



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní
Ústav letecké dopravy

**Návrh lineárního letového ovládače
pro kvadrokoptéru s EDF motory**

**The Design of a Linear Flight Controller for
a Quadcopter with EDF Motors**

Bakalářská práce

Studijní program: Technika a technologie v dopravě a spojích

Studijní obor: Letecká doprava

Vedoucí práce: Ing. Stanislav Kušmírek

Jonáš Friedrich

Děčín 2023

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

děkan

Konviktská 20, 110 00 Praha 1



K621.....Ústav letecké dopravy

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Jonáš Friedrich

Studijní program (obor/specializace) studenta:

bakalářský – LED – Letecká doprava

Název tématu (česky): **Návrh lineárního letového ovladače pro kvadrokoptéru s EDF motory**

Název tématu (anglicky): The Design of a Linear Flight Controller for a Quadcopter with EDF Motors

Zásady pro vypracování

Při zpracování bakalářské práce se řiďte následujícími pokyny:

- Cílem práce je navrhnout a verifikovat letový ovladač určený pro kvadrokoptéru s vektorovanými EDF motory, který bude schopný translačního pohybu prostředku ve třech hlavních osách kvadrokoptéry bez nutnosti jejího vychýlení z horizontální roviny.
- Vypracujte analýzu současného stavu zaměřenou na VTOL bezpilotní prostředky s EDF motory a typy vektorování EDF motorů.
- Vytvořte matematický dynamický model kvadrokoptéry s EDF motory na základě Newton-Eulerovských rovnic.
- Navrhněte letový ovladač, který bude schopný stabilizovat translační pohyb kvadrokoptéry v jejích 3 hlavních osách.
- Verifikujte navržený letový ovladač ve vybrané numerické výpočetní platformě.
- Stanovte limitace navrženého letového ovladače a formulujte závěry práce.



- Rozsah grafických prací: dle pokynů vedoucího závěrečné práce
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 35 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: Nelson, R. C. (1998) Flight Stability and Automatic Control. 2nd edition. The University of Michigan: McGraw-Hill Companies Inc.
Valavanis, K. P., Vachtsevanos, G. J. (2015) Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. London: Springer

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Stanislav Kušmírek**

Datum zadání bakalářské práce: **7. října 2022**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání bakalářské práce: **7. srpna 2023**
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

doc. Ing. Jakub Kraus, Ph.D.
vedoucí
Ústavu letecké dopravy



prof. Ing. Ondřej Příbyl, Ph.D.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání bakalářské práce.

Jonáš Friedrich
jméno a podpis studenta

V Praze dne..... 7. října 2022



Abstrakt

Kontrola translačních pohybů u klasických kvadrokoptér s vrtulemi je dosažena „nakloněním“, nebo-li vychýlením celého prostředku z vodorovné roviny. Cílem této práce bylo navrhnout lineární řídicí jednotku schopnou stabilizovat kvadrokoptéru s elektrickými kanálovými ventilátory ve vodorovné rovině při vznášivém letu na místě, při jednoduchých translačních pohybech po hlavních osách prostředku. Kvadrokoptéra, která je schopna udržet svou rovnovážnou polohu během translačních pohybu by mohla nalézt své využití při osazení sensory, či stroji, které vyžadují zachování vodorovné polohy. Pro účely návrhu PID kontroléru, kterým byla vodorovná poloha prostředku stabilizována, byl vytvořen nelineární dynamický matematický model kvadrokoptéry. Matematický model byl linearizován okolo návrhářského bodu pro snazší implementaci PID kontroléru. Vzhledem k charakteristice systému byla zavedena metoda alokace řízení. Ladění PID kontroléru bylo dosaženo několika metodami a výsledky z nich dosažené byly mezi sebou porovnány. Klíčovou veličinou pro posuzování výsledků byla kromě vodorovné stability prostředku při jednotlivých pohybech také přesnost jednotlivých pohybů. Letový ovládač byl verifikován pomocí teoretických simulací v numerické výpočetní platformě, za předpokladu, že všechny stavy prostředku byli známé. Sada PID kontrolérů byla schopna dosáhnout očekávaného cíle práce.

Klíčová slova: lineární matematické modelování, PID kontrolér, řízení kvadrokoptéry



Abstract

The control of translational movements in traditional quadcopters with propellers is achieved by "tilting", or deflecting the entire vehicle out of the horizontal plane. The objective of this work was to design a linear controller capable of stabilizing a quadcopter with electric ducted fans in the horizontal plane during hover in place and during simple translational motions along the main axes of the vehicle. A quadcopter that is capable of maintaining its equilibrium position during translational motions could find its use when fitted with sensors or machines that require maintaining equilibrium horizontal position. A nonlinear dynamic mathematical model of the quadcopter was developed to design a PID controller that stabilized the equilibrium position of the vehicle. The mathematical model was linearized around the design point to facilitate the implementation of the PID controller. Due to the characteristics of the system, a control allocation method was introduced. The tuning of the PID controller was achieved by several methods and the results obtained from them were compared with each other. In addition to the horizontal stability of the resource during the individual movements, the accuracy of the individual movements was also a key variable for the evaluation of the results. The flight controller was verified using theoretical simulations in a numerical computing platform, assuming that all states of the vehicle were known. The set of PID controllers was able to achieve the expected goal of the work.

Keywords: linear mathematical modelling, PID controller, control of a quadcopter



Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce, Ing. Stanislavu Kušmírkovi, za laskavé vedení, akademické poradenství a cennou podporu. Dále bych rád adresoval své poděkování Ing. Danielu Urbanovi, který mi byl schopen poskytnout potřebná data kvadrokoptéry, která je předmětem této práce.

Největší dík však musím vyjádřit své rodině, jejíž členové mě podporovali po celou dobu mého studia na Českém Vysokém Učení Technickém. Rád bych tímto vyjádřil vděčnost svým rodičům, kteří mi vždy dávali ty nejlepší osobnostní příklady a učili mě po celý život.

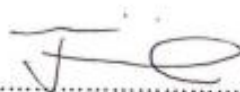


Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem Návrh lineárního letového ovládače pro kvadrokoptéru s EDF motory vypracoval samostatně a použil k tomu úplný výčet citací použitých pramenů, které uvádím v seznamu přiloženém k bakalářské práci.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 03. srpna 2023

.....


Podpis



Obsah

Úvod	- 16 -
1. Teoretické základy práce	- 17 -
1.1 Přehled současného stavu	- 17 -
1.2 Matematický model	- 20 -
1.2.1 Matice rotace	- 21 -
1.2.2 Rovnice pohybu	- 23 -
1.2.3 Linearizace	- 25 -
1.3 Základy teorie řízení	- 26 -
1.3.1 Alokace řízení	- 27 -
1.3.2 PID kontrolér	- 28 -
1.4 Metody ladění PID kontroléru	- 28 -
1.4.1 Aplikace PID Tuner	- 28 -
1.4.2 PSO – Optimalizace hejnem částic	- 29 -
1.4.3 Metoda Monte Carlo	- 29 -
1.5 Shrnutí kapitoly	- 30 -
2. Metody	- 31 -
2.1 Popis zkoumaného prostředku a vstupní data	- 31 -
2.1.1 Drak kvadrokoptéry	- 31 -
2.1.2 Motory a jejich výkonové parametry	- 32 -
2.1.3 Výkonové parametry motoru	- 33 -
2.1.4 Lopatky pro vektorování	- 38 -
2.1.5 Profil NACA0012	- 40 -
2.2 Matematický model kvadrokoptéry	- 43 -
2.2.1 Efekt tahu motorů	- 43 -
2.2.2 Efekt vektorování	- 44 -
2.2.3 Efekt gravitační síly	- 44 -
2.2.4 Rovnice pohybu	- 45 -
2.2.5 Linearizace rovnic pohybu	- 46 -
2.3 Digitální matematický model kvadrokoptéry	- 48 -
2.4 Návrh řídicí jednotky	- 49 -
2.4.1 Alokace řízení	- 50 -



2.4.2	PID kontrolér	- 52 -
2.5	Metody ladění PID kontroléru	- 54 -
2.5.1	Aplikace PID Tuner	- 56 -
2.5.2	PSO – Optimalizace hejnem částic.....	- 57 -
2.5.3	Metoda Monte Carlo	- 59 -
2.6	Testovací případy	- 61 -
3.	Prezentace výsledků.....	- 63 -
3.1	Výsledky – PID Tuner	- 63 -
3.1.1	Testování pohybu po ose xI	- 63 -
3.1.2	Testování pohybu po ose yI	- 65 -
3.1.3	Testování pohybu po ose zI	- 67 -
3.2	Výsledky – PSO.....	- 69 -
3.2.1	Testování pohybu po ose xI	- 69 -
3.2.2	Testování pohybu po ose yI	- 71 -
3.2.3	Testování pohybu po ose zI	- 73 -
3.3	Výsledky – Monte Carlo	- 75 -
3.3.1	Testování pohybu po ose xI	- 75 -
3.3.2	Testování pohybu po ose yI	- 77 -
3.3.3	Testování pohybu po ose zI	- 79 -
4.	Diskuze výsledků	- 81 -
5.	Závěr	- 83 -
	Seznam použité literatury	- 86 -
	Přílohy.....	- 91 -
	A. Závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na vztlaku + proložení křivkou	- 91 -



Seznam obrázků

Obrázek 1 Vývojový diagram práce	- 21 -
Obrázek 2 Schéma a rozměry analyzované kvadrokoptéry	- 32 -
Obrázek 3 Schéma a rozměry EDF	- 33 -
Obrázek 4 Závislost tahu EDF na otáčkách za minutu.....	- 35 -
Obrázek 5 Závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na otáčkách za minutu	- 35 -
Obrázek 6 Závislost točivého momentu EDF na otáčkách za minutu.....	- 36 -
Obrázek 7 Proložení křivkou - závislost tahu EDF na otáčkách za minutu.....	- 36 -
Obrázek 8 Proložení křivkou - závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na otáčkách za minutu	- 37 -
Obrázek 9 Proložení křivkou - závislost točivého momentu EDF na otáčkách za minutu .	- 37 -
Obrázek 10 Schéma EDF s lopatkami pro vektorizaci tahu	- 39 -
Obrázek 11 Polára profilu křídla NACA0012.....	- 42 -
Obrázek 12 Matematický model kvadrokoptéry v Simulinku s otevřenou smyčkou.....	- 49 -
Obrázek 13 Digitální matematický model s implementovanými kontroléry PID	- 53 -
Obrázek 14 Subsystem "PID controller block" digitálního matematického modelu kvadrokoptéry.....	- 54 -
Obrázek 15 Uživatelské prostředí aplikace PID Tuner.....	- 57 -
Obrázek 16 Kritérium ITAE v rámci blokového schéma v digitálním modelu.....	- 58 -
Obrázek 17 Průběh optimalizačního algoritmu PSO.....	- 59 -
Obrázek 18 Výsledky poslední sady vzorků z testování metodou Monte Carlo	- 60 -
Obrázek 19 Korelační diagram z průběhu testování poslední sady vzorků metodou Monte Carlo	- 61 -



Obrázek 20 Blokové schéma referenčního signálu	- 62 -
Obrázek 21 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose xI	- 63 -
Obrázek 22 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose xI	- 64 -
Obrázek 23 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose yI	- 65 -
Obrázek 24 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose yI	- 66 -
Obrázek 25 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose zI	- 67 -
Obrázek 26 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose zI	- 68 -
Obrázek 27 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose xI	- 69 -
Obrázek 28 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose xI	- 70 -
Obrázek 29 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose yI	- 71 -
Obrázek 30 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose yI	- 72 -
Obrázek 31 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose zI	- 73 -
Obrázek 32 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose zI	- 74 -
Obrázek 33 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose xI	- 75 -



Obrázek 34 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose xI	- 76 -
Obrázek 35 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose yI	- 77 -
Obrázek 36 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose yI	- 78 -
Obrázek 37 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose zI	- 79 -
Obrázek 38 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose zI	- 80 -
Obrázek 39 Proložení křivkou - závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na tahu	- 91 -



Seznam tabulek

Tabulka 1 Výkonové charakteristiky EDF	- 33 -
Tabulka 2 Výkonové charakteristiky EDF (rozšířené)	- 34 -
Tabulka 3 Výkonové parametry EDF - extrapolace.....	- 38 -
Tabulka 4 Posuny působíště aerodynamických sil vznikajících na lopatkách pro vektorizaci tahu od těžiště prostředku	- 39 -
Tabulka 5 Veličiny a jejich hodnoty pro výpočet Reynoldsova čísla.....	- 42 -
Tabulka 6 Hodnoty parametrů pro návrhářský bod.....	- 47 -
Tabulka 7 Shrnutí koeficientů PID z aplikovaných metod ladění.....	- 54 -



Nomenklatura

x	Vektor
\dot{x}	Derivace proměnné vzhledem k času
\ddot{x}	Druhá derivace vzhledem k času
$ _B$	Vyjádření v soustavě os těla (body axis system)
$ _I$	Vyjádření v inerciální soustavě os (inertial axis system)
p	Úhlová rychlost okolo osy $x _B$
q	Úhlová rychlost okolo osy $y _B$
r	Úhlová rychlost okolo osy $z _B$
θ	Úhel natočení prostředku vzhledem k ose $x _I$
ϕ	Úhel natočení prostředku vzhledem k ose $y _I$
ψ	Úhel natočení prostředku vzhledem k ose $z _I$
σ^2	Rozptyl
μ	Střední hodnota normálního rozdělení



Seznam zkratek

DCM	Matice rotace (Direction Cosine Matrix)
DoF	Stupně svobody pohybu (Degrees of Freedom)
EDF	Elektrické kanálové ventilátory (Electric Ducted Fans)
H.O.T.	Výrazy vyššího řádu (Higher Order Terms)
ITEA	integrál časově násobené absolutní hodnoty chyby (Integral of time multiplied absolute value of error)
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
LQR	Lineární kvadratický regulátor (Linear Quadratic Regulator)
MAV	Pilotované vzdušné prostředky (Manned Aerial Vehicles)
MIMO	Více vstupů, více výstupů (Multi-Input, Multi-Output)
NACA	Národní poradní výbor pro letectví (National Advisory Committee for Aeronautics)
PID	Proporcionální, integrační a derivační (Proportional, Integral and Derivative)
PSO	Optimalizace hejnem částic (Particle Swarm Optimization)
RCS	Systémy řízení reakce (Reaction Control Systems)
RPM	Otáčky za minutu (Revolutions per Minute)
SISO	Jeden vstup, jeden výstup (Single-input, Single-Output)
UAM	Městská letecká mobilita (Urban Air Mobility)
UAV	Bezpilotní vzdušné prostředky (Unmanned Aerial Vehicles)
USD	Americký dolar (United States Dollar)
VTOL	Vertikální vzlet a přistání (Vertical Take-off and Landing)



Úvod

Bezpilotní systémy byli ještě před dekádou předmětem kuriozit v některých laboratořích po světě, avšak během posledních let se projevil enormní vědecký zájem o jejich studium. Aplikace, či užití, těchto systémů se v posledních letech rozšířila hned do několika sektorů, a to nejen ve vojenství. Systémy se začali využívat například pro mapování, inspekci, pátrání a záchranu, či detekci lesních požárů. Díky novým vysokokapacitním bateriím a moderním technikám řízení se také umožnilo jejich využití pro autonomní přepravu zboží. V rámci koncepce městské letecké mobility se dokonce plánuje přeprava lidí.

Letecké prostředky se schopnostmi kolmého vzletu a přistání odbourávají potřebu přítomnosti vzletových a přistávacích drah a znovu tak rozšiřují možnosti aplikací. Je však třeba poznamenat že tyto systémy vykazují jisté nevýhody oproti letadlům s pevným křídlem. Mezi tyto nevýhody patří zejména snížený dostup a efektivita využití zdrojů energie.

Klasické kvadrokoptéry vykonávají své translační pohyby principem vychýlení prostředku z vodovážné polohy čímž limitují své osazení, či vybavení, senzory vyžadující udržení této polohy.

Koncepce vektorizace tahu je poměrně známým tématem, avšak zpočátku byla využívána především u raket, jejichž řídicí plochy neposkytují dostatečné možnosti řízení. V posledních letech se výzkum zabývá možnostmi, které vektorizace tahu nabízí pro letadla. Výhody, které s sebou vektorizace tahu přináší pro letadla, jsou jednak zvýšení manévrovatelnosti prostředků, tak dosažení schopností vertikálních vzletů a přistání. Techniky vektorování tahu existují různé, mezi ně spadá i použití systémů lopatek k odklonění směru toku výstupních plynů, které z hlediska teorie řízení spadá mezi ty jednodušší.

Cílem práce je tedy návrh kontroléru, který je schopný udržet vodorovnou polohu fiktivní kvadrokoptéry během jejich translačních pohybů. Vektorizace tahu je implementována tak, aby byl translační pohyb umožněn.



1. Teoretické základy práce

1.1 Přehled současného stavu

Letadla se schopnostmi VTOL nalézají využití jak u UAV, tedy bezpilotních vzdušných prostředků, tak u MAV, tedy pilotovaných prostředků. Tyto letadla rozšiřují možnosti aplikací, jelikož jejich nasazení není omezena na přítomnost vzletové a přistávací dráhy. Důležitým předpokladem pro závěr jejich větší aplikovatelnosti je ovšem předpoklad, že jsou letadla se schopnostmi VTOL dosahovat porovnatelných letových charakteristik jako letadla konvenční [1].

Letadla se schopnostmi VTOL se staly jedním z hlavních předmětů vývojářského leteckého průmyslu kvůli svým výhodám, které jsou schopny nabídnout. Letadla VTOL lze obecně rozdělit dle technologie, kterou dosahují schopnostem vertikálního vzletu a přistání [1]:

- Compound aircraft – Složená letadla
- Aircraft with tilting thrust producer – Letadla s naklopidelnými producenty tahu
- Tilt-wing aircraft – Letadla s náklonnými křídly
- Tail-sitter aircraft – Letadla typu tail-sitter
- Lift fan aircraft – Letadla se vztlakovými ventilátory
- Aircraft with vectored thrust – Letadla s vektorovaným tahem

Složená letadla jsou jakousi sloučeninou vrtulníků a letadel s pevným křídlem, představitel této skupiny může být Sikorsky S-97. Letadla s naklopidelnými producenty tahu dosahují schopností VTOL naklopením, či otočením svých motorů, představitelem této skupiny je například Bell V-22 Osprey. Letadla s náklonnými křídly jsou podobná letadlům s náklonnými producenty tahu, avšak u této skupiny dochází k naklopení celých křidel, na kterých jsou instalována zařízení pro produkci tahu. GL-10 je jedním z letadel s náklonnými křídly. Letadla typu tail-sitter jsou charakterizovány přistáváním na svou zadní část, dochází u nich tedy k náklonu celé konstrukce letadla do vertikální polohy. Letadla se vztlakovými ventilátory provádí své přistání a vzlet pomocí ventilátorů produkující vertikální vztlak, tyto ventilátory jsou většinou poháněny hlavní pohonnou jednotkou. Představitelem takové skupiny je jedna z nejmodernějších stíhaček F-35B. Poslední skupinou jsou letadla s vektorovaným tahem, u kterých je využito soustavy trysek, lopatek či obojích k vychýlení proudu výfukových plynů.



Vektorování tahu, také známé pod pojmem řízení vektoru tahu, je schopnost mobilního prostředku manipulovat směr tahu svých pohonných jednotek. Vzhledem k malé účinnosti řídicích ploch u raket je tato schopnost využívána především u raket jako primární řízení polohy [2]. U letadel s pevným křídlem byla tato schopnost nejdříve zkoumána jako zdroj VTOL schopností, avšak od 80. let minulého století se výzkum také zaměřoval na zvýšení manévrovatelnosti prostředků [3].

Vektorizace tahu lze dosáhnout hned několika způsoby. Mezi nejznámější metody patří: kardanový tah¹, který využívá konceptu náklonu celého motoru (rakety), či u pozdějších aplikací jen výstupní trysky [4], metoda vstřikování pohonné hmoty je založena na variabilním vstřikování hmoty jen do určité části proudu výfukových plynů, čímž vzniká asymetrický tah [5], Vernierovy trysky a systémy řízení reakce RCS² využívají zavedení několika pomocných trysek, díky kterým se dosahuje vektorovaného tahu [6] [7], výfukové lopatky patří mezi prvotní metody vektorizace tahu a sestávají ze zavedení lopatek do proudu výfukových plynů. Jejich hlavní nevýhodou je snížení efektivity tahu [8]. U letadel je vektorizace tahu dosahováno především pomocí soustav naklopitelných trysek či lopatek, nebo vychýlením celé pohonné jednotky, jak již bylo představeno. Poměrně novými typy vektorování tahu u letadel jsou implementace fluidního vektorování [9], či systémy vektorování tahu bez pohyblivých součástí [10].

Společností, které se snaží vyvinout prostředky uspokojující koncept UAM, je celá řada. Studie naznačují, že do roku 2035 by mohla tyto malá městská letadla využívat až 660 miliónů lidí ročně. Náklady na tento typ mobility by se mohly snížit až na průměrných 0,2 USD na osobokilometr [11]. Mezi hlavní představitele vývojářů takovýchto strojů patří Volocopter [12], Lilium [13], či Airbus [14]. Žádný z konceptů letadel ovšem není v této době dostupný a výrobci se setkávají s problémem implementace čistě elektrických pohonných systémů, kvůli jejich neuspokojivému poměru tah-váha. Dochází tedy k představování hybridních pohonných systémů vyžívajících vodík a elektřinu [15][16]. U menších UAV, jako jsou např. kvadrokoptéry, se ovšem s čistě elektrickým pohonným systémem setkáváme běžně.

Elektrické kanálové ventilátory³ nabízejí produkci většího tahu za stejných otáček vrtule oproti konvenčním vrtulím. Proto lze stejně hmotné létající prostředky osadit EDF, v průměru menšími

¹ Anglicky „Gimbale thrust“

² Anglicky „Reaction control systems“

³ Anglicky „Electric ducted fans“



než klasickými vrtulemi. Kapacita baterie pohánějící tyto motory může být v porovnání s klasickými vrtulemi také redukována. To vede k redukci váhy, menší spotřebě energie a menšímu objemu prostředku.

Jako největší nevýhoda těchto producentů tahu se jeví jejich rychle klesající efektivita s rostoucím úhlem náběhu [17]. Ta se však dá obejít představením závěsných pohybujících se klapek, které usměrňují produkovaný tah. Vektorizace tahu těchto kanálových ventilátorů může být dosažena i jinými technikami představenými v této kapitole a řízení takovýchto prostředku bylo zanalyzováno pomocí několika technik [18][19][20][21]. Mezi příklady aplikace vektorizace tahu pro malé UAV lze zařadit výzkum W. Myeonga a H. Myunga [22], kteří představili vektorizaci tahu na malém UAV pomocí naklopných producentů tahu – EDF. JAXA provedla testování hned několika typů technologií dosažení schopností VTOL na malých UAV. Techniky zahrnovali naklopné křídla, UAV typu tail-sitter a UAV se vztakovým ventilátorem.

Bezpilotní prostředky typu kvadrokoptéry, využívajících vrtulí k produkci vztlaku, využívají náklonu ze své vodorovné osy k dosažení translačního pohybu. Tato skutečnost limituje osazení kvadrokoptér, či jiných konstrukčně podobných bezpilotních prostředků, sensory nebo přístroje vyžadujícími udržení vodorovné polohy. Příkladem takového přístroje může být totální stanice využívaná v geodézii, či transport tekutin v otevřených nádobách.

Nelineární chování létajících prostředků činí aplikování lineárních řídicích jednotek složitým úkolem [23]. Pokud je ovšem uvažována limitovaná letová obálka, ve které se odehrává nelineární chování letového prostředku, lze toto chování linearizovat za úvahy částečné linearity systému v okolí určitého bodu a malé výpočetní chyby [24].

Aplikace lineárních řídicích jednotek na bezpilotní prostředky je zcela běžná a je dokázáno, že tyto jednotky jsou schopny dosáhnout uspokojivých výsledků [19]. Tyto jednotky jsou schopny zajistit jak stabilitu prostředku za vznášivého letu na místě [25] tak stabilizaci vodovážné polohy během jednoduchých translačních pohybů. Nelineární matematické modelování kanálových ventilátorů popsali Ohanian a spol. [26]

Řízení systému lze realizovat pomocí různých druhů řídicích jednotek. Příkladem jednoduchých lineárních řídicích jednotek jsou PID kontrolér nebo LQR⁴ (lineární kvadratický regulátor). PID kontrolér, představující jeden z nejjednodušejí aplikovatelných, získal své jméno díky své

⁴ Anglicky „Linear Quadratic Regulator“

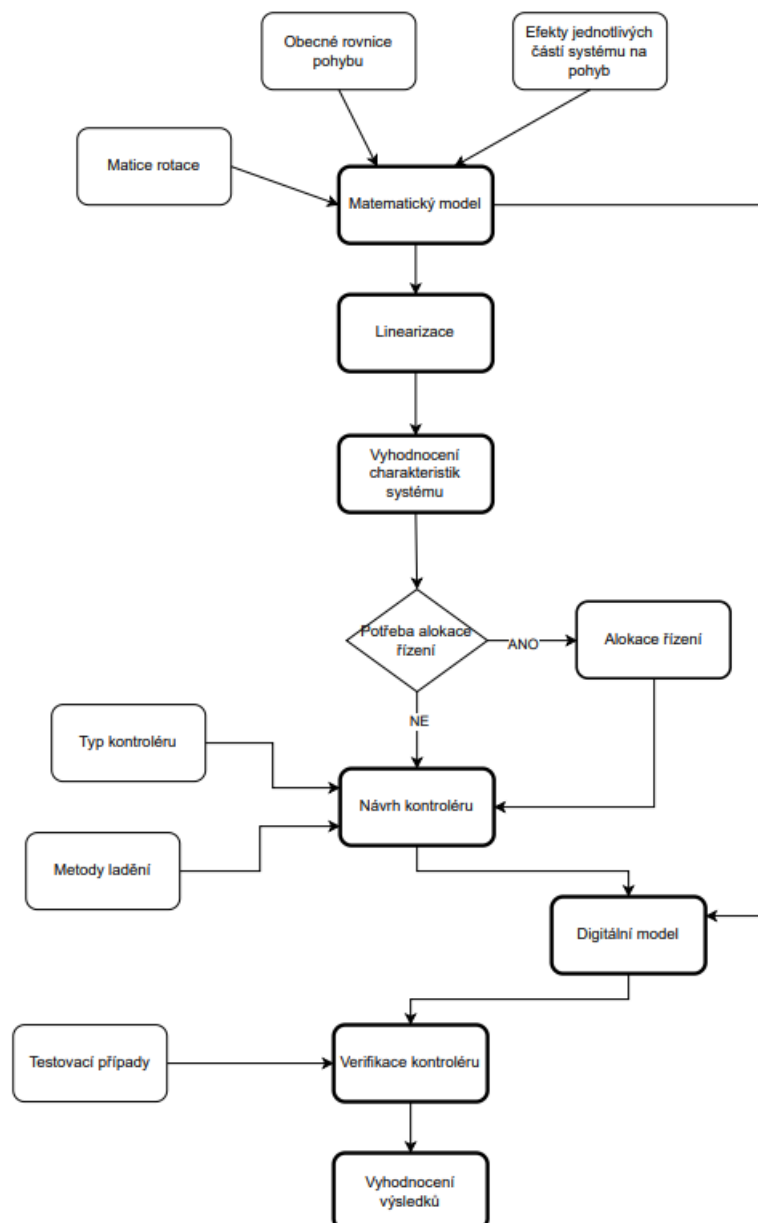


korekci proporcionální, integrální a derivační⁵ chyby. Jednotlivé vlastnosti chyby se vyhodnocují a jednotka, je-li vhodně naladěna, řídí tuto chybu k nule. Jeho nejvýznamnější výhodou je použitelnost pro systémy, jejichž vlastnosti jsou neznámé. Tyto systémy jsou však omezeny na ty, které jsou typu SISO [23]. Tato řídicí jednotka je jednou z nejpoužívanějších v sektoru řídicí techniky v celé řadě odvětví průmyslu [27].

