

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky

Studijní program: Fyzikální inženýrství

Specializace: Fyzika plazmatu a termojaderné fúze



**Generace impulzů tvrdého  
rentgenového záření z  
relativistické interakce laseru s  
plazmatem**

**Generation of hard X-ray pulses  
from relativistic laser-plasma  
interaction**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Dominik Čáp  
Vedoucí práce: Ing. Jaroslav Nejdrl, Ph.D.  
Rok: 2023



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Akademický rok: 2022/2023



*Student:* Dominik Čáp

*Studijní program:* Fyzikální inženýrství

*Specializace:* Fyzika plazmatu a termojaderné fúze

*Název práce:* Generace impulzů tvrdého rentgenového záření z relativistické  
*(česky)* interakce laseru s plazmatem

*Název práce:* Generation of hard X-ray pulses from relativistic laser-plasma  
*(anglicky)* interaction

*Jazyk práce:* čeština

### *Pokyny pro vypracování:*

Cílem této bakalářské práce je studium generace tvrdého rentgenového záření vznikajícího při laserovém urychlování elektronů v podkritickém plazmatu. Tyto elektrony jsou urychlovány elektrickým polem vzniklým přeskupením náboje v plazmatu vlivem budícího laserového impulzu. Zároveň při urychlení dochází k příčným oscilacím elektronů, které vedou ke vzniku impulzu rentgenového záření o časové délce několika desítek femtosekund s energií fotonů až v řádu stovek keV. Student v rámci přípravy práce:

- 1) prostuduje fyzikální principy elektronového urychlování pomocí laseru a generace rentgenového záření v tzv. plazmovém betatronu.
- 2) určí škálování základních parametrů experimentu pro laserové systémy se špičkovým výkonem od 1 TW až po 10 PW.
- 3) navrhne kompaktní systém pro fokusaci svazku laseru se špičkovým výkonem v řádu PW s použitím plazmového zrcadla optimalizovaný pro elektronové urychlování a generaci tvrdých rentgenových impulzů.
- 4) ověří své výpočty návrhu fokusace v jednoduchém modelovém experimentu s kontinuálním laserem.

*Doporučená literatura:*

- [1] A. Rousse et al., Production of a keV X-Ray Beam from Synchrotron Radiation in Relativistic Laser-Plasma Interaction, Phys. Rev. Lett. 93, 135005 (2004).  
[2] M. Lamač, Laser-driven hard X-ray source for imaging applications, diplomová práce, MFF UK, 2020.  
[3] K. Ta Phuoc et al., Imaging Electron Trajectories in a Laser-Wakefield Cavity Using Betatron X-Ray Radiation, Phys. Rev. Lett. 97, 225002 (2006).  
[4] S. Corde et al., Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators, Rev. Mod. Phys. 85, 1 (2013).

*Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:*

Ing. Jaroslav Nejd, Ph.D.

Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze

*Jméno a pracoviště konzultanta:*


Mgr. Marcel Lamač

ELI Beamlines, Fyzikální ústav AV ČR, v.v.i.

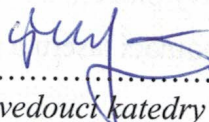
*Datum zadání bakalářské práce:* 20.10.2022

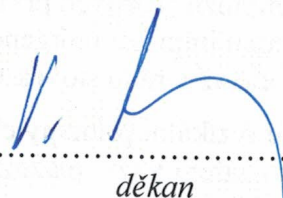
*Termín odevzdání bakalářské práce:* 02.08.2023

*Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.*

  
.....  
garant studijního programu



  
.....  
vedoucí katedry

  
.....  
děkan

V Praze dne 20.10.2022



## PROHLÁŠENÍ

Já, níže podepsaný

*Jméno a příjmení studenta:* Dominik Čáp

*Osobní číslo:* 501266

*Název studijního programu (oboru):* Fyzikální inženýrství, Fyzika plazmatu a termojaderné fúze

prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem:

**Generace impulzů tvrdého rentgenového záření z relativistické interakce laseru s plazmatem**

vypracoval samostatně a uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 28.7.2023

.....  
  
podpis

## **Poděkování**

V první řadě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Jaroslavu Nejdlovi, Ph.D. za vstřícný přístup, zápal a čas, jež mi věnoval. Dále Mgr. Marcelu Lamačovi za konzultace a cenné rady, pak Ing. Martinu Přečkovi, Ph.D. a Mgr. Marku Racialavskému za technickou pomoc s dílčími částmi. V neposlední řadě chci poděkovat své rodině za morální a psychickou podporu.

Dominik Čáp

*Název práce:*

**Generace impulzů tvrdého rentgenového záření z relativistické interakce laseru s plazmatem**

*Autor:* Dominik Čáp

*Studijní program:* Fyzikální inženýrství

*Specializace:* Fyzika plazmatu a termojaderné fúze

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* Ing. Jaroslav Nejdli, Ph.D.

ELI Beamlines, Extreme Light Infrastructure ERIC a Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze

*Konzultant:* Mgr. Marcele Lamač

ELI Beamlines, Extreme Light Infrastructure ERIC a Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova

*Abstrakt:* Hlavním cílem této práce je seznámit čtenáře se základními principy urychlování elektronů laserem buzenou brázdovou vlnou (LWFA) a ilustrovat, jak se při tomto procesu generují krátké pulzy rentgenového záření. Dále jsou určeny základní parametry škálování experimentálního urychlování elektronů pro laserové systémy se špičkovým výkonem od 1 TW do 10 PW. S využitím těchto parametrů je navrženo kompaktní plazmové eliptické zrcadlo pro fokusaci svazku laseru se špičkovým výkonem 10 PW určeného k urychlování elektronů v plazmatu a generaci rentgenového záření. Na plastovém prototypu toho zrcadla je proveden ilustrační experiment.

*Klíčová slova:* laser, plazma, urychlování elektronů brázdovou vlnou, rentgenové záření, betatronové záření

*Title:*

**Generation of hard X-ray pulses from relativistic laser-plasma interaction**

*Author:* Dominik Čáp

*Abstract:* The main aim of this thesis is to introduce fundamental principles of laser wakefield acceleration (LWFA) and illustrate how short pulses of X-ray radiation are generated during this process. Furthermore, basic scaling parameters of experimental electron acceleration for laser systems with peak power from 1 TW to 10 PW are calculated. Using these parameters, a compact ellipsoidal plasma mirror is designed for focusing of a laser beam with a peak power of 10 PW and subsequent electron acceleration and generation of X-ray radiation. An illustrative experiment is carried out on the plastic prototype of said mirror.

*Key words:* laser, plasma, laser wakefield acceleration, X-ray radiation, betatron radiation

# Obsah

Úvod	1
<b>1 Urychlování elektronů laserem buzenou brázdovou vlnou</b>	<b>3</b>
1.1 Interakce laseru s plazmatem	3
1.1.1 Popis laserového pulzu	3
1.1.2 Vznik a popis plazmatu	6
1.2 Generace brázdové vlny a urychlování elektronů	8
1.2.1 Vznik brázdové vlny v plazmatu	8
1.2.2 Bubble režim	11
1.2.3 Pohyb elektronů v brázdové vlně	11
1.3 Injekce elektronů do brázdové vlny	12
1.4 Limity LWFA	14
1.4.1 Difrakce laserového pulzu	14
1.4.2 Vyčerpání energie pulzu	14
1.4.3 Rozfázování elektronů	15
<b>2 Záření relativistických elektronů</b>	<b>17</b>
2.1 Popis Záření	17
2.1.1 Wiggler a undulátor	18
2.2 Záření elektronů v brázdové vlně	19
2.2.1 Příčné oscilace elektronů v brázdové vlně	19
2.2.2 Záření urychlovaných elektronů	20
<b>3 Škálování LWFA</b>	<b>23</b>
3.1 Užité vztahy	23
3.2 Škálovací rozhraní	26
3.2.1 Ovládací prvky	26
3.2.2 Použití	27
3.3 Výsledky	27
3.3.1 Ti:safír	28
3.3.2 Nd:sklo	29
3.3.3 Komentář výsledků	30
<b>4 Návrh plazmového zrcadla</b>	<b>33</b>
4.1 Aproximace tenkých čoček	34
4.2 Plazmové zrcadlo	35
4.3 Eliptické zrcadlo	36
<b>5 Ověření výpočtů</b>	<b>39</b>
5.1 Leštění	40
5.1.1 Nastínění problémů	40
5.1.2 Proces leštění	40
5.2 Experimentální ověření	41



---

5.2.1	Odraz na zrcadle . . . . .	41
5.2.2	Měření ohniska . . . . .	42
5.2.3	Komentář k výsledkům . . . . .	43
<b>Závěr</b>		<b>45</b>
<b>Bibliografie</b>		<b>47</b>
<b>Seznam obrázků</b>		<b>51</b>
<b>Přílohy</b>		<b>53</b>
A	Vyleštěné zrcadlo . . . . .	53
B	Fotografie z měření . . . . .	54



# Úvod

Historie zdrojů rentgenového záření je již od svých počátků provázána s historií urychlování částic. Už samotný objev tohoto záření, W. C. Röntgenem roku 1895 [1], se udál při experimentu s *Crooksovou trubicí*, což je vlastně jednoduchý elektrostatický urychlovač elektronů.

V dnešní době se k urychlování částic na vysoké energie používají především lineární vysokofrekvenční urychlovače (*linac*) a *synchrotrony*. Ke generaci rentgenového záření v nich dochází pomocí undulátorů – soustav magnetů, které urychlované nabitě částice nutí příčně oscilovat (viz sekci 2.1.1). Nevýhodou takovýchto přístrojů je často jejich obrovská délka, vysoká pořizovací cena a náklady na provoz.

Roku 1979 navrhli T. Tajima a J. M. Dawson novou metodu jak urychlovat elektrony pomocí brázdové vlny vytvořené laserovým pulzem procházejícím plazmatem [2]. Při této metodě, označované jako LWFA (*laser wakefield acceleration*), vzniká až o čtyři řády větší urychlovací gradient a dá se tak předpokládat, že je alespoň teoreticky možné až  $10\,000\times$  zkrátit lineární urychlovače. Například pro urychlení elektronů z energie 3 GeV na 8 GeV je potřeba 390 m dlouhý *linac* [3], stejné energie bylo dosaženo pomocí metody LWFA na 20 cm plazmového sloupce [4]. Roku 2004 bylo změřeno [5], že oscilace elektronů urychlovaných v brázdové vlně generují femtosekundové pulzy rentgenového záření podobné záření vznikajícímu v *synchrotronech*. Takto krátké pulzy rentgenového záření je možné využít pro sledování fundamentálních procesů jako oscilace atomů pevné látky [6].

K vytvoření takovýchto brázdových plazmových vln se dnes používají laserové systémy se špičkovým výkonem v rozmezí TW až jednotek PW. Při transportu budícího laserové záření vznikají dva problémy – svazek je třeba transportovat vakuovou aparaturou, aby nedocházelo ke zbytečným ztrátám energie, a pro jeho fokusaci jsou potřeba velké ohniskové vzdálenosti, jinak vznikají na optické aparatuře (tj. na zrcadlech) obrovské intenzity, které optické prvky poškozují. Jedním z řešení druhého zmiňovaného problému je využití plazmových eliptických zrcadel, která těchto vysokých intenzit naopak využívají.

Tato bakalářská práce je členěna následujícím způsobem. V kapitole 1 nejprve zavedeme základní pojmy a popíšeme hlavní části procesu LWFA, počínaje ionizací plynu laserem, přes generaci brázdové vlny v plazmatu, konče metodami injekce elektronů do brázdové vlny. Stručně zmíníme i její limity. V kapitole 2 popíšeme princip generace rentgenového záření pomocí pohybujících se relativistických elektronů a ukážeme jak probíhá generace tohoto záření při LWFA.

V kapitole 3 budou určeny základní parametry škálování experimentů pro laserové systémy se špičkovým výkonem od 1 TW až po 10 PW, pro dva různé typy laserů, pomocí rozhraní, jež bylo vytvořeno v jazyce Python. V kapitole 4 navrhne eliptické plazmové zrcadlo a popíšeme principy, na jejichž základě tento druh

zrcadel funguje. V kapitole 5 rozepíšeme postup při vytváření plastového prototypu eliptického plazmového zrcadla – od 3D tisku až po leštění (resp. broušení) odrazové plochy a popíšeme experiment jehož cílem je ověřit kvalitu výpočtů a výroby tohoto prototypu.

# Kapitola 1

## Urychlování elektronů laserem buzenou brázdovou vlnou

Urychlování elektronů laserem buzenou brázdovou vlnou – anglicky *Laser wakefield acceleration* (zkráceně LWFA), je proces vznikající v důsledku interakce intenzivního krátkého laserového pulzu s plazmatem. V této kapitole postupně zavedeme základní pojmy a rozebereme všechny hlavní části tohoto procesu od ionizace plynu laserem, přes generaci brázdové vlny v plazmatu (ang. *wakefield*), konče metodami injekce elektronů do brázdové vlny. Stručně se zmíníme i o limitech této metody.

### 1.1 Interakce laseru s plazmatem

V této sekci se budeme věnovat samotné interakci laseru s plazmatem. Sekce je rozdělena na část zabývající se popisem laserového svazku (pulzu) a část zabývající se vznikem a popisem plazmatu.

#### 1.1.1 Popis laserového pulzu

##### Elektromagnetické vlnění

Laserový pulz je pulz elektromagnetického záření a jako takový musí splňovat Maxwellovy rovnice [7]

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j}, \quad (1.4)$$

kde  $\mathbf{E}$  je intenzita elektrického pole,  $\mathbf{B}$  magnetická indukce,  $\rho$  a  $\mathbf{j}$  jsou nábojová a proudová hustota,  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  a  $c$  jsou permitivita vakua, permeabilita vakua a rychlost světla ve vakuu, jež jsou vzájemně provázány vztahem  $c^{-2} = \varepsilon_0 \mu_0$ . Pokud aplikujeme operátor rotace na (1.3) a dosadíme rovnice (1.1) a (1.4), tak dostaneme, že ve vakuu ( $\rho = 0$ ,  $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ ) platí pro  $\mathbf{E}$  vlnová rovnice

$$c^2 \Delta \mathbf{E} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0}. \quad (1.5)$$

Analogickým postupem s rovnicemi (1.4), (1.2) (1.3) lze ukázat, že  $\mathbf{B}$  splňuje totožnou rovnici. Jedním z možných řešení této rovnice je vlna tvaru

$$\mathbf{X}(t, \mathbf{x}) = \mathbf{X}_0(t, \mathbf{x}) \cos(\omega_l t - \mathbf{k}\mathbf{x} + \phi_l), \quad \text{kde } \mathbf{X} \in \{\mathbf{E}, \mathbf{B}\}. \quad (1.6)$$

$\mathbf{X}_0(t, \mathbf{x})$  je amplitudová obálka,  $\omega_l$  je úhlová frekvence laseru,  $\mathbf{k}$  vlnový vektor definovaný pomocí vlnové délky laseru  $\lambda_l$  jako  $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda_l = \omega_l/c$  a  $\phi_l$  fázový posun. Několika jednoduchými úpravami lze také z Maxwellových rovnic ukázat, že elektrická a magnetická složka záření jsou na sebe kolmé a jsou kolmé i na směr šíření [8] (tj.  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{k}$  tvoří ortogonální bázi).

### Gaussovské svazky

Pro popsání prostorového rozložení laserového pulzu se obvykle používají tzv. gaussovské svazky [9], [10]. Elektrické pole monochromatického, gaussovského pulzu délky  $\tau_0$ , šířícího se ve směru  $\mathbf{z}_0$  má tvar

$$\mathbf{E}(r, z, t) = \frac{w_0}{w(z)} \frac{E_0}{2} \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(-\frac{(t - z/c)^2}{\tau_0^2}\right) \cos(\omega_l t - kz + \phi_l(z)) \mathbf{e}_{pol}, \quad (1.7)$$

kde první exponenciála popisuje prostorovou obálku (v příčném směru) pomocí *příčného poloměru*  $w(z)$  (definováno vztahem (1.8)), druhá exponenciála popisuje časovou obálku, goniometrická funkce popisuje fázi laseru a  $\mathbf{e}_{pol}$  je vektor polarizace v rovině x,y. Příčný poloměr  $w(z)$  je definovaný jako

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_r)^2}, \quad \text{kde } z_r = \pi w_0^2 / \lambda_l. \quad (1.8)$$

$w_0$  je *poloměr svazku v krčku* (ang. *gaussian waist*) a  $z_r$  je *Rayleighova délka* oboje znázorněno na Obr. 1.1. Zásadním rozdílem proti rovinné vlně je dodatečný fázový člen

$$\phi_l(z) = -\frac{k}{2R(z)} + \arctan\left(\frac{z}{z_r}\right), \quad (1.9)$$

kde  $R = z(1 + (z_0/z)^2)$  je poloměr zakřivení vlnoplochy. První člen odpovídá zakřivení vlnoplochy s rostoucí vzdáleností od krčku a druhý má za následek změnu fáze v krčku – tj. má za následek symetrii svazku vůči rovinně krčku.

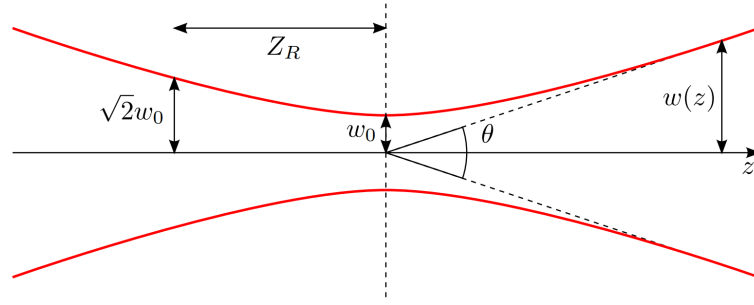
### Pohyb elektronu v poli laseru

Pro popis pohybu elektronu v elektromagnetickém poli je vhodné nejprve zavést skalární potenciál  $\varphi$  a vektorový potenciál  $\mathbf{A}$  jako

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad (1.10)$$

$$-\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{E}. \quad (1.11)$$

Lorentzovu sílu působící na elektron s rychlostí  $\mathbf{v}$  a nábojem  $-e$  lze, pak psát ve tvaru



**Obr. 1.1.** Znázornění parametrů gaussovského svazku:  $w_0$  je poloměr v krčku,  $z_r$  je Rayleighova délka,  $w(z)$  je poloměr svazku a  $\theta$  je divergence svazku. Převzato z [11].

$$\mathbf{F}_L = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -e\left(-\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}\right). \quad (1.12)$$

Dále vyjádříme sílu pomocí hybnosti a upravíme Lorentzovu sílu

$$\mathbf{F}_L = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\left(\frac{d\mathbf{A}}{dt} + \nabla(\varphi - \mathbf{v} \cdot \mathbf{A})\right), \quad (1.13)$$

kde  $\frac{d}{dt}$  značí úplnou časovou derivaci. Uvažujeme-li obecnou rychlost nezávislou na poloze, vektorový potenciál závisí jen na  $z$  (tj. směru šíření) a  $\varphi = 0$  (vakuum) pak

$$p_{x,y} = eA_{x,y}. \quad (1.14)$$

Ve směru osy  $z$  je situace komplikovanější. Přesuneme-li se do klidové soustavy elektronu (tj. neprobíhají časové změny  $\mathbf{A}$ ) pak pro  $p_z$  platí

$$\frac{dp_z}{dt} = -e\mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \quad (1.15)$$

Zákon zachování energie lze napsat ve tvaru

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_e c^2) = -e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} = e\mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -e\mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = c \frac{dp_z}{dt}, \quad (1.16)$$

kde jsme v předposledním kroku použili identitu  $-\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{A}(z - ct)) = \frac{\partial}{\partial z}(\mathbf{A}(z - ct))$  a v posledním jsme dosadili ze vztahu (1.15). Tedy vidíme

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_e c^2 - cp_z) = 0. \quad (1.17)$$

Když tento vztah přintegrujeme a počáteční energii považujeme za klidovou (tj.  $m_e c^2$ ). Po vydělení  $c$  získáme

$$\gamma m_e c - m_e c = p_z. \quad (1.18)$$

Dál můžeme zavést normalizovanou hybnost  $\mathbf{u}$  a normalizovaný vektorový potenciál  $\mathbf{a}$

$$u_{x,y} = \frac{p_{x,y}}{m_e c} = \frac{eA_{x,y}}{m_e c} = a_{x,y}. \quad (1.19)$$

$$u_z = \frac{p_z}{m_e c} = \gamma - 1. \quad (1.20)$$

Velikostí normalizovaného vektorového potenciálu pak rozumíme  $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ . Normalizovaný vektorový potenciál má stejně jako nenormalizovaný potenciál harmonický průběh, proto budeme často používat jen jeho amplitudu  $\mathbf{a}_0$  nebo její velikost, jež se dá též vyjádřit ve tvaru [10]

$$a_0 = \frac{e|\mathbf{A}_0|}{m_e c} = \sqrt{\frac{e^2 \lambda_l^2 I_0}{2\pi \varepsilon_0 m_e^2 c^5}} \doteq 0,855 \sqrt{I_0 [10^{18} \text{W/cm}^2] \lambda_l^2 [\mu\text{m}]} \quad (1.21)$$

Tento potenciál nám, mimo jiné, pomůže při rozlišení mezi nerelativistickým ( $a_0 < 1$ ) a relativistickým ( $a_0 \gg 1$ ) režimem.

### Ponderomotorická síla

Zásadní postavení při interakci mezi plazmatem a intenzivním laserovým zářením má ponderomotorická síla. Tato síla vytlačuje nabitě částice z míst s velkou intenzitou záření. Při nerelativistickém přiblížení (tj.  $a_0 \ll 1$ ) můžeme kinetickou energii, jež elektronu předalo elektrické pole pulzu, odhadnout jako  $E_e^{kin} = mv_{e,max}^2/2$  při vystředování přes periodu vlnění  $T$  získáme ponderomotorický potenciál

$$U_p = \langle E_e^{kin} \rangle_T = \frac{q^2}{4m\omega_l^2} |\mathbf{E}_0|^2, \quad (1.22)$$

z toho vychází ponderomotorická síla

$$\mathbf{F}_p = -\nabla U_p = -\frac{q^2}{4m\omega_l^2} \nabla |\mathbf{E}_0|^2 = -\frac{1}{4} m c^2 \nabla |\mathbf{a}_0|^2 \quad (1.23)$$

Při relativistických interakcích ( $a > 1$ ) ponderomotorická síla [12] odpovídá

$$\mathbf{F}_p^{rel} = -m c^2 \nabla \gamma = -m c^2 \nabla \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2s}}, \quad (1.24)$$

kde  $s \in \{0, 1\}$  pro kruhově, resp. lineárně polarizované světlo.

