



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ**  
**FAKULTA DOPRAVNÍ**

Martin Čech

**Optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch**

Bakalářská práce

**2023**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

děkan

Konviktská 20, 110 00 Praha 1



**K617..... Ústav logistiky a managementu dopravy**

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE** (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

**Martin Čech**

Studijní program (obor/specializace) studenta:

**bakalářský – LOG – Logistika a řízení dopravních procesů**

Název tématu (česky): **Optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch**

Název tématu (anglicky): Optimization of the Number of Separate Storage Areas

### **Zásady pro vypracování**

Při zpracování bakalářské práce se řiďte následujícími pokyny:

- Charakteristika vybraných komodit pro skladování
- Způsob skladování konkrétních zástupců vybraných komodit
- Formulace úlohy
- Problematika barvení grafu, tvorba grafu kolizních vztahů
- Charakteristika optimalizačních přístupů a metod pro řešení daného problému
- Aplikace vybraných optimalizačních metod
- Zhodnocení a interpretace dosažených výsledků



Rozsah grafických prací: podle pokynů vedoucích bakalářské práce

Rozsah průvodní zprávy: minimálně 35 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)

Seznam odborné literatury: GROS, Ivan a kolektiv. Velká kniha logistiky. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2016. ISBN 978-80-7080-952-5.

PALÚCH, Stanislav. Algoritmická teória grafů. Žilina: Edis, 2020. ISBN 978-80-5541-680-9.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Denisa Mocková, Ph.D.**  
**Ing. Andrea Hrníčková**

Datum zadání bakalářské práce: **30. září 2022**  
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání bakalářské práce: **7. srpna 2023**  
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia  
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

doc. Ing. Tomáš Horák, Ph.D.  
vedoucí  
Ústavu logistiky a managementu dopravy



prof. Ing. Ondřej Příbyl, Ph.D.  
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání bakalářské práce.

Martin Čech  
jméno a podpis studenta

V Praze dne ..... 30. září 2022

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 7. srpna 2023



.....  
Martin Čech

## Poděkování

Rád bych touto cestou vyjádřil své upřímné poděkování všem, kteří mi pomohli při psaní této bakalářské práce. Především bych chtěl poděkovat vedoucím práce Ing. Andree Hrníčkové a doc. Ing. Denise Mockové Ph.D., které mi poskytly mnoho užitečných podnětů, nápadů a konstruktivní zpětnou vazbu, která mi pomohla zdokonalit a dále rozvíjet svou práci. Také bych chtěl poděkovat Ing. Karlu Ječmenovi za poskytnutí matematického lineárního modelu pro ověření výsledků.

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

Ústav logistiky a managementu dopravy

## **OPTIMALIZACE POČTU ODDĚLENÝCH SKLADOVACÍCH PLOCH**

Bakalářská práce

srpen 2023

Martin Čech

### **Abstrakt**

Předmětem bakalářské práce „Optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch“ je představení problematiky nebezpečných látek včetně podrobné analýzy a popisu jejich specifických podmínek pro uskladnění. Cílem práce je stanovit minimální počet potřebných oddělených skladovacích ploch při využití zvolených metod teorie grafů. Výstupem bakalářské práce je vytvořený kolizní graf a nový zjednodušený popis jedné z vybraných metod.

### **Klíčová slova**

ADR, barvení grafů, chromatické číslo grafu, nebezpečné látky, teorie grafů

CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN PRAGUE

Faculty of Transportation Sciences

Department of Logistics and Management of Transport

**OPTIMALIZATION OF THE NUMBER OF SEPARATE STORAGE  
AREAS**

Bachelor's thesis

August 2023

Martin Čech

**Abstract**

The subject of the bachelor thesis "Optimization of the number of separate storage areas" is the presentation of the issue of dangerous goods including a detailed analysis and description of their specific conditions for storage. The aim of the thesis is to determine the minimum number of required separate storage areas using chosen graph theory methods. The output of the bachelor thesis is a collision graph and a new simplified description of one of the chosen methods.

**Key words**

ADR, Graph colouring, Chromatic Number of Graph, Dangerous Goods, Graph Theory

# Obsah

Seznam použitých zkratk	10
Úvod	11
1. Klasifikace nebezpečných věcí	12
2. Popis nebezpečných tříd	14
2.1. Výbušné látky a předměty	14
2.2. Plyny	16
2.3. Hořlavé kapaliny	18
2.4. Hořlavé tuhé látky, samovolně se rozkládající látky, polymerizující látky a znečistlivělé tuhé výbušné látky	19
2.5. Samozápalné látky	21
2.6. Látky, které ve styku s vodou vyvíjejí hořlavé plyny	21
2.7. Látky podporující hoření	22
2.8. Organické peroxidy	23
2.9. Toxické látky	23
2.10. Infekční látky	24
2.11. Radioaktivní látky	25
2.12. Žíravé látky	26
2.13. Jiné nebezpečné látky a předměty	27
3. Skladování komodit	28
3.1. Požadavky na sklad nebezpečného zboží	29
3.2. Bezpečné skladování vybraných komodit	32
4. Barvení grafů	38
5. Optimalizační metody pro řešení úlohy	42
5.1. Heuristické metody	42
5.2. Exaktní metody	49
5.3. Metaheuristické metody	53
6. Formulace úlohy a aplikace R – algoritmu	54
6.1. Vstupy – kolizní tabulka a kolizní graf	54



6.2.	Aplikace R – algoritmu .....	57
6.3.	Redukce vrcholů a zjednodušení výpočtu .....	66
7.	Zhodnocení a interpretace výsledků .....	71
	Závěr .....	72
	Použité zdroje .....	74
	Seznam obrázků .....	79
	Seznam tabulek .....	80
	Seznam matic .....	81

## Seznam použitých zkratk

ADR	Accord européen relatif au transport international des marchandises Dangereuses par Route
RID	Règlement concernant le transport international ferroviaire des marchandises dangereuses
IMDG	International Maritime Dangerous Goods Code
ICAO	International Civil Aviation Organization
IATA DGR	International Air Transport Association Dangerous goods Regulations
OSN	Organizace spojených národů
ČSSR	Československá socialistická republika
UN	United Nations
LPG	Liquified Petroleum Gas
ASTM	American Society for Testing and Materials
TNT	Trinitrotoluen
TATP	Triacetone Triperoxide
JiT	Just in Time
JiS	Just in sequence
QR	Quick response
CPFR	Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment
TRGS	Technische Regel für Gefahrstoffe

# Úvod

Optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch je důležitým tématem v oblasti logistiky a skladování. Efektivní využití skladovacích prostorů má za následek minimalizaci nákladů, což napomáhá úspěšnému fungování logistických společností. Minimalizace počtu oddělených skladovacích ploch lze využít jak v potravinářství, tak i při skladování nebezpečných látek.

Klasifikace nebezpečných látek je klíčovým faktorem pro jejich bezpečnou přepravu a skladování. Jedním z nejpoužívanějších systémů pro klasifikaci nebezpečných látek při jejich přepravě je systém ADR (Evropská dohoda o mezinárodní silniční přepravě nebezpečných věcí). Tento systém stanovuje harmonizovaný přístup k identifikaci a klasifikaci nebezpečných látek pro jejich bezpečnou a účinnou přepravu po silnici. Bakalářská práce se zaměřuje na představení klasifikačního systému ADR pro nebezpečné látky. Dále se zabývá významem této klasifikace pro bezpečnost a ochranu zdraví lidí, zvířat a životního prostředí při skladování nebezpečných látek.

Další část je věnována již samotnému vrcholovému barvení grafů. Barvení grafů je důležitým aparátem v oblasti teorie grafů a je možné jej aplikovat v různých oblastech, jako jsou například přiřazování frekvencí, fázování světelně řízených křižovatek nebo právě optimalizace skladovacích ploch. Bakalářská práce se zaměřuje na představení tohoto problému a přibližuje vybrané metody teorie grafů používané pro barvení grafů. Cílem práce je představit nebezpečné látky, rizika spojená s jejich skladováním a formulace úlohy optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch. Dále představit metody vhodné pro barvení grafů s minimalizací počtu potřebných oddělených skladovacích ploch a aplikace vybrané metody na konkrétním příkladu.

# 1. Klasifikace nebezpečných věcí

První kapitola se věnuje definici nebezpečných věcí a představuje dohody, které definují pravidla přepravy nebezpečných věcí pro různé módy dopravy. Dále se věnuje podrobně dohodě ADR, jejímu třídění a označení nebezpečných látek a předmětů.

## Definice nebezpečných věcí

Zákon č. 111/1994 Sb., o silniční dopravě definuje nebezpečné věci takto: „*Jsou to látky a předměty, pro jejichž povahu, vlastnosti nebo stav může být v souvislosti s jejich přepravou ohrožena bezpečnost osob, zvířat a věcí nebo ohroženo životní prostředí.*“ [1]

Klasifikací a přepravou nebezpečného nákladu se zabývají různé dohody podle módu dopravy. U železniční dopravy je to Řád pro mezinárodní železniční přepravu nebezpečných věcí, zkráceně RID. Pro námořní dopravu platí Kodex IMDG a pro leteckou přepravu technické pokyny ICAO a IATA DGR. V neposlední řadě pro silniční dopravu platí Evropská dohoda o mezinárodní silniční přepravě nebezpečných věcí známá jako ADR. [2]

## Dohoda ADR

ADR je zkratka pro původní francouzský název „*Accord européen relatif au transport international des marchandises dangereuses par route*“, což v překladu znamená „Evropská dohoda o mezinárodní silniční přepravě nebezpečných věcí“. Dohoda vznikla v Ženevě roku 1957 pod dohledem Evropské hospodářské komise OSN a vstoupila v platnost o 9 let později v roce 1968. Z devíti původních signatářů se během 65 let počet členů rozrostl na 53. V roce 2011 se oficiální název změnil na Mezinárodní dohodu k mezinárodní přepravě nebezpečných věcí, jelikož se dohoda rozšířila i o státy z Asie nebo Afriky. Posledním přistupujícím se stal Uzbekistán, který k ADR přistoupil v roce 2020. Česká republika je členem od roku 1987 jako tehdejší ČSSR. [3]

Obsahově se ADR skládá ze dvou příloh. Z přílohy A a B, první jmenovaná se dělí na sedm částí a pojednává především o klasifikaci nebezpečného zboží, značení, o použití obalů a cisteren nebo o podmínkách přepravy a manipulace. Zatímco v příloze B se nachází části dvě a je zde řešena osádka vozidla, jeho konstrukce či vybavení a provoz vozidla přepravujícího dané zboží. Obě tyto přílohy se každý druhý rok (vždy lichý) novelizují. Nejnovější verze dohody je platná od 1. ledna 2021.

ADR rozděluje nebezpečné věci do třinácti tříd podle hlavní nebezpečné vlastnosti. Tyto třídy jsou uvedeny v Tabulce 1.

Tabulka 1 Třídy nebezpečných věcí dle ADR, zdroj: [4]

Třída	Název třídy
1	Výbušné látky a předměty
2	Plyny
3	Hořlavé kapaliny
4.1	Hořlavé tuhé látky, samovolně se rozkládající látky, polymerizující látky a znečtivělé tuhé výbušné látky
4.2	Samozápalné látky
4.3	Látky, které ve styku s vodou vyvíjejí hořlavé plyny
5.1	Látky podporující hoření
5.2	Organické peroxidy
6.1	Toxické látky
6.2	Infekční látky
7	Radioaktivní látky
8	Žíravé látky
9	Jiné nebezpečné látky a předměty

Nebezpečným látkám a předmětům se také přiřazuje vlastní UN číslo. Jedná se o identifikační čtyřčíslí, které začíná číslicemi 0, 1, 2 nebo 3. Dané číslo je přiřazováno experty OSN a k dnešnímu dni je přiřazeno až 3500 jedinečných UN čísel. Tato čísla jsou udělena náhodně, kromě první třídy Výbušné látky a předměty, jejichž čtyřčíslí vždy začíná číslicí 0. Ne všechny nebezpečné látky však mají své vlastní číslo, některé látky mají tzv. hromadné označení neboli číslo, pod kterým nalezneme více látek. Pod takovým označením se nacházejí například alkoholy nebo hořlavé látky. [6], [7]

Každá třída má také svoji značku, kterou musí být označena. Jedná se o čtverce postavené na vrchol, v němž se v horní polovině nachází piktogram symbolizující nebezpečnost dané věci, uprostřed je slovně napsán název třídy a v dolní polovině je číselné označení dané třídy a podtřídy.

## 2. Popis nebezpečných tříd

V této kapitole jsou definovány jednotlivé nebezpečné třídy a jejich podtřídy podle ADR. Podrobně jsou popsány jejich nebezpečné vlastnosti a uvedena výstražná grafická označení používaná na obalech látek, skladových budovách či vozidlech, která je přepravují.

### 2.1. Výbušné látky a předměty

Hlavní nebezpečí této třídy spočívá ve výbušnosti v důsledku ohřevu, úderu, tření či působení plamenu nebo jiného zápalného zdroje.

Výbušné látky ADR definuje jako tuhé nebo kapalné látky (nebo směsi látek), které mohou chemickou reakcí vyvinout plyny takové teploty, takového tlaku a takové rychlosti, že mohou způsobit škody v okolním prostředí. Do této skupiny spadají i pyrotechnické látky, což jsou látky nebo směsi látek, které jsou vytvářeny za účelem vyvolání zvuku, světla, plynu, kouře nebo jejich kombinací s nedetonační chemickou reakcí. [4], [5]

Kapitola 2.2.1.1.5, přílohy A ADR se věnuje rozlišení a definici jednotlivých podtříd výbušných látek a předmětů. Podtříd je celkem šest a jsou rozděleny podle typu nebezpečnosti, které dané látky a předměty vyvolávají. [4]

Podtřída 1.1 Látky a předměty nebezpečné hromadným výbuchem (hromadný výbuch je takový výbuch, který postihne téměř celý náklad zdánlivě okamžitě).

Podtřída 1.2 Látky a předměty nebezpečné rozletem, které však nejsou nebezpečné hromadným výbuchem.

Podtřída 1.3 Látky a předměty nebezpečné prudkým ohněm, s malým nebezpečím vzniku tlakové vlny nebo rozletu nebo oběma těmito účinky, které ale nejsou nebezpečné hromadným výbuchem: (a) která při hoření vydávají značné tepelné záření, nebo

(b) které hoří postupně za projevu malé tlakové vlny nebo rozletu nebo obou těchto účinků.

Podtřída 1.4 Látky a předměty, které v případě jejich zážehu nebo počinu během přepravy vykazují pouze malé nebezpečí výbuchu. Účinky jsou převážně omezeny na kus bez rozletu úlomků větších rozměrů nebo do větší vzdálenosti. Vnější oheň nesmí vyvolat zdánlivě okamžitý výbuch téměř celého obsahu obsahu.

Podtřída 1.5 Velmi necitlivé látky schopné hromadného výbuchu, které jsou tak necitlivé, že pravděpodobnost jejich počinu nebo přechodu z hoření v detonaci je při běžných podmínkách

přepravy velmi nízká. Minimálním bezpečnostním požadavkem je stanoveno, že tyto látky nesmějí detonovat při zkoušce ve vnějším ohni.

Podtřída 1.6 Velmi málo citlivé předměty, které nejsou nebezpečné hromadným výbuchem. Předměty převážně obsahují velmi málo citlivé látky a pravděpodobnost jejich náhodného roznětu nebo přenosu výbuchu je velmi nízká.

U 1. třídy nebezpečných věcí se dále rozlišují skupiny snášenlivosti látek a předmětů. Celkový počet skupin je 13 a označují se písmeny A až S. Všechny skupiny včetně popisu jsou uvedeny v Tabulce 2.

*Tabulka 2 Skupiny snášenlivosti látek a předmětů, zdroj: [4]*

<b>Skupina</b>	<b>Definice</b>
A	Třaskavina
B	Předmět obsahující třaskavinu, který má méně než dvě účinná pojistná zařízení. Zahrnuti jsou i některé předměty, jako rozbušky a počínová zařízení pro trhací práce a zápalky pro náboje, i když neobsahují třaskaviny.
C	Střelivina nebo jiná deflagrující výbušnina nebo předmět obsahující takovou výbušninu.
D	Trhavina, černý prach nebo předmět obsahující trhavinu, vždy bez roznětných prostředků a bez hnací náplně nebo předmět obsahující třaskavinu, který má nejméně dvě účinná pojistná zařízení.
E	Předmět, obsahující trhavinu, bez roznětných prostředků a s hnací náplní
F	Předmět obsahující trhavinu s vlastním roznětným prostředkem, s hnací náplní nebo bez hnací náplně.
G	Pyrotechnická látka nebo předmět obsahující pyrotechnickou látku nebo předmět obsahující jak výbušnou látku, tak i osvětlovací, zápalnou, slzotvornou nebo dýmotvornou látku.
H	Předmět, který obsahuje výbušnou látku a bílý fosfor.
J	Předmět, který obsahuje výbušnou látku a hořlavou kapalinu nebo hořlavý gel.
K	Předmět, který obsahuje výbušnou látku a toxickou chemickou látku.
L	Výbušná látka nebo předmět obsahující výbušnou látku, které představují zvláštní nebezpečí.
N	Předměty převážně obsahující velmi málo citlivé látky.
S	Látka nebo předmět, který je zabalen nebo zkonstruován tak, aby všechny nebezpečné účinky vyvolané náhodným uvedením do činnosti zůstaly omezeny na vnitřek obalu, pokud nebyl obal poškozen požárem. V takovém případě musí zůstat účinky tlaku vzduchu a rozletu omezeny tak, aby opatření ke zdolání

	požáru nebo jiná nouzová opatření v bezprostřední blízkosti kusu nebyla podstatně omezena ani jim nebylo zabráněno.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Značka výbušných látek se vyznačuje oranžovou barvou, u podtříd 1 až 3 je uváděn piktoqram představující explozi, který může být doplněn nápisem EXPLOSIVES. Podtřídy 4 až 6 se vyznačují pouze svojí podtřídou a skupinou dané látky či předmětu, jako je to znázorněno na Obrázku 1. Například malorážové náboje by měly označení 1.4C a prskavky s větším obsahem chloristanu než 5 g a balených po více než 10 kusech by měly označení 1.3G.



Obrázek 1 Značky třídy 1, zdroj: [8]

## 2.2. Plyny

Chemie plyn definuje jako soustavu velmi řídkce rozptýlených volně pohyblivých částic v prostoru. V ADR se ve třídě plynů nachází všechny látky, které splňují, alespoň jednu ze dvou následujících podmínek. Buď při 50 °C mají tenzi par vyšší než 300 kPa, nebo při 20 °C a standardním tlaku 101,3 kPa jsou zcela plynné. [4], [9]

Stejně jako výbušné látky se i plyny se dělí do mnoha skupin. První dělení, je dle stavu plynu a je uvedeno v Tabulce 3. Skupin je celkem devět a v klasifikačním kódu jsou označeny číslicemi 1 až 9.



Tabulka 3 Skupiny plynů, zdroj: [4]

Číslo skupiny	Název skupiny
1	Stlačený plyn
2	Zkapalněný plyn
3	Hluboce zchlazený zkapalněný plyn
4	Rozpuštěný plyn
5	Aerosoly a malé nádoby s plynem
6	Jiné předměty obsahující plyn pod tlakem
7	Plyny, které nejsou pod tlakem, podléhající zvláštním předpisům
8	Chemické látky pod tlakem, kapaliny, pasty nebo prášky natlakované s hnací látkou, která splňuje definici stlačeného nebo zkapalněného plynu a jejich směsí
9	Adsorbované plyny

Všechny tyto skupiny můžeme dále dělit podle jejich nebezpečných vlastností. Mezi hlavní skupiny patří plyny dusivé, plyny podporující hoření, hořlavé plyny, toxické plyny, žíravé plyny anebo jejich kombinace. Každá skupina má své písmenné označení. Všechny skupiny jsou uvedeny v Tabulce 4.

