



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyziky



Studium oscilací magnetického pole na tokamaku GOLEM

Study of magnetic field oscillations on GOLEM tokamak

Bakalářská práce

Autor: **Marie Vaňáková**
Vedoucí práce: **Ing. Ivan Ďuran, Ph.D.**
Akademický rok: 2022/2023



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Marie Vaňáková

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Název práce: Studium oscilací magnetického pole na tokamaku GOLEM
(česky)

Název práce: Study of magnetic field oscillations on GOLEM tokamak
(anglicky)

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se se základními pojmy fyziky horkého plazmatu, se základními principy činnosti zařízení typu tokamak a zejména s konfigurací magnetických polí v těchto zařízeních.
- 2) Seznamte se s pojmem zásoba stability (safety factor) a jeho významem pro MHD oscilace v tokamacích.
- 3) Popište konfiguraci magnetických polí na tokamaku GOLEM.
- 4) Popište metody měření magnetických polí užívaných v zařízeních typu tokamak.
- 5) Seznamte se s poloidálním polem magnetických cívek instalovaným na tokamaku GOLEM.
- 6) Proveďte sadu měření magnetických polí pomocí výše uvedené diagnostiky při různých hodnotách parametru zásoby stability na tokamaku GOLEM.
- 7) Proveďte základní frekvenční a korelační analýzu měřených dat.

Doporučená literatura:

- [1] F. F. Chen: Úvod do fyziky plazmatu, Academia, Praha, 1984
- [2] J. Wesson: Tokamaks, Clarendon Press – Oxford University press, 2004
- [3] I. H. Hutchinson: Principles of Plasma Diagnostic, Cambridge University press, 2002
- [4] I. Ďuran: Measurement of magnetic fluctuations in a tokamak. Diplomová práce, FJFI ČVUT v Praze, 1997
- [5] T. Markovič: Measurement of magnetic fields on GOLEM tokamak, Diplomová práce, FJFI ČVUT v Praze, 2012

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Ing. Ivan Ďuran, Ph.D., Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v. v. i.

Datum zadání bakalářské práce: 20.10.2021

Termín odevzdání bakalářské práce: 07.07.2022

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.

.....
garant oboru

.....
vedoucí katedry

.....
děkan



V Praze dne 20.10.2021

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Břehová 7
115 19 Praha 1



PROHLÁŠENÍ

Já, níže podepsaný(á)

Jméno a příjmení studenta: Marie Vaňáková

Osobní číslo: 494795

Název studijního programu (oboru): Aplikace přírodních věd, obor Fyzika a technika
termojaderné fúze

prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem:

Studium oscilací magnetického pole na tokamaku GOLEM

vypracovala samostatně a uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 1.8.2023

.....
podpis

Název práce:

Studium oscilací magnetického pole na tokamaku GOLEM

Autor: Marie Vaňáková

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Ivan Ďuran, Ph.D., Ústav fyziky plazmatu AVČR, v. v. i.

Konzultant:

Abstrakt: Předkládaná práce se zabývá konfigurací magnetických polí v zařízení typu tokamak. Zaměřuje se na poloidální složku magnetického pole, která byla zkoumána na tokamaku GOLEM. Dále se též věnuje zásobě stability, veličině, jež udává vlastnosti magnetického pole v tokamaku a charakterizuje daný výboj. Poloidální magnetické pole bylo naměřeno pomocí prstence sestávajícího ze šestnácti Mirnovových cívek u několika výbojů s různou hodnotou zásoby stability na okraji plazmatu. V práci jsou popsány postupy frekvenční a korelační analýzy a další metody zpracování dat použité při rozboru měření zmíněnou diagnostikou. Touto analýzou se podařilo prokázat vznik nestabilit magnetického pole, tzv. magnetických ostrovů, během výboje.

Klíčová slova: frekvenční analýza, korelační analýza, Mirnovovy cívky, tokamak GOLEM, zásoba stability

Title:

Study of magnetic field oscillations on GOLEM tokamak

Author: Marie Vaňáková

Abstract: This bachelor's thesis deals with tokamak magnetic field configuration. It focuses on the poloidal magnetic field, which was studied on the GOLEM tokamak. It also presents the safety factor, a parameter defining tokamak magnetic field properties and characterising particular discharge. The poloidal magnetic field was measured by means of an array of sixteen Mirnov coils for several tokamak discharges with various plasma edge safety factor values. Measured data was analysed by statistical methods: Fast Fourier Transformation and Cross-correlation analysis. The presence of magnetic field instabilities (magnetic islands) was observed.

Key words: correlation analysis, frequention analysis, GOLEM tokamak, Mirnov coils, safety factor

Poděkování:

Děkuji tímto vedoucímu své bakalářské práce Ing. Ivanu Ďuranovi, Ph.D. za odborné vedení a cenné připomínky při jejím vypracování.

Obsah

Úvod	8
1 Tokamak	9
1.1 Termojaderná fúze	9
1.2 Plazma	9
1.3 Udržení plazmatu	10
1.4 Zařízení typu tokamak	10
1.5 Magnetické pole v tokamaku	12
1.5.1 Zásoba stability	12
1.5.2 Magnetické ostrovy	15
1.6 Měření pomocí induktivních cívek	16
2 Tokamak GOLEM	18
2.1 Prstenec Mirnovových cívek	20
3 Použité metody zpracování naměřených dat	22
3.1 Frekvenční analýza signálu	22
3.1.1 Fourierova transformace	22
3.1.2 Spektrum signálu z magnetické cívky	25
3.1.3 Spektrogram	26
3.2 Korelační analýza signálu	27
3.2.1 Korelační funkce	27
3.2.2 Rovinný graf korelačních funkcí	30
3.3 Profily proudové hustoty a zásoby stability	31
3.4 Určení B_p ze signálu z cívky	33
4 Diskuze výsledků	35
4.1 Frekvenční spektra výbojů s různou $q(a)$	37
4.2 Určování módového čísla	38
4.2.1 Výboj č. 35880	38
4.2.2 Výboj č. 35891	41
Závěr	42

Úvod

Ve své práci se věnuji poloidálnímu magnetickému poli v tokamaku, konkrétně rozboru poloidálního magnetického pole výukového tokamaku GOLEM.

Tokamak patří mezi zařízení udržující plazma prostřednictvím magnetického pole a jeho hlavním účelem je (v budoucnu) umožnit průběh řízené termojaderné fúze.

Poloidální magnetické pole je jednou ze dvou základních složek výsledného magnetického pole udržujícího plazma v tokamaku. Narozdíl od toroidálního magnetického pole, které je vytvářeno magnetickými cívkami, jež jsou součástí zařízení, vzniká poloidální magnetické pole v souladu s Ampèrovým zákonem kolem plazmatu, které je zde vlastně vodičem, jímž protéká elektrický proud v toroidálním směru. Takto vzniklé magnetické pole je obtížněji ovlivnitelné a předvídatelné. Jelikož je stabilita magnetických polí velmi důležitá pro udržení plazmatu, je třeba tuto složku magnetického pole detailně zkoumat.

Zásoba stability je veličina, jež určuje, do jaké míry je plazma v tokamaku náchylné k nestabilitě. Velká hodnota zásoby stability značí, že plazma je stabilnější, malá naopak značí, že plazma je méně stabilní. Je dána jako podíl toroidálního magnetického pole, jež se, jak jsme již zmínili, podílí na udržení plazmatu, a proudu tekoucího plazmatem, jenž plazma ohřívá. Pro průběh termojaderné fúze by bylo žádoucí, aby byl výkon tokamaku, a tedy proud tekoucí plazmatem, co největší. Velký proud však znamená malou zásobu stability. Při řízení tokamaku je tedy třeba utvořit kompromis mezi stabilitou plazmatu a výkonem tokamaku. A je nutné zkoumat vlastnosti významných veličin, např. magnetických polí, při různých hodnotách zásoby stability.

Kapitola 1

Tokamak

Tokamak je zařízení sloužící k ohřevu a udržení plazmatu. V současnosti se jeví být nejslibnějším zařízením k realizaci řízené termojaderné fúze. V následujících podkapitolách uvádím základní pojmy fyziky plazmatu a fyziky tokamaků.

1.1 Termojaderná fúze

Po druhé světové válce se vědci začali významněji zabývat možnostmi výroby energie pomocí jaderného slučování. Narozdíl od jaderného štěpení vyžaduje snáze dostupné suroviny a rizika s ní spojená (např. radioaktivita) jsou mnohem menší. Jedná se o reakci lehkých jader, při níž se uvolňuje energie. Aby mohla jaderná fúze proběhnout, je třeba, aby jádra měla dostatečnou energii (řádově 100 keV). Z většího počtu možných reakcí zmiňme tu, jejíž účinný průřez je při takových energiích částic největší ($\sigma \sim 10^{-28} \text{ m}^2$), a to reakci deuteria ${}^2\text{H}$ s tritiem ${}^3\text{H}$. K uskutečnění řízené termojaderné fúze je třeba nejprve vytvořit plazma.

1.2 Plazma

Plyn sestávající z elektricky nabitých i neutrálních částic nazveme plazmatem, splňuje-li následující dvě základní podmínky.

Za první: Každá kladně nabitá částice k sobě přitahuje záporně nabitě, které se kolem ní shlukují a tzv. stíní její náboj. Tato přitažlivá síla působí až do určité vzdálenosti od kladně nabitě částice, zvané Debyeova délka. V plazmatu jsou hustoty kladných a záporných nábojů přibližně stejné a hustota nábojů je tak velká, že charakteristické rozměry plynu jsou výrazně větší než Debyeova délka. Plyn se tak jeví navenek jako neutrální. Tato vlastnost se nazývá kvazineutralita.

Za druhé: Částice na sebe mohou silově působit. A to nejen přímo na sousední částice prostřednictvím srážek, nýbrž i na částice vzdálené, pomocí elektrických a magnetických sil. Tento jev se nazývá kolektivní chování.

Ve fyzice plazmatu se obvykle při vyjadřování teploty užívá jednotka elektronvolt (jednotka energie) namísto Kelvin. Převodní vztah $1 \text{ eV} = 11\,600 \text{ K}$ vychází z ekvipartičního teorému, podle kterého na každý stupeň volnosti připadá energie $\frac{1}{2}k_B T$ (k_B je Boltzmannova konstanta a T teplota).

Fyzika plazmatu se dělí na dvě oblasti, a to na fyziku studeného plazmatu, jež se zabývá plazmatem o teplotě jednotek eV, a fyziku horkého plazmatu, jež studuje plazma o teplotě řádově stovek až desetitisíců eV. Jedním z cílů fyziky horkého plazmatu je řízená termojaderná fúze.

1.3 Udržení plazmatu

Plazma je třeba udržet v jisté ohraničené oblasti, aby jeho částice neunikly do prostoru a mohla probíhat termojaderná fúze.

Přírodním způsobem je gravitační udržení, které probíhá na Slunci a ostatních hvězdách. Hmotnost plazmatu je zde dostatečně velká na to, aby gravitační síla vyrovnala odstředivý tlak působící na plazma.

Na zemi, kde je hmotnost udržovaného plazmatu mnohem menší, je však třeba plazma uzavřít do nádoby a udržovat jej jinými silami než gravitačními. Kvůli vysoké teplotě plazmatu je nutné užít takové postupy, které zabraňují jeho přímému kontaktu s nádobou, aby se zabránilo jejímu poškození a znečištění plazmatu. Základní dva způsoby udržení plazmatu jsou inerciální a magnetické.

Zařízení udržující plazma se posuzují podle tzv. Lawsonova kritéria, které původně vychází z podmínek na soběstačnost teoretické fúzní elektrárny. Podle obecné formulace musí být součin hustoty slučovaných jader n_f a doby udržení energie τ_E větší než jistá funkce závislá na teplotě charakteristická pro každou fúzní reakci

$$n_f \tau_E \geq f(T). \quad (1.1)$$

Poznamenejme, že u zařízení s magnetickým udržením, v jejichž případě veličiny na levé straně nerovnice též závisí na teplotě, se levá strana udává ve formě tzv. trojného součinu, tedy

$$n_f T \tau_E \geq g(T). \quad (1.2)$$

Inerciální udržení splňuje, zjednodušeně řečeno, Lawsonovo kritérium velkou hustotou částic a krátkou dobou udržení. Spočívá v tom, že plazma je udržováno pouze setrvačností (inercí).