1.2 Matematický model

Pro návrh kontroléru, který může kvadrokoptéru řídit, musel být vytvořen matematický dynamický model uvažovaného prostředku. Vzhledem k plánované implementaci lineárního kontroléru bylo vhodné tento model linearizovat. Následně bylo třeba využít teorie alokace řízení, vzhledem k charakteristikám systému. Vývojový diagram popisující úkony této práce lze nalézt na obrázku 1. Následující podkapitoly rozebírají teoretické základy, které byly použité během vytváření matematického modelu a návrhu kontroléru.

⁵ Anglicky: „Proportional, Integral and Derivative“



Obrázek 1 Vývojový diagram práce

1.2.1 Matice rotace

Na prostředek během letu působí hned několik sil a momentů. Problémem často je, že momenty a síly na prostředek působící jsou definovány v různých osových soustavách. Dvěma základními osovými soustavami byly inerciální osová soustava a osová soustava spjatá s prostředkem. Pokud by prostředek neprováděl rotační pohyby a osová soustava by byli při zahájení pohybu (či simulace) zarovnané, pak by definice sil působících na prostředek



nepředstavovala žádný problém. Tato práce uvažovala, že zkoumaný prostředek má 6 DoF a je tedy schopen vykonávat rotační pohyby. Osové soustavy se tedy vůči sobě pohybují. Musela tedy být vytvořena mezi těmito soustavami korelace.

Pro vztažení sil z jedné soustavy do druhé bylo využito rotačních matic. Lze pak odvodit rotační matice pro jednotlivé rotace okolo principiálních os. Definujme tedy jednotlivé matice rotace:

Okolo osy x soustavy os těla:

$$DCM_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Okolo osy y soustavy os těla:

$$DCM_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Okolo osy z soustavy os těla:

$$DCM_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Z matic rotací pro jednotlivá otočení okolo principiálních os v soustavě os těla lze pak použít Tait-Braynovi úhly pro najetí celkové rotační matice. Tait-Bryanovi úhly patří mezi nejpoužívanější v letectví [28] k popisu obecné rotace prostředku okolo svého těžiště. Využívají jednotlivých rotačních matic v pořadí rotace okolo osy z , následně y a posledně x , tedy:

$$\begin{aligned} DCM &= R_{\psi\theta\phi} = DCM_{\psi} DCM_{\theta} DCM_{\phi} = \\ & \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \cos(\phi) \sin(\psi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi) \\ \cos(\theta) \sin(\psi) & \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi) \cos(\theta) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.4) \end{aligned}$$



1.2.2 Rovnice pohybu

Základem matematického dynamického modelu prostředku byli matematické rovnice, kterými se pohyb kvadrokoptéry řídí. K odvození těchto rovnic pohybu byl využit Newton-Eulerův formalismus, který plyne z Newtonova druhého zákona a Eulerova druhého zákona pro rotační pohyb:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} m \mathbf{v} \quad (1.5)$$

$$\sum \mathbf{M} = \frac{d}{dt} \mathbf{H} \quad (1.6)$$

Jelikož kvadrokoptéra využívá k pohonu elektrické energie a její hmotnost může tedy být považována v průběhu letu za konstantní, je možné rovnici 1.5 přepsat následovně:

$$\mathbf{F} = m \frac{d}{dt} \mathbf{v}_c \quad (1.7)$$

Kde \mathbf{v}_c značí rychlost pohybu těžiště prostředku.

Podobně může být přepsána rovnice 1.6:

$$\delta \mathbf{M} = \frac{d}{dt} \delta \mathbf{H} = \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \delta m \quad (1.8)$$

Kde δm značí diferenciální prvek hmotnosti, \mathbf{r} vzdálenost diferenciálního prvku od těžiště a \mathbf{v} rychlost diferenciálního prvku. Jak již bylo zmíněno, hmotnost prostředku v průběhu letu je uvažována jako konstantní a proto je možné rovnici 1.8 přepsat na:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_c + \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_c + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (1.9)$$

Kde $\boldsymbol{\omega}$ je rotační rychlost. Moment hybnosti \mathbf{H} lze pak vyjádřit jako:

$$\mathbf{H} = \sum [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] \delta m \quad (1.10)$$

A vyjádří-li se rotační rychlost a poziční vektor jako:

$$\boldsymbol{\omega} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.12)$$



Pak pro skalární komponenty rovnice 1.10 platí:

$$H_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum (xy) \delta m - r \sum (xz) \delta m \quad (1.13)$$

$$H_y = -p \sum (xy) \delta m + q \sum (x^2 + z^2) \delta m - r \sum (yz) \delta m \quad (1.14)$$

$$H_z = -p \sum (xz) \delta m - q \sum (yz) \delta m + r \sum (x^2 + y^2) \delta m \quad (1.15)$$

Součty lze pak definovat jako momenty setrvačnosti, tedy:

$$I_{xx} = \iiint (y^2 + z^2) \delta m$$

$$I_{yy} = \iiint (x^2 + z^2) \delta m$$

$$I_{zz} = \iiint (x^2 + y^2) \delta m \quad (1.16)$$

$$I_{xy} = \iiint (xy) \delta m$$

$$I_{xz} = \iiint (xz) \delta m$$

$$I_{yz} = \iiint (yz) \delta m$$

Za využití sady rovnic 1.16 lze přepsat rovnice 1.13 až 1.15 na:

$$H_x = pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz}$$

$$H_y = -pI_{xy} + qI_{yy} - rI_{yz} \quad (1.17)$$

$$H_z = -pI_{xz} - qI_{yz} + rI_{zz}$$

A jelikož je prostředek symetrický podél rovin $xz|_B$ a $yz|_B$ jsou momenty setrvačnosti I_{xy} , I_{xz} a I_{yz} rovny nule pak:

$$H_x = pI_{xx}$$

$$H_y = qI_{yy} \quad (1.18)$$

$$H_z = rI_{zz}$$



Pokud by systém referenčních os nebyl pevně spojen s prostředkem, momenty setrvačnosti by se měnily v čase, jak by se prostředek otáčel. Proto bylo žádoucí upevnit systém os k draku kvadrokoptéry. Nazvěme tento systém jako systém os těla⁶. Pro určení derivací vektorů \mathbf{v} a \mathbf{H} vztažených k rotujícímu tělu, ukázal Nelson [23], že každý vektor \mathbf{V} vztažený k rotujícímu tělu s úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$ lze vyjádřit následovně:

$$\left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)\Big|_I = \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)\Big|_B + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} \quad (1.19)$$

Kde indexy I a B označují inerciální (nerotující) a tělesovou (rotující) osovou soustavu.

Pak tedy z 1.19, 1.5 a 1.6 plyne:

$$\mathbf{F} = \left(m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt}\right)\Big|_B + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c) \quad (1.20)$$

$$\mathbf{M} = \left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)\Big|_B + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c) \quad (1.21)$$

Rovnice 1.20 a 1.21 lze rozepsat ve skalární formě jako:

$$F_x = m(\dot{u} + qw - rv)$$

$$F_y = m(\dot{v} + ru - pw) \quad (1.22)$$

$$F_z = m(\dot{w} + pv - qu)$$

$$L = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}pq$$

$$M = I_{yy}\dot{q} + rp(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(p^2 - r^2) \quad (1.23)$$

$$N = -I_{xz}\dot{p} + I_{zz}\dot{r} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}qr$$

Sady rovnic 1.22 a 1.23 jsou pak obecnými rovnicemi pohybu prostředku a základem matematického modelu zkoumané kvadrokoptéry.

1.2.3 Linearizace

Z důvodu implementace lineárního kontroléru, bylo vhodné matematický model linearizovat. Aplikace lineárního kontroléru na nelineární systém je možná, avšak jeho ladění možné není

⁶ Anglicky „Body axis system“



z důvodu nelinearity systému, kdy se systém chová jinak v různých situacích. Částečná linearita systému zajišťuje lineární chování systému okolo návrhářského bodu.

Tento bod systému byl definován jako rovnovážný, vznášivý let. Rozsah pohybů, pro který je linearizovaný systém vhodně reprezentující nelineární systém může být definován pomocí sady rovnic:

$$\begin{aligned}u &= u_0 + \Delta u \\v &= v_0 + \Delta v \\w &= w_0 + \Delta w \\p &= p_0 + \Delta p \\q &= q_0 + \Delta q \\r &= r_0 + \Delta r\end{aligned}\tag{1.24}$$

Kdy index 0 značí počáteční hodnotu vstupu simulace a Δ značí odchylku od návrhářského bodu, pro kterou platí, že je zachován princip linearity.

Pro linearizaci matematického modelu bylo využito Taylorových řad. Taylorova řada může být použita jako aproximace funkce $f(x)$ v určitém bodě a , tak že platí:

$$L(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{(f^n(a))}{n!}(x - a)^n\tag{1.25}$$

Kdy každý další výraz Taylorovy řady zajišťuje přesnější aproximaci.

1.3 Základy teorie řízení

Jednou ze základních charakteristik systémů vzhledem k teorii řízení je definice systému vzhledem k počtu jeho akčních členů a stupňům svobody systému. V případě underactuation je možné, že nastane restrikce možnosti zvolení libovolných trajektorií [29]. V případě overactuation, tedy kdy počet akčních členů je vyšší než kolik stupňů svobody pohybu má systém, je třeba aplikace metod alokace řízení.



1.3.1 Alokace řízení

Metod alokace řízení existuje mnoho, avšak za účelem simplifikace byla zvolena metoda lineárního sdružování⁷, jejíž matematické základy nepřesahují rozsah této práce.

Oppenheimer a spol. [30] popsali problém alokace řízení pro over-actuated systémy jako:

„Najdi řídicí vektor δ , pro který platí:

$$\mathbf{B}\delta = \mathbf{d}_{des} \quad (1.28)$$

Za zachování podmínek:

$$\delta_{min} \leq \delta \leq \delta_{max} \quad (1.29)$$

Kde \mathbf{B} představuje řídicí matici systému, \mathbf{d}_{des} je vektor požadovaných sil nebo momentů působících na systém a δ_{min} , δ_{max} jsou dolní a horní meze akčních členů.

Často se také uvažují rychlosti změn akčních členů δ , ale v této práci byla odezva akčních členů považována za okamžitou.

Lineární sdružování bylo pravděpodobně nejjednodušší metodou alokace řízení, kterou bylo možné začlenit do analyzovaného systému. Metoda lineárního sdružování definuje skupiny akčních členů, které se společně používají k řízení jedné ze šesti svobod pohybu prostředku. Tato metoda vychází z předpokladu, že zákony lineárního sdružování lze určit ze „selského“ rozumu a lze je definovat jako:

$$\delta = \mathbf{G}\delta_{pseudo} \quad (1.30)$$

Kde \mathbf{G} je matice sdružování řízení, která spojuje pseudo-kontrolní signály δ_{pseudo} se skutečnými kontrolními signály δ . Rovnici 1.28 lze tedy přepsat jako:

$$\mathbf{B}\mathbf{G}\delta_{pseudo} = \mathbf{d}_{des} \quad (1.31)$$

⁷ Anglicky „Linear ganging“



1.3.2 PID kontrolér

Název PID kontrolér je odvozen z jeho charakteristik, kdy signál, který je rozdílem mezi aktuální hodnotou stavu a referenční hodnotou stavu, je zpracován a následně násoben třemi koeficienty k_p , k_i a k_d . Hodnota, která je rozdílem mezi aktuální hodnotou určitého stavu a referenční, nebo-li požadovanou hodnotou stavu se nazývá chybou⁸ e . Na základě zpracování chyby pomocí její integrace a derivace a následným násobením výše zmíněnými koeficienty vzniká vstupní, řídicí signál u . Matematicky lze tento postup popsat následovně:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1.32)$$

Z rovnice 1.32 je zřejmé, že mohou existovat různé variace PID kontroléru jako například PI, PD, nebo P kontrolér. Tyto variace pak mají jeden, či více svých koeficientů rovny nule. Například pro PI kontrolér je koeficient k_d roven nule.

1.4 Metody ladění PID kontroléru

Proces ladění⁹ PID kontroléru je určování koeficientů PID kontroléru, tak aby systém dosáhl požadovaných charakteristik odezvy.

Určení koeficientů lze dosáhnout hned několika způsoby, kdy každá sada koeficientů by měla být testována na odezvu systému pro vyhodnocení jejich charakteristik.

1.4.1 Aplikace PID Tuner

Aplikace PID tuner je automatizovaná aplikace nabízená jako jeden z produktů Simulinku pro ladění PID kontroléru. Aplikace je schopna vytvořit přenosovou funkci SISO systému a na jejím základě a základech teorie řízení umožňuje uživateli nastavit koeficienty PID tak aby bylo dosaženo požadované rovnováhy mezi robustností a výkonem systému.

⁸ Anglicky „error“

⁹ Anglicky „PID Tuning“



1.4.2 PSO – Optimalizace hejnem částic

PSO, nebo-li optimalizace hejnem částic, patří mezi meta-heuristické optimalizační metody spadající do oboru umělé inteligence [31]. Charakteristickým rysem je inspirace hejnem ptáků při hledání potravy a aplikace na širokou škálu problémů.

Hejna se skládají z jednotlivých částic, které jednájí individuálně ve vlastním zájmu, ale současně společně řeší větší skupinový problém. Inteligence hejna byla extrahována z jejího chování a kategorizována na samostatné složky: setrvačnost, zkušenost a společenský vliv. Setrvačnost, někdy označována jako rychlost, představuje tendenci částice volit určitou metodu, která dříve fungovala, zkušenost představuje vyhodnocení další cesty částicí na základě její paměti a společenský vliv představuje vliv chování ostatních částic na chování jednotlivé částice [32].

Tyto charakteristiky jsou použity jako základ vyhledávacího algoritmu PSO, kdy se po každé iteraci celý roj přibližuje k optimálnímu řešení.

Pro vyhodnocení zda se hejno přibližuje optimálnímu řešení bylo třeba stanovit objektivní funkci. Jako objektivní funkce bylo zvoleno kritérium ITEA, nebo-li integrál časově násobené absolutní hodnoty chyby¹⁰ jednotlivého stavu. ITAE je jednou ze základních charakteristických hodnot teorie řízení používané k posouzení kvality řízení. Hodnota ITAE je spočtena na základě následující rovnice:

$$ITAE = \int_0^{\tau} |e| t dt \quad (1.33)$$

Kde, pro případ této práce, τ představuje dobu simulace, e představuje hodnotu chyby stavu, vypočtenou jako rozdíl referenční a aktuální hodnoty stavu a dt je předmětem nastavení simulace.

1.4.3 Metoda Monte Carlo

Metoda Monte Carlo patří mezi široko – třídé výpočetní algoritmy, které využívají náhodnosti, přesněji řečeno náhodnosti výběrů, k řešení deterministických problémů. Představuje tak jakési využití „hrubé výpočetní síly“. Metoda je využívána především při řešení matematických

¹⁰ Anglicky „Integral of time multiplied absolute value of error“



nebo fyzikálních problémů, u kterých není možné použití jiných přístupů. Aplikace metody Monte Carlo lze rozdělit na 3 skupiny: optimalizace, numerická integrace a generování tahů z rozdělení pravděpodobnosti [33]. V případě této práce se jedná o ukázkou variability přístupu k ladění PID koeficientů.

Výsledky metody jsou často vynášeny do grafů za účelem studia příčin a následků, omezení systémů a jejich obecného chování [34]. Jako objektivní funkce, zda-li se výběr blíží optimálnímu řešení bylo opět využito kritérium ITAE.

1.5 Shrnutí kapitoly

Pro návrh kontroléru, který řídí pohyby analyzované kvadrokoptéry je třeba vytvoření matematického dynamického modelu. Tento model byl obecně představen za využití Newtonova druhého zákona translačního pohybu a Eulerova druhého zákona rotačního pohybu. Vzhledem k plánované implementaci lineárního kontroléru PID je vhodná linearizace matematického modelu okolo návrhářského bodu. Metody linearizace byly obecně představeny za pomoci Taylorových řad.

Kontrolér PID určuje vstupní hodnotu systému na základě vyhodnocení chyby. Pokud je kontrolér správně naladěn, minimalizuje chybu systému pomocí třech koeficientů. Proces určování těchto koeficientů se nazývá ladění PID. Existuje mnoho metod, jak kontrolér naladit. Teoretické základy třech metod ladění PID byly představeny. První metodou je použití aplikace Simulinku PID Tuner, která je schopna vytvořit přenosovou funkci systému a na jejím základě a požadované charakteristice odpovědi systému nastavuje koeficienty PID. Druhou metodou je optimalizace hejnem částic, která patří do oboru umělé inteligence. Poslední metodou je metoda Monte Carlo, která je založená na využití náhodnosti k řešení deterministických problémů. Kritérium ITAE bylo využito u posledních dvou metod jako objektivní funkce k vyhodnocení, zda-li se řešení blíží k optimálnímu.



2. Metody

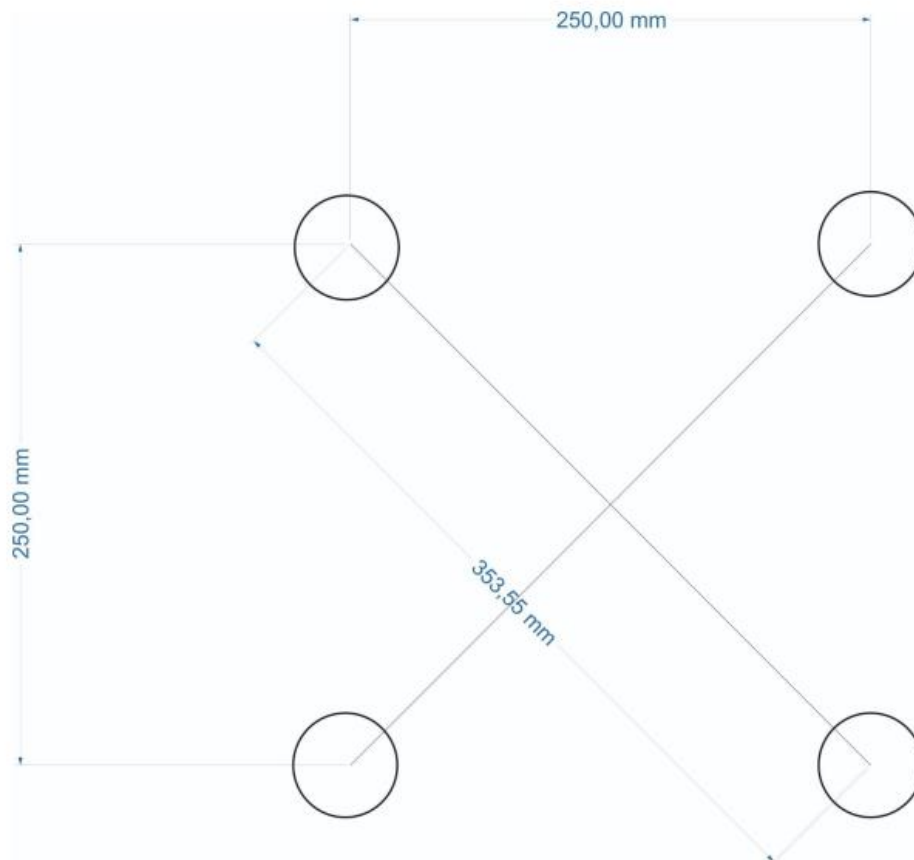
Tato kapitola konkretizuje a aplikuje teoretické základy, představené v kapitole 1, na analyzovaný prostředek.

2.1 Popis zkoumaného prostředku a vstupní data

Uvažovaný prostředek v této práci je fiktivní stejně tak, jako jeho některá vstupní data. Je ovšem nutné podotknout, že jak prostředek tak jeho charakteristiky mají počátek v reálných měřeních komponentů, které jsou určeny pro jeho stavbu v budoucnu. Tato práce tedy má být podkladem pro rozšíření zde zamýšleného projektu.

2.1.1 Drak kvadrokoptéry

Drak uvažované kvadrokoptéry je založen na modelu Phantom 4 [35] jedné z největších značek na trhu UAV na světě – DJI. Jedná se o jednoduchou konfiguraci kvadrokoptéry typu „X“. Pro zjednodušení výpočtů, byl ovšem drak kvadrokoptéry omezen na schéma draku obsažené na obrázku 2.

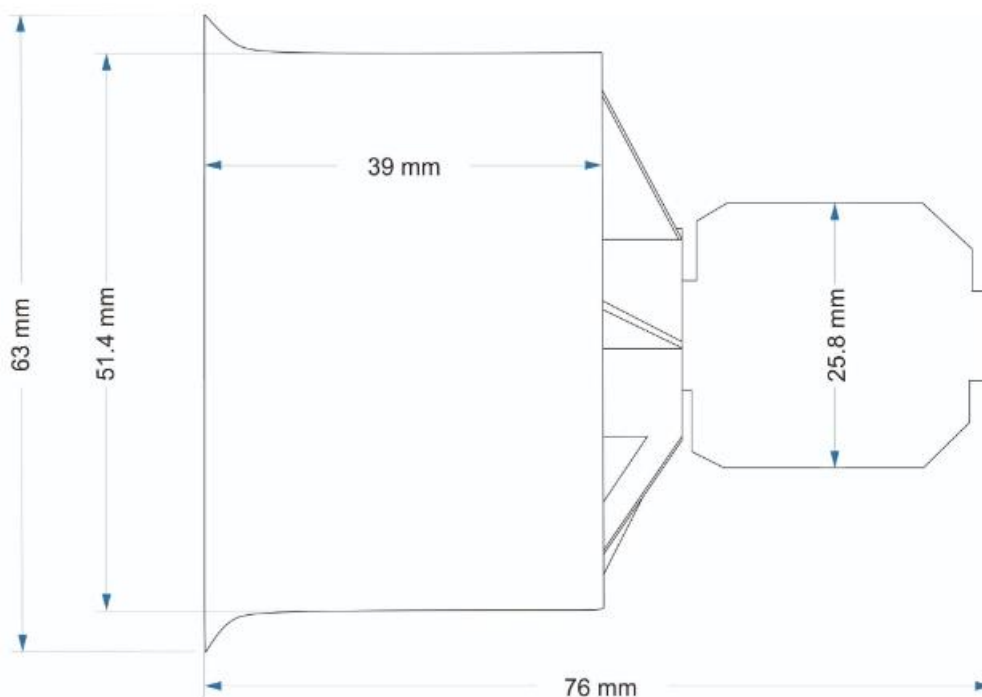


Obrázek 2 Schéma a rozměry analyzované kvadroptéry

Obrázek 2 obsahuje také rozměry dronu, které byly použity jako vstupní data pro matematický model dronu. Těžiště kvadroptéry bylo uvažováno v centru draku a rozteče mezi jeho „větve“ jsou měřeny od centra působíště tažné síly motorů a lopatek.

2.1.2 Motory a jejich výkonové parametry

Uvažovaný prostředek využívá k vzlaku elektrické kanálové ventilátory, které zaručují generaci lepšího vzlaku při úspoře energie oproti standartním otevřeným ventilátorům. Schéma motoru je zobrazeno na obrázku 3.



Obrázek 3 Schéma a rozměry EDF

2.1.3 Výkonové parametry motoru

Výkonové charakteristiky motoru pro získání realistických dat byly měřeny ve spolupráci s D. Urbanem. Motory byly testovány statickou metodou, kdy sledovanými parametry jsou zejména tah, točivý moment a otáčky rotoru.