Tabulka 4 Označení nebezpečných vlastností plynů, zdroj: [4]

Označení skupiny	Název skupiny
A	Dusivý plyn
O	Plyn podporující hoření
F	Hořlavý plyn
T	Toxický plyn
C	Žíravý plyn

Hlavní nebezpečí dusivých plynů je ve vypuzování kyslíku na hranici nižší než 19,5 %. Od této hranice plyny mohou způsobovat bezvědomí či smrt v důsledku nedostatku kyslíku. Tyto plyny působí na lidský organismus dusivě, buď vyřazením plic, nebo jejich otokem. Mezi zástupce této skupiny patří například fosgen a chlór. [10]

Plyny podporující hoření jsou látky, které mohou způsobit nebo podpořit hoření jiných látek účinněji než vzduch. V této skupině se nachází především čistý kyslík, který se sice ve vzduchu také nachází, ale je zde zastoupen pouze necelými 21 %. [4]

Hořlavé plyny ADR definuje jako: „plyny, které při teplotě 20 °C a standardním tlaku 101,3 kPa: (a) jsou zápalné ve směsi s nejvýše 13 % obj. plynu se vzduchem, nebo (b) mají rozsah hořlavosti se vzduchem nejméně 12 procentních bodů bez ohledu na spodní mez hořlavosti.“ Mezi hořlavé plyny se řadí například propan-butan, též známý jako LPG nebo zkapalněný plyn. Jeho charakteristickou vlastností je, že se za běžného tlaku a teploty 0 °C může nacházet jako plyn i jako kapalná látka. V dnešní době se používá jako pohon do automobilů, protože dosahuje velké výhřevnosti. [4], [11]

Toxické a žíravé plyny jsou obecně vzato veškeré plyny, u kterých je známo anebo se předpokládá, že jejich účinek je škodlivý pro kůži, oči nebo sliznici a představují vysoké nebezpečí pro člověka a jeho zdraví. V této skupině je možné nalézt například chlór. [4]

Existují tři podoby grafického označení používaného pro třídu plynů. První značka má červenou barvu s piktogramem plamene, která poukazuje na nebezpečí ohně a výbuchu. Druhá značka má barvu zelenou a nachází se v ní piktogram plynové láhve, nebezpečí takto označeného plynu spočívá v možném způsobení udušení. Poslední třetí označení, je bílá značka orámována přerušovanou čarou s lebkou umístěnou pod horním vrcholem, která vyjadřuje nebezpečí otravy. Všechny tři značky jsou znázorněny na Obrázku 2.



Obrázek 2 Značky třídy 2, zdroj: [12]

### 2.3. Hořlavé kapaliny

Kapalina je v dohodě ADR definována jako: „látka mající při 50 °C tenzi par nejvýše 300 kPa (3 bary), která není kompletně v plynném stavu při 20 °C a 101,3 kPa a která (a) má bod tání nebo bod počátku tání nejvýše 20 °C při tlaku 101,3 kPa nebo (b) je kapalná podle zkušební metody ASTM D 4359-90 nebo (c) není kašovitá podle kritérií vztahujících se na zkoušku pro stanovení tekutosti (penetrometrická zkouška)“ [13]

Látka, aby mohla být klasifikována jako hořlavá kapalina, musí splňovat tři kritéria. První kritérium je splnění definice kapaliny, druhým kritériem je, že při 20 °C a standardním tlaku 101,3 kPa nesmí být zcela plynná a třetím kritériem je bod vzplanutí, který smí být nejvýše 60 °C. [4]

Stejně jako u hořlavých plynů, tak i hořlavé kapaliny se dělí na hořlavé, toxické a žíravé. Skupina, která se u hořlavých plynů však nenachází, je skupina D neboli znečtivěné kapalné výbušné látky.

Hořlavé kapaliny, se také mohou dělit na kapaliny hořlavé a velmi hořlavé. Rozdíl mezi nimi je jejich bod vzplanutí. U hořlavých kapalin je tento bod mezi 23 °C a 60 °C. Do této skupiny se řadí například terpentýn, který se používá jako ředidlo pro barvy nebo paliva, jako je motorová nafta či lehký topný olej. Velmi hořlavé kapaliny mají bod vzplanutí nižší než 23 °C a do této skupiny se řadí aceton, toluen či líh. [7]

Stejně jako definice, tak i značka je dost podobná té u hořlavých plynů. Značka hořlavých kapalin je znázorněna na Obrázku 3. Jak si lze povšimnout, tak jediný rozdíl je, že ve spodu značky se změnilo číslo třídy.



Obrázek 3 Značka třídy 3, zdroj: [12]

## 2.4. Hořlavé tuhé látky, samovolně se rozkládající látky, polymerizující látky a znečtivělé tuhé výbušné látky

Pojmem tuhá látka jsou ADR označeny látky, které splňují: „(a) látka s bodem tání nebo bodem počátku tání vyšším než 20 °C při tlaku 101,3 kPa; nebo (b) látka, která není kapalná podle zkušební metody ASTM D 4359-90 nebo která je pastovitá podle kritérií vztahujících se na zkoušku tekutosti“ [13]

Hlavní nebezpečí této třídy spočívá v hořlavosti. Látky mohou být zapáleny plameny, jiskrami či dokonce samotným teplem. Dle nebezpečí se třída 4.1 dělí do kategorií uvedených v Tabulce 5.

Tabulka 5 Dělení nebezpečnosti tuhých látek, zdroj: [4]

Označení	Název
F	Hořlavé tuhé látky bez vedlejšího nebezpečí
FO	Hořlavé tuhé látky, podporující hoření
FT	Hořlavé tuhé látky, toxické
FC	Hořlavé tuhé látky, žíravé

D	Znecitlivěné tuhé výbušné látky bez vedlejšího nebezpečí
DT	Znecitlivěné tuhé výbušné látky, toxické
SR	Samovolně se rozkládající látky
PM	Polymerizující látky

Existují hořlavé látky dvojího typu, konkrétně hořlavé tuhé látky a lehce hořlavé tuhé látky. Prvním typem jsou tuhé látky, které se snadno zapalují nebo mohou způsobit požár pouhým třením. Lehce hořlavé tuhé látky jsou látky v konzistenci prášku, zrna nebo pasty a jsou nebezpečné při krátkém styku se zdrojem plamene. Tyto látky plamen rychle rozšiřují, ale nebezpečí může spočívat i v jedovatých zplodinách, které vyprodukují. U kovových prášků mohou nastat i problémy s hašením, jelikož klasické hasicí přístroje mohou nebezpečí ještě zvětšit. Do této skupiny spadá například síra, která je základní surovinou pro vulkanizaci kaučuku a pro následnou výrobu pryže. [4]

Pro potlačení výbušné vlastnosti znecitlivělých tuhých výbušných látek, se tyto látky vlhčí vodou, alkoholem nebo jsou ředěny jinými látkami. V této třídě se nachází pouze pár položek, jako je například vlhčený a tím znecitlivěný trinitrotoluen, známý pod zkratkou TNT.

Hlavním kritériem u samovolně rozkládajících se látek je jejich tepelná nestálost, jelikož se mohou exotermicky rozkládat i bez přítomnosti kyslíku. Rozklad může být vyvolán zejména teplem, třením či nárazem. Rychlost rozkladu je závislá především na teplotě a jeho důsledkem může dojít k vzniku toxických výparů. [4]

Polymerizující látky mají schopnost vytvořit silnou exotermickou reakci, při které vznikají větší molekuly nebo polymery. Polymerizace je základní reakce například při výrobě plastů či syntetických vláken.

Značka pro třídu 4.1 je opět piktogram ohně, ale na pozadí se tentokrát střídá červená a bílá barva, které jsou uspořádány do vertikálních pruhů, jak je znázorněno na Obrázku 4.



Obrázek 4 Značka třídy 4.1, zdroj: [12]

## 2.5. Samozápalné látky

Samozápalení vzniká postupným procesem, při kterém reaguje látka se vzdušným kyslíkem a vytváří teplo. Pokud toto teplo je větší než tepelné ztráty, teplota látky roste a může dojít až k samovznícení a hoření.

ADR do třídy 4.2 samozápalné látky zahrnuje: „pyroforní látky, což jsou látky včetně směsí a roztoků (kapalné nebo tuhé), které při styku se vzduchem již v malých množstvích vzplanou do 5 minut. Toto jsou látky třídy 4.2, které jsou nejvíce náchylné k samovznícení; a látky a předměty schopné samoohřevu, což jsou látky a předměty včetně směsí a roztoků, které jsou ve styku se vzduchem bez přívodu energie schopné se zahřívat. Tyto látky mohou vzplanout jen ve velkých množstvích (kilogramech) a po dlouhé době (hodiny nebo dny).“ [4]

Tato skupina má klasifikační označení S a stejně jako předešlé třídy, tak i tato skupina se dělí dle vedlejšího nebezpečí. K toxicitě, žíravosti a podpoře hoření zde nově přibývají i samozápalné látky, které ve styku s vodou vyvíjejí hořlavé plyny, označení této skupiny je SW. V této třídě můžeme najít uhlí nebo bavlněné předměty, ale i velmi toxický bílý fosfor. [4]

Opět se jedná o hořlavé látky, a proto je na značce opět vyobrazen piktoqram plamene. Značka se opět liší pouze barevností pozadí, nyní je vrchní polovina značky bílá a spodní polovina červená, jak je znázorněno na Obrázku 5.



Obrázek 5 Značka třídy 4.2, zdroj: [12]

## 2.6. Látky, které ve styku s vodou vyvíjejí hořlavé plyny

Jak již název napovídá, tato třída obsahuje látky, při kterých za kontaktu s vodou vznikají hořlavé plyny, které mohou dále tvořit výbušné směsi se vzduchem. Taktéž se zde nachází i předměty, které tyto látky obsahují. [4]

Skupenství této třídy je jak kapalné, tak i tuhé. Dělení je obdobné jako u přechozích tříd. Nachází se zde látky bez vedlejšího nebezpečí, hořlavé látky, látky schopné samoohřevu, látky podporující hoření a v neposlední řadě látky toxické nebo žíravé. Mezi zástupce této třídy patří kovy alkalických zemin, do kterých patří například hořčík či vápník. Rovněž do této třídy patří alkalické kovy, jako je například sodík nebo lithium. Především lithium je v dnešní době velmi

ceněný kov, jelikož je potřebný k výrobě baterií například pro rozvíjející se trh s elektrickými automobily.

Grafické značení této třídy je opět plamen, tentokrát s modrým pozadím připomínajícím vodu, jak je znázorněno na Obrázku 6



Obrázek 6 Značka třídy 4.3, zdroj: [12]

## 2.7. Látky podporující hoření

Ačkoli látky této třídy nemusí být samy o sobě přímo hořlavé, stejně jako plyny podporující hoření, mohou vyvolat uvolňování kyslíku a tím podporovat hoření jiných látek. Do této třídy patří látky pouze ve stavu kapalném a tuhém. Látky jsou buď jmenovitě uváděny, nebo jsou podrobeny zkoušce hořlavosti. Zkouška pro tuhé látky spočívá v době hoření. Zjišťuje se, zdali směs tuhé látky s celulózou vykazuje kratší průměrnou rychlost hoření než celulóza s bromičnanem draselným nebo s peroxidem vápníku. Poměry obou směsí musí být v předepsaném hmotnostním poměru. U kapalin je zkouška obdobná, ale namísto doby hoření, je sledován nárůst tlaku. Směs kapaliny s celulózou musí dosáhnout tlaku alespoň 2070 kPa, a to za kratší dobu než směs 65% vodného roztoku kyseliny dusičné s celulózou. Do této třídy se mimo jiné řadí peroxid vodíku, který má časté využití v medicíně. [4]

Na Obrázku 7 je znázorněna značka třídy, která má žlutou barvu. Uvnitř se nachází piktogram kruhu a zpoza něho vystupuje plamen.



Obrázek 7 Značka třídy 5.1, zdroj: [12]

## 2.8. Organické peroxidy

Organické peroxidy jsou organické sloučeniny vyznačující se funkční skupinou R-O-O-R'. Je-li na jeden z kyslíků navázán atom vodíku, pak se jedná o hydroperoxid. Ten často vzniká při spalování uhlovodíků na vzduchu. Organické peroxidy jsou velmi reaktivní a hrozí u nich exotermický rozklad již při normální teplotě. Ten může být vyvolán i při styku s ostatními látkami jako jsou kyseliny nebo sloučeniny těžkých kovů. Rozklad může uvolňovat škodlivé nebo hořlavé páry a plyny, které jsou pro člověka extrémně nebezpečné. Dále mohou způsobit vážné poškození rohovky a také poleptání kůže. Jednoduchého rozpadu organických peroxidů využívají některé druhy polymerizací, například k výrobě skleněných textilních vláken. U některých organických peroxidů má rozklad výbušný charakter, což umožňuje výrobu jednoduchých, levných a velmi nebezpečných třaskavin. Jako příklad lze uvést peroxidy acetonu, známý také pod označením TATP. Tyto peroxidy, byly využity při teroristických útocích v Londýně v roce 2005. [4], [14]

Značka organických peroxidů je znázorněna na Obrázku 8. Horní polovina značky má barvu červenou, zatímco spodní polovina barvu žlutou. Do horní poloviny je vložen piktoqram plamene, který poukazuje na hořlavost této třídy a v té dolní je uvedeno číslo třídy nebezpečnosti.



Obrázek 8 Značka třídy 5.2, zdroj: [12]

## 2.9. Toxické látky

Třída toxických látek obsahuje látky, o kterých je dle zkušeností nebo pokusů na zvířatech známo, že jednorázový či dlouhodobý kontakt s nimi způsobuje poškození zdraví, nebo vede až ke smrti člověka. Testy na zvířatech jsou trojího druhu, dva z nich zahrnují testy na krysách a jeden na bílých králících. Při prvním testu je látka podávána krysám orální cestou a je sledováno, zdali LD<sub>50</sub> (střední smrtelná dávka, vyjádřena jako hmotnost zkoušené látky k hmotnosti pokusného zvířete) způsobí do 14 dnů smrt 50 % testovaných krys. Další test toxicity je kontakt s pokožkou. U toho testu jsou pokusnými zvířaty králíci, kteří jsou po dobu 24 hodin vystaveni kontaktu s testovanou látkou. Aby látka byla označena za toxickou, očekává se smrt alespoň poloviny testovaných králíků. Třetím testem je vdechování par, mlhy

nebo prachu. U toho testu jsou přítomny opět laboratorní krysy, které vdechují testovanou látku po dobu jedné hodiny. Stejně jako u předešlých dvou testů, i tento test počítá se smrtí alespoň poloviny testovaných zvířat do 14 dnů, aby mohla být látka považována za toxickou. Toxické látky se dělí podle střední smrtelné dávky na Velmi toxické, Toxické a Slabě toxické látky. [4]

Mezi zástupce této třídy patří například kyanid draselný, který je draselnou solí kyanovodíku. Ten je základní složkou Cyklonu B, který byl hojně používán nacisty v koncentračních táborech. Kyanid draselný, byl oblíbeným jedem při sebevraždách představitelů nacistického režimu ke konci 2. světové války.

Vzhledem k tomu, že hlavním nebezpečím této třídy již není hořlavost, tak se na značce nevyskytuje piktogram plamene. Místo něj je na značce lebka s dvěma zkříženými kostmi, která je umístěna na bílém pozadí, jak je znázorněno na Obrázku 9.



Obrázek 9 Značka třídy 6.1, zdroj: [12]

## 2.10. Infekční látky

Do infekčních látek ADR se řadí látky, u kterých lze přepokládat, že obsahují mikroorganismy, jako jsou bakterie, viry, paraziti a plísně, které jsou schopné vyvolat nákazu. Látky zařazené do této třídy jsou nebezpečné tím, že vyvolávají nákazu u lidí či zvířat. Také jsou nebezpečné pro vodní zdroje či kanalizační systémy. Mezi významné přenašeče těchto mikroorganismů patří biologické produkty, medicínské nebo klinické odpady a vzorky od pacientů. Látky této třídy se dělí do čtyř kategorií, Infekční látky nebezpečné pro lidi, Infekční látky nebezpečné jen pro zvířata, Klinické odpady a Látky biologické. Jejich označení jsou uvedena v Tabulce 6. [4]

Tabulka 6 Kategorie infekčních látek, zdroj: [4]

Označení	Název
I1	Infekční látky nebezpečné pro lidi
I2	Infekční látky nebezpečné jen pro zvířata
I3	Klinické odpady
I4	Látky biologické



Značka této třídy má bílou barvu a nachází se na ní symbol biologického nebezpečí, jak znázorňuje Obrázek 10.



Obrázek 10 Značka třídy 6.2, zdroj: [12]

## 2.11. Radioaktivní látky

Radioaktivita je schopnost některých atomových jader se samovolně rozpadat za současného uvolňování ionizujícího záření. Toto záření při průchodu hmotou způsobuje vznik reaktivních iontů. Následnou reakcí se mění chemické vlastnosti látek. V živém organismu způsobuje poškození molekul těla a tím i funkci tkání a orgánů. Existují tři druhy záření,  $\alpha$  záření,  $\beta$  záření a  $\gamma$  záření.  $\alpha$  záření je produktem jader helia, je málo pronikavé a dokáže ho zastavit i pouhý list papíru.  $\beta$  záření je tvořeno proudem elektrických nábojů. Toto záření existuje dvojího typu,  $\beta^-$  záření, které je tvořeno elektrony neboli záporně nabitými částicemi, anebo  $\beta^+$  záření, které je naopak tvořeno pozitrony, kladně nabitými částicemi. Ačkoli je  $\beta$  záření pronikavější a zastaví ho až například sklo, tak je oproti  $\alpha$  záření energeticky slabší. V neposlední řadě existuje  $\gamma$  záření.  $\gamma$  záření je elektromagnetické vlnění s velmi vysokou pronikavostí, které zastaví plát olova. Ačkoli je toto záření ve vysoké míře nebezpečné, tak má využití v diagnostickém lékařství, kde je známé jako rentgen. Velká míra ozáření může vést k nevolnostem či bolestem kloubů. Po několika dnech kontaktu s radioaktivitou může dojít k poklesu bílých krvinek, snížení krevních destiček, nebo dokonce až ke smrti. [15]

Existují čtyři druhy značek pro radioaktivní látky. První tři značky jsou si podobné, všechny mají v horní polovině piktogram radioaktivity a v dolní polovině nápis RADIOACTIVE. Jediné rozdíly jsou zde v označení kategorií, přičemž značka první kategorie má na rozdíl od druhé a třetí horní polovinu bílou namísto žluté. Kategorie je radioaktivnímu materiálu přidělována dle jeho druhu a obohacení. Poslední značka je poté věnována štěpným látkám, což jsou látky, které obsahují štěpné nuklidy, jako jsou uran-233, uran-235, plutonium-239 nebo plutonium-241. Všechny čtyři značky jsou znázorněny na Obrázku 11. [4]



Obrázek 11 Značky třídy 7, zdroj: [12]

## 2.12. Žíravé látky

Obecná definice žíravých látek dle ADR zní: „Žíravé látky jsou látky, které svým chemickým účinkem způsobí nevratné poškození kůže nebo v případě úniku mohou způsobit škody na jiných věcech nebo na dopravních prostředcích nebo je mohou zničit. Pod název této třídy spadají také látky, které teprve s vodou tvoří žíravé kapaliny, nebo které za přítomnosti přirozené vlhkosti vzduchu vytvářejí žíravé páry nebo mlhy.“ [4]

Klasickými žíravinami jsou silné kyseliny nebo silné zásady. Chemie popisuje kyseliny jako látky schopné ve volném prostředí odštěpit proton  $H^+$ , zatímco zásady jsou sloučeniny, které obsahují funkční skupinu  $(OH)^{-1}$ . Kyselost i zásaditost se měří na stupnici pH, která se dá naměřit pomocí lakmusových papírků. Stupnice nabývá hodnot 0 až 14. Například 96% kyselina sírová má pH 0,3. Kyseliny, které vykazují pH nižší, než kyselina sírová se nazývají superkyseliny. Látky okolo pH 7, tedy uprostřed stupnice, se nazývají neutrální, mezi ně patří například čistá voda. Na druhé straně stupnice od kyselin se pak nachází zásady.

