tentokrát se však jedná o orientované hrany, kterými se může projít pouze v určitém směru, a proto se jedná o uspořádanou dvojici $p(h) = (v_i, v_j)$ [8].

Posledním rozdělením je **graf smíšený**, který obsahuje oba typy hran. Každá spojnice vrcholů může a nemusí mít určený směr [8].



Obrázek 3 Zobrazení typů grafů - orientovaný, neorientovaný, smíšený [vlastní zpracování]

Ohodnocení prvků

Jednotlivé prvky grafu, tj. vrcholy a hrany, mohou mít svá ohodnocení, která nemají pouze jeden význam. Může nabývat hodnot dle požadavků či vlastností sítě.

Stupeň vrcholu $st(v)$ představuje počet hran incidujících s vrcholem v . (např. počet silnic vedoucích k jedné křižovatce). Pokud by se na jednom místě sbíhaly 4 ulice, křižovatka by měla stupeň $st(v) = 4$, tj. čtyři incidující hrany. Obecně pak $st(v) = a$ [8].

Pokud se jedná o orientovaný graf, je nutné zohlednit počet hran vstupujících do vrcholu a počet vystupujících. Jedná se o uspořádanou dvojici $st(v) = (a, b)$.

Dalším důležitým údajem je **ohodnocení hrany $o(h)$** . Pod tímto číslem si také lze představit mnohé, například maximální povolenou rychlost, časová náročnost, délku, nebo počet požadovaných průjezdů. Na grafu se tato hodnota nachází přímo u dané hrany.

Kategorizace grafů

Jedna dvojice vrcholů nemusí být spojena pouze jednou hranou. V případě, že existuje mezi vrcholem u a v větší počet hran, říkáme, že se jedná o hranu násobnou. Jestliže je v grafu zanesena smyčka, znamená to, že hrana vychází z vrcholu v a končí také ve vrcholu v . Jedná se o spojení jednoho vrcholu se sebou samým. Takový případ může nastat jak v neorientovaném, tak i orientovaném grafu [8].

Obyčejný graf v sobě obsahuje pouze obyčejné hrany, nejedná se tak ani o smyčky, ani o násobné hrany. V **prostém grafu** nalezneme smyčky, násobné hrany však nikoli. Ty se na druhou strany nachází v **multigrafu**. Zobrazení situace, ve které figurují oba typy hran, se říká **pseudograf**. U všech těchto kategorií se mohou vyskytovat také orientované grafy (digrafy) [8].

V následující tabulce 1 jsou zobrazené varianty, které vzniknou při kombinaci orientace hran a jejich typů:

Tabulka 1 Kategorizace grafů [8]

obyčejný	prostý	multigraf	pseudograf
digraf	prostý digraf	multidigraf	pseudodigraf
migraf	prostý migraf	multimigraf	pseudomigraf

Reprezentace grafu

V předcházející části na Obrázek 3 je zobrazena základní reprezentace grafu tak, aby si každý danou síť dokázal představit. Té se říká **diagram**. Jedná se o grafické znázornění vrcholů a hran. Dalším způsobem zobrazování jsou matice. Jedním z takových příkladů je **matice sousednosti**, která je čtvercová se všemi vrcholy v řádcích i sloupcích. V případě, že existuje hrana mezi v_1 a v_2 , je zaznamenána v příslušném poli jako $v_{12} = 1$. V opačném případě pak $v_{12} = 0$ [8].



Obrázek 4 Graf a jeho matice sousednosti [9]

Další z možností je **matice incidence** z jejíž názvu lze vydedukovat, že se bude týkat hran a jejich incidencí k vrcholům. Dále můžeme využít **matici přímých vzdáleností** [8].

Pojmy k pohybu po grafu

- Sled je střídavá posloupnost jednotlivých na sebe navazujících vrcholů a k nim incidujících hran tak, aby počátek i konec byl ve vrcholu.
- Tah znamená to samé jako sled, pouze bez možnosti opakování průchodu jednou hranou.
- Cesta $m(u, v) \in M$ je otevřený sled nebo tah, ve kterém žádný vrchol není navštíven vícekrát.
- Dráha reprezentuje cestu uskutečněnou v orientovaném grafu [8].

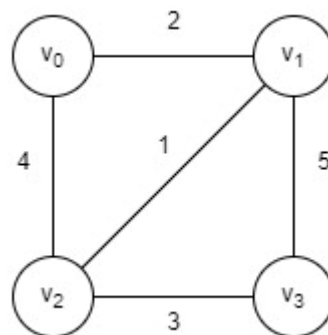
4.1.1 Úloha hledání nejkratší cesty

Mezi základní problémy v grafem patří hledání nejkratší cesty $m^*(u, v)$, která je definována jako nejmenší možný součet ohodnocení hran, na cestě mezi počátečním a cílovým vrcholem. Délku nejkratší cesty lze také nazývat vzdáleností $d(u, v)$ [8].

Pro nalezení tohoto údaje je možné využít několik algoritmů. V této kapitole je popsán ten, kterému se říká Dijkstrův a který je vysvětlen na příkladu. V této práci je podstatný pro vytvoření distanční matice, která je vygenerována na základě práce s programovacím jazykem Python. Další podrobnosti jsou popsány v následujících částech diplomové práce.

Dijkstrův algoritmus

Zvolme si jednoduchý graf G , který obsahuje množinu vrcholů V a hran H . Mezi čtyřmi vrcholy se vyskytuje pět hran. Diagram je zobrazen na následujícím Obrázek 5 a naším úkolem je nalézt nejkratší cestu mezi vrcholy v_0 a v_3 .



Obrázek 5 Neorientovaný graf s ohodnocením hran [vlastní zpracování]

V samotném začátku celkového postupu je nutné ohodnotit každý vrchol dvěma čísly (p, D) . První z dvojice označuje předchůdce neboli předcházející vrchol. Hodnota D popisuje nejkratší vzdálenost k danému vrcholu. V případě, že cesta do zkoumaného vrcholu zatím není nalezena, dvojice bude vypadat takto: $(-, \infty)$ [8].

Následně vytvoříme přehlednou tabulku 2, která bude v řádcích obsahovat jednotlivé kroky algoritmu a ve sloupcích jednotlivé vrcholy. V jednom ze sloupců je zaznamenána množina definitivně zařazených vrcholů W a do posledního sloupce vyplňujeme vzdálenost D [8].

Tabulka 2 Dijkstrův algoritmus - Krok 0 [vlastní zpracování]

Krok	v₀	v₁	v₂	v₃	W	D
0	$(-, 0)$	$(-, \infty)$	$(-, \infty)$	$(-, \infty)$	v_0	0

Po sestavení tabulky pro krok 0 pokračujeme dál tak, že se podíváme na graf a zjistíme, které vrcholy sousedí s v_0 . Tyto vrcholy zároveň nesmí být součástí množiny W . Z diagramu víme, že se jedná o v_1 a v_2 . Nyní provedeme jednoduchý součet dosud nalezené vzdálenosti, která je v nultém kroku rovna nule, a ohodnocení hrany vedoucí ke zkoumanému vrcholu.

Cesta k v_1 : $0 + 2$ – tuto hodnotu porovnáme s D u v_1 a pokud je menší, nahradíme ji našim výsledkem. Tuto operaci provedeme také pro druhého souseda: $0 + 4 < \infty$.

Tabulka 3 Dijkstrův algoritmus - Krok 1 [vlastní zpracování]

Krok	v₀	v₁	v₂	v₃	W	D
0	$(-, 0)$	$(-, \infty)$	$(-, \infty)$	$(-, \infty)$	v_0	0
1		$(0, 2)$	$(0, 4)$	$(-, \infty)$	v_1	2
2						
3						

Ve výše uvedené Tabulka 3 byly změněny hodnoty v posledních dvou sloupcích, jelikož jsme na základě hledání nejkratší cesty zjistili, že blíže se nachází vrchol v_1 ,

který leží dvě jednotky vzdálenosti od původního vrcholu. Pokud je jakýkoli vrchol zaevidován do množiny W , nepokračujeme s ním v dalších krocích.

V dalším kroku porovnáváme vrchol v_l s jeho sousedy a opět zjišťujeme nejkratší cestu k dalším vrcholům.

Tabulka 4 Dijkstrův algoritmus - konečná podoba [vlastní zpracování]

Krok	v_0	v_1	v_2	v_3	W	D
0	(-, 0)	(-, ∞)	(-, ∞)	(-, ∞)	v_0	0
1		(0, 2)	(0, 4)	(-, ∞)	v_1	2
2			(1, 3)	(1, 7)	v_2	3
3				(2, 6)	v_3	6

V Tabulka 4 vidíme konečné řešení námi zvoleného příkladu. Konečná posloupnost vrcholů při nalezení nejkratší cesty je $v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3$ se vzdáleností 6 jednotek. Pokud bychom chtěli správnost algoritmu otestovat, postupovali bychom opačně. Z výsledné tabulky bychom od konce zjistili předchůdce ke každému vrcholu z množiny W .

Další možností pro řešení úlohy je Floydův-Warshallův algoritmus. Slouží k nalezení nejkratší cesty mezi všemi dvojicemi vrcholů v zadaném grafu. Výstupem je nalezení distanční matice, která uvádí vzdálenosti mezi všemi vrcholy.

Floydův-Warshallův algoritmus

V prvním kroku je nutné sestavit matici přímých vzdáleností, která ukazuje ohodnocení hran mezi sousedními vrcholy. Tuto čtvercovou matici označujeme $C_0 = (c_{ij})_{i,j=1}^n$, kde n je počet vrcholů [8].

Na hlavní diagonále, tj. když $i = j$, platí, že $c_{ij}^0 = 0$. Jestliže mezi vrcholem i a j existuje ohodnocená hrana, vložíme její hodnotu na příslušné pole v matici. Pokud spolu vrcholy nejsou spojené žádnou hranou, vložíme ∞ . Tímto způsobem je vytvořena čtvercová matice popisující vztahy mezi vrcholy [8].

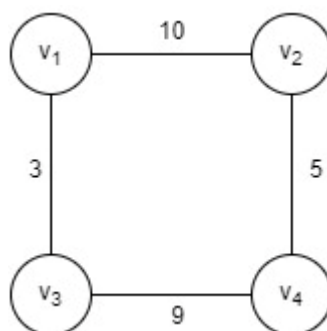
Nyní zavedeme proměnnou $k = 1, \dots, n$, která nám umožňuje procházet jednotlivé vrcholy v_1, \dots, v_n , a tak hledat nejkratší cestu. Jestliže $k = 3$, hledáme řešení vedoucí

přes vrchol v_3 . Práce s maticí je popsána následujícím vztahem $c_{ij}^{(k)} \min\{c_{ij}^{(k-1)}, c_{ik}^{(k-1)} + c_{kj}^{(k-1)}\}$ [8].

Postup opakujeme, dokud neplatí, že $k = n$. V takovém případě máme výslednou distanční matici. Tento postup je uveden na následujícím příkladu.

Příklad Floydova-Warshallova algoritmu

Nechť $G = (V, H)$ je neorientovaný graf s množinou vrcholů V a hran H . Každá hrana h má své ohodnocení $o(h)$. Diagram grafu G je následující:



Obrázek 6 Neorientovaný graf - Floydův-Warshallův algoritmus [vlastní zpracování]

1. Krok: Matice přímých vzdáleností $C^{(0)}$

Matice 1 Matice přímých vzdáleností [vlastní zpracování]

0	10	3	∞
10	0	∞	5
3	∞	0	9
∞	5	9	0

Z výše zobrazené Matice 1 jasně vyplývají vztahy mezi jednotlivými vrcholy a lze z nich vyčíst, které vrcholy spolu sousedí a které nikoli.

2. Tvorba distanční matice

Využijeme již vytvořenou matici přímých vzdáleností a testujeme, zda je možné najít kratší cestu mezi dvojicemi vrcholů za použití vrcholu v_1 .

0	10	3	∞
10	0	13	5
3	13	0	9
∞	5	9	0

Dále postupujeme tak, že hodnotu k zvedneme o jedna, a tím zahrneme do výpočtu další vrchol. Proces opakujeme, dokud nám nevznikne finální distanční matice (Matice 3):

Matice 3 Distanční matice [vlastní zpracování]

0	10	3	12
10	0	13	5
3	13	0	9
12	5	9	0

Z této matice lze vyčíst pouze vzdálenost mezi jednotlivými vrcholy, nikoli však přesná posloupnost vrcholy. Pro tuto znalost lze vytvořit rekonstrukci algoritmu, která nám pomůže zjistit přesnou nejkratší cestu [8].

3. Krok – Rekonstrukce nejkratší cesty (neorientovaný graf)

Pro tento účel si vybereme počáteční vrchol v_1 a budeme chtít dojít nejkratší cestou do v_4 . Znovu si vezmeme matici přímých vzdáleností a za ni vypíšeme řádek vztažený k počátečnímu vrcholu v matici distanční. To znamená, že v našem případě vezmeme řádek 1, viz Matice 4 [8].

0	10	3	∞	0
10	0	∞	5	10
3	∞	0	9	3
∞	5	9	0	12

Nyní je možné začít hledat konkrétní cestu. Jelikož se snažíme dostat z v_1 do v_3 , první kroky provedeme v řádku s cílovým vrcholem. Aby bylo možné nalézt správného předchůdce, musí platit vztah $c_{xi}^{(n)} - c_{iq} = c_{xq}^{(n)}$, kde q je vrchol zařazený do cesty [8]. Po projití jednotlivých variant jsme zjistili, že v našem případě bude platit $12 - 9 = 3$, což znamená, že před vrcholem v_4 se nachází vrchol v_3 . Následně zopakujeme pro zařazený vrchol, ze kterého nám vyplyne rovnice $3 - 3 = 0$, a tím je nalezena nejkratší cesta $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3$ o délce 12 jednotek vzdálenosti.

5 Dopravní obsluha sítě

V kapitole Současný plán zimní údržby ve městě Rokycany je popsána oblast, kterou je nutné obsloužit, tj. provést zimní údržbu komunikací. Teorie grafů nám ukládá dvě základní možnosti obsluhy sítě. Jedná se buďto o obsluhu hran, nebo vrcholů. Tato závěrečná práce je primárně zaměřena na první možnost.

5.1 Dopravní obsluha hran sítě

Tato úloha se oproti dopravní obsluze vrcholů sítě liší v tom, že zde požadujeme obslužení každé hrany a nalézt minimální délku celkové trasy. Tento problém se označuje jako úloha čínského pošťáka, který musí projít všechny ulice v obci a ujít přitom co nejkratší celkovou vzdálenost. V naší úloze pracujeme s eulerovským tahem, a hlavně se sledem minimální délky.