Výsledné charakteristiky motoru získané z experimentálního měření jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1 Výkonové charakteristiky EDF

RPM – otáčky za minutu (n/min)	Rychlost proudění * (m/s)	Točivý moment (N/m)	Tah (kgf)
5000	5	0,0015	0,005
10000	9	0,0007	0,013
15000	14	0,0006	0,054
20000	19	0,0026	0,116
25000	23	0,0056	0,184
30000	29	0,0072	0,286
35000	36	0,0088	0,394
40000	44	0,0129	0,555



**rychlost proudění je měřena jako výstupní rychlost proudění z kanálu motoru.*

Pro účely snazší manipulace s daty bylo výhodné převést tah motoru z kilopondů na newtony. Jelikož je 1 kilopond definován jako tíha tělesa o hmotnosti 1 kg v místě se standardním gravitačním zrychlením ($g \approx 9,81$) je z definice 1 kilopond roven přibližně 9,81 N. Tabulku 1 lze tedy rozšířit následovně:

Tabulka 2 Výkonové charakteristiky EDF (rozšířené)

RPM – otáčky za minutu (n/min)	Rychlost proudění * (m/s)	Točivý moment (N/m)	Tah (kgf)	Tah (N)
5000	5	0,0015	0,005	0,04903325
10000	9	0,0007	0,013	0,12748645
15000	14	0,0006	0,054	0,5295591
20000	19	0,0026	0,116	1,1375714
25000	23	0,0056	0,184	1,8044236
30000	29	0,0072	0,286	2,8047019
35000	36	0,0088	0,394	3,8638201
40000	44	0,0129	0,555	5,44269075

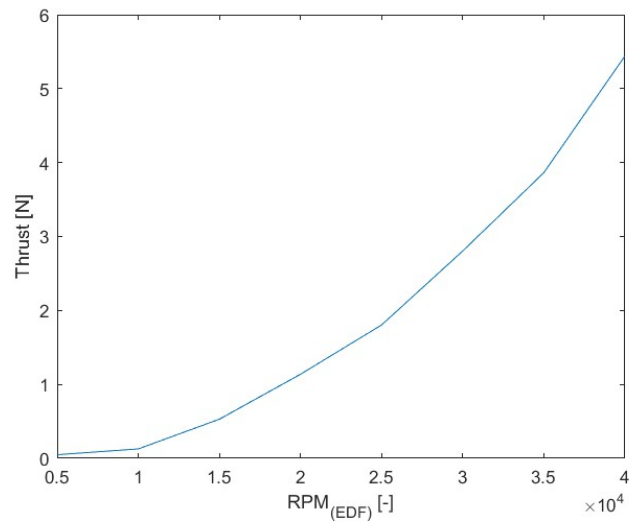
Z tabulky 2 je vidět, že tah 4 EDF při otáčkách 40000 by vyprodukoval přibližně 22 N, což neposkytuje dostatečnou tahovou rezervu pro kvadrokoptéru vážící 1,5 kg. Proto musela být následně provedena extrapolace naměřených dat na vyšší otáčky motoru. Tato extrapolace proběhla pomocí procesů prokládání křivkou¹¹. Tyto procesy jsou zabudovány jako nástroje v Matlabu, kde také byli využity.

Prokládání křivkou je proces konstrukce křivky, která nejlépe odpovídá řadě datových bodů s případnými vhodnými limitacemi, které jsou stanoveny. Souvisejícím tématem je regresní analýza, která se zaměřuje spíše na otázky statistického odvozování. Vytvořené křivky lze použít jako pomůcku pro vizualizaci dat, k odvození hodnot funkce tam, kde nejsou k dispozici žádná data, a ke shrnutí vztahů mezi dvěma nebo více proměnnými. Extrapolace se týká použití vygenerované křivky mimo rozsah pozorovaných dat a je zatížena určitou mírou nejistoty, protože může odrážet metodu použitou ke konstrukci křivky stejně jako pozorovaná data. Rozlišujeme dva základní typy procesu prokládání křivkou, a to lineárně-algebraickou a geometrickou. Zatímco lineárně-algebraická metoda se zaměřuje spíše na minimalizování

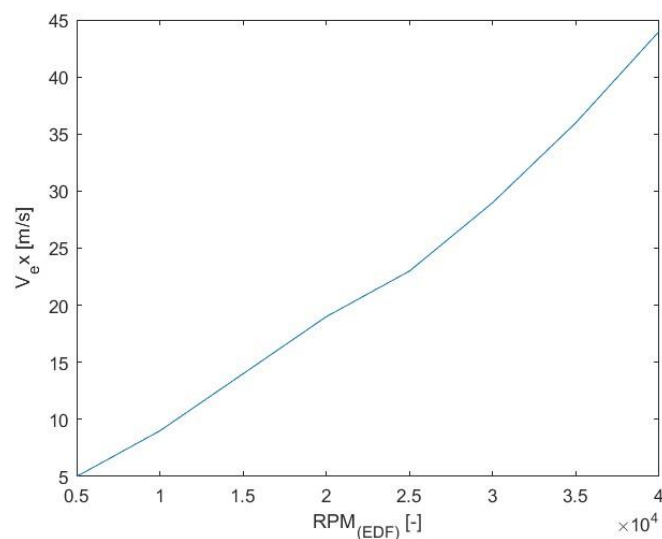
¹¹ Anglicky „curve fitting“

vertikálních (na standardním plátně x-y) vzdáleností mezi křivkou a body, geometrická metoda je zaměřená na minimalizování ortogonálních vzdáleností bodů od vygenerované křivky. Geometrická řešení proložení křivkou nepatří mezi nejoblíbenější, jelikož vyžadují nelineární či iterační výpočty, avšak pro nelineární data poskytují značnou výhodu oproti lineárně-algebraickým řešením.

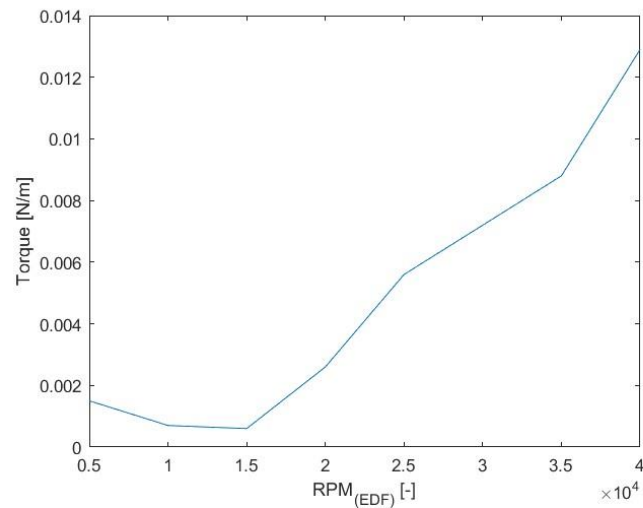
Naměřené hodnoty byly vyneseny do grafů jako funkce otáček za minutu motoru.



Obrázek 4 Závislost tahu EDF na otáčkách za minutu

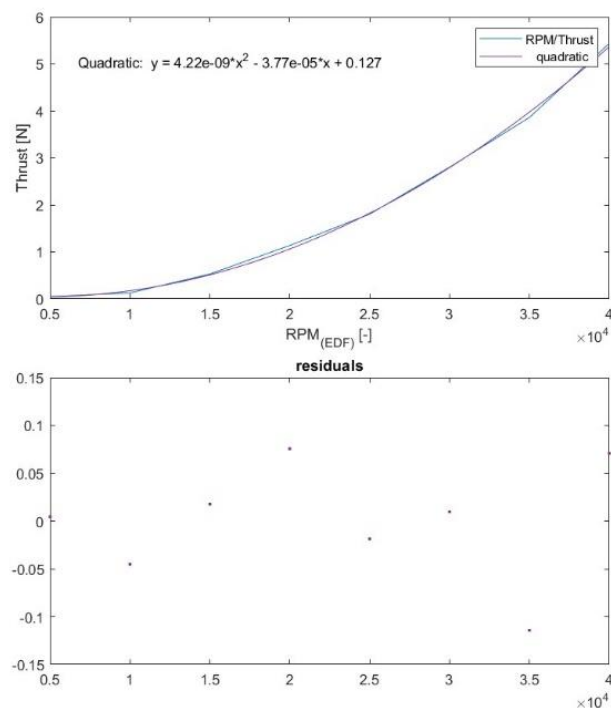


Obrázek 5 Závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na otáčkách za minutu

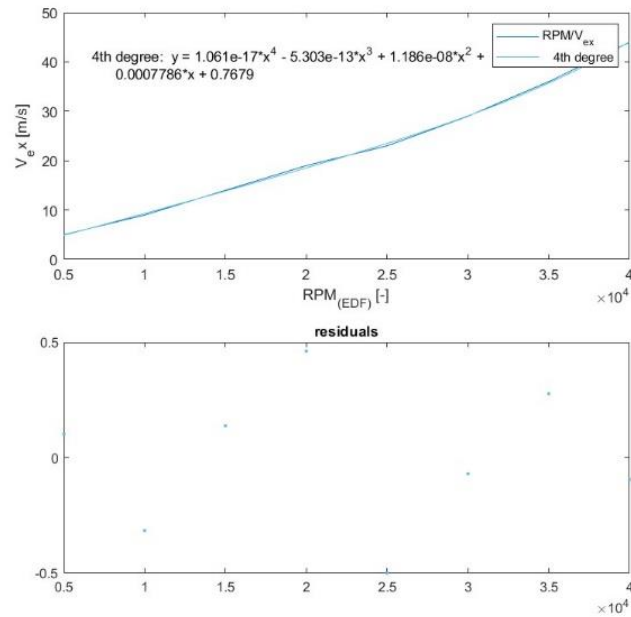


Obrázek 6 Závislost točivého momentu EDF na otáčkách za minutu

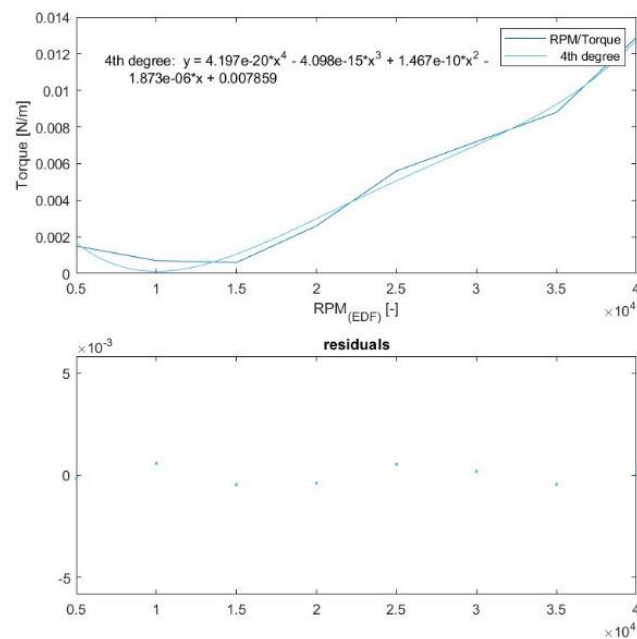
Jak je vidět ze spojnicových grafů na obrázcích 4, 5 a 6, je povaha křivek nelineární. Bylo tedy využito geometrické metody proložení křivkou. Pro metodu evaluace výsledků jednotlivých vygenerovaných křivek byla použita rezidua. Výsledné křivky s nejmenšími rezidui, které byly následně použité pro extrapolaci dat jsou zobrazeny na obrázcích 7 až 9.



Obrázek 7 Proložení křivkou - závislost tahu EDF na otáčkách za minutu



Obrázek 8 Proložení křivkou - závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na otáčkách za minutu



Obrázek 9 Proložení křivkou - závislost točivého momentu EDF na otáčkách za minutu

Pro extrapolaci dat byla tedy použita následující sada rovnic:

$$Thrust = f(RPM) = 4,22e^{-9}x^2 - 3.77e^{-5}x + 0.127$$



$$V_{ex} = f(RPM) = 1.061e^{-17}x^4 - 5.303e^{-13}x^3 + 1.186e^{-8}x^2 + 0.0007786x + 0.7679 \quad (2.1)$$

$$Torque = f(RPM) = 4.197e^{-20}x^4 - 4.098e^{-15}x^3 + 1.467e^{-10}x^2 - 1.873e^{-6}x + 0.007859$$

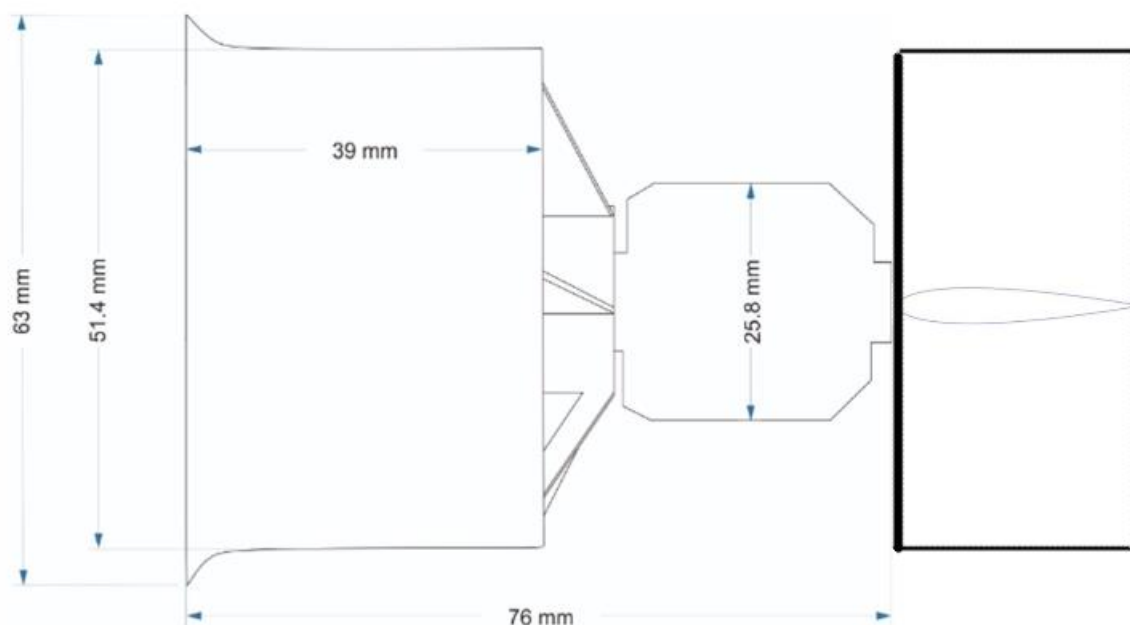
Na základě sady rovnic 2.1 lze extrapolovat data z tabulky 2 na vyšší otáčky motoru, tedy:

Tabulka 3 Výkonové parametry EDF - extrapolace

RPM – otáčky za minutu (n/min)	Rychlost proudění (m/s)	Točivý moment (N/m)	Tah (N)
5000	5	0,0015	0,04903325
10000	9	0,0007	0,12748645
15000	14	0,0006	0,5295591
20000	19	0,0026	1,1375714
25000	23	0,0056	1,8044236
30000	29	0,0072	2,8047019
35000	36	0,0088	3,8638201
40000	44	0,0129	5,44269075
45000	53,8	0.0193	6,9760
50000	65,6	0.0310	8,7920
55000	79,8	0.0509	10,8190
60000	96,6	0.0824	13,0570

2.1.4 Lopatky pro vektorování

Elektrické kanálové ventilátory, popsané v kapitole 2.1.3 byli modifikováni přidáním lopatek pro umožnění vektorizace tahu. Pod každý motor byli připevněny dvě na sebe kolmé lopatky. Jednoduché schéma motoru je pak znázorněno na obrázku 10.



Obrázek 10 Schéma EDF s lopatkami pro vektorizaci tahu

Rozměry lopatky činily 50mmx20mm. Bylo předpokládáno, že horní okraj motoru leží v rovině $xy|_B$ společně s těžištěm prostředku a tedy mohly být odvozeny posuny působišť aerodynamických sil, které na lopatce vznikají od těžiště prostředku. Tyto posuny působišť sil jsou definovány v tabulce 4.

Tabulka 4 Posuny působišť aerodynamických sil vznikajících na lopatkách pro vektorizaci tahu od těžiště prostředku

Lopatka	Posun působišť sil ve směru osy x v soustavě os těla $= dx$	Posun působišť sil ve směru osy y v soustavě os těla $= dy$	Posun působišť sil ve směru osy z v soustavě os těla $= dz$
1	0,125 m	-0,125 m	0,081 m
2	0,125 m	-0,125 m	0,081 m
3	0,125 m	0,125 m	0,081 m



4	0,125 m	0,125 m	0,081 m
5	-0,125 m	-0,125 m	0,081 m
6	-0,125 m	-0,125 m	0,081 m
7	-0,125 m	0,125 m	0,081 m
8	-0,125 m	0,125 m	0,081 m

2.1.5 Profil NACA0012

Pro zajištění nulového vztlaku na lopatkách pro vektorizaci tahu při jejich nulové výchylce, musel být jejich profil symetrický. Jako profil byl tedy zvolen profil typu NACA 0012. Profily NACA jsou dvourozměrné profily křídla vyvinuté Národním poradním výborem pro letectví¹². Čtyřmístná řada NACA (NACA xxxx) je soubor profilů, které jsou variací originálního profilu křídla. První číslo určuje maximální vyklenutí profilu v procentech délky tělivity, druhé číslo určuje vzdálenost maximálního vyklenutí profilu od náběžné hrany profilu v desetinách délky tělivity a poslední dvě číslice definují maximální tloušťku křídla v procentech délky tělivity. Profil NACA 0012 je tedy symetrickým profilem s maximální tloušťkou profilu 12% délky tělivity profilu.

Ze základů aerodynamiky plyne, že výsledná aerodynamická síla působící na profil křídla pohybující se určitou rychlostí médiem s určitou hustotou se může rozložit na sílu vztlakovou a sílu odporovou. Odporová síla se může dále rozložit dle jednotlivých jejích složek, ovšem pro účely práce byla uvažována pouze odporová síla profilová, tedy ta, kterou generuje profil křídla při svém pohybu médiem. Jiné složky odporové síly nebyly uvažovány.

Jelikož řízení výchylky lopatek zavěšenými pod EDF bylo uskutečněno především na základě vztlaku (viz kapitola 2.4), odporová síla, vzniklá výchylkou lopatky musela být vztažena na sílu vztlakovou. Pro toto vztažení byla nejlepším zdrojem dat polára profilu křídla.

¹² Anglicky „National Advisory Committee for Aeronautics“ (NACA)



Aerodynamická data byla k dispozici z webových stránek Airfoil tools [36]. Stažení dat přímo z již zmíněných stránek umožnilo vyhnout se složitému testování profilu křídla.

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 c c_L \quad (2.2)$$

Jak je z rovnice pro vztlakovou sílu (rovnice 2.2) zřejmé je jedním z rozhodujících faktorů rychlost proudění v . Pro škálování proudění mezi modelem lopatky a jeho skutečnou velikostí muselo být použito Reynoldsovo číslo. Reynoldsovo číslo je poměr setrvačných a viskózních sil v tekutině, vystavené relativnímu vnitřnímu pohybu v důsledku různých rychlostí tekutiny. Pomáhá předvídat typy proudění (laminární, turbulentní) kvantifikací dvou sil působící v kapalině při jejím vnitřním relativním pohybu. Touto kvantifikací lze tedy určit rychlost proudění pro testování modelu křídla, ve vztahu pro návrhářský bod rychlosti očekávané na jeho skutečné velikosti. Reynoldsovo číslo je definováno jako:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (2.3)$$

Kde ρ značí hustotu tekutiny, v relativní rychlost pohybu tekutiny, L charakteristický lineární rozměr, v uvažované případě rozměr tělivity profilu křídla c a μ dynamickou viskozitu tekutiny.

Návrhářským bodem pro uvažované použití dronu byl uvažován vznášivý rovnovážný let, z toho byli odvozeny veličiny v tabulce 5.

$$L = G \quad (2.4)$$

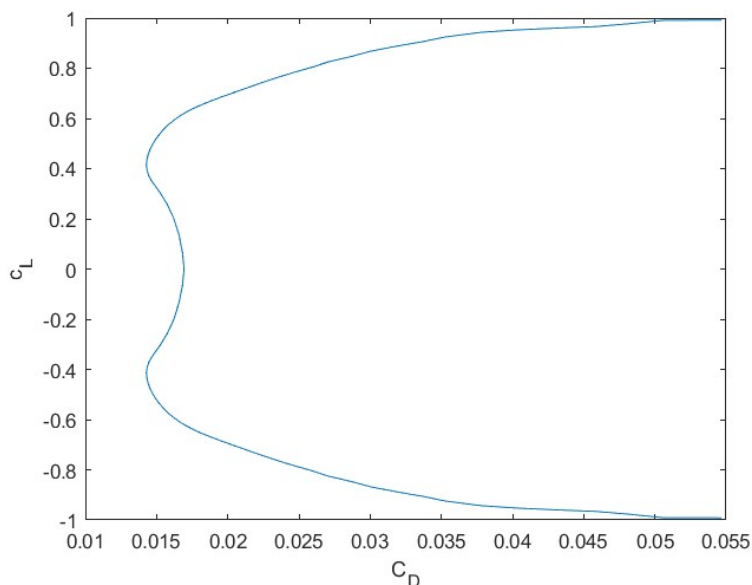
Pro rovnovážný vznášivý let, pro který platí rovnice 2.4, lze vyčíslit hodnotu tahu, který musí být vyprodukován každým motorem. Tato hodnota tahu je 3,6787 N na každý motor. Pro získání výstupní rychlosti vzduchu z EDF bylo využito metod proložení křivkou pro vygenerování rovnice závislosti výstupní rychlosti vzduchu z EDF na tahu. Tato rovnice spolu s grafem z procesu proložení křivkou může být nalezena v příloze A. Výstupní rychlost vzduchu z motoru pro vyprodukování již zmíněné hodnoty tahu byla vyčíslena na 34,7467 m/s. Avšak pro zachování rovnováhy rovnice 2.4, musí být tah zvýšen pokud je brána v potaz

odporová síla lopatek zavěšených pod motorem, proto byla výstupní rychlost zaokrouhlena na 36 m/s.

Tabulka 5 Veličiny a jejich hodnoty pro výpočet Reynoldsova čísla

Veličina	Symbol veličiny	Rozměr	Jednotka
Hustota vzduchu	ρ	1,225	Kg/m ³
Relativní rychlost pohybu vzduchu	v	36	m/s
Charakteristický lineární rozměr	L	0,02	m
Dynamická viskozita vzduchu	μ	0,0000181202	Pa/s

Dosazením hodnot z tabulky 5 do rovnice 2.3 bylo Reynoldsovo číslo vyčísleno na přibližně 47 000. Nejbližší hodnotou Reynoldsova čísla pro, kterou byla dostupná testovací data profilu křídla z webu Airfoil Tool byla 50000. Z těchto hodnot byla vytvořena polára profilu křídla, zobrazená na obrázku 11.



Obrázek 11 Polára profilu křídla NACA0012



Z poláry a pomocí metod proložení křivkou mohla být odvozena závislost koeficientu odporu na koeficientu vztlaku. Tato závislost je zobrazena v rovnici 2.5:

$$c_D = f(c_L) = 0.05685c_L^4 - 1.565e^{-5}c_L^3 - 0.02346c_L^2 + 5.034e^{-6}c_L + 0.01705 \quad (2.5)$$

2.2 Matematický model kvadroptéry

Před odvozením matematického modelu je třeba definovat osově soustavy, které byly použity pro analyzování sil a momentů na kvadroptéru působící. Rozlišovali se dvě osově soustavy – soustava těla a inerciální soustava. Osová soustava těla kvadroptéry má počátek v těžišti prostředku a osy jsou pevně spojeny s tělem prostředku, což znamená že s rotačním pohybem kvadroptéry rotují i osy této osově soustavy. Osová soustava těla byla definována jako vpřed-doleva-dolů z pohledu prostředku. Inerciální osová soustava není vázána na kvadroptéru nýbrž na zem. Počátek má na modelu ploché země, jež byl uvažován v rámci této práce. Je důležité poznamenat, že směry os obou osových soustav jsou v momentu inicializace zarovnané.

Dále bylo třeba definovat pozitivní výchylky lopatek pro vektorizaci tahu. Pozitivní výchylka lopatek označených lichými čísly byla definována z pohledu prostředku v záporném směru osy $y|_B$, tak aby vztlaková síla vzniklá na lopatce vznikla ve směru osy $y|_B$ (=doleva, z pohledu prostředku) a pozitivní výchylka lopatek označených sudými čísly byla definována v záporném směru osy $x|_B$, tak aby vztlak na lopatkách vznikl ve směru osy $x|_B$ (=vpřed, z pohledu osy prostředku).

2.2.1 Efekt tahu motorů

Osy motoru byly považovány za zarovnané s osou $z|_B$. Vektor tahu motoru byl pak vyjádřitelný jako:

$$\mathbf{T}|_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{bmatrix} |_B \quad (2.6)$$

A moment vyprodukovaný rozdílem tahů jednotlivých motorů byl určen zjednodušeně jako:

$$\mathbf{M}|_B = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} |_B \quad (2.7)$$



2.2.2 Efekt vektorování

Pro popis matematického modelu je třeba odvodit síly a momenty vyvozené klapkami zavěšenými pod motory. Síly vyvozené prouděním výstupních plynů z motoru produkují na lopatkách vztlakovou a odporovou sílu a tedy vyjádření vektoru sil v soustavě os těla je vcelku jednoduché:

$$\mathbf{F}_{Lopatky|_B} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \\ D_1 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ D_2 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} 0 \\ L_3 \\ D_3 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ D_4 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} 0 \\ L_5 \\ D_5 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} L_6 \\ 0 \\ D_6 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} 0 \\ L_7 \\ D_7 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} L_8 \\ 0 \\ D_8 \end{bmatrix} |_B \quad (2.8)$$

Kde index 1 až 8 značí číslování lopatek.

Pro vyjádření momentů, které vztlakové a odporové síly vyvodí na prostředek je třeba definice posunů působišť sil od těžiště. Tyto posuny působišť sil jsou definovány v tabulce 4. Obecnými rovnicemi lze pak vyjádřit jaké momenty vztlakové a odporové síly na lopatkách vyvodily:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{lopatky|_B} = & \begin{bmatrix} -L_1 dz_1 + D_1 dy_1 \\ -D_1 dx_1 \\ L_1 dx_1 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} D_2 dy_2 \\ L_2 dz_2 - D_2 dx_2 \\ -L_2 dy_2 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} -L_3 dz_3 + D_3 dy_3 \\ -D_3 dx_3 \\ L_3 dx_3 \end{bmatrix} |_B \\ & + \begin{bmatrix} D_4 dy_4 \\ L_4 dz_4 - D_4 dx_4 \\ -L_4 dy_4 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} -L_5 dz_5 + D_5 dy_5 \\ -D_5 dx_5 \\ L_5 dx_5 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} D_6 dy_6 \\ L_6 dz_6 - D_6 dx_6 \\ -L_6 dy_6 \end{bmatrix} |_B \\ & + \begin{bmatrix} -L_7 dz_7 + D_7 dy_7 \\ -D_7 dx_7 \\ L_7 dx_7 \end{bmatrix} |_B + \begin{bmatrix} D_8 dy_8 \\ L_8 dz_8 - D_8 dx_8 \\ -L_8 dy_8 \end{bmatrix} |_B \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.2.3 Efekt gravitační síly

Bylo využito předpokladu, že gravitační síla působí těžištěm kvadroptéry a kvadroptéra tedy jeví charakteristiky hmotného bodu. Pak vektor gravitační síly je:

$$\mathbf{G}|_I = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ gm \end{bmatrix} |_I \quad (2.10)$$

V této práci nebyly předpokládány žádné gravitační odchylky. Vyjádření v rovnici 2.10 rovněž předpokládalo model ploché Země.