Žíraviny představují velké nebezpečí pro člověka, čím je žíravina silnější, koncentrovanější nebo čím delší je kontakt s takovou látkou, tím horší mohou být následky. Při kontaktu oka s žíravinou může dojít k vážnému podráždění a v krajním případě může vést až ke slepotě. Pokud se žíravina dostane do kontaktu s pokožkou, hrozí poleptání nebo popálení kůže. Dýchání výparů žíravin může způsobit popálení nosní sliznice, sliznice krku a průdušnice. Nebezpečí však nehrozí pouze pro člověka. Mnoho žíravin způsobuje korozi kovů. Při té se může uvolňovat jednoduše explodující vodík. [16]

Žíravé látky mají černobílou značku, kde jsou v horní bílé polovině umístěny dva piktogramy, které symbolizují poleptání. Levý piktogram ukazuje kontakt žíraviny s kovem, zatímco pravý žíravinu s pokožkou. Spodní polovina značky je celá černá, jak je znázorněno na Obrázku 12.

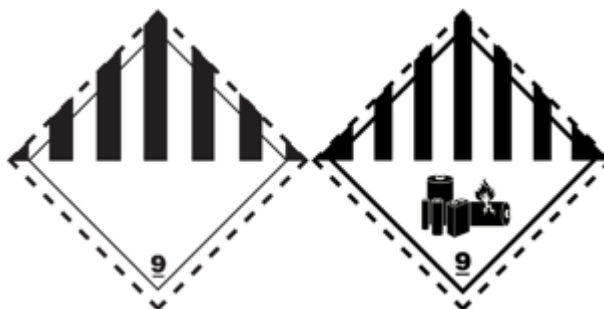


Obrázek 12 Značky třídy 8, zdroj: [12]

### 2.13. Jiné nebezpečné látky a předměty

V této třídě se seskupují veškeré látky a předměty, které představují jiné nebezpečí, než je nebezpečí ostatních tříd. Nachází se zde jak látky, které uvolňují hořlavé páry, tak i látky, které při vdechnutí jemného prachu mohou ohrozit zdraví. Do této skupiny se řadí azbest, který byl dříve využíván ve stavebnictví. Nacházel se například ve střešní krytině nebo ve stříkané omítce. Dnes je tento materiál zakázán, jelikož jeho malé částice, které se usazovaly v plicích, mohly zapříčinit vzniku rakoviny. Vlastní skupinu tu mají i lithiové baterie, které mají i vlastní značku.

Značka deváté a poslední třídy je dvojí barvy, spodní část má čistě bílou barvu, ale v horní části se nachází sedm vertikálních černých pruhů. Značka pro lithiové baterie, je úplně stejná, jen je doplněna o piktogram baterií ve spodní polovině značky, jak znázorňuje Obrázek 13.



Obrázek 13 Značky třídy 9, zdroj: [12]

### 3. Skladování komodit

V této kapitole je obecný úvod do problematiky skladování, jsou představeny vybrané komodity z každé třídy nebezpečných látek ADR a také jsou uvedena pravidla pro jejich správné uskladnění.

Přestože dnešní moderní logistické systémy jako jsou JiT, JiS, QR nebo CPFR se snaží stav skladových zásob minimalizovat, jsou sklady nedílnou součástí logistického řetězce. Role skladů se však postupem času mění. V dřívějších dobách sklad zaujímal především funkci zásobníku, ve kterém se nacházely suroviny potřebné k výrobě, polotovary či hotové výrobky. Tento princip se nazývá princip tlaku, kde sklad plní pasivní roli a končí v něm výrobou plánované produkty. V moderním přístupu skladování je více uplatňován princip tahu. Činnost této metody zvyšuje hodnotu navazujícího partnera na logistickém řetězci, jelikož při realizaci dodávek vycházejí z požadavků zákazníka. Je zde kladen velký důraz na čas dodání, kvalitu a množství dodávky. [17]

Funkce skladů mohou být různé, podle [17] je uvedeno sedm hlavních druhů. Konkrétně uvádí funkci geografickou, sezonní, kapacitní, kompletační a pojistnou, které označuje jako funkce vyrovnávací. Těchto pět je doplněno ještě dvěma, které přímo nesouvisí s problematikou řízení hmotných toků, a to zásobou spekulativní a technologickou.

Geografická funkce je přiblížení skladů do nejbližší blízkosti místa spotřeby. Tím se minimalizuje neproduktivní přeprava a zkrátí se čas dodání objednávky. Toto je velmi důležité například u spotřebního zboží a potravin.

Sezónnost vzniká, pokud mezi výrobou a spotřebou je zapotřebí překonat nějaký časový rozestup. Sezónnost se je například u zemědělských produktů, kdy v létě či na podzim dojde ke sklizni a část produktů je skladována až do dalšího roku sklizně.

Jak již název napovídá, kapacitní funkce vyrovnává kapacitní rozdíly dvou navzájem navazujících prvků logistického řetězce. Toto nastává, pokud prvek navazující má menší skladovací možnosti než prvek předchozí. Vzniká zde tzv. požadavek na přechodné skladování přebytku.

V logistických centrech a skladech se lze také setkat s kompletací zásilek. Jejich úkolem je rozdělování velkoobjemových dodávek od různých dodavatelů, do jednotlivých menších zásilek dle požadavků zákazníka. Obdobnou funkci zprostředkovávají konsolidační sklady, které menší zásilky sdružují do větších, dekonsolidační sklady mají pak funkci opačnou.

Pojistná funkce vyrovnává náhodné výkyvy poptávky, na které systém není schopen reagovat.

Spekulativní zásoby vznikají v důsledku držení určitého produktu na skladě s úmyslem prodat ho později s větším ziskem. Příkladem těchto zásob je například ropa, kdy prodejci čekají, až se ceny vyšplhají na vyšší částky před tím, než ji začnou prodávat.

Technologické zásoby jsou u produktů, které potřebují na nějaký čas uskladnit při stálých podmínkách, aby došlo k jejich zušlechtnění a bylo je tedy možné odeslat k zákazníkovi. Jsou to například kvasné procesy u piva a vína nebo zrání různých druhů sýrů.

### **3.1. Požadavky na sklad nebezpečného zboží**

Nebezpečné zboží může mít spoustu nežádoucích účinků na své okolí, a proto jsou na jeho uskladnění kladeny vysoké nároky především v oblasti bezpečnosti. Sklad (skladovací místo) těchto látek musí být uzamčen, viditelně označen a vybaven:

- na vstupu (budovy) značkami výstrahy, jež odpovídají všem nebezpečnostem, které se ve skladu nacházejí (pokud nepostačují značky umístěné na jednotlivých obalech nebo nádobách ve skladu);
- upozorněním, že se jedná o sklad nebezpečných chemických látek;
- značkou zákazu vstupu nepovolaným osobám;
- značkou zákaz kouření a vstupu s otevřeným ohněm;
- písemnými pravidly k nakládání podle zákona č. 258/2000 Sb.;
- přístupem k informacím z bezpečnostních listů skladovaných látek a směsí (forma přístupu je na zaměstnavateli);
- pokyny pro případ úniku látek z obalů nebo havárie;
- ochrannými pracovními pomůckami pro běžné nakládání i pro případ havárie;
- pokud je to vyžadováno podle povahy skladovaných látek, zařízením pro výplach očí, (popřípadě bezpečnostní sprchou).

Každé skladovací místo by také mělo mít dobrou ventilaci vzduchu a osvětlení a taktéž by se mělo vyvarovat výkyvům teplot a přímému slunečnímu svitu. Neslučitelné látky musí být skladovány odděleně, přičemž minimální vzdálenost mezi nimi jsou tři metry. U každé chemikálie musí být dodržovány skladovací pokyny, které jsou uvedeny v 7. oddíle bezpečnostního listu dané nebezpečné látky. [19]

### **Skladovací třídy nebezpečných látek**

Skladování nebezpečných látek je legislativně velmi náročné. Pro zjednodušení lze využít německou normu TRGS 510. Tato norma vychází z dohody ADR, avšak k dodatečnému dělení využívá nástroj pro vyhodnocení rizika, zvaný riziková analýza. Rozdělení skladovacích tříd dle normy TRGS 510 je uvedeno v Tabulce 7.

Tabulka 7 Skladovací třídy dle normy TRGS 510, zdroj: [18]

<b>Skladovací třída</b>	<b>Název třídy</b>
1	Výbušné látky
2 A	Plyny
2 B	Aerosoly
3	Hořlavé kapaliny
4.1 A	Hořlavé tuhé látky (výbušné)
4.1 B	Hořlavé tuhé látky a znečlivěné látky
4.2	Látky podléhající samovolnému vznícení
4.3	Látky, které tvoří hořlavé plyny ve styku s vodou
5.1 A	Látky podporující hoření (silná oxidační činidla)
5.1 B	Oxidační látky
5.1 C	Látky podporující hoření (dusičnan amonný)
5.2	Organické peroxidy a samovolně reagující látky
6.1 A	Hořlavé akutně toxické látky
6.1 B	Nehořlavé akutně toxické látky
6.1 C	Hořlavé toxické nebo chronické látky
6.1 D	Nehořlavé toxické nebo chronické látky
6.2	Infekční látky
7	Radioaktivní látky
8 A	Hořlavé žíravé látky
8 B	Nehořlavé žíravé látky
10	Jiné hořlavé kapaliny
11	Jiné hořlavé tuhé látky
12	Další nehořlavé kapaliny
13	Další nehořlavé tuhé látky

## Omezující podmínky

Norma TRGS 510 určuje slučitelnost a neslučitelnost skladování nebezpečných tříd na jedné skladovací ploše. Některé třídy lze společně skladovat neomezeně, naopak jiné spolu být skladovány nesmí. Dále existují třídy, které spolu skladovat lze, ale pouze v případě splnění omezujících podmínek.

Omezujících podmínek je celkem sedm a pojednávají o dodatečném posouzení rizika či o množstevním omezení.

Podmínka 1 udává nutnost dalšího posouzení rizik dle speciálních norem pro skladování tříd 1, 4.1 A, 5.1 C, 5.2, 7.

Podmínka 2 omezuje množství. Udává, že na jednom místě může být skladováno pouze 50 plných tlakových lahví, z nichž ne více jak 25 smí obsahovat hořlavé, oxidující nebo akutně toxické plyny. Skladovací místnosti by od sebe měly být odděleny dva metry vysokou zdí z nehořlavých materiálů. Vzdálenost mezi zdí a hořlavými materiály musí být alespoň pět metrů.

Podmínka 3 omezuje množství tlakových nádob. Na jednom místě smí být skladováno až 150 tlakových lahví, které obsahují hořlavé, oxidující nebo akutně toxické plyny. Taktéž smí být společně skladováno pouze 15 tlakových lahví s akutně toxickým a toxickým plynem. Skladování inertních plynů s ostatními plyny je poté množstvím neomezeno.

Podmínka 4 povoluje smíšené skladování pouze za dodržení požárního zabezpečení skladu při určitém množství dané látky. Požární zabezpečení při daných hmotnostech nebezpečných látek jsou uvedeny v Tabulkách 8 a 9.

*Tabulka 8 Nároky na sklady pro společné skladování tříd 3, 5.1 B, 6.1 A, 6.1 B, zdroj: [18]*

<b>Celkové množství</b>	<b>Omezení</b>
Do 1 tuny	Bez omezení
Do 20 tun	Pouze s automatickým hasicím zařízením

Skladování třídy 4.1 B s třídou 6.1 A má specifitější nároky, které jsou uvedeny v Tabulce 9.

*Tabulka 9 Nároky na sklady pro společné skladování tříd 4.1 B s 6.1 A, zdroj: [18]*

<b>Celkové množství</b>	<b>Omezení</b>
Do 10 tun	Bez omezení
Do 20 tun	Pouze s automatickým požárním hlásičem
Do 50 tun	Pouze s automatickým požárním hlásičem a hasiči, kteří dokáží dorazit do 10 minut
Do 100 tun	Pouze s automatickým hasicím zařízením

Podmínka 5 říká, že látky, které přispívají svými vlastnostmi k rychlému šíření ohně (jako je například papír, dřevo, vlna nebo sláma) nesmí být skladovány ve společných prostorách s danými třídami nebezpečných látek. Tato podmínka se konkrétně týká třídy hořlavých kapalin, hořlavých a nehořlavých akutně toxických látek a jiných hořlavých tuhých látek.

Podmínka 6 uvádí, že různé skladované látky mohou být skladovány pouze společně nebo společně s jinými materiály za předpokladu, že to nepovede k podstatnému zvýšení rizika požáru či vznícení.

Podmínka 7 se týká pouze oxidujících látek. Udává množství omezení těchto látek, a to do výše jedné tuny. Pokud je skladováno více, jak jedna tuna je třeba postupovat dle podmínky 1.

Důležitým parametrem pro tuto bakalářskou práci bude předpoklad, že veškeré uskladněné suroviny splňují podmínky TRGS 510. Dodržení tohoto předpokladu zajistí, že bude možné sloučit více tříd a díky tomu vytvořit méně skladovacích ploch.

### 3.2. Bezpečné skladování vybraných komodit

Každá nebezpečná komodita má svůj bezpečnostní list, který poskytuje komplexní informace o identifikaci látky, pokyny k manipulaci s danou látkou, podmínky pro skladování či ekologické a právní informace o dané látce.

#### Vybrané komodity

K řešení problematiky oddělených skladovacích ploch je nutné vědět, jak správně a bezpečně dané komodity uskladnit. V Tabulce 10 je uvedeno 15 položek a jejich třída nebezpečnosti, se kterými se bude v dalších kapitolách dále pracovat.

Tabulka 10 Vybrané komodity ke skladování, zdroj: [autor]

Komodita	Třída nebezpečnosti
Pyrotechnika tř. 1.3G	1
Propan – Butan	2
Kyslík	2
Methanol	3
Síra	4.1
Sulfid draselný	4.2
Sodík	4.3
Peroxid vodíku	5.1
Cyklohaxanonperoxid	5.2
Kyanid draselný	6.1
Infekční odpad	6.2
Vyhořelé jaderné palivo	7
Oxid vápenatý	8
Kyselina sírová	8
Lithiové baterie	9



## **Pyrotechnika tř. 1.3G**

Pro bezpečné skladování pyrotechnických látek platí, že musí být skladovány v původních obalech od výrobce nebo dovozce. Musí být uchovávány v suchu a teplota místnosti by neměla přesáhnout 40 °C. Při skladování by měly být zajištěny proti samovolnému pádu a jejich neúmyslné iniciaci nebo zážehu. Na prodejní ploše je možné skladování maximálně 80 kg čisté hmotnosti výbušných látek. V příručním skladě provozovny je poté možno skladovat až 750 kg, dle dále specifikovaných podmínek. [20]

Pyrotechnika se jak v ADR, tak i v TRGS 510 řadí do skladovací třídy výbušných látek. Tato třída se vyznačuje neslučitelností s jinou třídou, tudíž musí být skladována samostatně.

## **Propan – Butan**

Propan – butan musí být skladován v dobře větraných skladech s maximální skladovací teplotou 50 °C. Musí být dodržovány veškeré předpisy pro skladování a manipulaci s tlakovými lahvemi. Lahve by měly být skladovány ve vertikální poloze a také by měly být řádně zajištěny proti pádu. Důležité je také provádění pravidelných kontrol, aby se předešlo úniku plynu či korozi nádob. [21]

Propan – butan se řadí mezi plyny spadající do skladovací třídy 2 A. Tato třída smí být společně skladována se skupinami 5.1 C, 8 A, 10, 11, 12 a 13.

## **Kyslík**

Podobně jako u propan – butanu, u kyslíku platí stejné předpisy pro skladování a manipulaci s tlakovými lahvemi. Stejná je taktéž i maximální skladovací teplota, která by neměla přesáhnout hranici 50 °C. Nádoby s plynným kyslíkem by neměly být skladovány v místech, kde hrozí nebezpečí požáru a musí se nacházet mimo dosah hořlavých materiálů. Pozor by se také měl dát na korozi tlakových nádob.[22]

Jelikož kyslík spadá do stejné skladovací třídy jako výše zmiňovaný propan – butan, má tudíž i stejné skladovací omezení, tedy smí být společně skladován se skupinami 5.1 C, 8 A, 10, 11, 12 a 13.

## **Methanol**

Při skladování methanolu je nutné klást důraz především na dobré odvětrávání místnosti, jelikož jeho výpary jsou pro člověka nebezpečné (mohou způsobit bolesti hlavy a závratě). Látka by měla být skladována mimo dosah zdrojů zapálení a měla by být

provedena preventivní opatření proti výbojům statické elektřiny, při kterých hrozí nebezpečí výbuchu. Ideální skladovací teplota methanolu by se měla pohybovat mezi 15 a 25 °C. [23]

Na rozdíl od dvou předešlých tříd, má třída hořlavých kapalin nižší nároky na skladování, a tudíž na jedné ploše může být skladována s větším množstvím jiných tříd. Třídy, se kterými bezpodmínečně nesmí být skladována, jsou veškeré skupiny čtvrté a páté třídy, vyjímaje 5.1 B, se kterou za jistých podmínek skladována být může. V případě společného uskladnění se třídou 5.1 B nesmí být umístěny na stejnou skladovací plochu třídy 6.1 B, 6.2 a 7.

## **Síra**

U skladování síry musí být zamezeno jejímu prášení v místnosti, ve které je látka uložena. Musí být zajištěna dobrá ventilace, aby nedocházelo k usazování prachu. Místnost by také měla být suchá, přičemž ideální teplota se pohybuje okolo 15–25 °C. Při práci s touto látkou by měl být kladen důraz i na řádnou hygienu. [24]

Síra spadá do třídy 4.1 B mezi hořlavé tuhé látky a znečlivěné látky. Tato třída má poměrně benevolentní podmínky ke skladování a může být na jedné ploše s mnohými třídami. Bezpodmínečně nesmí být skladována pouze s třídami 5.1 A a C, 6.1 B, 6.2 a 7.

## **Sulfid draselný**

Draselná sůl kyseliny sirovodíkové, sulfid draselný se skladuje v těsně uzavřených obalech, na suchých, chladných, dobře větraných místech bez přímého svitu slunečního záření. Mezi paletami, na kterých je sulfid draselný uložen by měla být ponechána dostatečná vzduchová mezera. [25]

Sulfid draselný se řadí do třídy nebezpečných látek 4.2 neboli látky podléhající samovolnému vznícení. Tato třída se nesmí objevit na jednom skladovacím místě společně s třídami 1, 2 A, 2 B, 3, 4.1 A, s žádnou ze tříd 5, 6.1 A, 6.1 B a obligátně se třídami 6.2 a 7.

## **Sodík**

Jako zástupce třídy 4.3 neboli látek, které ve styku s vodou vyvíjejí hořlavé plyny, byl vybrán sodík. Látky, které do této třídy spadají by neměli přijít do kontaktu s vodou. Konkrétně sodík by měl být skladován na suchém, dobře větraném místě v parafínovém oleji. Zacházení s obalem, ve kterém je sodík uložen by mělo být vždy opatrné, a obal by měl být vždy důkladně uzavřen. Doporučená skladovací teplota je opět v rozmezí 15 – 25°C. [26]

Sodík se nesmí objevit na jedné skladovací ploše společně s třídami 1, 2 A, 2 B, 3, 4.1 A, s žádnou ze tříd 5, 6.1 A, 6.1 B a v neposlední řadě s třídami 6.2 a 7.

## **Peroxid vodíku**

Peroxid vodíku by měl být uložen na čistém, suchém místě, které je dobře větráno, aby bylo zabráněno tvorbě par a plynů. Nádoba, ve které je uložen peroxid vodíku by měla být z vhodného materiálu jako je například hliník, nerezová ocel či polyethylen. Skladovací teplota by neměla přesáhnout 30 °C. Jelikož se látka rozkládá pod vlivem zvýšené teploty, u rozkladu v uzavřené nádobě hrozí riziko výbuchu. [27]

U skladovací třídy 5.1 B, Oxidační látky, do které spadá Peroxid vodíku, je nutné zajistit oddělené skladování od tříd 1, 2 A, 2 B, 4.1 A, 4.2, 4.3, 6.2 a 7.

## **Cyklohexanonperoxid**

Nádoba, ve které je uložen cyklohexanonperoxid by měla být z kompatibilního materiálu. Mezi takové se řadí například nerezová ocel, polyethylen nebo sklo. Nevhodné materiály jsou naopak hliník, měď nebo guma. Prostory, ve kterých je cyklohexanonperoxid uložen by měly být chladné, dobře větrané a suché. Maximální teplota by neměla přesáhnout 25 °C. [28]

Organické peroxidy a samovolně reagující látky, mezi které cyklohexanon peroxid patří, nesmí být skladovány společně se třídami 1, 2 A, 2 B, 3, 4.2, 4.3, 5.1 A, 5.1 C a poté s žádnou ze tříd 6, 7 a 8.