Eulerovský tah (ET) – Při existenci této cesty v neorientovaném grafu procházíme každou hranu právě jednou, přičemž není základním požadavkem vrátit se do stejného místa. Eulerova věta nám říká: Aby bylo možné vytvořit uzavřený ET v neorientovaném grafu, stupně všech vrcholů na síti musí být sudé. Grafu, ve kterém je možné vytvořit uzavřený ET se říká eulerovský graf. Pokud bychom chtěli vytvořit neorientovaný otevřený ET, musel by graf obsahovat právě dva vrcholy lichého stupně, přičemž v jednom by byl začátek a ve druhém konec cesty. Pro tyto dva typy sítě lze využít Fleuryho algoritmus [8].

Sled minimální délky – O tomto případě bavíme tehdy, pokud chceme nalézt nejkratší sled v grafu, jehož počet lichých vrcholů je větší než dva. Pro tyto případy využíváme Edmondsův algoritmus, ve kterém přidáváme fiktivní hrany mezi vrcholy s lichým stupněm [8].

Aby mohl být ET pro neorientovaný graf nalezen, musí platit následující podmínky:

1. Uzavřený ET existuje, jestliže je graf souvislý a všechny jeho vrcholy jsou sudého stupně.
2. Otevřený ET existuje, jestliže je graf souvislý a obsahuje právě dva vrcholy lichého stupně, přičemž v jednom cesta začíná a ve druhém končí [8].

Aby mohl být ET pro orientovaný graf nalezen, musí platit následující podmínky:

1. Uzavřený ET existuje, jestliže je graf souvislý a každý vrchol má stejný počet vstupujících a vystupujících hran.
2. Otevřený ET existuje, jestliže je graf souvislý a obsahuje nejvýše jeden vrchol s rozdílem $out - in = 1$ a nejvýše jeden vrchol s rozdílem $in - out = 1$ [10].

5.1.1 Fleuryho algoritmus

Postup tohoto algoritmu můžeme rozdělit na dva typy grafů podle počtu vrcholů lichého stupně na zkoumané síti. V následující části jsou popsány postupy obou možností.

V grafu se nachází pouze vrcholy sudého stupně.

1. Volba libovolného počátečního vrcholu v síti, ze kterého vycházíme. Následně se vydáme jakoukoli incidující hranou do sousedního vrcholu. Použitou hranu si označíme tak, abychom ji již nemohli využít.
 - a. Pokud je vybraná hrana mostem – její odstranění by rozdělilo graf na dvě nesouvislé komponenty, musí být nejdříve obslouženy hrany, které mostem nejsou. Až poté můžeme danou hranou projít.
2. Tímto způsobem pokračujeme do té chvíle, kdy budou obslouženy všechny hrany [11].

V grafu se nachází právě dva vrcholy lichého stupně.

Aby bylo možné vytvořit otevřený eulerovský tah, je nutné začínat v prvním a končit v druhém vrcholu lichého stupně. Pokud bychom chtěli úlohu řešit jako uzavřený sled, vytvořili bychom novou fiktivní hranu, kterou bychom prošli v prvním kroku [8].

5.1.2 Hierholzerův algoritmus

Tento algoritmus (podobně jako Fleuryho) slouží k nalezení ET v eulerovském grafu. Liší se v postupu řešení, které probíhá pomocí disjunktních kružnic, které jsou sestavovány tak, aby bylo možné projít všemi hranami v grafu.

1. Volba libovolného počátečního vrcholu v síti, ze kterého vycházíme.
2. Procházíme všechny dosud neobsloužené hrany. Je možné procházet jakékoli hrany. Jedinou podmínkou je, že jsme jimi zatím neprojeli.
3. Krok 2 může být opakován do té doby, než dojdeme zpět do počátečního vrcholu (eulerovský graf).

4. Jestliže jsme se vrátili do počátečního vrcholu a všechny hrany v grafu jsou již obsloužené, algoritmus končí. V opačném případě pokračujeme krokem 1.
5. Jestliže jsou obslouženy všechny hrany, algoritmus končí a vzniká ET [12].

5.1.3 Edmondsův algoritmus

1. Ve zkoumaném grafu nalezneme všechny vrcholy lichého stupně, kterých musí být vždy sudý počet.
2. Následně je z vrcholů lichého stupně vytvořen úplný graf s hranami, jejichž ohodnocení odpovídá vzdálenostem z původní sítě.
3. V tomto kroku se provádí minimální párování hran mezi vrcholy lichého stupně.
4. Hrany, které vzešly z předchozího kroku vložíme do grafu a vznikne multigraf. Tak vznikne eulerovský graf.
5. Nyní postupujeme stejnými kroky jako při Fleuryho algoritmu.
6. Sečteme celkovou překonanou vzdálenost a vyhodnotíme, kolik jednotek délky bylo produktivních a o kolik jsme si celkovou cestu protáhli, abychom obsloužili celou síť [13].

5.2 Typy problémů čínského pošťáka

V kapitole 5.1 Dopravní obsluha hran sítě je popsán postup při problematice, které se říká Chinese Postman Problem (CPP), je obecně využíván v různých variacích například podle typu hran (orientované, neorientované, smíšené), okrajových podmínek, náročnosti terénu apod. Níže jsou uvedeny příklady možných typů CPP.

Undirected Chinese postman problem – UCPP

Již z názvu vyplývá, že se jedná o práce s grafem, který obsahuje pouze neorientované hrany. Pro tento typ úlohy se využívá Edmondsův a Fleuryho algoritmus [14].

Directed Chinese postman problem – DCPP

Graf s orientovanými hranami se řeší stejným způsobem, jako předchozí typ. V případě již zmiňovaných algoritmů se však nelze vydat libovolnou hranou, nýbrž hranou z vrcholů vycházející. Kombinací těchto dvou typů problému se říká Mixed Chinese postman problem - MCPP. V této práci se zabýváme DCPP, jelikož požadovaná údržba komunikací musí probíhat ve všech směrech a pruzích [14].

Windy postman problem

Vítr z názvu napovídá, že se na grafu vyskytují určité překážky. Jedna hrana může mít pro každý směr jiné ohodnocení. Můžeme si to představit jako silnici vedoucí z kopce – cesta nahoru bude náročnější [14].

Hierarchical Chinese postman problem – HCPP

Tento typ úlohy obsahuje více prioritních tříd hran. Některé jsou důležitější a jiné méně. Úkolem je projít všechny hrany s vyšší důležitostí dříve než ty méně podstatné. Tento problém je v praktické části rovněž řešen [14].

Rural postman problem – RPP

CPP se obvykle zabývá všemi hranami v síti, které je nutné obsloužit. Od této úlohy se RPP liší v tom, že určuje pouze konkrétní hrany v grafu, které chceme obsloužit. To znamená, že není nutné projít všemi cestami v celé síti, ale pouze v předem vymezeném podgrafu. Tato varianta je také využitelná jak pro orientované, tak neorientované grafy. Tento problém je řešen v diplomové práci.

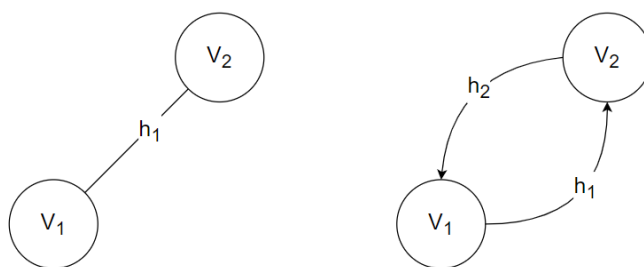
V této problematice popisujeme graf jako $G = (V, H, R, \omega)$. V a H označují množinu vrcholů a hran stejně jako u obecné definice grafu. Písmeno R označuje podmnožinu hran, které chceme obsloužit a ω obsahuje váhy (např. délky) hran. V prvním kroku rovněž probíhá kontrola sudosti stupňů vrcholů a konektivity sítě. V případě potřeby jsou doplněné nové fiktivní hrany tak, aby řešitel mohl každou hranu využít právě jednou. Pokud graf splňuje veškerá kritéria (stejně jako u CPP), přechází se k nalezení ET [15]. V případě MCPP (Mixed Chinese postman problem) se úloha nazývá Stackercrane problem [14].

Zmiňované úlohy patří mezi ty nejrozšířenější. Samozřejmě existují také další varianty, ale ty nejsou tak obvyklé a s touto prací nikterak nesouvisí.

6 Popis řešeného problému

Problém, řešený v této práci, je kombinací několika úloh z kapitoly Typy problémů čínského poštáka. V kapitole 3.2 Plán tras zimní údržby ve zkoumané oblasti je síť rozdělena do tří prioritních tříd. Z české legislativy jsme povinni dodržovat časové limity pro obsluhu každé z nich, viz Zimní údržba komunikací dle zákona ČR. Tento problém je možné nazvat časově závislý hierarchický problém čínského poštáka – TDHCPP. To znamená, že určitá skupina hran musí být obsloužena dříve než ostatní.

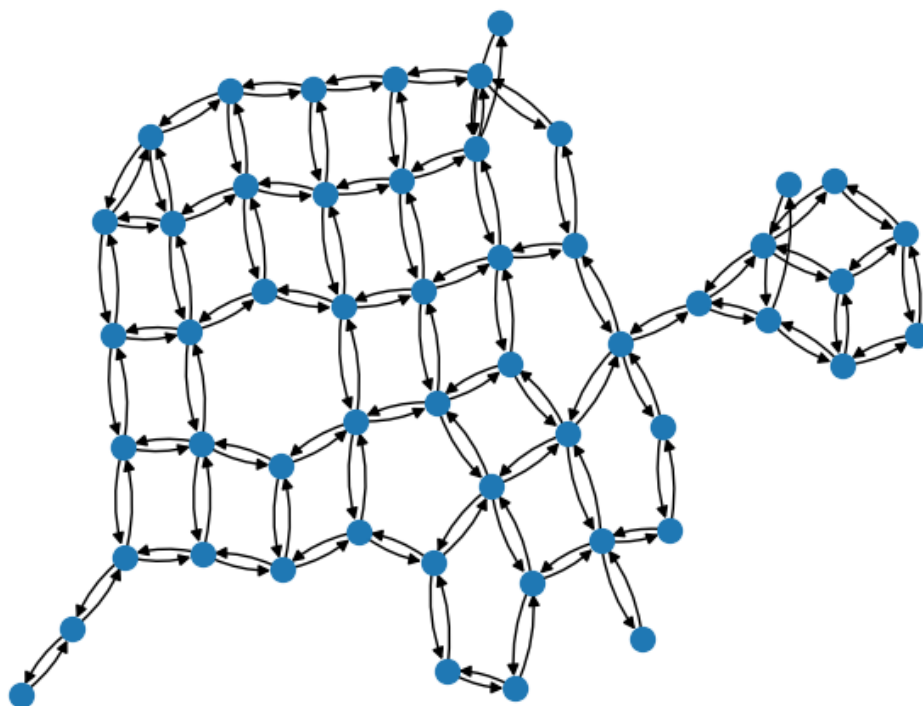
Hrany v grafu jsou orientované, jelikož každá komunikace může mít více pruhů a směrů. To znamená, že pro každý proud je určena jedna orientovaná hrana se stejnou délkou jako ta v protisměru, viz Obrázek 7. Jedná se tedy o orientovaný graf a DCPP. Graf celé sítě s orientovanými hranami je zobrazen na Obrázek 8.



Obrázek 7 Orientovaný a neorientovaný graf [vlastní zpracování]

Jak již bylo zmíněno, v naší síti se nachází různé skupiny hran s rozdílnou prioritou obsluhy. Každá tato podmnožina je brána jako samostatná úloha, což odpovídá problému RPP. Údržbu komunikací zajišťuje místní správa, silnice I.-III. třídy ovšem spravuje kraj. To znamená, že krajské silnice mohou naše vozidla využívat, ale nepožadujeme na nich odhrovnání sněhu. Hrany mohou být využívány pro neproduktivní přejezd vozidel údržby.

V praxi se lze setkat s úlohami, které zahrnují maximální kapacity vozidel s posypovým materiálem či nucené pauzy v depu. Algoritmus v této práci je tvořený pro pluky se stejnými vlastnostmi (homogenita vozového parku). Jelikož je zkoumaná oblast obsloužena za relativně krátký časový úsek, je možné zanedbat také povinné pauzy zaměstnanců nebo střídání směn. Celá síť je tedy obsloužena bez přerušování jízdy. Vozidla nejsou vybavena zásobníky pro posypový materiál, proto je diplomová práce zaměřena jen na odhrovnání sněhu.



Obrázek 8 Graf síť s orientovanými hranami [vlastní zpracování]

Veškeré podmínky pro sestavování algoritmu (časové limity, rychlost vozidel, nastavení prioritních skupin apod.) jsou popsány v kapitolách 7.2 Práce s grafy a 8 Tvorba algoritmu.

7 Práce s Pythonem

V předchozích částech práce je zmíněno, že algoritmy jsou programovány, jelikož při řešení optimalizačních úloh je nutné prozkoumat velké množství možností. Jedním z těchto programovacích jazyků je Python, jehož využití není nikterak omezené a využít jej může kdokoli skrze online nástroje, jakým je například Google Colab.

7.1 Použité knihovny

Jelikož je tento způsob programování velice rozšířený, nemusí člověk vymýšlet jednotlivé funkce stále znovu, ale postačí importovat určitou knihovnu, která obsahuje již připravené kódy a programátorovi stačí je správně využít pro své účely.

V našem programu je základním stavebním kamenem knihovna, která se nazývá **OSMnx**. Ta čerpá data z on-line OpenStreetMap a dokáže je zobrazovat jako graf. Můžeme vygenerovat například silniční síť nebo chodníky pro chodce. Lze si také zvolit oblast, kterou chceme modelovat – celé město, sídliště, stát apod [16].

Když je vygenerován graf zkoumané oblasti, většinou s ním potřebujeme pracovat a některé jeho parametry upravovat. Za tímto účelem slouží knihovna zvaná **NetworkX**. Tato knihovna nám poskytuje nejrůznější algoritmy pro hledání cest v grafu, nejrůznější grafové algoritmy, nástroje pro vizualizaci grafu, vytváření různých typů grafů, práci s atributy, analýzu vlastností grafu apod [17].

Knihovna **NumPy** slouží pro řešení matematických rovnic, práci s maticemi apod. Pokud bychom vkládali vstupní data do algoritmu pomocí distanční matice, museli bychom využít NumPy nebo zvolit komplikovanější cestu přes jiné knihovny a postupy. V neposlední řadě je hojně využívána také knihovna **Pandas**, která je určena pro programátory pracující s daty, jejich manipulací a analýzou [18] [19].