### 1.1.2 Vznik a popis plazmatu

Plazma lze definovat jako „kvazineutrální plyn nabitých a neutrálních částic, který vykazuje kolektivní chování“ [13]. V následujícím textu budeme uvažovat chladné plazma bez kolizí a budeme předpokládat, že reakce iontů na procházející vlnu je výrazně pomalejší než reakce elektronů (ionty jsou výrazně těžší), a proto ji budeme zanedbávat.

#### Ionizace laserem

Existují 3 možné způsoby ionizace vázaného elektronu laserem. Pro daný laser můžeme definovat Keldyshův koeficient  $\Gamma$  [14] jako

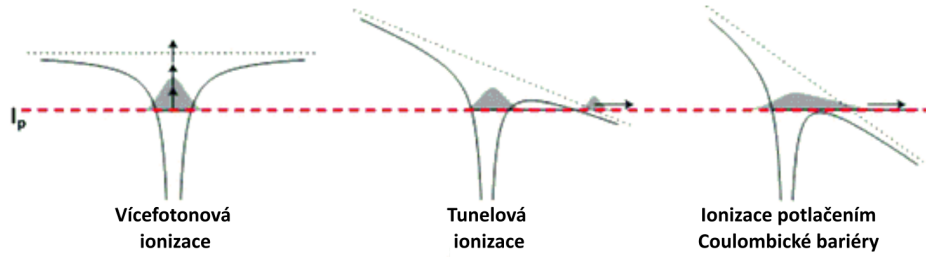
$$\Gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}, \quad (1.25)$$

kde  $I_p$  je ionizační potenciál – energie nutná k ionizaci vázaného elektronu a  $U_p$  je ponderomotorická energie (resp. potenciál) procházejícího laserového pulzu.  $\Gamma$  nám tedy popisuje vztah mezi energií pulzu a energií potřebnou k „vytržení“ elektronu z obalu. Způsoby ionizace můžeme potom rozřadit následovně:



- $\Gamma \gg 1$  – Vícefotonová ionizace
- $\Gamma \sim 1$  – Tunelová ionizace
- $\Gamma \ll 1$  – Ionizace potlačením Coulombické bariéry

Koeficient  $\Gamma$  nám tedy udává jak se chová Coulombický potenciál jádra pod vlivem laserového pulzu, jak je znázorněno na Obrázku 1.2.



**Obr. 1.2.** Znázornění jednotlivých druhů ionizace – chování Coulombického potenciálu v silicím elektrické poli. Převzato z [15].

### Šíření elektromagnetických vln v plazmatu

Každá elektromagnetická vlna, která se šíří plazmatem musí splňovat disperzní relaci plazmatu tvaru [8]

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2, \quad (1.26)$$

kde  $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$  je plazmová frekvence,  $n_e$  elektronová hustota,  $\epsilon_0$  permitivita vakua,  $e$  a  $m_e$  náboj a hmotnost elektronu. Aby se vlna mohla šířit plazmatem, musí splňovat podmínku  $\omega > \omega_p$  (tj. vlnové číslo  $k$  musí být reálné a nenulové). To jestli se vlna plazmatem bude šířit ovlivňuje pouze elektronová hustota  $n_e$ , proto zavádíme kritickou hustotu  $n_c$  pro  $\omega_p = \omega$

$$n_c = \frac{\omega^2 m_e \epsilon_0}{e^2}. \quad (1.27)$$

Pokud platí  $n > n_c$  mluvíme o *nadkritickém* plazmatu, v opačném případě  $n < n_c$  mluvíme o *podkritickém* plazmatu. Vlny se tedy mohou šířit pouze v podkritickém plazmatu. Pokud elektromagnetická vlna dopadá na kritické plazma dochází k totálnímu odrazu.

Chceme-li dále popsat šíření vlny plazmatem musíme z disperzní relace (1.22) zavést fázovou  $v_f$  a grupovou rychlost  $v_g$  vlny

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}} = \frac{c}{\eta}, \quad (1.28)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = c\eta, \quad (1.29)$$

kde jsme zavedli index lomu  $\eta = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}}$ , pro který v podkritickém plazmatu platí  $\eta < 1$ . Chceme-li zohlednit relativistické jevy, tak musíme uvažovat,

že hmotnost relativisticky se pohybujících elektronů ( $a_0 \gg 1$ ) se mění jako  $m_{e,rel} = \gamma m_e$ , pak

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\gamma m_e \varepsilon_0}}. \quad (1.30)$$

### Relativistická samofokusace

Laserový pulz ( $a > 1$ ) šířící se plazmatem má největší intenzitu na ose šíření. V blízkosti osy, se pak elektrony relativisticky urychlují a „těžknou“ ( $m_e \rightarrow \gamma m_e$ ). Vzniká tak místo s nižší plazmovou frekvencí. Index lomu je tedy největší na ose svazku a při vzdalování od osy se postupně snižuje. Díky tomuto rozložení se plazma chová jako spojná čočka a potlačuje přirozenou divergenci svazku. Tento jev může nastat pouze tehdy, když výkon laseru  $P$  je větší než kritický výkon  $P_c$  [12] definovaný jako

$$P > P_c = \frac{8\pi\varepsilon_0 c^5 m_e^2 \omega^2}{e^2 \omega_p^2} \doteq 17 \frac{\omega^2}{\omega_p^2} [\text{GW}] = 17 \frac{n_e}{n_c} [\text{GW}]. \quad (1.31)$$

## 1.2 Generace brázdové vlny a urychlování elektronů

Tato sekce se věnuje vzniku a popisu brázdových vln vznikajících v důsledku interakce laserového pulzu s podkritickým plazmatem. V jednotlivých částech se věnujeme vlastnímu vzniku brázdové vlny, *podmínkám rezonance* a pohybu urychlovaných elektronů v ve směru osy pohybu.

### 1.2.1 Vznik brázdové vlny v plazmatu

Při průchodu krátkého intenzivního pulzu plazmatem ponderomotorická síla pulzu vytlačuje elektrony ze své dráhy (ionty jsou příliš těžké, resp. pulz příliš krátký), vzniká tak plazmová vlna. Rigorózní odvození popisu této vlny je uvedeno například v [15]. Zde se pouze zaměříme na fakt, že takové plazma můžeme charakterizovat jako jednokomponentový systém (tj. elektronová tekutina a kladné pozadí), jež se dá popsat pomocí následujících rovnic: rovnice kontinuity

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}) = 0 \quad (1.32)$$

a pohybové rovnice

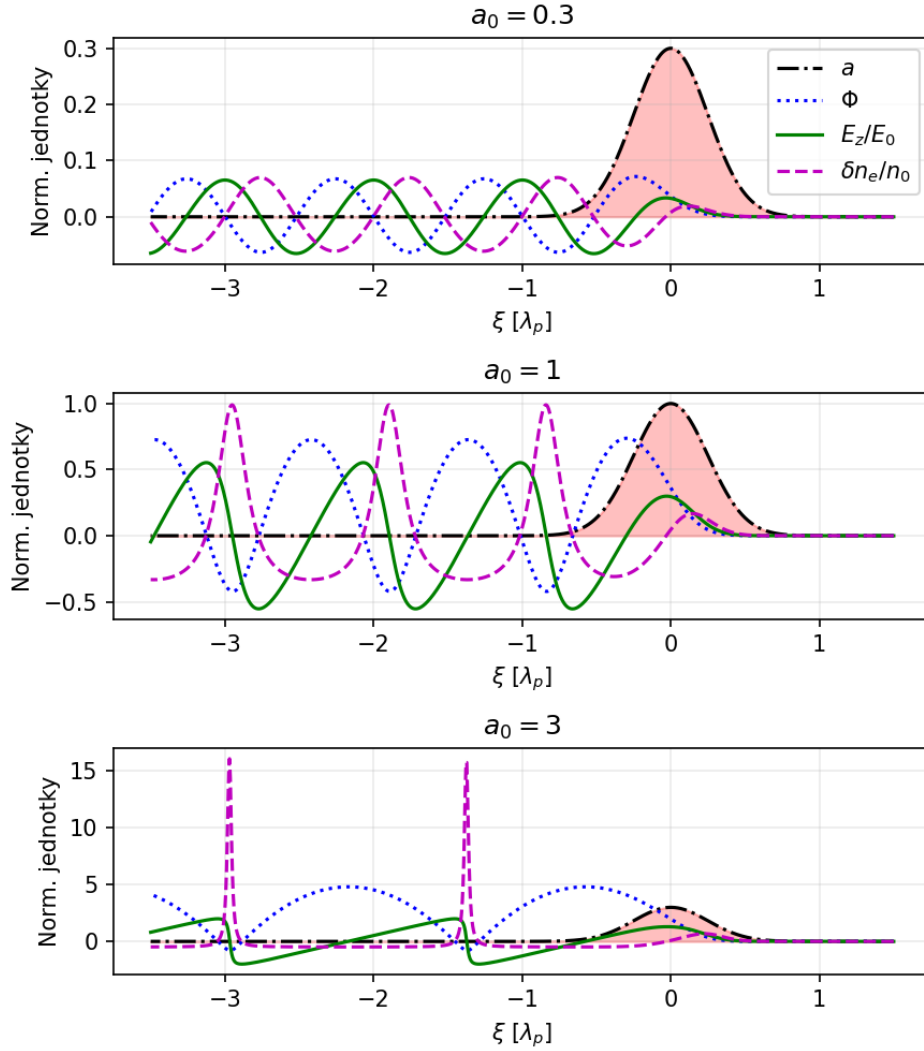
$$m_e \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.33)$$

Tyto rovnice spolu s Maxwellovými (rovnice (1.1) – (1.4)) tvoří uzavřený systém rovnic, ze kterého lze odvodit *nelineární plazmová vlnová rovnice v jedné dimenzi* tvaru

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = \frac{k_p^2}{2} \left( \frac{1 + a^2}{(1 + \Phi)^2} - 1 \right), \quad (1.34)$$

kde  $\xi = z - v_p t$  (pro fázovou rychlost plazmové vlny platí  $v_p \approx v_g$ ,  $v_g$  grupová rychlost laseru),  $\Phi = e\varphi/mc^2$  je normalizovaný skalární potenciál,  $k_p = \omega_p/v_p$  je plazmové vlnové číslo a  $a$  je normalizovaný vektorový potenciál, daný vztahem (1.21), jehož tvar pro řešení této rovnice volíme jako gaussovský profil  $a = a_0 \exp(-2(\xi/(\pi\lambda_p))^2)$ .

Řešení této rovnice je znázorněno na Obr. 1.3, spolu s normalizovaným elektrickým polem (záporně vzatá první derivace  $\Phi$ ), a normalizovanou změnou elektronové hustoty  $\delta n_e = n_e - n_0$  (druhá derivace  $\Phi$ ).



**Obr. 1.3.** Znázornění numerického řešení rovnice (1.34) pro tři různé hodnoty  $a_0$ .  $n_0$  je rovnovážná elektronová hustota a  $E_0 = m_e \omega_p c / e$  je nerelativistický limit lámání vln.

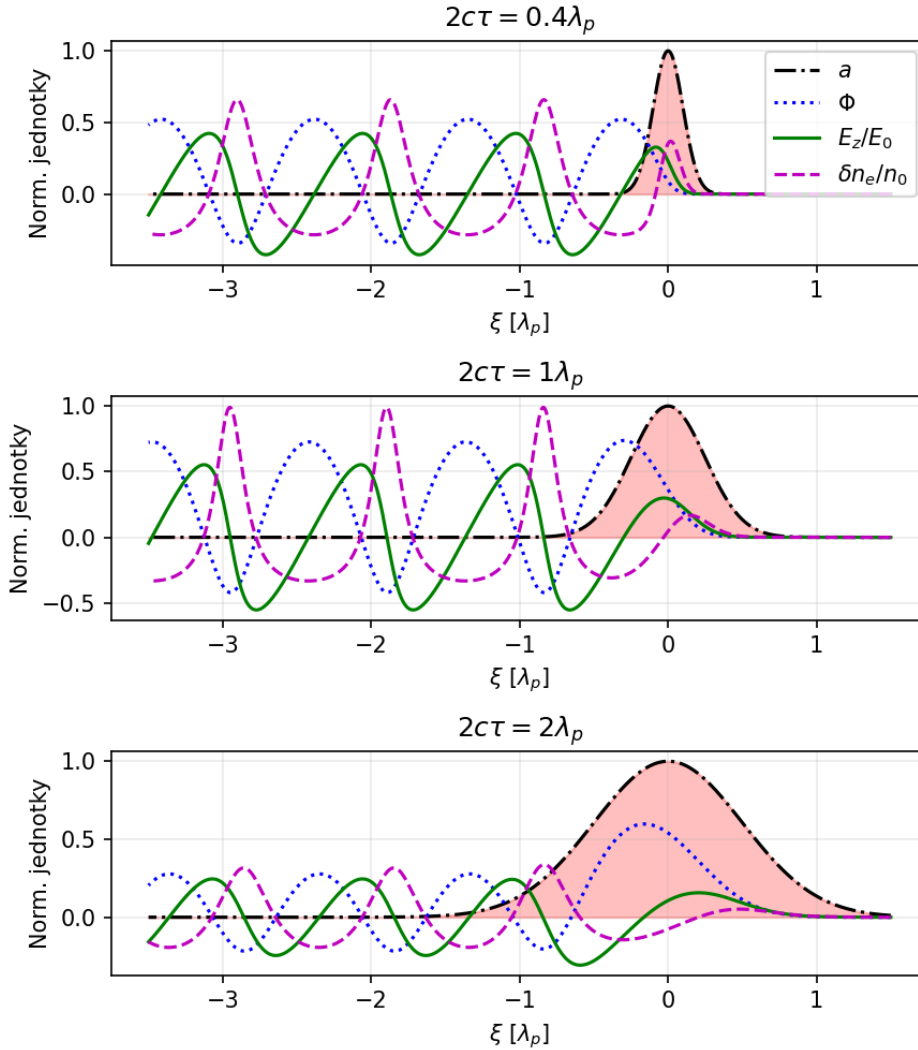
Na Obr. 1.3 můžeme pozorovat, jak procházející pulz naruší rovnovážnou elektronovou hustotu  $n_0$  a vzniká tak *brázdová vlna* tzv. *wakefield*.

Efektivita vybuzení plazmové vlny není ovlivněna jenom intenzitou (tj. normalizovanými vektorovým potenciálem) pulzu, ale i jeho délkou. Námí volený pulz  $a = a_0 \exp(-2(\xi/(\pi\lambda_p))^2)$  má délku

$$\tau \approx \frac{\lambda_p}{2c}. \quad (1.35)$$

Tento vztah je formou *podélné podmínky rezonance* pro  $a_0 = 1$  (rozeepsáno v sekci 1.2.2) popisující rezonanci vznikající v důsledku vychýlení elektronů procházejícím

pulzem a jejich následného „návratu“ [16]. Význam této podmínky je znázorněn na Obr. 1.4.



**Obr. 1.4.** Znázornění podmínky rezonance (1.35) – numerického řešení rovnice (1.34) pro  $a_0 = 1$  a tři různé délky pulzu vůči plazmové délce  $\lambda_p$ .

Vidíme, že na Obr. 1.3 pro  $a_0 = 0,3$  (tj. jsme v nerelativistickém režimu) je odezva zkoumaných veličin na procházející pulz téměř harmonická. Obecně můžeme pro  $a_0 \ll 1 \rightarrow \Phi^2 \ll 1$  uvažovat, že rovnice (1.34) lze pomocí rozvoje v  $\Phi$  aproximovat na

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + k_p^2 \right) \Phi = \frac{k_p^2 a^2}{2}, \quad (1.36)$$

což je lineární diferenciální rovnice s harmonickým řešením, proto pro  $a_0 \ll 1$  mluvíme o *lineárním režimu* respektive o lineárních plazmových vlnách.

### Lámání plazmové vlny

Při  $a \gg 1$  mluvíme o *nelineárním režimu*. Podélné elektrické pole vlny šířící se za pulzem má pilovitý průběh (Obr. 1.3,  $a_0 = 3$ ). V „zubech“ této vlny se nacházejí ostré výchylky hustoty, kde se rychlost elektronů v plazmatu přibližuje

fázové rychlosti plazmové vlny, tedy  $v_e \rightarrow v_f \Rightarrow \delta n \rightarrow \infty$ . V případě, kdy je vlna „předběhnuta“ svými elektrony ztrácí soudržnost a rozpadá se. Tento jev se nazývá *wavebreaking* – česky „lámání vln“. Tento mechanismus se výrazně projeví až při překročení *chladného relativistického limitu lámání vln* [12]

$$E_{WB}^{rel} = \frac{m_e \omega_p c}{e} \sqrt{2(1 - \gamma_p)} = E_0 \sqrt{2(1 - \gamma_p)}, \quad (1.37)$$

kde  $\gamma_p = 1/(1 - \beta_p)^2 \approx \omega/\omega_p$  a  $E_0$  je tzv. *chladný nerelativistický limit lámání vln*. Při reálné interakci se *limit lámání vln* může lišit od  $E_{WB}^{rel}$ , což bývá způsobeno přítomností laserového pulzu a tepelnými jevy [12]. Později rozvedeme jak tento jev souvisí s *samoinjekcí* elektronů do brázdrové vlny.

### 1.2.2 Bubble režim

Jak bylo uvedeno výše, v jednorozměrném případě je pro efektivní vybuzení brázdrové vlny vhodné, aby pulz měl jistou délku (pro  $a_0 = 1$  vztah (1.35)). Přesuneme-li se do 3 rozměrů, tak chceme, aby laserový pulz ponderomotorickou silou „vytlačil“ elektrony a za ním tak vznikla kladně nabitá dutina (*bublina*), která při splnění jistých podmínek je téměř sféricky symetrická. Pokud chceme v plazmatu vybudit sférickou *bublinu* o poloměru  $r_b$ , tak by měl mezi poloměrem v krčku  $w_0$  a  $a_0$  platit vztah [12]

$$k_p w_0 \approx k_p r_b \approx 2\sqrt{a_0}. \quad (1.38)$$

Pro délku pulzu by pak mělo platit  $r_b \approx \frac{1}{2}c\tau$  tedy

$$\tau \approx \frac{2\sqrt{a_0}}{\pi c} \lambda_p \doteq 0,64\sqrt{a_0} \frac{\lambda_p}{c} \approx \frac{1}{2}\sqrt{a_0} \frac{\lambda_p}{c}, \quad (1.39)$$

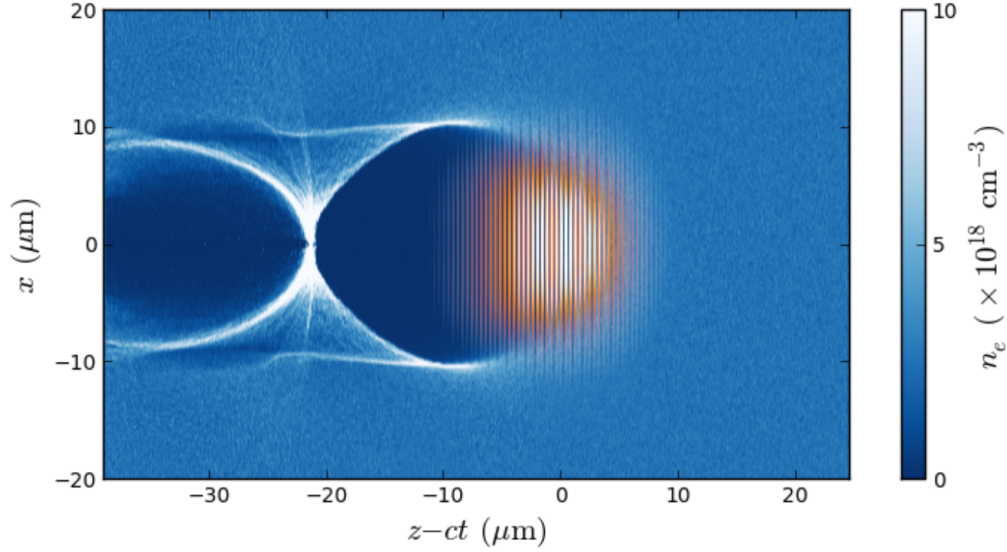
kde poslední krok představuje obvykle používanou aproximaci, která byla užita u rovnice (1.35).

Pokud jsou tyto *podmínky rezonance* splněny, tak bylo pomocí *particle in cell* (PIC) simulací ukázáno [17], že pro  $a_0 > 4$  vznikají téměř ideální sférické *bubliny*. Pro  $2 < a_0 < 4$  též vznikají kladně nabitá dutiny bez elektronů, ale nemají tak sférický tvar. *Bubble režim* definujeme pro splnění podmínek rezonance (1.39), (1.38) a  $a_0 > 4$ . Často se též zavádí pojem *blowout režim*, který platí pro  $a_0 > 2$  a splněné podmínky rezonance.