## **Kyanid draselný**

Kyanid draselný by měl být uchováván v originálním balení. Nádoba by neměla být z hliníku, zinku, cínu či jiného kovu, jelikož kyanidy za přítomnosti vody a kyslíku s kovy reagují. Sklad, ve kterém je kyanid uložen by měl být suchý a dobře větraný. Vstup by měl být povolen pouze kvalifikovaným a oprávněným osobám. [29]

Kyanid draselný patří do třídy 6.1 B mezi nehořlavé akutně toxické látky. Tato třída dle německé normy TRGS 510 nesmí být skladována společně s třídami 1, 2 A, 3, s žádnou z tříd 4 a ze třídy 5 může být skladována pouze s 5.1 B. Dále nesmí být v blízkosti infekčních a radioaktivních látek.

## **Infekční odpad**

Infekční odpad se ukládá již na místě vzniku do označených, oddělených, krytých, uzavíratelných, nepropustných a mechanicky odolných obalů, které jsou spalitelné bez nutnosti další manipulace s odpadem. Po vložení odpadu do těchto speciálních obalů se již dále nesmí překládat či dodatečně třídít. Skladování infekčního odpadu je možné po dobu jednoho měsíce, a to při teplotách maximálně 8 °C. [30]

Při skladování infekčních látek je nutno dát pozor na nekompatibilitu uskladnění s jinými třídami. Infekční látky musí být skladovány odděleně od všech ostatních nebezpečných tříd.

## **Vyhořelé jaderné palivo**

Vyhořelé jaderné palivo se nejdříve uskladňuje v takzvaném meziskladě. Na tomto místě může být skladováno po dobu 10 až 50 let před jeho konečným uložením do konečného hlubinného úložiště. Existují dva typy meziskladů vyhořelého jaderného paliva. Prvním a starším typem jsou mokré mezisklady. U této metody je odpad uložen ve speciálních kontejnerech, které jsou uloženy pod hladinou vody ve skladovacím bazénu. To zajišťuje dostatečné chlazení a ochranu před ionizujícím zářením. Druhým a modernějším, jednodušším a spolehlivějším typem uskladnění jsou suché mezisklady. V suchých meziskladech jsou speciální litinové kontejnery uloženy na vzduchu, který sám o sobě zajišťuje dostatečné chlazení. [31]

Radioaktivní látky, mezi které se řadí i vyhořelé jaderné palivo jsou třídou, která má společně se třídou infekčních a výbušných látek nejvyšší omezení pro skladování a nesmí být uskladněny společně s žádnou jinou třídou nebezpečnosti.

## **Oxid vápenatý**

U skladování oxidu vápenatého je třeba dbát především na sucho ve vnitřních prostorech. Je zapotřebí, aby bylo zabráněno jakémukoli kontaktu se vzdušnou vlhkostí. Oxid vápenatý by taktéž neměl být skladován poblíž většího množství papíru, slámy, sloučenin dusíku či kyselin. Pro uskladnění by neměly být používány nádoby z hliníku, protože v případě kontaktu s vodou by došlo k neřízené reakci. [32]

Nehořlavé žíravé látky, mezi které oxid vápenatý patří, nesmějí být skladovány společně pouze se třídami 1, 2 A, 5.1 A, 5.2, 6.2 a 7.

## **Kyselina sírová**

Kyselina sírová by měla být uskladněna na suchém, dobře větraném místě, do kterého by měli mít vstup pouze oprávněné osoby. Doporučená skladovací teplota se pohybuje mezi 15 °C a 25 °C. Obaly, ve kterých je kyselina uložena, by měly být těsně uzavřené a neměly by být tvořeny z kovů. [33]

Kyselina sírová patří do stejné skladovací třídy 8 B jako oxid vápenatý. To znamená, že má i stejná skladovací omezení.

## **Lithiové baterie**

Pro uskladnění lithiových baterií je třeba zajistit suchý, dobře větraný prostor. Baterie by neměly být uložena na přímém slunečním svitu. Při teplotě vyšší než 70 °C hrozí únik elektrolytu a prasknutí baterie. Také by měly být uloženy v originálním balení, aby bylo sníženo riziko prasknutí a požáru, přičemž by měl být zachován dostatečný odstup mezi bateriemi a stěnou. [34]

Norma TRGS 510 rozděluje devátou třídu ADR do čtyř tříd očíslovaných 10 až 13. Konkrétně na jiné hořlavé kapaliny, jiné hořlavé tuhé látky, další nehořlavé kapaliny a další nehořlavé tuhé látky. Lithiové baterie se řadí do jedenácté třídy jiné hořlavé tuhé látky. Tato třída nesmí být skladována v blízkosti tříd 1, 5.1 A, 6.2 a 7.

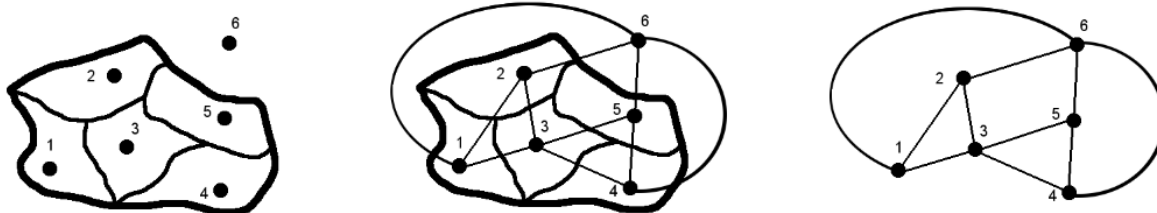
## 4. Barvení grafů

Čtvrtá kapitola se věnuje vysvětlení, vzniku dané problematiky, definici, významu a použití chromatického čísla grafu a využití problematiky barvení grafů v praxi. Dále je věnována speciálnímu druhu barvení – defektivnímu barvení grafů.

### Úvod do problematiky a problém čtyř barev

Vrcholové barvení grafu  $G = (V, H)$  definujeme jako ohodnocení vrcholů hodnotami z množiny  $B$  (barvami), kde žádné dva sousední vrcholy nejsou ohodnoceny stejnou hodnotou (barvou).

Problematika barvení grafů vznikla z důvodu barvení politických map a jejich následného tisku. V mapách byl každý sousední stát zbarven jinou barvou a cílem bylo minimalizovat počet barev pro tisk.



Obrázek 14 Tvorba grafového modelu, zdroj: [autor]

Na Obrázku 14 je znázorněna schématická ukázka převodu libovolné mapy na graf. Prvním krokem je nahrazení každé oblasti vrcholem. Dalším krokem je propojení hranou oblastí, které spolu v původní mapě hraničí. Výsledkem tohoto postupu je graf reprezentující původní mapu.

Problém čtyř barev, klade otázku, zdali je možné zbarvit libovolnou politickou mapu pouze čtyřmi barvami. První zmínka o tomto problému se datuje již do první poloviny 19. století. Problematikou se zabýval, Francis Guthrie, žák slavného britského matematika a logika Augusta de Morgana. Vytvořil hypotézu, že není zapotřebí více než čtyř barev k obarvení mapy, která je celistvá a všechny oblasti jsou propojené tak, že žádná oblast neexistuje ve dvou nebo více nesousedících částech. [35]

Trvalo více než sto let, než byla Guthrieova hypotéza matematicky prokázána. Až roku 1976 dvojice matematiků z Univerzity Illinois úspěšně vyřešila problém čtyř barev. Jejich práce zabrala 1200 hodin strojového času, je rozsáhlá na 56 stran textu a má 112 stran obrázkové dokumentace. Z důvodu přílišné komplikovanosti není jejich důkaz částí matematické komunity jednoznačně přijímán. Důkaz byl zpřesněn v roce 1996 týmem čtyř matematiků: Robertson, Sanders, Seymour a Thomas, ti taktéž spoléhali na počítačový kód k dokončení

svého důkazu. V roce 2010, Steinberger nabídl další variaci důkazu čtyř barev. Dodnes však neexistuje zcela uspokojivá odpověď o pravdivosti teorému 4 barev. [35]

## Chromatické číslo grafu

Chromatické číslo grafu udává minimální počet barev, který je potřebný k zabarvení daného grafu. Chromatické číslo grafu  $G$  se obecně značí symbolem  $\chi(G)$ .

Barvení grafů a určování chromatického čísla spadá do NP – těžkých problémů. Pro určité typy grafů chromatické číslo nabývá vždy stejných hodnot. Chromatická čísla vybraných grafů jsou uvedena v Tabulce 11.

Tabulka 11 Chromatická čísla vybraných grafů, zdroj: [36]

Typ grafu	$\chi(G)$ nebo jeho odhad
Diskrétní graf	1
Bipartitní graf	2
Graf typu strom s počtem vrcholů větší než 1	2
Graf obsahující jako podgraf kružnici se sudým počtem vrcholů	2
Graf obsahující jako podgraf kružnici s lichým počtem vrcholů	$\geq 3$
Rovinný graf	$\leq 4$
Úplný neorientovaný graf	$n^*$

\*symbol  $n$  reprezentuje počet vrcholů v grafu

## Využití barvení grafů v praxi

Ačkoli úloha vznikla na podnět tiskařů v předminulém století, tak i dnes má široké uplatnění v praxi.

Jedno z nich může být například přiřazování rádiových frekvencí. Problémem u rádiových vysílačů je jejich vzájemné rušení. Z tohoto důvodu musí mít vysílače, které se nacházejí v blízkém prostoru (jsou v dosahu) jinou frekvenci. Tuto úlohu lze vyjádřit pomocí grafu, kde každý vysílač bude reprezentován vrcholem. Pokud jsou vysílače navzájem v dosahu, pak vrcholy, které je reprezentují, budou propojeny hranou. Takto vytvořený graf je vstupem pro aplikaci libovolného algoritmu barvení grafů. Chromatické číslo by zde reprezentovalo minimální počet frekvencí. [37]

Uplatnění problematiky grafů lze také nalézt ve školství, kde může být nápomocna při rozvržení volitelných předmětů. Tato úloha má za úkol najít minimální počet bloků v rozvrhu,

keré škola musí vytvořit, aby každý student mohl navštěvovat vybrané předměty. V této úloze budou vrcholy reprezentovat dané volitelné předměty. Hrany budou existovat právě mezi tou dvojicí vrcholů, kde alespoň jeden student má zapsané oba předměty. Chromatické číslo bude v tomto případě reprezentovat minimální počet potřebných bloků k vypsání, aby nedošlo ke kolizi mezi jednotlivými volitelnými předměty. [37]

Barvení grafů lze použít také v dopravě. Jednu z úloh vysvětluje [37] na fázování světelně řízené křižovatky. Problém této úlohy spočívá v křižování jednotlivých proudů a zabránění vzniku kolizních bodů. Množinu navzájem nekolizních proudů nazýváme fází, přičemž cílem úlohy je dosáhnout co nejmenšího počtu fází. Řešení pomocí barvení grafů lze nalézt po sestavení grafu  $G = (V, X)$ , kde vrcholy budou jednotlivé proudy, a hrana bude existovat mezi neuspořádanými dvojicemi kolizních proudů. Počet fází bude určovat chromatické číslo grafu.

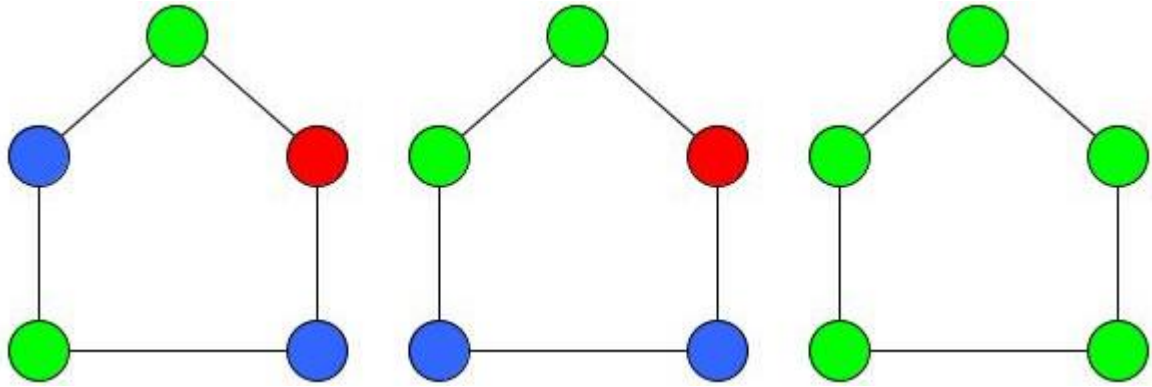
Další aplikaci můžeme najít například ve slučitelnosti a neslučitelnosti různých výrobků. Obecně se tato úloha nazývá „Problém nákupních tašek“. Předpokládáme, že některé výrobky nemohou být dány společně do stejné nákupní tašky. Problém se snaží najít minimální počet nákupních tašek, do kterých je nákup nutné vložit. Vrcholy reprezentují jednotlivé výrobky a hrany spojují právě tu dvojici vrcholů, které reprezentují navzájem neslučitelné výrobky. Chromatické číslo udává minimální počet tašek potřebných k přenosu nákupu. Tato úloha má spoustu variací, přičemž jedna z nich je právě tématem pro tuto bakalářskou práci. [37]

## Defektivní barvení grafů

Klasické barvení grafů spoléhá na odlišnou barevnost každé dvojice vrcholů, která je propojená hranou. Výsledný graf je poté  $k$ -barevný, kde existuje zabarvení  $k$  barvami. Defektivní barvení povoluje, aby dvojice vrcholů měly do jisté míry stejnou barvu. Výsledkem defektivního barvení je poté takzvaný  $G(k, d)$  – barevný graf. Kde  $k \geq 1, k \in \mathbb{Z}$  a značí počet použitých barev. Prvek  $d$  vyjadřuje pro každý vrchol nejvyšší počet sousedů se stejnou barvou a nabývá hodnot  $d \geq 0, d \in \mathbb{Z}$ . [38]

Obdobně jako u klasického barvení grafů, tak i u defektivního barvení je hledán minimální počet barev  $k$ , pro které je graf  $G(k, d)$  – zabarvitelný. Hledaný počet barev je reprezentován defektním chromatickým číslem, které se značí  $\chi_d(G)$ . [38]





Obrázek 15  $(k, d)$  - zabarvené grafy s  $d = 0, 1, 2$ , zdroj: [autor]

Na Obrázku 15 jsou znázorněny ukázky defektivního barvení grafu s pěti vrcholy. Na prvním grafu je  $G(k, 0)$  – zabarvený graf, kde je použité klasické barvení grafů. Druhý graf, který je již  $G(k, 1)$  – zabarvený, využívá defektivního barvení. Ačkoli je povoleno, aby každý vrchol měl právě jeden sousedící vrchol zabarven stejnou barvou, tak graf typu kružnice o pěti vrcholech musí využít stejného počtu barev jako graf předchozí. Poslední graf je  $G(k, 2)$  – zabarvený, každý vrchol má právě dva sousedy a  $d = 2$ , graf je zabarven pouze jednou barvou.

Využití defektivního barvení grafů můžeme nalézt například u rekonstrukce stanic metra, kde chceme minimalizovat čas rekonstrukce a její vliv na omezení dopravy. V tomto případě by prvek  $d$  vyjadřoval maximální počet sousedících stanic, které mohou být uzavřeny zároveň. [39]

## 5. Optimalizační metody pro řešení úlohy

V této kapitole jsou vysvětleny vybrané přístupy vhodné pro řešení úloh barvení grafů. Je zde vysvětlen rozdíl mezi heuristickou, exaktní a metaheuristickou metodou a u každé metody je představen vybraný algoritmus, který lze použít pro zabarvení grafu.

### 5.1. Heuristické metody

Barvení grafů spadá mezi NP – těžké úlohy, a proto výpočty úloh s větším počtem vrcholů jsou problematické. Mnoho algoritmů, které jsou v praxi využívány, funguje na bázi heuristiky. Heuristika je metoda, u které nejsme schopni prokázat, že nalezený výsledek je optimální. Výhodou těchto algoritmů jsou především jednoduchost a dosažení výsledků v rozumném čase.

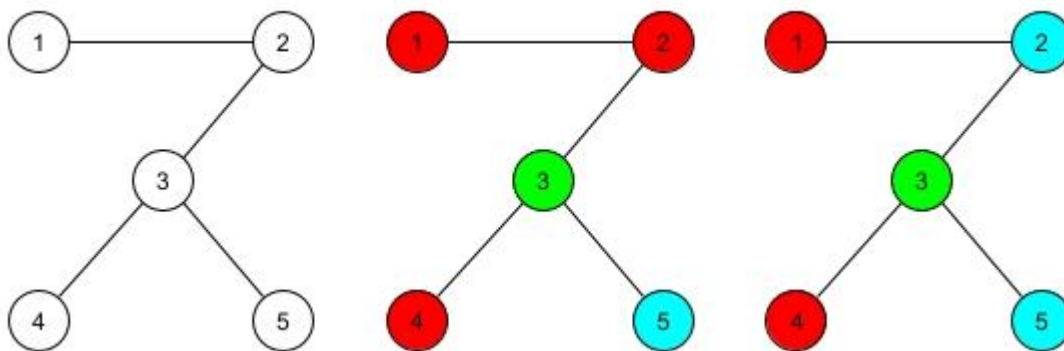
Heuristických algoritmů je celá řada, mezi nejjednodušší a nejvíce používané se řadí například algoritmus náhodného barvení, sekvenční algoritmus, barvení pomocí nezávislých množin nebo slepování vrcholů.

#### Náhodné barvení

Náhodné barvení vrcholů grafů je nejjednodušší algoritmus, který lze použít. Jeho jednoduchost však zapříčiňuje nepřesnost výsledků, která u grafů s minimálním počtem vrcholů nemusí být znatelná. U grafů větších rozměrů se tento algoritmus stává velice nepřesným, a proto i nepoužitelným. Algoritmus funguje na principu náhodného barvení grafu  $G = (V, X)$  s následujícími 3 kroky:

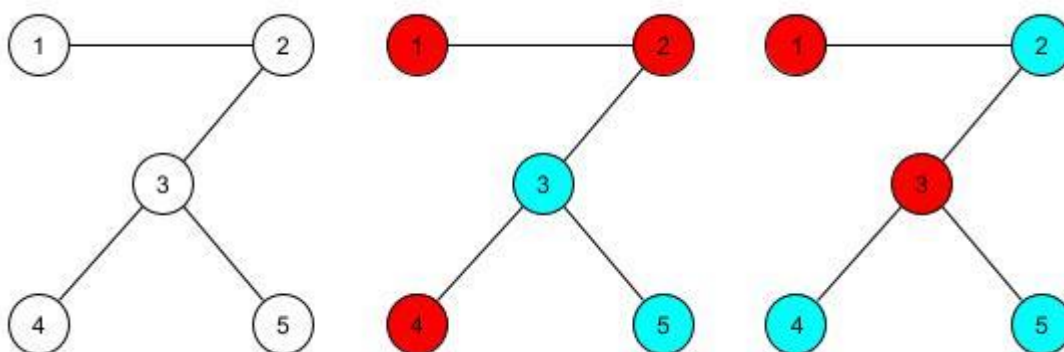
- Krok 1. Zabarvěte každý vrchol v grafu náhodnou barvou.
- Krok 2. Pokud je každá dvojice sousedních vrcholů zabarvena různými barvami, algoritmus končí a vrací současnou barevnou úpravu grafu jako řešení.
- Krok 3. Pokud jakékoliv dva sousedící vrcholy mají stejnou barvu, zvolte pro jeden z nich novou náhodnou barvu a vraťte se ke kroku 2.

Ukázka náhodného barvení je znázorněna na Obrázku 16.



Obrázek 16 Ukázka náhodného barvení, zdroj: [autor]

Je patrné, že zabarvení není optimální a daný graf by se dal zabarvit pouhými dvěma barvami. Zabarvení grafu minimálním počtem barev je znázorněno na Obrázku 17.