Na následujícím Obrázek 9 je zobrazený způsob, jakým jednotlivé knihovny do programu importujeme. Nejčastěji se tak děje na samotném začátku celého kódu, aby se případný editor či čtenář dokázal rychle zorientovat a navázat na tvůrce. Může ovšem nastat případ, že se volání knihovny nachází někde uprostřed programu, což nutně neznamená chybu. Jestliže nebyla potřebná v předchozích krocích, programátor ji může využít kdykoli během své práce.

```
import osmnx as ox
import matplotlib.pyplot as plt
import networkx as nx
import pandas as pd
```

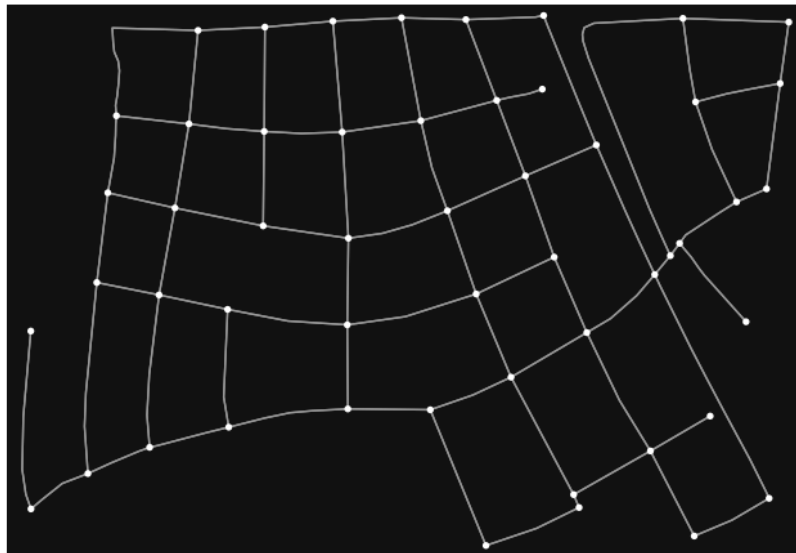
Obrázek 9 Import knihoven – Python [vlastní zpracování]

7.2 Práce s grafy

V úvodu byla pomocí souřadnic jasně vymezena oblast, která je v této práci obsluhována. Jedná se o část města Rokycany v západních Čechách, ve které se nachází velké množství rodinných domků. Pomocí následujícího příkazu byl vygenerován graf tak, abychom měli přehled o oblasti a o přibližné délce hran. Jedná se o zobrazení silniční sítě, na které se nacházejí křižovatky (vrcholy) a komunikace mezi nimi (neorientované hrany).

Generování a zobrazení grafu:

```
graph = ox.graph.graph_from_bbox(49.74041, 49.73384, 13.58702,
13.5722, network_type = 'drive')
ox.plot_graph(graph)
```



Obrázek 10 Vygenerovaný graf - část města Rokycany [vlastní zpracování]

Většina ulic je v OpenStreetMap (OSM) pojmenována správně. Najdou se však takové, které tento údaj vyplněný nemají. Příčinou může být fakt, že tuto mapu spravuje velká komunita uživatelů, kteří data těží a doplňují je do systému. Není zde tedy stoprocentní

záruka správnosti údajů [4]. Patří mezi ně hlavně silnice I.-III. třídy. Tyto komunikace jsou většinou označeny jiným způsobem. Pokud jim však chceme jméno přiřadit, slouží k tomu následující kód:

```
graph.edges[52740889, 52740901,0]['name'] = 'Štáhlavská'
```

```
graph.edges[52740901, 52740889,0]['name'] = 'Štáhlavská'
```

Ulice, které nebylo v OSM přiřazeno jméno, byl v našem programu přiřazen název „Štáhlavská“. Stejným způsobem upravujeme a vkládáme další vlastnosti, které v grafu chceme mít obsažené. Nesmíme však zapomínat, že hrany existují v obou směrech, proto je kód napsaný jak pro spojení vrcholy $A - B$, tak i $B - A$. Některé komunikace v městech nejsou předmětem obsluhy pro společnost, která zařizuje pluhování či posyp po místních komunikacích. Opět se jedná o silnice I.-III. třídy, které má na starosti kraj. Proto bychom ve výše uvedeném kódu změnili parametr ‚name‘ na ‚category‘ a za rovnítko vložili poznámku ‚kraj‘. Tyto silnice budou vynechány z hran, které je nutné obsloužit. ‚město‘ je nastaveno jednoduchým for cyklem pro zbytek hran v síti. Stejným způsobem označujeme komunikace, kterými neprojde nákladní vozidlo a v pozdější části budou z grafu zcela odstraněny.

Nastavení priorit hran

Český zákon definuje tři základní úrovně důležitosti pro obsluhu jednotlivých typů komunikací. Těmi nejdůležitějšími jsou trasy MHD a komunikace, které umožňují základní pohyb po dané obci. Prostřední skupinou jsou další hlavní vrcholy a k nim přilehlé odbočky. Nejméně prioritní jsou méně frekventovaná místa. Jelikož na začátku této práce byla definována pouze část města Rokycany, tyto tři priority byly zachovány, nicméně byly aplikovány na zkoumanou oblast na základě dobré znalosti místního prostředí. Jména ulic přiřazených k jednotlivým stupňům důležitosti jsou ukázána již v předchozích částech diplomové práce.

Priorita 0 – hrany s tímto označením jsou obsluhovány službou, kterou zajišťuje krajská správa. Jedná se o minimální počet ulic. Tyto komunikace mohou být vozidly pro zimní údržbu využívány, nicméně se jedná o neproduktivní cestu.

Priorita 1 – komunikace na této úrovni důležitosti jsou využívány pouze zřídka, proto se jedná o nejméně prioritní obsluhu. Do této skupiny patří ulice, které v případě kalamity neohrozí plynulost provozu svojí neprůjezdností.

Priorita 2 – tyto komunikace jsou často vedlejšími ulicemi napojenými na hlavní ulice. Jejich obsluha je na střední úrovni důležitosti, jelikož nezřídka vedou k sídlištím a obytným zónám.

Priorita 3 – jedná se nejdůležitější komunikace, které se ve zkoumané oblasti nachází. V případě, že dojde k neprotažení komunikací od sněhu, zkolabuje v obci mj. také veřejná doprava. Tato skupina musí být obsloužena v co nejkratším čase.

Priorita -1 – toto označení nesou hrany, které nemohou být obslouženy nákladním vozidlem, mezi které se sněžné pluhy řadí. Hrany jsou obslouženy separátně vozidly pro údržbu chodníků.

Kód určující úroveň důležitosti ulici K Trhovce:

```
# K Trhovce

graph.edges[52740889, 52740944,0]['priority'] = '3'
graph.edges[52740944, 52740889,0]['priority'] = '3'

graph.edges[52740944, 52741018,0]['priority'] = '3'
graph.edges[52741018, 52740944,0]['priority'] = '3'
```

Předcházející část programu určuje úroveň důležitosti ulice K Trhovce. Následující kód umožňuje čtenáři programu vyhledat hrany, které se pojí s její určitou vlastností. Zde je zobrazeno vyhledávání všech komunikací s prioritou 1. Vytiskne ID vrcholů, mezi kterými se hrany nachází, jejich jméno a délku.

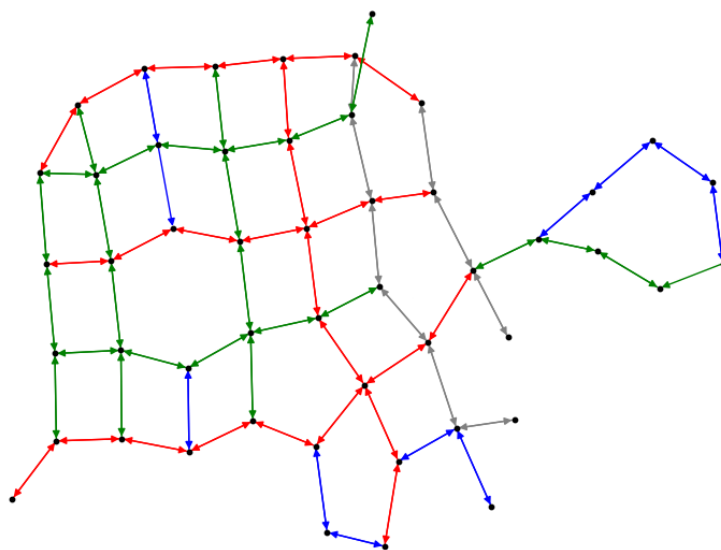
```
for u, v, d in graph.edges(data=True):
    if d.get('priority') == '1':
        print((u, v), d.get('name'), " ", d.get('length'))
```

Jak již bylo výše zmíněno, některé hrany jsou nyní z grafu odstraněny. Jedná se o ulice, jejichž šířka není dostatečná pro nákladní vozidla. Následující kód odstraňuje hranu ležící mezi vrcholy 330612564 a 330621232, včetně protisměru. Tímto způsobem byly také vytvořené dvě jednosměrné ulice tak, aby byla modelována reálná situace a algoritmus byl platný obecný příklad. Vrcholy mohou být odstraňovány také obdobným způsobem.

```
graph.remove_edge(330612564, 330621232)
```

```
graph.remove_edge(330621232, 330612564)
```

Na následujícím Obrázek 11 je znázorněn graf, jehož hrany jsou obarveny dle jejich priorit obsluhy. Šedivá barva je pro ulice, jejich priorita je na úrovni nula. Na úrovni důležitosti jedna jsou modré hrany, prioritu dvě mají komunikace obarvené na zeleno a těmi nejdůležitějšími jsou červené vozovky. V případě potřeby je možné dotisknout ID vrcholů nebo délky hran.



Obrázek 11 Grafické zobrazení hranových priorit [vlastní zpracování]

Matice vzdáleností a přímých vzdáleností

Aby byla práce se vzdálenostmi možná a aby byla nalezena nejkratší cesta na grafu, je důležité si přichystat matici přímých vzdáleností, která nám zobrazí délku hran mezi jednotlivými vrcholy. V případě, že dva vrcholy nespojuje žádná hrana, je na takovém místě vytisknutá nula (rozdíl oproti obecné definici). První řádek vytváří matici, která popisuje vzdálenosti sousedů, a druhý exportuje původní hodnoty do matice dle našich potřeb.

```
neighbour_matrix=nx.adjacency_matrix(G=graph, weight='length')
```

```
neighbour_matrix=neighbour_matrix.todense()
```

Dále byla za pomoci knihoven NumPy a NetworkX distanční matice, která zobrazuje nejmenší vzdálenosti všech vrcholů ke každému jinému vrcholu. Za tímto účelem byly použity dva for cykly, které postupně vyplňují nově vytvořenou čtvercovou matici s nulovými hodnotami.

```
node_ids = list(graph.nodes())
matrix = np.zeros((len(node_ids), len(node_ids)))
for i, u in enumerate(node_ids):
    for j, v in enumerate(node_ids):
        path_length = nx.shortest_path_length(G=graph, source=u,
target=v, weight='length')
        matrix[i, j] = path_length
print(matrix)
```

Tyto matice vytisknuté do excelovských tabulek jsou předmětem přílohy č. 1 a 2, jelikož kvůli jejich rozměrové velikosti by se nevešly do této části diplomové práce.

8 Tvorba algoritmu

V kapitole Práce s Pythonem je na Obrázek 11 vyobrazen barevný graf, který zobrazuje jednotlivé priority hran. V této fázi je nutné vytvořit takový algoritmus, který vytvoří takové řešení, které bude splňovat předem definované podmínky. Postup je rozdělen do více návrhů řešení, které jsou popsány dále.

8.1 Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení

Prvním řešením je vytvoření tří okruhů, které jsou rozděleny podle priority obsluhy. V našem případě máme tři úrovně důležitosti, proto jsou vytvořené také tři trasy. Hledáme výsledný čas, za který je možné obsloužit jednotlivé cesty separátně se třemi vozidly stejného typu. Tyto pluky mohou využívat stejné hrany pro přejezdy (neproduktivní jízda), obsluhu daného typu hrany však provádí pouze jedno přidělené vozidlo.

Jelikož zde nepočítáme s časovými limity, může být počet vozidel údržby libovolný. Pro nejlevnější úlohu je možné využít pouze jedno vozidlo. Nejdříve by vozidlo provedlo obsluhu nejvíce důležitých hran a dále by navázalo na nižší priority. Jeden vůz by měl také nejmenší ujetou vzdálenost, jelikož z depa vyjíždí pouze jednou, a tak nevytváří další neproduktivní jízdy. V této části se však zabýváme možnostmi tří vozidel.

Jak již bylo zmíněno dříve, graf musí být silně souvislý, aby bylo možné vytvořit sled minimálních vzdáleností. Takový graf existuje ve chvíli, kdy z každého vrcholu vede cesta do každého dalšího vrcholu. Není tedy možné, aby sled minimální délky byl narušen například slepou ulicí, která neumožní další postup (bez možnosti návratu). Základním požadavkem na algoritmus je průchod každou hranou alespoň jednou. Může však nastat situace, kdy jsou vrcholy lichého stupně, a proto jsme nuceni vytvořit nové fiktivní hrany do grafu tak, aby nebylo postupu po síti bráněno. Ukázky těchto situací jsou zobrazeny v následujících částech této závěrečné práce.

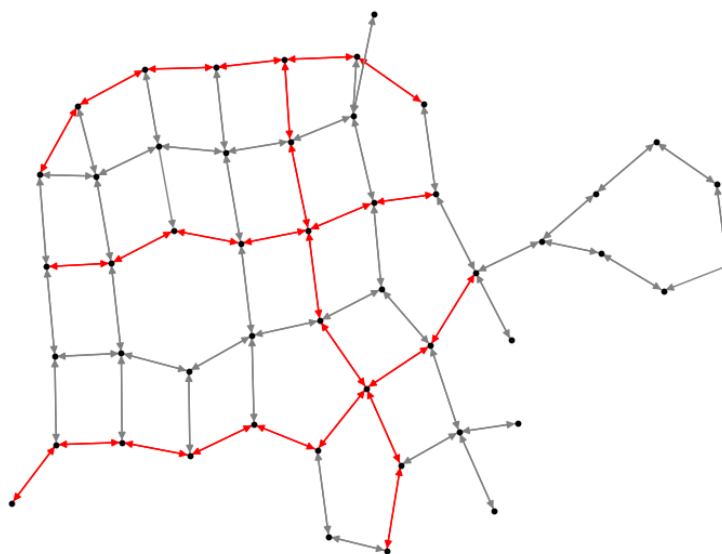
V našem případě se jedná o orientovaný graf. To znamená, že musí být brán zřetel na počet vstupujících a vystupujících hran každého vrcholu. Jestliže nastane situace, kdy do jedné křižovatky vstupuje více pruhů, než z ní vychází, musí být do grafu doplněny nové fiktivní hrany. Příklad této úlohy je uveden níže.

V první řadě vytváříme postup pro každou úroveň důležitosti hran zvlášť. Začínáme s nejvýznamnějšími komunikacemi a prioritami postupujeme níže. Jestliže zkoumaná síť neodpovídá definici eulerovského grafu, využijeme pro její doplnění Edmondsův algoritmus. V případě, že graf splňuje podmínky pro nalezení ET, využijeme Hierholzerův algoritmus. Disjunktní kružnice a celkový sled minimální délky je nalezen pomocí stránky vytvořené Technickou univerzitou Mnichov v roce 2015. Odkaz je dostupný v seznamu referencí této práce – [20].