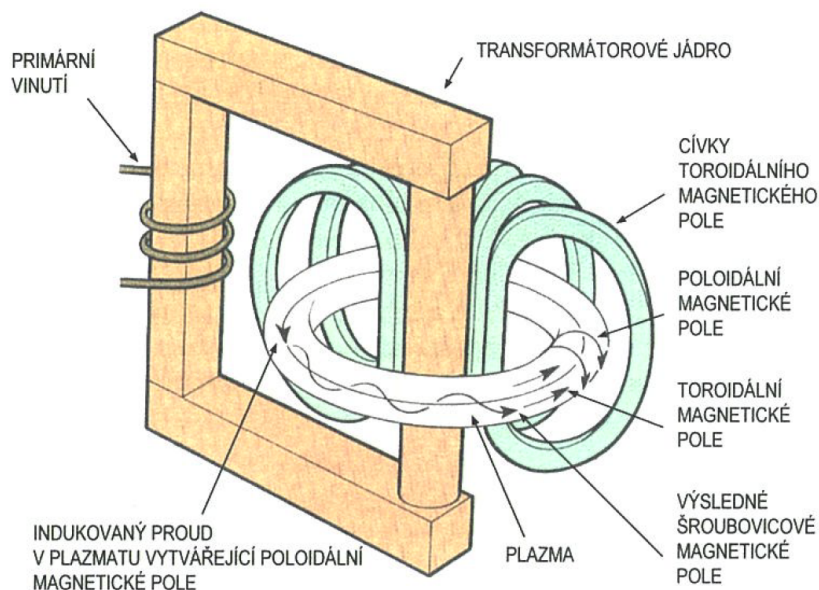
Magnetické udržení naopak funguje na principu malé hustoty částic a dlouhé doby udržení. Mezi tato zařízení patří pinče, tokamaky a stellarátory. Narozdíl od tokamaku a pinče neprochází plazmatem ve stellarátoru elektrický proud. Principy tokamaku a toroidálního pinče jsou podobné, avšak toroidální magnetické pole tokamaku je mnohem silnější než u pinče.

1.4 Zařízení typu tokamak

První tokamak byl sestaven v padesátých letech minulého století podle návrhu A. D. Sacharova a I. J. Tamma pod vedením L. A. Arcimoviče v moskevském Kurčatovově ústavu. Název TOKAMAK vznikl z ruského „toroidalnaja kamera s magnitnymi katuškami“, tedy toroidální komora s magnetickými cívkami.

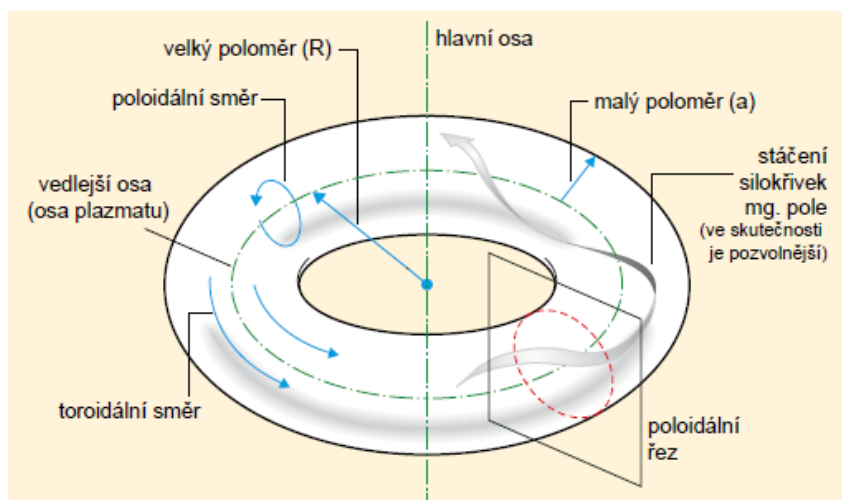
Plazma je v tokamaku uzavřeno v kovové nádobě (komoře) tvaru toru (případně toroidu). Nádoba je nasazena na jádře transformátoru a představuje (následně spolu s plazmatem) jeho sekundární vinutí. Schématický náčrt aparatury je na Obr. 1.1. Poznamenejme, že moderní tokamaky mají odlišné uspořádání než na obrázku.

V nádobě je udržováno vakuum. Před výbojem se do vakuové nádoby napustí pracovní plyn. Následně se na primár transformátoru přivede napětí vybitím kondenzátorové baterie. Napětí se převede na sekundár (nádobu s plynem), v plynu uvnitř nádoby dojde k průrazu, plyn se stává vodičem a začne jím téci elektrický proud. Proud plyn zahřívá (tzv. Jouleův ohřev), urychluje jeho částice, ty se ionizují a vzniká plazma, které je dále ohříváno proudem. U moderních tokamaků se využívají ještě další metody ohřevu.



Obrázek 1.1: Schématický nákres aparatury tokamaku, převzato z [3].

Na Obr. 1.2 jsou popsány základní geometrické parametry důležité k charakteristice daného tokamaku a odvození významných veličin.



Obrázek 1.2: Geometrický popis tokamaku, převzato z [9].

Středem toru ve vertikálním směru prochází hlavní osa. Vedlejší osa se nachází v rovině kolmé k hlavní ose a prochází středem průřezu toru. Vedlejší osa udává toroidální směr v tokamaku. Kolmá vzdálenost mezi hlavní a vedlejší osou se nazývá velký poloměr, značíme R . Kolmá vzdálenost mezi vedlejší osou a stěnou vakuové nádoby, případně okrajem plazmatu, se nazývá malý poloměr, značíme a . Často používanou veličinou ve fyzice tokamaků, je poměr velkého a malého poloměru (anglicky aspect ratio). Úhel odečítaný v poloidálním směru se označuje θ , v toroidálním směru ϕ .

Plazma je od stěn vakuové nádoby udržováno pomocí magnetického pole, které je součtem dílčích magnetických polí. V toroidálním směru je magnetické pole vytvářeno cívkami navinutými na vakuové

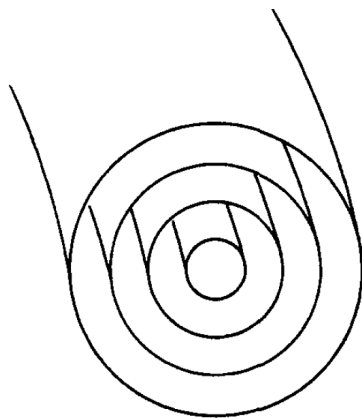
nádobě v poloidálním směru (viz Obr. 1.1). Stále rostoucí proud tekoucí plazmatem kolem sebe vytváří slabší magnetické pole v poloidálním směru. Výsledné magnetické pole je šroubovicové (viz Obr. 1.1).

Důležitým pojmem fyziky tokamaků je disrupce. Při disrupci přestane náhle plazmatem protékat elektrický proud, čímž se ukončí výboj.

1.5 Magnetické pole v tokamaku

Na samotném začátku podkapitoly poznamenejme, že ve fyzice tokamaků se (vlivem anglicky psané literatury) užívá pojmu magnetické pole i pro veličinu magnetická indukce, stejně tak se namísto pojmu magnetická indukční křivka často užívá pojmu (magnetická) silokřivka.

Jak již bylo uvedeno v předchozí části, magnetické pole uvnitř tokamaku tvoří především dvě složky, a to toroidální a poloidální. Výsledné magnetické pole má šroubovicový charakter, tj. magnetické indukční křivky mají šroubovicový tvar. Každá magnetická indukční křivka, tj. pomyslná křivka, po níž se pohybuje částice v magnetickém poli, se vine po povrchu pomyslného toroidu. Tyto tzv. magnetické povrchy jsou do sebe vnořeny, jak je vidět na Obr. 1.3. Pro každý magnetický povrch je charakteristická hodnota zásoby stability, konstantní po celém daném povrchu.



Obrázek 1.3: Magnetické povrchy v tokamaku, převzato z [11].

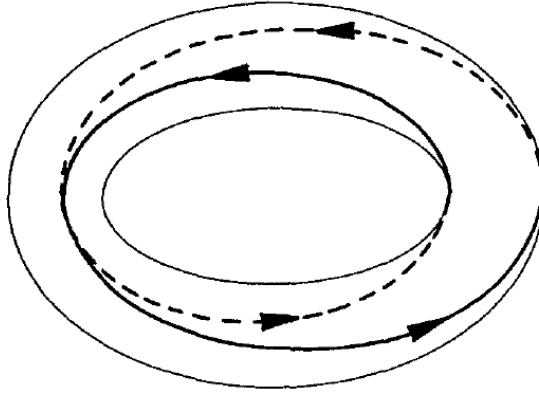
1.5.1 Zásoba stability

Zásoba stability, zvaná též bezpečnostní faktor, je veličina, jež udává náchylnost plazmatu k nestabilitám.

Definujeme ji jako poměr počtu oběhů m , jež musí učinit magnetická silokřivka v toroidálním směru, aby učinila n oběhů v poloidálním směru, tedy

$$q = \frac{m}{n}. \quad (1.3)$$

Jestliže jsou m a n přirozená čísla, znamená to, že se magnetická silokřivka vnoří sama do sebe. Zásoba stability tedy určuje míru strmosti stáčení magnetických silokřivek. Je-li q velké, je stáčení silokřivky pozvolnější. Je-li naopak q malé, pak je stáčení silokřivky po magnetickém povrchu strmější. Na Obr. 1.4 je znázorněn případ s $q = 2$.



Obrázek 1.4: Magnetická silokřivka při zásobě stability $q = 2$, převzato z [11].

Magnetohydrodynamická teorie vyžaduje, aby zásoba stability byla větší než 1, aby bylo plazma stabilní. Hranicí pro stabilitu plazmatu v tokamaku je obvykle zásoba stability na okraji plazmatu rovna 3, pro $q(a) < 3$ nastává disrupce.

1.5.1.1 Profil zásoby stability

V [2] je uveden vztah pro výpočet zásoby stability v závislosti na vzdálenosti od vedlejší osy (jedná se o aproximaci pro tokamaky s velkým poměrem velkého a malého poloměru a s kruhovým průřezem)

$$q(r) = \frac{rB_t}{RB_p(r)}, \quad (1.4)$$

kde r představuje vzdálenost od vedlejší osy, R velký poloměr, B_t toroidální magnetické pole a B_p poloidální magnetické pole. Veličina B_p zde závisí na vzdálenosti od vedlejší osy. Při měření však obdržíme pouze poloidální magnetické pole na okraji plazmatu. Vztah je tedy třeba upravit.

Poloidální magnetické pole je podle Ampèrova zákona dáno

$$2\pi r B_p(r) = \mu_0 I(r), \quad (1.5)$$

$$B_p(r) = \frac{\mu_0 I(r)}{2\pi r}. \quad (1.6)$$

Dosazením (1.6) do (1.4) získáme

$$q(r) = \frac{2\pi r^2 B_t}{\mu_0 R I(r)}. \quad (1.7)$$

Proud $I(r)$ lze určit pomocí proudové hustoty

$$I(r) = 2\pi \int_0^r j(t) t dt. \quad (1.8)$$

Podle [2] platí pro proudovou hustotu v tomto případě vztah

$$j(r) = j(0) \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^p \quad (1.9)$$

obsahující proudovou hustotu ve středu $j(0)$ a volitelný parametr p (činitel výkyvu, peaking factor). Po dosazení do (1.8) a zintegrování dostaneme

$$I(r) = j(0)2\pi \frac{a^2}{p+1} \left(1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{p+1}\right). \quad (1.10)$$

Dosazením malého poloměru a za r obdržíme vztah pro proudovou hustotu ve středu

$$j(0) = \frac{p+1}{2\pi a^2} I(a). \quad (1.11)$$

Po dosazení (1.10) a (1.11) do (1.7) dostáváme konečný vztah pro profil zásoby stability závislý na celkovém proudu plazmatem a toroidálním magnetickém poli

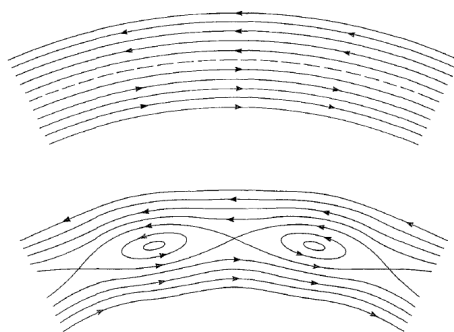
$$q(r) = \frac{2\pi a^2 B_t}{\mu_0 R I(a)} \frac{\frac{r^2}{a^2}}{1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{p+1}} = q(a) \frac{\frac{r^2}{a^2}}{1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{p+1}}, \quad (1.12)$$

přičemž $q(a)$ značí zásobu stability na okraji plazmatu.

1.5.2 Magnetické ostrovy

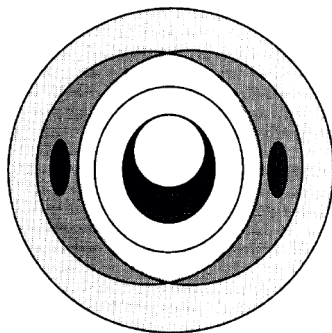
Magnetické ostrovy jsou podle [10] „lokální, do sebe uzavřené struktury magnetického pole narušující hladké magnetické povrchy“.

Magnetické ostrovy vznikají vlivem magnetohydrodynamických nestabilit v plazmatu. Jev se týká magnetických povrchů, na nichž je zásoba stability racionální číslo (tedy m a n jsou přirozená čísla). Na těchto magnetických površích se naruší magnetické siločivky a přespojují se, jako je tomu na Obr. 1.5, čímž vzniknou oblasti magnetického pole zvané magnetické ostrovy rotující v poloidálním směru.