Obrázek 17 Ukázka náhodného barvení – minimální počet barev, zdroj: [autor]

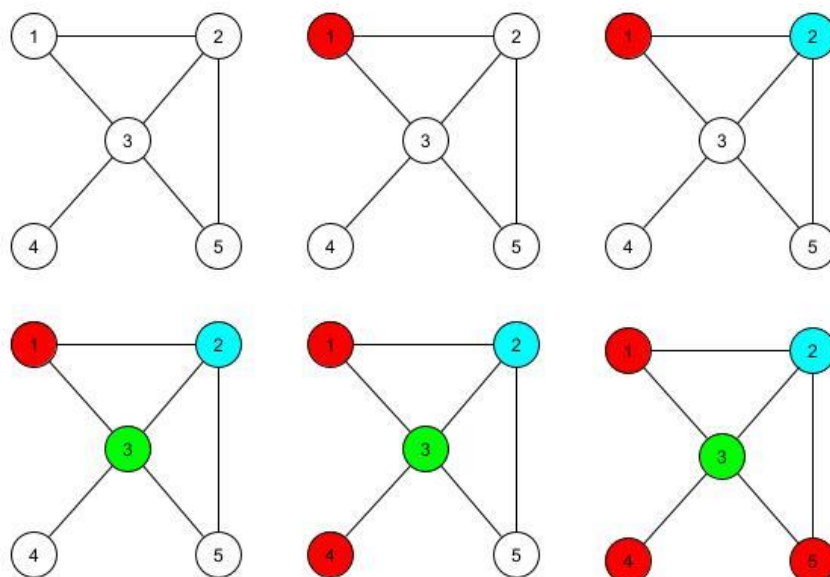
## Sekvenční algoritmus

Sekvenční algoritmus známý také jako greedy neboli žravý algoritmus je další ze základních heuristických metod pro vrcholové barvení grafů. Tento algoritmus prochází již v předem daném pořadí neboli sekvenčně všechny vrcholy grafu  $G = (V, X)$ , kterým přiřazuje z množiny barev nejmenší možnou barvu ke správnému zabarvení grafu. Každým vrcholem algoritmus prochází právě jednou, a tudíž jednou zabarvený vrchol již nemůže být přebarven. Tento algoritmus popisuje [37] následovně:

- Krok 1. Necht'  $P = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  je libovolná posloupnost vrcholů grafu  $G = (V, X)$ , kde  $|V| = n$ .
- Krok 2. Postupně pro každé  $i = 1, 2, \dots, n$ . zabarvěte vrchol  $v_i$  barvou nejmenšího čísla (každá barva je reprezentována jedním číslem) tak, aby žádný ze zabarvených sousedů vrcholu  $v_i$  nebyl zabarvený stejnou barvou.

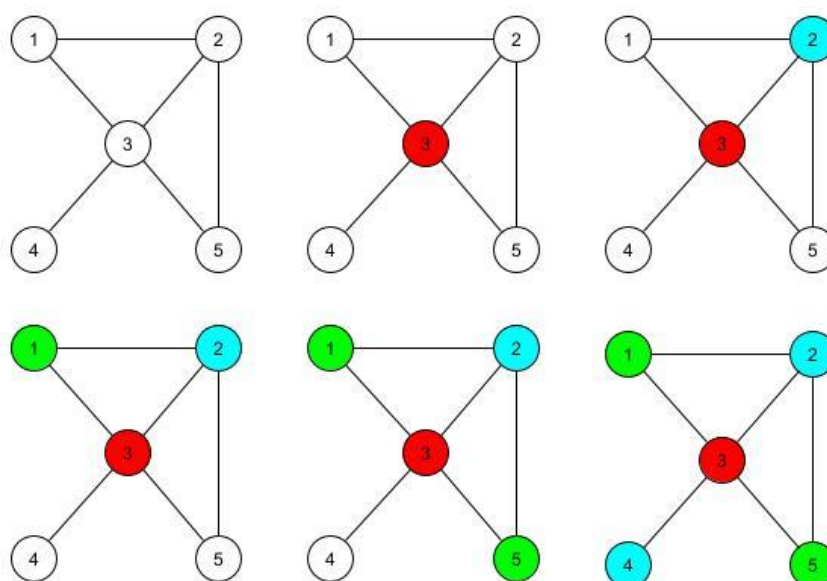
Pro zpřesnění výsledků můžeme algoritmus upravit a na místo libovolné posloupnosti vrcholů v Kroku 1, seřadíme vrcholy dle jejich stupně sestupně. Docílíme tím, že vrcholy s nejvyšším stupněm budou zabarveny jako první. Právě tyto vrcholy jsou nejsložitější pro zabarvení. Touto úpravou se přiblížíme optimálnímu zabarvení. Tato metoda se nazývá LDF – Largest Degree First.

Názorná ukázka sekvenčního algoritmu s libovolně zvolenou posloupností vrcholů je uvedena na Obrázku 18.



Obrázek 18 Ukázka sekvenčního algoritmu, zdroj: [autor]

Sekvenční algoritmus metodou Largest Degree First je poté uveden na Obrázku 19.



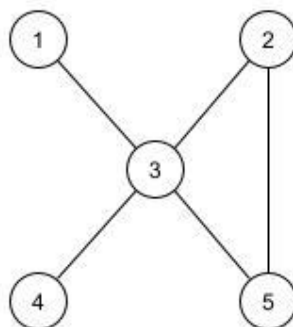
Obrázek 19 Ukázka sekvenčního algoritmu LDF, zdroj: [autor]

## Barvení grafů pomocí nezávislých množin

Barvení grafů pomocí nezávislých množin je další metodou pro zabarvení grafu. Jak již název napovídá je založena na konceptu nezávislých množin grafu. Nezávislá množina grafu je množina vrcholů, kde žádné dva vrcholy nejsou spojeny hranou. To znamená, že v jedné nezávislé množině jsou pouze vrcholy, které mohou být zabarveny stejnou barvou. Algoritmus pro hledání největší nezávislé množiny je popsán následovně: [40]

- Krok 1. Vytvořte prázdnou množinu  $X$ .
- Krok 2. Vytvořte množinu  $Y$ , do které jsou vloženy veškeré vrcholy grafu  $G$
- Krok 3. Vyberte libovolný vrchol z množiny  $Y$  a přidejte ho do množiny  $X$ .
- Krok 4. Z množiny  $Y$  odstraňte vybraný vrchol a veškeré s ním sousedící vrcholy.
- Krok 5. Opakujte kroky 3 a 4, dokud není množina  $Y$  prázdná.

Po vložení všech vrcholů do jednotlivých množin stačí pouze přiřadit množinám rozdílnou barvu. Pro ukázkou mějme graf s pěti vrcholy, který je znázorněn na Obrázku 20.



Obrázek 20 Výchozí graf k ukázkce barvení grafu pomocí množin, zdroj: [autor]

Krok 1 – 5

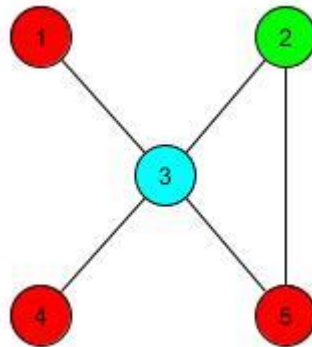
- $X \in \{ \}$        $Y \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $X \in \{1\}$        $Y \in \{2, 4, 5\}$
- $X \in \{1, 4\}$        $Y \in \{2, 5\}$
- $X \in \{1, 4, 5\}$        $Y \in \{ \}$

Stejný postup opakujeme pro ostatní vrcholy, které ještě v žádné množině zařazeny nejsou. Pro zpřehlednění pojmenujeme prázdnou množinu  $X$  a množinu  $Y$  nově písmeny  $P, Q$  respektive  $R, S$ .

- $P \in \{ \}$        $Q \in \{2, 3\}$
- $P \in \{2\}$        $Q \in \{ \}$

- $R \in \{\}$        $S \in \{3\}$
- $R \in \{3\}$        $S \in \{\}$

Nyní máme tři nezávislé množiny  $X \in \{1, 4, 5\}$ ,  $P \in \{2\}$ ,  $R \in \{3\}$ , kterým již stačí pouze přiřadit barvu. Výsledné zbarvení grafu je uvedeno na Obrázku 21.



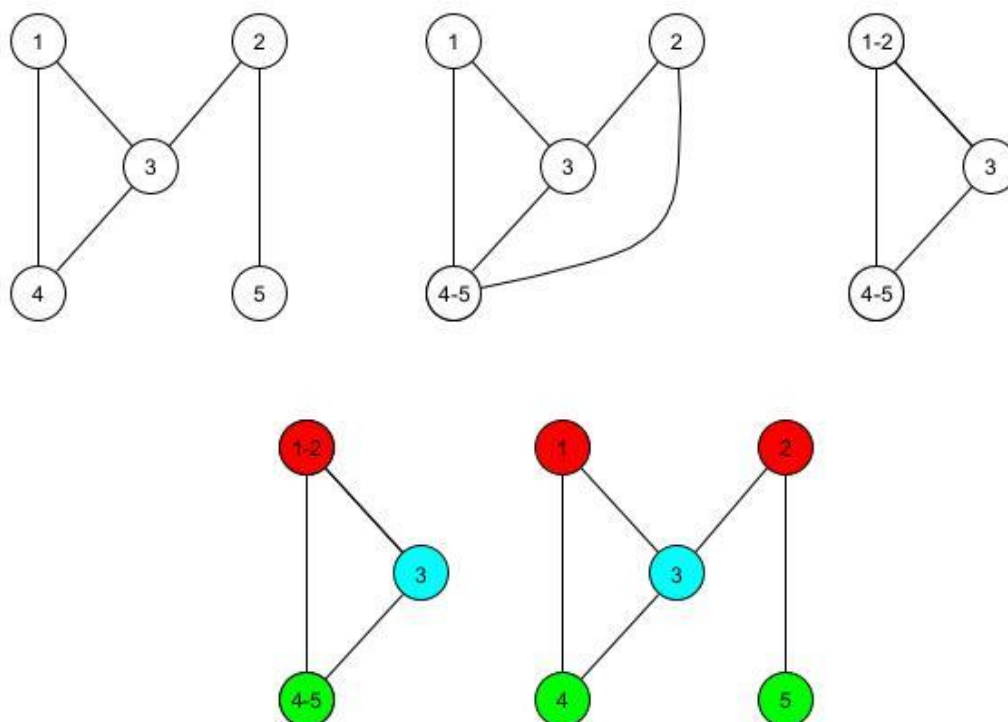
Obrázek 21 Zabarvený graf pomocí nezávislých množin, zdroj: [autor]

## Barvení grafu slepováním vrcholů

Dalším heuristickým algoritmem je barvení grafu slepováním vrcholů. Tento algoritmus pracuje tak, že postupně spojuje dva vrcholy, které spolu nesousedí do jednoho nového, přičemž hrany, které existovali u obou předchozích vrcholů, incidují i s nově vzniklým vrcholem. Tudíž se snažíme výchozí graf zredukovat na graf úplný pro menší počet vrcholů původního grafu. Úplný neorientovaný graf můžeme obarvit právě tolika barvami, kolik má graf vrcholů. [40]

- Krok 1. Pokud graf není úplný redukovaný, vyber dva nezávislé vrcholy  $v_i, v_j$
- Krok 2. Vrcholy  $v_i, v_j$  nahraď novým vrcholem  $v$ , který spoj se všemi vrcholy grafu  $G$ , se kterými byly spojeny vrcholy  $v_i, v_j$
- Krok 3. Opakuj kroky 1 a 2 dokud nevznikne úplný redukovaný graf
- Krok 4. Zabarvi jednotlivé vrcholy úplného grafu
- Krok 5. Zabarvi vrcholy původního grafu stejnou barvou jako je barva vrcholu, do kterého byly slepeny

Na Obrázku 22 je uvedena ukázka algoritmu barvení grafu slepováním vrcholů.



Obrázek 22 Barvení grafu slepováním vrcholů, zdroj: [autor]

## R – algoritmus pro zabarvení grafů

R – algoritmus pro zabarvení grafů, který bude později využit v bakalářské práci, byl publikován roku 2018 [41] v článku s názvem New Algorithm for Chromatic Number of Graphs and their Applications. V tomto článku je představen takzvaný  $R$  – coloring algorithm jako exaktní. Při zpracování bakalářské práce se ukázalo, že algoritmus exaktní není a jedná se o heuristiku. Tento algoritmus pracuje s maticí sousednosti, kterou transformuje na matici  $RB$  neboli  $R$  – barevnou matici. Po všech úpravách se v  $R$  – barvené matici na hlavní diagonále objeví zabarvení jednotlivých vrcholů. Nejvyšší číslo na hlavní diagonále reprezentuje chromatické číslo grafu.

Algoritmus má následující kroky: [41]

Nechť  $G = (V, X)$  je graf s  $n$  vrcholy  $v_1, \dots, v_n$

Krok 1. Vytvořte matici sousednosti

$$A(G) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{pokud } \{v_i, v_j\} \notin X \\ 1 & \text{pokud } \{v_i, v_j\} \in X \end{cases}$$

Krok 2. Vytvořte R – barevnou matici

$$RB(G) = \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1j}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2j}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1}^* & a_{i2}^* & \cdots & a_{ij}^* \end{bmatrix}$$

Krok 3. Vyplnění barvicí matice

- První řádek

$a_{11}^* = 1$ . To zajistí, že vrchol  $v_1$  bude zbarven barvou 1 ( $c = 1$ ).

$$a_{12}^* = \begin{cases} 0 & \text{pokud } a_{12} = 0 \\ 2 & \text{pokud } a_{12} = 1 \end{cases}$$

$$a_{13}^* = \begin{cases} 0 & \text{pokud } a_{13} = 0 \\ 2 & \text{pokud } a_{31} = a_{12} = 1 \wedge a_{32} = 0 \\ 3 & \text{pokud } a_{31} = a_{12} = a_{32} = 1 \end{cases}$$

- Obecné určení hodnot prvků v 1. řádku  $a_{1q}^*$

$$a_{1q}^* = \begin{cases} 0 & \text{pokud spolu vrcholy nesousedí } (a_{1j} = 0) \\ \min\{c\} & \text{pokud existují barvy, které byly již použity v barvicí matici,} \\ & \text{ale ne u všech zbarvených sousedních vrcholů zkoumaného vrcholu} \\ c & \text{použijeme novou barvu, pokud všechny zbarvené sousední} \\ & \text{vrcholy v barvicí matici zbarveny všemi doposud použitými barvami} \end{cases}$$

- Analogicky probíhá určení hodnot prvků  $a_{kq}^*$  v  $k$  řádcích
- Sloupce

Vyplňte hodnoty prvků pro každý sloupec  $q$ , jehož hodnota v  $k$  – tém řádku je nenulová ( $a_{ij}^* \neq 0$ ). Nenulová hodnota reprezentuje použitou barvu  $c$ .



Sloupce  $q$  vyplňte tak, že na pozicích v matici sousednosti, kde spolu vrcholy sousedí (prvek s hodnotou 1) píšeme použitou barvu  $c$ . Použitou barvu  $c$  vyplňujte i na hlavní diagonále. Každá hodnota prvku na hlavní diagonále barvicí matice  $a_{ij}^*$ ,  $i = j$  reprezentuje použitou barvu  $c$  pro vrchol  $v_i$ . Ostatní nulové hodnoty prvků z matice sousednosti opisujeme do barvicí matice.

Největší číslo na hlavní diagonále barvicí matice je chromatické číslo grafu  $G$  a jednotlivé prvky  $a_{ii}^*$  v této matici jsou barvy vrcholů  $v_i$  grafu  $G$ .

[41] postupuje nejdříve přiřazením barev v celém řádku a až poté doplní veškeré nenulové sloupce. Pro ulehčení a zpřehlednění však lze aplikovat i postup, kde při přiřazení barvy v řádku, automaticky doplníme barvu i do celého příslušného sloupce. To zajistí jednodušší kontrolu a přiřazení barvy následujícímu vrcholu.

## 5.2. Exaktní metody

Exaktní algoritmy jsou takové algoritmy, které naleznou optimální řešení daného problému. K exaktním algoritmům se řadí například algoritmus založený na backtrackingu, který nalezne všechna přípustná zabarvení a z nich vybere optimální řešení. Další exaktním vhodným přístupem je matematický lineární model pro barvení grafů.

### Algoritmus založený na backtrackingu

Algoritmus založený na backtrakingu je v češtině, také znám pod názvem algoritmus založený na zpětném odrazu. Je jedním z exaktních algoritmů, kterým lze řešit vrcholové barvení grafu. Algoritmus postupně prochází vrcholy a přiřazuje jim barvu, pokud se objeví konflikt neboli přiřazení stejné barvy dvěma sousedícím vrcholům, algoritmus se vrátí do posledního navštíveného vrcholu a pokusí se přiřadit jinou barvu. Pokud se nepodaří najít platné zabarvení ani pro poslední procházený vrchol, algoritmus se vrátí zpět o další vrchol a pokusí se přiřadit jinou barvu. Prohledávání prostoru barev pro každý vrchol v grafu může být poměrně náročné, obzvláště pro grafy s větším množstvím vrcholů.

Algoritmus založený na backtrackingu je již oproti předešlým heuristickým algoritmům náročnější a má také více kroků. [36]

- Vrcholy očíslováme  $1, 2, \dots, n$
- Zabarvení je posloupnost barev (čísel)
- Pro každý vrchol  $x$  definujeme:
  - $V(x)$  ... množina sousedů  $x$
  - $P(x) = V(x) \cap \{1, 2, \dots, x - 1\}$

- Proměnné:
  - *Barva* ... nejlepší dosud nalezené zabarvení (vektor délky  $n$ )
  - $B$  ... aktuální (rozpracované) částečné zabarvení (vektor délky  $n$ )
  - *Omez* ... číslo barvy, kterou se už snažíme nepoužít (tj. počet barev v proměnné *Barva*)

Kroky algoritmu jsou následující:

Krok 1. Inicializace

- $x := 1$
- $B(x) := 1$
- $Omez := n + 1$

Krok 2. Postup vpřed

- $x := x + 1$
- $x > n \Rightarrow$  Krok 3.
- $B(x) := \min \{\text{všechny barvy, nepoužité v } P(x)\}$
- Pokud  $B(x) \geq Omez$ 
  - $y := x$
  - Krok 4.
- Krok 2.

Krok 3. Graf je Zabarven

- Pro všechny vrcholy:  $Barva(x) := B(x)$
- $Omez := \max(Barva)$
- $y :=$  první vrchol, který má barvu  $Omez$
- Krok 4.

Krok 4. Návrat: pokus o snížení barvy ve vrcholu  $y$

- $x :=$  poslední vrchol z  $P(y)$

Krok 5. Pokračování v návratu

- Je-li  $x = 1 \Rightarrow$  Konec
- $B := \min \{\text{barvy větší než } B(x), \text{ kterými není obarvený žádný vrchol z } P(x)\}$
- Pokud  $b < Omez$  a zároveň  $b \leq x$ , pak
  - $B(x) := b$
  - Krok 2.
- Jinak
  - $X := x - 1$
  - Krok 5.