### 1.2.3 Pohyb elektronů v brázdrové vlně

Z výsledku rovnice (1.34), tedy z tvaru potenciálu  $\Phi$  znázorněného na Obr. 1.3 můžeme usuzovat, že záporně nabitá částice (tj. elektron) chycená v kladně nabitě (zde jednorozměrné) dutině za pulzem se bude pohybovat směrem do míst, kde je její potenciální energie nejmenší. Tedy pro  $U_{wf} = -e\varphi = -\Phi mc^2$  se elektron pohybuje do středu dutiny (do maxima  $\Phi$ ). Tuto myšlenku rozvedeme v rámci Hamiltonova formalismu, jak je ukázáno v [18]. Zavedeme normalizovanou hybnost elektronu  $u_z = p/(m_e c)$ , pak normalizovaný hamiltonián  $\mathcal{H}(\xi, u_z) = H/(mc^2)$  elektronu chyceného v brázdrové vlně je

$$\mathcal{H}(\xi, u_z) = \gamma(1 - \beta\beta_p) - \Phi, \quad (1.40)$$



**Obr. 1.5.** Znáznornění bubble režimu (výsledek PIC simulace) pulz znázorněn oranžově, elektronová hustota znázorněna v odstínech modré. Převzato z [11].

kde  $\beta_p = v_p/c \approx v_g/c$ . Podél jedné fázové trajektorie platí  $\mathcal{H}(\xi, u_z) = \mathcal{H}_0 = konst.$ , pak můžeme po několika úpravách vyjádřit normalizovanou hybnost ve směru pohybu (tj. osy  $z$ )

$$u_z = \beta_p \gamma^2 (\mathcal{H}_0 + \Phi) \pm \gamma \sqrt{\gamma^2 (\mathcal{H}_0 + \Phi)^2 - 1 + a^2/2}. \quad (1.41)$$

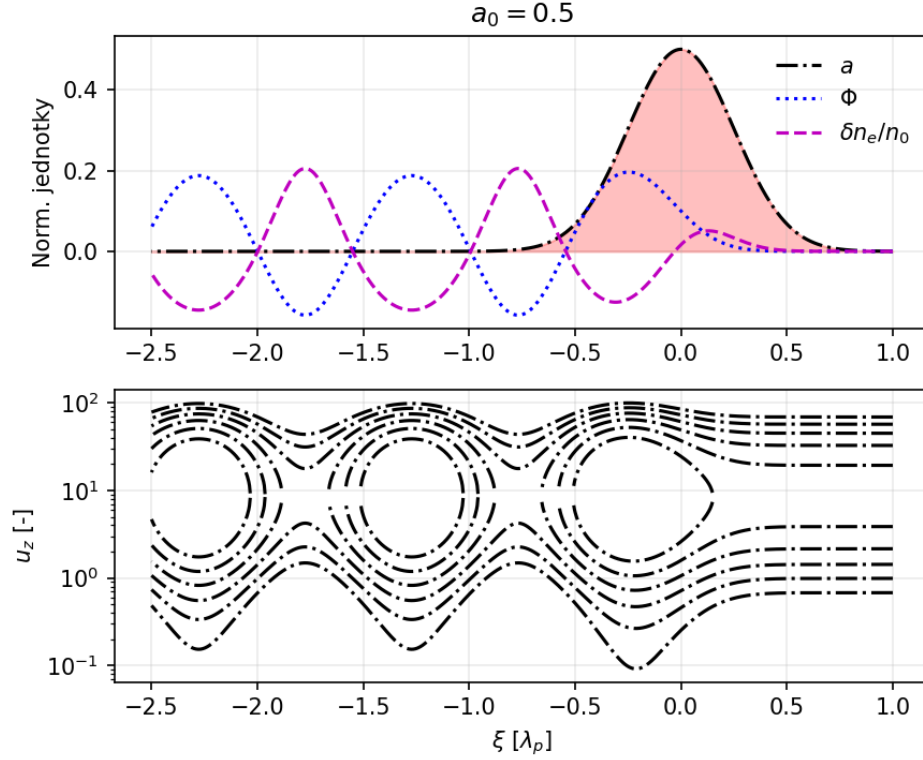
Pokud vykreslíme fázové trajektorie pro  $\mathcal{H}_0 \in \{3i/40 : i \in \{0, 1, \dots, 5\}\}$  (zvoleno pouze ilustrativně), tak na Obr. 1.6 vidíme, že jsme do brázdové vlny schopni zachytit pouze elektrony s určitou rychlostí – ty co se ve fázovém prostoru pohybují po uzavřených trajektorii. Zbylé budou sice vlnou ovlivněny, ale nejsou schopny se v bublině udržet. Druhou věcí, kterou můžeme pozorovat, je již zmíněná uzavřenost fázových trajektorií. Ta nám v tomto případě říká, že částice chycená do kladně nabitě dutiny bude konat periodický pohyb okolo středu dutiny – tedy urychlovaná částice začne po dosažení středu zpomalovat. Tento jev se označuje jako *dephasing* – rozfázování a je jedním z hlavních limitů LWFA.

### 1.3 Injekce elektronů do brázdové vlny

Jak bylo nastíněno výše, laserem generovaná plazmová vlna je vhodným prostředím pro urychlování elektronů. Otázkou zůstává jak do brázdové vlny zachytit urychlované elektrony. V této sekci se pokusíme stručně shrnout několik různých metod injekce elektronů do brázdové vlny.

#### Samoinjekce

Nejjednodušším způsobem, jak dostat elektrony do brázdové vlny je *samoinjekce*. K tomuto jevu dochází když rychlost elektronů v plazmatu předčí rychlost plazmové vlny a dochází k lámání vln. Tyto rychlé elektrony mohou vniknout do brázdové vlny, kde jsou dále urychlovány. Podmínkou je, že plazma musí být dostatečně husté a laserový pulz musí mít dostatečnou energii, aby k lámání vln došlo.



**Obr. 1.6.** Srovnání vybuzené brázdrové vlny (nahore) s odpovídajícími fázovými trajektoriemi (dole) obojí v 1D. Fázové trajektorie vykresleny podle rovnice (1.41) pro energetické hladiny  $\mathcal{H}_0 \in \{3i/40 : i \in \{0, 1, \dots, 5\}\}$ .

Nevýhodou této metody je, že v důsledku nelinearity lámání vln, je tato metoda citlivá na fluktuace vstupních parametrů jako energie laseru a hustota plazmatu. To znamená, že nejsme schopni ovlivnit, kdy se elektrony do vlny chytí, což vede k vysoké energetické rozmanitosti urychlovaných elektronů [19].

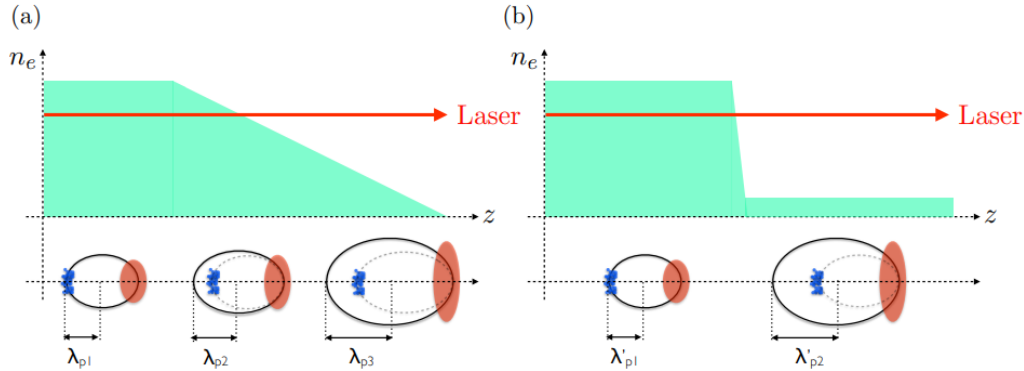
### Ionizační injekce

O *ionizační injekci* mluvíme pokud je do původního plynu (H, He) přidán těžší plyn (např. O, N, Ar). Vnější slupka (L-slupka) atomů těchto plynů se ionizuje už při kontaktu s okrajem pulzu, ale vnitřní slupka (K-slupka) je tunelově ionizována až při kontaktu s místy největší intenzitou u středu pulzu. V tomto okamžiku dochází k injekci. Značnou výhodou této metody je, že přidáme-li těžší plyn pouze do části dráhy pulzu, pak máme prostorově omezené místo injekce, z čehož plyne nižší energetická rozmanitost elektronů [20], [21].

### Injekce pomocí změny hustot

*Injekce pomocí změny hustot* využívá toho, že při náhlém zvětšení bubliny se elektrony za bublinou dostanou dovnitř [11]. Zvětšení bubliny se většinou dosahuje pomocí snížení hustoty plazmatu. Při snížení hustoty klesne fázová rychlost zadní části bubliny částí bubliny, dojde tak k roztažení bubliny. Změny hustoty se dosahuje buď pozvolným poklesem, nebo rychlým skokem, obě možnosti znázorněny na Obr. 1.7. Značnou nevýhodou pozvolného poklesu je to, že k injekci dochází při celém poklesu, a tedy má elektronový svazek velkou energetickou rozmanitost. Častěji

využívaného „skoku“ hustot se často dosahuje úzkým objektem (drátem, břitvou) před tryskou s plynem.



**Obr. 1.7.** Schéma injekce elektronů pomocí snížení hustoty plazmatu a) povelně; b) skokově. Převzato z [11].

## Optická injekce

Tato metoda využívá dalšího krátkého laserového pulzu. Ten naruší ponderomotorickou silou strukturu vlny a dochází k injekci. Tato metoda vyžaduje přesné načasování a nastavení druhého pulzu tak, aby nebyl příliš silný a nezničil hlavní brázdovou vlnu [22].

## 1.4 Limity LWFA

V této sekci nastíníme jevy, které omezují naši schopnost urychlovat elektrony pomocí LWFA. K popisu těchto jevů rovnou uvádíme i vztahy, které budou dále použity.

### 1.4.1 Difrakce laserového pulzu

Laserový svazek zaostřený na počátek plynu se postupně rozbíhá a energie jím nesená ve směru šíření se tedy postupně rozplývá. Proti tomuto jevu působí samofokusace (zmíněná u rovnice (1.31)). Bylo ukázáno [17], že při splnění

$$a_0 \sim \left( \frac{n_c}{n_0} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (1.42)$$

spolu podmínkami rezonance bude poloměr svazku oscilovat kolem původní hodnoty  $w_0$ . Tato podmínka v sobě zahrnuje i podmínku (1.31).

### 1.4.2 Vyčerpání energie pulzu

Dalším omezujícím jevem je postupná ztráta energie pulzu. Při postupu plazmatem pulz postupně předává energii brázdové vlně až do okamžiku, kdy není schopen brázdu udržet a celá vlna se zhroutí. Délka za kterou dojde k vyčerpání pulzu lze v relativistické režimu ( $a_0 \gg 1$ ) a třech dimenzích napsat jako [17]



$$L_{pd} = c\tau \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2. \quad (1.43)$$

### 1.4.3 Rozfázování elektronů

Jak bylo již letmo zmíněno v sekci 1.2.3. Ze symetrie elektrického potenciálu v bublině plyne poslední, *defázovací limit*. Vychází z toho, že elektrony jsou urychlovány pouze do středu bubliny a při překročení středu začnou znovu zpomalovat, jak bylo již znázorněno na Obr. 1.6. Maximální vzdálenost, za kterou elektrony přejdou ze zrychlovací fáze do zpomalovací, lze pro relativistický režim a splněné podmínky rezonance napsat [10] jako

$$L_{deph}[\text{m}] = \frac{2\lambda_l}{3\pi} \sqrt{a_0} \left( \frac{n_c}{n_e} \right)^{\frac{3}{2}} \doteq 7,9 \sqrt{a_0} \left( \frac{\lambda_l^{-4/3}[\mu\text{m}]}{n_e[10^{18}\text{cm}^{-3}]} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot 10^{-3}. \quad (1.44)$$



# Kapitola 2

## Záření relativistických elektronů

Již od prapočátku urychlování elektronů je tento proces spojen s generací elektromagnetického záření. Zpočátku byl tento jev nevyžádaným vedlejším efektem, který vedl ke ztrátám energie. Později se jej začalo využívat pro generaci převážně rentgenového záření. V této kapitole nejprve popíšeme jevy, na kterých závisí vyzářená energie. Poté ukážeme, jak se generuje rentgenové záření při LWFA.

### 2.1 Popis Záření

Záření relativisticky se pohybujícího elektronu lze popsat *radiačním integrálem* [23], který vyjadřuje energii vyzářenou přes spektrální pásmo  $d\omega$  a prostorový úhel  $d\Omega$  směrem k pozorovateli  $\mathbf{n}$  (tj.  $|\mathbf{n}| = 1$ )

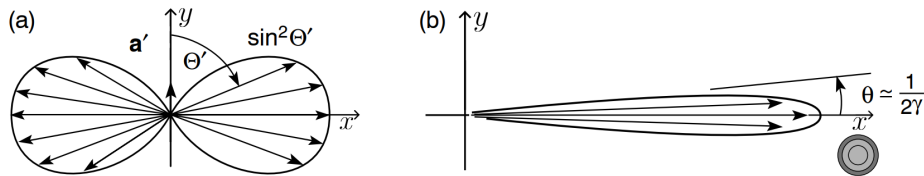
$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3\epsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t-\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}(t)/c)} \frac{\mathbf{n} \times ((\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^2} dt \right|^2, \quad (2.1)$$

kde  $\mathbf{r}$  je polohový vektor,  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$  je normalizovaná rychlost a  $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} = \mathbf{a}/c$  je zrychlení dělené rychlostí světla. Všechny veličiny jsou v retardovaném čase  $t' = (t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t)/c)$ . Z tohoto vztahu můžeme provést několik základních pozorování:

1. Při  $\dot{\boldsymbol{\beta}} = 0$  se nevyzáří žádná elektromagnetická vlna.
2. Vyzářená energie je maximální (diverguje) pro  $1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n} = 0 \Leftrightarrow (\boldsymbol{\beta} \parallel \mathbf{n} \wedge \boldsymbol{\beta} \sim 1)$ , z čehož, mimo jiné, plyne, že energie roste při zvyšující se rychlosti  $\boldsymbol{\beta}$  směrem k pozorovateli.
3. Z vektorového součinu  $(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}$ , lze usoudit [6], že kolmo urychlovaná částice vyzáří výrazně větší množství energie než částice urychlovaná v podélném směru.
4. Fázová exponenciála  $e^{i\omega(t-\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}/c)} \approx e^{i\omega(1-\beta)t}$  (aproximace je pouze lokální) je při integraci maximalizovaná, právě když je frekvence celé exponenciály  $\omega_\varphi = \omega(1 - \beta)$  podobná frekvenci dějů ve zbytku integrandu, která zde představuje frekvenci oscilací elektronů  $\omega_e$ . Maximální energie bude tedy vyzářeno pro  $\omega = \omega_e/(1 - \beta) \sim 2\gamma^2\omega_e$ . Tento vztah představuje Dopplerovské zvětšování frekvencí a umožňuje generaci RTG záření ( $\omega_X \sim 10^{18}\text{s}^{-1}$ ) i při oscilacích s daleko nižší frekvencí [6].

Z tohoto pozorování tedy vidíme, že chceme-li efektivně generovat záření pomocí urychlovaných elektronů, tak musíme zajistit, aby elektrony oscilovaly příčně na směr šíření. Tohoto principu se využívá při generaci RTG záření v *synchrotronech*, kde se příčného pohybu elektronů dosahuje pomocí magnetů.

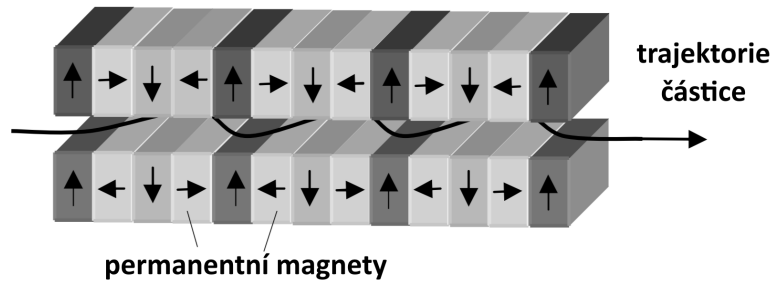
Výkon (resp. Poyntigův vektor) takového záření je znázorněn na Obr. 2.1 v řezu v rovině  $xy$ , kde v levé části obrázku je zobrazeno záření v klidové soustavě urychlovaného elektronu. V pravé části je znázorněno, jak se vyzářený výkon v laboratorní soustavě (tj. v relativistickém režimu) kolimuje do směru rychlosti elektronu. Úhlová pološířka takto kolimovaného záření lze popsat jako  $\theta \sim \frac{1}{2\gamma}$  [6],[24].



**Obr. 2.1.** Znázornění záření elektronu oscilujícího ve směru osy  $y$  a urychlaného ve směru  $x$ , (a) klidová soustava; (b) laboratorní soustava. Převzato z [24].

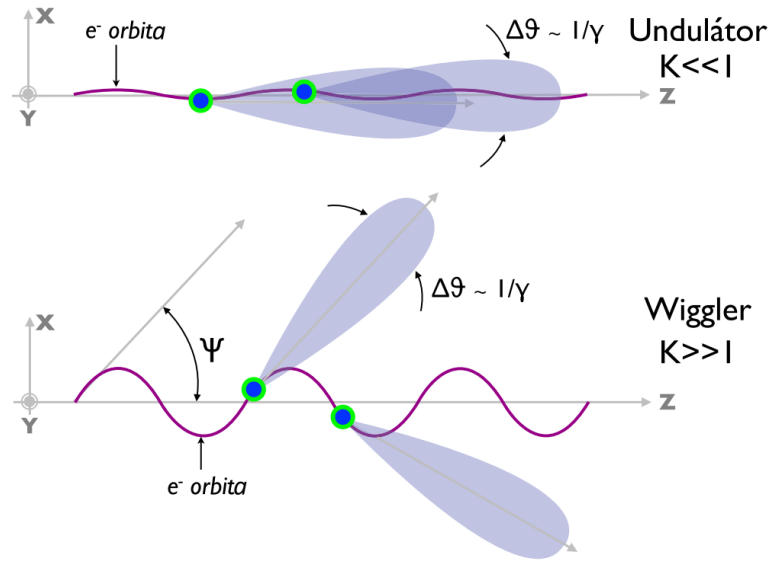
### 2.1.1 Wiggler a undulátor

Jak jsme již letmo zmínili, pro příčné vychýlení pohybujících se elektronů a následnou generaci RTG záření je možné použít soustavu magnetů. Jedněmi z takových soustav magnetů jsou *wiggler* (znázorněn na Obr. 2.2) a *undulátor* [25].



**Obr. 2.2.** Schéma soustavy magnetů wiggleru. Převzato z [25].

Rozdíl mezi těmito dvěma přístroji je do značné míry pouze v síle magnetického pole, které elektrony vychyluje. Tento rozdíl, jež je znázorněn na Obr. 2.3, ale způsobuje rozdílný směr RTG záření. Pro popsání tohoto rozdílu se zavádí *betatronový parametr* (někdy též undulátorová konstanta) [6]  $K = \gamma\psi$ , kde  $\psi$  je úhel mezi hlavním směrem charakteristického záření elektronu a směrem pohybu. Pomocí tohoto koeficientu rozlišujeme mezi *wigglerovým režimem*  $K \gg 1$  a *undulátorovým režimem*  $K \ll 1$ , znázorněno na Obr. 2.3. Jedním ze zásadních rozdílů je, že záření z undulátoru má jeden významný směr a dochází tak k interferencím. Též pro  $K \ll 1$  dochází pouze k zanedbatelné generaci vyšších harmonických frekvencí.



Obr. 2.3. Ilustrace rozdílů mezi zářením wigglery a undulátoru. Převzato z [6].

## 2.2 Záření elektronů v brázdové vlně

### 2.2.1 Příčné oscilace elektronů v brázdové vlně

Jak jsme již zjistili v sekci 1.2.3, v jednorozměrné aproximaci elektrony oscilují kolem středu „bublíny“ (označení nemá v 1D vhodný ekvivalent, vychází z toho, že v bubble režimu „chytáme“ elektrony do *bublin*). Tento pohyb je jedním ze základních principů LWFA. Symetrická 3D bublina ovšem nepůsobí na zachycený elektron pouze v podélném směru. Můžeme předpokládat, že elektron, který byl do bubliny zachycen mimo osu šíření, bude kolem této osy, tedy místa s největším kladným nábojem, oscilovat.

K tomuto závěru lze dojít i rigoróznějším způsobem [16]. Vyjdeme-li z Gaussova zákona tvaru

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = -\frac{en_0}{\varepsilon}. \quad (2.2)$$

Celý problém můžeme uvažovat, jako válcově symetrický s osou  $z$  ve směru šíření a elektrické pole na ose  $E_r(r=0) = 0$ , pak integrací dostaneme

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_r) = -\frac{en_0}{\varepsilon} \xrightarrow{\int dr} E_r = -\frac{en_0}{2\varepsilon} r, \quad (2.3)$$

což při vynásobení  $e$  představuje pohybovou rovnici v radiálním směru. Na testovací elektron, jehož vzdáleností od osy je  $r$ , působí síla

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} = -e\mathbf{E} = \frac{e^2 n_0}{2\varepsilon} \mathbf{r} = \frac{m_e \omega_p^2}{2} \mathbf{r}, \quad (2.4)$$

kde jsme v posledním kroku dosadili z definice plazmové frekvence (1.26). Budeme-li předpokládat, že podélný pohyb je pozvolný a  $\gamma \sim \gamma_z$ , můžeme za příčnou hybnost dosadit  $\mathbf{p} = m\gamma\dot{\mathbf{r}}$

$$\ddot{r} - \frac{\omega_p^2}{2\gamma} r = 0, \quad (2.5)$$

což je rovnice lineárního harmonického oscilátoru s frekvencí

$$\omega_\beta = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma}}. \quad (2.6)$$

Vidíme tedy, že v příčném směru dochází k *betatronovým* oscilacím s frekvencí  $\omega_\beta$  a amplitudou  $r_\beta$

$$r = r_\beta \sin(\omega_\beta t). \quad (2.7)$$

Radiální rychlost  $v_r$  těchto oscilací získáme derivací předešlého vztahu

$$v_r = \dot{r} = r_\beta \omega_\beta \cos(\omega_\beta t). \quad (2.8)$$

Pro rozlišení mezi 2 významnými režimy záření se zavádí, nám již známý, *betatronový parametr*  $K = \gamma r_\beta \omega_\beta / c$ . Pak můžeme vztah (2.8) přepsat jako

$$v_r = \frac{Kc}{\gamma} \cos(\omega_\beta t). \quad (2.9)$$

Dále lze ukázat, že příčné oscilace ovlivňují i podélný pohyb elektronů [26]. Tento, zde popsáný, příčný pohyb je zdrojem rentgenového záření označovaného jako *plazmový betatron*.

## 2.2.2 Záření urychlovaných elektronů

Pomocí betatronového parametru, pro LWFA zavedeného u rovnice (2.9), můžeme rozlišit mezi wigglerovým a undulátorovým režimem (znázorněny na Obr. 2.3). I když v plazmovém betatronu převládá wigglerový režim považujeme za vhodné ukázat, že záření v obou režimech je rozdílné a je nutné jej charakterizovat jinými vztahy.