Problém čínského pošťáka pro hrany s nejvyšší prioritou

1. Krok – Diagram

Vytvořme podgraf, který obsahuje vrcholy, do kterých vstupují nebo z nich vystupují komunikace s nejvyšší prioritou, a hrany s totožnou důležitostí. Pomocí připraveného kódu jsou červeně na Obrázek 12 zobrazeny všechny hrany dotčené prioritní skupiny.



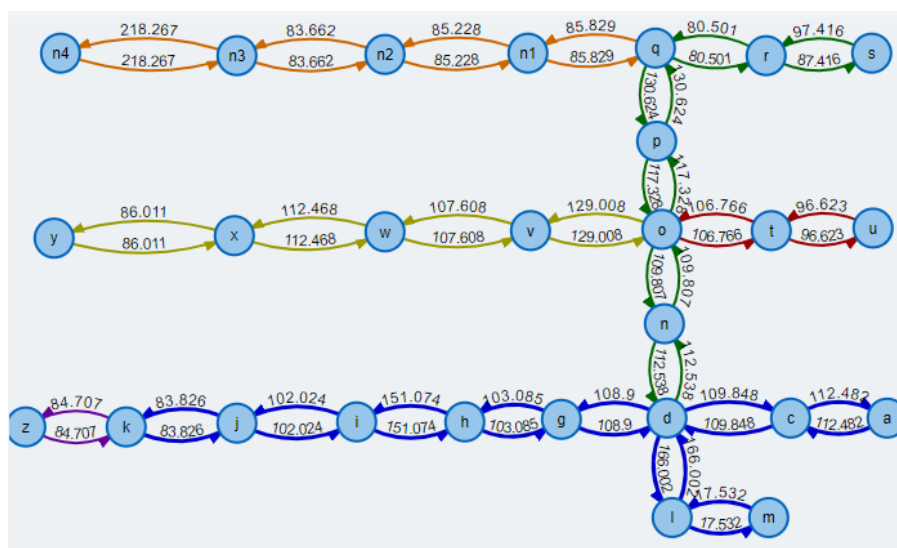
Obrázek 12 Hrany s nejvyšší prioritou [vlastní zpracování]

2. Krok – kontrola vlastností grafu

Jelikož je náš podgraf silně spojitý, všechny vrcholy jsou sudého stupně a u všech vrcholů je roven počet vystupujících a vstupujících hran, je možné použít Hierholzerovu metodu pro nalezení ET.

3. Krok – hledání uzavřeného ET

Jelikož podstatou tohoto postupu je projít všemi hranami v grafu, délka konečné cesty se nemění při začátku v jakémkoli vrcholu. Součet ohodnocení hran je 5.588,328 m. Při průměrné rychlosti pluhu 20 km/h je tak výsledný čas 16,7 minut. Nalezenou trasu zde není nutné více popisovat, jelikož ji lze snadno identifikovat na Obrázek 13, na kterém jsou barevně zobrazené také jednotlivé disjunktní kružnice, které vyplývají z výše popsaného postupu.

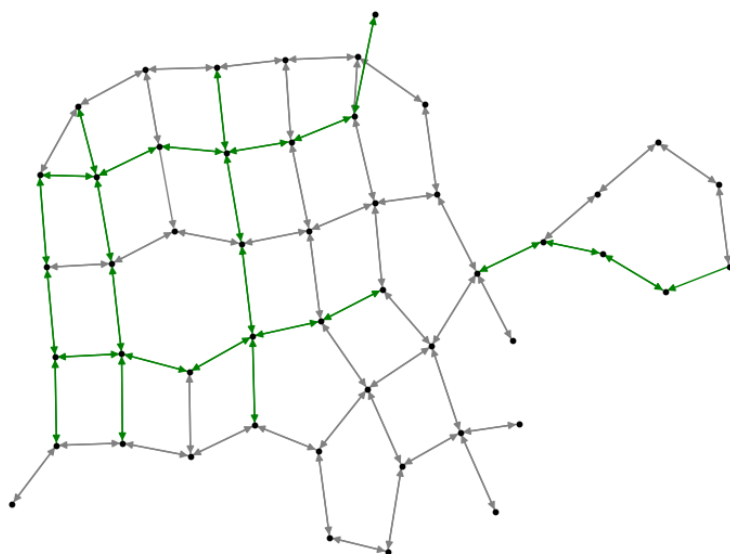


Obrázek 13 Graf hran s nejvyšší prioritou [20]

Problém čínského pošťáka pro hrany se střední prioritou

1. Krok – Diagram

Graf pro tuto část práce vyplývá z Obrázek 14, ze kterého lze vyčíst nespojitost pro následující krok. Střední hrany jsou zobrazeny zeleně.



Obrázek 14 Hrany se střední prioritou [vlastní zpracování]

2. Krok – kontrola vlastností grafu

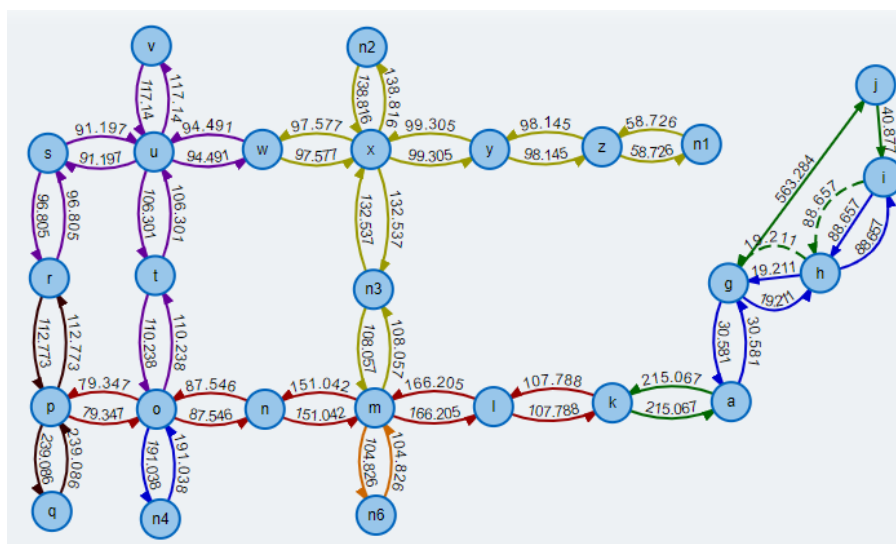
Nesouvislé komponenty lze spojit přes orientované hrany, které využijeme z celkového grafu, i když mohou spadat do jiné skupiny důležitosti obsluhy. Dva vzniklé podgrafy si označíme A a B . Z každého vrcholu z části A musí být nalezena nejkratší cesta k jakémukoli vrcholu z B . V distanční matici vygenerované v předchozích krocích jsme zjistili, že nejkratší cesta spojující dva podgrafy začíná ve vrcholu s ID 52740981 a navazuje v 52740910. Tato nalezená cesta vede přes uzel s označením 52740990 a má celkovou délku 215,067 m.

Na původním grafu je možné vidět, že se nám v pravé části sítě nachází také jednosměrná ulice, která se dá obsloužit pouze za pomoci hran jiných priorit. Z Obrázek 14 je vidět, že oba koncové vrcholy této hrany nesplňují podmínku rovnosti počtu vstupujících a vycházejících hran z dotčených křižovatek. Tato jednosměrně orientovaná hrana tvoří most, jehož odstranění (obsloužením) se graf rozdělí na větší počet komponent, konkrétně by vznikl jeden izolovaný vrchol. Aby vycházející hrana z vrcholu mohla být obsloužena, musí k ní být vedena cesta s rozdílnou úrovní důležitosti, viz 5.1.3 Edmondsův algoritmus. Tento krok vytvoří další neproduktivní jízdy. V distanční matici nalezneme takový vrchol, který je ze zkoumané priority nejbližší k dotčené křižovatce a pomocí matice přímých vzdáleností zjistíme konkrétní trasu k vytvoření silně souvislého grafu.

Zjistili jsme, že je nutné přidat fiktivní orientovanou cestu do grafu o délce 563,284 m. Ta začíná ve vrcholu s označením 330621249 a vede přes komunikace s nejnižší prioritou až do 330612567. Nyní nám však vznikl další lichý stupeň vrcholu. Mezi takovými vrcholy vytvoříme kompletní graf (z každého vrcholu vedou hrany do všech ostatních) a v něm provedeme minimální párování. V našem případě se jedná pouze o dva vrcholy, proto není přesnou hodnotu těžké dohledat. Mezi liché vrcholy přidáme novou hranu (na Obrázek 15 mezi vrcholy *i* a *g*). V případě, že dotčené vrcholy nejsou sousedé, musí být vytvořena nová násobná hrana mezi všemi vrcholy, kterými tato dráha prochází.

3. Krok – hledání uzavřeného sledu

Na níže uvedeném Obrázek 15 jsou zobrazeny všechny již doplněné hrany tak, aby existoval požadovaný sled. Zprvu bylo nutné doplnit hranu mezi vrcholem *k* a *a* o délce 215,067 m, aby vznikl pouze jeden spojitý graf. Následně jsme se potřebovali dostat do vrcholu *j*, ze kterého vede pouze jednosměrná ulice. Proto jsme využili hran jiných priorit a našli nejkratší trasu z vrcholu *g* o délce 563,284 m. Jelikož lichost vrcholů *i* a *g* nebyla stále vyřešena, byly přidány další hrany na této trase tak, aby vznikl sled minimálních vzdáleností. Na grafu níže je opět možné vyzorovat jednotlivé kružnice, které jsou následně sjednocené do jedné cesty.



Obrázek 15 Graf hran se střední prioritou [20]

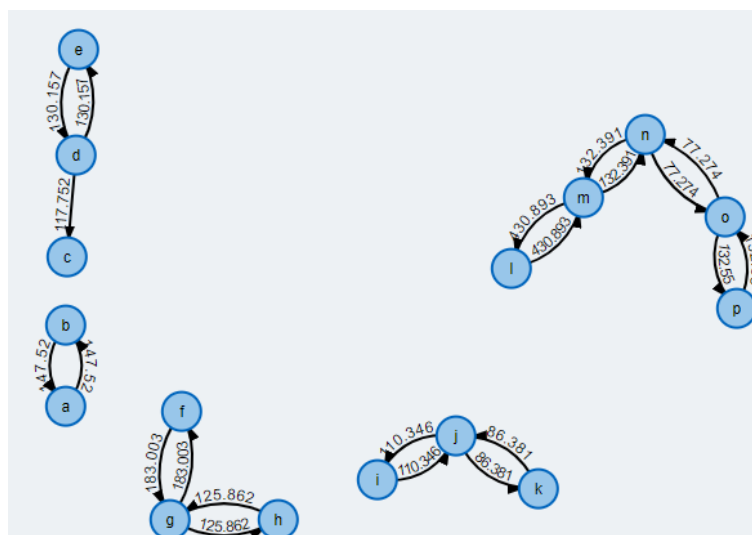
Po vytvoření sledu bylo zjištěno, že celková trasa je dlouhá 6.597,033 m. Při průměrné rychlosti pluhu 20 km/h je tak výsledný čas 19,79 minut.

Problém čínského pošťáka pro hrany s nejnižší prioritou

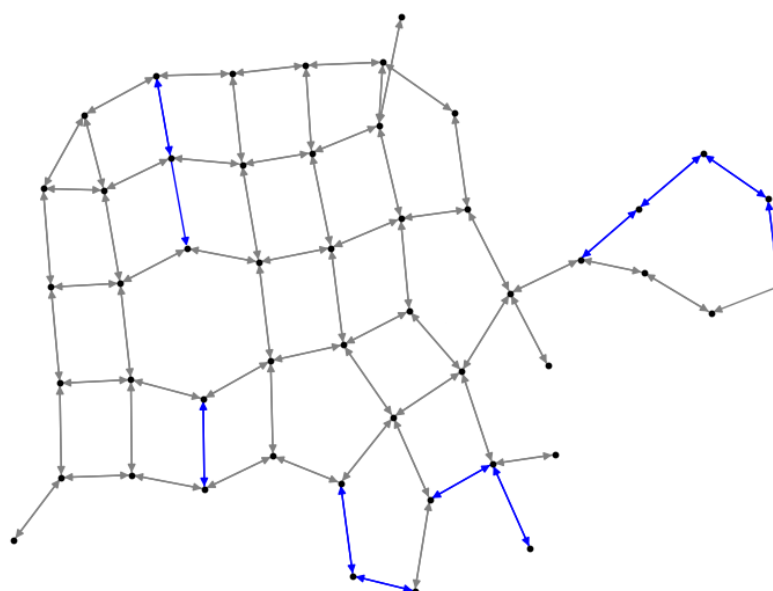
Podgraf hran s modrou barvou, tedy těch s nejnižší prioritou také není na první pohled souvislý a obsahuje rovněž jednu jednosměrnou ulici.

1. Krok – Diagram

Jednotlivé komponenty grafu hran s nejnižší prioritou je vykreslen na následujícím Obrázek 16. Tyto hrany jsou na Obrázek 17 znázorněny modrou barvou.



Obrázek 16 Nesouvislý graf s hranami nejnižší priority [20]



Obrázek 17 Hrany s nejnižší prioritou [vlastní zpracování]

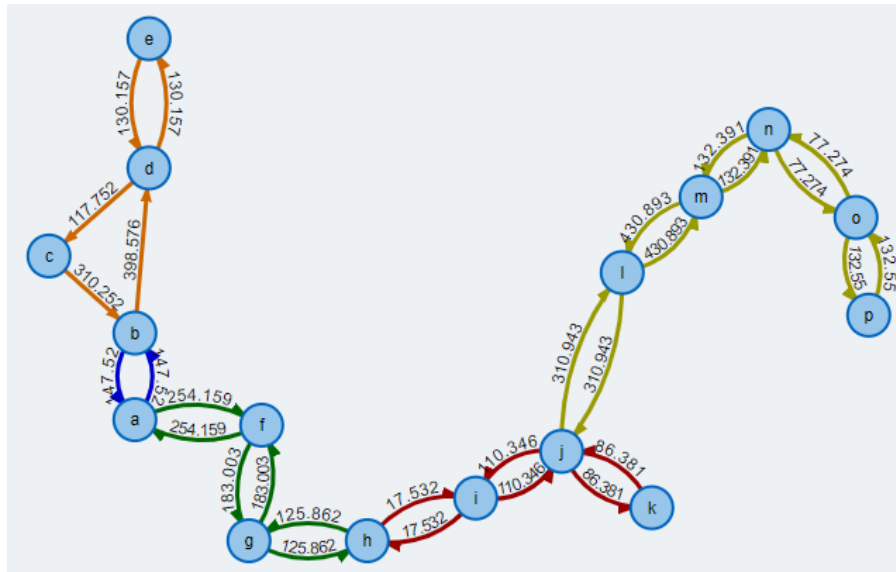
2. Krok – kontrola vlastností grafu

V první řadě je nutné vytvořit souvislý graf. Mezi jednotlivými komponentami nalezneme takovou nejkratší cestu, která spojí alespoň dvě části sítě. První taková hrana je o délce 17,532 m a na Obrázek 16 výše spojuje vrcholy h a i , která nám ze pěti komponent vytvoří pouze čtyři. Další spojnicí vytvoříme mezi vrcholem a a f o délce 254,159 m. Vrcholy l a j spojují komunikace se souhrnnou délkou 310,943 m. Tyto hrany a jejich ohodnocení byly nalezeny pomocí distanční matice a matice přímých vzdáleností vytvořených v předchozích krocích.