Názorná ukázka je uvedena v následujícím výpočtu a na Obrázku 23.

$$P_5 = \{1, 2\}$$

$$P_6 = \{2, 3\}$$

$$P_7 = \{4, 3\}$$

$$P_8 = \{1, 4\}$$

$$P_9 = \{2, 8\}$$

$$P_{10} = \{3, 5\}$$

$$P_{11} = \{4, 6, 9\}$$

$$P_{12} = \{1, 7, 10\}$$

$$B = \{\}$$

$$\text{Barva} = \{\}$$

$$\text{Omez} = 13$$

$$B = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4\}$$

$$\text{Barva} = \{\}$$

$$\text{Omez} = 13$$

$$B = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 4\}$$

$$\text{Barva} = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4\}$$

$$\text{Omez} = 4$$

$$B = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 2\}$$

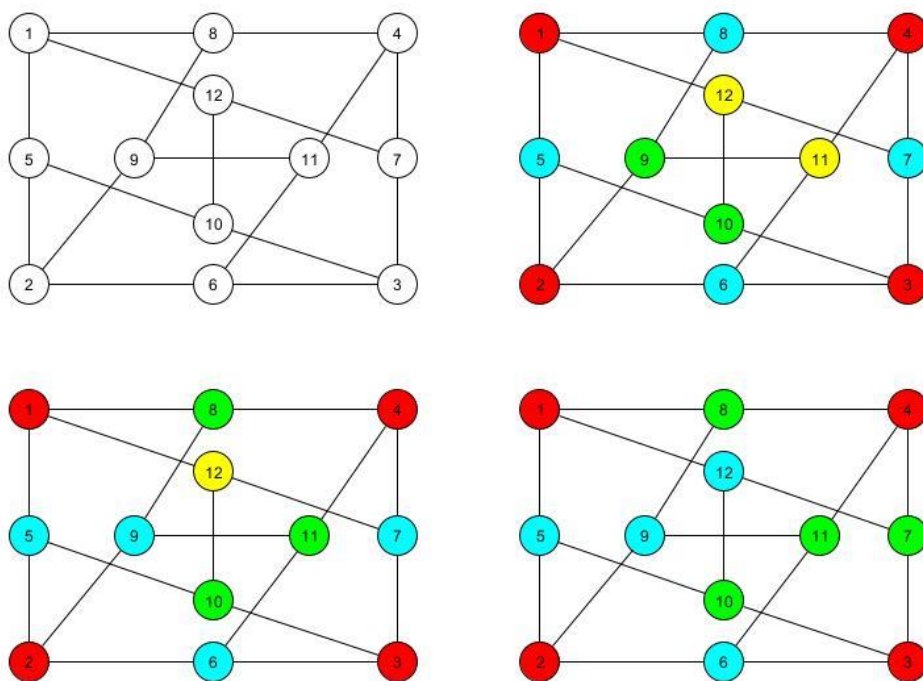
$$\text{Barva} = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 4\}$$

$$\text{Omez} = 4$$

$$B = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 2\}$$

$$\text{Barva} = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 2\}$$

$$\text{Omez} = 3$$



Obrázek 23 Barvení grafů pomocí algoritmu založeného na backtrackingu, zdroj: [autor]

## Matematický lineární model

Další z přístupů úlohy barvení grafů, který zaručuje nalezení optimálního řešení je celočíselné lineární programování. Lineární programování je matematická metoda pro řešení optimalizačních problémů, kdy je nutné najít maximální nebo minimální hodnotu lineární kombinace proměnných, přičemž proměnné jsou omezeny lineárními podmínkami. [42]

Účelová funkce:

$$\min y \tag{1}$$

za podmínek:

$$\sum_{c \in C} x_{ic} = 1 \quad i \in V \tag{2}$$

$$x_{ic} + x_{jc} \leq 1 \quad c \in C, i \in V, i \neq j, a_{ij} = 1 \tag{3}$$

$$c \cdot x_{ic} \leq y \quad c \in C, i \in V \tag{4}$$

$$x_{ic} \in \{0,1\} \quad c \in C, i \in V \tag{5}$$

$$y \geq 0 \tag{6}$$

Výraz (1) představuje účelovou funkci modelu, přičemž proměnná  $y$  představuje počet barev použitých při barvení grafu a její hodnota je minimalizována.

Skupina omezujících podmínek (2) je první omezující podmínka, která zajišťuje, že každý vrchol  $i \in V$  je zbarven právě jednou barvou. V této podmínce proměnná  $x_{ic}$  reprezentuje rozhodnutí, zda  $i$ -tý vrchol z množiny vrcholů  $V$  bude obarven  $c$ -tou barvou z množiny barev  $C$  ( $x_{ic} = 1$ ) či nikoliv ( $x_{ic} = 0$ ).

Skupina omezujících podmínek (3) představuje podmínky zabezpečující, aby dva sousední vrcholy  $i$  a  $j$  byly zbarveny různými barvami. Zda jsou vrcholy sousední, či nikoliv se určí z incidenční matice. Pokud prvek incidenční matice  $a_{ij} = 1$ , vrcholy jsou sousední, pokud  $a_{ij} = 0$ , vrcholy sousední nejsou.

Skupina omezujících podmínek (4) reprezentuje podmínky zabezpečující, aby při barvení byly použity barvy nejnižších hodnot.

Skupina omezujících podmínek (5) a (6) definuje obligatorní podmínky modelu

### 5.3. Metaheuristické metody

Vzhledem ke složitosti a náročnosti exaktních algoritmů, u grafů s více než 100 vrcholy se častěji používají heuristické metody. Metaheuristika je algoritmický rámec na vyšší úrovni oproti klasické heuristice. Výhodou těchto metod je oproštění se od lokálního extrému v účelové funkci za účelem nalezení extrému globálního. Toto klasické heuristické metody neumožňují. Metaheuristiky využívají jevy z fyziky či biologie, příkladem jsou Genetické algoritmy. Ty pracují na principu evoluce, kde silnější jedinci mají větší šanci na přežití. Mezi další metaheuristické metody také patří Tabu Search, Simulované žíhání či Mravenčí kolonie. [43]

Jedna z metaheuristických metod využitelná k zbarvení grafů se nazývá TABUCOL, ten využívá principu Tabu Search. Algoritmus přiřazuje vrcholům konstantní počet barev, avšak není vždy zaručeno, že dojde ke správnému zbarvení, tedy že žádné dva sousedící vrcholy nebudou mít stejnou barvu. To znamená, že TABUCOL pracuje s řešeními, která nejsou vždy nutně přípustná. Každou další iterací algoritmus poté přebarvuje konfliktní vrcholy, přičemž si ukládá do paměti, kterými barvami byly již vrcholy zbarveny, to algoritmu pomáhá vyhnout se opakovaným řešením a ustrnutím v lokálním minimu. [44]

## 6. Formulace úlohy a aplikace R – algoritmu

Ve skladu je třeba uskladnit množinu nebezpečných látek. Z důvodu zajištění bezpečnosti ve skladu jsou pro každou nebezpečnou látku známy ty nebezpečné látky, se kterými nesmí být společně uskladněny na jedné ploše. Úkolem je uskladnit nebezpečné látky tak, aby byly dodrženy bezpečnostní pokyny a zároveň byl počet oddělených skladovacích ploch minimální.

Ve skladu je třeba uskladnit množinu nebezpečných látek  $I$ . Znázorníme situaci pomocí neorientovaného kolizního grafu  $G = (V, X, p)$ , kde každá nebezpečná látka  $i \in I$  je v grafu reprezentována vrcholem  $v_i \in V$ . Z důvodu zajištění bezpečnosti ve skladu jsou pro každou nebezpečnou látku  $i \in I$  známy ty nebezpečné látky  $j \in J$ , se kterými nesmí být společně uskladněny na jedné ploše. Pokud nebezpečná látka reprezentovaná vrcholem  $v_i \in V$  nesmí být uskladněna s nebezpečnou látkou reprezentovanou vrcholem  $v_j \in V$  pak jsou tyto dva vrcholy propojeny hranou  $h \in X$ . Úkolem je zabarvit kolizní graf tak, aby byly dodrženy bezpečnostní podmínky (žádné dva sousední vrcholy nebudou obarveny stejnou barvou) a určit horní odhad chromatického čísla grafu nebo jeho minimální hodnotu  $C$  (záleží na použité metodě). Barvy použité k zabarvení grafu reprezentují jednotlivé skladovací plochy (vrcholy, reprezentující nebezpečné látky, zabarvené stejnou barvou budou uskladněny společně). Chromatické číslo grafu reprezentuje horní odhad počtu oddělených skladovacích ploch, respektive minimální počet oddělených skladovacích ploch.

### 6.1. Vstupy – kolizní tabulka a kolizní graf

Pomocí bezpečnostních listů a normy TRGS 510 je vytvořena kolizní tabulka, ve které jsou přehledně a jednoduše znázorněny vztahy mezi jednotlivými nebezpečnými látkami. Červeně zabarvené pole reprezentuje situaci, kdy není nemožné skladovat nebezpečné látky na jedné společné ploše. Nebezpečné látky, které mohou být skladovány na jedné společné ploše, mají příslušné pole zabarvené zeleně. Výsledná kolizní tabulka je uvedena na Obrázku 24. Z kolizní tabulky lze vyčíst, že tři látky musí být uskladněny samostatně, a to konkrétně pyrotechnika, infekční odpad a vyhořelé jaderné palivo.

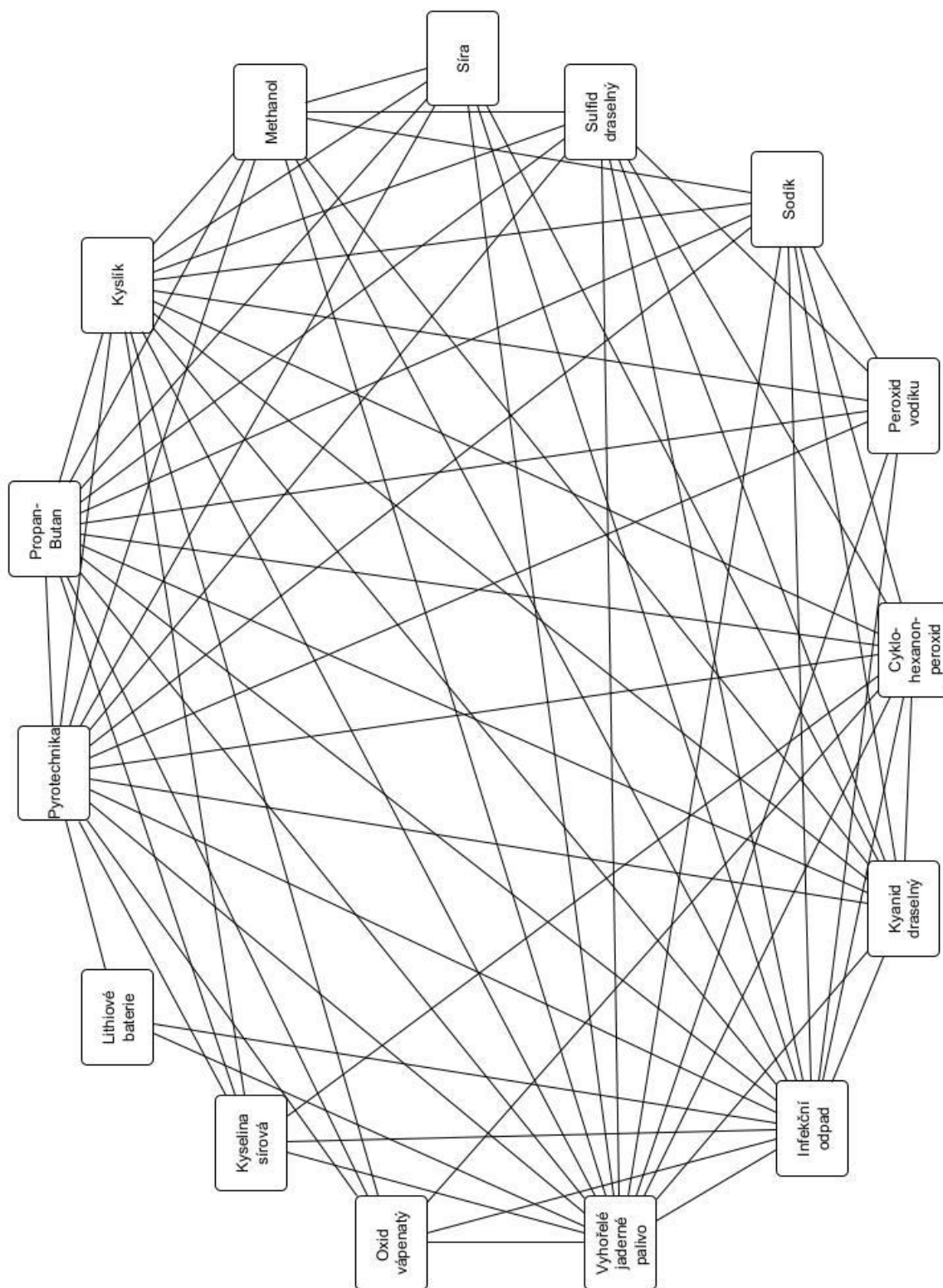
## Kolizní tabulka

	Lithiové baterie	Kyselina sírová	Oxid vápenatý	Vyhořelé jarderné palivo	Infekční odpad	Kyanid draselný	Cyklohexanon- peroxid	Peroxid vodíku	Sodík	Sulfid draselný	Síra	Methanol	Kyslík	Propan - Butan	Pyrotechnika
Pyrotechnika	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green
Propan - Butan	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green	
Kyslík	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green		
Methanol	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Red	Red	Red	Green			
Síra	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Green				
Sulfid draselný	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Green					
Sodík	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green						
Peroxid vodíku	Green	Green	Green	Red	Red	Green	Green	Green							
Cyklohexanon- peroxid	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green								
Kyanid draselný	Green	Green	Green	Red	Red	Green									
Infekční odpad	Red	Red	Red	Red	Green										
Vyhořelé jarderné palivo	Red	Red	Red	Green											
Oxid vápenatý	Green	Green	Green												
Kyselina sírová	Green	Green													
Lithiové baterie	Green														

Obrázek 24 Kolizní tabulka, zdroj: [autor]

## Kolizního grafu

V kolizním grafu bude každá látka reprezentována právě jedním vrcholem. Pokud je potřeba uskladnit 15 nebezpečných látek, výsledný graf bude obsahovat 15 vrcholů. Hrana mezi vrcholy bude existovat pouze v případě, pokud jsou dvě látky v kolizi, to znamená, že nesmí být skladovány na jedné společné ploše. Tento postup je poté aplikován na všechny vrcholy. Dle kolizní tabulky byly vytvořeny všechny hrany a výsledný graf je znázorněn na Obrázku 25.



Obrázek 25 Výsledný kollizní graf, zdroj: [autor]



## 6.2. Aplikace R – algoritmu

Prvním krokem  $R$  – algoritmu je tvorba matice sousednosti. V Tabulce 12 je uvedeno uspořádání vrcholů pro následnou tvorbu matice sousednosti. Matici sousednosti vyplňujeme následovně: existuje-li mezi dvěma vrcholy hrana, zapíšeme do matice na danou pozici číslo 1, v opačném případě zapíšeme 0. Po vytvoření matice sousednosti (Matice 1) je aplikován postup výpočtu  $R$  – algoritmu, uvedený v kapitole 5.1 (Matice 2 až 7).

Tabulka 12 Pořadí látek pro tvorbu matice sousednosti, zdroj: [autor]

Látka	Označení vrcholu
Oxid vápenatý	$v_1$
Kyselina sírová	$v_2$
Lithiové baterie	$v_3$
Propan – Butan	$v_4$
Kyslík	$v_5$
Methanol	$v_6$
Síra	$v_7$
Sulfid draselný	$v_8$
Sodík	$v_9$
Peroxid vodíku	$v_{10}$
Cyklohexanonperoxid	$v_{11}$
Kyanid draselný	$v_{12}$
Infekční odpad	$v_{13}$
Vyhořelé jaderné palivo	$v_{14}$
Pyrotechnika	$v_{15}$

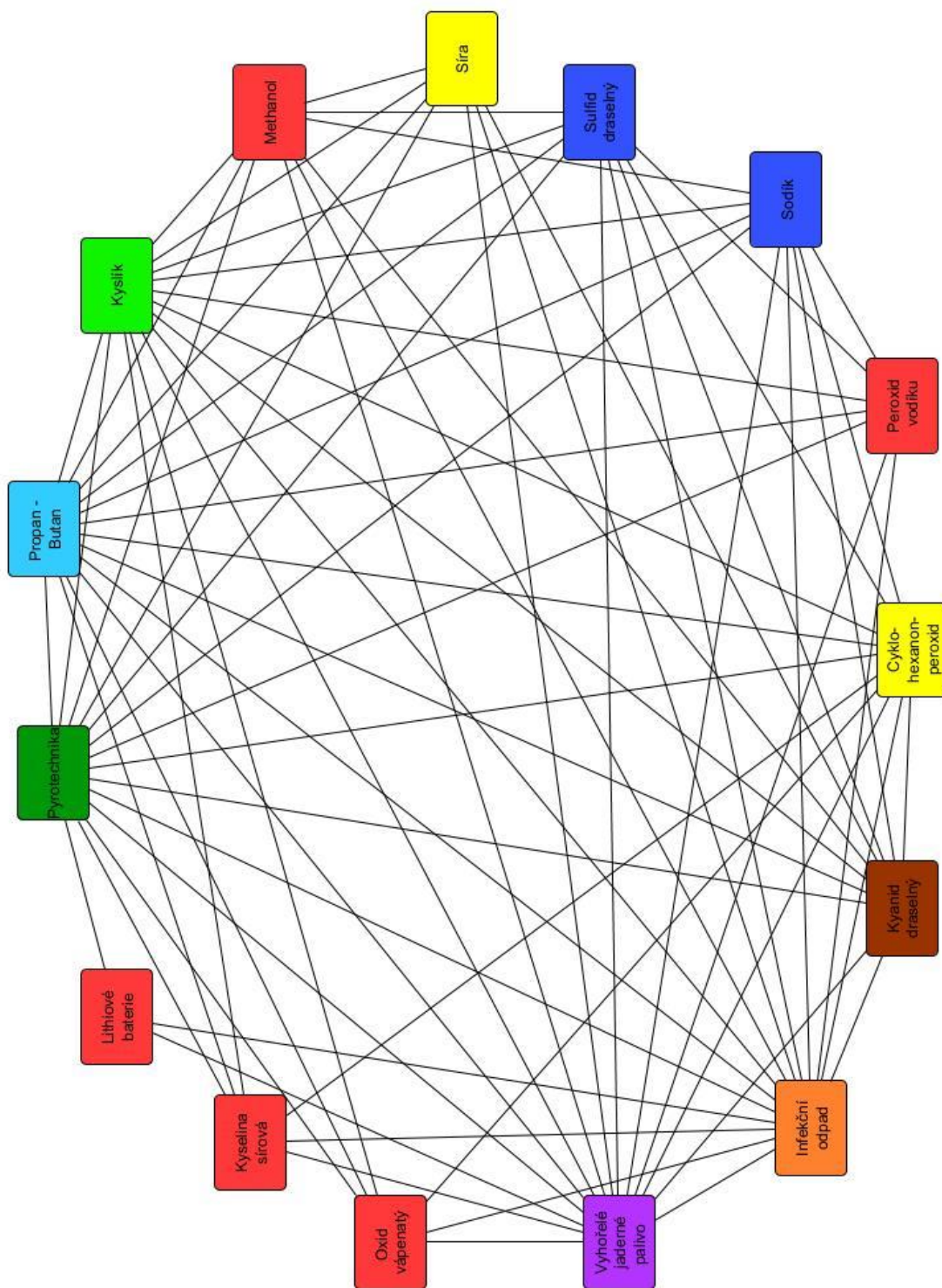
Matice 1 Matice sousednosti, zdroj: [autor]

$$A_a(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$





Ve výsledné barvicí matici (Matice 7), jsou na hlavní diagonále uvedeny jednotlivé barvy pro jednotlivé vrcholy. Maximální hodnota prvku na diagonále je chromatické číslo grafu. To určuje počet barev potřebných k zabarvení zadaného grafu. V tomto případě je potřeba devět barev. Bude třeba látky rozdělit na devět skladovacích míst. Výsledné zabarvení grafu je znázorněno na Obrázku 26.



Obrázek 26 Zabarvený graf pomocí R – algoritmu, zdroj: [autor]

[41] představuje R – algoritmus jako exaktní. Matematický lineární model, který byl poskytnut Ing. Karlem Ječmenem, však prokázal, že daný graf lze zabarvit pouhými osmi barvami a tím ušetřit jedno skladovací místo. Rozdílnost výsledků prokazuje, že algoritmus není exaktní, ale jedná se o algoritmus heuristický. V novém výpočtu (Matice 9 až 16) byla vytvořena nová matice sousednosti (Matice 8), ve které jsou dané látky uvedeny v jiném pořadí. Pořadí látek je uvedeno v Tabulce 13, přičemž funkční vztahy zůstávají zachovány. Hypotéza je taková, že záleží na pořadí vrcholů v matici sousednosti, ačkoli o tom ve [41] zmínky nejsou.