Obrázek 1.5: Vznik magnetických ostrovů, převzato z [11].

Předpokládejme n ze vztahu (1.3) rovno jedné (tedy magnetická siločivka učiní jeden oběh v poloidálním směru), pak m , zde zvané módové číslo, určuje nejen hodnotu zásoby stability, ale také počet magnetických ostrovů. Obr. 1.6 ukazuje magnetické ostrovy pro $q = 1$ a $q = 2$.

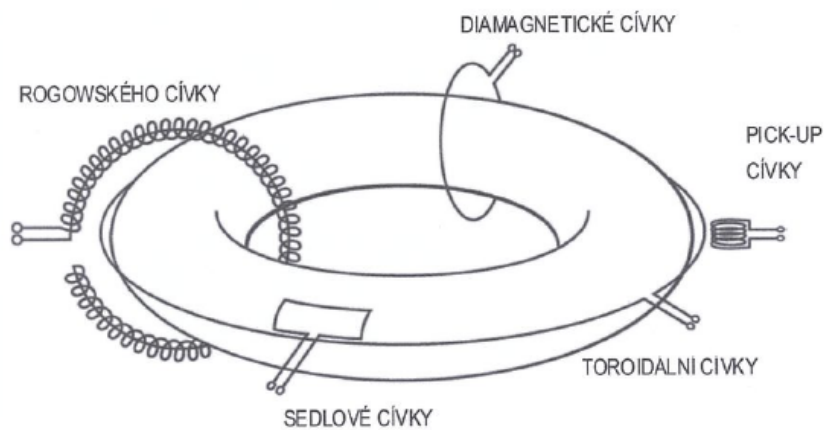


Obrázek 1.6: Magnetické ostrovy při $q = 1$ a $q = 2$, převzato z [11].

1.6 Měření pomocí induktivních cívek

Při konstrukci diagnostik sledujících určitý proces či parametr v tokamaku je třeba pamatovat na specifické podmínky uvnitř zařízení, jako například vysoká teplota, vysoké vakuum či přítomnost silných magnetických polí. Měřicí aparaturu je třeba těmto podmínkám přizpůsobit. Zároveň je nutné zajistit, aby diagnostika co nejméně zasahovala do zkoumaného objektu a tím ovlivňovala měření.

Většina veličin zmiňovaných v této práci se na tokamaku měří pomocí diagnostik, které využívají jevu elektromagnetické indukce. Na Obr. 1.7 jsou zobrazeny jednotlivé typy takových diagnostik.

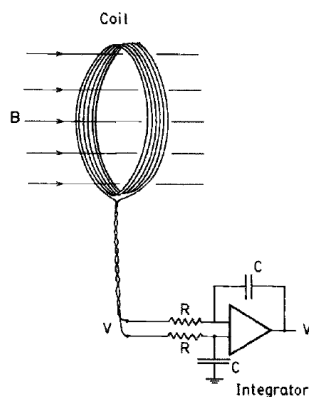


Obrázek 1.7: Schéma umístění jednotlivých induktivních cívek při měření na tokamaku, převzato z [3].

K měření proudu tekoucího plazmatem se používá Rogowského cívka. Napětí na závit detekují toroidální cívky. Zde je nutné podotknout, že elektrický proud teče v toroidálním směru jak plazmatem, tak vakuovou nádobou. Od naměřeného proudu je tedy třeba odečíst příslušný proud určený z napětí na závit a odpor nádoby dosazením do Ohmova zákona.

Tato práce je zaměřena na zpracování dat naměřených na malých Mirnovových induktivních cívkách (zvaných též pick-up cívky).

Popišme nyní princip fungování takové diagnostiky. Magnetické indukční křivky procházejí cívkou směrem popsáním na Obr. 1.8.



Obrázek 1.8: Schéma měření magnetické indukce pomocí induktivní cívky, převzato z [5].

Jelikož je měřené magnetické pole proměnlivé, indukuje se na koncích cívky elektrické napětí, které snímá snímač, dané vztahem

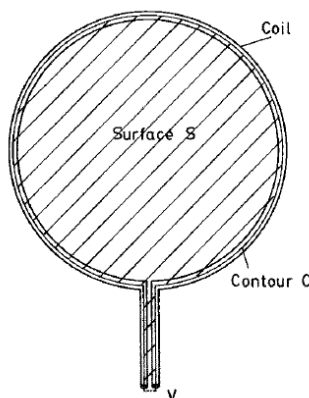
$$U = NS\dot{B}, \quad (1.13)$$

N představuje počet závitů cívky, S její průřez a \dot{B} časovou derivaci magnetické indukce.

Z naměřeného napětí je nyní třeba určit původní magnetickou indukci. Vyjdeme z Faradayova indukčního zákona, jenž dává do rovnosti plošný integrál časové derivace magnetické indukce a křivkový integrál intenzity elektrického pole

$$\oint_C \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \dot{\mathbf{B}} ds, \quad (1.14)$$

přičemž plocha S je křivkou C ohraničena (viz Obr. 1.9).



Obrázek 1.9: Průřez cívky S ohraničený křivkou C , převzato z [5].

Pravou stranu zákona nyní upravíme tak, že integrál rozdělíme na součet integrálu přes křivku obepínající cívku a integrálu přes konce cívky

$$\oint_C \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_{cívka} \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_{konce} \mathbf{E} d\mathbf{l}. \quad (1.15)$$

Dále předpokládejme, že cívka má natolik velký odpor, že ji lze považovat za otevřený obvod, a tedy že jí neprotéká elektrický proud. Pak

$$\int_{cívka} \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0. \quad (1.16)$$

Druhý sčítanec představuje naměřené napětí

$$\int_{konce} \mathbf{E} d\mathbf{l} = U. \quad (1.17)$$

Tak dostaneme konečný vztah užívaný při zpracování dat

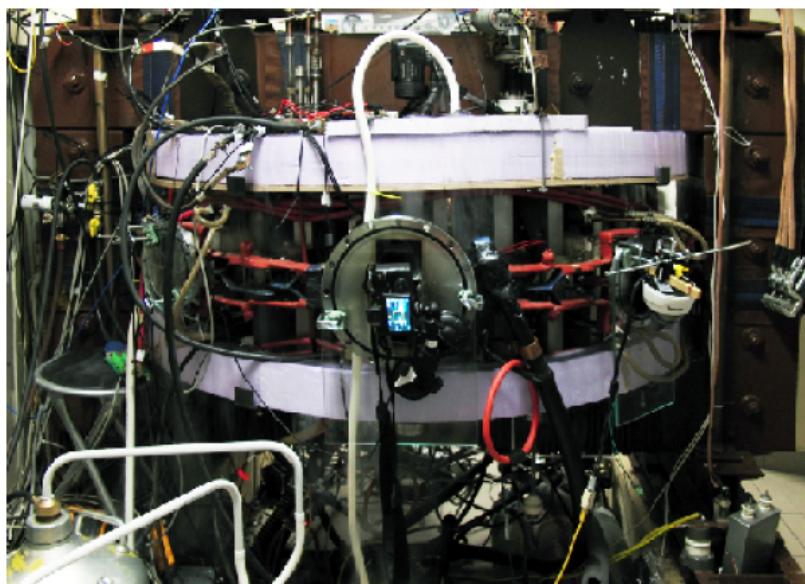
$$U = - \int_S \dot{\mathbf{B}} ds. \quad (1.18)$$

Kapitola 2

Tokamak GOLEM

Na Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze je tokamak GOLEM provozován jako výukové zařízení. Původně byl zkonstruován jako TM-1-VČ pro Ústav atomové energie I. V. Kurčatova v Moskvě (zkratka TM v názvu znamená „tokamak malyj“, tedy malý tokamak a zkratka VČ „vysokočastotnyj“, tj. vysokofrekvenční). V polovině sedmdesátých let byl zapůjčen a později darován Ústavu fyziky plazmatu ČSAV. Do provozu byl uveden v září roku 1977 pod názvem TM-1-MH (zkratka MH představuje „microwave heating“, tedy ohřev mikrovlnami). Poté byl v roce 1985 přestavěn a pod novým názvem CASTOR (Czechoslovak Academy of Sciences TORus) fungoval až do roku 2007, kdy byl přemístěn na Fakultu jadernou a fyzikálně inženýrskou.

Vakuová nádoba tokamaku GOLEM je vyrobena z nerezové oceli a má kruhový průřez. Velký poloměr vakuové nádoby činí 40 cm a malý poloměr 10 cm (okraj plazmatu je od vedlejší osy vzdálen 8,5 cm). Z uvedených údajů je patrné, že tokamak GOLEM patří mezi malé tokamaky. Na Obr. 2.1 je uvedena fotografie tokamaku GOLEM.



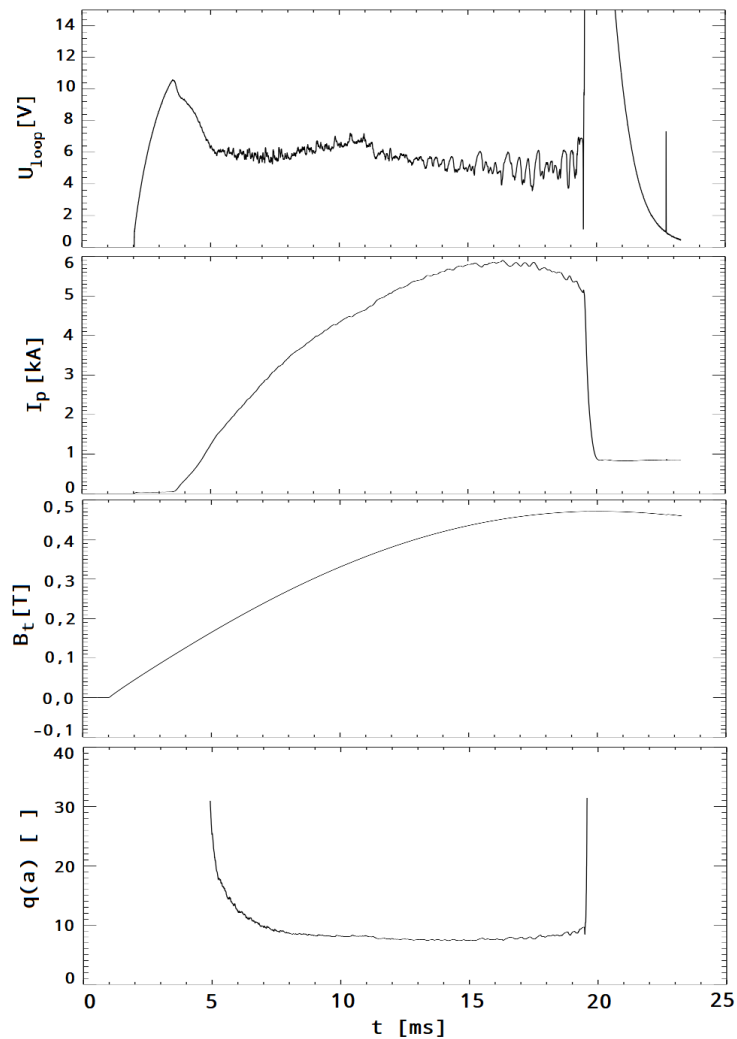
Obrázek 2.1: Tokamak GOLEM, převzato z [7].

Tlak v nádobě před napuštěním pracovním plynem je řádově 10^{-4} Pa, po napuštění řádově 10^{-3} Pa. Jako pracovní plyn se v tokamaku GOLEM používá vodík H_2 či helium He.

Na tvorbě toroidálního magnetického pole se podílí 28 cívek navinutých v poloidálním směru. Toroidální pole dosahuje velikosti desetin T (viz Obr. 2.2). Stabilitě plazmatu napomáhají vnější cívky poloidálního magnetického pole.

Proud plazmatem, jak je vidět na Obr. 2.2, má velikost řádově jednotek kA. Zásoba stability, daná podílem toroidálního magnetického pole a proudem plazmatem, je na okraji plazmatu úměrna řádově jednotkám až desítkám.

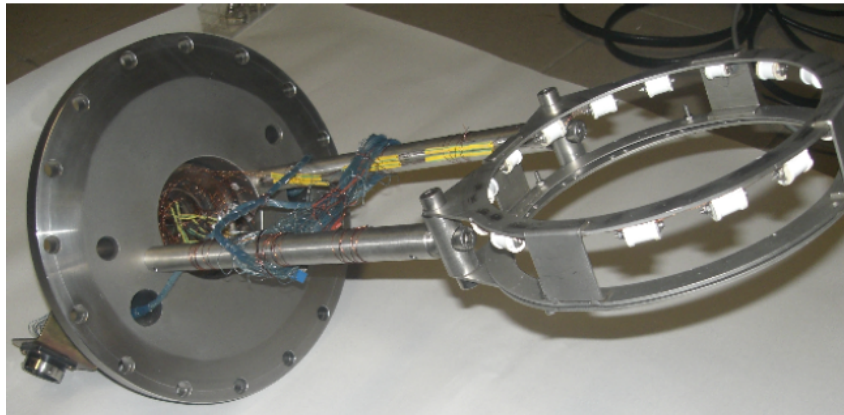
Na následujícím obrázku (Obr. 2.2) jsou uvedeny časové průběhy základních parametrů výboje na tokamaku GOLEM.