2.2.4 Rovnice pohybu

Určení přesného matematického modelu kvadroptéry je podmíněno dosažením analyzovaných sil a momentů do obecných rovnic pohybu prostředku, použitím principu superpozice a využitím rotační matice.

Vyjádří-li se rovnice pohybu pro zrychlení v jednotlivých osách soustavy inerciálních os, pak platí:

$$\ddot{x} = \frac{\begin{pmatrix} (\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta))(D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8) \\ - T(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)) \\ - (\cos(\phi) \sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\phi) \sin(\theta))(L_1 + L_3 + L_5 + L_7) \\ + \cos(\psi) \cos(\theta) (L_2 + L_4 + L_6 + L_8) \end{pmatrix}}{m} \quad (2.11)$$

$$\ddot{y} = \frac{\begin{pmatrix} T(\cos(\psi) \sin(\phi) - \cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta)) \\ - \left(\begin{matrix} \cos(\psi) \sin(\phi) \\ - \cos(\psi) \sin(\psi) \sin(\theta) \end{matrix} \right) (D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8) \\ + (\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta))(L_1 + L_3 + L_5 + L_7) \\ + \cos(\theta) \sin(\psi) (L_2 + L_4 + L_6 + L_8) \end{pmatrix}}{m} \quad (2.12)$$

$$\ddot{z} = \frac{\begin{pmatrix} gm - \sin(\theta)(L_2 + L_4 + L_6 + L_8) - T \cos(\phi) \cos(\theta) \\ + \cos(\phi) \cos(\theta) (D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8) \\ + \cos(\theta) \sin(\phi) (L_1 + L_3 + L_5 + L_7) \end{pmatrix}}{m} \quad (2.13)$$

Kde \ddot{x} , \ddot{y} a \ddot{z} představují zrychlení prostředku ve směru jednotlivých os inerciálních soustavy.

Vyjádření rovnic pohybu pro rotační pohyby prostředku je pak následující:

$$L = I_{xx} \dot{p} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - L_1 dz_1 + D_1 dy_1 + D_2 dy_2 - L_3 dz_3 + D_3 dy_3 + D_4 dy_4 \\ - L_5 dz_5 + D_5 dy_5 + D_6 dy_6 - L_7 dz_7 + D_7 dy_7 + D_8 dy_8 \quad (2.14)$$

$$M = I_{yy} \dot{q} + rp(I_{xx} - I_{zz}) - D_1 dx_1 + L_2 dz_2 - D_2 dx_2 - D_3 dx_3 + L_4 dz_4 - D_4 dx_4 \\ - D_5 dx_5 + L_6 dz_6 - D_6 dx_6 - D_7 dx_7 + L_8 dz_8 - D_8 dx_8 \quad (2.15)$$

$$N = I_{zz} \dot{r} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + L_1 dx_1 - L_2 dy_2 + L_3 dx_3 - L_4 dy_4 \\ + L_5 dx_5 - L_6 dy_6 + L_7 dx_7 - L_8 dy_8 \quad (2.16)$$



A jelikož je návrhářský bod rovnovážný vznášivý let a je předpokladem, že na začátku letu jsou soustavy os zarovnány, lze aproximovat, že:

$$\begin{aligned} p &\approx \dot{\phi} \\ q &\approx \dot{\theta} \\ r &\approx \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Vyjádří-li se rovnice 2.14 až 2.16 za použití aproximací ze sady 2.17 je určitý matematický model kvadrokoptéry pro rotační pohyby:

$$\ddot{\phi} = \frac{L}{I_{xx}} + \frac{qr(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} + \frac{\begin{pmatrix} L_1 dz_1 - D_1 dy_1 - D_2 dy_2 + L_3 dz_3 - D_3 dy_3 \\ -D_4 dy_4 + L_5 dz_5 - D_5 dy_5 - D_6 dy_6 \\ + L_7 dz_7 - D_7 dy_7 - D_8 dy_8 \end{pmatrix}}{I_{xx}} \quad (2.18)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{I_{yy}} + \frac{rp(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} + \frac{\begin{pmatrix} D_1 dx_1 - L_2 dz_2 + D_2 dx_2 + D_3 dx_3 - L_4 dz_4 \\ + D_4 dx_4 + D_5 dx_5 - L_6 dz_6 + D_6 dx_6 \\ + D_7 dx_7 - L_8 dz_8 + D_8 dx_8 \end{pmatrix}}{I_{yy}} \quad (2.19)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{N}{I_{zz}} + \frac{pq(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} + \frac{\begin{pmatrix} -L_1 dx_1 + L_2 dy_2 - L_3 dx_3 + L_4 dy_4 \\ -L_5 dx_5 + L_6 dy_6 - L_7 dx_7 + L_8 dy_8 \end{pmatrix}}{I_{zz}} \quad (2.20)$$

Je nutno připomenout, že točivý moment motoru je považován za zanedbatelný vzhledem k momentům setrvačnosti prostředku.

2.2.5 Linearizace rovnic pohybu

Trigonometrické funkce byly aproximovány právě pomocí Taylorovy řady (viz kapitola 1.2.3), okolo návrhářského bodu (viz tabulka 6).

Pro $\cos(\theta)$ v okolí hodnoty 0 pro θ tedy platí:

$$L(\cos(\theta)) = \cos(0) + (\cos'(0))(\theta - 0) + H.O.T \approx 1 \quad (2.21)$$

Pro $\sin(\theta)$ v okolí hodnoty 0 pro θ platí:



$$L(\sin(\theta)) = \sin(0) + (\sin(0)')(\theta - 0) + H.O.T. \approx \theta \quad (2.22)$$

Kde *H.O.T.* značí vyšší členy taylorovy řady, jejichž efekt je považován za zanedbatelný. Podobně lze aproximovat členy další trigonometrické členy rovnic pohybu.

Hodnoty vstupů simulace pro návrhářský bod jsou definovány v tabulce 6.

Tabulka 6 Hodnoty parametrů pro návrhářský bod

Parametr/vstup	Hodnota	Jednotky
x	0	m
y	0	m
z	2	m
u	0	m/s
v	0	m/s
w	0	m/s
\ddot{x}	0	m/s^2
\ddot{y}	0	m/s^2
\ddot{z}	0	m/s^2
ϕ	0	rad
θ	0	rad
ψ	0	rad
p	0	rad/s
q	0	rad/s



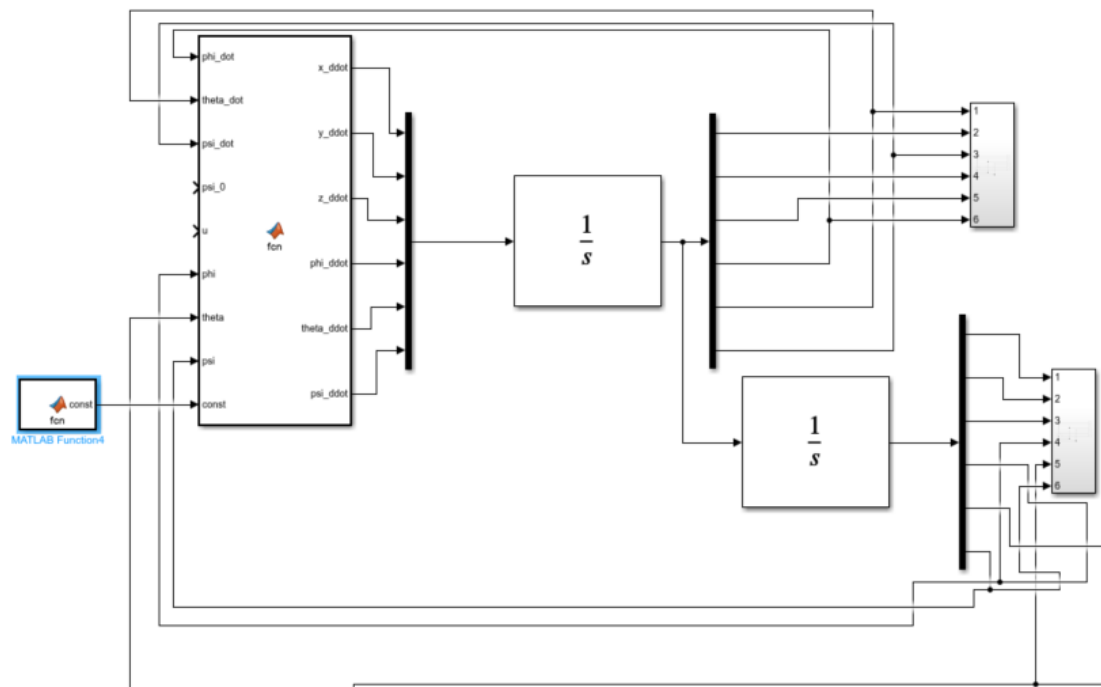
r	0	rad/s
$\ddot{\phi}$	0	rad/s^2
$\ddot{\theta}$	0	rad/s^2
$\ddot{\psi}$	0	rad/s^2

2.3 Digitální matematický model kvadrokoptéry

Digitální matematický model byl vytvořen v Simulinku, softwaru používaném k modelování a simulaci více doménových dynamických systémů [37]. Je nadstavbou Matlabu, což je výpočetní platforma pro programování a numerické výpočty, používaná především k analýze dat, vývoji algoritmů a vytváření modelů [38]. Simulink je založen na blokovém schématu, což je funkční diagram struktury systému, jeho každý prvek představuje černou skříňku a je zobrazen jednoduchým obrazcem, způsoby spojení bloků, které značí působení jednotlivých bloků na sebe, či informační tok, jsou znázorněny šipkami [39]. Černou skříňkou se obecně rozumí systém s obecně známými vstupy a výstupy, ale neznámou vnitřní strukturou [40]. Definice černé skříňky ovšem není zcela platná pro Simulink, kde je každý blok programovatelný a uživatel je schopen do určité míry prozkoumat strukturu systému.

Digitální model v Simulinku se skládá z dvou hlavních systémů. Prvním je blok rovnic pohybu, který v každé iteraci simulace numericky vypočte translační a rotační zrychlení prostředku. Tato zrychlení jsou pak integrována pomocí bloků integrátoru, druhého hlavního bloku modelu, a tím se po první integraci získá translační a rotační rychlost prostředku a po druhé integraci translační a rotační posun, neboli pozice a poloha. Podpůrné bloky modelu čítají funkci s definovanými konstantami modelu, které jsou použity jako vstupní hodnoty pro výpočet rovnic pohybu a blok časové historie signálů. Díky časové historii, lze provádět verifikaci návrhu kontroléru, či pozorovat stabilitu prostředku po uvedení disturbance.

System, který nemá zpětnou vazbu je možno označit systémem s otevřenou smyčkou¹³. Podoba systému s otevřenou smyčkou je zobrazena na obrázku 12. Pro implementaci řídicí jednotky, musel být model upraven.



Obrázek 12 Matematický model kvadrokoptéry v Simulinku s otevřenou smyčkou

2.4 Návrh řídicí jednotky

Pro účely zavedení řídicí jednotky bylo třeba jasně definovat vstupy a výstupy systému. Cílem práce je navržení kontroléru, který je schopný stabilizovat kvadrokoptéru ve vodorovné poloze během translačních pohybů a tedy z definice cíle a rovnic pohybu je zřejmé, respektive vhodné zavést výstupní vektor tak, aby byl shodný s vektorem stavů tedy:

¹³ Anglicky „open-loop system“



$$\mathbf{y} = \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Dále bylo třeba zavést vektor vstupů. Vzhledem k rozsahu práce, nebyla teorie motor mixing uvažována. Proces motor mixing se zabývá řízením jednotlivých motorů, tak že vstupní signály do motorů jsou ve formě požadovaných otáček za minutu. Vstupní signály tedy mohli být zvoleny s větší flexibilitou ve formě vektoru \mathbf{u} .

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} T_d \\ L_d \\ M_d \\ N_d \\ L_{1d} \\ L_{2d} \\ L_{3d} \\ L_{4d} \\ L_{5d} \\ L_{6d} \\ L_{7d} \\ L_{8d} \end{bmatrix}$$

Kdy T_d představuje požadovanou hodnotu celkového tahu, L_d požadovanou hodnotu momentu L , analogicky pro M_d a N_d , L_{1d} až L_{8d} představují požadovanou hodnotu vztlaku na lopatkách pro vektorizaci označenými čísly 1 až 8.

Z definice vstupního vektoru a stupně volnosti pohybu je systém identifikovatelný jako over-actuated, tedy systém, který má více akčních členů než je stupňů volnosti pohybu.

2.4.1 Alokace řízení

Vzhledem k charakteristice analyzovaného systému (over-actuated) a plánované implementaci PID kontroléru, bylo třeba využití teorie alokace řízení, která se zabývá



přiřazením pseudo-řídících signálů ke skutečným řídicím signálům. Jednou z metod, kterou se tento problém může vyřešit je metoda lineárního sdružování¹⁴.

Definují-li se pseudo-řídící signály a skutečné řídicí signály jako:

$$\delta_{pseudo} = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \\ pitch_d \\ roll_d \\ yaw_d \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\delta = \mathbf{u} = \begin{bmatrix} T_d \\ L_d \\ M_d \\ N_d \\ L_{1d} \\ L_{2d} \\ L_{3d} \\ L_{4d} \\ L_{5d} \\ L_{6d} \\ L_{7d} \\ L_{8d} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Pak za využití teorie z kapitoly 1.3.1, lze přiřadit pseudo-řídící signály k těm skutečným dle jejich nejvhodnější aplikace pro řízení daného pohybu. Cílem práce je, jak již bylo zmíněno udržení vodorovné polohy prostředku, tedy L_d a M_d byli využiti jen ke stabilizaci polohy prostředku a nikoliv k vykonání jeho translačních pohybů. Vektorizace tahu byla využita pro řízení translačních pohybů, kdy lopatky označené sudými čísly byly využity pro řízení pohybu po ose $x|_B$, a lopatky označené sudými čísly pro řízení pohybu po ose $y|_B$. Přiřazení tedy lze rozepsat jako:

$$x_d = \frac{L_{2d} + L_{4d} + L_{6d} + L_{8d}}{4}$$

$$y_d = \frac{L_{1d} + L_{3d} + L_{5d} + L_{7d}}{4}$$

$$z_d = T_d \quad (2.25)$$

¹⁴ Anglicky „linear ganging“



$$pitch_d = L_d$$

$$roll_d = M_d$$

$$yaw_d = N_d$$

Poznámka: V této práci je prostředek řízen pomocí pomocných vstupů T_d , L_d , M_d a N_d . Je zřejmé, že pro aplikaci na reálný prostředek je zřejmé tyto pomocné vstupy převést na signály otáček jednotlivých motorů. To je možné pomocí teorie motor mixing, která využívá rozdílu točivých momentů motorů při různých otáčkách motorů.

Matice G pak může být definována jako:

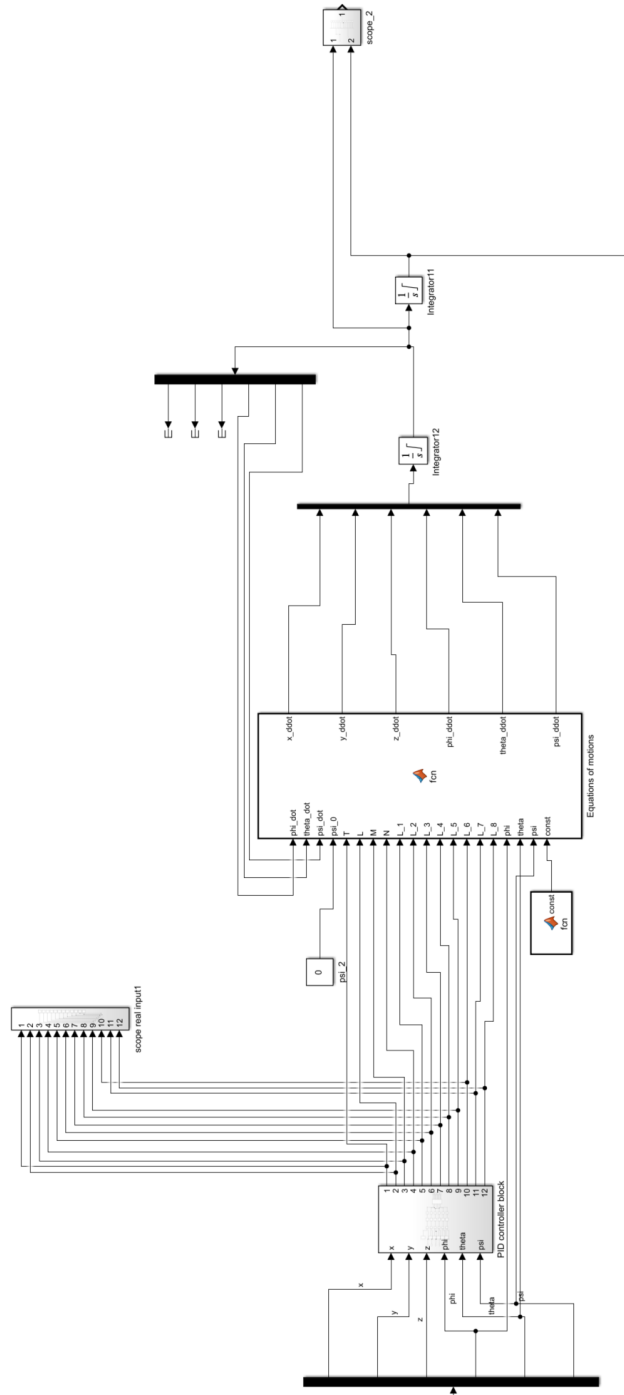
$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

2.4.2 PID kontrolér

PID kontrolér je určen především pro systémy SISO, tedy systémy s jedním vstupem a jedním výstupem, což lze také určit z rovnice 1.32. Uvažovaný systém je systémem MIMO. Z linearizovaných rovnic pohybu, lze ovšem určit že propojení mezi rovnicemi pohybu je slabé vůči návrhářskému bodu a se systémem lze zacházet jako se systémem několika SISO systémů.

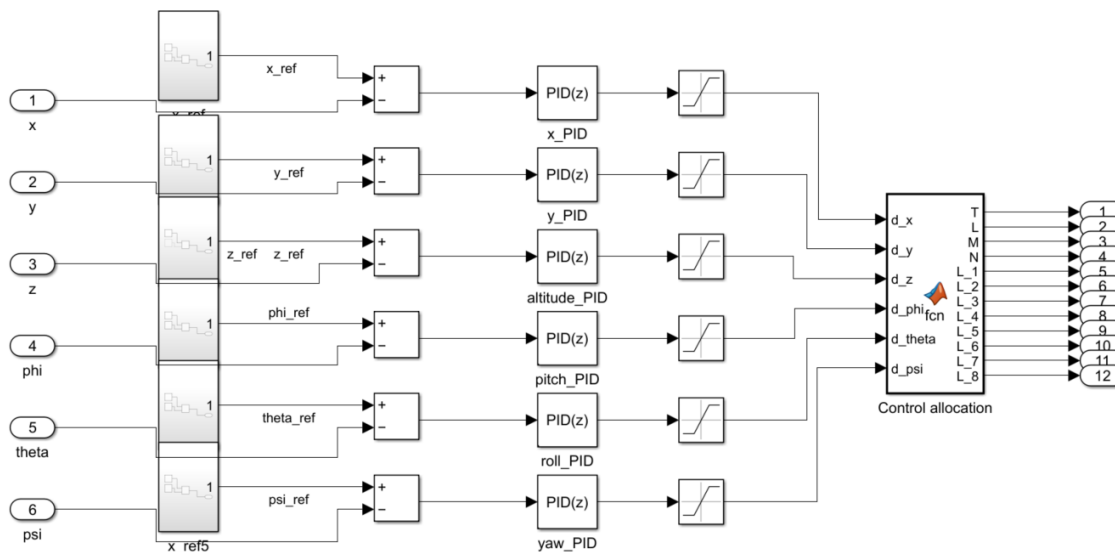
Implementace PID kontroléru do digitálního matematického modelu vyžadovala příslušné změny v modelu představeném v kapitole 2.3. PID kontrolér lze implementovat do modelu v Simulinku jako samostatný blok, jehož vstupní veličinou je hodnota chyby a výstupní veličinou je signál řízení určitého stavu. Pro generování chyby musely být do modelu v Simulinku implementovány referenční hodnoty, které byly nastaveny dle testovacích případů podrobně popsanych v kapitole 2.6.

Pro řízení 6 svobod pohybu muselo být do modelu zavedeno 6 PID kontrolérů a digitální model systému s integrovanými PID kontroléry je pak znázorněn na obrázku 13.



Obrázek 13 Digitální matematický model s implementovanými kontroléry PID

Kde subsystém „PID controller block“ je znázorněn na obrázku 14.



Obrázek 14 Subsystém "PID controller block" digitálního matematického modelu kvadrokoptéry

Na obrázku 14 jsou vstupy do subsystému aktuální hodnoty stavů a výstupy jsou pak hodnoty 12 reálných řídicích signálů vektoru u . Blok „control allocation“ přiřazuje pseudo řídicí signály reálným řídicím signálům pomocí matice G , představené v kapitole 2.4.1.

2.5 Metody ladění PID kontroléru

Kontroléry PID pak bylo třeba správně naladit, tedy určit koeficienty k_p , k_d a k_i z rovnice 1.32, aby systém dosahoval požadované odezvy. Byly použity tři metody ladění, jejichž teoretické základy byli vymezené v kapitolách 1.4.1 až 1.4.3. Koeficienty z nich dosažené jsou shrnuty v tabulce 7.

Tabulka 7 Shrnutí koeficientů PID z aplikovaných metod ladění

Kanál	Koeficient	Metoda Ladění		
		PID Tuner	PSO	Monte Carlo



X	k_p	2.30770357674104	34.4210986104754	33.758712511167566
	k_i	0.266363685302744	19.7025723263497	24.834375368358877
	k_d	3.55819441645038	32.6361514978093	24.834375368358877
Y	k_p	3.47419721765729	50	40.36046655386629
	k_i	0.552270629759673	40.8696936140664	48.74211769422678
	k_d	5.29428757251338	14.8296554972234	15.645021469795235
Výška (altitude)	k_p	-3.43207417537362	-46.3234270274391	-44.31925917960493
	k_i	-0.537850670548081	-22.7889763987606	-30.328525266736833
	k_d	-5.29412179610067	-16.7825089481659	-20.47257771966582
Pitch	k_p	1.66603368424447	45.2394039957294	46.517936466312065
	k_i	0.947940071415307	21.9875293162084	34.26182977238059
	k_d	0.687524052831974	-8.06161282546558	1.0064777442368076
Roll	k_p	0.858847244100184	38.9574305947868	33.79077908779787
	k_i	0.14095000565785	18.5597474483382	26.343677165030865



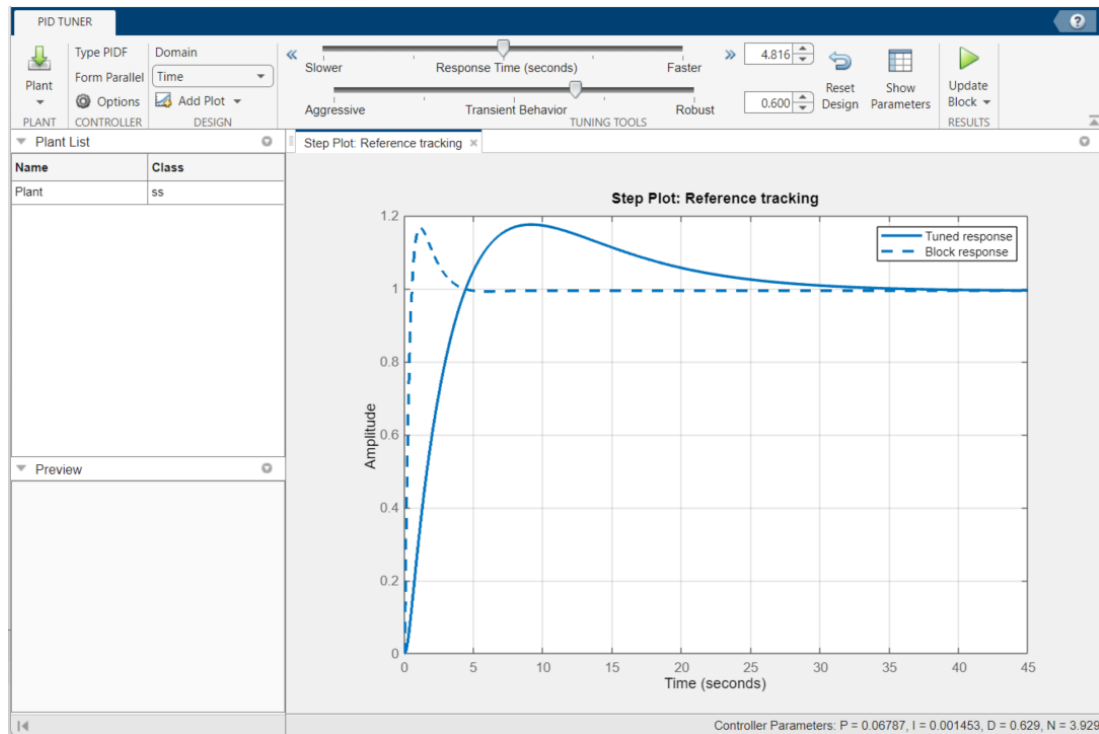
	k_d	1.15323197782567	- 0.996609659490506	3.963080448861681
Yaw	k_p	0.276694473877287	9.16302384573251	10.248866311128104
	k_i	0.0484135789952757	18.5549777812659	19.893335002693597
	k_d	0.318317946879167	50	46.5588414812988

2.5.1 Aplikace PID Tuner

Aplikace PID nevyžaduje mnoho uživatelských vstupů, je volena pouze agrese a robustnost vyžadované odpovědi. Během aplikace byla upřednostněna robustnost kontroléru, tak aby odpověď systému nevykazovala přílišné překročení ¹⁵.