Tabulka 13 Jiné pořadí látek pro tvorbu matice sousednosti, zdroj: [autor]

Látka	Označení vrcholu
Methanol	$v_1$
Síra	$v_2$
Sulfid draselný	$v_3$
Sodík	$v_4$
Peroxid vodíku	$v_5$
Cyklohexanonperoxid	$v_6$
Kyanid draselný	$v_7$
Oxid vápenatý	$v_8$
Kyselina sírová	$v_9$
Lithiové baterie	$v_{10}$
Propan – Butan	$v_{11}$
Kyslík	$v_{12}$
Infekční odpad	$v_{13}$
Vyhořelé jaderné palivo	$v_{14}$
Pyrotechnika	$v_{15}$

Matice 8 Matice sousednosti, zdroj: [autor]

$$A_b(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$





Matice 15 Nelezení posledního nenulového prvku, zdroj: [autor]

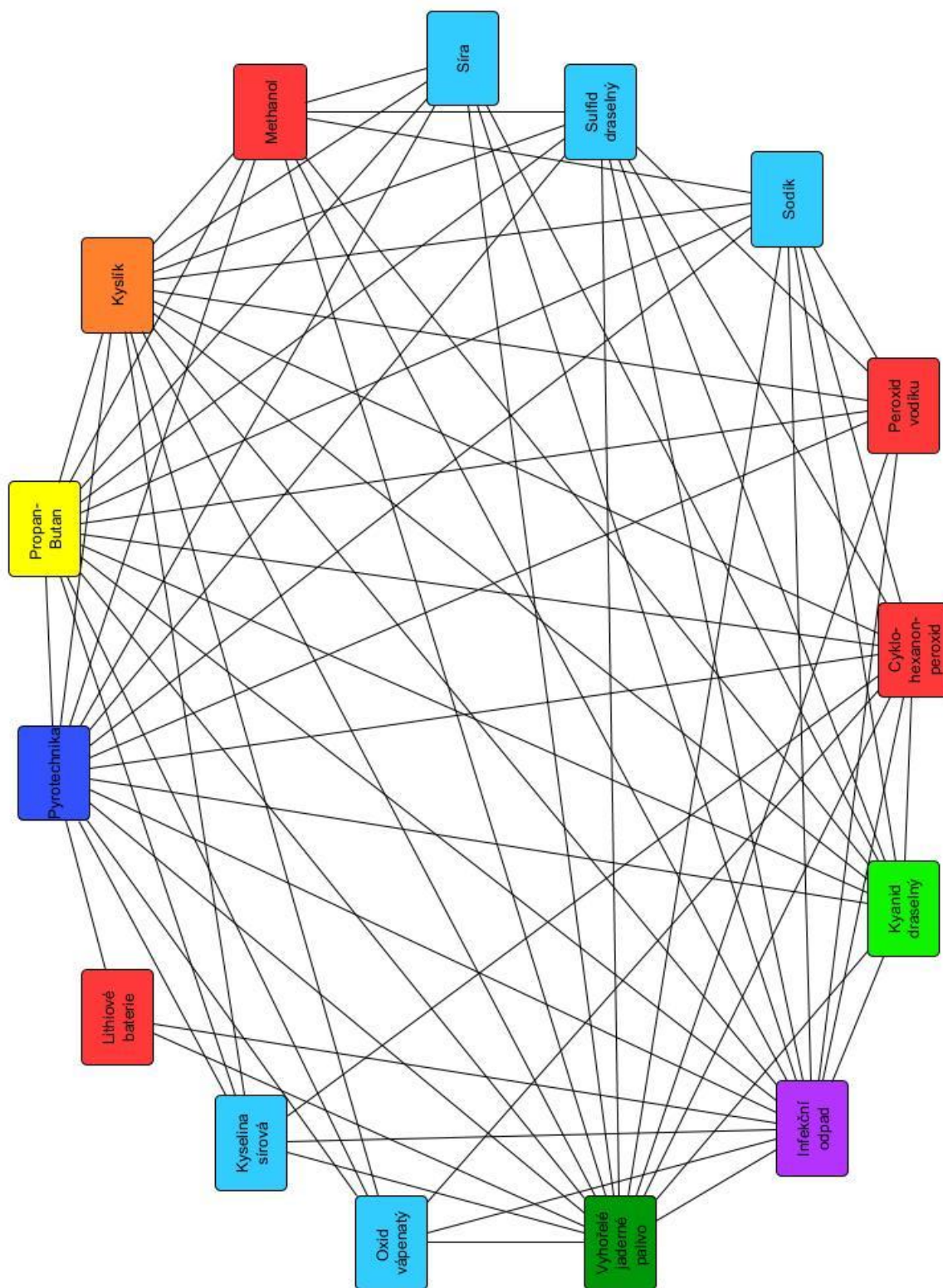
$$RB_b(G) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Matice 16 Výsledná barvicí matice, zdroj: [autor]

$$RB_b(G) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Po změnění pořadí vrcholů v matici sousednosti, již vyšlo chromatické číslo stejného grafu optimálních 8. Výsledné zbarvení grafu podle druhého výpočtu je znázorněno na Obrázku 27.

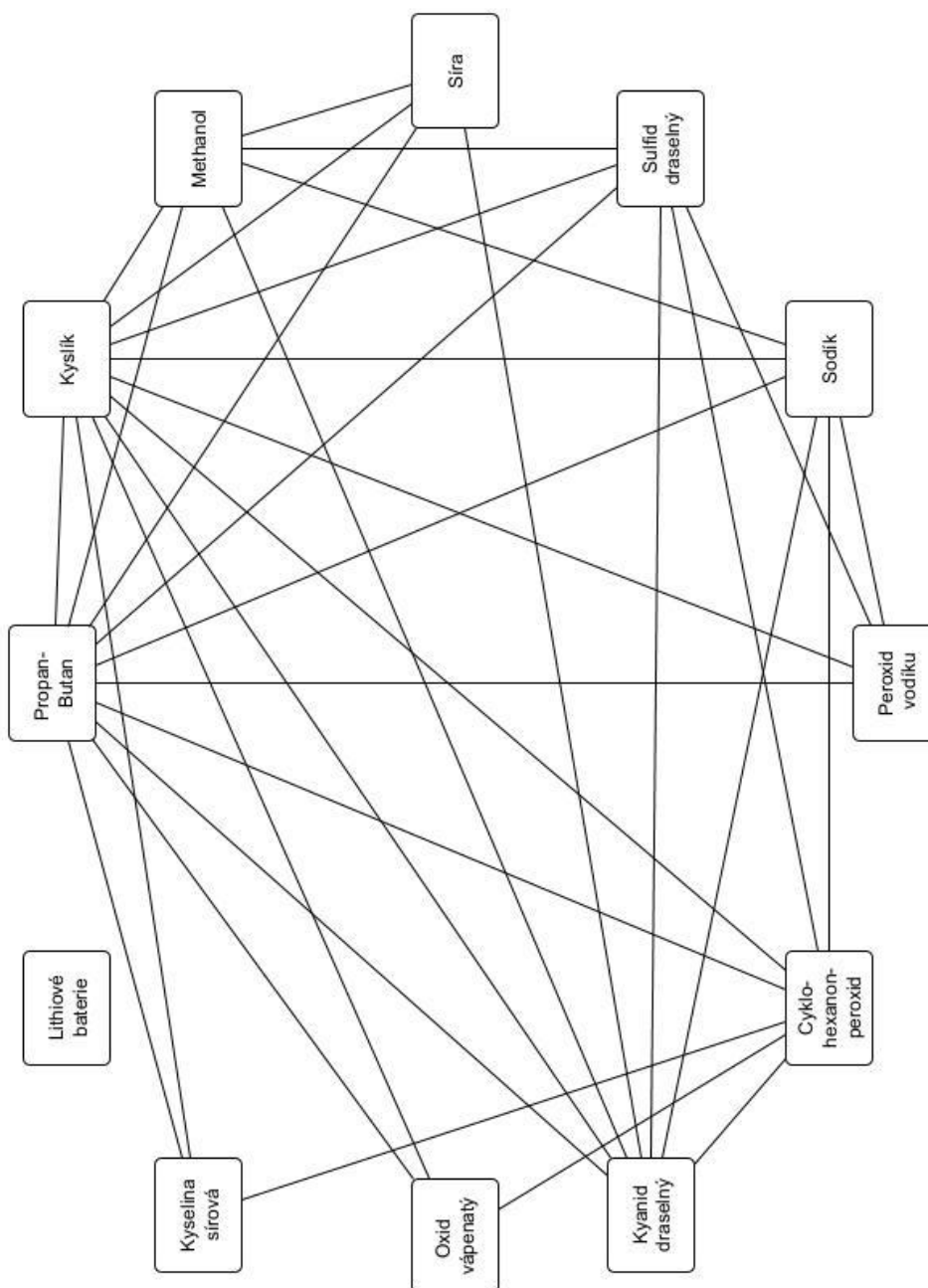




Obrázek 27 Zabarvený graf druhým výpočtem, zdroj: [autor]

### 6.3. Redukce vrcholů a zjednodušení výpočtu

Tři látky konkrétně pyrotechnika, infekční odpad a vyhořelé jaderné palivo musí být vždy skladovány samostatně, je proto možné tyto vrcholy z grafu vypustit. Tím by se graf zmenšil o 3 vrcholy a 42 hran, což by taktéž zmenšilo matici sousednosti a tím i urychlilo výpočet. V konečném výsledku pak bude třeba přičíst zpět tři oddělená skladovací místa právě pro tyto vynechané komodity. Výsledný zjednodušený graf je znázorněn na Obrázku 28. Z grafu je patrné, že lithiové baterie nesousedí s žádným jiným vrcholem, což značí, že mohou být skladovány se všemi ostatními látkami.



Obrázek 28 Graf zmenšený o 3 vrcholy, zdroj: [autor]



Matice 19 Vyplnění všech sloupců s nenulovými hodnotami v prvním řádku, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 0 & & 0 & & & & & & 0 & & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Matice 20 Vyplnění druhého řádku, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 0 & & 0 & & & & & & 0 & & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 3 & & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & & & & & 0 & & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Matice 21 Vyplnění pátého, šestého a desátého sloupce, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & 1 & 1 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 1 & 0 & & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 1 & & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & & 0 & & 0 & 0 & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & 1 & 1 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Matice 22 Vyplnění třetího řádku, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 1 & 1 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 1 & 0 & & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 1 & & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & & 0 & & 0 & 0 & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & & 2 & & 0 & 0 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & 1 & 1 & & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & & 2 & & 0 & 0 & & & 0 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

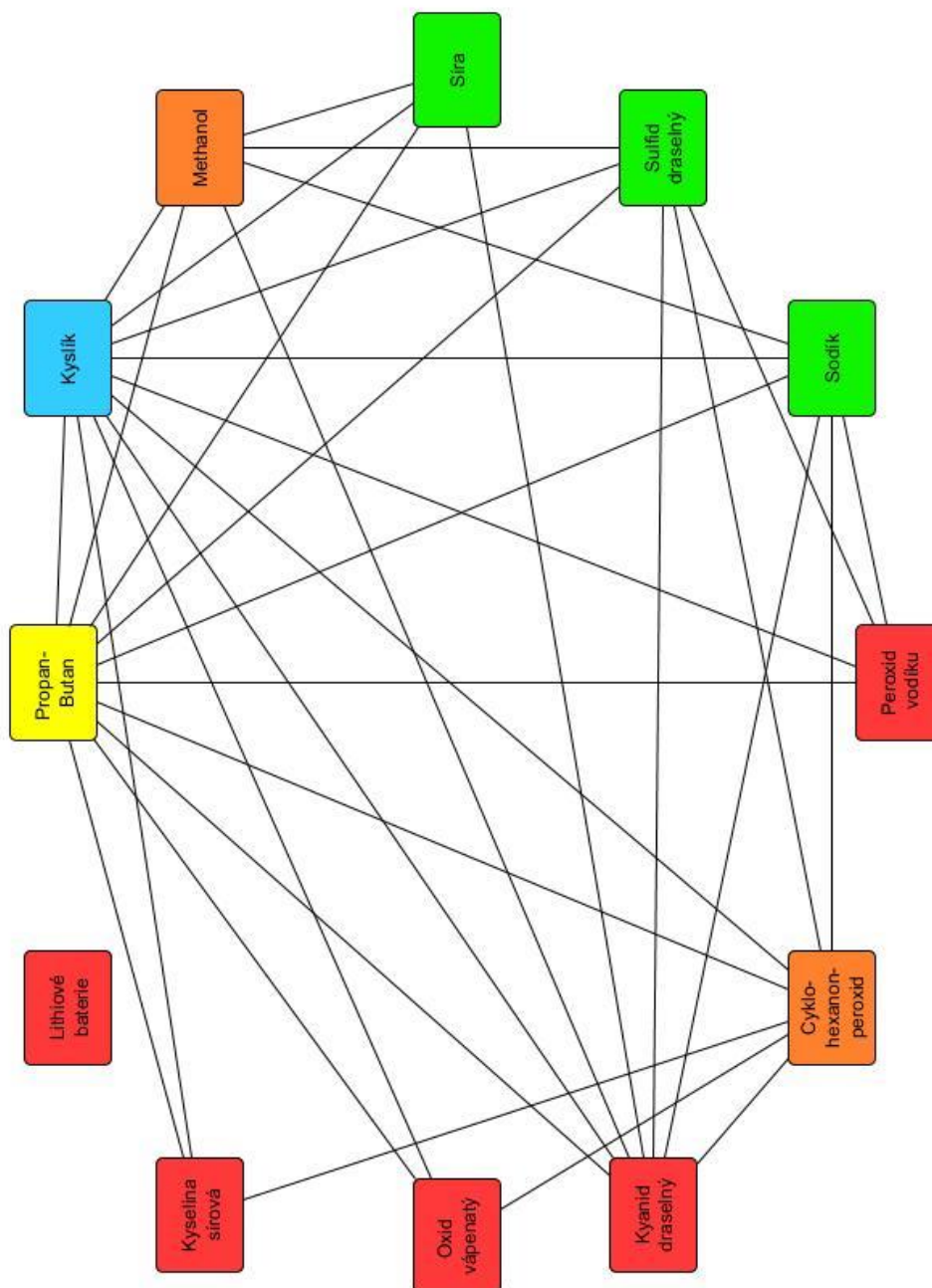
Matice 23 Vyplnění druhého, třetího a sedmého sloupce, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 1 & 1 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 1 & 1 & 5 & & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & & 0 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Matice 24 Výsledná barvicí matice, zdroj: [autor]

$$RB(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 1 & 1 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 3 & 0 & 0 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 1 & 1 & 5 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Chromatické číslo zmenšeného grafu vychází 5. To odpovídá výpočtům předchozího příkladu, kde optimum vyšlo 8. Výsledek je právě o 3 odebrané vrcholy menší. Výsledné zabarvení grafu je znázorněno na Obrázku 29.



Obrázek 29 Zabarvený zmenšený graf, zdroj: [autor]

## 7. Zhodnocení a interpretace výsledků

Celkem 15 vybraných nebezpečných látek lze bezpečně uskladnit na minimálně 8 oddělených skladovacích plochách. Ačkoli [41] o  $R$  – algoritmu píše jako o exaktním, v prvním výpočtu vyšel horní odhad chromatického čísla o 1 skladovací místo větší než optimum, které bylo nalezeno matematickým lineárním modelem. V druhém výpočtu, ve kterém bylo změněno pořadí vrcholů v matici sousednosti, vyšlo chromatické číslo stejného grafu již optimálních 8. Tím bylo ušetřeno právě 1 skladovací místo. Jelikož vyšel pro stejný graf dvakrát jiný výsledek, je prokázáno, že  $R$  – algoritmus není exaktní, ale heuristický. Přičemž se také ukázalo, že záleží na pořadí vrcholů v matici sousednosti. Předpoklad je tedy, že vrcholy s největším stupněm musí být v matici sousednosti vloženy buď na úplný začátek nebo na samý konec. V případě, kdy byly 3 vrcholy, které sousedí se všemi ostatními vrcholy vloženy na konec matice sousednosti, výsledek vyšel optimálních 8 skladovacích ploch. Protože je známo, že tyto komodity musí být skladovány samostatně, lze je z grafu úplně odstranit a vytvořit graf s maticí sousednosti bez nich. Tím zpřehledníme graf i zrychlíme výpočet. Chromatické číslo redukovaného grafu vyšlo při výpočtu 5. Po přičtení 3 odstraněných vrcholů opět vychází optimálních 8.

## Závěr

Bakalářská práce se zabývala tématem optimalizace počtu oddělených skladovacích ploch. Cílem bakalářské práce bylo představení klasifikace nebezpečných látek, bezpečné skladování a možnost aplikace  $R$  – algoritmu pro barvení grafů k výslednému stanovení minimálního počtu oddělených skladovacích ploch.

První část bakalářské práce byla věnována představení samotných nebezpečných látek a taktéž dohod, které se věnují jejich klasifikací. Dohoda ADR stanovuje jednotný přístup k identifikaci a klasifikaci nebezpečných látek, což umožňuje účinné řízení rizik a minimalizaci nebezpečí pro lidi a okolí. Klasifikace nebezpečných látek podle ADR je také důležitá pro správné označení, balení a bezpečné skladování, což umožňuje účinnou komunikaci mezi dopravci, příjemci a dalšími zainteresovanými stranami. Bakalářská práce se věnuje podrobnému popsání všech 13 skupin nebezpečných látek dle klasifikačního systému ADR. Popisuje veškerá rizika definovaných skupin. Z těchto 13 skupin bylo vybráno 15 náhodných komodit, pro které bylo potřeba navrhnout uskladnění na skladovacích plochách tak, aby počet oddělených skladovacích ploch byl minimální. Dle bezpečnostních listů byly popsány nároky na uskladnění každé komodity. Rovněž byly uvedeny podmínky normy TRGS 510, které byly využity při zjišťování možnosti skladování daných skupin nebezpečných látek na jedné společné skladovací ploše.

V druhé části práce bylo představeno barvení grafů jako součást teorie grafů. Byl zde krátce zmíněn vznik této problematiky, který se datuje již od 19. století. Ačkoli je tento vědní obor znám již několik století, využití najde i v dnešní době ať už ve školství, v dopravě či telekomunikacích. Dále v této části byly představeny různé optimalizační metody vhodné pro vrcholové barvení grafů. Byl popsán rozdíl mezi metodami heuristickými, exaktními či metaheuristickými. U každé metody byly představeny různé algoritmy, kterými lze graf zbarvit s ideálně minimálním počtem barev.

V praktické části práce byla formulována úloha a na ni byl poté aplikován  $R$  – algoritmus. Byly vytvořeny vstupy kolizní tabulka a kolizní graf, které posloužily ke grafickému znázornění vztahů mezi komoditami vybranými k uskladnění. Samotný  $R$  – coloring algorithm je v článku *New Algorithm for Chromatic Number of Graphs and their Applications* představován jako exaktní metoda. Daný algoritmus by tedy měl pokaždé najít optimální výsledek. V bakalářské práci však bylo tvrzení o exaktnosti algoritmu vyvráceno a naopak prokázáno, že daný algoritmus se řadí mezi metody heuristické. Algoritmus pro stejný graf s různým pořadím vrcholů v matici sousednosti, vypočítal dvě rozdílná chromatická čísla.



Pokud se však 3 vrcholy, které sousedí se všemi ostatními vrcholy, nacházely na konci či začátku matice sousednosti, algoritmus vypočítal optimální výsledek. Na základě uvedených poznatků lze stanovit hypotézu, že algoritmus nalezne optimální řešení v případě, kdy jsou vrcholy v matici sousednosti uvedeny v pořadí podle jejich stupně. Seřazeny mohou být sestupně či vzestupně. V posledním výpočtu byly vynechány právě 3 vrcholy odpovídající komoditám, které musí být vždy skladovány samostatně. Tím bylo dosaženo zpřehlednění grafu a urychlení výpočtu. Chromatické číslo redukovaného grafu vyšlo 5, po přičtení 3 odstraněných vrcholů opět vyšlo optimálních 8.

## Použité zdroje

### Literatura:

[17] GROS, Ivan. Velká kniha logistiky. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2016. ISBN 978-80-7080-952-5.

[36] KÁRNÁ, Lucie. Studijní podklady k cvičením povinně volitelného předmětu typu B Teorie grafů. Praha.

