

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ  
ÚSTAV MECHANIKY,  
BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY



Simulační model rovinného  
paralelního robota se dvěma stupni  
volnosti

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Adam Šenkeřík  
Vedoucí práce: Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.  
Rok: 2023

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Šenkeřík** Jméno: **Adam** Osobní číslo: **502703**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Simulační model rovinného paralelního robota se 2 stupni volnosti**

Název bakalářské práce anglicky:

**A simulation model of a planar parallel robot with 2 degrees of freedom**

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte řešersí sériových a paralelních planárních robotů
2. Sestavte dynamický simulační model paralelního 2D robota s 2 stupni volnosti
3. Implementujte řídicí systém robota (PID regulátor)
4. Proveďte simulační experimenty bez a s uvažováním inverzní dynamiky
5. Kriticky zhodnoťte dosažené výsledky

Seznam doporučené literatury:

- [1] BONEV, Ilian. ParalleMIC: The Parallel Mechanisms information Center [online]. 2000 [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <https://www.parallemic.org>
- [2] VALÁŠEK, Michal a A KOL. Mechatronika. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01276-X.
- [3] GOGU, Grigore. Chebychev–Grübler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. European Journal of Mechanics - A/Solids [online]. 2005, 24(3), 427-441 [cit. 2021-4-30]. ISSN 09977538. Dostupné z: doi:10.1016/j.euromechsol.2004.12.003

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

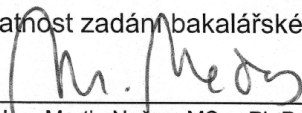
**Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D. odbor mechaniky a mechatroniky FS**

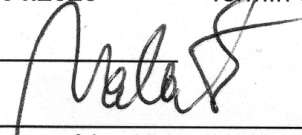
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

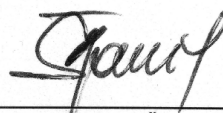
Datum zadání bakalářské práce: **28.04.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **14.08.2023**

Platnost zadání bakalářské práce:

  
Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

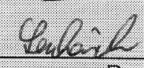
  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

23.6.2023  
Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne .....

.....  
Adam Šenkeřík

Poděkování:

Tímto bych chtěl zejména poděkovat panu Ing. Martinu Nečasovi, MSc., Ph.D. za rady, podporu a celkově za vedení mé bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat Bc. Lukáši Pilnému za úvodní zasvěcení do zkoumané problematiky a rady v průběhu jejího vypracování. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat své rodině a přátelům za jejich podporu a trpělivost se mnou.

Název práce:

Simulační model rovinného paralelního robota se 2 stupni volnosti

Autor: Adam Šenkeřík

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zabývá vytvořením simulace dynamického modelu rovinného paralelního robota se 2 stupni volnosti. Jedná se o prakticky zaměřenou práci. Cílem této práce je provést simulaci pohybu robota s předem danou trajektorií s a bez použití zpětnovazební regulace. Začátek práce je věnován úvodu do historie paralelních manipulátorů a popisu jejich základních vlastností. Další část je věnována optimalizaci a řízení. Závěr práce je věnován samotnému sestavení simulačního dynamického modelu, zapojení a naladění zpětnovazební regulace a vyhodnocení provedených simulací.

Klíčová slova: Paralelní robot, pracovní prostor, simulace, singularity, PID regulace, dynamický model

Title: A simulation model of planar parallel robot with 2 degrees of freedom

Author: Adam Šenkeřík

Druh práce: Bachelor's thesis

Supervisor: Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.

Abstract: This bachelor's thesis deals with the creating of a simulation of a dynamic model of a planar parallel robot with 2 degrees of freedom. This work is practically oriented. The aim of this work is to simulate the movement of a robot with a predetermined trajectory with and without the use of feedback control. The beginning of the work is devoted to an introduction of the history of parallel manipulators and a description of their basic properties. The next part is devoted to optimization and control. The conclusion of the thesis is devoted to the very construction of the simulation dynamic model, the implementation and tuning of the feedback control and the evaluation of the simulations.