Uživatelské prostředí aplikace je zobrazeno na obrázku 15.

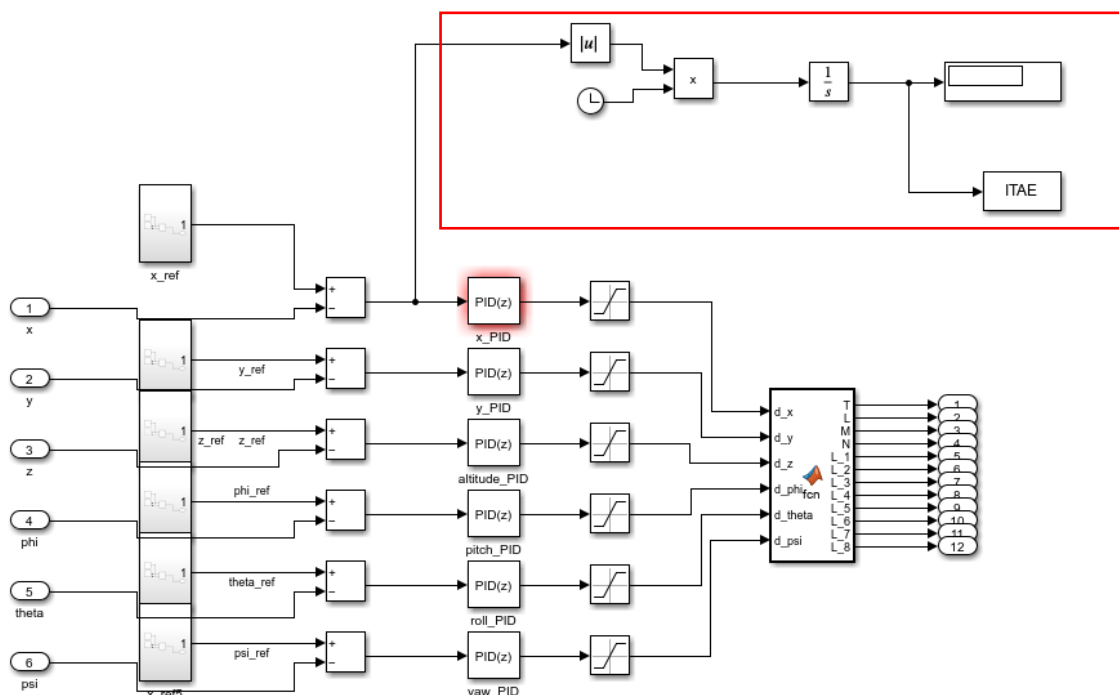
¹⁵ Anglicky „over-shoot“



Obrázek 15 Uživatelské prostředí aplikace PID Tuner

2.5.2 PSO – Optimalizace hejnem částic

Jedinou modifikací digitálního modelu, kterou bylo potřeba vykonat pro aplikaci PSO algoritmu bylo vytvoření funkce ITAE. Tato funkce je v rámci blokového schéma znázorněna na obrázku 16.



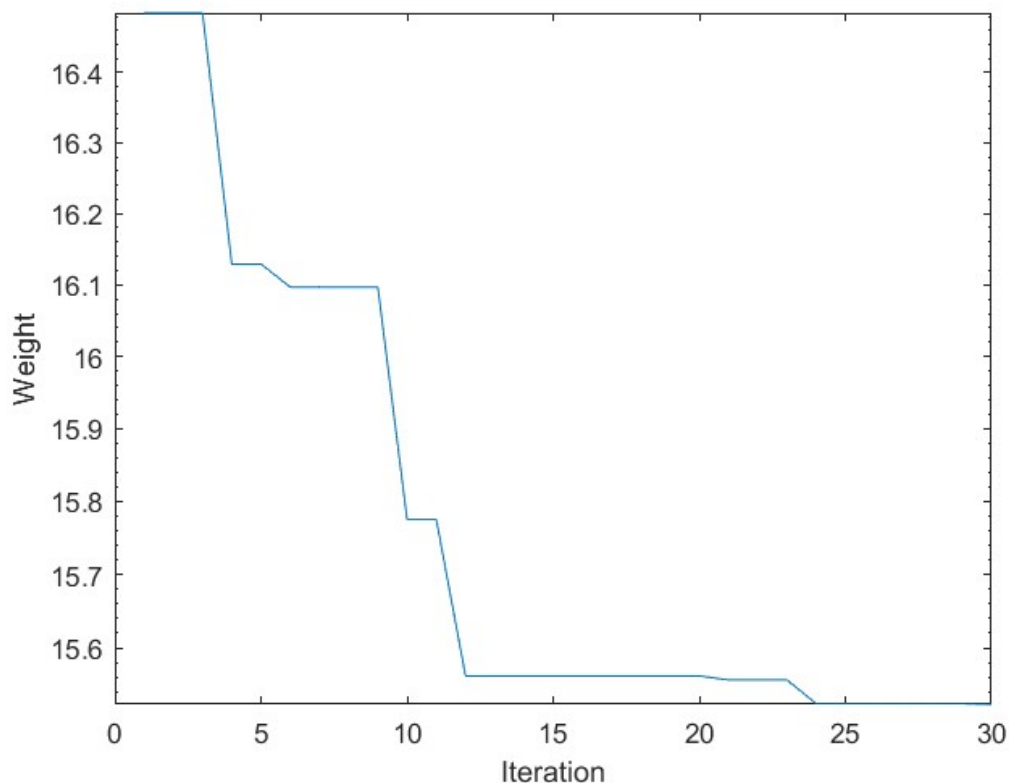
Obrázek 16 Kritérium ITAE v rámci blokového schéma v digitálním modelu

Vzhledem k využití fixní délky kroku simulace 0,05 sekundy je dt z rovnice 1.33 rovno právě 0,05 sekundy a kritérium ITAE tedy lze přesněji vyjádřit jako sumu [41]:

$$ITAE = \sum_0^n e_i t_i \quad (1.34)$$

Kde n je podmíněno fixní délkou kroku simulace a celkovou dobu simulace.

Výkon PSO algoritmu je ovlivněn několika parametry, jedním z hlavních je maximální počet iterací algoritmu. Tato horní hranice byla stanovena na 30 iterací. Vzhledem k omezeným výpočetním kapacitám, byl do kódu algoritmu PSO implementována pojistka, která zastaví simulaci, když se algoritmus nepřiblíží řešení po třech po sobě jdoucích iteracích. Interaktivně, lze vývoj algoritmu sledovat v grafu, aktualizujícím se s průběhem algoritmu. Tento graf je zobrazen na obrázku 17.



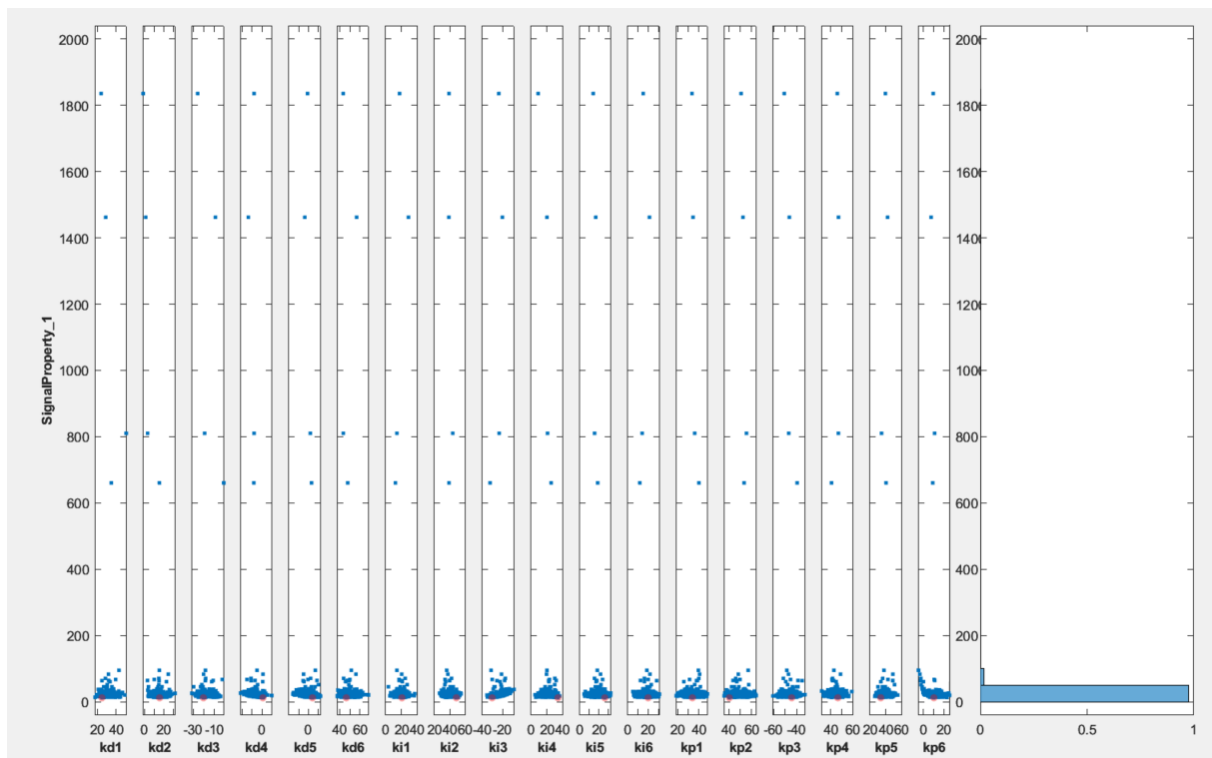
Obrázek 17 Průběh optimalizačního algoritmu PSO

Poznámka: Na obrázku 17 představuje osa y (váha) kritérium ITAE v tisících.

2.5.3 Metoda Monte Carlo

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.4.3, metoda Monte Carlo používá náhodnost k řešení problémů. V případě ladění PID kontrolérů se jednalo o aplikaci pseudo-náhodných hodnot na simulaci digitálního modelu a její následné vyhodnocení dle kritéria ITAE.

Aplikace Sensitivity Analyzer poskytla vhodné prostředí jednak pro generaci pseudo-náhodných výběrů, tak pro studium jejich účinnosti. Vzhledem k omezeným výpočetním kapacitám, bylo aplikováno jen 2000 výběrů koeficientů PID na simulaci digitálního modelu s rovnoměrným rozložením $U(-50,50)$. Vzhledem k nedosažení požadovaných charakteristik odpovědi systému při aplikaci nejvhodnějšího výběru byl proveden proces Monte Carlo znovu, opět s 2000 vzorky s normálním rozdělením se střední hodnotou μ koeficientů založených na nejvhodnějším výběru předešlé sady testování a rozptylem σ^2 rovným 10% μ . V porovnání s metodou PSO, nepřinesla ani tato sada uspokojivé charakteristiky odpovědi systému.



Obrázek 19 Korelační diagram z průběhu testování poslední sady vzorků metodou Monte Carlo

2.6 Testovací případy

Cílem práce bylo navrhnout lineární řídicí jednotku, tak aby byl stabilizován pohyb prostředku po jednotlivých osách. Pro verifikaci navrženého kontroléru v předchozích kapitolách je tedy třeba vytvořit testovací případy. Vzhledem k počtu os, jsou testovací případy 3, každý pro pohyb prostředku po jedné z os.

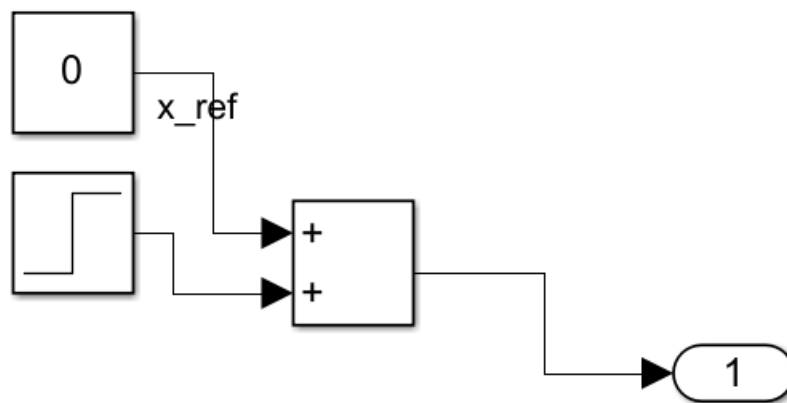
Tyto případy byli vytvořeny pomocí referenčního signálu. Nastavením referenčního signálu se udávají požadované hodnoty stavů prostředku.

Celková simulace byla nastavena na 120 sekund s iteračním krokem 0,05 sekundy. Prvních 20 sekund simulace bylo vyhrazeno pro stabilizování prostředku z jeho počátečních podmínek, které byli určeny následovně:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \\ \dot{\phi}_0 \\ \dot{\psi}_0 \\ \theta_0 \\ \psi_0 \\ x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \phi_0 \\ \theta_0 \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Na začátku simulace se tedy prostředek nachází ve vodorovné poloze a ve výšce 2 metrů.

Hodnoty referenčních signálů zůstávají v prvních 20 sekundách simulace stejné jako hodnoty počátečních podmínek. Pohyby po jednotlivých osách byly testovány na vzdálenost 1 metru. Pro modelaci změny relevantního referenčního signálu je využito bloku skoku. A blokové schéma referenčního signálu, které bylo vloženo do již vyvinutého celkového digitálního modelu, je znázorněno na obrázku 20.



Obrázek 20 Blokové schéma referenčního signálu

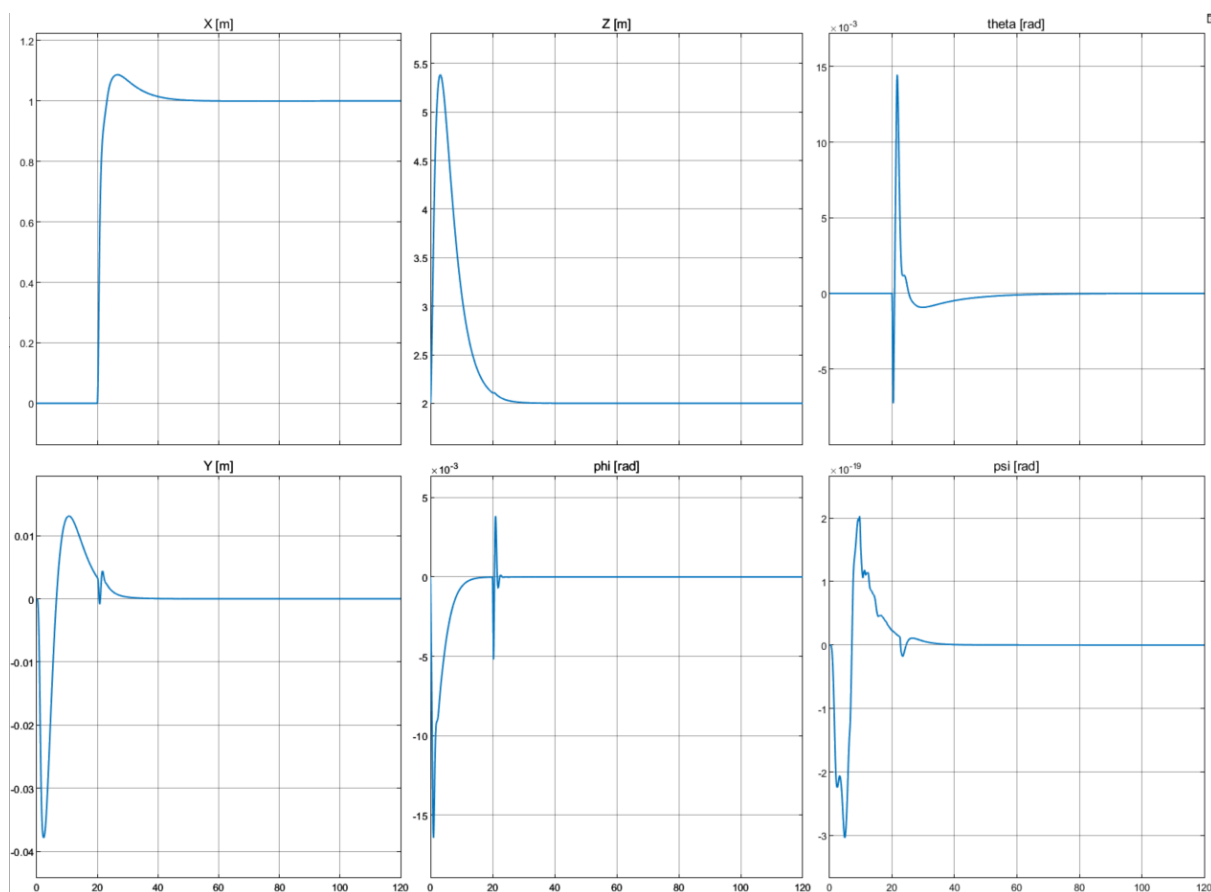
3. Prezentace výsledků

Jsou prezentovány 3 sady výsledků ve formě časových historií stavů prostředku. Každá sada výsledků představuje nejlepší dosažené výsledky z jednotlivých metod ladění PID kontrolérů.

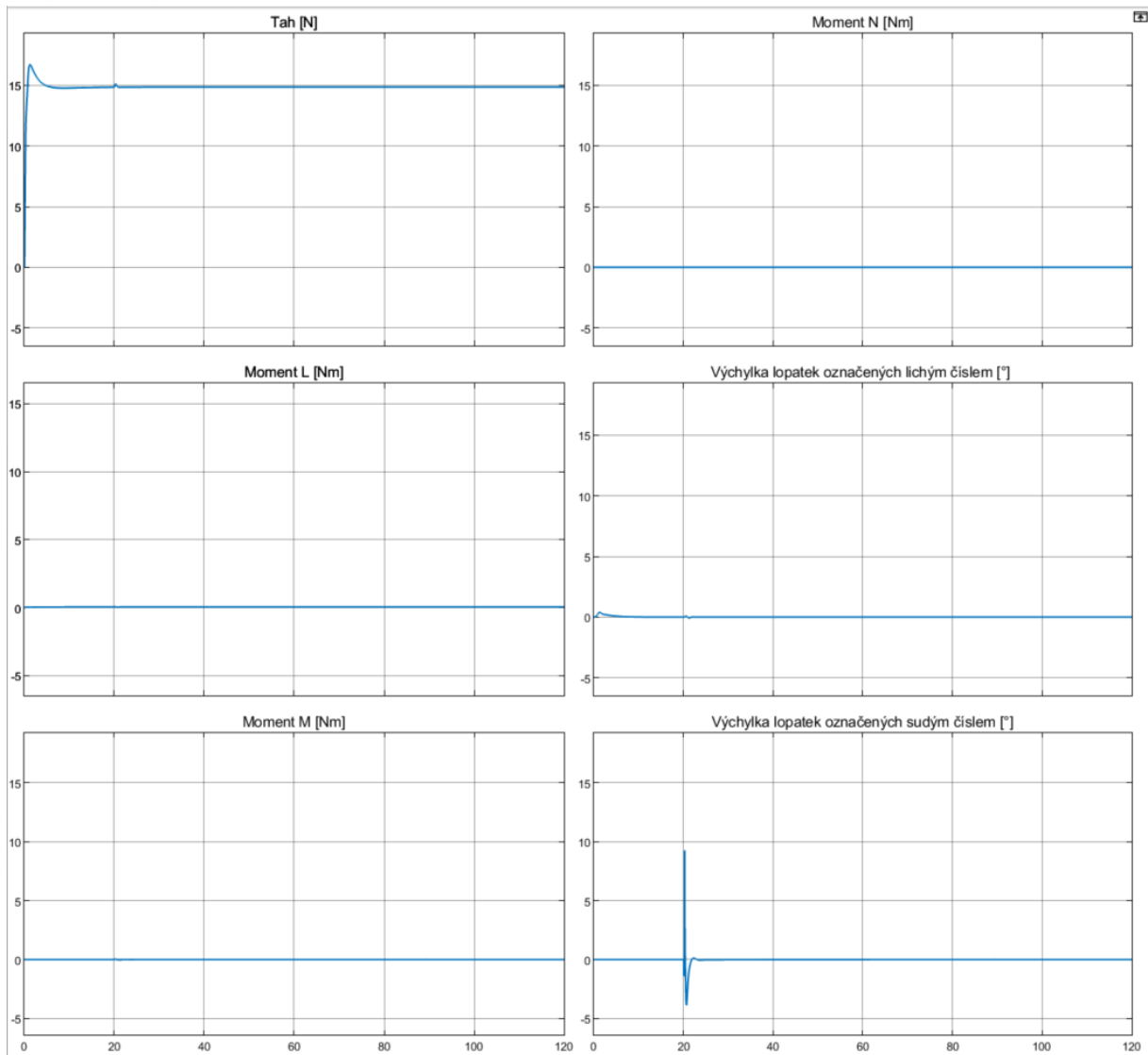
Pro snazší vizualizaci byly řídicí signály vztlaku na lopatkách pro vektorování tahu přepočteny na jejich výchylku. Lopatky označené sudými čísly kvůli aplikované metodě alokace řízení chovají stejně a proto byla použita jen jedna časová historie, která zobrazuje chování všech takto označených lopatek. Totéž platí pro lopatky označené čísly lichými.

3.1 Výsledky – PID Tuner

3.1.1 Testování pohybu po ose $x|_I$

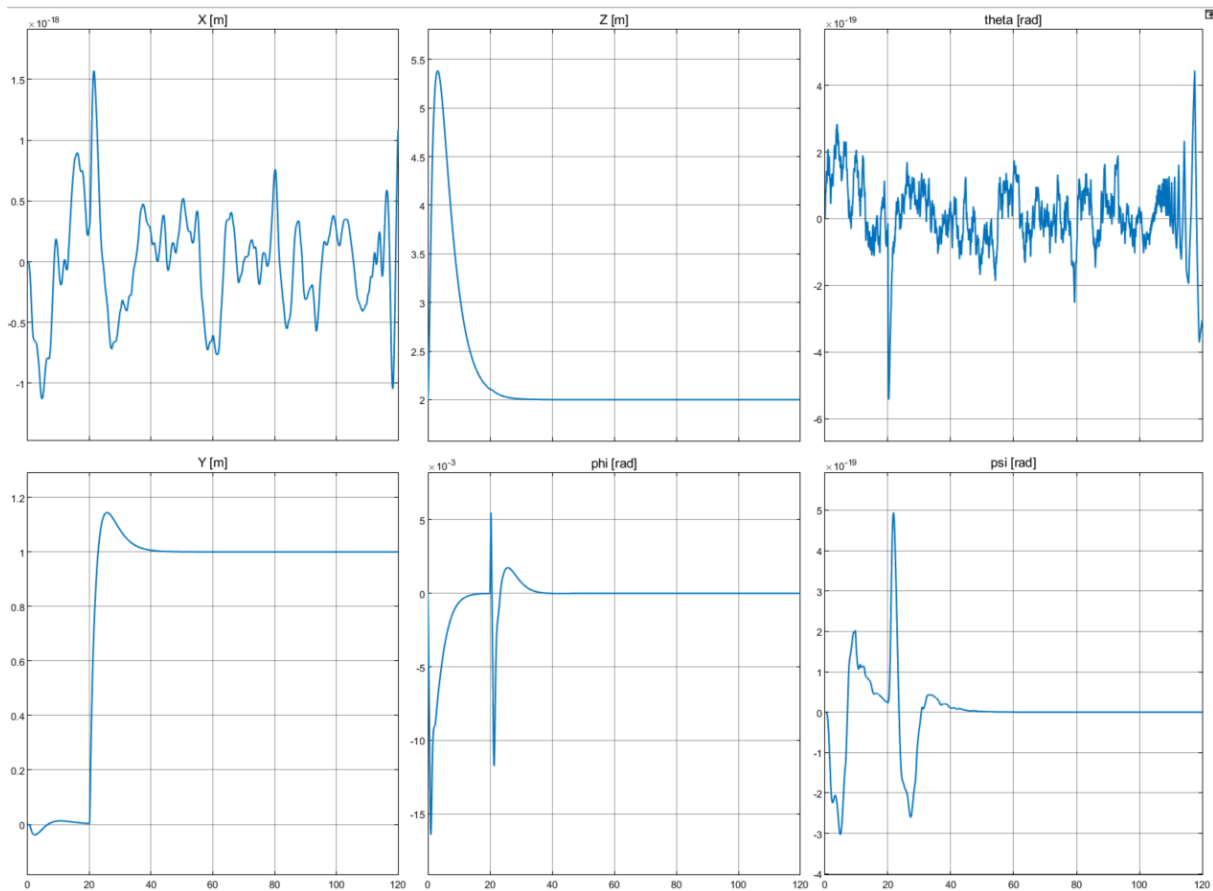


Obrázek 21 Časové historie stavů kvadroptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose $x|_I$