### Undulátorový režim

Pro  $K \ll 1$  hovoříme o undulátorovém režimu. V tomto režimu dochází, k tak „malým“ oscilacím, že elektrony září v jednom směru, resp. maximální úhlová výchylka  $\psi$  není větší než úhlová pološířka relativisticky fokusovaného záření (viz. Obr. 2.3). Interference těchto překrývacích se „světelných kuželů“ mají zásadní vliv na vlastnosti výsledného záření. Ke konstruktivním interferencím mezi vlnami vyzařovaných z míst vzdálených  $\lambda_\beta = \frac{2\pi c}{\omega_\beta}$  (oscilace jsou popsány rovnicí (2.7)) dochází, když dráhy těchto vln jsou vzdáleny o násobek vlnové délky  $\lambda_X$  tohoto záření. Z této jednoduché myšlenky lze pro dráhový rozdíl  $n\lambda_X$ ,  $n \in \mathbb{N}$  a pozorování pouze na ose záření ( $\theta = 0$ ) odvodit variace undulátorové rovnice [15]

$$\omega_{X,n} = \frac{2\gamma^2 \omega_\beta n}{1 + K^2/2} \xrightarrow{n=1} \omega_{X,1} = \frac{2\gamma^2 \omega_\beta}{1 + K^2/2} \approx 2\gamma^2 \omega_\beta, \quad (2.10)$$

kde  $\omega_{X,1}$  značí základní frekvence a  $\omega_{X,n}$  jsou *vyšší harmonické*, které v undulátorovém režimu nepřevládají. energii takto vyzářeného fotonu lze pro další výpočty, v praktických jednotkách, pospat jako [6]

$$\hbar\omega_{X,1}[\text{eV}] \doteq 5,25 \cdot 10^{-11} \gamma^{\frac{3}{2}} \sqrt{n_e[\text{cm}^{-3}]} \quad (2.11)$$

a počet takto zářících fotonů emitovaných jedním elektronem za jednu periodu lze odhadnout jako

$$N_u \doteq 1,53 \cdot 10^{-2} K^2. \quad (2.12)$$

### Wigglerový režim

Při  $K \gg 1$  se vznikající „světelné kužely“ nepřekrývají a tedy neinterferují. Většina vznikajícího záření je vyzářeno ve vrcholcích betatronových oscilací pod úhlem  $\psi = K/\gamma$  (viz Obr. 2.3). Zároveň nemá záření pouze základní frekvenci, ale výrazně se objevují i *vyšší harmonické frekvence* definované vztahem (2.10). Liché harmonické frekvence ( $n = 1, 3, \dots$ ) se vyzářejí v základním směru záření, ale sudé frekvence mimo tento směr, proto je nepozorujeme na ose záření. Pro charakterizaci celého spektra se zavádí *kritická frekvence*  $\omega_c$ . Ve frekvencích menší než  $\omega_c$  se vyzáří stejné množství energie (tj. polovina) jako ve frekvencích vyšších. Tuto frekvenci je možné vyjádřit jako [15]

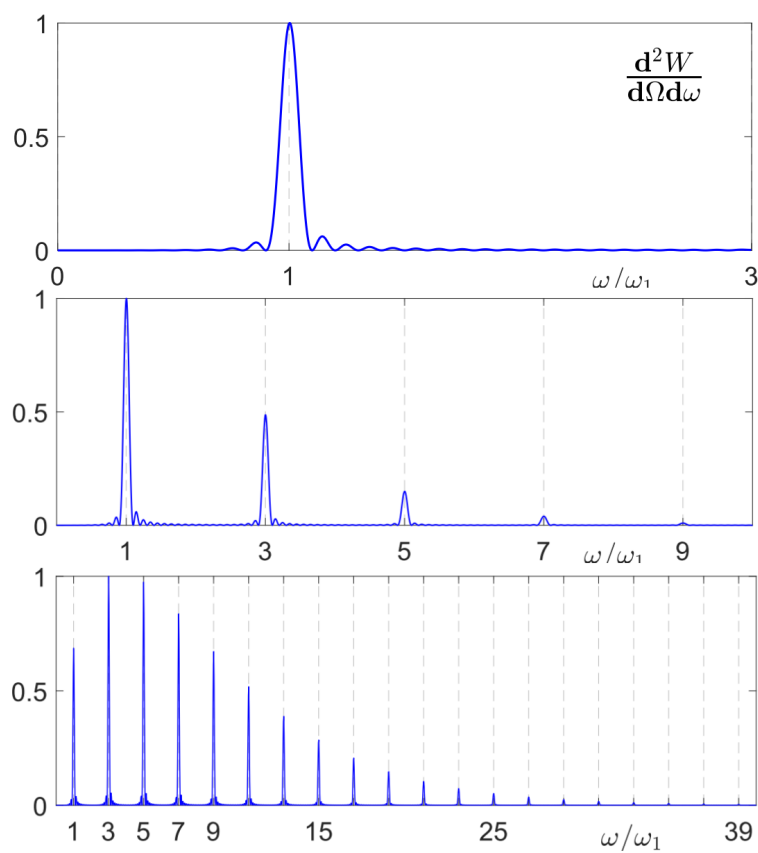
$$\omega_c = \frac{3}{2} K \gamma^2 \omega_\beta, \quad (2.13)$$

z čehož můžeme definovat *kritickou energii*, kterou vyjádříme v praktických jednotkách jako [6]

$$E_c[\text{eV}] \doteq 5,24 \cdot 10^{-21} \gamma^2 n_e [\text{cm}^{-3}] r_\beta [\mu\text{m}] \quad (2.14)$$

Počet fotonů vyzářených elektronem za jednu periodu se střední energií ( $\langle E \rangle = 0,3 E_c$ ) lze odhadnout jako [6]

$$N_w \doteq 3,31 \cdot 10^{-2} K. \quad (2.15)$$



**Obr. 2.4.** Přechod mezi undulátorem a wigglerem. Srovnání spektra záření pro tři různé hodnoty betatronového parametru  $K = 0,2; 1; 2$ . Převzato z [15].



# Kapitola 3

## Škálování LWFA

V této kapitole seznámíme čtenáře se škálováním jevů a veličin vyskytujících se při buzení optimální brázdové vlny laserovými systémy se špičkovým výkonem v rozmezí 1 TW – 10 PW. Veškeré škálování bylo provedeno pomocí interaktivního rozhraní vytvořeného v jazyce Python. Na konci kapitoly jsou umístěny a okomentovány tabulky vytvořené pomocí tohoto rozhraní.

### 3.1 Užité vztahy

V této sekci jsou zmíněny a stručně okomentovány všechny vztahy a jimi popisované veličiny, které byly použity v rámci *škálovacího rozhraní*. Většinou každá *podsekcce* odpovídá jednomu grafu na Obr. 3.1.

#### Kritický výkon a difrakce

Proto, aby se laserový pulz optimálně šířil plazmatem vyžadujeme splnění podmínky [17], která zahrnuje kritický výkon a minimalizuje difrakci (podrobněji komentováno v 1.4.1).

$$a_0 \sim \left( \frac{n_c}{n_0} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (3.1)$$

#### Podmínky rezonance

Jak je uvedeno v sekci 1.2.2, pro ideální urychlovací pole musí být splněny příčná a podélná podmínka rezonance pro bubble režim tj. pro  $a_0 > 4$  (do značné míry platí i pro  $a_0 > 2$ ) [12].

$$w_0 \approx \frac{2}{\pi} \sqrt{a_0} \lambda_p. \quad (3.2)$$

$$\tau \approx \frac{1}{2} \sqrt{a_0} \frac{\lambda_p}{c}, \quad (3.3)$$

Námi uváděný tvar podélné podmínky rezonance (3.3) jsme získali odvozením v rovnici (1.39), což představuje nejpřímochařejší odvození pro téměř sférickou bublinu. V literatuře se ovšem objevuje mnoho jiných verzí, které mají často i tvar nerovnosti (tj. k *blowoutu* dojde pro všechny délky pulzu menší než jistá mez). Různé přístupy jsou zmíněny v [12].

### Délka dráhy v plazmatu

Jak „dlouhé“ plazma je vhodné zvolit pro urychlování je dáno dvěma limity – vyčerpáním energie pulzu a rozfázováním (pojem zaveden v sekci 1.2.3) elektronů v brázdové vlně. Dráhu, kterou urazí laserový pulz před svým vyčerpáním (ang. *pump depletion*), je možné popsat výrazem uvedeným v sekci 1.4.2

$$L_{pd} = c\tau \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2. \quad (3.4)$$

Pro získání maximální energie vyžadujeme, aby celý proces skončil před tím než dojde k rozfázování, tedy než začnou elektrony zpomalovat. Délka, za kterou se tak stane, lze odhadnout jako (viz 1.4.3)

$$L_{deph} [\text{m}] \doteq 7,9 \sqrt{a_0} \left( \frac{\lambda_l^{-4/3} [\mu\text{m}]}{n_e [10^{18} \text{cm}^{-3}]} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot 10^{-3}. \quad (3.5)$$

Pokud chceme odhadnout ideální *délku* plazmového sloupce, musíme zvolit minimum z těchto dvou délek.

$$L = \min[L_{pd}, L_{deph}]. \quad (3.6)$$

Teoreticky by bylo možné volit liché násobky  $L_{deph}$  (hrubý odhad, předpokládáme, že zrychlování probíhá na stejné dráze jako zpomalování), protože za předpokladu uzavřených fázových trajektorií se elektrony po jisté vzdálenosti vrátí na tu samou rychlost. Tento předpoklad, ale nepoužíváme, neboť vstupní „energetická rozmanitost“ zachycovaných elektronů se bude pravděpodobně na větších vzdálenostech dále zvětšovat.<sup>1</sup>

### Dosažená energie elektronů

Maximální dosažitelná energie elektronu (tj. elektronu těsně před rozfázováním) lze popsat [10] vzorcem

$$E [\text{MeV}] = \frac{380 \cdot a_0}{n_0 [10^{18} \text{cm}^{-3}] \lambda_l^2 [\mu\text{m}]}. \quad (3.7)$$

Pokud dojde dřív k vyčerpání pulzu než k rozfázování je možné odhadnout dosaženou energii jako

$$E_{pd} = \frac{L_{pd}}{L_{deph}} E. \quad (3.8)$$

Z těchto dvou hodnot opět volíme tu menší

$$E_{final} = \min[E_{pd}, E]. \quad (3.9)$$

### Maximální a potřebný výkon

Špičkový výkon potřebný k vytvoření odpovídajícího laserového pulzu je [10]

$$P_0 = 0,011 d_{FWHM}^2 [\mu\text{m}] I_0 [\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot 10^{18}] \doteq 0,015 d_{FWHM}^2 [\mu\text{m}] \frac{a_0^2}{\lambda_l^2 [\mu\text{m}]}, \quad (3.10)$$

<sup>1</sup>Jeli našim cílem generace RTG záření můžeme limit rozfázování překročit a uvažovat pouze  $L_{pd}$ , abychom dosáhli co největšího počtu oscilací elektronů s největší hybností.

kde  $d_{FWHM} = w_0 \cdot \sqrt{2 \ln(2)}$ . Tento výkon musí být menší, v krajním případě roven, maximálnímu možnému výkonu, který je laser schopen vytvořit. Tento maximální výkon je nepřímo úměrný délce pulzu (tj. energie *v pulzu* se zachovává). Pokud uvažujeme Laser L4 [27] (Nd:sklo,  $\lambda \doteq 1,06 \mu\text{m}$ ,  $\tau_0 = 150 \text{ fs}$ ,  $P_0 = 10 \text{ PW}$ ), kde svazek vzniká kompresí do co nejkratší pulzu (metoda CPA [28]) a pulz již není možné zkrátit. Špičkový výkon laseru pro určitou délku pulzu lze popsat

$$P_0 \cdot \tau_0 = P \cdot \tau = \text{konst.} \xrightarrow{P_0=10 \text{ PW}, \tau_0=150 \text{ fs}} P_{max}[\text{PW}] = 10 \frac{150}{\tau[\text{fs}]} \quad (3.11)$$

Pro jakoukoli jinou hodnotu špičkového výkon (škálujeme v rozmezí 1 TW – 10 PW) a příslušnou minimální délku pulzu dosazujeme příslušné hodnoty, např. pro laser L3 [29] uvažujeme  $P_0 = 1 \text{ PW}$  a  $\tau_0 = 30 \text{ fs}$ .

Pro označení laserového systému je tedy možná vhodnější uvádět energii pulzu (pro L4 1,5 kJ a L3 30 j)

$$W_p = \tau \cdot P_0. \quad (3.12)$$

### Urychlování náboj

Počet elektronů, který je *bublina* schopna nést, je shora omezen samotným kladným nábojem bubliny. Navíc se elektrony v bublině vzájemně ovlivňují a mají vliv i na samotné urychlovací pole – tvoří si vlastní brázdovou vlnu [12]. Tomuto jevu se říká *beamloading*. Při optimálním „množství“ náboje neseného vlnou může dojít k tomu, že všechny elektrony budou v podobném (resp. stejném) urychlovacím poli. Takový *optimální náboj* lze odhadnout jako [10]

$$Q[\text{pC}] \doteq 75 \sqrt{\frac{a_0^3}{n_0 [10^{18} \text{cm}^{-3}]}}. \quad (3.13)$$

Jedná se zhruba o desetinu maximálního možného náboje, který je vlna schopná nést.

### Plazmový betatron

Jak jsme již uvedli v sekci 2.2.2, existují dva režimy generace RTG záření relativistickými, příčně oscilujícími elektrony – wigglerový a undulátorový, které se rozlišují pomocí *betatronového parametru*

$$K = \gamma \frac{r_\beta \omega_\beta}{c} = \frac{E_{final}}{E_0} \frac{r_\beta \omega_\beta}{c}, \quad (3.14)$$

kde  $\gamma$  lze dopočítat z odhadované energie elektronu (vzorec (3.9)) a klidové energie elektronu  $E_0 \doteq 0,511 \text{ MeV}$ . Poloměr oscilace dále odhadujeme jako  $r_\beta = w_0/5$ . Odhad energie jednoho fotonu vyzářeného undulátorem  $E_u$  a kritická energie fotonů vyzářených wigglerem  $E_c$  lze napsat jako

$$E_u[\text{eV}] \doteq 5,25 \cdot 10^{-11} \gamma^3 \sqrt{n_e [\text{cm}^{-3}]}, \quad (3.15)$$

$$E_c[\text{eV}] \doteq 5,24 \cdot 10^{-21} \gamma^2 n_e [\text{cm}^{-3}] r_\beta [\mu\text{m}]. \quad (3.16)$$

Počet vyzářených fotonů ku počtu elektronů v undulátoru na jednu periodu  $N_u$  a počet vyzářených fotonů ku počtu elektronů ve wiggleru na jednu periodu  $N_w$  zářících na střední energii ( $\langle E \rangle_T = 0, 3E_c = E_w$ ) můžeme popsat vzorci

$$N_u \doteq 1,53 \cdot 10^{-2} K^2, \quad (3.17)$$

$$N_w \doteq 3,31 \cdot 10^{-2} K. \quad (3.18)$$

Výslednou vyzářenou (střední) energii na periodu můžeme získat součinem příslušného počtu fotonů s energií a počtem oscilací, což můžeme odhadnout pomocí dráhy v plazmatu  $L$  jako

$$N_{osc} = \frac{L}{\lambda_\beta}, \quad (3.19)$$

tedy pro  $i \in \{u, w\}$

$$\langle E \rangle_L = N_{osc} \cdot N_i \cdot E_i. \quad (3.20)$$

V rámci našich výpočtů níže odhadujeme poloměr oscilací  $r_\beta = w_0/5$ . S tímto odhadem se vždy budeme nacházet ve wigglerovém režimu, při menším odhadu poloměru oscilací  $r_\beta$  bychom se pravděpodobně dostali i do undulátorového režimu. Pro lepší charakterizaci zdroje budeme v tabulkách níže uvádět pouze kritickou energii záření. Další vztahy výše slouží pouze k ilustrativnímu popisu celého problému.

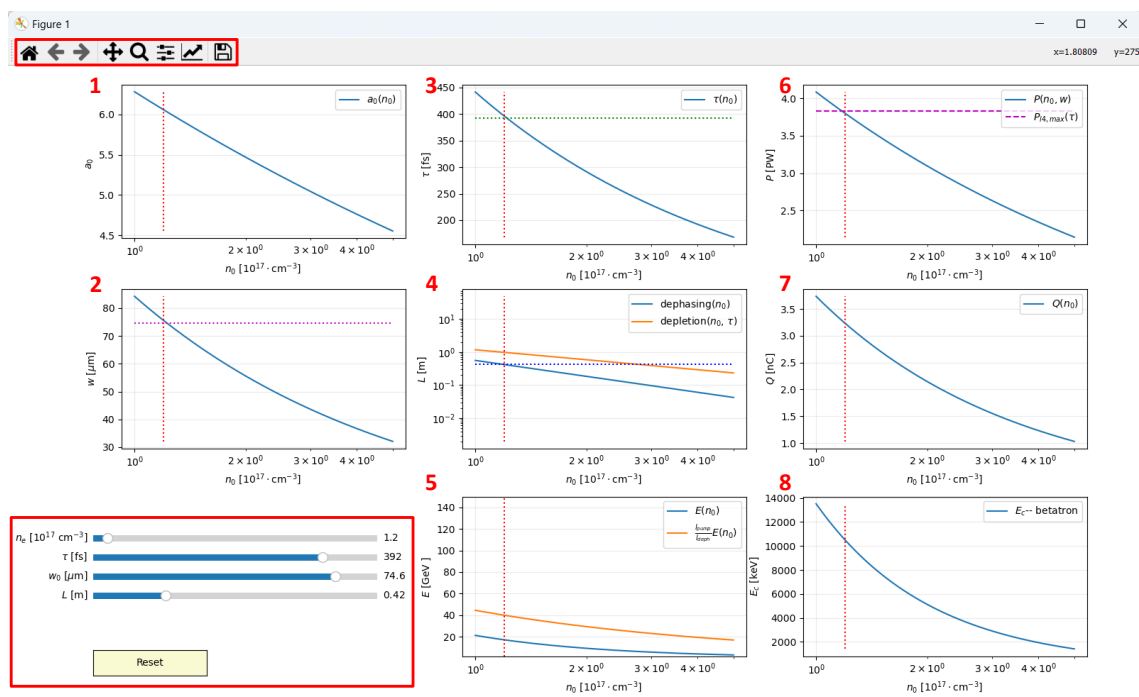
## 3.2 Škálovací rozhraní

V programovacím jazyce Python (především použitím knihovny *Matplotlib*) jsem vytvořil interaktivní rozhraní, díky kterému jsem mohl intuitivně najít optimální parametry LWFA (pokud existují) pro daný špičkový výkon daného laseru (resp. energii pulzu). Samotné rozhraní se skládá ze dvou základních částí – z ovládacích prvků a ze samotných grafů.

### 3.2.1 Ovládací prvky

Ovládací prvky slouží k nastavení výchozích parametrů v předem daném rozmezí a skládají se ze 4 *sliderů* (do češtiny lze přeložit jako *jezdec* či *posuvník* nebo neúplně korektně jako *šoupátko*, dále budeme používat anglický termín, neb se jedná o název prvku v knihovně *Matplotlib*) a tlačítka *reset*. Jednotlivými *slidery* se nastavuje:

1. **elektronová hustota** plazmatu  $n_e [10^{17} \text{cm}^{-3}]$  – představuje základní vstupní parametr pro všechny grafy, na všech grafech je znázorněna svislou přerušovanou červenou úsečkou
2. **délka pulzu**  $\tau [\text{fs}]$  – zásadní parametr pro splnění podélné podmínky rezonance (vzorec (3.3)), na grafu 3 je znázorněna zelenou přerušovanou úsečkou, změna se projeví i v dalších grafech (viz sekci 3.1), zásadní je vliv na možný špičkový výkon
3. **poloměr pulzu** v krčku  $w_0 [\mu\text{m}]$  – parametr pro splnění příčné podmínky rezonance (3.2), na grafu 2 je znázorněna purpurovou přerušovanou úsečkou, změna se projeví i v dalších grafech (viz sekci 3.1), zásadní je vliv na možný špičkový výkon



**Obr. 3.1.** Škálovací rozhraní s vyznačenými ovládacími prvky – škálovací *slidery* vlevo dole, rozhraní *Matplotlibu* vlevo nahoře a s očíslovanými grafy (odpovídají veličinám zavedeným v sekci 3.1). Jednotlivé grafy znázorňují: 1. podmínka samofokusace, 2. příčnou a 3. podélnou podmínku rezonance, 4. délku dráhy v plazmatu, 5. dosaženou energii elektronů, 6. maximální a potřebný výkon, 7. urychlovaný náboj, 8. kritickou energii generovaného záření.

4. **délka dráhy v plazmatu  $L$**  – hodnota je znázorněna na grafu 4 tmavě modrou přerušovanou úsečkou a má čistě ilustrační charakter

Do rozhraní (tj. do kódu) je nutné manuálně zadat vlnovou délku laseru (v našem případě  $1,06 \mu\text{m}$  nebo  $0,8 \mu\text{m}$ ) a rozmezí škálovaných veličin. Součástí rozhraní jsou i ovládací prvky *Matplotlibu*.

### 3.2.2 Použití

Při využití škálovacího rozhraní je nejdříve nutné do kódu zadat vlnovou délku laseru, rozmezí hustot (tj. hodnoty na všech y-ových osách), rozmezí dalších škálovaných veličin (tj. rozmezí na *sliderech*), maximální výkon a odpovídající minimální délku pulzu (např. pro L4 10 PW, 150 fs).

Poté zapneme samotné rozhraní a pomocí *slidery* se snažíme dosáhnout toho, aby vznikl, v ideálním případě, pouze jeden průsečík na grafech 2 a 3 (tj. byly splněny podmínky rezonance). Dále je nutné, aby na grafu 6 hodnota průsečíku závislosti s purpurovou vodorovnou čarou (tj. špičkový výkon pro danou délku pulzu) byla větší než hodnota odpovídající elektronové hustotě (tj. možný výkon  $\geq$  potřebný výkon).