Key words: Parallel robot, workspace, simulation, singularities, PID control, dynamic model

# Obsah

ÚVOD.....	1
1. ÚVOD DO PARALELNÍCH MANIPULÁTORŮ.....	2
1.1 Historie paralelních manipulátorů.....	2
1.2 Paralelní vs sériové manipulátory.....	3
1.2.1 Výhody paralelních manipulátorů.....	3
1.2.2 Nevýhody paralelních manipulátorů.....	3
1.3 Průmyslová aplikace.....	3
2. KINEMATIKA.....	5
2.1 Počet stupňů volnosti.....	5
2.2 Přímá kinematická úloha.....	6
2.2.1 Vektorová metoda.....	7
2.2.1.1 Vektorové rovnice smyček.....	8
2.3 Inverzní kinematická úloha.....	9
3. PRACOVNÍ PROSTOR.....	11
3.1 Teoretický pracovní prostor.....	11
3.2 Singulární polohy.....	12
3.2.1 Jacobiho matice.....	12
3.2.2 Určení singulárních poloh.....	12
3.3 Kolize ramen.....	13
3.4 Použitelný pracovní prostor.....	14
4. GLOBAL CONDITIONING INDEX.....	15
5. ANALÝZA OPTIMALIZAČNÍCH KRITÉRIÍ V ROBOTICE.....	17
5.1 Multikriteriální optimalizace.....	17
5.1.1 Pareto množina.....	17
5.2 Optimalizace kinematické architektury robota.....	18
5.3 Kritéria optimality.....	19
5.3.1 Lokální kritéria.....	19
5.3.1.2 Problémy v hledání lokálního kritéria.....	19
5.3.2 Globální kritéria.....	20
6. METODY ŘÍZENÍ MECHATRONICKÝCH SYSTÉMŮ.....	21
6.1 Dynamický systém.....	21
6.1.1 Identifikace dynamického modelu na základě analytických dat.....	21

6.1.2	Identifikace dynamického modelu na základě experimentálních dat.....	21
6.1.3	Kombinace způsobů.....	22
6.2	Veličiny.....	22
6.3	Výběr typů řízení.....	22
6.4	Požadavky kladené na řízení.....	23
6.4.1	Kompenzace vlivu poruchových veličin .....	23
6.4.2	Problém sledování .....	23
7.	SESTAVENÍ SIMULAČNÍHO MODELU .....	24
7.1	Zjednodušení modelu .....	24
8.	IMPLEMENTACE PID REGULÁTORŮ .....	26
8.1	Dráha end-effektoru .....	26
8.2	Struktura a ladění PID regulátorů.....	26
8.3	Implementace PID regulátorů do simulačního modelu.....	28
8.3.1	Obrázky z implementace PID regulátorů .....	30
9.	SIMULAČNÍ EXPERIMENTY.....	34
9.1	Grafy.....	34
9.1.1	Neregulovaný manipulátor.....	34
9.1.2	Neregulovaný manipulátor se zdvojnásobením hmotnosti v rameni .....	35
9.1.3	Regulovaný manipulátor .....	36
9.1.4	Regulovaný manipulátor se zdvojnásobením hmotnosti v rameni .....	37
9.2	Vyhodnocení grafů.....	38
10.	ZÁVĚR.....	39
	ZDROJE: .....	40

## Seznam obrázků

Obrázek 1 Paralelní manipulátor [2] _____	2
Obrázek 2 Sériový manipulátor [3] _____	2
Obrázek 3 Schématický obrázek sériového manipulátoru _____	2
Obrázek 4 První patentovaný paralelní manipulátor [5] _____	2
Obrázek 5 D. Stewartova platforma [6] _____	3
Obrázek 6 Paralelní mechanismus se třemi stupni volnosti [10] _____	4
Obrázek 7 Delta robot [11] _____	4
Obrázek 8 Schéma přímé kinematické úlohy [15] _____	6
Obrázek 9 Vektorová metoda _____	7
Obrázek 10 Schéma inverzní kinematické úlohy [17] _____	9
Obrázek 11 Konfigurace vyplývající z inverzní kinematiky [17] _____	10
Obrázek 12 Teoretický pracovní prostor zkoumaného manipulátoru _____	11
Obrázek 13 Paralelní manipulátor DexTAR _____	13
Obrázek 14 Hodnoty GCI v teoretickém pracovním prostoru _____	16
Obrázek 15 Zobrazení pareto množiny pro optimalizační úlohu _____	17
Obrázek 16 Přístupy k parametrické optimalizaci kinematiky manipulátorů včetně vyznačených vlastních přínosů práce [18] _____	20
Obrázek 17 Zjednodušené zobrazení dynamického systému [12] _____	22
Obrázek 18 Schéma zjednodušeného modelu _____	24
Obrázek 19 Simulační model manipulátoru _____	25
Obrázek 20 Požadovaná dráha pohybu end-effektoru _____	26
Obrázek 21 Struktura PID regulátoru [26] _____	27
Obrázek 22 Finální schéma simulačního modelu _____	29
Obrázek 23 Přejchodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při prvním naladění prvního regulátoru _____	30
Obrázek 24 Přejchodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při prvním naladění druhého regulátoru _____	30
Obrázek 25 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru při prvním naladění regulátorů. _____	31
Obrázek 26 Momentové průběhy M1 a M2 _____	31
Obrázek 27 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru při nahrání momentových průběhů do motorů bez regulátorů _____	32
Obrázek 28 Přejchodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při druhém naladění prvního regulátoru _____	32
Obrázek 29 Přejchodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při druhém naladění druhého regulátoru _____	33
Obrázek 30 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru po druhém ladění regulátorů _____	33
Obrázek 31 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy _____	34
Obrázek 32 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru _____	35
Obrázek 33 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy _____	35
Obrázek 34 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru _____	36
Obrázek 35 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy _____	36
Obrázek 36 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end- effektoru _____	37