Nyní přejdeme k řešení části sítě, ve které se nachází zmiňovaná jednosměrka. Aby graf byl souvislý a aby byl udržen princip zákazu průjezdu v daném směru, provedeme spojení pomocí jedné orientované hrany z vrcholu c do b . Tímto se stává graf slabě souvislý s vrcholy lichého stupně, sled tak stále nemůže být vytvořen. V současné situaci nejsme schopni z důvodu zákazu vjezdu v určitém směru obsloužit všechny hrany, a proto pomocí distanční matice najdeme nejbližší možné propojení těchto komponent, ovšem tentokrát vynecháme vrchol c . Novou hranu doplníme tak, že bude vycházet z vrcholu b a končit v d a tím dokončíme konstrukci silně souvislého grafu, viz Obrázek 18. Následně provedeme kontrolu, zda se na grafu stále nachází vrcholy s lichými stupni. Jelikož jsou všechny sudé a jedná se o eulerovský graf, je možné přejít k hledání uzavřeného sledu.

3. Krok – nalezení uzavřeného sledu

Pomocí Hierholzerovy metody je nalezen sled minimální délky v celém grafu o velikosti 5.104,602 m. Při průměrné rychlosti pluhu 20 km/h je tak čas obsluhy 15,31 minut. Na následujícím grafu lze rovněž rozeznat jednotlivé kružnice, které byly vytvořeny za účelem získání sledu v celém podgrafu.



Obrázek 18 ET v grafu s nejnižší prioritou hran [12]

8.1.1 Výsledky

V této části byly vytvořeny tři oddělené trasy podle priority obsluhy jednotlivých hran. Délka přejezdu mezi trasami (všechny vedou skrz vrchol 52740910) a depem, které má jasně definovanou svoji polohu, je 313,613 m, tj. 0,01568 hod. Tuto hodnotu přičítáme k celkové době obsluhy jednotlivých skupin. V případě, že by obsluha byla zajišťována touto metodou, celková doba pluhování komunikací by nabývala hodnot z následující Tabulka 5:

Tabulka 5 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě – řešení 1 [vlastní zpracování]

Úrovně důležitosti hran	Nejvyšší	Střední	Nejnižší
Celková doba obsluhy	0,29401	0,34551	0,27085

Jestliže by celá síť byla obsluhována třemi vozidly, celková doba pluhování by byla rovna nejvyšší hodnotě 0,34551 hod, tj. 20,7306 min. Jelikož jsou některé hrany společné pro více vozidel, nezáleží na tom, které vozidlo a z jaké trasy komunikací obslouží jako první v pořadí, jelikož těmito hranami projíždí všechna. Pokud by se však na grafu pohybovalo pouze jedno vozidlo, jednalo by se o součet všech tří časových údajů (výjezd z depa započten pouze jednou), tj. 52,7406 min. Jedná se o výsledek

bez započtení případných přejezdů mezi trasami, jelikož nás zajímalo výhradně řešení pro 3 vozidla.

Posloupnost vrcholů při obsluze jednotlivých priorit (zápis pro Python):

Depo = 52740929

Nejvyšší priorita = 52740910, 52740990, 52741064, 52741057, 52741044, 52741146, 330621215, 330621213, 330621211, 330621213, 330621215, 52741146, 52741044, 52740972, 52740901, 52740972, 52741044, 52741025, 52741018, 52741090, 134967524, 134967530, 330621206, 134967530, 134967524, 52741090, 52741018, 52740944, 52740889, 52740944, 52741018, 52741025, 52741044, 52741057, 52741064, 52741270, 52741264, 854451027, 330621227, 330621223, 2402711867, 330621223, 330621227, 854451027, 52741264, 52741270, 52741064, 52741081, 330621204, 52741081, 52741064, 52740990, 52740910

Střední priorita = 52740910, 52740990, 52740981, 52741057, 52741217, 52741264, 52741217, 52741146, 52741104, 52741025, 52740960, 10921266386, 52740960, 52741025, 52741104, 330621209, 330621207, 330621206, 330621211, 330621216, 330621223, 330621216, 330621211, 330621206, 330621207, 330621213, 330621218, 330621227, 330621218, 330621213, 330621207, 134967530, 330621207, 330621209, 52741104, 52741090, 52741104, 52741146, 52741217, 330621220, 330621218, 330621216, 330621218, 330621220, 52741217, 52741057, 52740981, 52740990, 52740910, 330621249, 330621238, 330612572, 330621234, 330612567, 330621247, 330612564, 330621249, 330612564, 330621247, 330612564, 330621249, 52740910

Nejnižší priorita = 52740910, 330621249, 330621238, 330612572, 330621234, 330612567, 330621234, 330612572, 330621238, 330621249, 52740910, 52740990, 52741005, 11197790199, 52741005, 52741081, 330621204, 330621199, 52741270, 52741264, 854451027, 330621220, 330621218, 330621213, 330621207, 330621209, 134967524, 330621209, 330621215, 330621213, 330621218, 330621220, 854451027, 52741264, 52741270, 330621199, 330621204, 52741081, 52741005, 52740990, 52740910

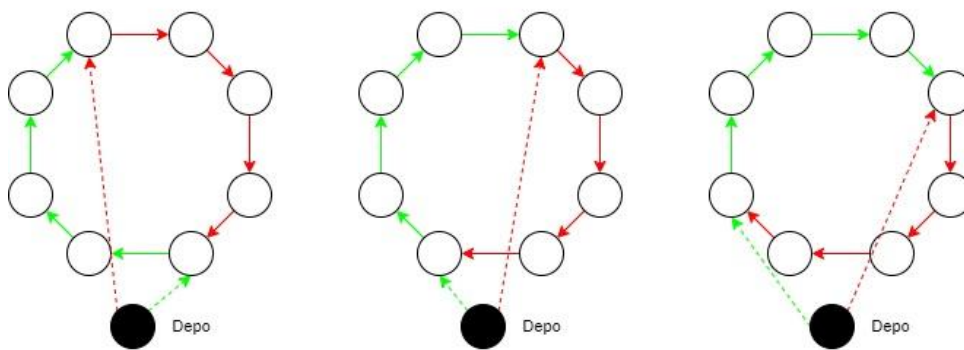
8.2 Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení

V následující části je popsán postup, který navazuje na Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení. V tom jsme z nalezených uzavřených sledů určili celkovou dobu obsluhy pro případ, že jednotlivé úrovně důležitosti budou obsluhovány zvlášť. Ke každé trase je také zahrnuta vzdálenost a čas jízdy z depa. Nyní se však zaměříme na detailnější problematiku, ve které zohledňujeme časové limity pro obsluhu jednoho typu prioritních hran. V návaznosti na tato omezení je nutné navázat, v případě nedodržení maximální doby obsluhy, vyšším počtem vozidel.

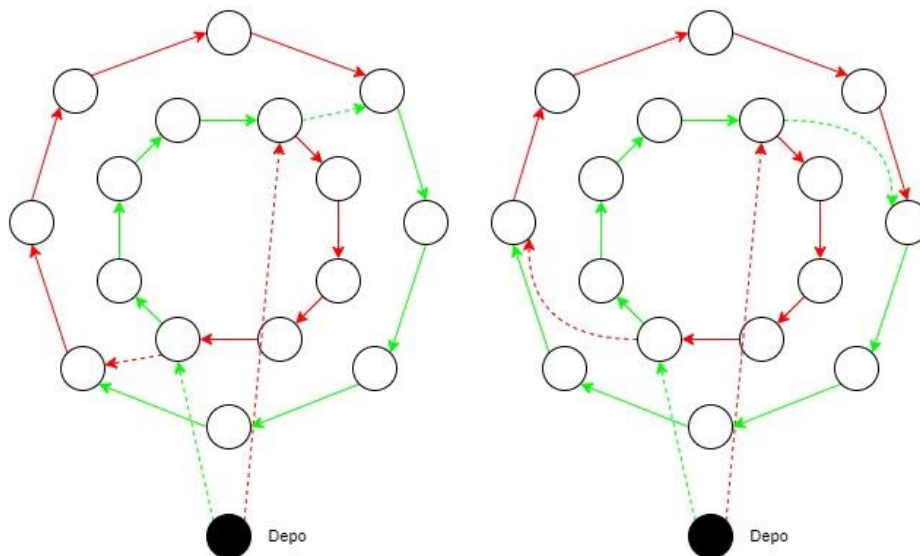
Základní kroky algoritmu

1. Kontrola vlastností podgrafu – spojitost, orientace apod. (řešeno v kapitole 8.1 Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení)
2. Vytvoření jednotlivých sledů pro každou skupinu hran (kapitola 8.1).
3. Začíná se s nejvyšší prioritou a je hledán takový počáteční vrchol, se kterým bude celková doba obsluhy pro daný podgraf nejnižší. Do tohoto času jsou započítány také neproduktivní jízdy z depa.
4. Dle nastavených limitů je rozdělen sled na trasy (jedna či více) a tím je zjištěn počet potřebných vozidel obsluhy pro danou úroveň a koncové vrcholy pro navázání další skupiny hran – body rozpojení a konec sledu.
5. Z koncových vrcholů tras je vytvořené pomyslné depo, ze kterých je opět hledán počáteční vrchol pro nižší prioritu stejně, jako je tomu v kroku 3 a 4. Jestliže je pro nižší prioritu potřebný větší počet vozidel než pro tu vyšší, je nutné vyjet s novým z původního depa.
6. Z bodu rozpojení z nejvyšší priority je jedno vozidlo navázáno k počátečnímu vrcholu nižší úrovně. Další vozidlo z konce celkové trasy vyšší priority je navázáno na bod rozpojení nižší úrovně. Tímto způsobem jsou dva podgrafy propojeny.
7. Postup je opakován pro všechny priority tak, aby byla zajištěna obsluha celé sítě v zadaných časových limitech. Hledání tras je uvedeno na příkladu na Obrázek 19.

Hledání trasy pro nejvíce důležité komunikace



Hledání a napojení trasy pro středně důležité komunikace



Obrázek 19 Graf propojení priorit [vlastní zpracování]

Červená a zelená barva na Obrázek 19 ukazují jednotlivé trasy pro vozidla údržby. Přerušované čáry naznačují neproduktivní jízdy mezi depem a potenciálním začátkem trasy a mezi sledem pro prioritu 1 a 2. Vrchní část obrázku graficky vysvětluje krok 3 a 4 v našem algoritmu, kdežto spodní část je navázána na krok 5 a 6.

Nyní je potřeba definovat horní limit pro délku obsluhy jednotlivých hran. Dle zákona musí být nejdůležitější část sítě obsloužena do 3 hodin. Jelikož v prvním návrhu řešení bylo zjištěno, že náš podgraf lze celý projít za přibližně 17 minut, je nastaven limit pro účely této práce na 11 minut tak, aby pro hrany s nejvyšší prioritou stačila dvě vozidla na včasnou obsluhu. V případě, že by bylo nutné časový limit snížit, je nutné tak provést před začátkem sestavování našeho postupu.

Zvolený časový limit je takový, aby oblast mohla být obsloužena dvěma vozidly. Jakmile pluh dosáhne maximálního času, vrátí se buďto do depa, nebo bude pokračovat

v obsluze dalších hran nižších priorit. Napsaný kód vygeneruje všechny trasy na základě zadaného uzavřeného sledu a omezujících časových podmínek. Jestliže vozidlo nemůže z časových důvodů obsloužit celou trasu, z depa vyrazí dvě vozidla. Druhé neproduktivně přejíždí k bodu rozpojení a obsluhu začíná až v určeném vrcholu. Tímto získáme informaci o místě rozpojení cesty a o časových náročnostech na celkovou obsluhu jedné úrovně. Program tímto způsobem projde každý vrchol v síti a vypíše potřebné časy, ze kterých hledáme ten nejmenší pro efektivní využití výsledků. Níže uvedená část kódu pracuje s délkami jednotlivých hran. Jestliže se ulice vejde do časového limitu, následující vrchol je započten do trasy a program vytiskne hlášku „included node: „. V opačném případě se objeví „last edge does not fit“. Zde se jedná pouze o ukázkou, celý program je v přílohách této práce.

```

for j in range(len(route_priority_1_reorder)-1):
    edge_data = graph.get_edge_data(u=route_priority_1_reorder[j],
v=route_priority_1_reorder[j+1], key=0)
    edge_length = edge_data['length']
    edge_time = edge_length/1000/speed #in hours
    print("edge time: ", route_priority_1_reorder[j],
route_priority_1_reorder[j+1], edge_time, file=output_file)
    # fits on the route
    if (path_time + edge_time) < time_priority_1 :
        path_time = path_time + edge_time
        total_time = total_time + edge_time
        print("included node: ", route_priority_1_reorder[j+1],
file=output_file)
        no_nodes_serviced = no_nodes_serviced + 1
    # does not fit, new route has to be started
    else:
        print("last edge does not fit", file=output_file)

```

Na Obrázek 20 je zobrazen výstup programu, který nás informuje o prvním ze zkoumaných vrcholů. Obrázek 21 obsahuje informace o tom, kde došlo k vyčerpání časového limitu, a proto startuje další vůz z depa. Obrázek 22 ukazuje výsledné časy pro druhou a také celkovou trasu.

```

start of optimization in node: 52740910
cas z depa: 0.015680649999999997
[52740910, 52740990, 52741064, 52741057, 52741044, 52741146, 330621215, 330621213, 330621211, 330621213, 330621215, 52741146, 52741044,
52740972, 52740901, 52740972, 52741044, 52741025, 52741018, 52741090, 134967524, 134967530, 330621206, 134967530, 134967524, 52741090,
52741018, 52740944, 52740889, 52740944, 52741018, 52741025, 52741044, 52741057, 52741064, 52741270, 52741264, 854451027, 330621227,
330621223, 2402711867, 330621223, 330621227, 854451027, 52741264, 52741270, 52741064, 52741081, 330621204, 52741081, 52741064, 52740990,
52740910]
zacatek trasy ve vrcholu: 52740910
edge time: 52740910 52740990 0.0056241

zarazen vrchol: 52740990
edge time: 52740990 52741064 0.0054924

```

Obrázek 20 Rozdělení cesty - první výstup [vlastní zpracování]

```

zarazen vrchol: 52741018
edge time: 52741018 52741025 0.006531199999999999

posledni hrana se nevesla
konec trasy, cas od vyjezdu z depa: 0.1792507
zacatek nove trasy ve vrcholu: 52741018
cas z depa: 0.04215915
zarazen vrchol: 52741025
edge time: 52741025 52741044 0.0058664

```

Obrázek 21 Rozdělení cesty - druhý výstup [vlastní zpracování]

```

zarazen vrchol: 52740910
konec posledni trasy, cas: 0.1585055
celkovy cas vseh tras vcetne cesty z depa: 0.33775620000000006

```

Obrázek 22 Rozdělení cesty - třetí výstup [vlastní zpracování]

Pro následující postup je potřebné najít takovou cestu, jejíž obsluha je časově nejméně náročná. Tímto je zamezeno vzniku velkého množství neproduktivních jízd již ze začátku.