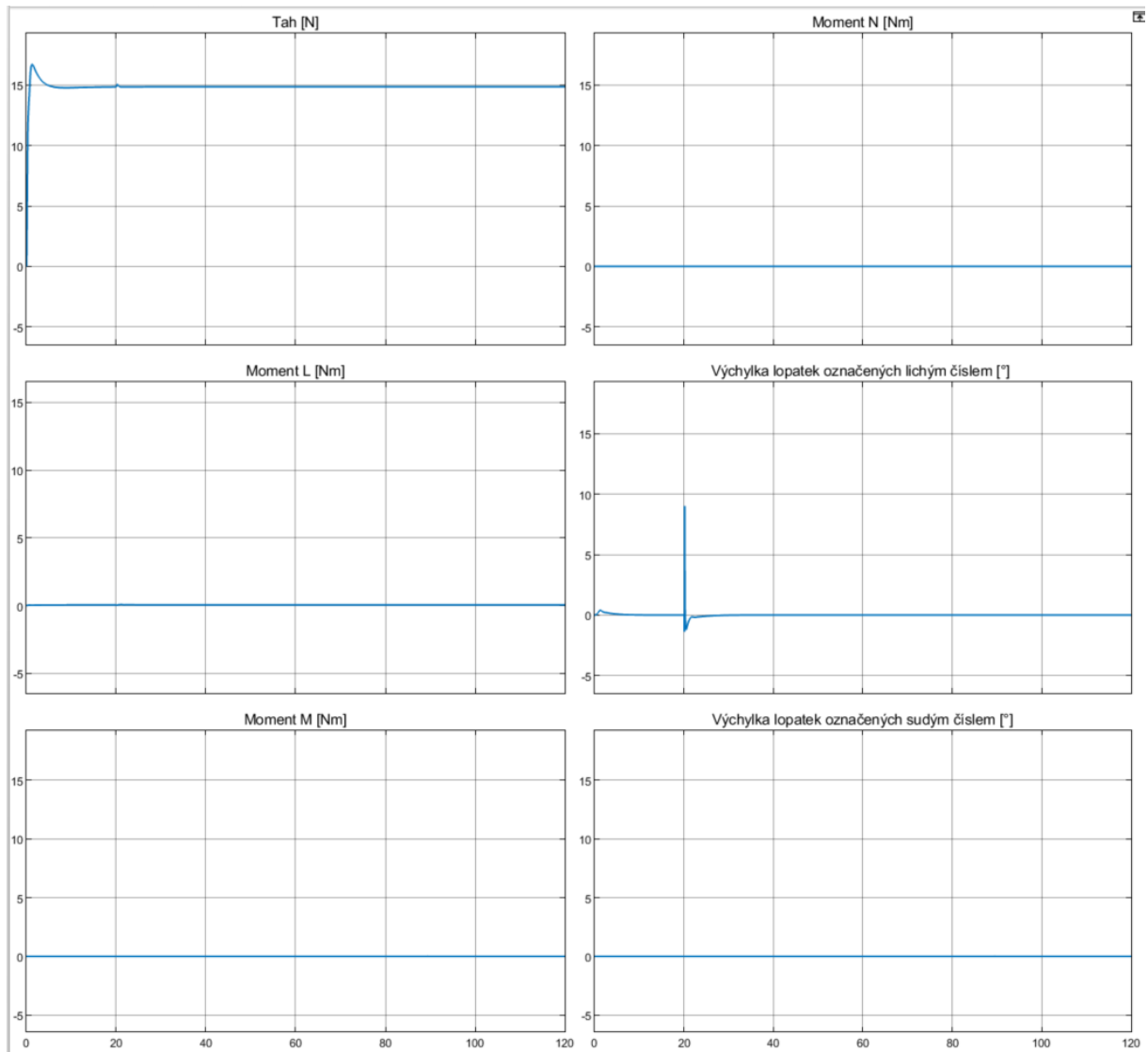


Obrázek 22 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose x_I

3.1.2 Testování pohybu po ose y_I

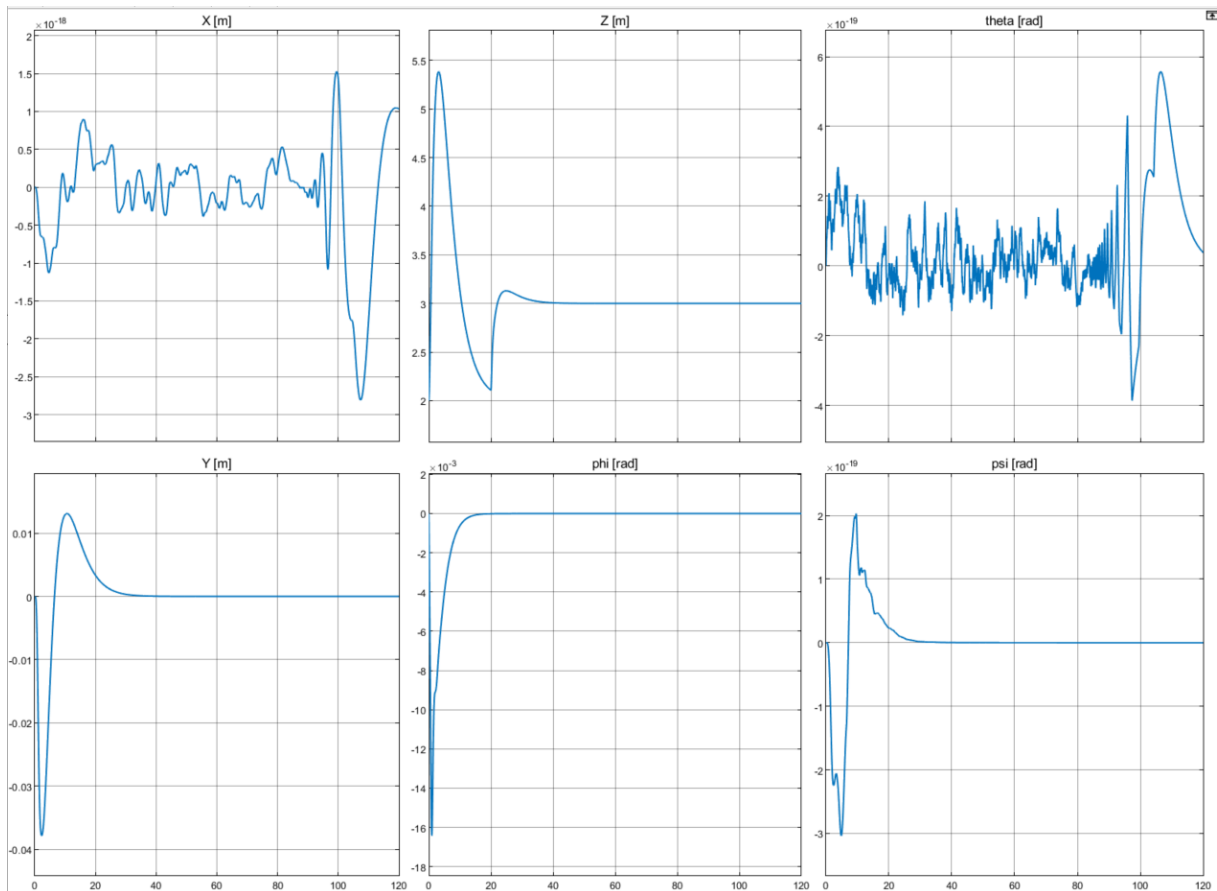


Obrázek 23 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose y_I

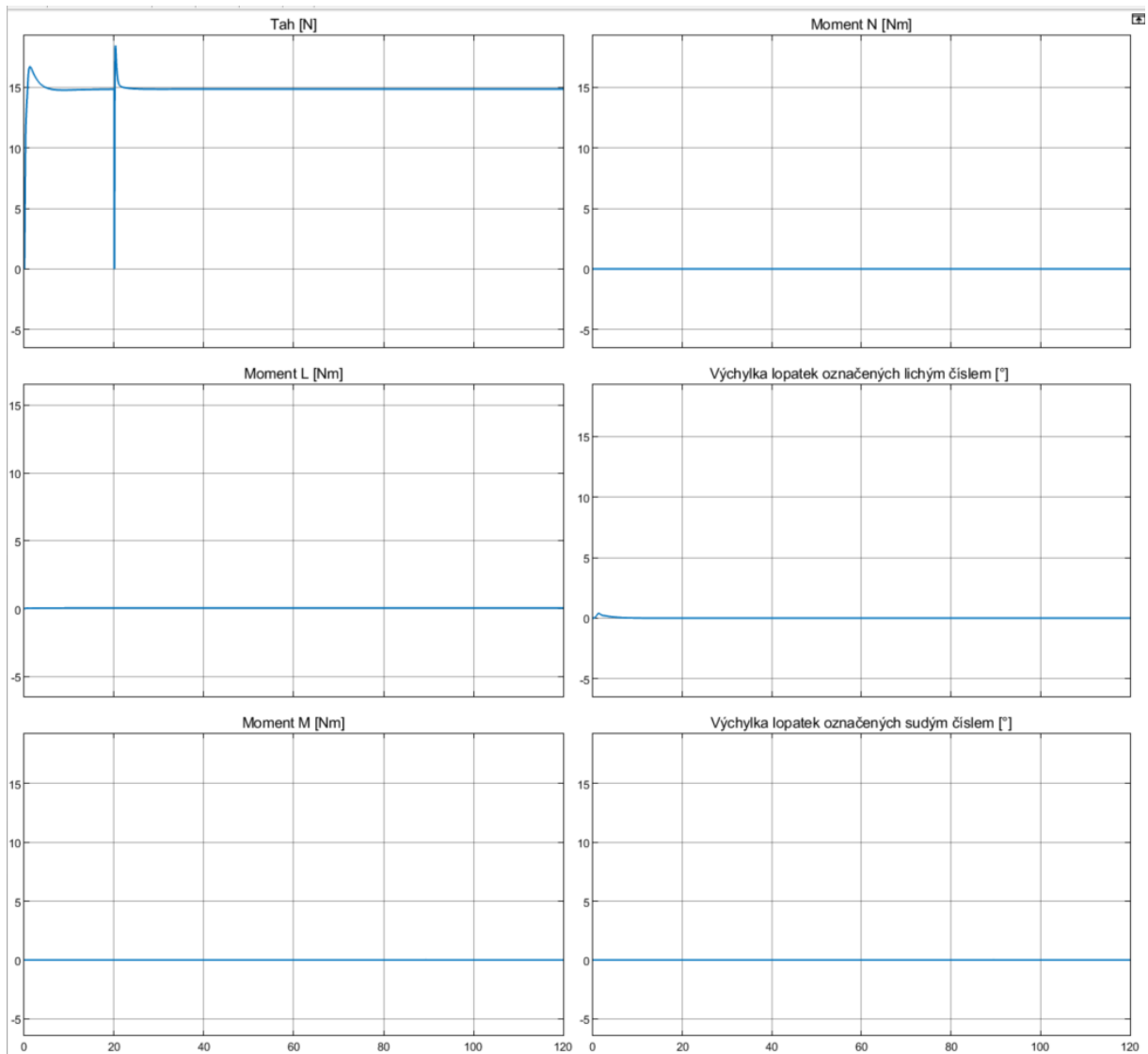


Obrázek 24 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose $y|_I$

3.1.3 Testování pohybu po ose z_I



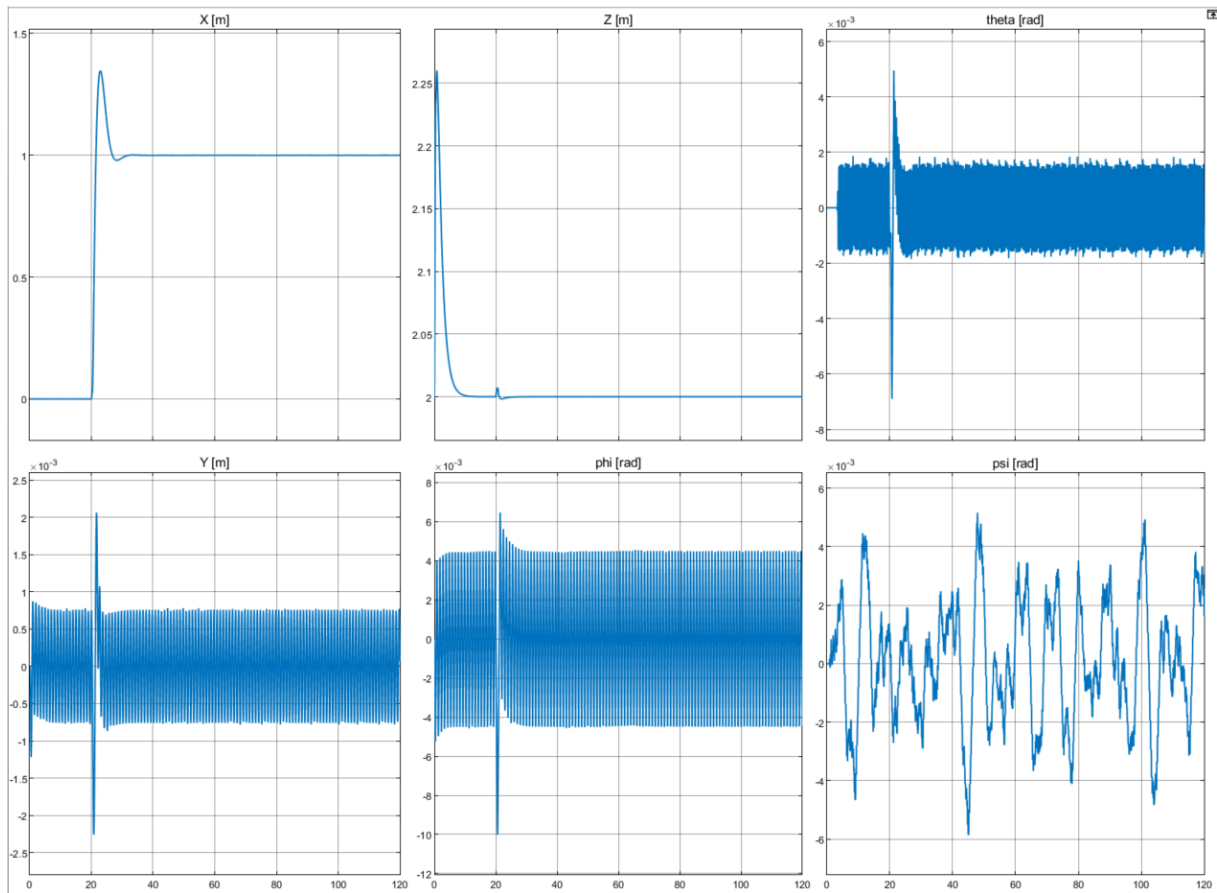
Obrázek 25 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose z_I



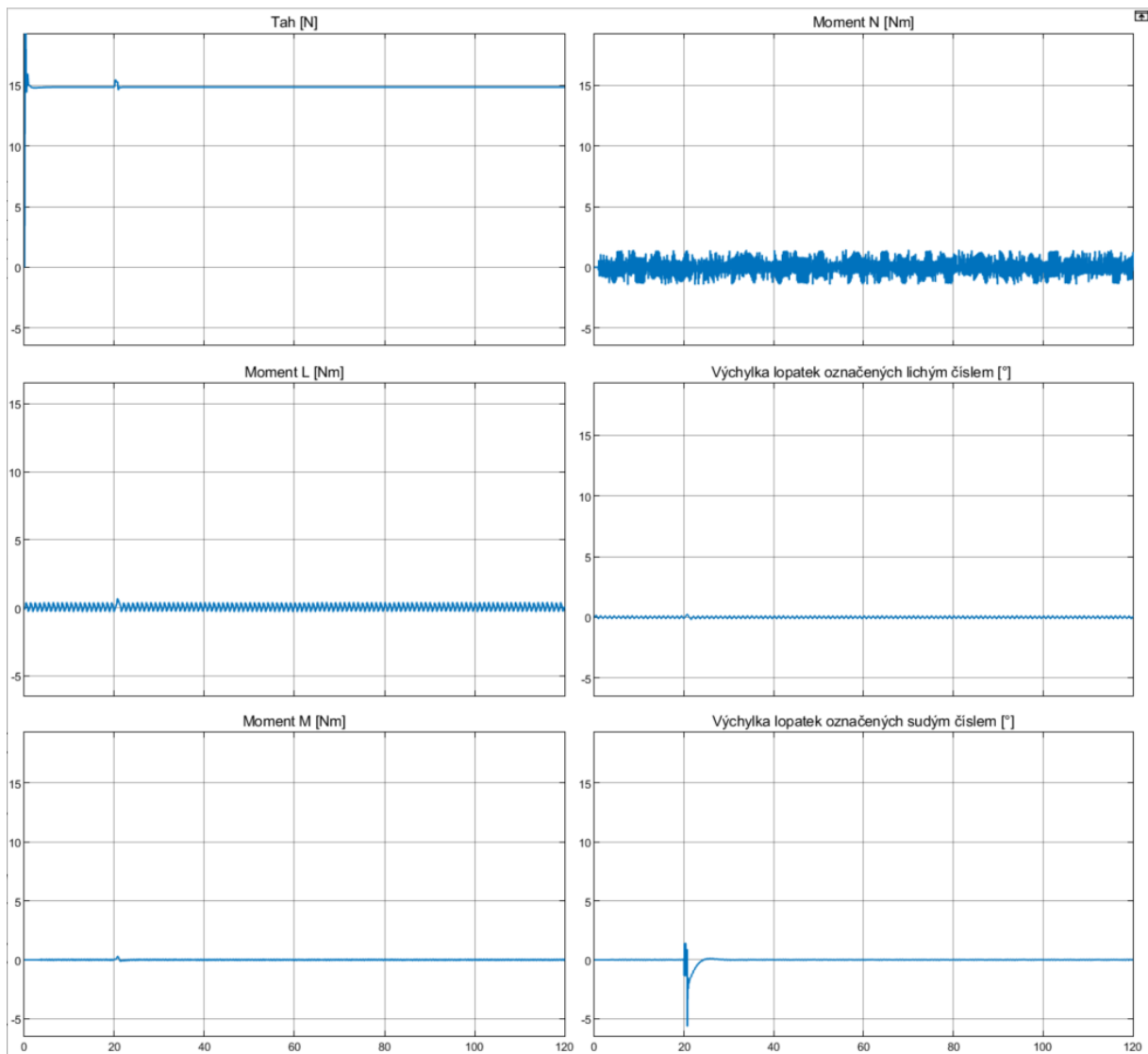
Obrázek 26 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z aplikace PID Tuner, pohyb po ose z_I

3.2 Výsledky – PSO

3.2.1 Testování pohybu po ose x_I

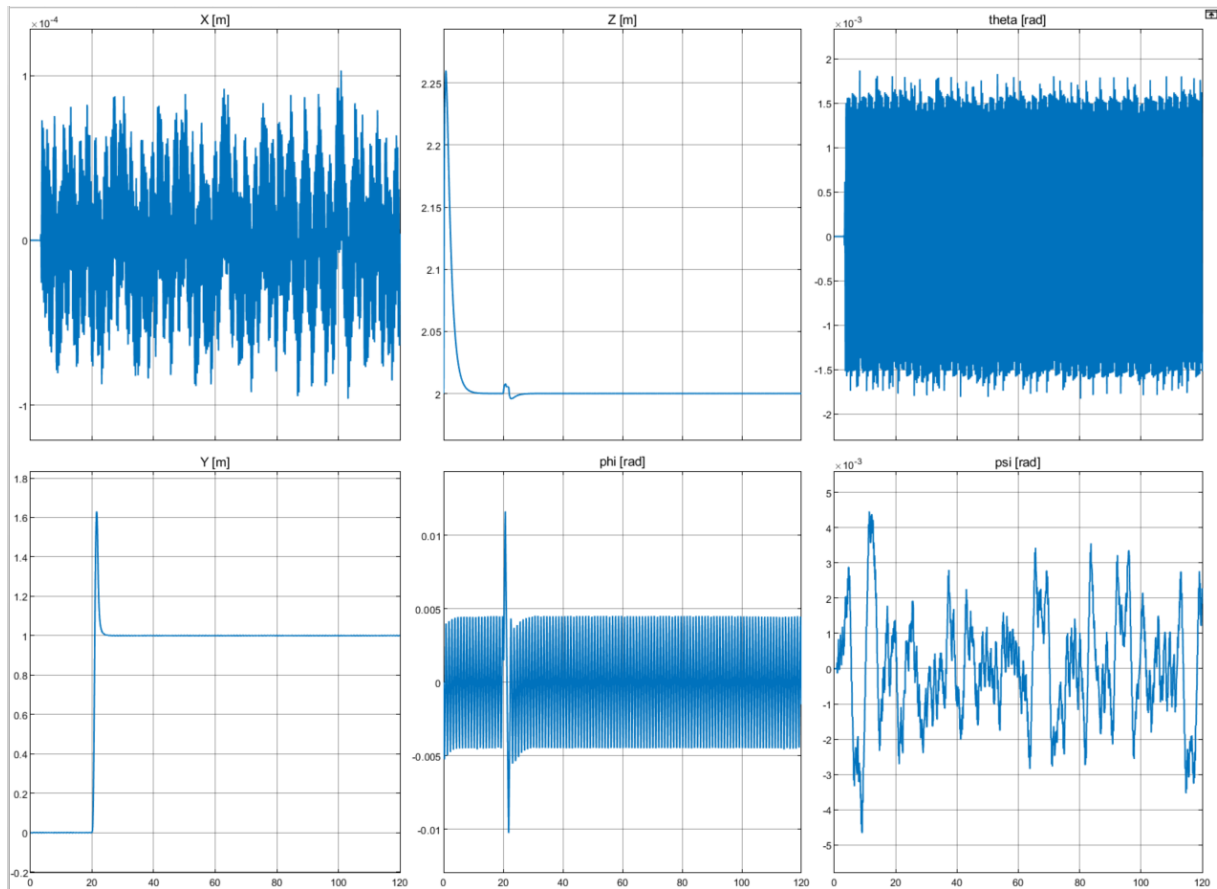


Obrázek 27 Časové historie stavů kvadroptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose x_I

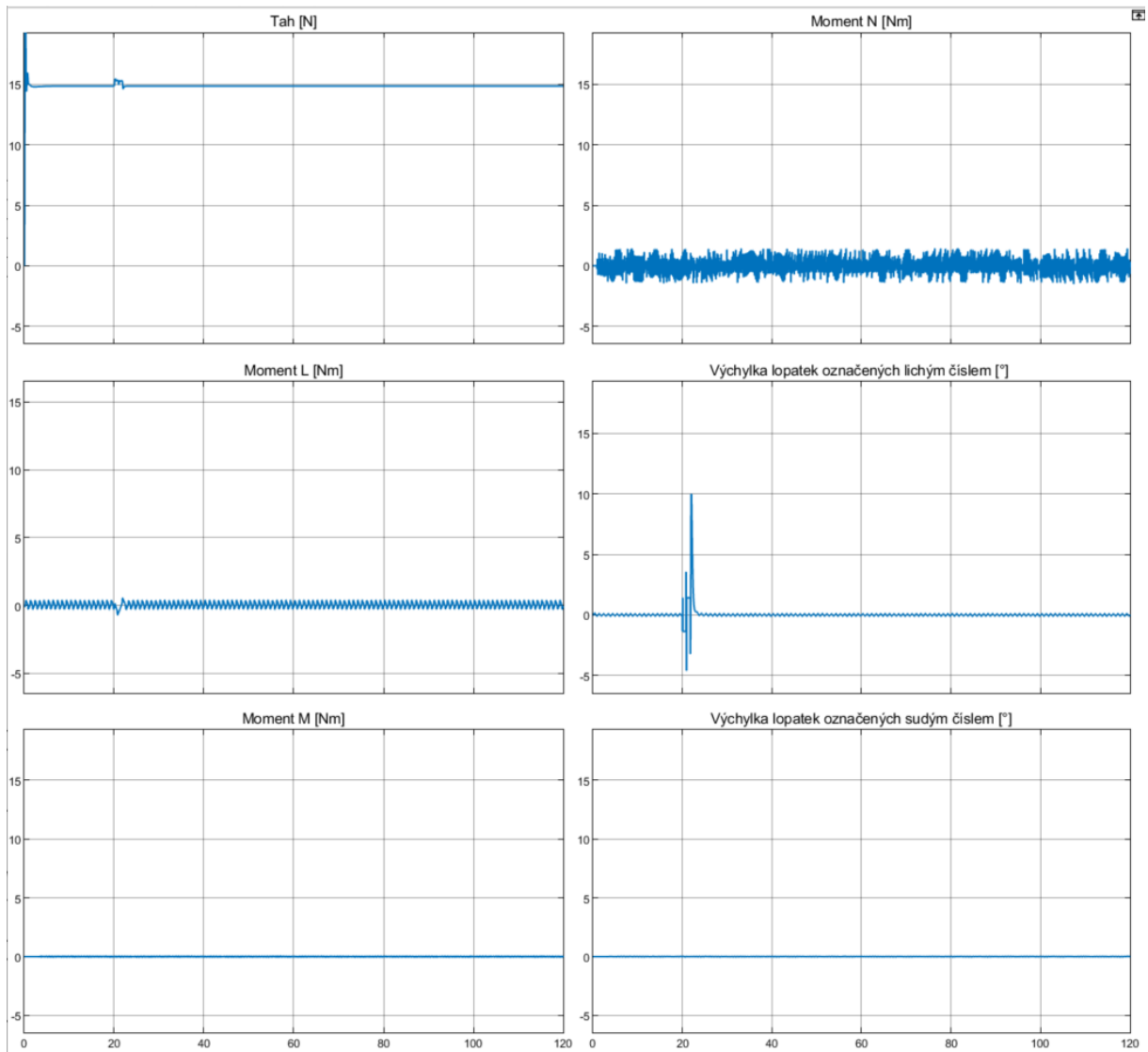


Obrázek 28 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose x_I

3.2.2 Testování pohybu po ose y_I

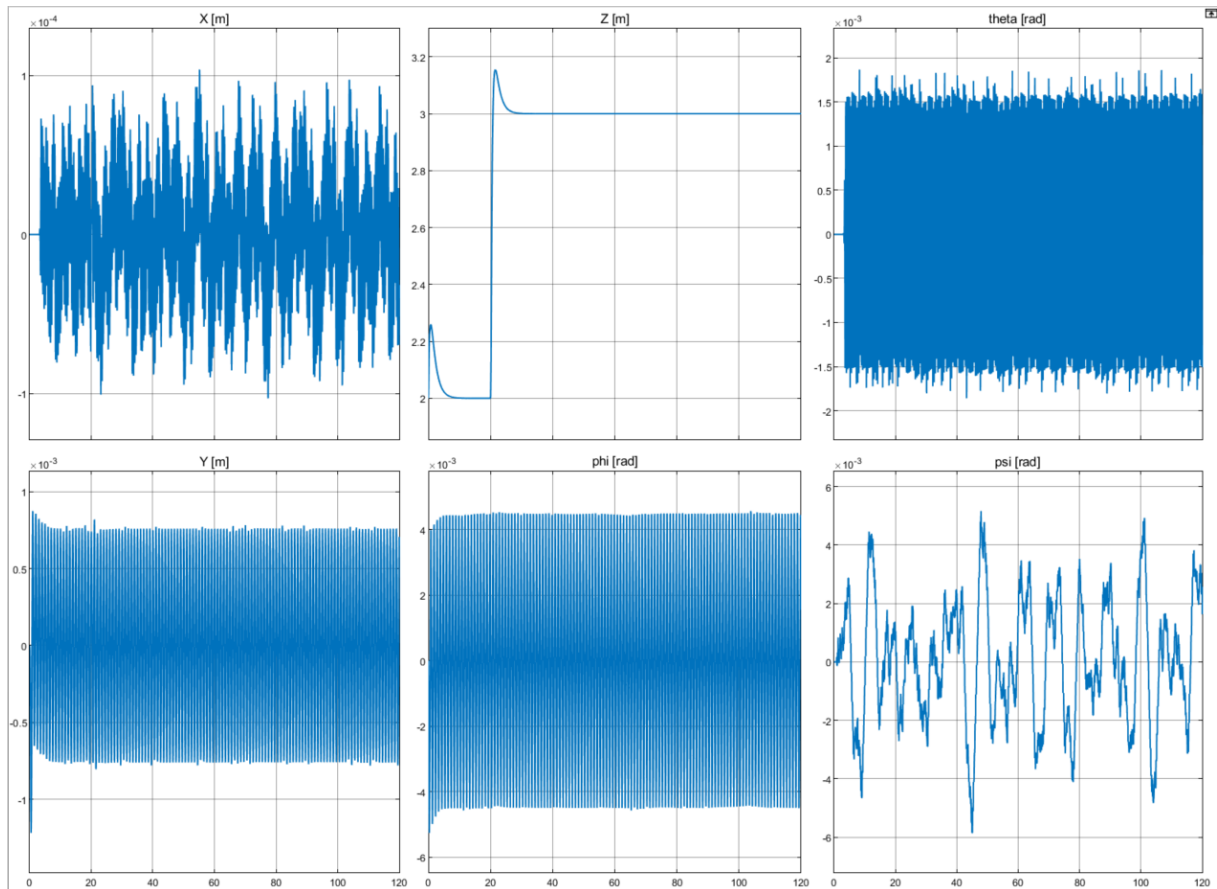


Obrázek 29 Časové historie stavů kvadroptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose y_I