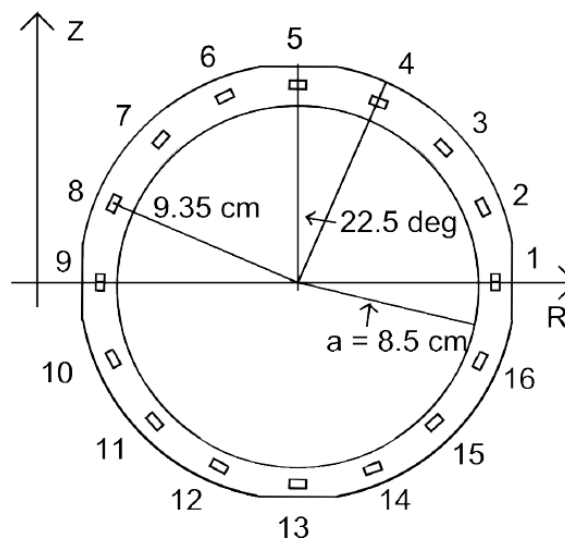
Obrázek 2.2: Časový průběh napětí na závit U_{loop} , proudu plazmatem I_p , toroidálního magnetického pole B_t a zásoby stability na okraji plazmatu $q(a)$ výboje č. 35882.

2.1 Prstenec Mirnovových cívek

Představovaná diagnostika poloidálního magnetického pole, jejíž podrobný popis je uveden v [7], sestává ze šestnácti Mirnovových cívek. Cívky jsou rovnoměrně rozmístěny po obvodu kruhového rámu (viz Obr. 2.3), jenž je vsazen do komory tokamaku. Plazma tedy protéká středem prstence a cívky se nacházejí těsně nad okrajem plazmatu (ve vzdálenosti 9,35 cm od vedlejší osy). Každé dvě sousední cívky spolu svírají úhel $22,5^\circ$. Obr. 2.4 ukazuje uspořádání očíslovaných cívek v rámu.

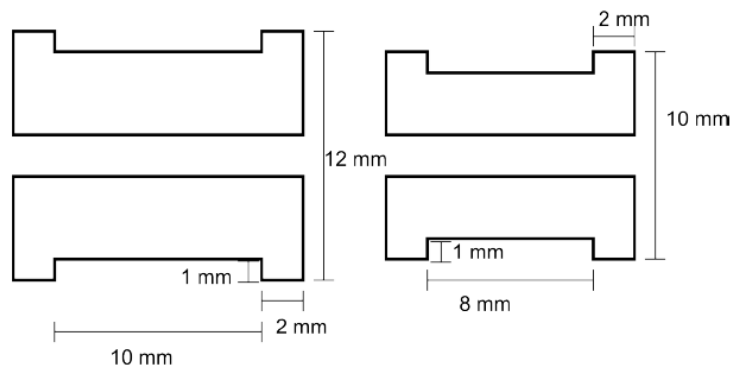


Obrázek 2.3: Prstenec Mirnovových cívek vyjmutý z komory tokamaku, převzato z [7].



Obrázek 2.4: Nákres uspořádání Mirnovových cívek v rámu, převzato z [7].

Kvůli technickému provedení jsou použité cívky dvojích rozměrů. Rám diagnostiky je na čtyřech místech připevněn ke stěně komory, a proto v těchto částech zbývá méně prostoru pro cívku. Cívky č. 1, 5, 9 a 13 (viz Obr. 2.4) mají menší rozměry než ostatní cívky: délku 8 mm a průměr 10 mm, ostatní cívky mají v průměru 12 mm a jsou dlouhé 10 mm, jak je vidět na Obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Rozměry cívek použitých v prstenci, převzato z [7], upraveno.

U každé cívky je třeba znát její efektivní plochu užívanou při integraci signálu z cívky (viz kap. 3). Efektivní plochu cívky lze určit z jejích rozměrů. Pro malé cívky je efektivní plocha $S_{efekt} = 84,5 \text{ cm}^2$ a pro velké cívky $S_{efekt} = 163,4 \text{ cm}^2$. [7] uvádí, že z rozměrů vypočtené hodnoty efektivní plochy neodpovídají experimentálním výsledkům, což je způsobeno nepřesností při výrobě a natočení cívky vůči magnetickému poli. Efektivní plochy všech cívek byly tedy určeny experimentálně (viz Tab. 2.1).

Tabulka 2.1: Parametry Mirnovových cívek, p představuje polaritu cívky, S_{efekt} její efektivní plochu, převzato z [7].

Číslo cívky	p []	S_{efekt} [cm ²]
1	-1	68,9
2	-1	140,7
3	+1	138,9
4	+1	140,4
5	-1	68,6
6	+1	134,5
7	-1	134,3
8	+1	142,5
9	-1	67,6
10	+1	142,8
11	-1	140,4
12	-1	138,0
13	-1	76,3
14	-1	142,2
15	-1	139,8
16	-1	139,3

Kapitola 3

Použité metody zpracování naměřených dat

V této kapitole uvádím postupy užití při rozboru dat naměřených na cívkách z diagnostiky popsané v předchozí kapitole. Data jsem analyzovala pomocí dvou hlavních metod.

Frekvenční analýzou jsem prokazovala, že se v signálu z cívky vyskytuje dominantní složka periodického charakteru (což ukazuje přítomnost oscilující struktury v poloidálním magnetickém poli).

Korelační analýzou jsem ověřovala, zda nalezená oscilující struktura rotuje v poloidálním směru.

K výpočtům a kreslení grafů jsem používala programovací jazyky GDL a Octave, které již obsahují optimalizované implementace používaných statistických a analytických funkcí s grafickým výstupem.

3.1 Frekvenční analýza signálu

3.1.1 Fourierova transformace

Fourierova transformace je metoda zpracování signálu, jejíž aplikací obdržíme zobrazení, které určuje, zda je původní signál periodický, a pokud je, jaká je jeho frekvence.

Fourierův obraz (neboli spektrum) signálu $s(t)$ je dán předpisem

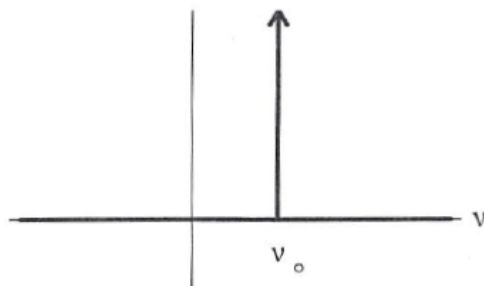
$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-2\pi i\nu t} dt \quad (3.1)$$

přičemž funkce $S(\nu)$ i $s(t)$ jsou obecně komplexní.

Předpis Fourierovy transformace bývá často uváděn i se svou inverzní formou, jež má velmi podobný tvar

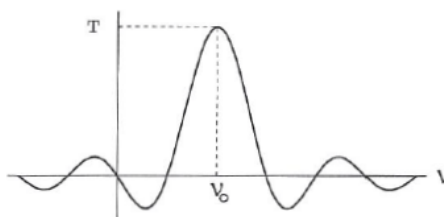
$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu)e^{2\pi i\nu t} d\nu. \quad (3.2)$$

Na Obr. 3.1 je uveden příklad spektra periodické funkce s frekvencí ν_0 definované na intervalu $(-\infty; +\infty)$. Jediná ostrá spektrální čára v bodě ν_0 představuje vlastně pík nekonečně malé šířky.



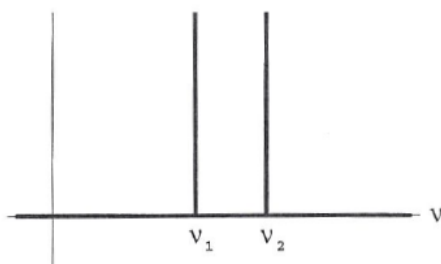
Obrázek 3.1: Frekvenční spektrum periodické funkce s frekvencí ν_0 , převzato z [6].

Jestliže zkoumáme periodický signál na konečném časovém intervalu $\langle -T; T \rangle$, podoba spektra signálu se změní. Z Obr. 3.2 je patrné, že spektrum periodického signálu konečné délky sestává z jednoho velkého píku šířky $\frac{1}{T}$ obklopeného menšími postranními píky.

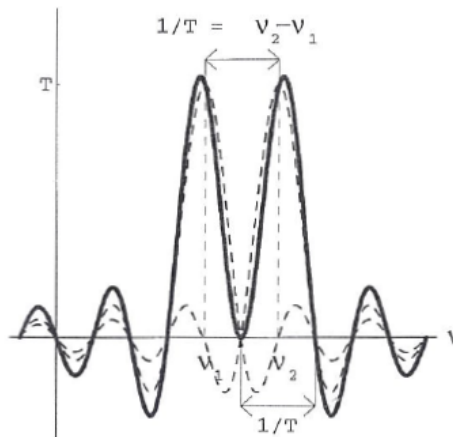


Obrázek 3.2: Frekvenční spektrum periodického signálu konečné délky s frekvencí ν_0 , převzato z [6].

Jestliže se signál skládá z většího počtu periodických signálů, obsahuje spektrum tento počet velkých píků. Na Obr. 3.3 a Obr. 3.4 je uveden příklad spektra signálu, který sestává ze dvou periodických složek o frekvenci ν_1 a ν_2 .



Obrázek 3.3: Frekvenční spektrum signálu složeného ze dvou periodických signálů o frekvencích ν_1 a ν_2 , převzato z [6].



Obrázek 3.4: Frekvenční spektrum signálu konečné délky složeného ze dvou periodických signálů o frekvencích ν_1 a ν_2 , převzato z [6].

Graf funkce $S(\nu)$ lze nakreslit pouze v případě, že $S(\nu)$ je reálná. Jestliže je $S(\nu)$ komplexní, je nejprve třeba ji ještě upravit tak, aby nová funkce již byla reálná. Jednou z možností je určit absolutní hodnotu $S(\nu)$, tedy

$$A(\nu) = |S(\nu)| = \sqrt{(\operatorname{Re}S(\nu))^2 + (\operatorname{Im}S(\nu))^2}. \quad (3.3)$$

Veličina $A(\nu)$ se pak nazývá amplitudové spektrum signálu $s(t)$. Další možností je tuto veličinu ještě umocnit, tedy

$$P(\nu) = A^2(\nu) = |S(\nu)|^2. \quad (3.4)$$

$P(\nu)$ nazýváme výkonovým spektrem signálu $s(t)$. Tyto dvě funkce jsou již jistě reálné a můžeme je tedy vynášet do grafu. Význam amplitudového spektra je obdobný jako význam výkonového spektra. Při svém zpracovávání dat jsem pracovala s výkonovým spektrem.

3.1.1.1 Diskrétní Fourierova transformace

Při zpracovávání naměřených dat se nesetkáme se signálem spojitým, jak tomu bylo v předešlých příkladech, nýbrž se signálem, jenž je tzv. diskretizovaný. Předpokládejme, že na časové ose je dán uzavřený interval, řekněme $\langle 0; T \rangle$. Ten je rozdělen na N dílků, které jsou od sebe vzdáleny o délku Δt , tzv. vzorkovací interval. Hodnota signálu je definována jen v bodech $t_k = k\Delta t$, kde $k = 0, 1, \dots, N - 1$.

Vydeme-li z původní definice Fourierovy transformace, musí v tomto případě integrál přejít na diskrétní součet, tedy

$$S(\nu) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} s(t_k) e^{-2\pi i \nu t_k}. \quad (3.5)$$

Pro amplitudové a výkonové spektrum platí u diskrétní Fourierovy transformace stejné vztahy jako u běžné Fourierovy transformace.

3.1.1.2 Rychlá Fourierova transformace

Při samotném numerickém výpočtu se v praxi nepoužívá Fourierova transformace ve tvaru z definice, nýbrž tzv. rychlá Fourierova transformace (anglicky Fast Fourier Transformation), jejíž postup je blíže popsán v [6]. K provedení běžné Fourierovy transformace je zapotřebí N^2 operací, zatímco rychlá Fourierova transformace vyžaduje pouze $N \cdot \log N$ operací.