[37] PALÚCH, Stanislav. Algoritmická teória grafov. Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, 2020. ISBN 978-80-554-1680-9.

### Internetové zdroje:

[1] 111/1994 Sb. Zákon o silniční dopravě. Zákony pro lidi - Sbírka zákonů ČR v aktuálním konsolidovaném znění [online]. [cit. 22.04.2022]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1994-111>

[2] Přeprava nebezpečných nákladů (ADR). Asstra.cz [online]. [cit. 22.04.2022]. Dostupné z: <https://www.asstra.cz/cz/preprava-nebezpecnych-nakladu/>

[3] UNTC. United Nations Treaty Collection [online]. Dostupné z: [https://treaties.un.org/Pages/ViewDetails.aspx?src=TREATY&mtdsg\\_no=XI-B-14&chapter=11&clang=en](https://treaties.un.org/Pages/ViewDetails.aspx?src=TREATY&mtdsg_no=XI-B-14&chapter=11&clang=en)

[4] Dohoda ADR Cast-2. Ministerstvo dopravy ČR [online]. [cit. 07.05.2022]. Dostupné z: [https://www.mdcrcz/getattachment/Dokumenty/Silnicni-doprava/Nakladni-doprava-a-mezinarodni-osobni-doprava/Nakladni-doprava-\(1\)/Preprava-nebezpecnych-veci-dohoda-adr/Dohoda-ADR-2021/03\\_ADR-2021\\_Cast-2.pdf.aspx](https://www.mdcrcz/getattachment/Dokumenty/Silnicni-doprava/Nakladni-doprava-a-mezinarodni-osobni-doprava/Nakladni-doprava-(1)/Preprava-nebezpecnych-veci-dohoda-adr/Dohoda-ADR-2021/03_ADR-2021_Cast-2.pdf.aspx)

[5] Explosives. Internation Labour Organization [online]. [cit. 07.05.2022]. Dostupné z: <https://www.ilo.org/legacy/english/protection/safework/ghs/ghsfinal/ghsc1528.pdf>

[6] UN Numbers of hazardous substances and good. Tankcon.com [online]. [cit. 07.05.2022]. Dostupné z: <https://www.tankcon.com/un-numbers>

[7] KONEČNÝ, Petr. MILETÍN, Jiří. Klasifikace nebezpečných věcí. Enviprofi.cz [online]. [cit. 07.05.2022]. Dostupné z: [https://www.enviprofi.cz/33/klasifikace-nebezpecnych-veci-uniqueidmRRWSbk196FNf8-jVUh4EmYaQNZ1k\\_jNdNqhZ2\\_eltY/?uri\\_view\\_type=5](https://www.enviprofi.cz/33/klasifikace-nebezpecnych-veci-uniqueidmRRWSbk196FNf8-jVUh4EmYaQNZ1k_jNdNqhZ2_eltY/?uri_view_type=5)

- [8] UN / ADR Certified Bulk Bags. IntegralBulkPackaging.com [online]. [cit. 08.06.2022]. Dostupné z: <https://www.integralbulkpackaging.com/bulk-bags/un-adr-certified-bulk-bags/>
- [9] Skupenské stavy látek. Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity. [online]. [cit. 08.06.2022]. Dostupné z: [https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pedf/js18/obecna\\_chemie/web/pages/20-skupenske-stavy-latek.html](https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pedf/js18/obecna_chemie/web/pages/20-skupenske-stavy-latek.html)
- [10] Dusivé látky. Encyklopedie BOZP. [online]. [cit. 08.06.2022] Dostupné z: [https://ebozp.vubp.cz/wiki/index.php?title=Dusiv%C3%A9\\_l%C3%A1tky](https://ebozp.vubp.cz/wiki/index.php?title=Dusiv%C3%A9_l%C3%A1tky)
- [11] Co je to LPG?. Hungas.cz. [online]. [cit. 09.06.2022] Dostupné z: <https://www.hungas.cz/odborne-informace/co-je-to-lpg>
- [12] Značení ADR. Nadrzenapalivo.cz. [online]. [cit. 09.06.2022]. Dostupné z: <https://www.nadrzenapalivo.cz/cs/e-shop/vybava-a-prislusenstvi/havarijni-prostredky/havarijni-vybava-adr/znaceni/znaceni-adr/c-491/>
- [13] Dohoda ADR Cast-1. Ministerstvo dopravy ČR. [online]. [cit. 10.06.2022]. Dostupné z: [https://www.mdcr.cz/getattachment/Dokumenty/Silnicni-doprava/Nakladni-doprava-a-mezinarodni-osobni-doprava/Nakladni-doprava-\(1\)/Preprava-nebezpecnych-veci-dohoda-adr/Dohoda-ADR-2021/02\\_ADR-2021\\_Cast-1.pdf.aspx](https://www.mdcr.cz/getattachment/Dokumenty/Silnicni-doprava/Nakladni-doprava-a-mezinarodni-osobni-doprava/Nakladni-doprava-(1)/Preprava-nebezpecnych-veci-dohoda-adr/Dohoda-ADR-2021/02_ADR-2021_Cast-1.pdf.aspx)
- [14] Peroxidy. Wikipedie. [online]. [cit. 11.06.2022]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Peroxidy>
- [15] KOCHÁNKOVÁ, Lucie. Radioaktivní látky. VŠCHT Praha [Online] [cit. 12.06.2022] Dostupné z: <http://uchop.vscht.cz/files/uzel/0022265/ZTE%20-%2011%20Radioaktivni%20latky%202015.pdf?redirected>
- [16] Žiraviny. bozpprofi.cz [online]. [cit. 12.06.2022] Dostupné z: [https://www.bozpprofi.cz/33/ziraviny-uniqueidqOkE4NvrWuOKaQDKuox\\_Z0eQdSyUwMBULovst39Xd8Y/](https://www.bozpprofi.cz/33/ziraviny-uniqueidqOkE4NvrWuOKaQDKuox_Z0eQdSyUwMBULovst39Xd8Y/)
- [18] Nákup a skladování chemických látek a směsí ve společnosti. EnviWeb.cz. [online]. [cit. 17.06.2022]. Dostupné z: <https://www.enviweb.cz/109144>
- [19] KREJSOVÁ, Hana. Skladování chemických látek. Enviprofi.cz [online]. [cit. 18.06.2022] Dostupné z: [https://www.enviprofi.cz/33/skladovani-chemickych-latek-uniqueidmRRWSbk196FNf8-jVUh4EoUygex20tgNRs-iaHv6cq8/?uri\\_view\\_type=44&uid=1Ev0XgNZTpOLZuW-IK2MS8g&e=16ljOGZFNw7W46GvE-d1tQpk31PR5yE7B](https://www.enviprofi.cz/33/skladovani-chemickych-latek-uniqueidmRRWSbk196FNf8-jVUh4EoUygex20tgNRs-iaHv6cq8/?uri_view_type=44&uid=1Ev0XgNZTpOLZuW-IK2MS8g&e=16ljOGZFNw7W46GvE-d1tQpk31PR5yE7B)

- [20] Bezpečnostní list Pyrotechnické výrobky třídy 1.3G. klasetrading.cz [online]. [cit. 18.06.2022]. Dostupné z: [https://www.klasetrading.cz/static/public/uploads/PDF/BL2018\\_04\\_Pyrotechnick%C3%A9%20v%C3%BDrobky%20t%C5%99.%201.3G%2C%20UN0335%20%281%29.pdf](https://www.klasetrading.cz/static/public/uploads/PDF/BL2018_04_Pyrotechnick%C3%A9%20v%C3%BDrobky%20t%C5%99.%201.3G%2C%20UN0335%20%281%29.pdf)
- [21] Bezpečnostní list Propan – Butan. Siad.cz [online]. [cit. 30.09.2022]. Dostupné z: <https://www.siad.cz/documents/261220/0/propan+butan.pdf/0227a1d8-3e18-426f-ca62-f5217b93f4d4>
- [22] Bezpečnostní list Kyslík plyný. Siad.cz [online]. [cit. 30.09.2022]. Dostupné z: <https://www.siad.cz/documents/261220/0/kyslik+plynny.pdf/5db2fbf5-e489-d150-8924-146ccf8c6c49>
- [23] Bezpečnostní list Methanol. Carlroth.com [online]. [cit. 1.10.2022]. Dostupné z: <https://www.carlroth.com/medias/SDB-8388-CZ-CS.pdf?context=bWFzdGVyfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0c3wzNjgyOTJ8YXBwbGljYXRpb24vcGRmfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0cy9oODMvaDc5LzkwNjUwNzI5MTg1NTgucGRmfDIINjVknWU3ZDdlNjRhZWY4MzRIYzJmODJiZDQ2MDkxZjBkMTE3N2E4MTA3MjhiODI2ZTM4YTUyYzIiNmQ1ODc>
- [24] Bezpečnostní list Síra. Carlroth.com [online]. [cit. 1.10.2022]. Dostupné z: <https://www.carlroth.com/medias/SDB-4669-CZ-CS.pdf?context=bWFzdGVyfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0c3wyNDk1NTZ8YXBwbGljYXRpb24vcGRmfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0cy9oZjIvaDgxLzkwODM1Nzk0OTg1MjYucGRmfDQ3Y2FkMDEiMG10YThmMDM5YzJiYjNmODIjYTA0NWlwMTY0YmY2Y2FIZmE4NjU2ZWFjNjMyNzhkOGExNmY3Yzc>
- [25] Bezpečnostní list Sulfid draselný. Pentachemicals.eu [online]. [cit. 2.10.2022]. Dostupné z: [https://www.pentachemicals.eu/soubory/bezpecnostni-listy/sulfid\\_draselny.pdf](https://www.pentachemicals.eu/soubory/bezpecnostni-listy/sulfid_draselny.pdf)
- [26] Bezpečnostní list Sodík. Carlroth.com [online]. [cit. 7.10.2022]. Dostupné z: <https://www.carlroth.com/medias/SDB-4469-CZ-CS.pdf?context=bWFzdGVyfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0c3wyNzE2MTR8YXBwbGljYXRpb24vcGRmfHNIY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0cy9oNWUvaGM4LzkwNzQxOTQ3NzYwOTQucGRmfDk0OGM4MmI5MmE4MjhiM2VhNDY5NzEzOGIzZWVjINTYwNDA0NjBiMDE1MGQwY2E5MTI3NjliMTQ5NjYwNjliOGU>
- [27] Bezpečnostní list Peroxid vodíku. Velkoobchoddrogerie.cz [online]. [cit. 7.10.2022]. Dostupné z: <https://velkoobchoddrogerie.cz/bl/1060.pdf>

- [28] Bezpečnostní list Cetox – 20 OE. Primalex.cz [online]. [cit. 8.10.2022]. Dostupné z: [https://uloziste.primalex.cz/gallery/bl\\_iniciator\\_40\\_cetox\\_20\\_clp.pdf](https://uloziste.primalex.cz/gallery/bl_iniciator_40_cetox_20_clp.pdf)
- [29] Bezpečnostní list Kyanid draselný. Merckmillipore.com [online]. [cit. 9.10.2022]. Dostupné z: [https://www.merckmillipore.com/Web-JP-Site/ja\\_JP/-/JPY/ShowDocument-File?ProductSKU=MDA\\_CHEM-104967&DocumentType=MSD&DocumentId=104967\\_SDS\\_CZ\\_CS.PDF&DocumentUID=343608&Language=CS&Country=CZ&Origin=PDP](https://www.merckmillipore.com/Web-JP-Site/ja_JP/-/JPY/ShowDocument-File?ProductSKU=MDA_CHEM-104967&DocumentType=MSD&DocumentId=104967_SDS_CZ_CS.PDF&DocumentUID=343608&Language=CS&Country=CZ&Origin=PDP)
- [30] Metodika pro nakládání s odpady ze zdravotnických, veterinárních a jim podobných zařízení. Státní zdravotní ústav. [online]. [cit. 14.10.2022]. Dostupné z: [https://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/nakladani\\_s\\_odpady\\_zdravotnictvi/\\$FILE/OOD\\_P-metodika\\_zdravotnicke\\_odpady-20170424.pdf](https://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/nakladani_s_odpady_zdravotnictvi/$FILE/OOD_P-metodika_zdravotnicke_odpady-20170424.pdf)
- [31] Mezisklad vyhořelého jaderného paliva. Cez.cz [online]. [cit. 14.10.2022]. Dostupné z: <https://www.cez.cz/edee/content/file/static/encyklopedie/vykladovy-slovník-energetiky/hesla/mezisklad.html>
- [32] Bezpečnostní list Oxid vápenatý. Carmeuse.com [online]. [cit. 15.10.2022]. Dostupné z: <https://cdn1.idek.cz/dek/document/4672213-vapno-bile-carmeuse-cl90-q>
- [33] Bezpečnostní list Kyselina sírová. Pentachemicals.eu [online]. [cit. 15.10.2022]. Dostupné z: [https://www.pentachemicals.eu/soubory/bezpecnostni-listy/kyselina\\_sirova\\_96.pdf](https://www.pentachemicals.eu/soubory/bezpecnostni-listy/kyselina_sirova_96.pdf)
- [34] Bezpečnostní list Batterie Spit Pulsa 800 Li-Ion. infodyne.eu [online]. [cit. 16.10.2022]. Dostupné z: <https://www.itw.cz/file/EP/CS-FDS-Batterie-Li-Ion-P800.pdf>
- [35] TILLEY, Jim. Will an old problem yield a new insight? Perhaps an elegant proof of the 4 colour theorem?. Research Outreach. [cit. 4.11.2022]. Dostupné z: <https://researchoutreach.org/articles/an-elegant-proof-of-4-colour-theorem/>
- [38] Defective coloring. Wikipedia. [online]. [cit. 2.3.2023]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Defective\\_coloring](https://en.wikipedia.org/wiki/Defective_coloring)
- [39] ŠLÉGR, Jan. Řešení barvení grafů metodou celočíselného programování. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní. [online]. [cit. 3.3.2023]. Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/70003/F6-DP-2017-Slegl-Jan-DP%2Bzadani.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [40] MILOŠ, Šeda. Teorie Grafů. Vysoké učení technické v Brně Fakulta strojního inženýrství. [online]. [cit. 17.3.2023]. Dostupné z: <https://www.euroekonom.sk/download2/materialy-vs-informatika/Teorie-Grafu.pdf>

[41] RAFAT, Hisham. New Algorithm for Chromatic Number of Graphs and their Applications. Tanta University. [online]. [cit. 18.3.2023]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/330677186 New Algorithm for Chromatic Number of Graphs and their Applications](https://www.researchgate.net/publication/330677186_New_Algorithm_for_Chromatic_Number_of_Graphs_and_their_Applications)

[42] RUSEK, Michal. Aplikace Barvení grafů pro určení minimálního počtu fází světelně řízených křižovatek. Univerzita Pardubice. [online]. [cit. 30.3.2023]. Dostupné z: <https://pernerscontacts.upce.cz/index.php/perner/article/download/803/640/1383>

[43] VOJTEKOVÁ, Mária. BLAŽEKOVÁ Oľga. Metaheuristicke metódy na riešenie vybraných dopravných problémov. Žilinská univerzita v Žilině. [online]. [cit. 31.3.2023]. Dostupné z: [https://is.muni.cz/el/econ/podzim2016/MPM\\_OMVE/um/35333334/Vojtekova-Blazekova.pdf](https://is.muni.cz/el/econ/podzim2016/MPM_OMVE/um/35333334/Vojtekova-Blazekova.pdf)

[44] CARMANI, M.a spol. Checkol: Improved local search for graph coloring. Journal of Discrete Algorithms. [online]. [cit. 31.3.2023]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1570866705000262?via%3Dihub>

## Seznam obrázků

Obrázek 1 Značky třídy 1 .....	16
Obrázek 2 Značky třídy 2 .....	18
Obrázek 3 Značka třídy 3 .....	19
Obrázek 4 Značka třídy 4.1 .....	20
Obrázek 5 Značka třídy 4.2 .....	21
Obrázek 6 Značka třídy 4.3 .....	22
Obrázek 7 Značka třídy 5.1 .....	22
Obrázek 8 Značka třídy 5.2 .....	23
Obrázek 9 Značka třídy 6.1 .....	24
Obrázek 10 Značka třídy 6.2 .....	25
Obrázek 11 Značky třídy 7 .....	26
Obrázek 12 Značky třídy 8 .....	27
Obrázek 13 Značky třídy 9 .....	27
Obrázek 14 Tvorba grafového modelu .....	38
Obrázek 15 (k, d) - zbarvené grafy s $d = 0, 1, 2$ .....	41
Obrázek 16 Ukázka náhodného barvení .....	43
Obrázek 17 Ukázka náhodného barvení – minimální počet barev .....	43
Obrázek 18 Ukázka sekvenčního algoritmu .....	44
Obrázek 19 Ukázka sekvenčního algoritmu LDF .....	44
Obrázek 20 Výchozí graf k ukázce barvení grafu pomocí množin .....	45
Obrázek 21 Zabarvený graf pomocí nezávislých množin .....	46
Obrázek 22 Barvení grafu slepováním vrcholů .....	47
Obrázek 23 Barvení grafů pomocí algoritmu založeného na backtrackingu .....	51
Obrázek 24 Kolizní tabulka .....	55
Obrázek 25 Výsledný kolizní graf .....	56
Obrázek 26 Zabarvený graf pomocí R – algoritmu .....	60
Obrázek 27 Zabarvený graf druhým výpočtem .....	65
Obrázek 28 Graf zmenšený o 3 vrcholy .....	66
Obrázek 29 Zabarvený zmenšený graf .....	70

## Seznam tabulek

Tabulka 1 Třídy nebezpečných věcí dle ADR .....	13
Tabulka 2 Skupiny snášenlivosti látek a předmětů .....	15
Tabulka 3 Skupiny plynů .....	17
Tabulka 4 Označení nebezpečných vlastností plynů .....	17
Tabulka 5 Dělení nebezpečnosti tuhých látek .....	19
Tabulka 6 Kategorie infekčních látek .....	24
Tabulka 7 Skladovací třídy dle normy TRGS 510.....	30
Tabulka 8 Nároky na sklady pro společné skladování tříd 3, 5.1 B, 6.1 A, 6.1 B .....	31
Tabulka 9 Nároky na sklady pro společné skladování tříd 4.1 B s 6.1 A .....	31
Tabulka 10 Vybrané komodity ke skladování .....	32
Tabulka 11 Chromatická čísla vybraných grafů.....	39
Tabulka 12 Pořadí látek pro tvorbu matice sousednosti .....	57
Tabulka 13 Jiné pořadí látek pro tvorbu matice sousednosti .....	61
Tabulka 14 Pořadí látek zmenšeného grafu v matici sousednosti .....	67



## Seznam matic

Matice 1 Matice sousednosti.....	57
Matice 2 Vyplnění prvního řádku barvicí matice.....	58
Matice 3 Vyplnění sloupců s nenulovými hodnotami v prvním řádku.....	58
Matice 4 Vyplnění druhého až čtvrtého řádku .....	58
Matice 5 Vyplnění nenulových hodnot.....	59
Matice 6 Nalezení posledního nenulového prvku .....	59
Matice 7 Výsledná barvicí matice.....	59
Matice 8 Matice sousednosti.....	61
Matice 9 Vyplnění prvního řádku barvicí matice.....	62
Matice 10 Vyplnění sloupců s nenulovými hodnotami v prvním řádku.....	62
Matice 11 Vyplnění druhého a třetího řádku.....	62
Matice 12 Vyplnění pátého a šestého sloupce .....	63
Matice 13 Vyplnění pátého a šestého řádku .....	63
Matice 14 Vyplnění osmého a devátého sloupce .....	63
Matice 15 Nalezení posledního nenulového prvku .....	64
Matice 16 Výsledná barvicí matice.....	64
Matice 17 Matice sousednosti zmenšeného grafu.....	67
Matice 18 Vyplnění prvního řádku.....	67
Matice 19 Vyplnění všech sloupců s nenulovými hodnotami v prvním řádku.....	68
Matice 20 Vyplnění druhého řádku.....	68
Matice 21 Vyplnění pátého, šestého a desátého sloupce.....	68
Matice 22 Vyplnění třetího řádku .....	69
Matice 23 Vyplnění druhého, třetího a sedmého sloupce.....	69
Matice 24 Výsledná barvicí matice.....	69