Obrázek 37 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy	37
Obrázek 38 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru	38

# Cíle práce

Cílem této bakalářské práce je:

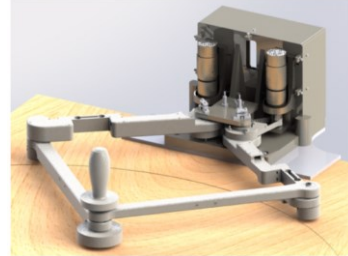
1. Rešerše paralelních robotů
2. Sestavení dynamického modelu
3. Implementace PID regulátorů
4. Simulace regulovaného robota
5. Kritické zhodnocení dosažených výsledků

## Úvod

Tato práce je psána v návaznosti na bakalářskou práci Lukáše Pilného [17], který se ve své práci zabýval optimalizací a návrhem planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti. Dále rozvíjí jeho poznatky do podoby vhodné pro praktickou realizaci navrženého planárního robota se dvěma stupni volnosti. Cílem této práce je vytvořit věrný dynamický simulační model rovinného planárního robota popsaného ve výše uvedené práci a to včetně zpětnovazebního řízení realizovaného pomocí PID regulátorů.

# 1. Úvod do paralelních manipulátorů

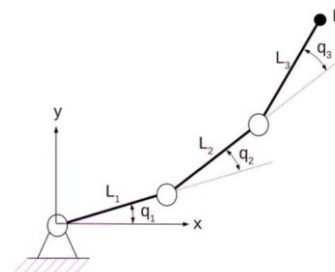
Paralelní manipulátory viz. obr. 1 dosahují mnohonásobně vyšší rychlosti a zrychlení pohybu než sériové manipulátory. Tato vlastnost vychází hlavně z umístění pohonů na rámu stroje. U sériových manipulátorů viz. obr. 2 musí pohon nejbližší k bázi pohybovat nejen se součástí, kterou má přemístit, ale i s váhou ramen a pohonů viz. obr. 3. Paralelní manipulátor, který má pohony umístěny na bázi, pohybuje jen s rameny a přemísťovanou součástí. Díky sériovému zapojení pohonů mají manipulátory lepší manipulovatelnost a výrazně větší pracovní prostor oproti zástavbovému prostoru.



Obrázek 1 Paralelní manipulátor [2]



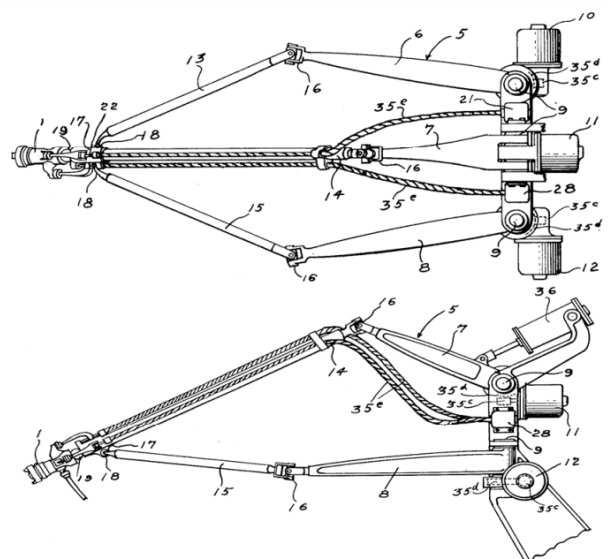
Obrázek 2 Sériový manipulátor [3]