3.1.2 Spektrum signálu z magnetické cívky

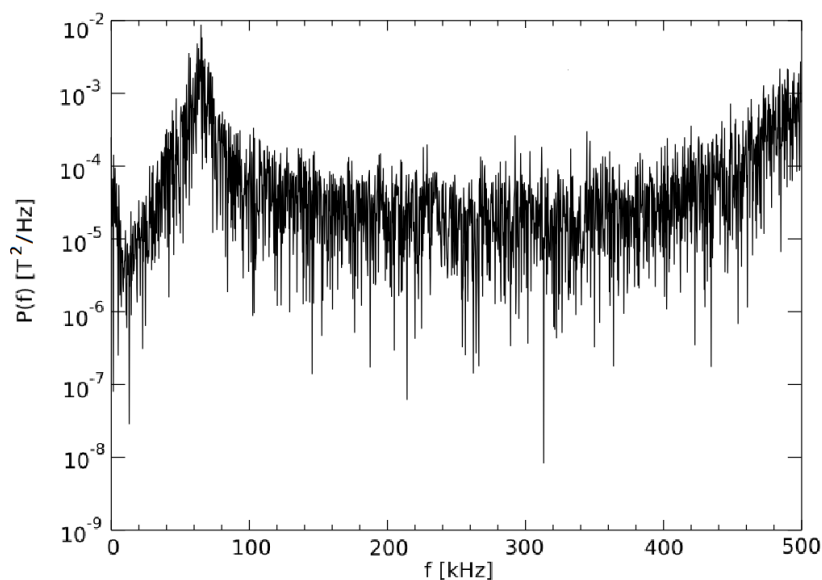
Signál z cívky se skládá z mnoha dílčích signálů. Mým cílem bylo určit, zda se v signálu z cívky nachází periodická část, jež by se svou frekvencí výrazně odlišovala od zbytku signálu.

Největší frekvence, kterou je možné ve spektru stanovit, tzv. Nyquistova frekvence ν_c , závisí na vzorkovacím intervalu Δ následovně

$$\nu_c = \frac{1}{2\Delta}. \quad (3.6)$$

Vzorkovací interval měření na prstenci cívek je $\Delta = 1 \mu\text{s}$. A tedy největší frekvence, kterou lze ve spektru určit, je $\frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ Hz} = 500 \text{ kHz}$.

Na Obr. 3.5 je vyneseno spektrum signálu jedné z cívek prstence nalezené pomocí výše popsané metody. K výpočtu jsem použila funkci $fft()$ v programovacím jazyce GDL.



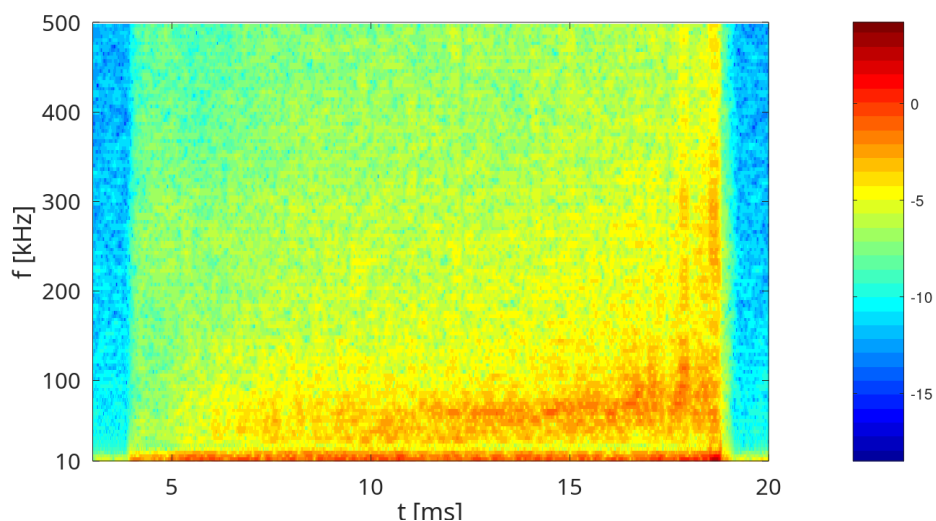
Obrázek 3.5: Frekvenční spektrum $P(f)$ signálu z cívky č. 16, výboj č. 35882.

Ve spektru je patrný výrazný pík kolem bodu 60 kHz. To značí, že signál z cívky obsahoval dílčí signál o frekvenci přibližně 60 kHz. Z toho lze usuzovat, že cívka zaznamenala v poloidálnímu magnetickém poli strukturu periodického charakteru.

3.1.3 Spektrogram

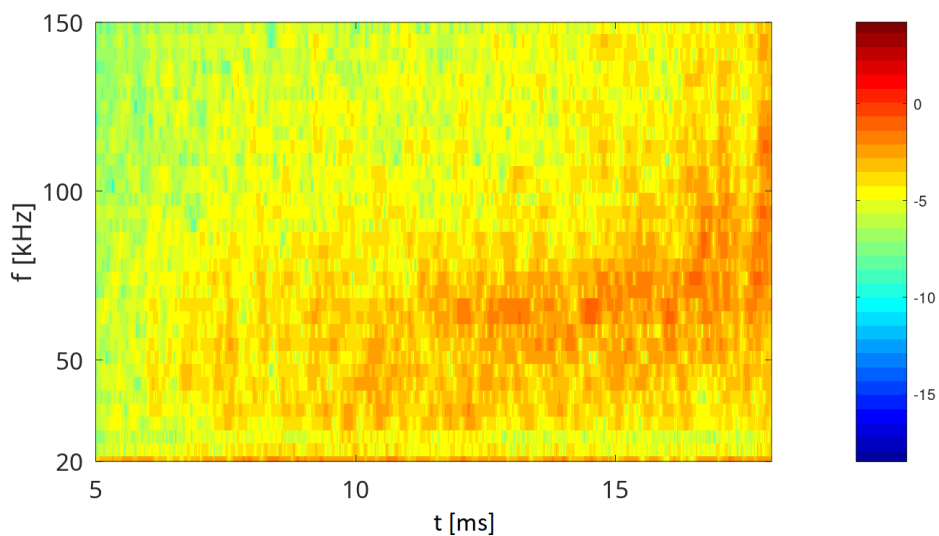
Spektrogram zobrazuje časový vývoj frekvenčního spektra signálu.

Vzorový spektrogram cívky č. 13, jenž byl nakreslen pomocí funkce *specgram* () v programovacím jazyce Octave, je vyneseno na Obr. 3.6.



Obrázek 3.6: Spektrogram dat naměřených na cívce č. 13, výboj č. 35885.

Po nalezení dominantní frekvence můžeme spektrogram zaměřit na zkoumanou oblast, jak je tomu na Obr. 3.7.



Obrázek 3.7: Spektrogram dat naměřených na cívce č. 13, zaměřeno, výboj č. 35885.

3.2 Korelační analýza signálu

Korelační analýza slouží k porovnání dvou signálů. Určuje, do jaké míry se dané signály shodují a zda jsou navzájem časově posunuty.

3.2.1 Korelační funkce

Řekněme, že chceme porovnat dva signály $A(t)$ a $B(t)$. Jejich korelační funkce (v literatuře se též uvádí křížová korelační funkce), jež porovnává signál $A(t)$ se signálem $B(t)$, je dána následujícím vztahem

$$K(\tau) = \frac{1}{C} \int_{-\frac{C}{2}}^{+\frac{C}{2}} A(t) \cdot B(t + \tau) dt. \quad (3.7)$$

Při numerickém zpracování naměřeného signálu se používá diskrétní varianta této metody, jež opět nahrazuje interval konečnou sumou:

$$K(\tau_i) = \frac{1}{C} \sum_{k=1}^{N-i} A(t_k) \cdot B(t_{k+i}). \quad (3.8)$$

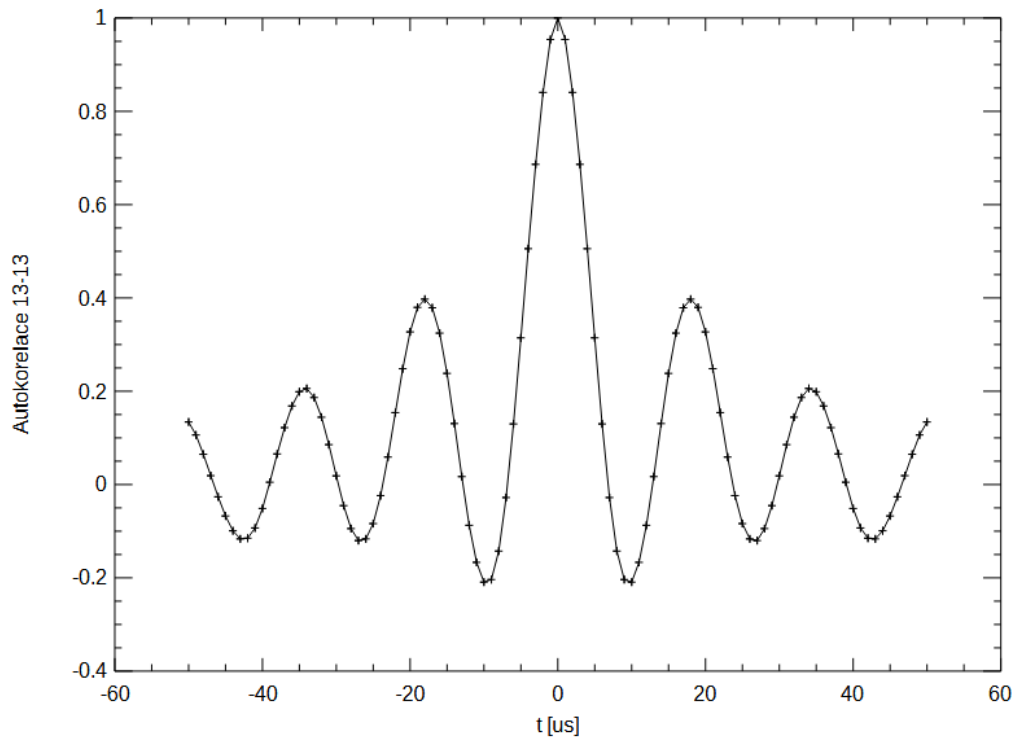
Na následujících vzorových obrázcích je korelační funkce navíc normalizována.

Jesliže by byla hodnota korelační funkce nulová, znamenalo by to, že signály jsou naprosto odlišné. Naopak, byla-li by hodnota korelační funkce rovna jedné, značilo by to, že signály jsou naprosto shodné. Hodnota korelační funkce rovna -1 by ukazovala, že signály jsou v protifázi. Osa x představuje časový posun signálů, osa y míru shody mezi signály.

3.2.1.1 Korelační funkce cívek z prstence

Na Obr. 3.8 a Obr. 3.9 jsou uvedeny příklady korelačních funkcí zkonstruovaných pomocí funkce `c_correlate()` v programovacím jazyce GDL.

Obr. 3.8 ukazuje korelační funkci, jež srovnává dva stejné signály. Na grafu je zřetelný hlavní pík v čase 0 s hodnotou 1. Tedy dva stejné signály se dle očekávání naprosto shodují a nejsou navzájem nijak posunuty. Zároveň lze pozorovat další píky, jejichž přítomnost naznačuje periodicitu signálu a potvrzuje tak poznatky z předchozí podkapitoly.



Obrázek 3.8: Autokorelační funkce signálu z cívky č.13, výboj č. 35882.

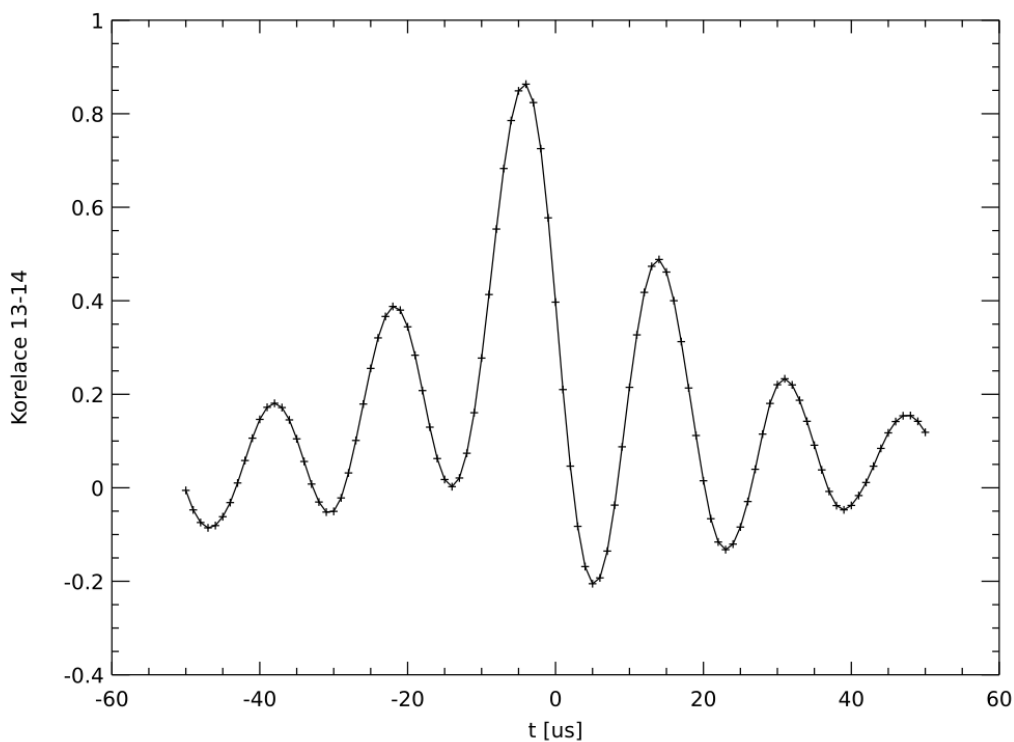
Na Obr. 3.9 je příklad korelační funkce signálů ze dvou sousedících cívek. Rozbor jsem prováděla na co nejmenším intervalu signálu (konkrétně délky $200 \mu\text{s}$), aby byl případný vztah mezi jednotlivými signály co nejzřetelnější. Z obrázku je patrné, že data z cívek se shodují přibližně z 87 %, avšak jsou vzájemně posunuta přibližně o $4 \mu\text{s}$. Tato skutečnost potvrzuje předpoklad, že struktura se během výboje pohybuje v poloidálním směru.