Příklady rozdělení tras s nejvyšší prioritou

Na Obrázek 20 je zobrazena základní posloupnost vrcholů pro problém čínského pošťáka, která vyplývá z práce v kapitole Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení. Naším základním požadavkem v této části práce je, aby posloupnost vrcholů byla zachována, ale začátek může být zvolen kdekoli.

Počáteční vrchol 52741044

- Bod rozpojení: 52741025
- Čas obsluhy od výjezdu z depa k 52741025: 0,18258 hod

- Čas neproduktivní cesty druhého vozidla z depa k 52741025: 0,03932 hod
- Čas obsluhy od 52741025 do konce (52741044): 0,171368 hod
- Celkový čas obsluhy z depa do konce (52741044): 0,35395 hod

Počáteční vrchol 330621213

- Bod rozpojení: 52741044
- Čas obsluhy od výjezdu z depa k 52741044: 0,17985 hod

- Čas neproduktivní cesty druhého vozidla z depa k 52741044: 0,03471 hod
- Druhý bod rozpojení: 330621211
- Čas obsluhy od výjezdu z 52741044 k 330621211: 0,18265 hod

- Čas neproduktivní cesty třetího vozidla z depa k 330621211: 0,05647 hod
- Čas obsluhy od 330621211 do konce (330621213): 0,06077 hod
- Celkový čas obsluhy z depa do konce (330621213): 0,42327 hod

Počáteční vrchol 330621206

- Bod rozpojení: 52741270
- Čas obsluhy od výjezdu z depa k 52741270: 0,18132 hod

- Čas neproduktivní cesty z depa k 52741270: 0,03224 hod
- Druhý bod rozpojení: 134967530
- Čas obsluhy od výjezdu z 52741270 k 134967530: 0,17837 hod

- Čas neproduktivní cesty druhého vozidla z depa k 134967530: 0,054895 hod
- Čas obsluhy od 134967530 do konce (330621206): 0,06581 hod
- Celkový čas obsluhy z depa do konce (330621206): 0,42550 hod

Jak již bylo výše zmíněno, je požadováno najít takovou trasu, jejíž celkový čas obsluhy (včetně neproduktivních cest) bude na základě podmínek co možná nejnižší.

Po vyhodnocení všech kombinací počátečních vrcholů a bodů rozpojení byly nalezeny dvě trasy, které se s celkovým časem dostanou pod hranici 0,34 hod.

První možnost je taková, která je zobrazena na Obrázek 20, 20 a 21, tj. začátek ve vrcholu 52740910 a rozpojení v 52741018. Celkový čas obsluhy hran s nejvyšší prioritou je tedy 0,33776 hod, tj. 20,2656 min. První část cesty je obsloužena za 0,17925 hod (10,755 min) a druhá za 0,15851 hod (9,5106 min).

Druhá trasa, která splňuje zadané podmínky, začíná ve vrcholu 52740990. Bod rozpojení se však posunul do vrcholu s označením 52740889. Cesta z depa do tohoto místa trvá 0,18160 hod (10,896 min). Dále navazuje výjezd dalšího vozidla z depa do konce první části trasy, které obsluhuje zbytek požadovaných hran a vrací se do počátečního vrcholu s časem 0,15288 hod (9,1728 min). Celkový čas je nyní 0,33448 hod (20,088 min) a je tak o cca 12 vteřin rychlejší než první možnost. Byť se vrchol 52740990 nachází od depa dále než vrcholy 52741018, nižší čas je zapříčiněn kratším přejezdem mezi depem a bodem rozpojení. Tuto trasu si volíme pro další postup při sestavování algoritmu.

Jelikož již známe přesnou trasu pro nejvyšší prioritu prvních dvou vozidel, musí být nyní navázána střední úroveň důležitosti. Pomocí programu psaném v Pythonu jsou hledány takové cesty, které navazují na rozdělení trasy nejvyšší priority. Jestliže dojde z časových důvodů k rozdělení ve vrcholu 52740889, požadujeme pokračování daného vozidla v obsluhování dalších hran, které mají delší limity pro obsluhu. Druhý pluh končí v počátečním vrcholu 52740990, ze kterého následně bude obsluhovat další úroveň hran.

V této fázi algoritmu navazujeme na vrcholy, které jsou konečnou stanicí pro pluchy obsluhující hrany s nejvyšší prioritou. Nyní se chystáme k navázání komunikací se střední prioritou tak, abychom jejich obsluhu zvládli vyřídit v požadovaném čase. Zákonná lhůta pro odstraňování sněhu ze středně důležitých vozovek je 6 hodin, tj. dvojnásobek vyšší priority. Proto také zvolíme stejný koeficient a určíme maximální čas 22 minut. To znamená, že do této doby musí být obslouženy hrany jak s nejvyšší, tak i střední úrovní důležitosti.

Opět hledáme celkovou nejnižší dobu pro pluhování celé priority 2, jelikož opět nastane situace, kdy trasa bude rozdělena na více částí, aby byl splněn časový limit. Nyní znovu využijeme vytvořený program, který nám vygeneruje možnosti začátků a rozpojování

trasy, jejíž směr a sled byl vytvořený v kapitole Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení. Program pracuje s vrcholy a časy, které jsme našli jako konce nejvyšší priority – 52740889 a 52740990. Z těchto vrcholů hledáme nejkratší čas celkové obsluhy tak, že program pomocí Dijkstrova algoritmu nalezne nejkratší cestu ke všem vrcholům aktuální úrovně a nalezne možnosti rozpojení tras. Příklad postupu je zobrazen na Obrázek 19.

Příklady rozdělení tras se střední prioritou

Počáteční vrchol 52740910

- Přejezd z vyšší priority: 0.01758 hod
- Bod rozpojení (střední priorita): 330621218
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621218: 0,36529 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621218: 0,03076 hod
- Čas obsluhy od 330621218 do konce (52740910): 0,35788 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,72317 hod

Počáteční vrchol 330621216

- Přejezd z vyšší priority: 0. 04228 hod
- Bod rozpojení (střední priorita): 330621218
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621218: 0, 36275 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621218: 0, 03076 hod
- Bod rozpojení 2 (střední priorita): 330621209
- Čas obsluhy od 330621218 do bodu rozpojení 2: 0,36536 hod

- Čas neproduktivní cesty z depa k 330621209: 0, 04916 hod
- Čas obsluhy od 330621209 do konce (330621216): 0,06893 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,79703 hod

Počáteční vrchol 330621223

- Přejezd z vyšší priority: 0. 05206 hod
- Bod rozpojení (střední priorita): 330621216
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621216: 0,36454 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621216: 0,03473 hod
- Druhý bod rozpojení (střední priorita): 330621209
- Čas obsluhy od 330621216 do bodu rozpojení 2: 0,36536 hod

- Čas neproduktivní cesty z depa k 330621209: 0,04916 hod
- Čas obsluhy od 330621209 do konce (330621223): 0,08088 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,81078 hod

Časově nejméně náročný návrh řešení začíná přejezdem z nejvyšší priority z vrcholu 52740889 do počátečního vrcholu na střední hladině důležitosti ve vrcholu 134967530. Toto přemístění trvá 0,02163 hod. Obsluha probíhá dle předem definované posloupnosti vrcholů z předchozí kapitoly a do vrcholu 52740990, ve kterém je naplněný časový limit. Obsluha této části trasy včetně přejezdu zabere 0,36641 hod (21,9846 min). Tento bod rozpojení je pro nás ideální, jelikož trasa první priority rovněž končí v tomto vrcholu. Proto druhé vozidlo může rovnou pokračovat v pluhování bez dalších neproduktivních cest. Následně dojede zpět do počátečního vrcholu a uzavře tak sled s výsledným časem obsluhy 0,33004 hod (19,8024 min). V součtu se obě vozidla dostanou na 0,69645 hod (41,787 min).

Shrnutí napojení střední priority na nejvyšší

Pro přehlednost postupu je zde zaznamenán popis kroku za krokem, aby čtenář mohl jasně vyčíst práci s algoritmem.

1. Krok – nalezení uzavřeného sledu pro všechny úrovně důležitosti, viz první řešení

Nejvyšší priorita: 52740910, 52740990, 52741064, , 52741064, 52741081, 330621204, 52741081, 52741064, 52740990, 52740910

Střední priorita: 52740910, 52740990, 52740981, , 330612564, 330621249, 330612564, 330621247, 330612564, 330621249, 52740910

2. Krok – nalezení časově nejméně náročné obsluhy pro nejdůležitější komunikace

Počáteční vrchol 52740990

- Bod rozpojení: 52740889
- Čas obsluhy od výjezdu z depa k 52740889: 0,18160 hod
- Čas neproduktivní cesty z depa k 52740889: 0,03326 hod
- Čas obsluhy od 52740889 do konce (52740990): 0,15288 hod
- Celkový čas obsluhy z depa do konce (52740990): 0,33448 hod

3. Krok – nalezení časově nejméně náročné obsluhy pro střední prioritu s napojením z konečných bodů vyšší úrovně

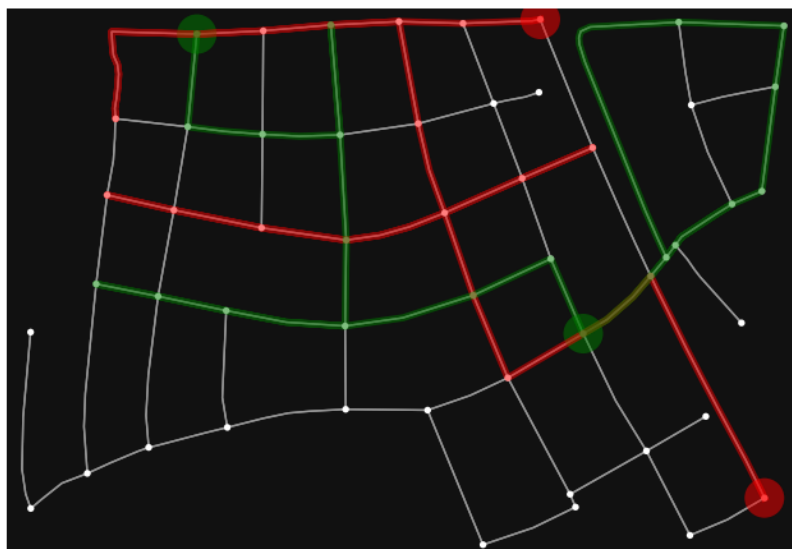
Počáteční vrchol 134967530

- Přejezd z vyšší priority: 0,02163 hod
- Bod rozpojení (střední priorita): 52740990
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 52740990: 0,36641 hod
- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 52740990: 0,0 hod
- Čas obsluhy od 52740990 do konce (134967530): 0,33004 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,69645 hod

Tabulka 6 Postup vozidla 1 v čase (hod) při pluhování komunikací [vlastní zpracování]

Vozidlo 1	Nejvyšší priorita		přejezd	Střední priorita	
	Výjezd z depa	Bod rozpojení		Výjezd	Bod rozpojení
	52740929	52740889	-	134967530	52740990
	0,0	0,18160	0,02163	0,20323	0,36641

Na níže uvedeném Obrázek 23 je pro představu zobrazena trasa prvního vozidla. V pravé dolní části se nachází depo, ze kterého pluh vyjíždí a obsluhuje nejdůležitější komunikace (červené). V pravé horní části z časových důvodů končí (bod rozpojení), neproduktivně přejíždí k méně důležitým hranám (zelené) a z levé horní části pokračuje až do úplného obslužení obou přidělených tras.

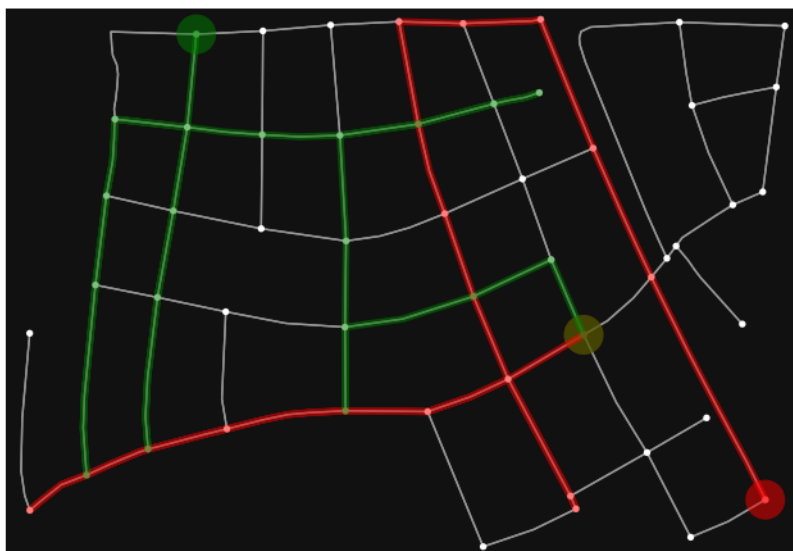


Obrázek 23 Trasa prvního vozidla pro nejvyšší a střední prioritu [vlastní zpracování]

Tabulka 7 Postup vozidla 2 v čase (hod) při pluhování komunikací [vlastní zpracování]

Vozidlo 2	Nejvyšší priorita			přejezd	Střední priorita	
	Výjezd z depa	Napojení na trasu	Bod rozpojení		Výjezd	Bod rozpojení
	52740929	52740889	52740990	-	52740990	134967530
	0,0	0,03326	0,15288	0,0	0,15288	0,33004

Obrázek 24 ukazuje graf hran, které jsou obslouženy druhým vozidlem. Začátek je opět v depu a bod rozpojení je rovněž počátečním vrcholem pro navazující obsluhu střední priority. Tento pluh tedy nemusí nikam přejíždět a volně pokračuje v odhrnování sněhu.