Obrázek 3 Schématický obrázek sériového manipulátoru

## 1.1 Historie paralelních manipulátorů

Willard L. V. Polard [5] navrhl a patentoval v roce 1942 vůbec první paralelní manipulátor viz. obr. 4. Jednalo se o tříramenný mechanismus s pěti stupni volnosti určeného k nástřihu barvy na zeď. Další vývoj paralelních manipulátorů může být datován od počátku roku 1960. V té době se však v praxi nevyužívaly, protože ještě nebyly dostatečně rozvinuté elektronické a řídicí systémy. Od roku 1980 se hlavně díky rozvoji rychlosti běžně dostupné výpočetní techniky začali běžně využívat. [1] [6] [7] [8]



Obrázek 4 První patentovaný paralelní manipulátor [5]

## 1.2 Paralelní vs sériové manipulátory.

### 1.2.1 Výhody paralelních manipulátorů

Paralelní manipulátory nabízejí oproti sériovým manipulátorům několik výhod. Kromě výše zmíněné vyšší možné rychlosti a zrychlení vykazují paralelní manipulátory lepší parametry v oblasti dynamické tuhosti. Mezi další výhody patří vyšší zatížitelnost vzhledem k zástavbovému prostoru, protože zatížení může paralelní manipulátor rozložit mezi větším počtem paralelních článků spojených s pevnou základnou. Neposlední výhodou paralelních manipulátorů je přesnost. Chyby v přesnosti se díky paralelní konstrukci zprůměrují, místo aby se kumulativně sčítaly, jak je tomu u sériových manipulátorů. Díky těmto kvalitám nachází paralelní manipulátory využití v procesech vyžadujících vysokou nosnost, rychlost, ale zároveň přesnost. [1]

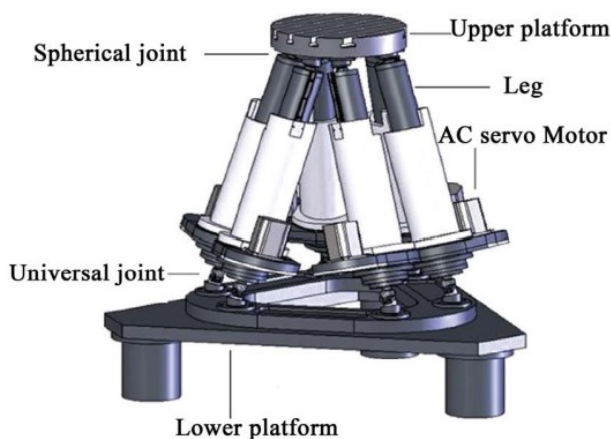
### 1.2.2 Nevýhody paralelních manipulátorů

Jednou z hlavních nevýhod, kterou paralelní manipulátory v porovnání se sériovými manipulátory mají, je menší pracovní prostor a náročnější manipulovatelnost. Mezi další nevýhody patří významnější výskyt singulárních poloh.

## 1.3 Průmyslová aplikace

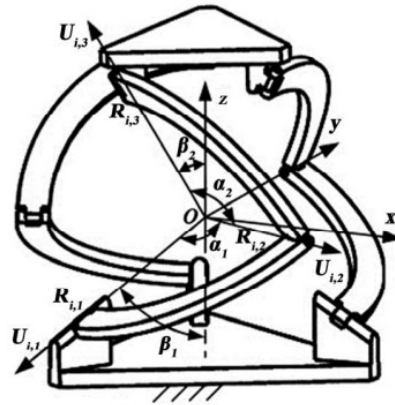
Willard L. V. Polardův [5] patentovaný paralelní manipulátor s pěti stupni volnosti nebyl nikdy skutečně sestaven. [1]

V roce 1947 vyvinul Eric Gough první použitelný hexapod se šesti stupni volnosti pro testování pneumatik [6]. V roce 1965 publikoval D. Stewart práci, ve které navrhl paralelní Stewartovu platformu se šesti stupni volnosti, která měla sloužit jako letecký simulátor obr. 5 [9].