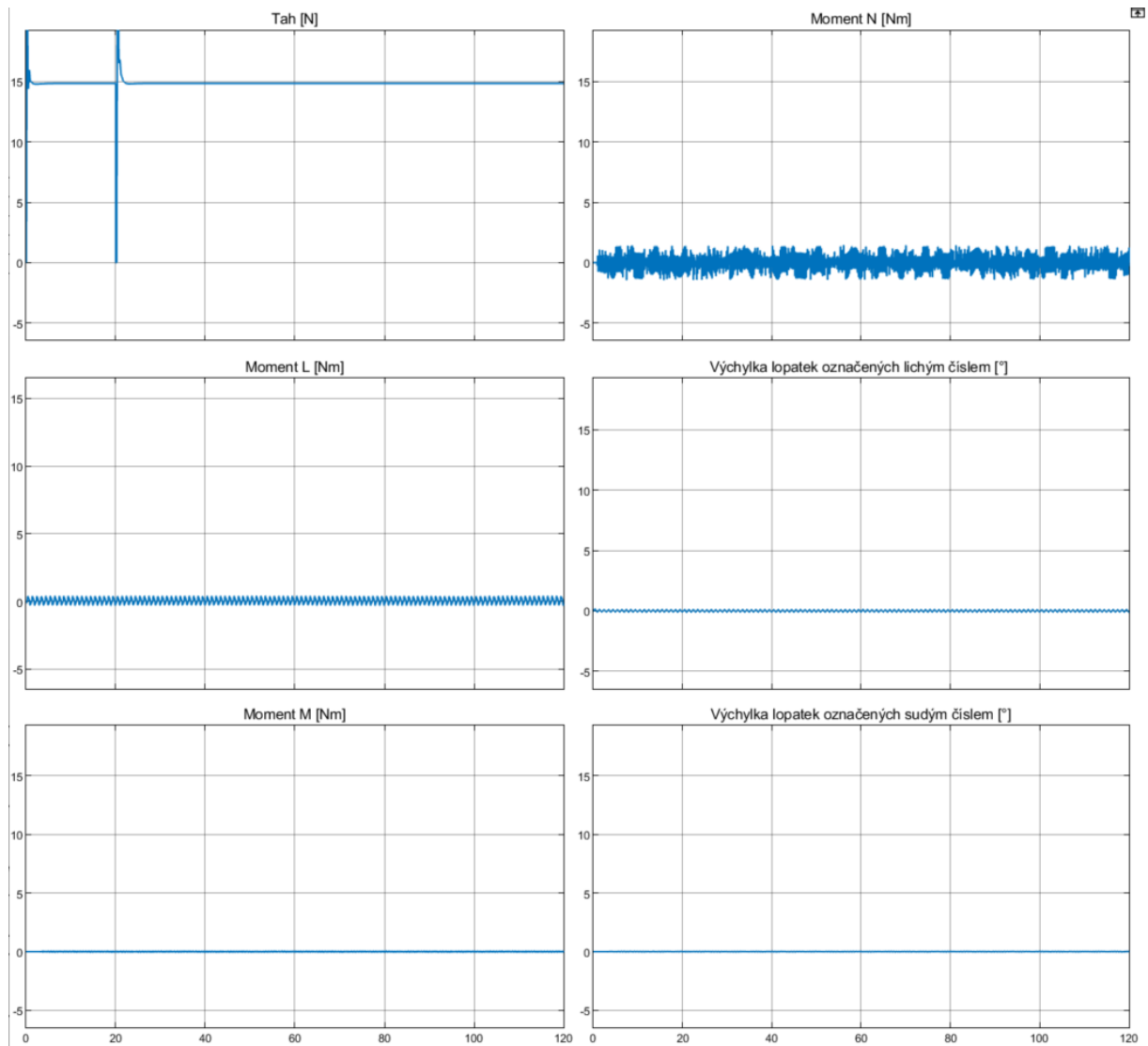


Obrázek 30 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose $y|_I$

3.2.3 Testování pohybu po ose $z|_I$



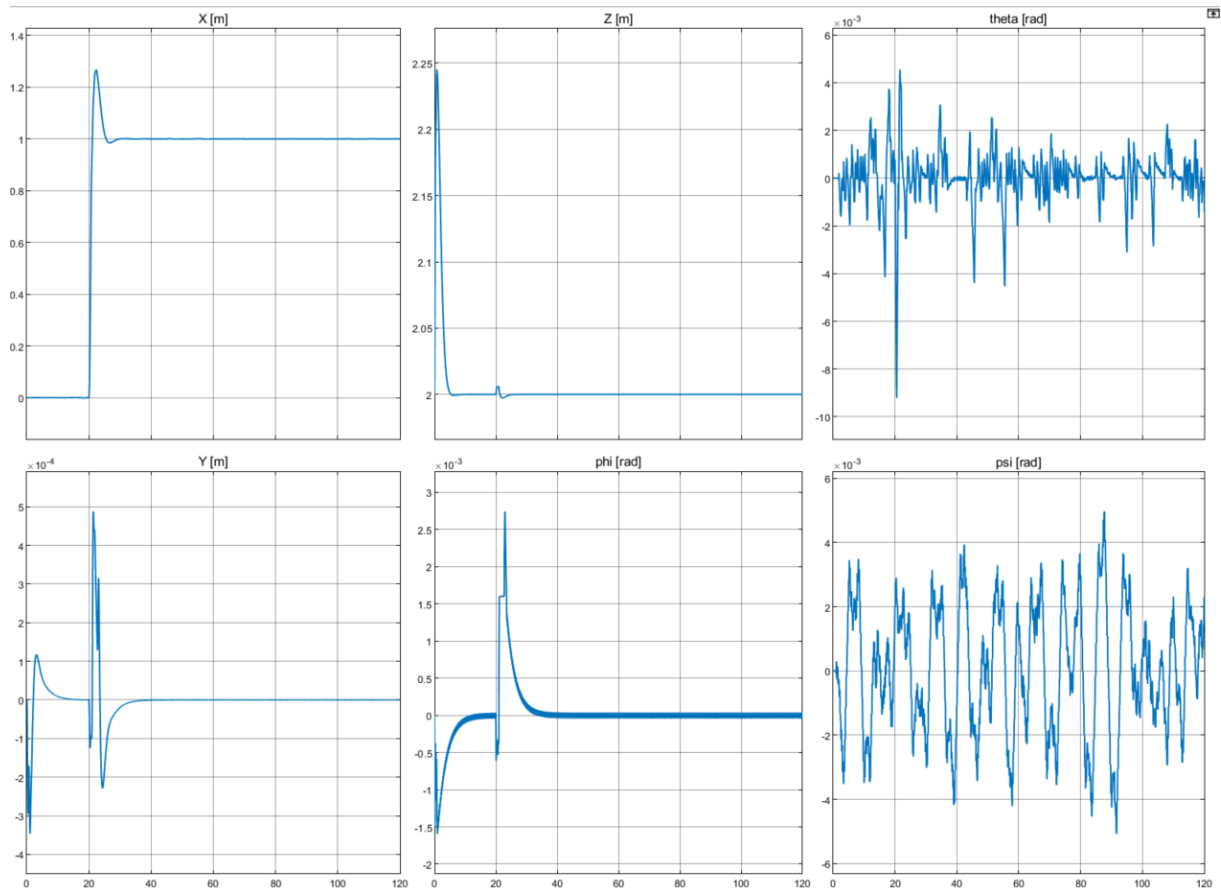
Obrázek 31 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose $z|_I$



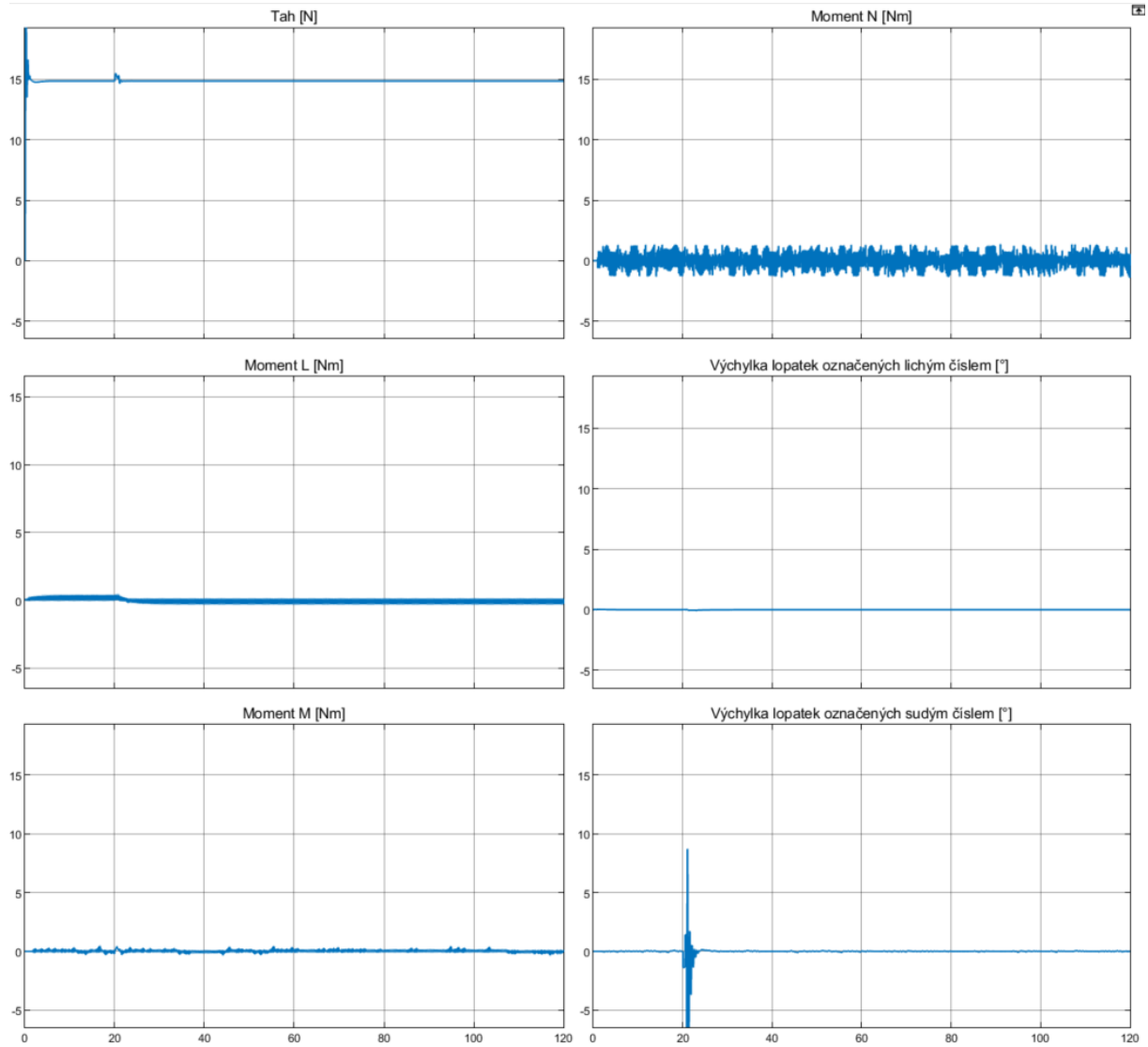
Obrázek 32 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody PSO, pohyb po ose $z|_I$

3.3 Výsledky – Monte Carlo

3.3.1 Testování pohybu po ose x_I

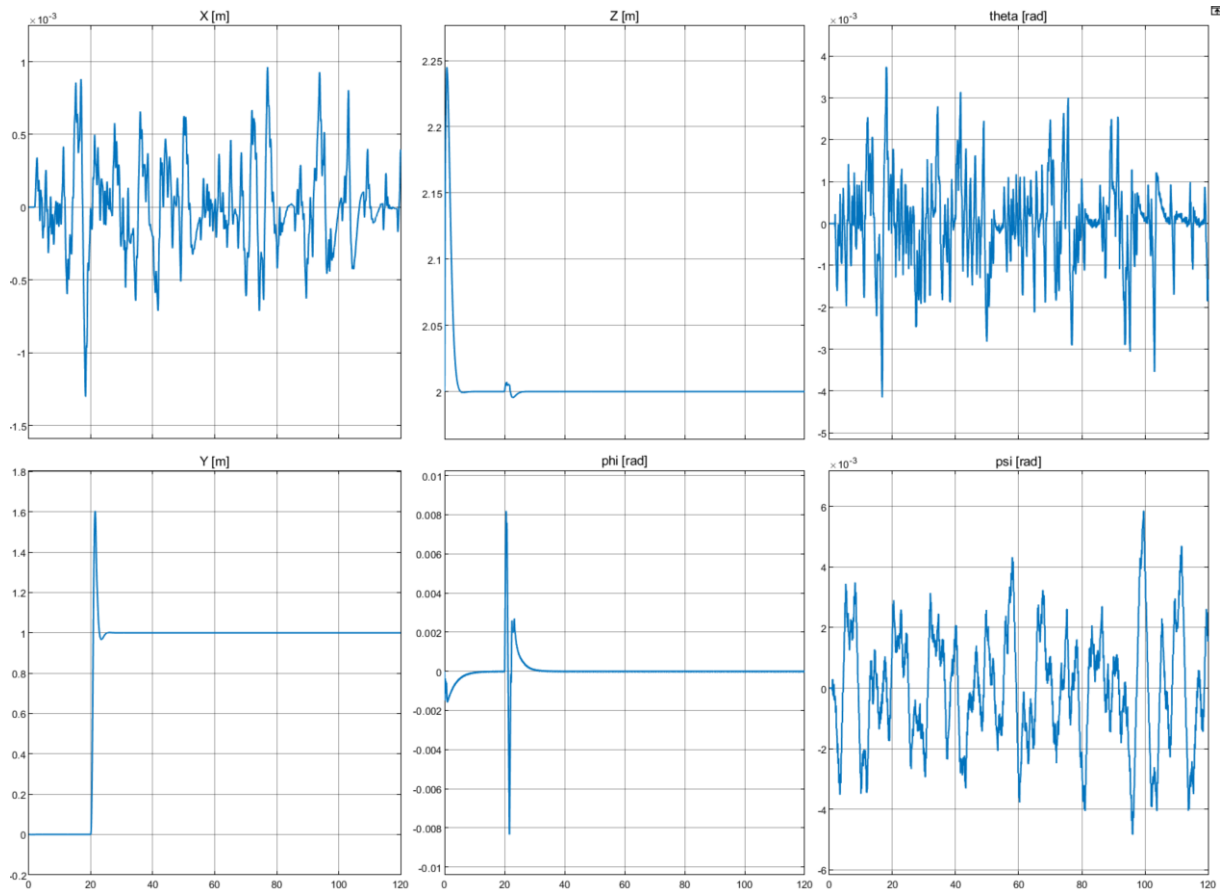


Obrázek 33 Časové historie stavů kvadroptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose x_I

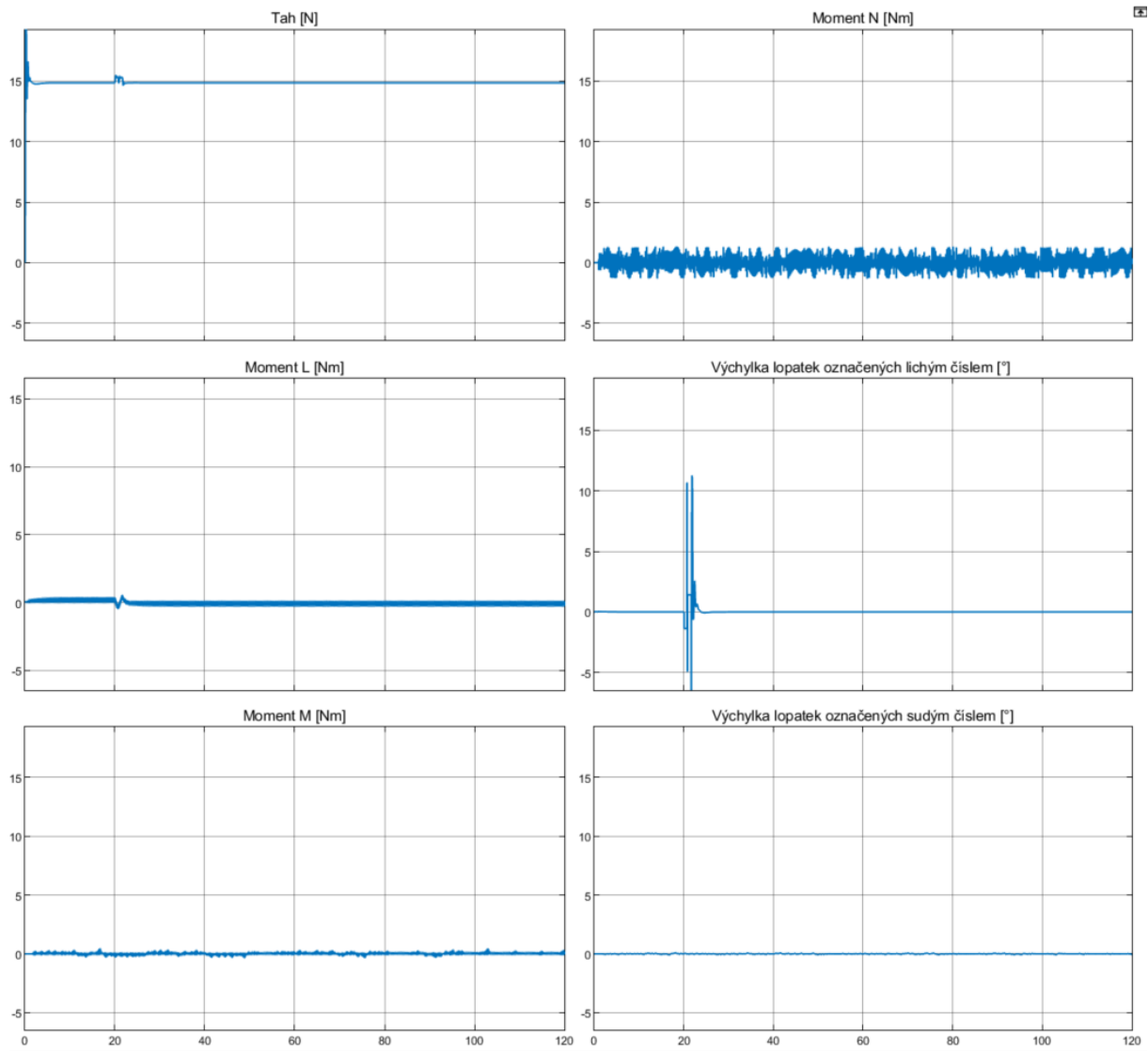


Obrázek 34 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose x_I

3.3.2 Testování pohybu po ose $y|_I$

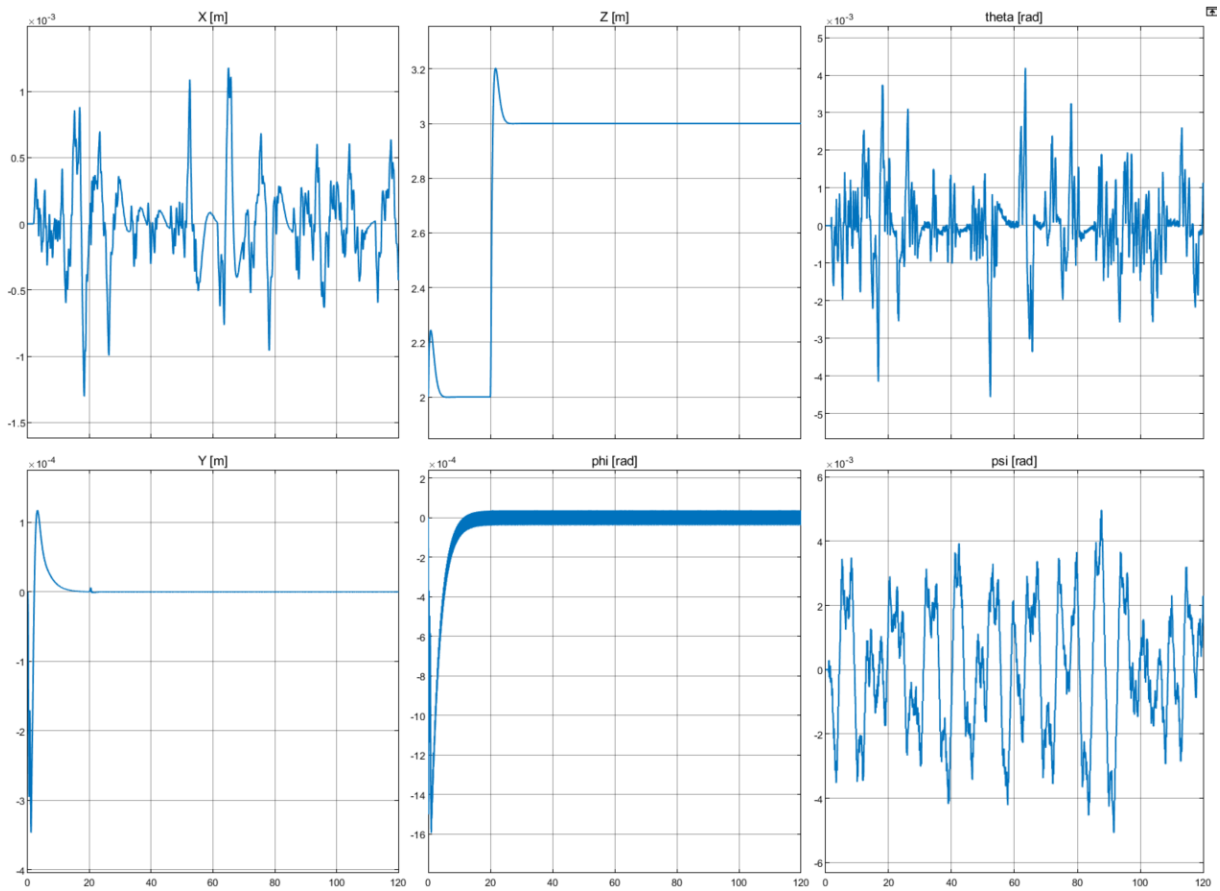


Obrázek 35 Časové historie stavů kvadrokoptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose $y|_I$

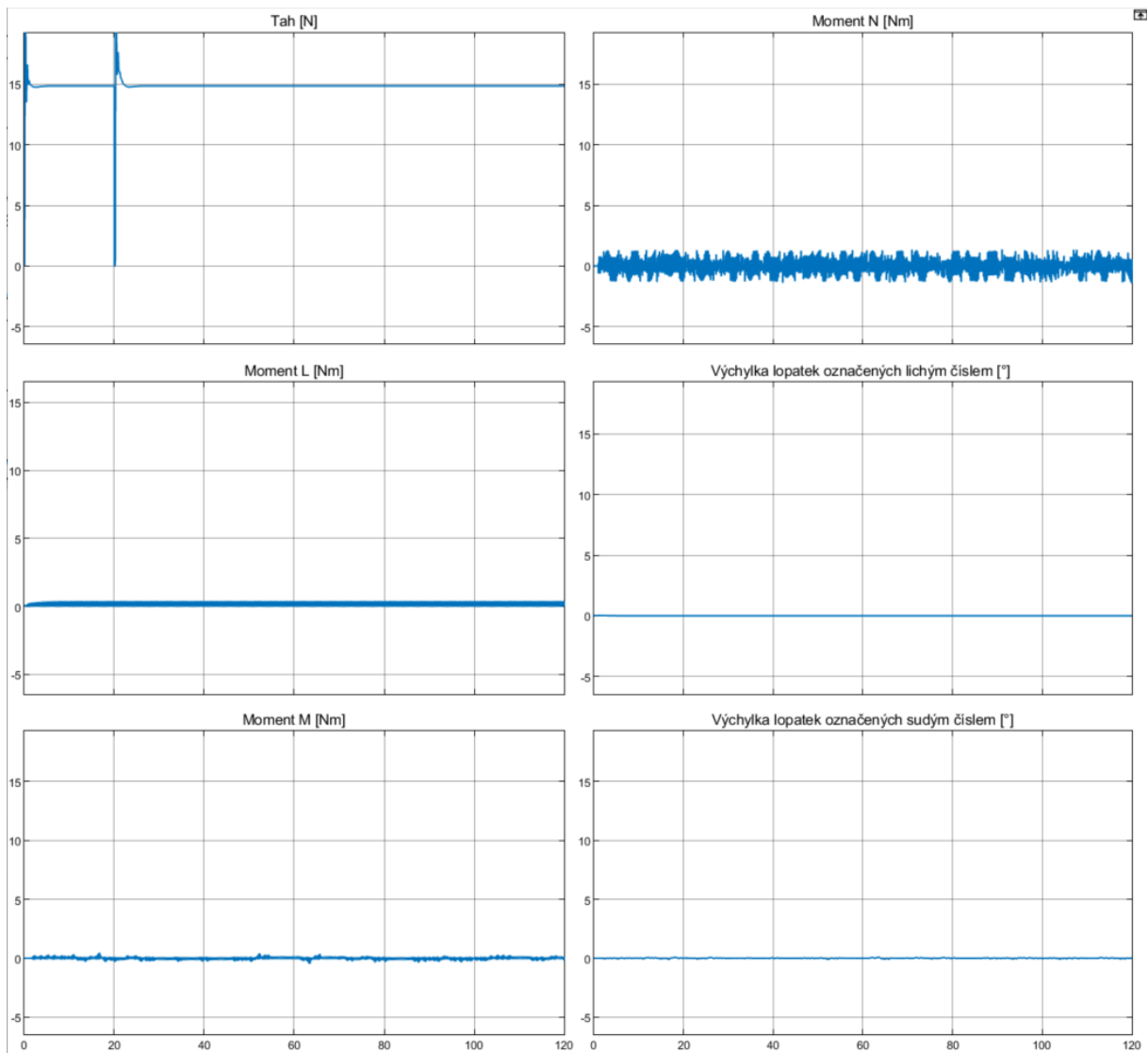


Obrázek 36 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose $y|_I$

3.3.3 Testování pohybu po ose $z|_I$



Obrázek 37 Časové historie stavů kvadroptéry - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose $z|_I$



Obrázek 38 Časové historie řídicích signálů - testování koeficientů z metody Monte Carlo, pohyb po ose z_I



4. Diskuze výsledků

Z časové historie stavů, představené v kapitole 3, je vidět že všechny tři přístupy ladění PID byly schopny stabilizovat polohu prostředku během pohybu ve všech třech osách.