Obrázek 24 Trasa druhého vozidla pro nejvyšší a střední prioritu [vlastní zpracování]

Nyní známe přesné časy pro obsluhu střední a nejvyšší priority hran, kterou zajišťují dvě vozidla. Vozidlo 1 zajistí obsluhu první části nejdůležitějších komunikací a také první část středně důležitých hran dohromady za 0,36641 hod, tj. 21,9846 min. Vozidlo 2 vyjíždí z depa ve stejný čas jako první pluh a začíná až v bodě rozpojení první trasy, tj. 52740889. Dále pokračuje do konce trasy nejvyšších priorit a plynule a bez neproduktivních přejezdů pokračuje v obsluze méně důležitých komunikací. V tomto případě je obsluha dokončena po 0,33004 hod, tj. 19,8024 min. Z obou uvedených případů vyplývá, že časový limit 22 minut pro střední důležitost je dodržen a můžeme tak začít s napojováním hran nejnižší priority.

Po sumarizaci propojení dvou nejvyšších úrovní důležitosti hran lze přistoupit k závěrečné části, kterou je navázání nejnižší a také poslední priority pro odhrnování sněhu. V první řadě je opět nutné určit časový limit, který bude adekvátní pro zkoumanou oblast. Pro obsluhu komunikací této úrovně je zákonný časový limit 12 hodin od výjezdu vozidel z depa, což se rovná dvojnásobku stanovené doby pro druhou prioritu. Tento princip aplikujeme také v této práci, a proto volíme hodnotu 44 minut, tj. 0,73333 hod. Do této doby musí být obslouženy veškeré požadované hrany, do kterých se nepočítají komunikace, které mají být obsluhovány krajskou správou. Rovněž do této skupiny nejsou zahrnuty ulice, kterými neprojde nákladní vozidlo, a není tak možné je obsloužit standartním způsobem. Pluhování těchto komunikací bude zprostředkováno vozidly, která jsou určena pro úklid chodníků. Tato problematika však v diplomové práci zahrnuta není.

V našem programu v Pythonu opět navážeme na body rozpojení z předchozí části tak, aby vozidla mohla pokračovat tam, kde skončila v předchozím kroku a v ideálním případě nemusela nikam přejíždět. Startovací vrcholy jsou taktéž dva – 52740990 a 134967530. Rovněž jsou použity časové hodnoty obou vozidel, se kterými prozatím ukončují své trasy – 0,36641 a 0,33004 hod. Program opět hledá různé kombinace vrcholů, do kterých se může přesunout a vytvořit tak navazující cestu pro zkompletování celkové obsluhy sítě. V případě potřeby vytvoří další body rozpojení, aby byl splněn časový limit 44 minut. Následující část kódu pracuje s body rozpojení a jejich časy tak, aby je bylo možné napojit na pokračující trasy obsluhujících vozidel.

```

if (d>=(len(list_of_starts))):
    start = depot
    time = 0
else:
    start = list_of_starts[d]
    time = list_of_times[d]

depot_length = nx.shortest_path_length(G=graph, source=start,
target=route_priority_2_reorder[j], weight='length')

d = d+1

depot_time = depot_length/1000/speed # in hours
print("time from depot (or between priorities): ", depot_time,
file=output_file)

path_time = depot_time + time
total_time = total_time + depot_time + time
if (path_time + edge_time) < time_priority_2 :
    path_time = path_time + edge_time
    total_time = total_time + edge_time
    print("included node: ", route_priority_2_reorder[j+1],
file=output_file)
    no_nodes_serviced = no_nodes_serviced + 1
else:
    print("time condition broken, routes cannot be created ",
file=output_file)

# last node
if j == (len(route_priority_2_reorder)-2):
    print("end of last route, time: ", path_time, file=output_file)
    print("total time of all routes including the trip from the depot:
", total_time, file=output_file)

```

Příklady rozdělení tras s nejnižší prioritou

Počáteční vrchol 330612572

- Přejezd z vyšší priority: 0,03531 hod
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330612572: 0,45168 hod

Počáteční vrchol 330612567

- Přejezd z vyšší priority: 0,04581 hod
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330612567: 0,46217 hod

Počáteční vrchol 330621213

- Přejezd z vyšší priority: 0,03918 hod
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621213: 0,45554 hod

Z uvedených příkladů vyplývá, že obsluhu třetí priority je možné provést bez bodu rozpojení. Je tomu tak z důvodu poměrně dlouhého časového limitu pro obsluhu celé sítě. Pomocí našeho programu byly nalezeny dvě možné cesty pro nejméně důležité komunikace, které mají velmi podobné časy obsluhy. Obě začínají v tomtéž vrcholu – 52740990, ve kterém se zároveň nachází bod rozpojení pro střední prioritu. Z tohoto důvodu neexistuje časová prodleva pro přejezd mezi úrovněmi důležitosti. Časový rozdíl $1,08 * 10^{-14}$ s je zapříčiněn tím, že jedna možnost je zobrazena pro opačný směr obsluhy. Tento zanedbatelný údaj nebereme v potaz, jelikož se s největší pravděpodobností jedná o nedokonalost programu a chybu měření. Obě možnosti obsluhy trvají 0,62164 hod (37,2984 min).

Při použití této tohoto řešení odhrnování sněhu by byly využity dvě vozidla pouze pro nejvyšší a střední prioritu hran. Vozidlo 2 by ukončilo svoji obsluhu ve vrcholu 134967530 s celkovým časem 0,33004, viz Tabulka 7. Vozidlo 1 by však pokračovalo obsluhou poslední úrovně končící ve vrcholu 52740990 s celkovým časem 0,62164 hod.

8.2.1 Výsledky

V Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení byly určeny tři limity – jeden pro každou úroveň důležitosti hran. Nejvyšší priorita musí být obsloužena do 11 minut od vyjetí vozidel z depa. Středně důležité komunikace by měly být odhrnuty do 22 minut. Nejnižší stupeň komunikací požadujeme projet do 44 minut.

Tyto hodnoty byly zvoleny na základě českého zákona, který vždy uvádí dvojnásobnou porci hodin pro nižší prioritu oproti té vyšší. Řešení je zobrazeno v následující tabulce 8.

Tabulka 8 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě - řešení 2 [vlastní zpracování]

Priorita / Vozidlo	Nejvyšší	Střední	Nejnižší	
Vozidlo 1	Start z depa	Bod rozpojení 52740889	Bod rozpojení 52740990	Konec 52740990
	0,0	0,18160	0,36641	0,62164
Vozidlo 2	Start z depa	Bod rozpojení 52740990	Konec 134967530	-
	0,0	0,15288	0,33004	

Tabulka 8 zobrazuje časy jednotlivých vozidel tak, jak se pohybují po síti. Při přechodu mezi jednotlivými prioritami jsou zobrazeny pouze body rozpojení, tzn. konec a zároveň začátek obsluhy jednotlivých podgrafů. Jelikož druhé vozidlo obsluhovat nejnižší prioritu nebude, může z vrcholu 134967530 jet zpět do depa. Výsledné časy pro obě vozidla odpovídají časovým limitům, proto považujeme zadání za splněné. V tomto případě není vložený do textu také graf obsluhy všech tří skupin hran, jelikož se trasy překrývají a byl by tak nepřehledný.

8.3 Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím volitelných časových omezení

V poslední části Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení bylo zjištěno, že nejméně důležité hrany lze obsloužit pouze jedním vozidlem a druhé může zajet do depa dříve. V této části se pokoušíme o nastavení takového časového limitu, který rozvrhne obsluhu celé sítě mezi právě dvě vozidla rovnoměrně. Tím by došlo k urychlení odhrnování sněhu a zkoumaná oblast by byla plně sjízdná dříve, což by jistě přineslo větší spokojenost místních obyvatel.

Z kapitoly Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení vyplývá, že celou třetí prioritu lze obsloužit za 15,31 minuty. V následující části jsou aplikovány postupně nižší limity.

Časový limit 35 minut

Tento časový limit byl stanoven z důvodu požadavku rozdělení trasy na dvě části. Pokud chceme obsloužit celou síť do 35 minut, znamená to, že na poslední část je vyhrazeno 13 minut. Níže je uvedena trasa, která vyšla pomocí navrženého algoritmu jako nejméně náročná.

Počáteční vrchol 52741081

- Přejezd z vyšší priority: 0,00839 hod
- Bod rozpojení (nejnižší priorita): 330621213
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621213: 0,57822 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621213: 0,01117 hod
- Čas obsluhy od 330621213 do konce (52741081): 0,39302 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,97125 hod

Z vypsaných hodnot lze vyčíst, že vozidlo 1 začne poslední trasu ve vrcholu 52740990 a končí ve vrcholu 330621213. Celková doba obsluhy pro tento vůz a pro všechny úrovně důležitosti je 0,57822 hod, tj. 34,6932 min. Druhé vozidlo přejíždí z 134967530 do bodu rozpojení a po odhrnutí sněhu na všech jemu přidělených komunikacích končí trasu s celkovým časem 0,39302. Jelikož je mezi těmito dvěma údaji stále velký rozdíl, pokračujeme se snižováním časového limitu.

Časový limit 33 minut

V tomto případě je časový limit pro nejméně důležité hrany snížen na 11 minut.

Počáteční vrchol 52740990

- Přejezd z vyšší priority: 0,0 hod
- Bod rozpojení (nejnižší priorita): 330621209
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621209: 0,54992 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621209: 0,01058 hod
- Čas obsluhy od 330621209 do konce (52740990): 0,41234 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,96226 hod

V této situaci vozidlo 1 nemusí přejíždět a tvořit tak další neproduktivní jízdy, jelikož naváže přímo na vrchol spadající do zkoumané podmnožiny. Řidič tohoto pluhu obslouží jemu přidělené hrany v celé síti za celkový čas 0,54992 hod, kdežto druhému to trvá jen 0,41234 hod. Rozdíl mezi vozidly je stále znatelný, proto pokračujeme ve snižování časového limitu.

Časový limit 27 minut

Z postupně tisknutých hodnot vyplývá, že je nutné časový limit zkrátit razantně za účelem zkrácení první části trasy a tím prodloužení té druhé. Toto pomůže k vyrovnaní celkových časů obou vozidel.

Počáteční vrchol 52740990

- Přejezd z vyšší priority: 0. 0 hod
- Bod rozpojení (nejnižší priorita): 330621209
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621209: 0,44529 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621209: 0,01058 hod
- Bod rozpojení 2 (nejnižší priorita): 330621249
- Čas obsluhy od 330621209 do bodu rozpojení 2: 0,43251 hod

- Čas neproduktivní cesty z depa k 330621249: 0, 01721 hod
- Čas obsluhy od 330621249 do konce (52740990): 0,10167 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,97947 hod

Zvolený čas je příliš nízký, jelikož nám program rozdělil trasu na 3 části, ale naším požadavkem jsou pouze dvě vozidla. Časový limit musí být znovu navýšen.

Časový limit 30 minut

Počáteční vrchol 330621249

- Přejezd z vyšší priority: 0,00715 hod
- Bod rozpojení (nejnižší priorita): 330621220
- Čas obsluhy včetně přejezdu k 330621220: 0,49401 hod

- Čas neproduktivní cesty přejezdu k 330621220: 0,02106 hod
- Čas obsluhy od 330621220 do konce (330621249): 0,48588 hod
- Celkový čas obsluhy včetně přejezdu do konce: 0,97989 hod

Po zkoumání všech možností byla nalezena hodnota 0,5 hod pro údržbu celé sítě dvěma vozidly. V návaznosti na časový limit 27 minut a dva body rozpojení byla nalezena první hodnota 30 min, která odpovídá našim požadavkům (v množině celých čísel). Vozidlo 1 obslouží svoji část sítě za 0,49401 hod (29,6406 min) včetně všech neproduktivních jízd. Vozidlo 2 je o několik málo vteřin rychlejší a obsluhu uskuteční za 0,48588 hod, tj. 29,1528 min. Tyto hodnoty považujeme za konečné a v rámci množiny přípustných řešení za přijatelné.

8.3.1 Výsledky

V této části diplomové práce bylo navázáno na Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení, ve které jsou nejméně důležité ulice obslouženy pouze jedním vozidlem, zatímco druhé může jet zpět do depa. Zadaný časový limit byl však splněn se značnou rezervou. Nyní byla maximální přípustná doba pro obsluhu celé sítě postupně snižována tak, aby oba pluky odhrnovaly sněh na všech úrovních a jejich konečný čas byl podobný.

Prvním pokusem bylo nastavení časomíry na 35 minut. V tomto případě již byly za potřeby obě vozidla, avšak výsledný čas stále nebyl uspokojivý tak, aby obsluha byla co nejvyrovnanější. 27 minut bylo na druhou stranu příliš málo na dva řidiče a byl by nutný výjezd třetího. Čas na celkovou obsluhu by se tím samozřejmě zkrátil, ale vznikly by tím další neproduktivní jízdy a další vícenáklady na mzdy řidičů, pohonné hmoty apod.

Přijatelnou možností je časový strop 30 minut, který zařídí, aby vozidla končila ve víceméně stejnou dobu a celková trasa tak byla rovnoměrně rozdělena na základě ujetých vzdáleností. V případě, že bychom požadovali ještě přesnější časový rámeček, zkoumali bychom desetiny a setiny minut. V této práci si však vystačíme s hodnotou z množiny celých čísel.

Následující Tabulka 9 zobrazuje jednotlivé časové úseky při obsluhování celé sítě. Do zobrazených hodinových hodnot jsou také započítány všechny neproduktivní jízdy, tj. výjezdy z depa a přejezdy mezi vrcholy. Konečný čas však nepočítá s návratem zpět do garáží, jelikož časová omezení se vztahují pouze k době odklizení sněhu.

Tabulka 9 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě - řešení 3 [vlastní zpracování]

Priorita / Vozidlo	Nejvyšší	Střední		Nejnižší
Vozidlo 1	Start z depa	Bod rozpojení 52740889	Bod rozpojení 52740990	Konec 330621220
	0,0	0,18160	0,36641	0,49401
Vozidlo 2	Start z depa	Bod rozpojení 52740990	Bod rozpojení 134967530	Konec 330621249
	0,0	0,15288	0,33004	0,48588

9 Vyhodnocení a výběr návrhu řešení

Pro nalezení nejefektivnější způsobu zimní údržby komunikací byly zvoleny 3 způsoby řešení. V té první jsou hrany rozděleny do tří skupin podle stupně důležitosti. Z každého takového souboru je následně vytvořena jedna trasa, kterou doplňují komunikace z dalších kategorií tak, aby byl umožněn přejezd mezi nesouvislými prvky grafu. Každému sledu vrcholů a hran je přiděleno jedno vozidlo. To znamená, že obsluha celé sítě zabere tolik času, jak dlouho trvá nejdelsí cesta. Nejvyšší priorita je obsloužena za 17,64 minut, střední úroveň důležitosti za 20,7306 minut a nejméně podstatné komunikace za 16,251 minut. V případě obsluhy celé sítě jedním vozidlem se výsledný čas 52,7406 min.