## 3.3 Výsledky

Pro škálovací proces byly zvoleny některé výchozí parametry (vlnová délka a délka pulzu) odpovídající laserům L4 (Nd:sklo) [27] a L3 (Ti:safír) [29] nacházející

se v ELI Beamlines. Výsledkem naší práce jsou tedy dvě tabulky jedna pro vlnovou délku  $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$  a minimální délku pulzu  $\tau = 150 \text{ fs}$  (označená jako Nd:sklo) a druhá pro vlnovou délku  $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$  a minimální délku pulzu  $\tau = 30 \text{ fs}$  (L3) (označená jako Ti:safír). Označení nutně neodpovídá standardním parametrům Nd:sklo, resp. Ti:safír laserů, ale museli jsme zvolit nějaké základní parametry, aby se hodnoty pro různé špičkové výkony daly porovnávat. Při protahování pulzu se výkon zmenší dle vzorce (3.11).

V následujícím textu jsme přešli od značení pomocí špičkového výkonu ke značení pomocí energie pulzu. Vztah mezi oběma veličinami byl rozebrán v sekci 3.1 (ilustrativně: špičkový výkon 1 PW odpovídá energii 30 J pro  $\tau = 30 \text{ fs}$  a 150 J pro  $\tau = 150 \text{ fs}$ ).

### 3.3.1 Ti:safír

Kvůli lepší vypovídající hodnotě určených dat začneme s hodnotami určenými pro vlnovou délku  $0,8 \mu\text{m}$  a minimální délku pulzu 30 fs. Námi získané hodnoty jsou uvedeny v Tab. 3.1 a byly určeny pomocí námi vytvořeného rozhraní (tj. značení veličin odpovídá vzorcům v sekci 3.1). Pro energii 30 mJ (řádek ozn. *kurzívou*) není kvůli příliš dlouhému pulzu dosaženo „dokonalé“ rezonance, délka pulzu odpovídá cca 1,8-násobku ideální délky pro navrhovanou hustotu, poloměr v krčku pak cca 0,67-násobku. Na tomto místě musíme zdůraznit, že v rámci našeho škálování používáme vzorce, jež mají spíš charakter odhadu a v mnohých zdrojích se liší (např. podélná podmínka rezonance v [11], [15], [16]), tedy přesné číselné výsledky je nutno brát s rezervou.

**Tab. 3.1.** Škálovací tabulka pro Ti:safír lasery.  $W_p$  je energie pulzu,  $n_e$  je určená elektronová hustota,  $a_0$  je normalizovaný vektorový potenciál,  $\tau$  optimální délka pulzu,  $w_0$  optimální pološířku laserového svazku v krčku,  $L$  je dráha uražená v plazmatu,  $E$  odhadovaná dosažená energie elektronů,  $Q$  optimální nesený náboj a  $E_c$  je kritická energie vzniklého záření. Řádky psané *kurzívou* značí nedokonalou rezonanci.

$W_0$ [J]	$n_e$ [ $10^{17} \text{cm}^{-3}$ ]	$a$ [-]	$\tau$ [fs]	$w_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	$L$ [cm]	$E$ [GeV]	$Q$ [pC]	$E_c$ [keV]
300	3,8	5,4	206	38	12,2	8,4	1567	4107
30	11	4,4	110	21	2,2	2,4	652	505
3	32	3,5	59	11	0,41	0,66	280	62
0,3	91	2,9	31	6,0	0,08	0,19	120	7,7
0,03	<i>260</i>	<i>2,3</i>	<i>30</i>	<i>2,4</i>	<i>0,01</i>	<i>0,053</i>	<i>52</i>	<i>0,69</i>

Podíváme-li se podrobně na vztahy mezi jednotlivými řádky, můžeme si povšimnout, že relativní změna mezi následujícími řádky se téměř zachovává. Elektronová hustota se vždy cca 3-krát zvětší, délka pulzu a poloměr v krčku se vždy cca 1,9-krát zmenší (vyjma posledního řádku ovlivněného *nedokonalou* rezonancí). Tyto poměry jsme uvedli do Tab. 3.2. Pomocí těchto koeficientů můžeme relativně přesně odhadnout, jak změnit volené parametry při desetinásobném zvětšení/zmenšení energie (resp. výkonu).

Na základě těchto zjištění můžeme například odhadnout závislost „ideální“ délky pulzu na jeho energii a tak zjistit, pro které energie (resp. výkony) je už minimální pulz 30 fs příliš dlouhý.

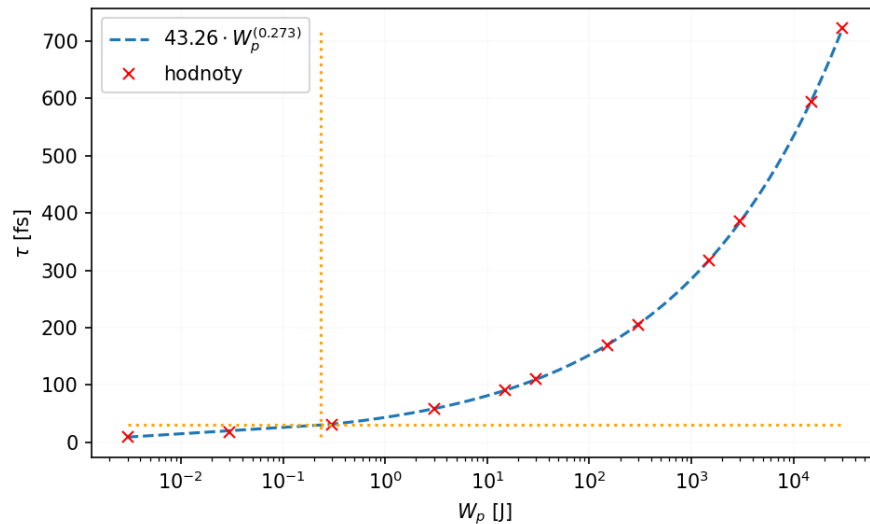
**Tab. 3.2.** Tabulka poměrů mezi řádky v Tab. 3.1. V prvním sloupci jsou uvedeny příslušné řádky. Příslušné poměry jsou vždy označené jako odpovídající veličina, značení odpovídá značení v Tab. 3.1.

Řádky	$n_e$	$a$	$\tau$	$w_0$	$L$	$E$
1/2	0,348	1,234	1,877	1,854	5,438	3,555
2/3	0,348	1,235	1,862	1,844	5,463	3,576
3/4	0,348	1,234	1,885	1,859	5,366	3,528
4/5	0,348	1,238	1,040	2,515	5,409	3,549

Abychom mohli správně odhadnout závislost optimální délky pulzu na jeho energii (pro  $\lambda = 800$  nm), tak jsme pomocí rozhraní a škálovacího koeficientu (průměr námi získaný poměrů z Tab. 3.2) dopočetli další body. Po (heuristickém) odhadnutí závislosti jsme dospěli k závěru

$$\tau = a \cdot W_p^b, \quad (3.21)$$

kde v našem konkrétním případě  $a = 43.26 \pm 0,07$  a  $b = 0,2730 \pm 0,0003$  a hledaná minimální energie, odpovídající pulzu délky 30 fs, je 0.235 J (výkon 7,8424 TW).



**Obr. 3.2.** Závislost ideální délky pulzu na energii pulzu. Hodnoty prokládány křivkou (3.21). Vyznačený bod odpovídá energii 0.235 J (výkon 7,84 TW) a délce pulzu 30 fs.

### 3.3.2 Nd:sklo

Nyní se přesuneme k laserům s vlnovou délkou 1,06  $\mu\text{m}$  a minimální délkou pulzu 150 fs. Námi určené parametry pro energie pulzu v rozmezí 150 mJ až 1,5 kJ (maximální výkon 1 TW až 10 PW) jsou zaneseny v Tab. 3.3. Na rozdíl od předešlého případu zde dochází k nedokonalé rezonanci (řádky psané *kurzívou*) už pro energii 15 J (ideální  $\tau$  1,41-krát menší,  $w_0$  v rezonanci) a problém se dále zvětšuje pro 1,5 J (ideální  $\tau$  2,65-krát menší,  $w_0$  odpovídá 67 % ideálu). Pro energii 150 mJ už se o rezonanci téměř nedá mluvit ( $\tau$  8,25-krát menší,  $w_0$  v rezonanci) a jedná se spíš o ilustrační výsledek. Na tomto místě znovu zdůrazňujeme, že výsledky, které jsou zde uvedeny, jsou spíš odhadem.

**Tab. 3.3.** Škálovací tabulka pro Nd:sklo lasery.  $W_p$  je energie pulzu,  $n_e$  je určená elektronová hustota,  $a_0$  je normalizovaný vektorový potenciál,  $\tau$  optimální délka pulzu,  $w_0$  optimální pološířku laserového svazku v krčku,  $L$  je dráha uražená v plazmatu,  $E$  odhadovaná dosažená energie elektronů,  $Q$  optimální nesený náboj a  $E_c$  je kritická energie vzniklého záření. Řádky psané *kurzívou* značí nedokonalou rezonanci, *červený* řádek špatnou rezonanci.

$W_0$ [J]	$n_e$ [ $10^{17} \text{cm}^{-3}$ ]	$a$ [-]	$\tau$ [fs]	$w_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	$L$ [cm]	$E$ [GeV]	$Q$ [pC]	$E_c$ [keV]
1500	1,2	6,1	392,0	74,60	41,6	17	3228	10472
150	3,4	4,9	210,6	39,62	7,9	4,9	1406	1294
15	<i>11</i>	<i>3,9</i>	<i>150,0</i>	<i>18,80</i>	<i>1,3</i>	<i>1,2</i>	<i>560</i>	<i>119</i>
1,5	<i>31</i>	<i>3,2</i>	<i>150,0</i>	<i>7,27</i>	<i>0,23</i>	<i>0,35</i>	<i>241</i>	<i>10,8</i>
0,15	<i>204</i>	<i>2,2</i>	<i>150,0</i>	<i>3,35</i>	<i>0,01</i>	<i>0,036</i>	<i>53</i>	<i>0,35</i>

Budeme-li opakovat postup s předešlými výsledky a poměry mezi za sebou jdoucími řádky zapíšeme do Tab. 3.4. Vidíme, že v prvním řádku dostáváme podobné hodnoty jako v Tab. 3.2, ale kvůli *nedokonalé* rezonanci se tyto hodnoty postupně mění.

Vyjdeme-li z analogie s předešlým případem (tj.  $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$ ) a předpokládáme stejnou závislost tvaru (3.21), tak můžeme pomocí dalších určených bodů (buď pomocí rozhraní, nebo koeficientu z prvního řádku) odhadnout, že energie odpovídající délce pulzu 150 fs je cca 42.68 J (znázorněno na Obr. 3.3).

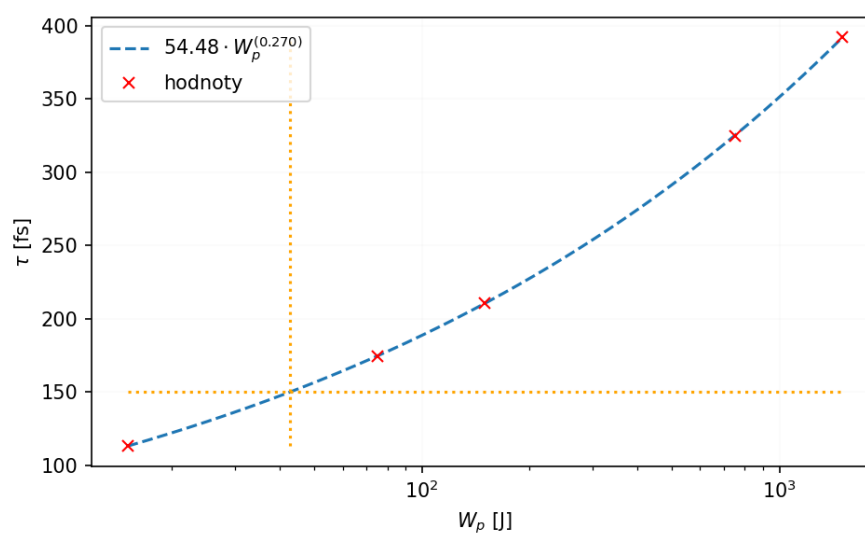
**Tab. 3.4.** Tabulka poměrů mezi řádky v Tab. 3.3. V prvním sloupci jsou uvedeny příslušné řádky. Příslušné poměry jsou vždy označené jako odpovídající veličina, značení odpovídá značení v Tab. 3.3.

řádky	$n_e$	$a$	$\tau$	$w_0$	$L$	$E$
1/2	0,353	1,232	1,861	1,883	5,270	3,477
2/3	0,317	1,258	<i>1,404</i>	2,107	6,320	3,992
3/4	0,349	1,233	<i>1,000</i>	<i>2,586</i>	5,382	3,534
4/5	<i>0,151</i>	<i>1,461</i>	<i>1,000</i>	<i>2,170</i>	<i>20,566</i>	<i>9,684</i>

### 3.3.3 Komentář výsledků

Závěrem považujeme za vhodné znovu zdůraznit, že veškeré uvedené hodnoty odpovídají nejlepší možné rezonanci za námi kladených podmínek (příčná, podélná a energie pulzu), které požadujeme pro vznik „ideálního“ urychlovacího pole. Vzhledem k tomu, že většina použitých vztahů jsou pouze aproximace vycházející z numerických simulací není možné naše výsledky brát jako pevně určující. Jedná se spíše o prvních kvalitativní odhad volby parametrů, který může být zpřesněn pomocí simulací nebo experimentálních výsledků. Samotná brázdová vlna vznikne i při nedodržení podmínek rezonance, se kterými by se dalo tedy zacházet benevolentněji než, jak bylo provedeno výše. Při velkých odchýleních ovšem hrozí riziko filamentace laserového pulzu nebo toho, že neproběhne samofokusace.





**Obr. 3.3.** Závislost ideální délky pulzu na energii pulzu laseru. Hodnoty prokládány křivkou (3.21). Vyznačený bod odpovídá energii 42.68 J (výkon 0,285 PW) a délce pulzu 150 fs.

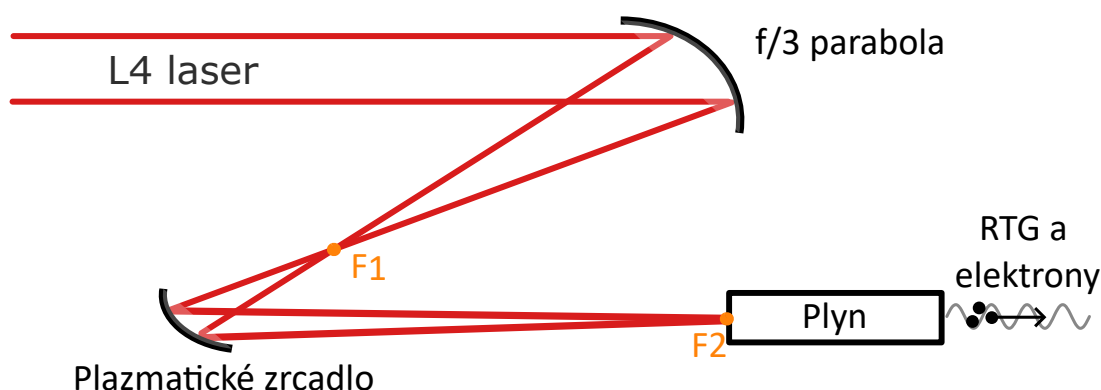


# Kapitola 4

## Návrh plazmového zrcadla

V této kapitole se budeme věnovat návrhu plazmového eliptického zrcadla pro experiment elektronového urychlování využívající laser L4 v kompaktním experimentálním uspořádání. Pro tento návrh jsou použity určené hodnoty uvedené na prvním řádku v Tab. 3.3.

V důsledku obrovských intenzit nemůžeme při experimentu s laserem L4 použít soustavu spojných čoček, nehledě na to že by první musela mít alespoň 60 cm v průměru. Uchylujeme se tedy k použití zrcadel. V našem konkrétním případě dvou - první je  $f/3$  *off-axis* parabola, které je součástí vybavení experimentální haly E3 na ELI Beamlines. Druhé je navrhované plazmové eliptické zrcadlo (cca  $f/110,5$ ). Pokud bychom chtěli použít pouze jedno *off-axis* parabolické zrcadlo, potřebovali bychom daleko větší ohniskovou vzdálenost k fokusaci (cca 66 m). Navíc použitím plazmového zrcadla, jež se většinou vyrábí ze skla s proti-reflektní úpravou, se zbavíme takzvaných *prepulzů* [30] - tedy pulzů s nižší intenzitou, které předchází hlavnímu pulzu v důsledku nedokonalostí každého laserového systému. Kdyby tyto *prepulzy* prošly do plynného média, mohly by vytvořit plazmový kanál a tak komplikovat vznik brázdové vlny. Takto pouze projdou skrz zrcadlo. Významnou nevýhodou plazmového zrcadla je fakt, že je pouze na jedno použití a po každém výstřelu se musí měnit.

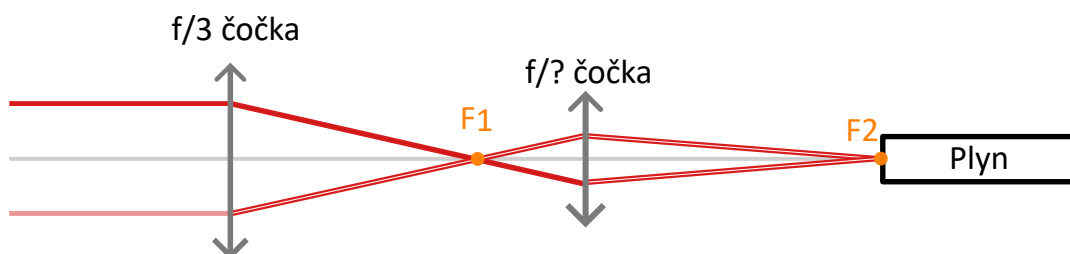


**Obr. 4.1.** Schématický návrh experimentu s laserem L4 za účelem urychlování elektronů v plazmatu a generace RTG záření. Oranžově vyznačené body představují ohniska plazmového eliptického zrcadla.

Na Obr. 4.1 je znázorněn návrh rozložení plánovaného experimentu. Nejprve dopadá laserový svazek na  $f/3$  parabolou, ta jej fokusuje do prvního ohniska ( $F_1$ ) plazmového eliptického zrcadla, ze kterého je dále svazek fokusován do druhého ohniska ( $F_2$ ), jež se nachází na začátku plynného média. V něm pak proběhne ionizace a urychlování elektronů.

## 4.1 Aproximace tenkých čoček

Ve výpočetně nejjednodušší aproximaci můžeme zrcadlo považovat za tenkou čočku. Pokud ještě předpokládáme, že jak zrcadlo, tak tenká čočka zachovávají gaussovský svazek, pak můžeme pro výpočty parametrů eliptického zrcadla použít aproximaci tenkých čoček (ATČ), znázorněno na Obr. 4.2. Tuto aproximaci využijeme k tomu, abychom mohli spočítat zvětšení a ohniskové vzdálenosti našeho eliptického zrcadla. Než se přesuneme k vlastním výpočtům musíme zavést několik základních pojmů.



**Obr. 4.2.** Schématické překreslení Obr. 4.1 do aproximace tenkých čoček.

Každé spojná čočka je pro naše účely (v ATČ) dána dvěma parametry- svým průměrem  $D$  a ohniskovou vzdáleností  $f$ . Ta představuje vzdálenost ohniska – bodu ve kterém se zobrazí obraz přicházející z nekonečna, od středu čočky. Poměr těchto dvou čísel se nazývá  $f$ -číslem

$$N_f = \frac{f}{D}. \quad (4.1)$$

Pokud tedy o čočce řekneme, že je  $f/3$ , znamená to  $N_f = 3$ . V paraxiální aproximaci pak uvažujeme, že laserový (gaussovský) svazek fokusovaný do ohniska, zde bude mít poloměr právě  $w_0$  daný vztahem [9]

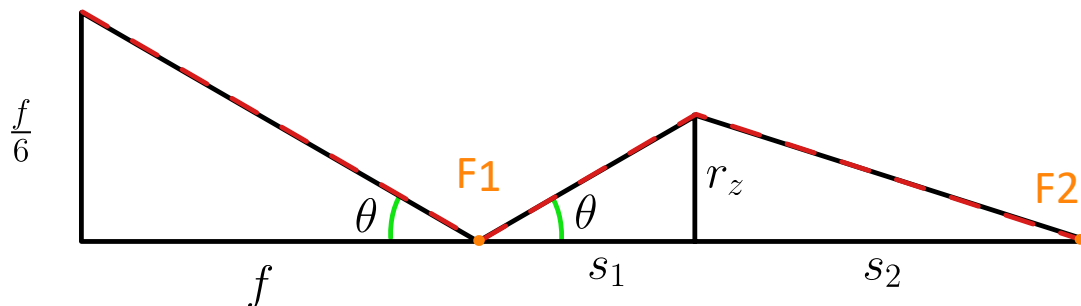
$$w_0 = \frac{2\lambda}{\pi} \frac{f}{D} = \frac{2\lambda}{\pi} N_f, \quad (4.2)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka laseru. Při zobrazení laserového svazku s  $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$   $f/3$  čočka platí v ohnisku (na Obr. 4.2 v  $F_1$ )  $w_0 \doteq 2,024 \mu\text{m}$ . Toto číslo chceme zvětšit na cca  $74,6 \mu\text{m}$  (hodnota dopočtena v Tab. 3.3), tedy požadujeme, aby naše „ $f/?$  čočka“ měla zvětšení zhruba 37-krát.

Nyní si celý problém zobrazený na Obr. 4.2 převedeme pomocí trojúhelníků na jednoduchou geometrickou úlohu<sup>1</sup>. Ze vztahu (4.1) víme, že poloměr  $f/N_f$  čočky můžeme napsat jako  $r = \frac{1}{2}D = \frac{1}{2} \frac{f}{N_f}$ . Tato úvaha nám umožňuje náš problém překreslit

<sup>1</sup>Aproximace platí pro  $z_r/f \ll 1$ , když zobrazovací rovnice gaussovského svazku přechází v paprskovou, též lze jako limit paprskové optiky vztah  $\frac{s_1-f}{z_t} \gg 1$  [9].

na Obr. 4.3.