Z grafu je též možné určit orientaci pohybu a jeho úhlovou rychlost.

Orientace pohybu je dána orientací časového posunu signálu $B(t)$ od vztažného $A(t)$. Ve zmíněném případě jsou tedy data z cívky č. 13 shodná s daty z cívky č. 14 zaznamenaná o $4 \mu\text{s}$ později. Tedy struktura se pohybuje od cívky č. 14 k cívce č. 13, tedy po směru hodinových ručiček.

Jsou-li cívky po obvodu vakuové nádoby rozmístěny rovnoměrně, pak úhlová vzdálenost mezi dvěma cívkami činí $22,5^\circ$, neboli $0,125\pi$ rad. A úhlová rychlost je pak dána jako vzdálenost mezi cívkami dělená časem potřebným k přesunu od jedné cívky ke druhé.

V uvedeném příkladu tedy $\omega = \frac{0,125\pi}{4} \cdot 10^6 \text{ rad/s} \doteq 10^5 \text{ rad/s}$.



Obrázek 3.9: Korelační funkce signálů z cívek č.13 a 14, výboj č. 35882.

3.2.2 Rovinný graf korelačních funkcí

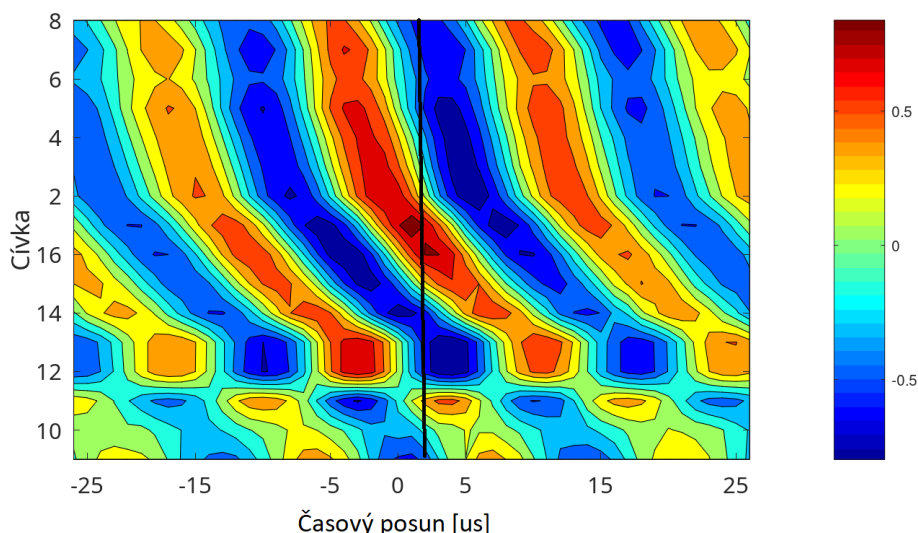
Dalším krokem zpracování dat bylo sestavení rovinného grafu ze sady korelačních funkcí srovnávacích signál z jedné vybrané cívky se signály z ostatních cívek.

Příklad rovinného grafu, který jsem sestrojila pomocí funkce *contourf* () v programovacím jazyce Octave, je na Obr. 3.10. Graf porovnává cívku č. 1 s ostatními cívkami. Na ose *y* jsou uvedena čísla srovnávaných cívek.

Graf sestává ze střídajících se pásů. Pásky v odstínech červené představují největší shodu mezi daty z cívek, pásky v odstínech modré naopak nejmenší shodu. Sklon pásů ukazuje, že shodující se data jsou s každou následující cívkou více časově posunuta. Tedy, že struktura se pohybuje po celém obvodu.

V poloidálním magnetickém poli jsem tedy našla oscilující strukturu, která rotuje v poloidálním směru. Zmíněné vlastnosti naznačují, že se jedná o magnetický ostrov.

Z toho, že se v grafu v každém pevně daném čase vyskytuje větší počet pásů v červeném odstínu, je možné usuzovat, že se v plazmatu vyskytoval větší počet magnetických ostrovů. Do grafu jsem zakreslila čáru rovnoběžnou s osou *y* (viz Obr. 3.10), která vyznačuje pevně daný čas. Počet průsečíků čáry s pásy mi dal módové číslo *m*, tedy počet magnetických ostrovů. V uvedeném vzorovém příkladu je *m* = 2, což ukazuje výskyt dvou magnetických ostrovů.



Obrázek 3.10: Rovinný graf korelačních funkcí, výboj č. 35885.

Dále jsem určila úhlovou rychlost ostrovu pomocí zjištěné frekvence a módového čísla

$$\omega = \frac{2\pi f}{m}. \quad (3.9)$$

Po dosažení $f = 60 \text{ kHz}$ a $m = 2$ byla úhlová frekvence $\omega \doteq 188,4 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$, což řádově odpovídá úhlové rychlosti vypočtené z časového posunu mezi daty ze sousedních cívek.

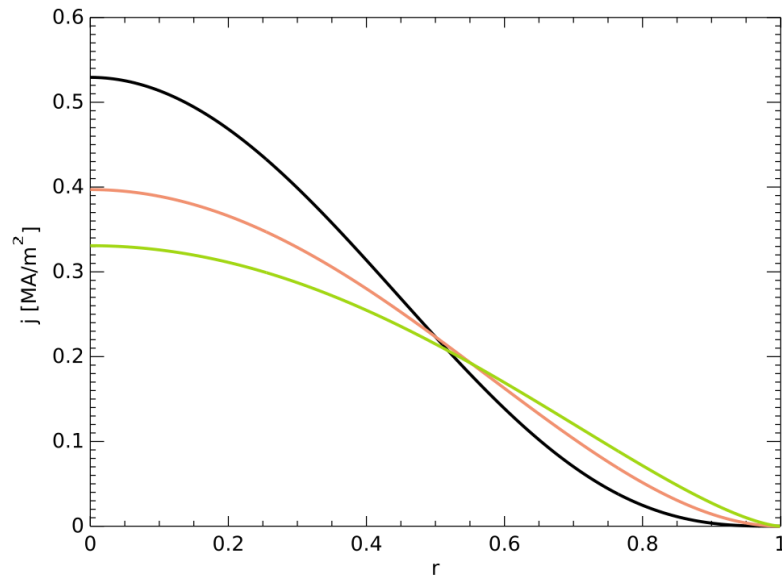
3.3 Profily proudové hustoty a zásoby stability

Z první kapitoly je již známo, že vztahy pro profily (tedy funkce závislé na vzdálenosti od vedlejší osy tokamaku) proudové hustoty j a zásoby stability q jsou následující

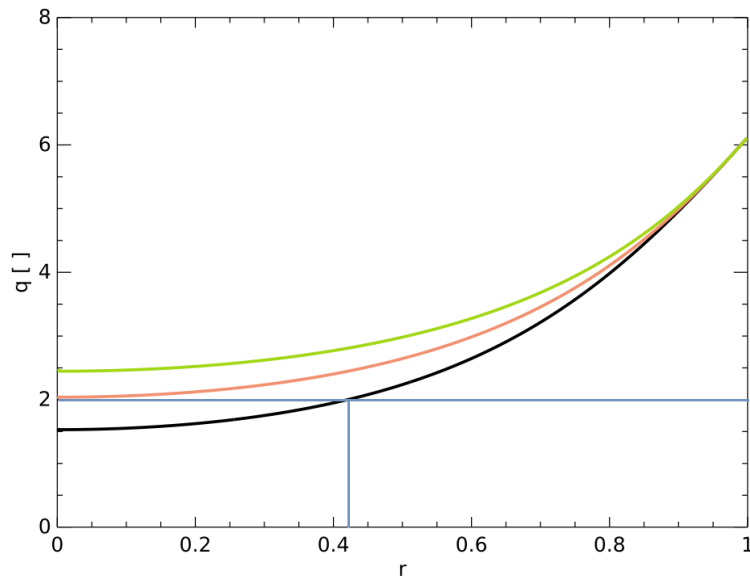
$$j(r) = j(0)\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^p = \frac{p+1}{2\pi a^2} I_p(a) \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^p \quad (3.10)$$

$$q(r) = q(a) \frac{\frac{r^2}{a^2}}{1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{p+1}}. \quad (3.11)$$

K odvození vztahu pro profil zásoby stability je třeba vztahu pro profil hustoty proudu, proto zde uvádím oba dva. Vztahy jsou v takovém tvaru, že k vykreslení profilů jsou potřebné pouze konstanty, známé měřené veličiny B_t a I_p a volitelný parametr p . Na Obr. 3.11 a Obr. 3.12 jsou vykresleny profily hustoty proudu a zásoby stability při různých hodnotách parametru p .



Obrázek 3.11: Profil proudové hustoty výboje č. 35885 na normalizovaném poloměru, $I_p(a) = 6$ kA (v čase $t = 17$ ms), pro $p = 3$ (černá), $p = 2$ (červená), $p = 1,5$ (zelená).



Obrázek 3.12: Profil zásoby stability výboje č. 35885 na normalizovaném poloměru, $q(a) = 6.1$ (v čase $t = 17$ ms), pro $p = 3$ (černá), $p = 2$ (červená), $p = 1,5$ (zelená).

Poznamenejme, že parametr p , s jehož změnou se mění i podoba profilu, při výpočtu volíme, neznáme jeho hodnotu. Při volbě p je tedy třeba řídit se citem a zkušeností. Vhodné hodnoty parametru p se podle [2] nacházejí na intervalu $(1, 5; 3)$.

Z profilu zásoby stability jsem určila hodnotu $r = 0,42$ při $q(r) = 2$. Jedná se o podíl vzdálenosti ostrova od vedlejší osy ρ a malého poloměru $a = 0,085$ m. Pomocí ρ jsem následně vypočetla rychlost rotace magnetického ostrova pomocí vztahu

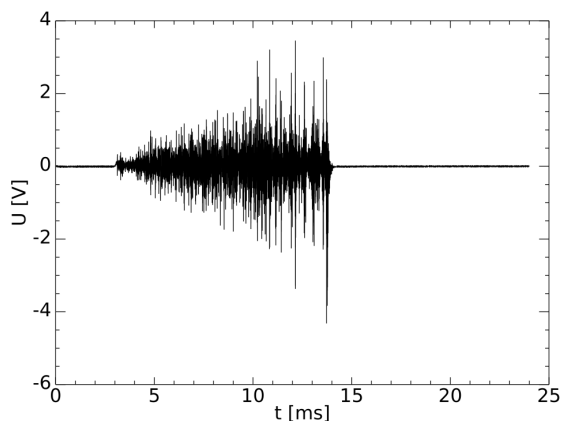
$$v = \omega\rho. \quad (3.12)$$

V předkládaném příkladu byla $v \doteq 6,73$ km/s.

3.4 Určení B_p ze signálu z cívky

Výstupní data z Mirnovovy cívky mají rozměr elektrického napětí. Následující text popisuje postup převedení těchto dat na magnetickou indukci. Celá metoda je podrobněji vysvětlena v [7].

Na Obr. 3.13 je uveden surový signál naměřený na jedné z Mirnovových cívek prstence.



Obrázek 3.13: Časový průběh signálu naměřeného na cívce.

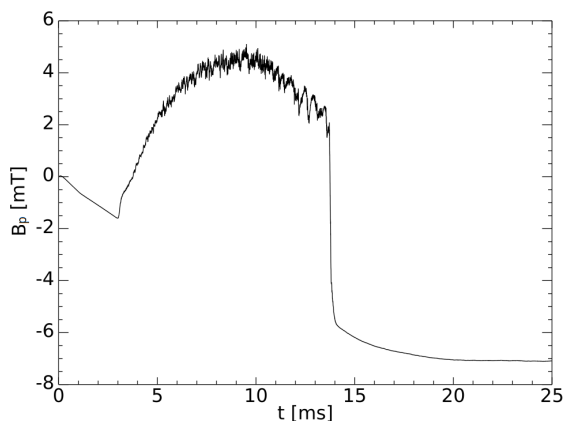
Ze vztahu (1.18) lze odvodit, že magnetická indukce se z napětí určí pomocí vztahu

$$B(t) = \frac{p}{S_{\text{efekt}}} \int_0^t U(\tau) d\tau. \quad (3.13)$$

Základním krokem zpracování signálu je jeho numerická integrace (viz Obr. 3.14) podle vztahu

$$B(t_n) = \frac{p}{S_{\text{efekt}} f} \sum_{k=0}^n U(k), \quad (3.14)$$

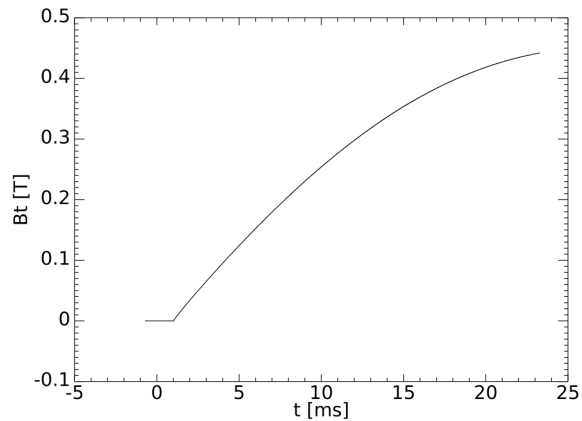
kde p značí polaritu cívky, S_{efekt} efektivní plochu cívky a f vzorkovací frekvenci.