I přesto, že aplikace PID Tuner vyhodnocovala jednotlivé kanály MIMO systému samostatně, bylo možné pomocí ní nalézt koeficienty PID kontrolérů tak, že pohyb kvadroptéry lze považovat za stabilizovaný. V případě, kdy by bylo propojení kanálů a tedy rovnic pohybu vyšší, by bylo obtížné, či možná dokonce nemožné jednotlivé kanály naladit samostatně a očekávat celkovou stabilizaci systému v průběhu pohybu. Při simulacích je zřejmá pomalá stabilizace výšky prostředku z počátečních podmínek, která je doprovázená vysokým překročením. Iniciální stabilizace výšky na hodnotu 2 metrů trvá více jak 20 vteřin, což by nebylo optimálním, pokud by se jednalo o pohyb ve skutečném světě. Je ovšem třeba konstatovat, že prostředek neprodukuje žádný tah v momentu inicializace. Simulace pohybů po inerciálních osách x a y odhalili, že kontrolér využije maximální výchylku klapek okolo 10° . Při této výchylce lopatek, na každé vzniká síla o velikosti přibližně 1,25 N působící ve směru požadovaného pohybu. Je potřeba podotknout, že odezvy akčních členů byly považovány za okamžité, z čehož vyplývá, relativně krátkodobé použití klapek ve velké výchylce. Největší výchylka prostředku z jeho vodorovné polohy nastala ve všech třech testovacích případech ihned po inicializaci simulace, kdy se prostředek naklopil o přibližně 0,015 rad nebo-li o $0,9^\circ$ okolo své osy x . Celkové doby ustálení se pohybovali pro všechny tři simulace okolo 20 vteřin.

Na simulacích pohybů prostředku, při kterých bylo využito koeficientů z metod ladění PSO a Monte Carlo, je zřejmé, že simulace „využívají“ předpokladů, kterých bylo využito, při tvorbě modelu. Odezvy systému jsou velmi rychlé a razantní. To je dáno stanovením objektivní funkce jako kritéria v podobě ITAE v průběhu ladění. Algoritmy optimalizovali koeficienty PID kontrolérů čistě na základě minimalizování chyby jednotlivých kanálů, což na jedné straně vedlo k vyšší stabilizaci prostředku v jednotlivých pohybech, nižším dobám ustálení a nižším překročením, avšak na straně druhé k nerealisticky vypadajícím časovým historiím stavů, kdy jsou odezvy systému příliš rychlé a agresivní.

Při použití algoritmu PSO činila nejvyšší výchylka kvadroptéry z její vodorovné polohy 0,012 rad, což odpovídá necelým $0,7^\circ$. Maximální výchylka lopatek pro vektorování tahu se pohybovala i u tohoto případů také okolo 10° . Stabilizace prostředku se pohybuje okolo 10 vteřin a to jak z počátečních podmínek, tak po započatí pohybu.



Metoda Monte Carlo dokázala maximální odchylku prostředku ze své horizontální polohy minimalizovat na 0,008 rad, odpovídajícím necelým 0,5°. Maximální výchylka lopatek se pohybuje okolo 11°, což poukazuje na agresivitu kontroléru. Vztlak působící na každé aktivní lopatce při jejím maximálním vychýlení se pohybuje okolo 1,3 N. Dochází tedy k značné síle působící na kvadroptéru, vážící 1,5 kilogramu, ve směru požadovaného pohybu.

Algoritmus PSO se projevil jako velmi efektivním řešením při ladění PID kontrolérů a metoda Monte Carlo, jejíž pseudo-náhodné hodnoty byly vygenerovány na základě výsledku PSO, dokázala odpověď systému ještě zdokonalit. Pohyby prostředku z těchto simulací lze považovat za stabilizované, avšak na první pohled jsou jasně prokazatelné limitace práce – předpoklad okamžité odpovědi akčních členů.



5. Závěr

V této práci byl vytvořen obecný nelineární dynamický matematický, který byl následně konkretizován pro model fiktivní kvadroptéry s elektrickými kanálovými ventilátory, které byly vybaveny lopatkami pro umožnění vektorizace tahu. Nelineární model byl linearizován pomocí Taylorových řad okolo návrhářského bodu a implementován ve formě blokového schématu do Simulinku. Systém kvadroptéry, která byla předmětem práce, byl charakterizován větším počtem akčních členů, než stupňů svobody a musela tedy být zavedena metoda alokace řízení. Ta byla dosažena lineárním sdružováním, u které se přiřazují pseudo řídicí signály k těm reálným pomocí matice sdružování G . Teoretické základy PID kontroléru byly představeny. Přestože je PID kontrolér určen především k řízení systému s jedním vstupem a jedním výstupem, bylo, díky slabě sdruženým rovnicím pohybu, možné řídit kvadroptéru pomocí sady PID kontrolérů a považováním systému za sadu systémů SISO.

Práce prezentovala několik metod pro ladění koeficientů kontrolérů. První metodou byla aplikace PID Tuner, která určovala koeficienty na základě vytvoření přenosové funkce a specifikace vlastností odezvy systému. Druhou metodou byla optimalizační metoda optimalizace hejnem částic, jež využívá vlastností hejna částic pozorovaných v přírodě a jejíž částice mají specifické vlastnosti. Poslední metodou byla metoda Monte Carlo, která představovala optimalizaci „hrubou numerickou silou“. Aplikace Simulinku Sensitivity Analyzer byla použita pro generaci pseudo-náhodných výběrů koeficientů a pro vyhodnocování výsledků. Metoda Monte Carlo vyžaduje značné výpočetní kapacity, které umožňují testování velkých sad výběrů. Ty nebyly k dispozici a i když se testováním prvních dvou sad výběrů objektivní funkce přiblížila optimálnímu řešení, byla metoda následně využita pro zdokonalení výsledků z PSO.

Kritérium integrálu časově násobené absolutní chyby bylo zvoleno jako objektivní funkce pro porovnání výsledků z optimalizačních metod. Výhodou při použití optimalizačních metod byla možnost optimalizace celé sady PID kontrolérů, kdežto aplikace PID Tuner byla schopna určovat koeficienty jen jednotlivých PID kontrolérů.

Cílem práce bylo zachování rovnovážné polohy během translačních pohybů kvadroptéry. Jednotlivé metody ladění PID byly porovnány na základě dosažených výsledků, kdy hlavním kritériem bylo posouzení, do jaké míry byla jednotlivá metoda ladění schopna stabilizovat uvažovaný prostředek.



Maximální výchylka z rovnovážné polohy prostředku během pohybu činila 0,014 rad. Tato výchylka byla zaznamenána při uplatnění metody ladění z aplikace PID Tuner. Optimalizační metody PSO a Monte Carlo tuto maximální výchylku snížily na 0,011 rad. Přesnosti pohybů prostředku byli zvýšeny po uplatnění optimalizačních metod

Vzhledem k plánovanému rozsahu práce, muselo být učiněno několik předpokladů, které stanovují limitace aplikace této práce. Pro sestavení realistické simulace by musely být uvažovány veškeré matematické a fyzikální zákony, které by se na pohyb a chování kvadrokoptéry podíleli.

Kvadrokoptéra, představená v této práci, byla považována za tuhé těleso, její elastické charakteristiky nebyly brány v potaz. Elasticita materiálů, ze kterých je kvadrokoptéra sestrojena by sehrála jistě pozorovatelný vliv při vysokých rychlostech pohybů, či při skokových změnách tahu motorů. Aeroelasticita, ovlivňující charakteristiky vzduchu, jako média, ve kterém se kvadrokoptéra pohybuje, také nebyla uvažována. Aeroelasticita se projevuje při vysokých rychlostech pohybu tělesa tekutinou a hraje významnou roli například při analýze dynamiky letu větších letadel [42].

Analýza proudění vzduchu motory EDF byla také vynechána a proudění vzduchu pod motory bylo považováno za laminární, tedy s ideálními vlastnostmi. Data použitá pro evaluaci vygenerovaného vztlaku na lopatkách zavěšených pod motory, byla založena na dvourozměrném modelu profilu křídla. Extrapolace dat umožnila vytvoření aproximovaných rovnic závislosti charakteristik motoru, avšak tyto rovnice vykazovaly určitou míru nepřesnosti. Výstupní rychlost proudění z motorů, byla považována za konstantní. Reálně se tato rychlost měnila u každého z motorů v závislosti na potřebném tahu a potřebných momentů pro udržení vodovážné polohy.

Linearizace rovnic pohybu přinesla další aproximaci, kdy chování prostředku bylo považováno za lineární v okolí návrhářského bodu. Z nelinearity systému je zřejmé, že linearizované rovnice, lze použít, jen v okolí návrhářského bodu a s rostoucí deviací od tohoto bodu roste i nepřesnost linearizace.

Alokace řízení byla dosažena jen jednou metodou – lineárním seskupováním. Tato metoda, je sice jednou z nejsnadněji aplikovatelných, avšak je závislá na individuálním posouzení jedince, který ji implementuje.



Předpoklad okamžité odpovědi akčních členů způsobil nerealistické chování systému, při implementaci koeficientů PID kontroléru z optimalizačních metod PSO a Monte Carlo.

Při návaznosti na tuto práci je doporučeno zpřesnění modelace o implementaci teorie motor mixing, z čehož plyne následné doporučení zvážení variabilní rychlosti proudění z motorů. Naskýtá se také možnost uvážení nelinearity povahy pohybů kvadrokoptéry a příslušná implementace nelineárních kontrolérů. V poslední řadě je praktické odstranění předpokladu okamžité odpovědi akčních členů, které způsobiley nerealistické odpovědi celého systému.



Seznam použité literatury

1. ZHOU, Y., H. ZHAO a Y. LIU. An evaluative review of the VTOL technologies for unmanned and manned aerial vehicles. *Computer Communications* [online]. 2020, **149**, 356-369 [cit. 2022-10-14]. ISSN 0140-3664. Dostupné z DOI: 10.1016/j.comcom.2019.10.016
2. ZMIJANOVIC, V., L. LEGER, E. DEPUSSAY, M. SELLAM a A. CHPOUN. Experimental–Numerical Parametric Investigation of a Rocket Nozzle Secondary Injection Thrust Vectoring. *Journal of Propulsion and Power* [online]. 2016, **32**(1), 196-213 [cit. 2022-10-15]. ISSN 1533-3876. Dostupné z DOI: 10.2514/1.B35721
3. BERRIER, B. L. a R. J. RE. *A review of thrust-vectoring schemes for fighter applications* [online]. 14th Joint Propulsion Conference. Las Vegas, Spojené státy americké, 1978 [cit. 2022-11-12]. Dostupné z DOI: 10.2514/6.1978-1023
4. WANG, Z., Y. JIA, L. JIN a J. DUAN. Thrust vector control of upper stage with a gimbaled thruster during orbit transfer. *Acta Astronautica* [online]. 2016, **127**, 359-366 [cit. 2022-11-14]. ISSN 0094-5765. Dostupné z DOI: 10.1016/j.actaastro.2016.06.002
5. MAYER, W. a H. TAMURA. Propellant injection in a liquid oxygen/gaseous hydrogen rocket engine. *Journal of Propulsion and Power* [online]. 1996, **12**(6), 1137-1147 [cit. 2022-10-20]. ISSN 1533-3876. Dostupné z DOI: 10.2514/3.24154
6. KROHN, D. *Space Shuttle vernier thruster long-life chamber development* [online]. 26th Joint Propulsion Conference. Orlando, 2012 [cit. 2022-12-12]. Dostupné z DOI: 10.2514/6.1990-2744
7. DOMAN, D. B., B. J. GAMBLE a A. D. NGO. Quantized Control Allocation of Reaction Control Jets and Aerodynamic Control Surfaces. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* [online]. 2009, **32**(1), 13-24 [cit. 2022-11-25]. ISSN 1533-3884. Dostupné z DOI: 10.2514/1.37312
8. DUSA, D. J., D. W. SPEIR, R. K. ROWE a L. D. LEAVITT. *Advanced technology exhaust nozzle development* [online]. 19th Joint Propulsion Conference. Seattle: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012 [cit. 2023-01-09]. Dostupné z DOI: 10.2514/6.1983-1286
9. DEERE, K. *Summary of Fluidic Thrust Vectoring Research at NASA Langley Research Center* [online]. 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference. Orlando, 2012 [cit. 2023-01-25]. 978-1-62410-092-5. Dostupné z DOI: 10.2514/6.2003-3800
10. PÁSCOA, J. C., A. DUMAS, M. TRANCOSSI, P. STEWART a D. VUCINIC. A review of thrust-vectoring in support of a V/STOL non-moving mechanical propulsion



- system. *Central European Journal of Engineering* [online]. 2013, **3**, 374-388 [cit. 2022-12-20]. ISSN 2081-9927. Dostupné z DOI: 10.2478/s13531-013-0114-9
11. SMITH, J. C., J. K. VIKEN, N. M. GUERREIRO, S. M. DOLLYHIGH, J. W. FENBERT, C. L. HARTMAN, T. KWA a. M. D. MOORE. *Projected Demand and Potential Impacts to the National Airspace System of Autonomous, Electric, On-Demand Small Aircraft* [online]. Indianapolis, Indiana: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012 [cit. 2022-11-28]. 978-1-60086-930-3. Dostupné z DOI: 10.2514/6.2012-5595
12. *Volocopter: WE BRING urban air mobility to life.* [online]. 2023 [cit. 2023-07-14]. Dostupné z: <https://www.volocopter.com/>
13. *Lilium: Building radically better ways of moving* [online]. Wessling, Německo, 2023 [cit. 2023-07-14]. Dostupné z: <https://lilium.com/>
14. *CityAirbus NextGen: Fully-electric and integrated urban air mobility* [online]. Toulouse, 2023 [cit. 2023-07-14]. Dostupné z: <https://www.airbus.com/en/innovation/low-carbon-aviation/urban-air-mobility/cityairbus-nextgen>
15. *Neoptera eOpter* [online]. The Electric VTOL News, 2023 [cit. 2023-07-14]. Dostupné z: <https://evtol.news/neoptera/>
16. VRATNY, P. C. a M. HORNUNG. Sizing Considerations of an Electric Ducted Fan for Hybrid Energy Aircraft. *Transportation Research Procedia* [online]. 2018, **29**, 410-426 [cit. 2023-04-01]. ISSN 2352-1465. Dostupné z DOI: 10.1016/j.trpro.2018.02.037
17. TRANCOSI, M. a M. MADONIA. *The Efficiency of an Electric Turbofan vs. Inlet Area: A Simple Mathematical Model and CFD Simulations.* [online]: SAE International, 2012. SAE Technical Paper. ISSN 0148-7191. Dostupné z DOI: 10.4271/2012-01-2217
18. ASL, S. B. a S. S. MOOSAPOUR. Adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller design for ducted fan engine of thrust-vectoring aircraft. *Aerospace Science and Technology* [online]. 2017, **71**, 521-529 [cit. 2023-02-01]. ISSN 1270-9638. Dostupné z DOI: 10.1016/j.ast.2017.10.001
19. MIWA, M., Y. SHIGEMATSU a T. YAMASHITA. Control of Ducted Fan Flying Object Using Thrust Vectoring. *Journal of System Design and Dynamics* [online]. 2012, **6**(3), 322-334 [cit. 2023-06-29]. ISSN 1881-3046. Dostupné z DOI: 10.1299/jsdd.6.322
20. IMAMURA, A., S. UEMURA, M. MIWA, a J. HINO. Flight Characteristics of Quad Ducted Fan Helicopter with Thrust Vectoring Nozzles. *The journal of Unmanned System Technology* [online]. 2014, **2**(1), 54-61 [cit. 2023-05-11]. Dostupné z: <http://ojs.unsysdigital.com/index.php/just/article/view/60>



21. NARDI, F., R. RYSDYK a A. CALISE. *Neural network based adaptive control of a thrust vectored ducted fan* [online]. Portland, Oregon: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012 [cit. 2023-05-15]. Dostupné z DOI: 10.2514/6.1999-3996
22. MYEONG, W. a H. MYUNG. Development of a Wall-Climbing Drone Capable of Vertical Soft Landing Using a Tilt-Rotor Mechanism. *IEEE Access* [online]. 2019, 7, 4868-4879 [cit. 2023-07-01]. Dostupné z DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2889686.
23. NELSON, R. C. *Flight Stability and Automatic Control*. 2nd ed. Singapore: McGraw-Hill, 1998, 456 s. ISBN 0-07-04-6273-9.
24. SMITH, G. *Essential Statistics, Regression, and Econometrics*. 2nd ed. Singapore: Elsevier, 2015, 396 s. ISBN 978-0-12-382221-5.
25. PFLIMLIN, J. M., P. SOUERES a T. HAMEL. Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV. *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (IEEE Cat. No.04CH37601)* [online]. Nassau: IEEE, 2004, 4, 3491-3496 [cit. 2023-05-15]. ISSN 0191-2216. Dostupné z DOI: 10.1109/CDC.2004.1429251.
26. KO, A., O. OHANIAN a P. GELHAUSEN. *Ducted Fan UAV Modeling and Simulation in Preliminary Design* [online]. HiltonHead, South Carolina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012 [cit. 2023-05-15]. ISBN 978-1-62410-160-1. Dostupné z DOI: 10.2514/MMST07
27. The PID Controller & Theory Explained. *Engineer Ambitiously* [online]. 2023 [cit. 2023-03-09]. Dostupné z: <https://www.ni.com/de-de/shop/labview/pid-theory-explained.html>
28. MARKLEY, F. L. a J. L. CRASSIDIS. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control* [online]. New York: Springer, 2014 [cit. 2023-03-20]. ISBN 978-1-4939-0802-8. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4939-0802-8
29. NENCHEV, D. N., A. KONNO a T. TSUJITA. *Humanoid Robots: Modeling and Control* [online]. Cambridge, Massachusetts: Butterworth-Heinemann, 2019 [cit. 2023-06-02]. ISBN 978-0-12-804560-2. Dostupné z DOI: 10.1016/B978-0-12-804560-2.00003-1
30. OPPENHEIMER, M. W., D. B. DOMAN a M. A. BOLENDER. Control Allocation for Over-actuated Systems. *2006 14th Mediterranean Conference on Control and Automation, Ancona, Italy* [online]. 2006, 1-6 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z DOI: 10.1109/MED.2006.328750.
31. KENNEDY, J. a R. EBERHART. Particle swarm optimization: Neural Networks. *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks* [online]. Perth: IEEE, 1995, 4, 1942-1948 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968



32. MAURICE, C. *Handbook of Swarm Intelligence* [online]. Heidelberg, Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg, 2011 [cit. 2023-06-02]. ISBN 978-3-642-17390-5. Dostupné z DOI: 10.1016/B978-0-12-804560-2.00003-1
33. KROESE, D. P., T. BRERETON, T. TAIMRE a. Z. I. BOTEV. Why the Monte Carlo method is so important today. *WIREs Computational Statistics* [online]. 2014, **6**(6), 386-392 [cit. 2023-05-15]. Dostupné z DOI: 10.1002/wics.1314
34. THIJSSSEN, J. *Computational Physics* [online]. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2007, 638 s [cit. 2023-05-15]. ISBN 9781139171397. Dostupné z: <https://www.cambridge.org/core/books/computational-physics/BEE73B0139D4A9993193B57CDC62096E>
35. DJI. PHANTOM 4: ERLEBBARE INTELLIGENZ. GRENZENLOSE FREIHEIT. *DJI* [online]. Frankfurt am Main, 2023 [cit. 2023-06-09]. Dostupné z: <https://www.dji.com/de/phantom-4>
36. Airfoil Tools. NACA 0012 AIRFOILS (n0012-il): NACA 0012 AIRFOILS - NACA 0012 airfoil. *Airfoil Tools: Tools to search, compare and plot airfoils*. [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il>
37. The MathWorks, Inc. Simulink is for Model-Based Design: Design. Simulate. Deploy. *MathWorks* [online]. 2023 [cit. 2023-03-17]. Dostupné z: <https://uk.mathworks.com/products/simulink.html>
38. The MathWorks, Inc. MATLAB: Math. Graphics. Programming. *MathWorks* [online]. 2023 [cit. 2023-03-17]. Dostupné z: <https://uk.mathworks.com/products/matlab.html>
39. KELLY, J. L., C. LOCHBAUM a. V. A. VYSSOTSKY. A block diagram compiler. *The Bell System Technical Journal* [online]. Nokia Bell Labs, 1961, **40**(3), 669-678 [cit. 2023-06-01]. Dostupné z DOI: 10.1002/j.1538-7305.1961.tb03236.x
40. M. E., KHAN a. F. KHAN. A Comparative Study of White Box, Black Box and Grey Box Testing Techniques. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications* [online]. 2012, **3**(6), 12-15 [cit. 2023-06-01]. Dostupné z DOI: 10.14569/IJACSA.2012.030603
41. ZACHER, S. a. M. REUTER. *Regelungstechnik für Ingenieure: Analyse, Simulation und Entwurf von Regelkreisen* [online]. 13. Wiesbaden, Německo: Vieweg+Teubner Verlag, 2010, 469 s [cit. 2023-06-15]. ISBN 978-3-8348-9837-1. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-8348-9837-1
42. ČEČRDLE, J. *Whirl Flutter of Turboprop Aircraft Structures* [online]. Sawston: Woodhead Publishing, 2015, 354 s [cit. 2023-07-01]. ISBN 9781782421863. Dostupné z:

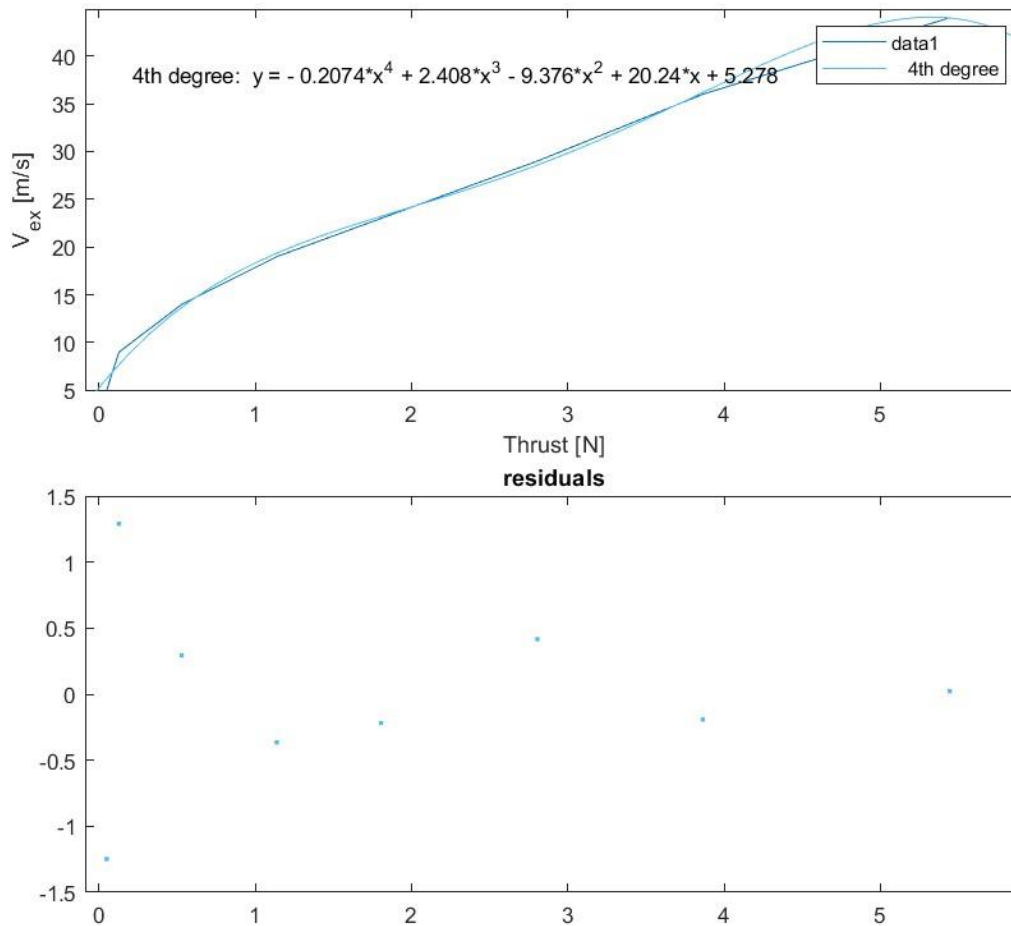


<https://shop.elsevier.com/books/whirl-flutter-of-turboprop-aircraft-structures/cecrdle/978-1-78242-185-6>

Přílohy

A. Závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na vztlaku + proložení křivkou

$$v_{ex} = f(T) = -0.2074T^4 + 2.408T^3 - 9.376T^2 + 20.24T + 5.278 \quad (A.1)$$



Obrázek 39 Proložení křivkou - závislost výstupní rychlosti vzduchu z EDF na tahu