V druhém typu úlohy jsou pevně definované časové limity, do kterých je nutné stihnout obsloužit danou část sítě. Pro hrany s nejvyšší prioritou je nastaven limit 11 minut. Pro druhý, resp. třetí, stupeň důležitosti je nastaven dvojnásobek, tzn 22, resp. 44 minut. Na dvou nejdůležitějších skupinách komunikací je zimní údržba prováděna dvěma vozidly. Jelikož poslední skupina komunikací je nejméně důležitá, stačí pro její údržbu pouze jedno vozidlo. Časové údaje jsou zaznamenány v Tabulka 8 společně s jednotlivými body rozdělení.

V poslední části byl nalezen takový časový limit, který pro třetí úroveň údržby využije rovněž dvě vozidla a zároveň dobu obsluhy mezi řidiči vyrovná. Jedná se o 30 minut, za kterých dvě silniční vozidla s rychlostí 20 km/h obslouží celou síť rozdělenou do tří podgrafů. Kdyby byl časový limit, byť jen o jednu minutu kratší, bylo by nutné využít k obsluze sítě vozidla tři. Souhrnné výsledky jsou zobrazeny v následující Tabulka 10.

Tabulka 10 Výsledné časy (hod) pro 3 řešení obsluhy [vlastní zpracování]

Možnosti obsluhy	Délka obsluhy celé sítě
Řešení 1	0,3298
Řešení 2	0,62164
Řešení 3	0,49401

Z těchto tří možností postupu při správě komunikací v zimním období není jednoznačné, která je nejefektivnější. Každá z nich může být účinná pro jiný typ obce nebo oblasti. Řešení obsluhy hran s prioritami bez zahrnutí časových omezení může být užitečné pro takové město, které má dostatečné finance na rozšíření počtu vozidel údržby. Případně může být využita v kalamitních situacích, kdy padá velké množství sněhu a standartní způsob odhrnování není efektivní. V případě, že by bylo využito pouze jedno vozidlo, najede řidič nejméně neproduktivních kilometrů a celková služba bude nejlevnější.

Jestliže zadavatel má nastavené časové limity uvolněněji, je možné využít Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím pevných časových omezení. To může být užitečné za situace, kdy se obsluha provádí na malé síti a není nutné využívat více jak dvě vozidla pro splnění maximální doby. Jedná se pravděpodobně o nejméně využívanou eventualitu.

Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím volitelných časových omezení je vhodné pro takovou oblast, ve které je požadována také rychlá obsluha komunikací s nejnižší prioritou, a tím zachovat bezpečnost provozu na celé síti. Je důležité hledět na časové limity, aby byl využíván co nejmenší počet vozidel a zároveň byl sníh odhrnut včas. Kritériem je, aby řidiči objeli přidělenou dráhu za přibližně stejný čas a vzdálenosti. Tím pádem není nutné mít rozdílnou délku pracovních směn.

Závěr

Diplomová práce je věnována tvorbě algoritmu pro zimní údržbu komunikací. V první řadě byla definována oblast, pro kterou byl pracovní postup vypracován. Jedná se o část města Rokycany, které leží v Plzeňském kraji. Dále jsou zde vypsány zákonné předpisy pro zimní údržbu, které definují tři stupně důležitosti. Nejvíce podstatnými komunikacemi jsou ty, které jsou využívány vozidly MHD a jejich sjízdnost je pro provoz ve městě krucální. Druhá úroveň obsahuje převážně vedlejší komunikace, které vedou k obydleným oblastem a umožňují se lidem dostat k jejich domovům. Nejméně důležité hrany často spojují vyšší priority a na provoz v obci nemají významný vliv. Pro každou takovou kategorii jsou také definované maximální časové limity, do kterých musí být daná část sítě obsloužena.

V další části práce jsou popsány základní pojmy teorie grafů společně s algoritmy pro nalezení nejkratší cesty – Dijkstrův a Floyd-Warshallův. Pomocí těchto a programovacímu jazyku Python jsou vygenerovány distanční matice a matice přímých vzdáleností. V napsaném kódu je síť upravena tak, aby obsahovala dvě jednosměrné ulice za účelem obecnosti algoritmu. Zároveň z vygenerovaných grafů jsou odstraněny ulice, do kterých není povolen vjezd nákladních automobilů, a proto jejich obsluha musí být provedena vozidly pro odhrovnání sněhu z chodníků.

Problém zimní údržby komunikací odpovídá v teorii grafů problému čínského pošťáka a jeho typům, jehož úkolem je obsloužit všechny hrany alespoň jednou. Od této úlohy je také odvozen problém venkovského pošťáka, který musí projít pouze některé z dostupných hran sítě. Jelikož naše oblast je rozdělena na tři úrovně důležitosti, RPP je zde zcela na místě. Tyto úlohy jsou řešeny doplňováním fiktivních hran tak, aby byly splněny požadavky pro vytvoření sledů minimálních vzdáleností.

Pro řešení naší úlohy byly navrženy tři možná řešení. V tom prvním jsou vytvořené tři základní trasy a každou z nich obsluhuje jedno vozidlo. Celková doba údržby trvá tak dlouho, jako odhrovnání sněhu nejdlejší dráhy, tj. 0,34551 hod. Jestliže by síť obsluhovalo pouze jedno vozidlo, jeho směna by trvala 0,87901 hod.

Další možností je nastavení zákonných časových limitů modifikovaných pro naši oblast. Pro nejvíce důležité hrany je nastaveno 11 minut jako maximální doba pro jejich údržbu. Navazující střední úroveň musí být projeta do celkových 22 minut. Poslední část

a tím pádem také celá síť má limit na 44 minutách od prvního vyjetí vozidel údržby z depa. Dvě nejdůležitější skupiny komunikací je možné obsluhovat alespoň dvěma vozidly, aby byla požadovaná doba splněna. Pro třetí stupeň důležitosti postačí pouze jedno vozidlo. Celkový čas 0,62164 hod sice není nejnižší, ale splňuje počáteční podmínky, a tak se jedná o přípustné řešení.

Řešení obsluhy hran s prioritami a se zahrnutím volitelných časových omezení částečně navazuje na předcházející způsob s tím rozdílem, že třetí část sítě je rovněž obsluhována dvěma vozidly. Zároveň je dohledán takový časový údaj, který obě trasy vyrovná, a tak oba řidiči stráví odhrnováním sněhu přibližně stejnou dobu – 0,49401 a 0,48588 hod.

Každá ze tří prozkoumaných možností má své klady a zápory. V případě využití pouze jednoho vozidla u prvního řešení bychom tuto možnost mohli hodnotit jako nejlevnější a s nejmenší ujetou vzdáleností. Celkový čas by byl ovšem přes 50 minut.

Pokud bychom se limitů chtěli striktně držet, byl by vhodný postup s jedním vozidlem pro nejméně důležité komunikace. Tato obsluha sítě nám zajistí celkové odhrnutí sněhu včas. Druhé vozidlo, které není pro poslední část využité, může být použito pro jiné účely. Pokud bychom však chtěli, aby byl splněný definovaný limit, ale zároveň byla údržba co nejkratší a nejvyrovnanější, volili bychom řešení s volitelnými časovými limity.

Finální rozhodnutí je na zadavateli této služby. Na základě této práce je však doporučeno využití poslední metody, pomocí které je celá síť obsloužena do 30 minut od vyjetí z depa. V případě kalamitního stavu je doporučeno využít řešení bez časových limitů, ale za to se třemi vozidly.

Reference

- [1] Český statistický úřad, „Počet obyvatel v obcích Plzeňského kraje k 1. 1. 2022,“ 23 5 2023. [Online]. Available: <https://www.czso.cz/csu/xp/pocet-obyvatel-v-obcich-plzenskeho-kraje-k-1-1-2022>.
- [2] Město Rokycany, „Současnost města,“ [Online]. Available: <https://www.rokycany.cz/soucasnost-mesta/ds-51250/p1=82242>.
- [3] CHAPS spol. s.r.o., „Vývěsné jízdní řády,“ 2022. [Online]. Available: <http://portal.idos.cz/Train/Search.aspx?type=sl&mask=rokycany&sid=1938>.
- [4] OpenStreetMap Foundation, „OpenStreetMap,“ 2023, passim. [Online]. Available: <https://www.openstreetmap.org>.
- [5] Zákony pro lidi, „Zákon č. 13/1997 Sb., Zákon o pozemních komunikacích,“ 2023. [Online]. Available: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1997-13>. [Přístup získán 1 9 2023].
- [6] Zákony pro lidi, „Vyhláška č. 104/1997 Sb., Vyhláška Ministerstva dopravy a spojů, kterou se provádí zákon o pozemních komunikacích,“ 15 4 2023. [Online]. Available: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1997-104#cast8>.
- [7] Město Rokycany, Plán zimní údržby místních a účelových komunikací v Rokycanech pro období od 1.11.2020 do 31.3.2024, 8: 5, 2020.
- [8] doc. Ing. Denisa Mocková, Ph.D., Teorie grafů a její aplikace v dopravě [přednášky], ČVUT v Praze, 2023.
- [9] L. Jirovský, „Teorie grafů,“ MFF UK, [Online]. Available: <https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/reprezentace-grafu.php>. [Přístup získán 11 2023].
- [10] M. Demlova, „Discrete Mathematics and Graphs,“ ČVUT v Praze, 2017. [Online]. Available: <https://math.fel.cvut.cz/en/people/gromadan/De13.pdf>.

- [11] Western Sydney University, „Fleury’s Algorithm for Finding Eulerian Path or Circuit,“ [Online]. Available: https://staff.cdms.westernsydney.edu.au/cgi-bin/cgiwrap/zhuhan/dmath/dm_readall.cgi?page=14&part=3. [Přístup získán 11 2023].
- [12] M. J. Becker, „Algorithmus von Hierholzer,“ Technische Universität München, passim, 2015. [Online]. Available: https://algorithms.discrete.ma.tum.de/graph-algorithms/hierholzer/index_en.html.
- [13] E. L. J. Jack Edmonds, Matching, Euler tours and the Chinese postman, 1973.
- [14] R. Gary Parker, B. Borie, Chinese Postman Problems, Handbook of Graph Theory CRC Press, 2013.
- [15] C. Cook, D. A. Schoenefeld a R. L. Wainwright, „Finding Rural Postman Tours,“ 1998. [Online]. Available: <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/330560.330832>.
- [16] G. Boeing, „OSMnx 1.7.0 documentation,“ [Online]. Available: <https://osmnx.readthedocs.io/en/stable/#>. [Přístup získán 10 8 2023].
- [17] NetworkX developers., „NetworkX - Network Analysis in Python,“ 2023. [Online]. Available: <https://networkx.org>. [Přístup získán 11 8 2023].
- [18] NumPy Developers., „NumPy.org,“ [Online]. Available: <https://numpy.org>. [Přístup získán 20 8 2023].
- [19] NumFOCUS, Inc., „Pandas,“ [Online]. Available: <https://pandas.pydata.org>. [Přístup získán 1 9 2023].
- [20] M. J. Becker, „Postman Problem,“ Technische Universität München, passim, 2015. [Online]. Available: https://algorithms.discrete.ma.tum.de/graph-algorithms/directed-chinese-postman/index_en.html#tab_ti.
- [21] J. Fink, M. Loebel a P. Pelikánová, Arc-routing for winter road maintenance, 2021.

Seznam obrázků

Obrázek 1 Část města Rokycany - Plzeňské předměstí [4]	14
Obrázek 2 Algoritmus pro uvaření těstovin [1]	24
Obrázek 3 Zobrazení typů grafů - orientovaný, neorientovaný, smíšený [vlastní zpracování].....	26
Obrázek 4 Graf a jeho matice sousednosti [9]	27
Obrázek 5 Neorientovaný graf s ohodnocením hran [vlastní zpracování]	28
Obrázek 6 Neorientovaný graf - Folydův-Warshallův algoritmus [vlastní zpracování]	31
Obrázek 7 Orientovaný a neorientovaný graf [vlastní zpracování]	38
Obrázek 8 Graf sítě s orientovanými hranami [vlastní zpracování]	39
Obrázek 9 Import knihoven – Python [vlastní zpracování]	41
Obrázek 10 Vygenerovaný graf - část města Rokycany [vlastní zpracování].....	41
Obrázek 11 Grafické zobrazení hranových priorit [vlastní zpracování].....	44
Obrázek 12 Hrany s nejvyšší prioritou [vlastní zpracování]	47
Obrázek 13 Graf hran s nejvyšší prioritou [20]	48
Obrázek 14 Hrany se střední prioritou [vlastní zpracování].....	49
Obrázek 15 Graf hran se střední prioritou [20].....	50
Obrázek 16 Nesouvislý graf s hranami nejnižší priority [20].....	51
Obrázek 17 Hrany s nejnižší prioritou [vlastní zpracování]	51
Obrázek 18 ET v grafu s nejnižší prioritou hran [12].....	53
Obrázek 19 Graf propojení priorit [vlastní zpracování]	56
Obrázek 20 Rozdělení cesty - první výstup [vlastní zpracování]	58
Obrázek 21 Rozdělení cesty - druhý výstup [vlastní zpracování]	58
Obrázek 22 Rozdělení cesty - třetí výstup [vlastní zpracování]	58
Obrázek 23 Trasa prvního vozidla pro nejvyšší a střední prioritu [vlastní zpracování].....	64

Obrázek 24 Trasa druhého vozidla pro nejvyšší a střední prioritu [vlastní zpracování]
..... 65

Seznam tabulek

Tabulka 1 Kategorizace grafů [8]	27
Tabulka 2 Dijkstrův algoritmus - Krok 0 [vlastní zpracování]	29
Tabulka 3 Dijkstrův algoritmus - Krok 1 [vlastní zpracování]	29
Tabulka 4 Dijkstrův algoritmus - konečná podoba [vlastní zpracování]	30
Tabulka 5 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě – řešení 1 [vlastní zpracování]	53
Tabulka 6 Postup vozidla 1 v čase (hod) při pluhování komunikací [vlastní zpracování]	63
Tabulka 7 Postup vozidla 2 v čase (hod) při pluhování komunikací [vlastní zpracování]	64
Tabulka 8 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě - řešení 2 [vlastní zpracování]	68
Tabulka 9 Výsledné časy (hod) obsluhy sítě - řešení 3 [vlastní zpracování]	72
Tabulka 10 Výsledné časy (hod) pro 3 řešení obsluhy [vlastní zpracování]	73

Seznam elektronických příloh

Příloha č. 1 – Distanční matice

Příloha č. 2 – Matice přímých vzdáleností

Příloha č. 3 – Doprovodný program k algoritmu