**Obr. 4.3.** Převedení Obr. 4.2 na geometrický problém.  $f$  a F1 ohnisková vzdálenost a ohnisko  $f/3$  „čočky“,  $r_z$  poloměr „plazmové“ čočky, F2 obraz bodu F1 pomocí „plazmové“ čočky,  $s_1$  a  $s_2$  vzdálenosti bodů F1 a F2 od „plazmové“ čočky.

Z podobnosti takto vzniklých trojúhelníků a požadavku na zvětšení čočky M

$$M = \frac{w_2}{w_1} = \frac{s_2}{s_1}, \quad (4.3)$$

kde  $w_1$ , resp.  $w_2$  značí poloměr v krčku v bodech F1 resp. F2, dostáváme systém s jedním stupněm volnosti (ve vzdálenostech  $s_1$ , resp.  $s_2$ , nebo v poloměru svazku na plazmovém zrcadle  $r_z$ ).

## 4.2 Plazmové zrcadlo

Abychom mohli postupně dospět k jedné geometrii v ATČ, musíme si nyní vyjasnit, co je to plazmové zrcadlo a jaké jsou podmínky na intenzitu na jeho povrchu.

Plazmové zrcadlo vychází z toho, že na kritickém plazmatu (kritická elektronová hustota definována vztahem (1.27)) dochází k totálnímu odrazu. K tomuto dojde vždy, když dostatečně intenzivní pulz přichází do kontaktu s pevnou látkou [31]. Vzniká tak hustotní gradient, který nutně musí zahrnovat i kritickou hustotu (hustota pevných látek je vyšší). Část energie laserového pulzu se absorbuje při vzniku plazmatu, ale zbytek je odražen. Experimentálně bylo zjištěno, že pro dobrou funkci plazmového zrcadla je vhodná intenzita  $\sim 10^{15}$  W/cm<sup>2</sup> [30], [31], kdy se reflektivita zrcadla pohybuje okolo 70 %. Tento fakt nám klade podmínku na intenzitu na zrcadle (v ATČ na čočce), která nám dává jednu konkrétní geometrii v ATČ.

Vyjdeme-li dále z předpokladu, že výkon pulzu se při odrazu zachovává (resp. průchodu, tj. zanedbáváme reflektivitu), tak ze vztahu (3.10) vidíme

$$I_1 \cdot w_1^2 = I_2 \cdot w_2^2, \quad (4.4)$$

kde  $I_1$ ,  $I_2$  jsou intenzity v bodech F1, F2. Tento fakt musí platit i na zrcadle takže

$$w_z = \sqrt{\frac{I_{1,2}}{I_z}} w_{1,2}. \quad (4.5)$$

Po dosazení do všech vztahů ( $I_z \sim 10^{15}$  W/cm<sup>2</sup>) nám vyjde  $s_1 \doteq 9,47$  cm a  $s_2 \doteq 349,02$  cm. f-číslo takové čočky je pak dáno vztahem

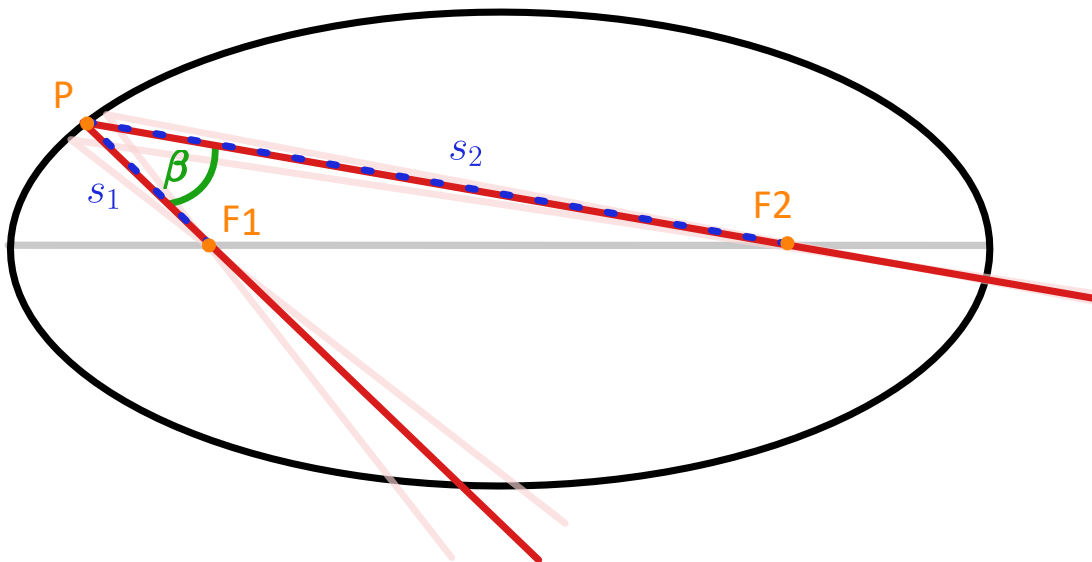
$$N_f = \frac{s_2}{D_z}, \quad (4.6)$$

což vyjde cca 110,5.

### 4.3 Eliptické zrcadlo

Na rozdíl od kulových nebo parabolickým zrcadel mají eliptická zrcadla dvě ohniska. Paprsek zaostřený do prvního se zobrazí do druhého a naopak. Zvětšení takové zrcadla je dáno jako poměr vzdáleností mezi ohnisky a bodem dopadu hlavního paprsku (na Obr. 4.4 ozn. jako  $s_1$ ,  $s_2$ ). Ze základních vlastností elipsy plyne, že délka hlavní poloosy  $a$  je dána jako

$$a = \frac{s_1 + s_2}{2}. \quad (4.7)$$

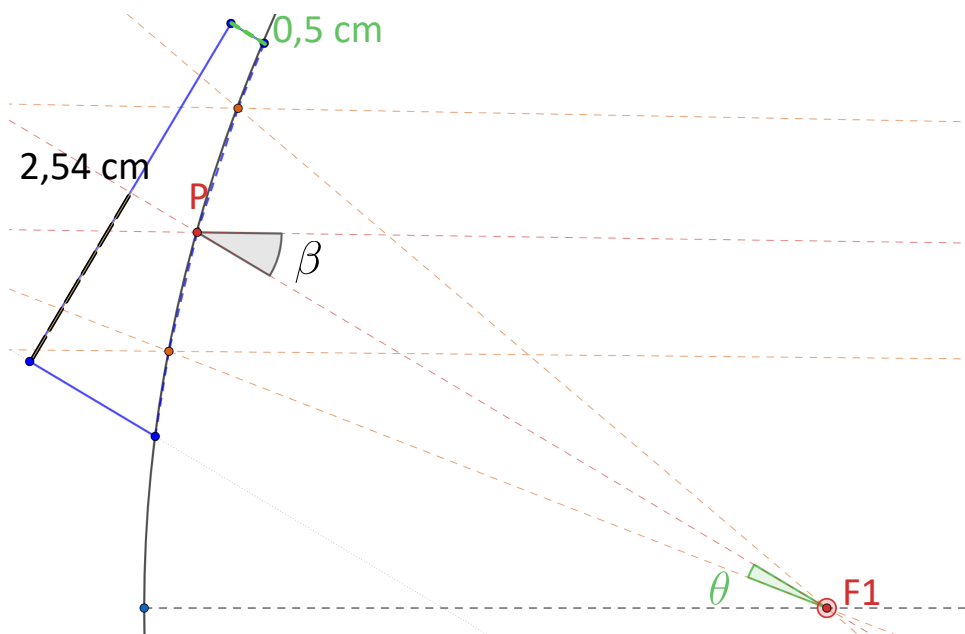


**Obr. 4.4.** Náčrt principu zobrazení eliptického zrcadla (řez rovinou dopadu). Body  $F_1$ ,  $F_2$  jsou ohniska, bod  $P$  je bod odrazu hlavního paprsku,  $s_1$  a  $s_2$  jsou vzdálenosti ohnisek od bodu  $P$ ,  $\beta$  je volený úhel.

Jak je zřejmé, ke konstrukci elipsy nám nestačí pouze délka hlavní poloosy. Musíme zvolit alespoň jeden další parametr, abychom přesně definovali elipsu. Pro nás bude dále výhodné zvolit úhel mezi dopadajícím a odraženým paprskem ( $\beta$  na Obr. 4.4), díky kterému přesně určíme trojúhelník  $F_1PF_2$ . Pomocí kosinové věty jsme dále schopni určit vzdálenost mezi ohnisky, jež se obvykle značí jako  $2c$ . Pro elipsu s délkou hlavní poloosy  $a$  a vedlejší poloosy  $b$  pak platí  $a^2 = b^2 + c^2$ . Zvolíme-li úhel  $\beta = \pi/6$  a dosadíme-li do všech výše popsaných vztahů, dostaneme  $a \doteq 179,2$  cm a  $b \doteq 55,5$  cm.

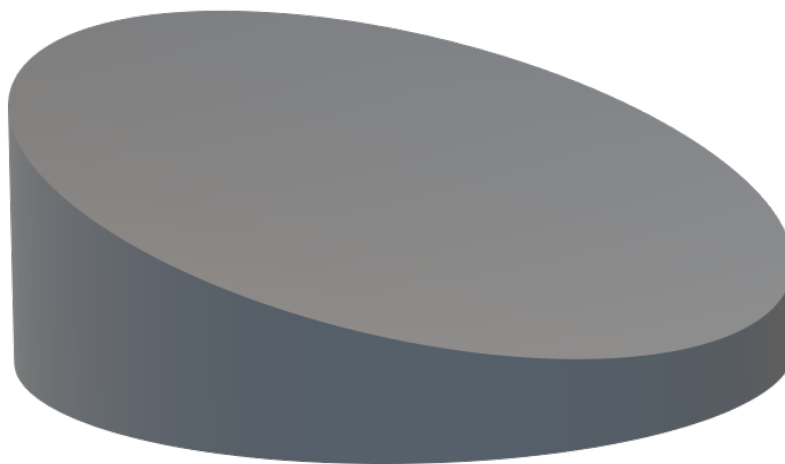
Pro převedení takovéto elipsy do formy zrcadla nám stačí ji rotovat kolem hlavní osy – vzniká rotační elipsoid. Naším zrcadlem pak může být pouze vhodná část z jeho povrchu. Na Obr. 4.5 je zobrazen průřez zrcadlem. Z praktických důvodů je podstava zrcadla kolmá na dopadající svazek. Podstavou bude, abychom mohli použít standardní úchyty pro optické prvky, kruh s poloměrem 2,54 cm ( $= 1''$ ),

samotný povrch zrcadla bude, tedy zapuštěn do válce. Nejkratší vzdálenost mezi podstavou a povrchem zrcadla byla zvolena jako 5 mm (minimální použitelné délka pro uchycení zrcadla s 1 mm rezervou), vzdálenost středu a místa dopadu středu svazku (ozn. P) pak vychází cca 10,05 mm.



**Obr. 4.5.** Náčrt (v průřezu) eliptického zrcadla, značení odpovídá Obr. 4.4 a úhel  $\theta \doteq 9,5^\circ$  odpovídá značení v Obr. 4.3.

Převědeme-li výše popsané myšlenky (a parametry) do 3D modelu dostaneme model zrcadla zobrazený na Obr. 4.6.



**Obr. 4.6.** Návrh plazmatického zrcadla (3D model).





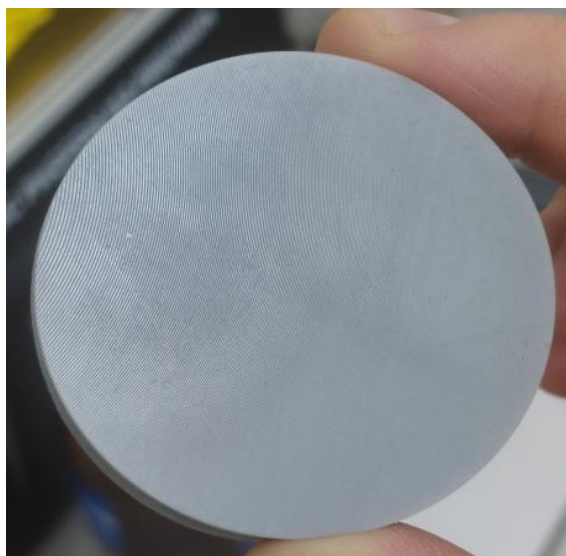
# Kapitola 5

## Ověření výpočtů

V následující kapitole bude popsán proces tisku a leštění prototypu zrcadla spolu s pokusem o ověření našich výpočtů. Dále budou rozebrány i problémy, které doprovázely tyto procesy. Na tomto místě bych chtěl zároveň poděkovat Ing. M. Přečkovi, Ph.D. za tisk prototypu zrcadla a F. Breuerovi za zapůjčení brusného kamene.

### Tisk zrcadla

Pro samotný tisk prototypu znázorněného na Obr. 4.6, jež je výsledkem úvah z předešlé kapitoly, byla použita tiskárna Anycubic Photon M3 premium [32], která tiskne pomocí *vat polymerazition – polymerizace z kádě*. Tato metoda využívá polymerizace tekutého *resinu* (pryskyřice) při osvětlení UV zářením (v našem případě 405 nm [33]). Samotný proces tisku probíhá tak, že kád s průhledným dnem je umístěna na monochromatický LCD displej a je naplněna tekutým resinem. Do kádě se potom rovnoběžně s displejem zanoří kovová deska, která ohraničuje výšku polymerizace (tj. osu z). Při tisku se pak kovová deska postupně zvedá a tak vznikají jednotlivé vrstvy. Rozlišení tiskárny v osách x a y je 28,5  $\mu\text{m}$  (dáno displejem), v ose z je nastavitelné (krok kovové desky). Náš tisk probíhal při rozlišení 50  $\mu\text{m}$  v ose z.



Obr. 5.1. Prototyp plazmatického zrcadla po tisku.

## 5.1 Leštění

### 5.1.1 Nastínění problémů

Pro dosažení co nejlepší kvality zrcadla je třeba plochu odrazu vyleštit (resp. obrousit). Jak bylo zmíněno výše a jak je patrné na Obr. 5.1, tak po vytištění vznikla na povrchu struktura s patrnými jednotlivými voxely. Nejmenší možná výška schodu na povrchu je  $50 \mu\text{m}$  (rozlišení v ose  $z$ ), abychom mohli na povrchu dobře odrazit záření s vlnovou délkou  $\lambda$ , tak potřebujeme, aby pro velikost „schodu“ v ose  $z$   $\Delta z$  platilo přibližně [34]

$$\Delta z \leq \frac{\lambda}{4}. \quad (5.1)$$

Pokud chceme pro ověření našich výpočtů odrážet na prototypu zrcadla He-Ne laser ( $\lambda \doteq 633 \text{ nm}$ ), musíme docílit toho, aby nerovnosti na jeho povrchu byly ideálně menší jak  $0,16 \mu\text{m}$ . Dosáhnutí takové jemnosti je na nerovném povrchu celkem komplikované. Nelze použít obyčejný smirkový papír, ale něco co má velikost brusných zrn (ať v mřížce či volných) řádově v jednotkách mikronů. K dokonalému vyleštění je též vhodné postupně velikost zrn zmenšovat.

Je vhodné zmínit, že samotná požadovaná jemnost povrchu není jediným problémem spojeným s leštěním „zrcadla“. Pro ověření našich výpočtů je též zásadní, aby se zachovala geometrie elipsoidu tedy, aby se obraz v prvním ohnisku zobrazil do druhého. Toto nejen, že nelze při ručním leštění zaručit, ale nejsme schopni ani nijak ověřit, zda už ze samotného tisku vzešla požadovaná geometrie. Při ručním leštění hrozí zároveň riziko deformace povrchu vlivem nerovnoměrného leštění.

### 5.1.2 Proces leštění

K prvotnímu leštění byl použit brusný kámen od společnosti Suehiro [35] s velikostmi mřížky #1000 a #3000, což zhruba odpovídá velikosti zrn  $14,7 \mu\text{m}$  a  $4,9 \mu\text{m}$  [36]. Tento kámen je primárně určen k broušení nožů a za normálních okolností se používá tak, že se na 5-10 min ponoří do vody a pak se používá k broušení. Při samotném broušení se postupně zrna uvolňují z mřížky a vzniká tak na povrchu kašovitá hmota (voda a úlomky), ve které se mohou nacházet i jemnější zrna než jsou na povrchu kamene.

Z geometrie našeho zrcadla bohužel plyne, že takto přímočarý postup nemůže použít, protože potřebujeme obrousit (resp. vyleštit) prohnutý povrch. Po vyzkoušení několika postupů se jako nejefektivnější a zároveň nejšetrnější k povrchu ukázal postup, kdy jsme nejprve brousili zvolenou stranou kamene o podstavu zrcadla a vzniklou kašovitou hmotu jsme nabrali na (kuchyňskou) houbičku nebo kousek kůže, čímž jsme pak leštili povrch zrcadla. V dalším kroku jsme použili pastu na leštění zašlých a poškrábaných laků *Tempo* [37] a pastu na leštění světlometů *K2 Lamp Doctor* [38]. Bohužel výrobci u levnějších produktů neuvádějí jemnost zrn v pastě, ale na dotek byla pasta *K2* jemnější než *Tempo*.

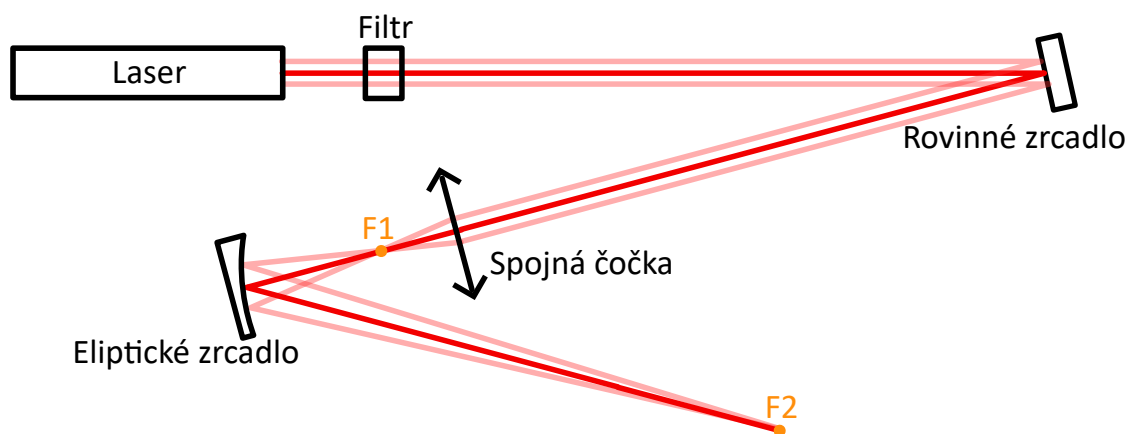
Leštění pomocí těchto past probíhalo podobně jako pomocí „pasty“ vytvořené pomocí kamene. Nejprve jsme ji nanесли na kuchyňskou houbičku (ze začátku tvrdší, poté na měkčí stranu) a tou jsme poté krouživými pohyby leštili povrch zrcadla.

## Problémy

Kvůli materiálu, velikosti a geometrii zrcadla (a tomu, že by to jinak bylo příliš nákladné) jsme byli nuceni povrch leštit ručně. Ze samotné geometrie můžeme usuzovat, že střed bude daleko víc vyleštěný než okraje (tlak při leštění způsobuje pohyb do „důlku“ ve středu), což je na jednu stranu žádoucí – paprsek bude odrazen z centra nikoliv z jeho okraje, ale je otázkou, jak moc tato teoreticky *kruhově symetrická nehomogenita* může ovlivnit vlastnosti odraženého svazku. Je též možné, že v centru můžeme vybrousit jiný tvar, než byl zamýšlen. Detail námi vybroušené odrazové plochy je znázorněn v příloze A.

## 5.2 Experimentální ověření

Při samotném ověřování našich výpočtů jsme sestavili aparaturu schématicky znázorněnou na Obr. 5.2. Nejprve jsme nechali svazek He-Ne laseru se samovolně šířit cca 12 m (6 m, zrcadlo a zpět), aby se za tu vzdálenost rozšířil. Poté jsme jej fokusovali pomocí spojně čočky (průměr 2",  $f = 15$  cm). Vzniklé ohnisko (F1) bylo vzorovým ohniskem pro naše zrcadlo (tj. bylo cca 9,5 cm od eliptického zrcadla). Obrazové ohnisko (F2) by se mělo nacházet cca 3,5 m od zrcadla (obě ohniskové vzdálenosti vypočteny v sekci 4.2).



**Obr. 5.2.** Schéma experimentu. F1 a F2 jsou vzorové a obrazové ohnisko eliptického zrcadla, filtr byl použit jen při měření F1.

### 5.2.1 Odraz na zrcadle

Nejprve jsme se rozhodli sestavit celou aparaturu, abychom si ověřili, kam a jak moc námi vyleštěné zrcadlo odráží laserový svazek. Aparaturu jsme sestavili, dle náčrtu na Obr. 5.2 (přesné vzdálenosti v předešlém textu, laser a eliptické zrcadlo byly umístěny na jednom optickém stole, rovinně zrcadlo na jiném). Sestavená aparatura je vyfocena v na Obr. 5.3.