Obrázek 3.14: Numerický integrál signálu naměřeného na cívce.

Integrál je nyní nutno zkorigovat.

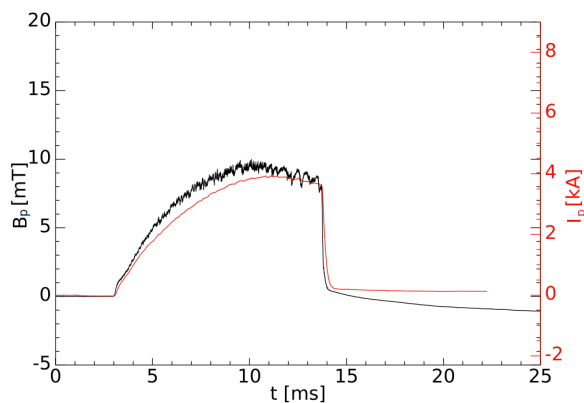
Poznamenejme, že během měření Mirnovovy cívky zachycují nejen poloidální magnetické pole, ale také část toroidálního magnetického pole (viz Obr. 3.15).



Obrázek 3.15: Časový průběh toroidálního magnetického pole.

Je tedy třeba od integrálu odečíst toroidální magnetické pole vynásobené vhodnou konstantou, odečíst konstantní chybu nuly (offset) a provést další korekce podrobněji popsané v [7].

Na Obr. 3.16 je vyneseno získané poloidální magnetické pole v porovnání s proudem tekoucím plazmatem. Povšimněme si vzájemné podobnosti obou grafů, jež potvrzuje, že poloidální magnetické pole je generováno proudem tekoucím plazmatem.



Obrázek 3.16: Časový průběh poloidálního magnetického pole a proudu plazmatem.

Kapitola 4

Diskuze výsledků

Měření na tokamaku GOLEM jsem se účastnila 3.6.2022. Záznam o maximálním proudu plazmatem a toroidálním magnetickém poli jsou uvedeny i s příslušnou zásobou stability v Tab. 4.1. Ve spektrech signálů naměřených při těchto výbojích jsem nenalezla dominantní frekvenci. Ke statistické analýze jsem použila sadu měření z databáze tokamaku GOLEM, která byla provedena 26.2.2021 (viz Tab. 4.1). Výboje se zásobou stability na okraji plazmatu v rozsahu 9 až 4 z této sady jsou též uvedeny v Tab. 4.1.

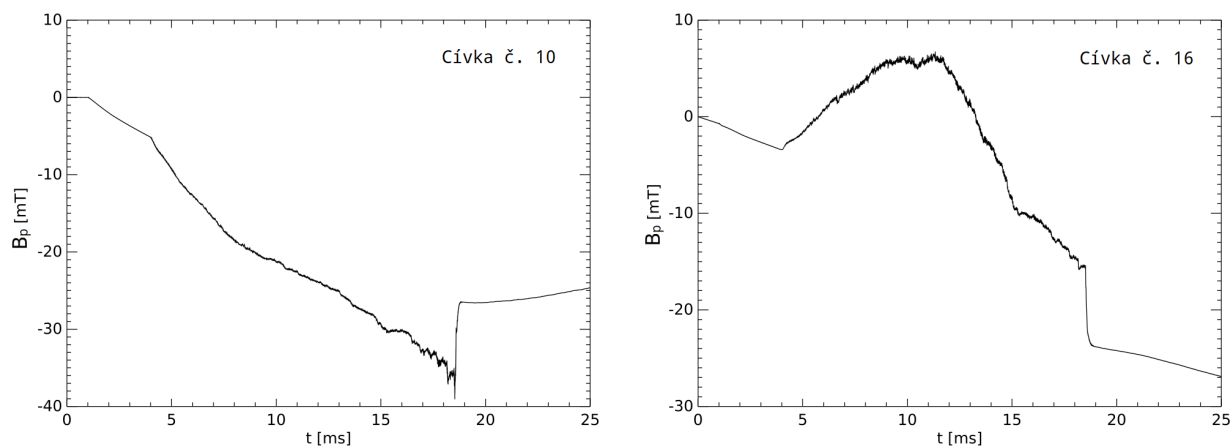
Tabulka 4.1: Parametry zkoumaných výbojů, B_t a I_p představují maximální toroidální magnetické pole a proud plazmatem a $q(a)$ označuje zásobu stability na okraji plazmatu při daných hodnotách. Výboje č. 35880 až č. 35894 byly provedeny 26.2.2021, výboje č. 39268 až č. 39274 byly provedeny 3.6.2022.

Číslo výboje	B_t [T]	I_p [kA]	$q(a)$ []
39268	0,23	1,18	17,6
39269	0,37	3,51	9,5
39270	0,36	3,60	9,0
39271	bez plazmatu		
39272	0,35	3,92	8,0
39273	0,30	3,86	7,0
39274	0,34	3,55	8,6
35880	0,51	5,05	9,1
35881	0,49	5,47	8,1
35882	0,47	5,86	7,2
35883	0,45	6,22	6,5
35884	0,44	5,60	7,1
35885	0,42	6,03	6,3
35886	0,40	5,80	6,2
35887	0,38	5,81	5,9
35888	0,37	6,53	5,1
35889	0,35	6,56	4,8
35890	0,33	6,38	4,7
35891	0,31	6,47	4,3
35892	0,30	6,50	4,2
35893	0,27	6,53	3,7
35894	0,24	6,19	3,5

Polarity některých cívek určené z naměřených dat a používané v rozborech neodpovídají polaritám uvedeným v [7]. Tab. 4.2 tyto polarity porovnává. Grafy nezkorigovaných integrálů cívek s odlišnou polaritou (č. 10 a č. 16) jsou na Obr. 4.1.

Tabulka 4.2: Porovnání polarit Mirnovových cívek z [7] s výsledky měření z roku 2021.

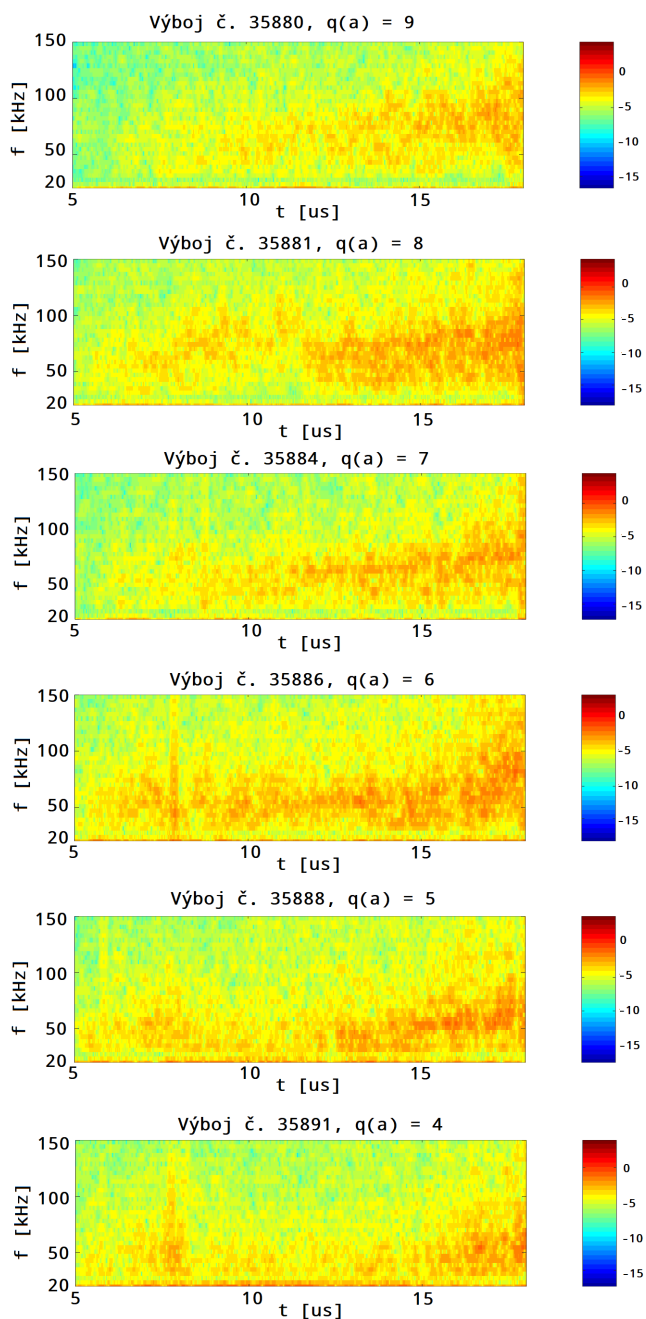
Číslo cívky	p [] uvedená v [7]	p [] (měření 2021)
1	-1	-1
2	-1	-1
3	+1	+1
4	+1	+1
5	-1	-1
6	+1	+1
7	-1	-1
8	+1	+1
9	-1	-1
10	+1	-1
11	-1	-1
12	-1	-1
13	-1	-1
14	-1	-1
15	-1	-1
16	-1	+1



Obrázek 4.1: Nezkorigované integrály signálů z cívek č. 10 a č. 16, výboj č. 35887.

4.1 Frekvenční spektra výbojů s různou $q(a)$

Na Obr. 4.2 jsou uvedeny spektrogramy dat ze stejné cívky pro výboje s $q(a)$ rovnou 9 až 4. Ve všech případech byla pozorována dominantní frekvence, a to na přibližně stejné úrovni mezi 50 kHz a 100 kHz (v dalších výpočtech počítám s $f = 60$ kHz).



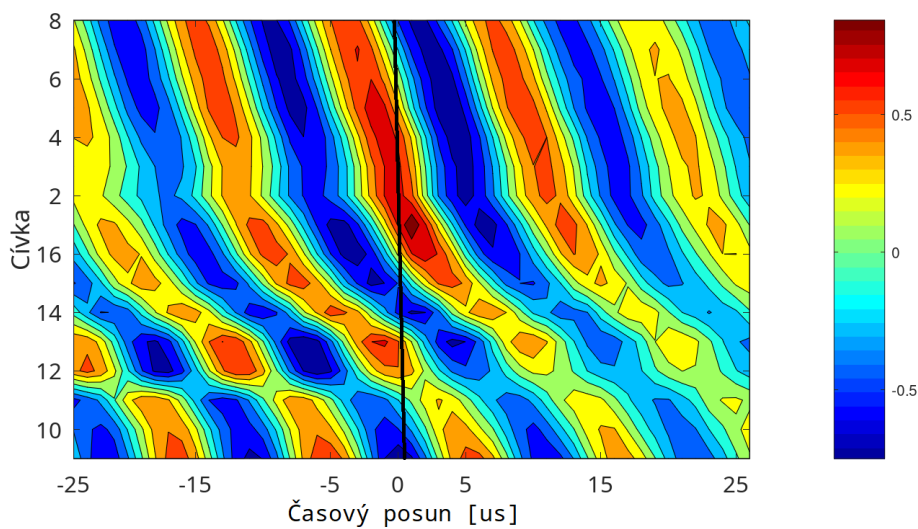
Obrázek 4.2: Spektrogramy dat z výbojů s různou zásobou stability.

4.2 Určování módového čísla

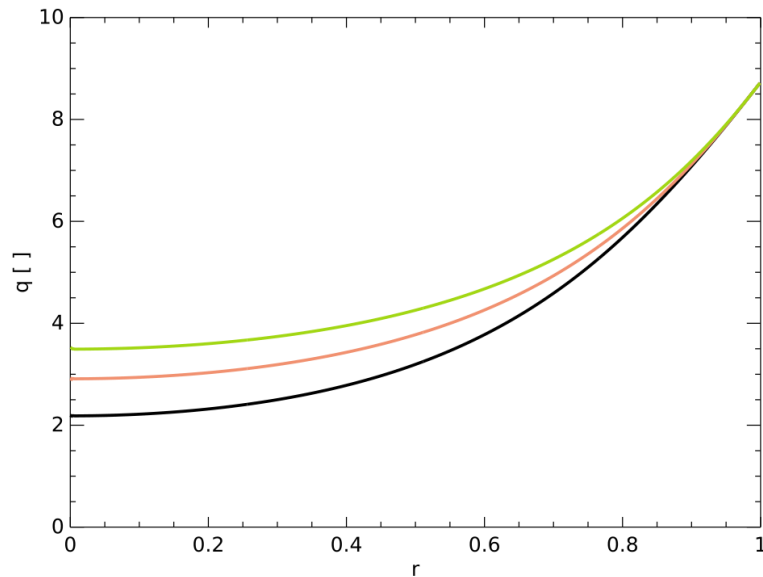
V kap. 3 jsem již uvedla rozbor výboje č. 35885 se zásobou stability na okraji plazmatu rovnou přibližně 6. V dalším uvádím příklady dvou výbojů se zásobou stability rovnou 9 a 4.