Po sestavení a odrazu na zrcadle jsme si povšimli, že již ve vzdálenosti cca 20 cm od zrcadla je svazek větší jak  $149,2 \mu\text{m}$  – námi očekávaná velikost v obrazovém ohnisku (reálná velikost vyfocena v příloze na Obr. 8). Toto zjištění může znamenat dvě věci – dopustili jsme se chyby ve výpočtech, čehož si nejsme vědomi, nebo povrch zrcadla dostatečně neodpovídá námi volené elipse. V příloze přikládáme



**Obr. 5.3.** Fotografie aparatury, svinovací metr položen ve směru odrazu.

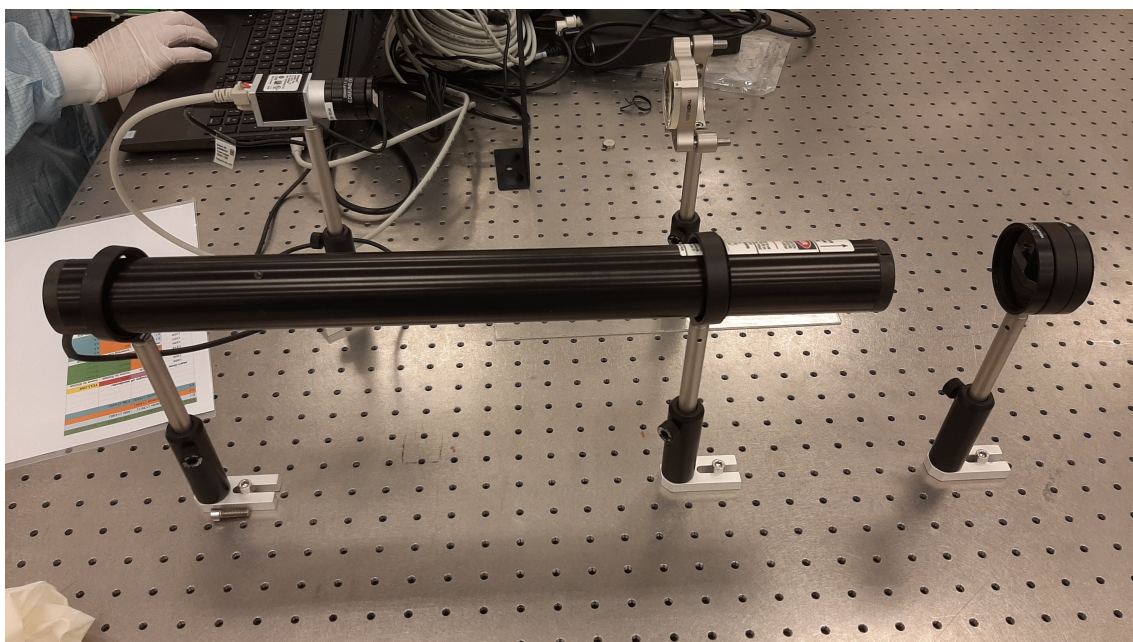
fotografie svazku po 40 cm a 170 cm (Obr. 9 a 10). Možnost měřit velikost svazku v očekávaném obrazovém ohnisku (tj. po cca 3,5 m) jsme zavrhlí, neb velikost svazku po 170 cm už byla natolik velká, že bychom po dalším odrazu nebyli schopni svazek 2"zrcadlem dále odrazit (tj. byl by příliš velký, pro víc jak dvojnásobné prodloužení dráhy bychom potřebovali minimálně další 2 odrazy). Existenci prvního ohniska se nám podařilo potvrdit, protože nejostřejší obraz na zrcadle vznikal právě když povrch zrcadla a čočka od sebe byly vzdáleny cca 24,5 cm (součet obou ohniskových vzdáleností). Směr odrazu odpovídal námi volenému úhlu  $30^\circ$ .

Vyloučíme-li možnost výpočetní chyby, tak jediným vysvětlením zůstává nedostatečná kvalita prototypu eliptického zrcadla, ať už ve smyslu přesnosti tvaru nebo kvality povrchu způsobené nedostatečným leštěním. Nedokonalosti povrch jsou patrné na Obr. 11. Tvarové nepřesnosti mohli vzniknout jak při tisku, tak při samotném leštěním, kdy jsme mohli nedopatřením povrch vybrousit do jiného tvaru (např. ve středu vybrousit „rovinu“).

### 5.2.2 Měření ohniska

Po zjištění, že v druhém ohnisku nic nezměříme (resp. alespoň ne tam, kde bychom chtěli) jsme před laser umístili několik filtrů (celkové ztlumení  $12\times$ ), odstranili zrcadlo a za vzorové ohnisko jsme umístili kameru *Basler acA2000-50gc* [39] s velikostí pixelu  $5,5 \mu\text{m} \times 5,5 \mu\text{m}$  s objektivem s nastaveným zvětšením  $50\times$ .

Po zaostření objektivu jsme získali obraz ohniska zachycený na Obr. 5.5. V horizontálním směru je obraz velký  $2,86 \mu\text{m}$  a ve vertikálním  $3,08 \mu\text{m}$  pixelů (znázorněno v příloze na Obr. 12). Tento výsledek při daném zvětšení odpovídá námi očekávanému výsledku  $2,95 \mu\text{m}$ , což je hodnota (bez jednotek) f-čísla čočky dopočtená ze vzorce (4.1) a parametrů čočky ( $f = 15 \text{ cm}$ ,  $D = 2''$ ).



**Obr. 5.4.** Fotografie aparatury s kamerou, na kameře je umístěn jiný objektiv než byl použit při měření.

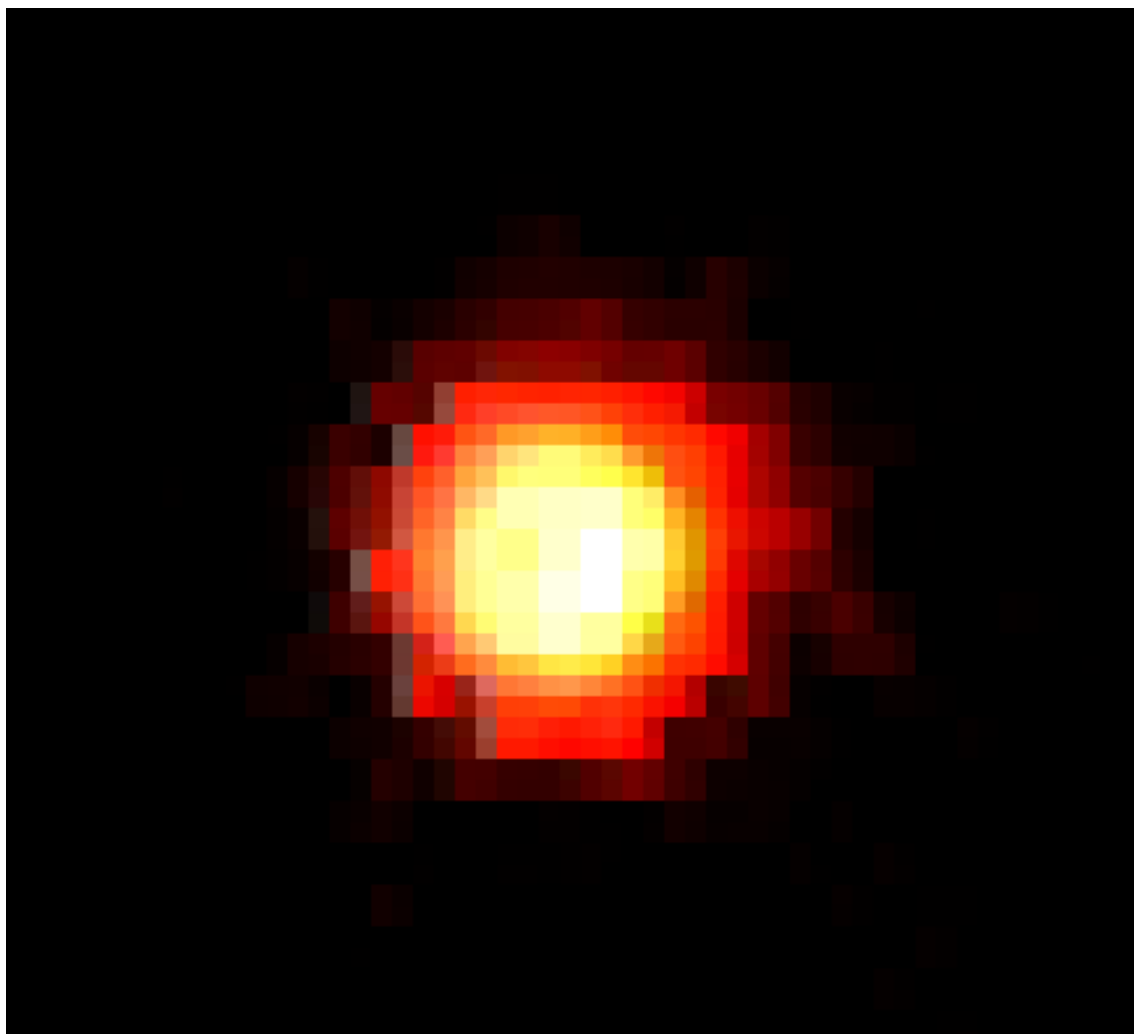
### 5.2.3 Komentář k výsledkům

Závěrem našich měření můžeme konstatovat, že se nám nepodvedlo vyleštit prototyp eliptického zrcadla do optické kvality. To, že nebudeme schopni vybrousit plastový eliptický povrch do optické kvality, bylo do jisté míry očekávatelné, protože při takto velkém zvětšení hraje kvalita povrchu obzvlášť velkou roli, stejně jako zachování geometrie. Nehledě na to, že požadovaný odraz vyžaduje jemnost povrchu v řádu setin  $\mu\text{m}$  a i v těchto škálách musíme zachovat geometrii. Na Obr. 8 – 10 v příloze můžeme pozorovat, že samotné zrcadlo nezachovává původní kruhový profil svazku, ale postoupen časů se profil mění v elipsu.

Pro zlepšení našich výsledků by se dalo vytisknout více zrcadel a na nich zkoušet různé metody leštění (ideálně nejen ruční). Stejně tak bychom mohli vyzkoušet leštění různých druhů plastu. Žádný z těchto postupů by ovšem nemusel vést ke kýženému výsledku, pokud se nám nepodaří ověřit kvalitu geometrie už samotných výtisků. Toho by se dalo docílit pomocí 3D skenu, nebo teoreticky i odrazem záření s  $\lambda > 4\Delta z$  (tj. v našem případě vzdálené infračervené nebo mikrovlnné záření).

Zlepšení odrazivosti zrcadla by mohlo být docíleno i nanesením nějaké vrstvy, jež by zvýšila reflektivitu (např. pokovování či lakování). Tento proces by bylo třeba provést tak, aby reflektivní vrstva byla nanášena rovnoměrně a zachovávala geometrii.

Plastová (akrylová) zrcadla se sice běžně objevují v domácnostech a též se vyrábí leštěním. Jejich hlavními výhodami oproti skleněným zrcadlům jsou nižší váha, ohebnost a to, že jsou při pádech odolnější [40]. Nenabízejí ovšem, tak kvalitní obraz jako skleněná zrcadla. Běžně nabízená zrcadla jsou ovšem rovinná a strojově leštěná ze specifických plastů.



**Obr. 5.5.** Obraz ohniska zachycený na kameře zobrazený pomocí programu GEVPlayer, výřez celého obrazu.

# Závěr

Cílem této práce bylo poskytnout čtenáři vhled do problematiky generace pulzů rentgenového záření pomocí elektronů urychlovaných laserem buzenou brázdovou plazmovou vlnou, předvést chování jednotlivých veličin při změně špičkového výkonu laseru a navrhnout kompaktní plazmové zrcadlo pro experiment elektronového urychlování využívající laser L4 v ELI Beamlines.

Z dat získaných v Kapitole 3 vyplynulo, že pro vybuzení optimální brázdové vlny laserem L4 ( $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ ,  $P_0 = 10 \text{ PW}$ , průměr svazku 60 cm) je třeba laserový pulz s délkou cca 392 fs (tj. víc jak dvakrát delší než fourierovský limit laseru 150 fs) a pološířkou cca 75  $\mu\text{m}$ . Pro takovouto fokusaci je třeba  $f/110,5$  zrcadlo. Při použití jediného zrcadla by ohnisková vzdálenost musela být přibližně 66 m, což v současnosti není možné v ELI Beamlines provést. Z tohoto důvodu se použití plazmového eliptického zrcadla jeví jako jediná, prakticky proveditelná možnost. V Kapitole 4 byl popsán návrh tohoto zrcadla.

V Kapitole 5 byly dále ilustrovány postupy, již bylo užito při pokusu o vytvoření plastového prototypu eliptického zrcadla. Z námi provedeného experimentu jednoznačně plyne, že vytvoření prototypu pomocí 3D tisku a ručního leštění není optimálním způsobem tvorby zrcadla, alespoň bez důkladného prostudování všech možných způsobů tisku a úpravy odrazové plochy, což bylo daleko za rámcem této práce. Proto se nám nakonec nepodařilo experimentálně ověřit správnost našeho návrhu.





# Bibliografie

1. RÖNTGEN, Wilhelm Conrad. Ueber eine neue Art von Strahlen. *Sitzungsberichte der Würzburger Physik.-medic. Gesellschaft. Würzburg*. 1895. Dostupné také z: <https://wellcomecollection.org/works/avjgayxz>.
2. TAJIMA, T.; DAWSON, J. M. Laser Electron Accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 1979, roč. 43, s. 267–270. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.267.
3. BELOMESTNYKH, S.; CHECCHIN, M.; JOHNSON, D.; NEUFFER, D.; PADAMSEE, H.; POSEN, S.; POZDEYEV, E.; PRONSKIKH, V.; SAINI, A.; SOLYAK, N.; YAKOVLEV, V. *An 8 GeV Linac as the Booster Replacement in the Fermilab Power Upgrade: a Snowmass 2021 White Paper*. 2023. Dostupné z arXiv: 2203.05052 [physics.acc-ph].
4. GONSALVES *ET AL*, A. J. Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide. *Phys. Rev. Lett.* 2019, roč. 122, s. 084801. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.084801.
5. ROUSSE, Antoine; PHUOC, Kim Ta; SHAH, Rahul; PUKHOV, Alexander; LEFEBVRE, Eric; MALKA, Victor; KISELEV, Sergey; BURGUY, Frédéric; ROUSSEAU, Jean-Philippe; UMSTADTER, Donald; HULIN, Danièle. Production of a keV X-Ray Beam from Synchrotron Radiation in Relativistic Laser-Plasma Interaction. *Phys. Rev. Lett.* 2004, roč. 93, s. 135005. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.135005.
6. CORDE, S.; TA PHUOC, K.; LAMBERT, G.; FITOUR, R.; MALKA, V.; ROUSSE, A.; BECK, A.; LEFEBVRE, E. Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators. *Rev. Mod. Phys.* 2013, roč. 85, s. 1–48. Dostupné z DOI: 10.1103/RevModPhys.85.1.
7. SEDLÁK, Bedřich; ŠTOLL, Ivan. *Elektrína a magnetismus*. Vyd. 3., V nakl. Karolinum 2. Praha: Karolinum, 2012. ISBN 978-80-246-2198-2.
8. SCHMIDT, Josef. *Utržky z VOAFu* [online]. Praha, 2021 [cit. 2023-02-27]. Dostupné z: <https://physics.fjfi.cvut.cz/~schmijos/voaf/utrzkyyVOAF.pdf>. Text k přednáškám z předmětu 02VOAF na FJFI ČVUT v Praze.
9. SALEH, Bahaa; TEICH, Malvin. *Fundamentals of Photonics, 3rd Edition*. 2019. ISBN 9781119506874.
10. WENZ, Johannes; KARSCH, Stefan. *Physics of Laser-Wakefield Accelerators (LWFA)*. arXiv, 2020. Dostupné z DOI: 10.48550/ARXIV.2007.04622.
11. EMILIEN, Guillaume. *Control of electron injection and acceleration in Laser-Wakefield Accelerators*. 2015. Dis. pr. École Polytechnique.

12. ESAREY, E.; SCHROEDER, C. B.; LEEMANS, W. P. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators. *Rev. Mod. Phys.* 2009, roč. 81, s. 1229–1285. Dostupné z DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
13. CHEN, Francis F.; RUTHERFORD, Paul H. *Introduction to plasma physics*. 2. edition. New York: Plenum Press, 1974. ISBN 978-1-4757-0461-7.
14. KELDYSH, L. V. IONIZATION IN THE FIELD OF A STRONG ELECTROMAGNETIC WAVE. *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* 1964, roč. 47, s. 1307–1314. Dostupné také z: <https://www.osti.gov/biblio/4662394>.
15. LAMAČ, Marcel. *Laser-driven hard X-ray source for imaging applications*. [B.r.]. Dip. pr., Univerzita Karlova, 2020.
16. GENOUD, Guillaume. *Laser-Driven Plasma Waves for Particle Acceleration and X-ray Production*. 2011. Dis. pr. Lund University.
17. LU, W.; TZOUFRAS, M.; JOSHI, C.; TSUNG, F. S.; MORI, W. B.; VIEIRA, J.; FONSECA, R. A.; SILVA, L. O. Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2007, roč. 10, s. 061301. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.10.061301.
18. ESAREY, Eric; PILLOFF, Mark. Trapping and acceleration in nonlinear plasma waves. *Physics of Plasmas*. 1995, roč. 2, č. 5, s. 1432–1436. Dostupné z DOI: 10.1063/1.871358.
19. MODENA, A.; NAJMUDIN, Z.; DANGOR, A. E.; CLAYTON, C. E.; MARSH, K. A.; JOSHI, C.; MALKA, V.; DARROW, C. B.; DANSON, C.; NEELY, D.; WALSH, F. N. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature*. 1995, roč. 377, č. 6550, s. 606–608. Dostupné z DOI: 10.1038/377606a0.
20. MCGUFFEY, C.; THOMAS, A. G. R.; SCHUMAKER, W.; MATSUOKA, T.; CHVYKOV, V.; DOLLAR, F. J.; KALINTCHENKO, G.; YANOVSKY, V.; MAKSIMCHUK, A.; KRUSHELNICK, K.; BYCHENKOV, V. Yu.; GLAZYRIN, I. V.; KARPEEV, A. V. Ionization Induced Trapping in a Laser Wakefield Accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 2010, roč. 104, s. 025004. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.025004.
21. PAK, A.; MARSH, K. A.; MARTINS, S. F.; LU, W.; MORI, W. B.; JOSHI, C. Injection and Trapping of Tunnel-Ionized Electrons into Laser-Produced Wakes. *Phys. Rev. Lett.* 2010, roč. 104, s. 025003. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.025003.
22. FAURE, Jérôme; RECHATIN, Clément; NORLIN, A; LIFSCHITZ, Agustin; GLINEC, Y; MALKA, Victor. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses. *Nature*. 2006, roč. 444, s. 737–9. Dostupné z DOI: 10.1038/nature05393.
23. JACKSON, John David. *Classical electrodynamics*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1999. ISBN 0-471-30932-x.
24. ATTWOOD, David; SAKDINAWAT, Anne. *X-Rays and Extreme Ultraviolet Radiation: Principles and Applications*. 2. vyd. Cambridge University Press, 2017. Dostupné z DOI: 10.1017/CB09781107477629.

25. WIEDEMANN, H. *Particle accelerator physics: Third edition*. 2007. ISBN 978-3-540-49043-2. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-540-49045-6.
26. ESAREY, E.; SHADWICK, B. A.; CATRAVAS, P.; LEEMANS, W. P. Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels. *Phys. Rev. E*. 2002, roč. 65, s. 056505. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevE.65.056505.
27. *LASER L4 ATON* [online]. Dolní Břežany, CZ: ELI Beamlines, 2023 [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://www.eli-beams.eu/cs/infrastruktura/lasery/laser-4-aton-10-pw-2-kj/>.
28. STRICKLAND, Donna; MOUROU, Gerard. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*. 1985, roč. 56, č. 3, s. 219–221. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(85\)90120-8](https://doi.org/10.1016/0030-4018(85)90120-8).
29. *LASER L3 HAPLS* [online]. Dolní Břežany, CZ: ELI Beamlines, 2023 [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://www.eli-beams.eu/facility/lasers/laser-3-hapls-1-pw-30-j-10-hz/>.
30. WILSON, R.; KING, M.; GRAY, R. J.; CARROLL, D. C.; DANCE, R. J.; ARMSTRONG, C.; HAWKES, S. J.; CLARKE, R. J.; ROBERTSON, D. J.; NEELY, D.; MCKENNA, P. Ellipsoidal plasma mirror focusing of high power laser pulses to ultra-high intensities. *Physics of Plasmas*. 2016, roč. 23, č. 3. ISSN 1070-664X. Dostupné z DOI: 10.1063/1.4943200.033106.
31. TAKABE, Hideaki. *The Physics of Laser Plasmas and Applications - Volume 1: Physics of Laser Matter Interaction*. 2020. ISBN 978-3-030-49612-8. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-030-49613-5.
32. *Anycubic Photon M3 Premium* [online]. Saaz: Niceshops GmbH, 2023 [cit. 2023-06-16]. Dostupné z: <https://www.3djake.cz/3d-tiskarny-a-prislusenstvi-anycubic/photon-m3-premium>.
33. *Anycubic Photon M3 Max* [online]. Shenzhen, Guangdong: ANYCUBIC-US, 2023 [cit. 2023-06-15]. Dostupné z: [https://www.anycubic.com/products/photon-m3-max?\\_pos=1%5C&\\_sid=0445b1e93%5C&\\_ss=r](https://www.anycubic.com/products/photon-m3-max?_pos=1%5C&_sid=0445b1e93%5C&_ss=r).
34. HECHT, Eugene. *Optics*. Fifth edition, global edition. Boston: Pearson Education Limited, 2017. ISBN 1-292-09693-4.
35. *Japonský kombinovaný vodní kámen Combination Sharpening Stone (Suehiro) No. 711533 Nože - Nůž* [online]. Nová Paka: David Šulc, 2023 [cit. 2023-07-04]. Dostupné z: <http://www.noze-nuz.com/akce/suehiro.php?fbclid=IwAR3TYh8jbt6NIXSHD6jUL8zopcG-26AiK42miztm3HoJPaWLjp3-c7Y3msg>.
36. *Grits are approximate. Values based on the Shapton Glass and Ceramic Whetstone Stones*. [online]. Largo, Florida: FENDRIHAN the blog, 2019 [cit. 2023-07-05]. Dostupné z: <https://blog.fendrihan.com/wp-content/uploads/2019/02/0001-1-768x1191.jpg>.
37. *Lešticí pasta* [online]. Brno: Bauhaus, 2023 [cit. 2023-07-06]. Dostupné z: <https://www.bauhaus.cz/lestici-pasta-21714296>.
38. *K2 LAMP DOCTOR 60 g - pasta na renovaci světlometů* [online]. Ostrava: KVIKYMART, 2023 [cit. 2023-07-06]. Dostupné z: <https://autodex.cz/k2-lamp-doctor-60-g-pasta-na-renovaci-svetlometu>.