4.2.1 Výboj č. 35880

Na Obr. 4.4 a Obr. 4.3 jsou uvedeny profil zásoby stability a rovinný graf korelačních funkcí pro výboj č. 35880 se zásobou stability na okraji plazmatu přibližně 9.



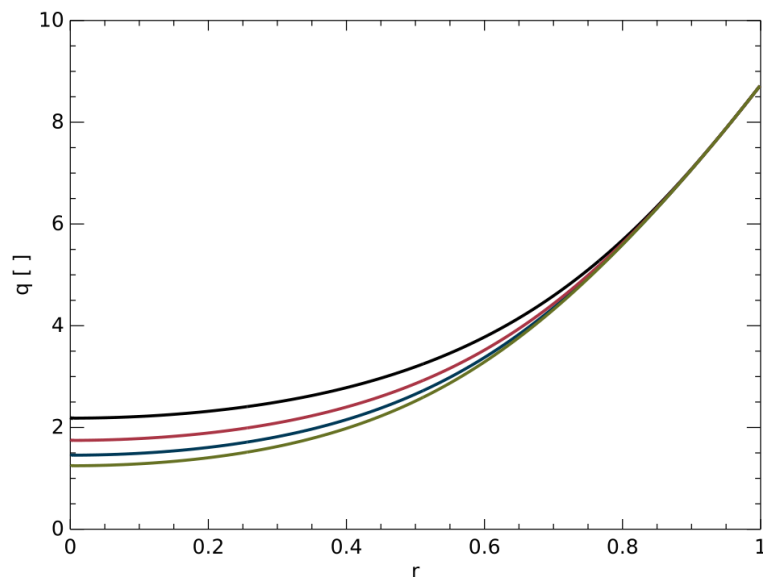
Obrázek 4.3: Rovinný graf korelačních funkcí, výboj č. 35880.



Obrázek 4.4: Profil zásoby stability pro $p = 3$ (černá), $p = 2$ (červená), $p = 1,5$ (zelená), výboj č. 35880.

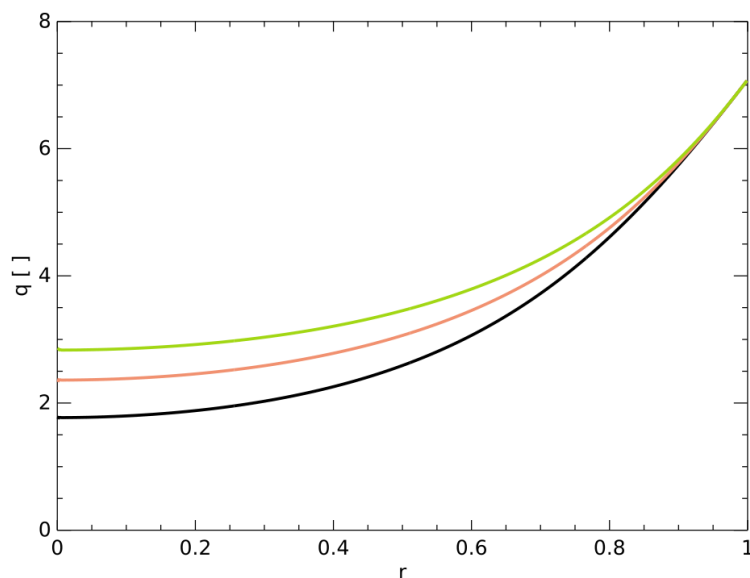
Z rovinného grafu korelačních funkcí jsem módové číslo určila jako $m = 2$. Podle profilu zásoby stability však takový mód nenastává.

Vysvětlením by mohlo být, že profil zásoby stability je v tomto případě více píkovaný, tedy, že pro určení profilu zásoby stability by bylo třeba použít p větší než 3. Pro ilustraci uvádím na Obr. 4.5 profily zásoby stability s $p = 4$, $p = 5$ a $p = 6$. Z obrázku je patrné, že pro tyto hodnoty p se už magnetický povrch $q = 2$ v plazmatu vyskytuje.



Obrázek 4.5: Profil zásoby stability pro $p = 3$ (černá), $p = 4$ (fialová), $p = 5$ (modrá), $p = 6$ (zelená), výboj č. 35880.

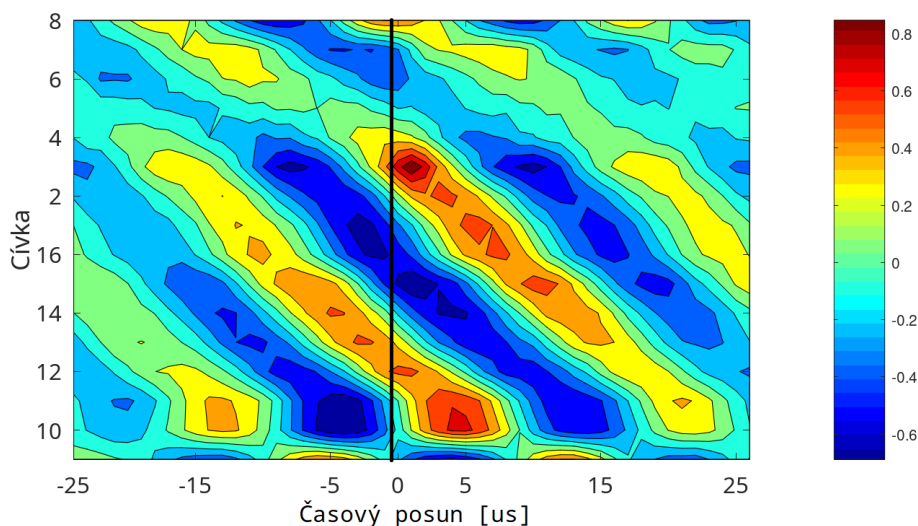
Nesoulad mezi dvěma grafy by též bylo možné vysvětlit tak, že plazma mohlo být posunuto, tedy že vedlejší osa plazmatu neodpovídala vedlejší ose komory. Pak by malý poloměr plazmatu a byl menší než předpokládaný, a tedy zásoba stability by byla také menší než předpokládaná. Pro ilustraci uvádím Obr. 4.6 s profily zásoby stability při malém poloměru $a = 7,5$ cm. Zde je mód $m = 2$ již možný pro $p = 3$.



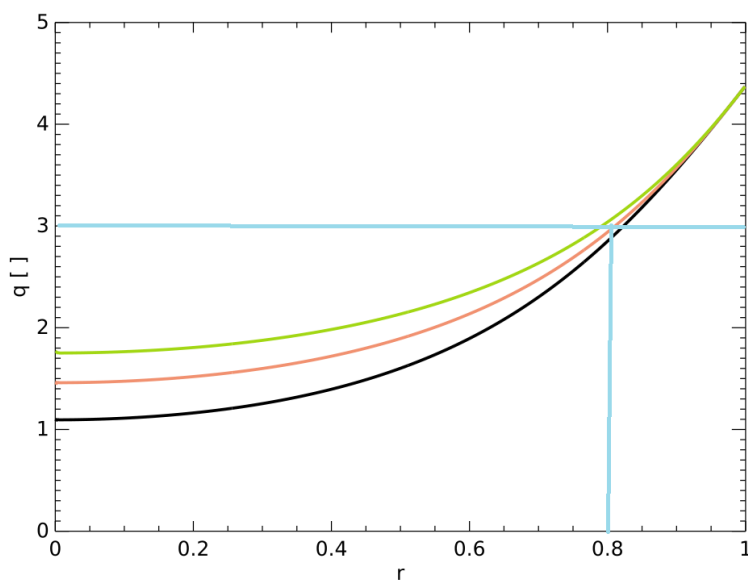
Obrázek 4.6: Profil zásoby stability pro malý poloměr $a = 7,5$ cm a pro $p = 3$ (černá), $p = 2$ (červená), $p = 1,5$ (zelená), výboj č. 35880.

4.2.2 Výboj č. 35891

Jako další příklad uvádím výboj č. 35891 se zásobou stability na okraji plazmatu přibližně 4 (viz Obr. 4.7 a Obr. 4.8).



Obrázek 4.7: Rovinný graf korelačních funkcí, výboj č. 35891.



Obrázek 4.8: Profil zásoby stability pro $p = 3$ (černá), $p = 2$ (červená), $p = 1,5$ (zelená), výboj č. 35891.

Zde je z rovinného grafu patrné módové číslo $m = 3$. Z profilu zásoby stability je viditelné, že $q(r) = 3$ odpovídá $r = 0,8$. Pro výpočet rychlosti máme tedy $\omega = \frac{2\pi f}{m} \doteq \frac{2\pi 60 \cdot 10^3}{3} = 125,6 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ a poloměr $\rho = 0,8 - 0,085 = 0,068 \text{ m}$. Pak $v = 8,54 \text{ km/s}$.

Závěr

Ve své práci jsem se zabývala poloidálním magnetickým polem v tokamaku.

Provedla jsem frekvenční a korelační analýzu dat naměřených pomocí prstence šestnácti Mirnovových cívek na tokamaku GOLEM u výbojů s různou hodnotou zásoby stability na okraji plazmatu. Zpracovávala jsem data naměřená u dvou sad výbojů. Měření jedné z nich jsem se osobně účastnila, data ze druhé sady jsem čerpala z databáze tokamaku GOLEM.

U výbojů z databáze tokamaku GOLEM jsem ve spektrech signálů naměřených na Mirnovových cívkách našla dominantní frekvenci (v oblasti 50 kHz až 100 kHz), což ukazuje, že signály obsahovaly oscilující složku.

Dále jsem ukázala, že data z jednotlivých cívek si odpovídají a jsou vzájemně časově posunuta. Z toho plyne, že poloidální magnetické pole obsahuje složku rotující v poloidálním směru. Podařilo se tedy prokázat vznik tzv. magnetických ostrovů.

Pro mód $m = 2$ jsem určila rychlost rotace magnetického ostrova $v_2 \doteq 6,7$ km/s, pro mód $m = 3$ byla rychlost rotace magnetického ostrova $v_3 \doteq 8,5$ km/s.

Literatura

- [1] CHEN, Francis F.: *Úvod do fyziky plazmatu*. 3. vyd. Praha: Academia, 1984.
- [2] ĎURAN, Ivan: *Measurement of magnetic fluctuations in a tokamak*. Diplomová práce. Praha: FJFI ČVUT v Praze, 1997.
- [3] ENTLER, Slavomír, Ondřej FICKER, Josef HAVLÍČEK, et al.: *Budoucnost energetiky: jaderná fúze*. Praha: Středisko společných činností AV ČR, v.v.i., pro Kancelář Akademie věd ČR, 2019. Strategie AV21. ISBN 978-80-270-6057-3.
- [4] ENTLER, Slavomír, Jan HORÁČEK, Ondřej FICKER, Karel KOVAŘÍK a Jan MLYNÁŘ: *Lawsonovo kritérium*. Praha: Středisko společných činností AV ČR, v.v.i., pro Kancelář Akademie věd ČR, 2023. Strategie AV21. ISBN 978-80-200-3449-6.
- [5] HUTCHINSON, I., H.: *Principles of plasma Diagnostic*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. ISBN 978-05-216-7574-1.
- [6] KLÍČ, Alois, Karel VOLKA a Miroslava DUBCOVÁ: *Fourierova transformace s příklady z infračervené spektroskopie*. Dotisk 3. vyd. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2012. ISBN 978-80-7080-478-0.
- [7] MARKOVIČ, Tomáš: *Measurement of magnetic fields on GOLEM tokamak*. Diplomová práce. Praha: FJFI ČVUT v Praze, 2012.
- [8] MCCRACKEN, Garry M. a Peter E. STOTT: *Fúze: energie vesmíru*. 2., rozšířené vydání. Přeložil Milan ŘÍPA, přeložil Jan MLYNÁŘ. Praha: Academia, 2019. Galileo. ISBN 978-80-200-2986-7.
- [9] MLYNÁŘ, Jan: *O symetrii tokamaku*. Praha: Československý časopis pro fyziku, 2009, roč. 59, č. 4, s. 207-212. ISSN 0009-0700.
- [10] ŘÍPA, Milan: *Řízená termojaderná fúze - minulost, současnost a budoucnost*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2020. ISBN 978-80-01-06751-2.
- [11] WESSON, John, et al.: *Tokamaks*. 3rd ed. New York: Clarendon Press – Oxford University Press, 2004. ISBN 0-19-8509227.