- 
39. *AcA2000-50gc - Basler ace* [online]. Ahrensburg: Basler AG, 2023 [cit. 2023-07-10]. Dostupné z: <https://www.baslerweb.com/en/products/cameras/area-scan-cameras/ace/aca2000-50gc/>.
  40. *Acrylic Mirror Vs. Glass Mirror* [online]. Elmhurst, IL: Tree Towns Digital Decor, 2023 [cit. 2023-07-12]. Dostupné z: <https://www.treetowns.com/acrylic-mirror-vs-glass-mirror/>.

# Seznam obrázků

1.1	Znázornění parametrů gaussovského svazku: $w_0$ je poloměr v krčku, $z_r$ je Rayleighova délka, $w(z)$ je poloměr svazku a $\theta$ je divergence svazku. Převzato z [11]. . . . .	5
1.2	Znázornění jednotlivých druhů ionizace – chování Coulombického potenciálu v silicím elektrické poli. Převzato z [15]. . . . .	7
1.3	Znázornění numerického řešení rovnice (1.34) pro tři různé hodnoty $a_0$ . $n_0$ je rovnovážná elektronová hustota a $E_0 = m_e \omega_p c / e$ je <i>nerelativistický limit lámání vln</i> . . . . .	9
1.4	Znázornění podmínky rezonance (1.35) – numerického řešení rovnice (1.34) pro $a_0 = 1$ a tři různé délky pulzu vůči plazmové délce $\lambda_p$ . . . . .	10
1.5	Znázornění bubble režimu (výsledek PIC simulace) pulz znázorněn oranžově, elektronová hustota znázorněna v odstínech modré. Převzato z [11]. . . . .	12
1.6	Srovnání vybuzené brázdové vlny (nahore) s odpovídajícími fázovými trajektoriemi (dole) obojí v 1D. Fázové trajektorie vykresleny podle rovnice (1.41) pro energetické hladiny $\mathcal{H}_0 \in \{3i/40 : i \in \{0, 1, \dots, 5\}\}$ . . . . .	13
1.7	Schéma injekce elektronů pomocí snížení hustoty plazmatu a)pozdvolně; b)skokově. Převzato z [11]. . . . .	14
2.1	Znázornění záření elektronu oscilujícího ve směru osy $y$ a urychlaného ve směru $x$ , (a) klidová soustava; (b) laboratorní soustava. Převzato z [24]. . . . .	18
2.2	Schéma soustavy magnetů wiggleru. Převzato z [25]. . . . .	18
2.3	Ilustrace rozdílů mezi zářením wiggleru a undulátoru. Převzato z [6]. . . . .	19
2.4	Přechod mezi undulátorem a wigglerem. Srovnání spektra záření pro tři různé hodnoty betatronového parametru $K - 0,2; 1; 2$ . Převzato z [15]. . . . .	22
3.1	Škálovací rozhraní s vyznačenými ovládacími prvky – škálovací <i>slidery</i> vlevo dole, rozhraní <i>Matplotlibu</i> vlevo nahore a s očíslovanými grafy (odpovídají veličinám zavedeným v sekci 3.1). Jednotlivé grafy znázorňují: 1. podmínka samofokuse, 2. příčnou a 3. podélnou podmínku rezonance, 4. délku dráhy v plazmatu, 5. dosaženou energii elektronů, 6. maximální a potřebný výkon, 7. urychlovaný náboj, 8. kritickou energii generovaného záření. . . . .	27
3.2	Závislost ideální délky pulzu na energii pulzu. Hodnoty prokládány křivkou (3.21). Vyznačený bod odpovídá energii 0.235 J (výkon 7,84 TW) a délce pulzu 30 fs. . . . .	29

3.3	Závislost ideální délky pulzu na energii pulzu laseru. Hodnoty prokládány křivkou (3.21). Vyznačený bod odpovídá energii 42.68 J (výkon 0,285 PW) a délce pulzu 150 fs. . . . .	31
4.1	Schématický návrh experimentu s laserem L4 za účelem urychlování elektronů v plazmatu a generace RTG záření. Oranžově vyznačené body představují ohniska plazmového eliptického zrcadla. . . . .	33
4.2	Schématické překreslení Obr. 4.1 do aproximace tenkých čoček. . . . .	34
4.3	Převedení Obr. 4.2 na geometrický problém. $f$ a F1 ohnisková vzdálenost a ohnisko $f/3$ „čočky“, $r_z$ poloměr „plazmové“ čočky, F2 obraz bodu F1 pomocí „plazmové“ čočky, $s_1$ a $s_2$ vzdálenosti bodů F1 a F2 od „plazmové“ čočky. . . . .	35
4.4	Náčrt principu zobrazení eliptického zrcadla (řez rovinou dopadu). Body F1, F2 jsou ohniska, bod P je bod odrazu hlavního paprsku, $s_1$ a $s_2$ jsou vzdálenosti ohnisek od bodu P, $\beta$ je volený úhel. . . . .	36
4.5	Náčrt (v průřezu) eliptického zrcadla, značení odpovídá Obr. 4.4 a úhel $\theta \doteq 9,5^\circ$ odpovídá značení v Obr. 4.3. . . . .	37
4.6	Návrh plazmatického zrcadla (3D model). . . . .	37
5.1	Prototyp plazmatického zrcadla po tisku. . . . .	39
5.2	Schéma experimentu. F1 a F2 jsou vzorové a obrazové ohnisko eliptického zrcadla, filtr byl použit jen při měření F1. . . . .	41
5.3	Fotografie aparatury, svinovací metr položen ve směru odrazu. . . . .	42
5.4	Fotografie aparatury s kamerou, na kameře je umístěn jiný objektiv než byl použit při měření. . . . .	43
5.5	Obraz ohniska zachycený na kameře zobrazený pomocí programu GEVPlayer, výřez celého obrazu. . . . .	44
6	Detail vyleštěného modelu zrcadla. . . . .	53
7	Detail vyleštěného modelu zrcadla. . . . .	53
8	Odražený svazek 20 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku 1,5 cm. . . . .	54
9	Odražený svazek 40 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku cca 1,93 cm. . . . .	54
10	Odražený svazek 170 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku cca 4,15 cm. . . . .	55
11	Obraz vznikající při vzdálenosti zrcadla a čočky kratší než součet ohniskových vzdáleností, i přes špatnou kvalitu je možné vidět „pavučinová strukturu“, která pravděpodobně vzniká v důsledku nedokonalého leštění. Černě škrtnutý obraz je pouze odrazem od telefonu. . . . .	55
12	Obraz ohniska zachycený na kameře se znázorněnými pixely. . . . .	56

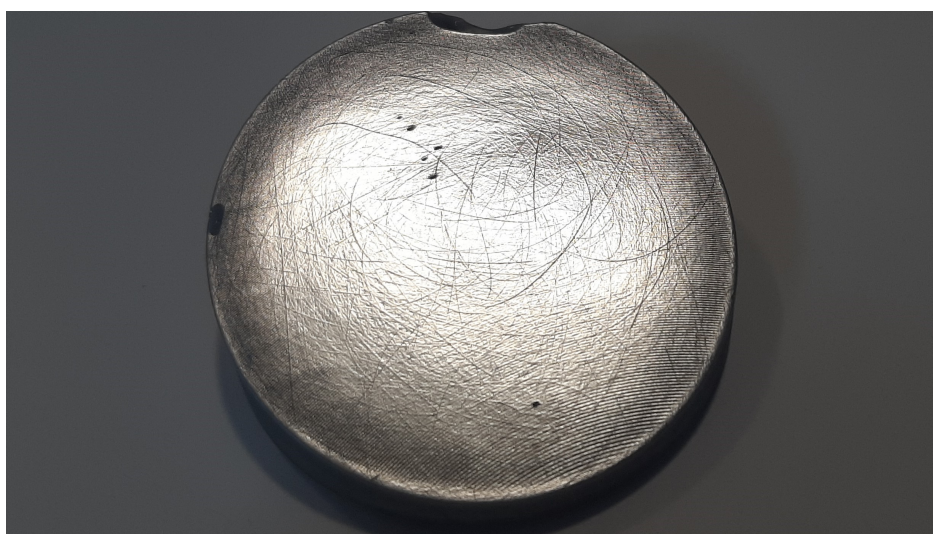
# Přílohy

## A Vyleštěné zrcadlo

Zde jsou umístěny fotografie ukazující nedokonalé vyleštění námi leštěného prototypu eliptického zrcadla. Jsou patrné nedokonalosti vzniklé při tisku („tečky“ na povrchu) a nedokonalé vyleštění okrajů. Uražené okraje vznikly při pádu zrcadla.



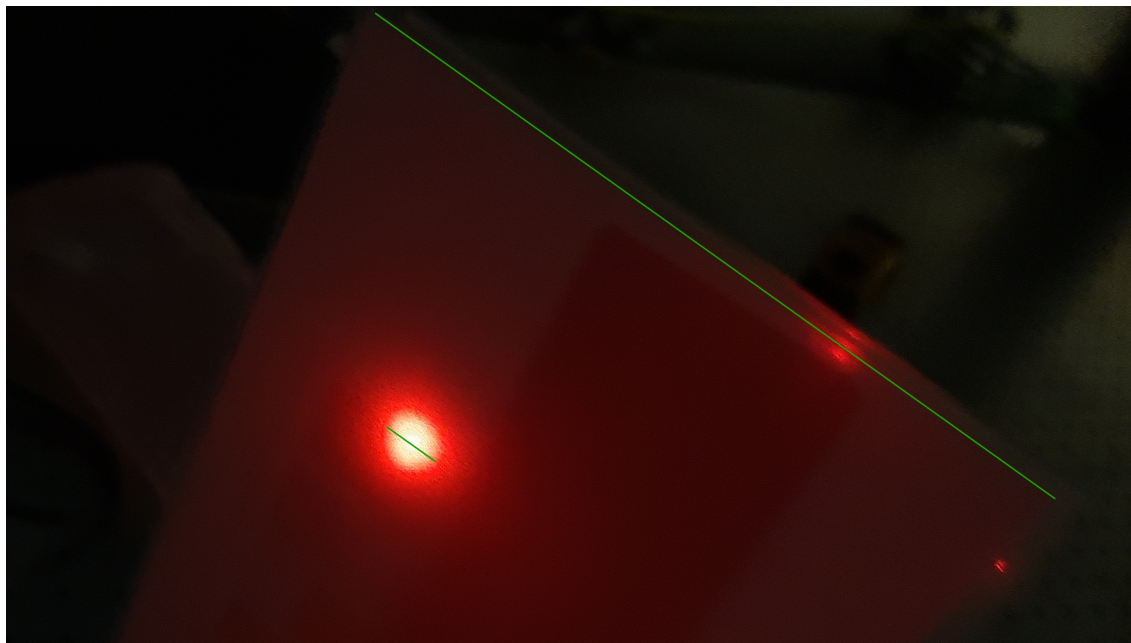
Obr. 6. Detail vyleštěného modelu zrcadla.



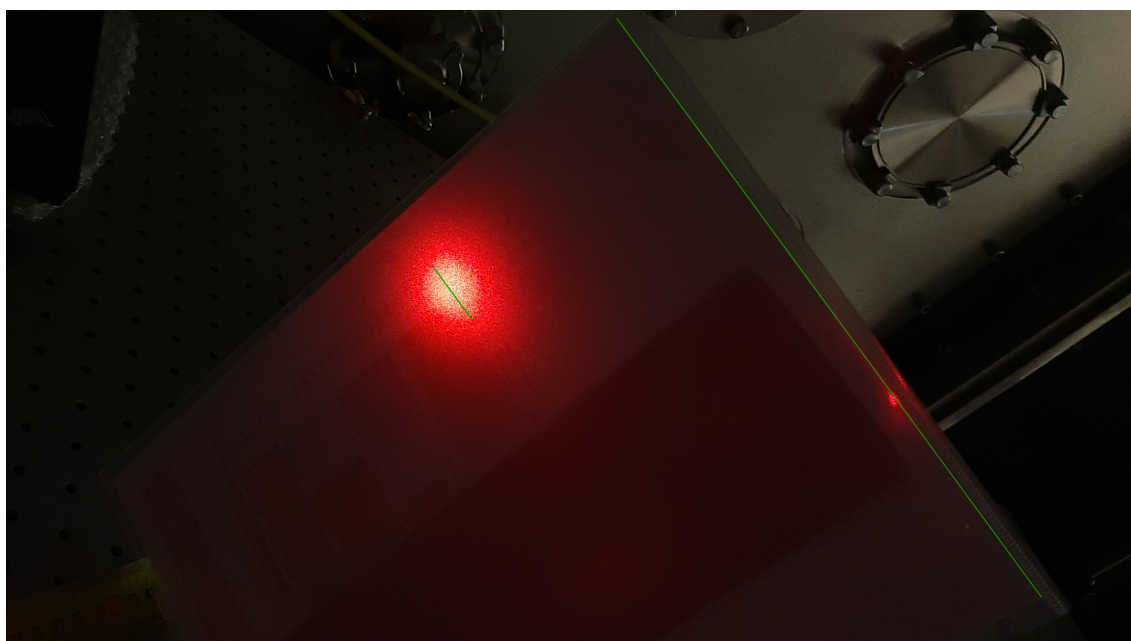
Obr. 7. Detail vyleštěného modelu zrcadla.

## B Fotografie z měření

Zde jsou umístěny doplňující fotografie získané při měření odrazu na zrcadle a měření ohniska v kapitole 5.

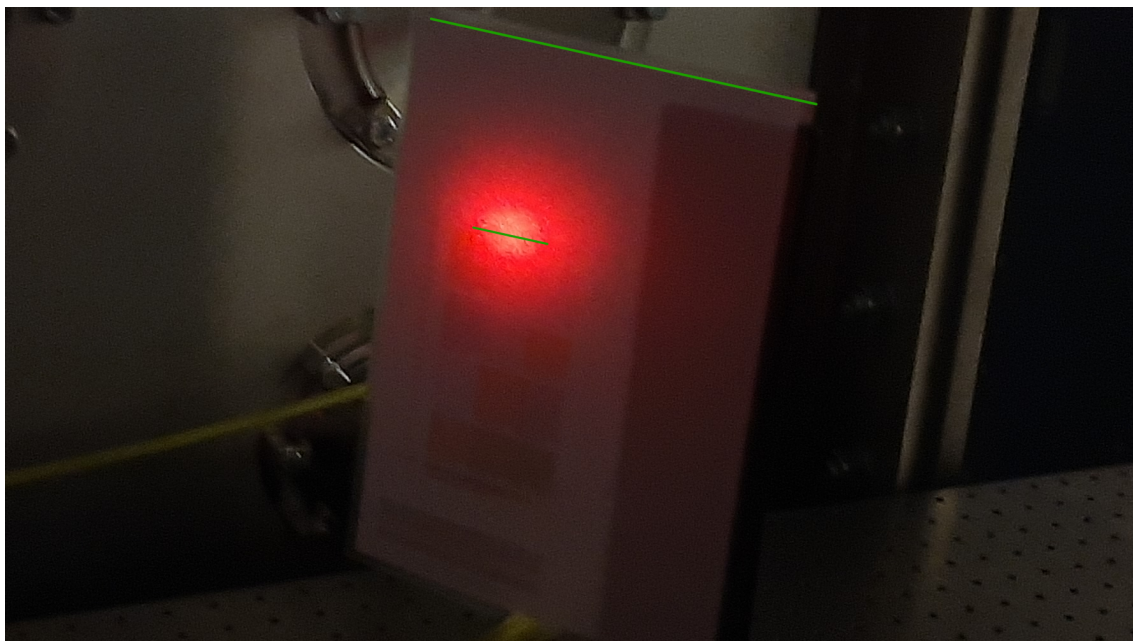


**Obr. 8.** Odražený svazek 20 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku 1,5 cm.

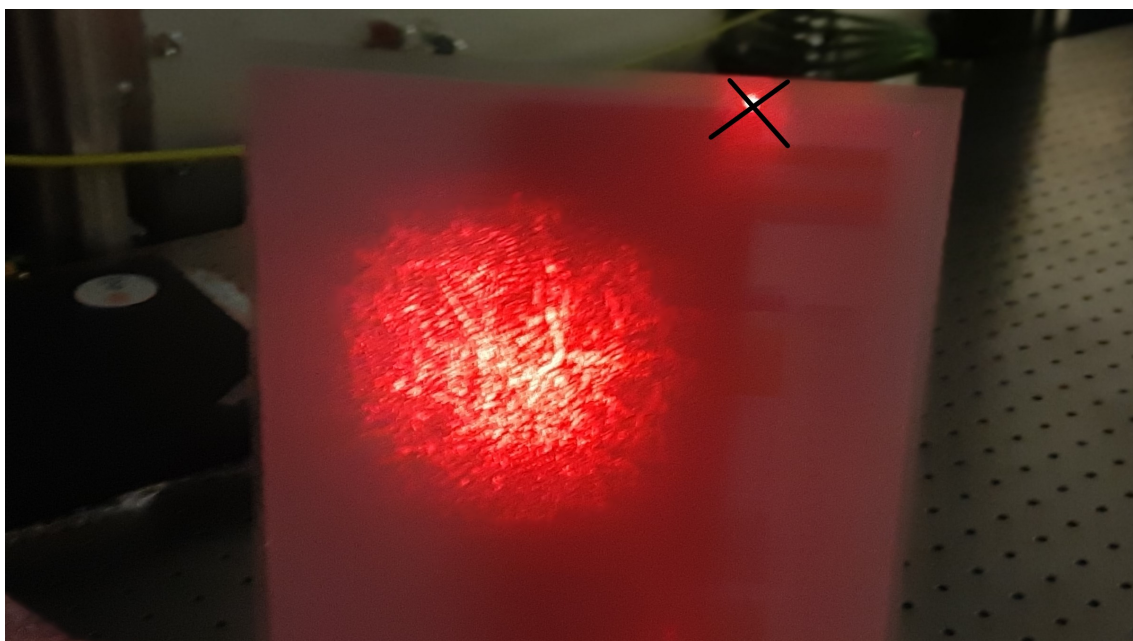


**Obr. 9.** Odražený svazek 40 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku cca 1,93 cm.

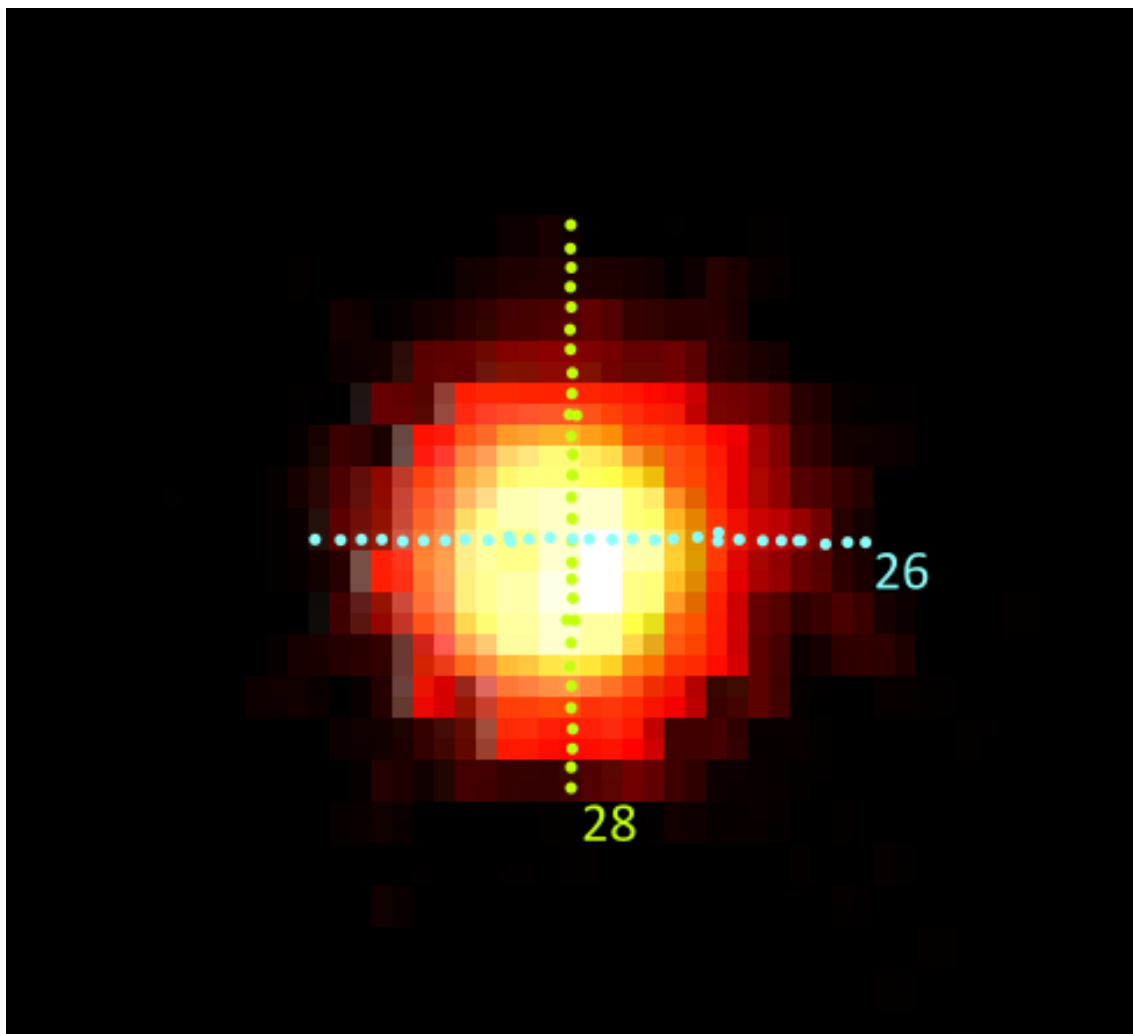




**Obr. 10.** Odražený svazek 170 cm od zrcadla, zelenými čarami jsou vyznačeny horní strana papír A4 (21 cm) a poměrem vypočtený přibližný průměr svazku cca 4,15 cm.



**Obr. 11.** Obraz vznikající při vzdálenosti zrcadla a čočky kratší než součet ohniskových vzdáleností, i přes špatnou kvalitu je možné vidět „pavučinová strukturu“, která pravděpodobně vzniká v důsledku nedokonalého leštění. Černě škrtnutý obraz je pouze odrazem od telefonu.



**Obr. 12.** Obraz ohniska zachycený na kameře se znázorněnými pixely.