Obrázek 5 D. Stewartova platforma [6]

Paralelní mechanismus se třemi stupni volnosti, zobrazený na obr. 6, je využíván jako pracovní stůl, zařízení pro orientaci kamery, nebo jako simulátor sférického pohybu. [1]



Obrázek 6 Paralelní mechanismus se třemi stupni volnosti [10]

Další skupinou zástupců paralelních manipulátorů jsou delta roboti (obr. 7). Díky svým vlastnostem a umístění v závěsné pozici jsou využívány v obalovém průmyslu, práci s elektronickými součástkami, lékařském a farmaceutickém průmyslu. [1]



Obrázek 7 Delta robot [11]

Paralelní manipulátor zkoumaný v této práci se nejvíce využívá jako "Pick and place" mechanismus, mechanismus rychlé 3D tiskárny nebo kreslící robot.

## 2. Kinematika

### 2.1 Počet stupňů volnosti

Pro návrh mechanismu je výpočet stupňů volnosti klíčový. Počet stupňů volnosti určuje počet nezávislých souřadnic mechanismu, ve kterých je schopen se pohybovat a které je třeba řídit pomocí pohonů. Ve dvojrozměrném Euklidovském prostoru je pohyb popsán dvěma translačními a jedním rotačním pohybem. V trojrozměrném Euklidovském prostoru je pohyb popsán třemi translačními a třemi rotačními pohyby. V závislosti na stavbě a předpokládaném pohybu rozlišujeme roboty na planární a prostorové. Počet nezávislých souřadnic mechanismu, skládajícího se z více členů, lze určit pomocí Chebychev-Grübler-Kutzbachova kritéria [12] [13] [14]:

$$F = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1)$$

nebo

$$F = \lambda \cdot (n - 1) + \sum_{i=1}^j c_i \quad (2)$$

, kde:

- F počet stupňů volnosti mechanismu
- $\lambda$  počet stupňů volnosti nutný pro jednoznačné určení polohy a orientace mechanismu v prostoru (prostorový mechanismus  $\lambda = 6$ , rovinný nebo sférický mechanismus  $\lambda = 3$ ).
- n počet členů mechanismu včetně báze
- j počet vazeb
- $f_i$  počet stupňů volnosti i-té vazby
- $c_i$  počet omezení odebraných i-tou vazbou

Toto kritérium neposkytuje správné výsledky ve výjimečných případech tzv. singulárních mechanismů, mezi něž se řadíme i některé paralelní roboty, jako například roboty Delta. [12] [13] [14]

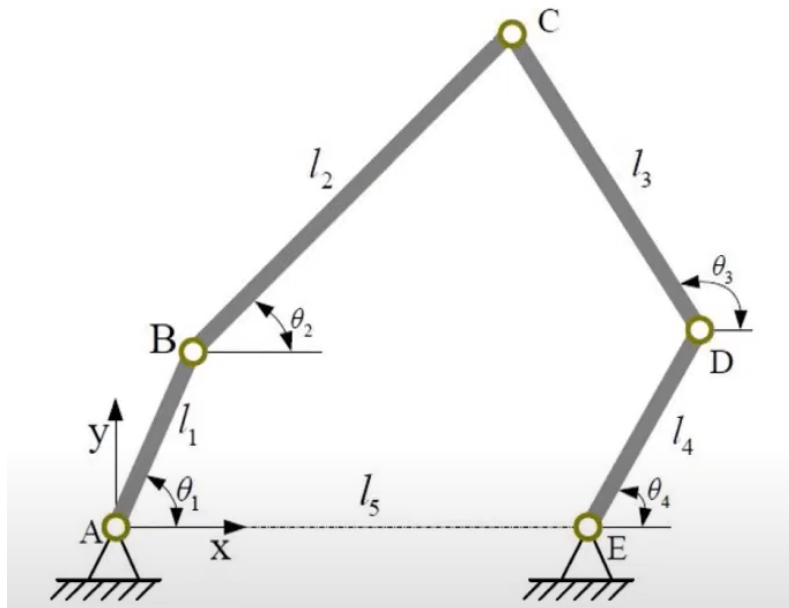
Aplikací tohoto kritéria na zkoumaný paralelní manipulátor obr. 8 vyjde, že manipulátor má 2 stupně volnosti.

$$F = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i = 3 \cdot (5 - 5 - 1) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 3 \cdot (-1) + 5 = 2 \quad (3)$$

## 2.2 Přímá kinematická úloha

Přímou kinematickou úlohou je myšlena transformace motorových souřadnic na souřadnice tzv. End-effektoru, neboli koncového bodu, kterým je snaha pohybovat. [15]

Pro manipulátor zkoumaný v této práci vypadá přímá kinematická úloha



Obrázek 8 Schéma přímé kinematické úlohy [15]

následovně:

Je známá: Délka ramen  $l_1, l_2, l_3, l_4$  a mezera mezi pohony  $l_5$ , dále jsou známy motorové souřadnice  $\theta_1$  a  $\theta_2$

Souřadnice bodu B se získají podle vztahu:

$$X_B = l_1 \cos(\theta_1) \quad (4)$$

$$Y_B = l_1 \sin(\theta_1) \quad (5)$$

Souřadnice bodu D se získají podle vztahu:

$$X_D = l_5 + l_4 \cos(\theta_4) \quad (6)$$

$$Y_D = l_4 \sin(\theta_4) \quad (7)$$

Souřadnice bodu C se získají podle vztahu:

$$X_C = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) = l_5 + l_4 \cos(\theta_4) + l_3 \cos(\theta_3) \quad (8)$$

$$Y_C = l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) = l_4 \sin(\theta_4) + l_3 \sin(\theta_3) \quad (9)$$



K přímému využití těchto vztahů chybí hodnoty  $\theta_3$  a  $\theta_2$

Ze vztahů (8) a (9) se vyjádří vztah pro  $\theta_3$ :

$$\theta_3 = 2 \arctan \left[ \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B - C} \right] \quad (10)$$

, kde:

$$A = 2l_3l_4 \sin\theta_4 - 2l_1l_3 \sin\theta_1 \quad (11)$$

$$B = 2l_3l_5 - 2l_1l_3 \cos\theta_1 + 2l_3l_4 \cos\theta_4 \quad (12)$$

$$C = l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 + l_5^2 - 2l_1l_4 \sin\theta_1 \sin\theta_4 - 2l_1l_5 \cos\theta_1 + 2l_4l_5 \cos\theta_4 - 2l_1l_4 \cos\theta_1 \cos\theta_4 \quad (13)$$

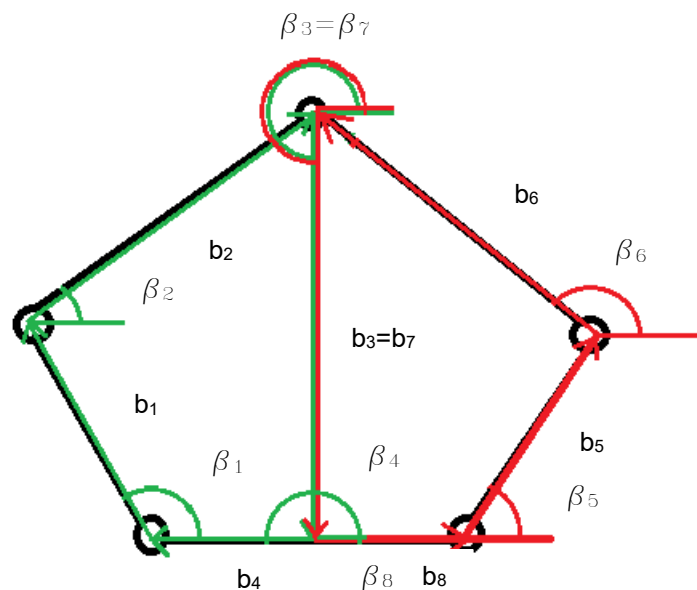
A ze vztahů (9) a (10) se vyjádří vztah pro  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsin \left[ \frac{l_3 \sin\theta_3 + l_4 \sin\theta_4 - l_1 \sin\theta_1}{l_2} \right] \quad (14)$$

Toto odvození bylo převzato z [16].

## 2.2.1 Vektorová metoda

Manipulátor má dva stupně volnosti. Pro řešení úlohy je tedy potřeba vytvořit dvě vektorové smyčky.



Obrázek 9 Vektorová metoda

Nezávislé souřadnice  $q = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_5 \end{bmatrix}$

Závislé souřadnice  $z = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ \beta_6 \end{bmatrix}$

i	$b_i$	$\beta_i$
1	konst.	$q_1$
2	konst.	$z_3$
3	$z_1$	$\frac{3\pi}{2}$
4	$z_2$	$\pi$
5	konst.	$q_2$
6	konst.	$z_4$
7	$b_3$	$\beta_3$
8	$l_5 - b_4$	0

Tabulka 1 Koeficienty vektorových rovnic

### 2.2.1.1 Vektorové rovnice smyček

$$1. \quad X: b_1 \cos \beta_1 + b_2 \cos \beta_2 + b_3 \cos \beta_3 + b_4 \cos \beta_4 = 0 \quad (15)$$

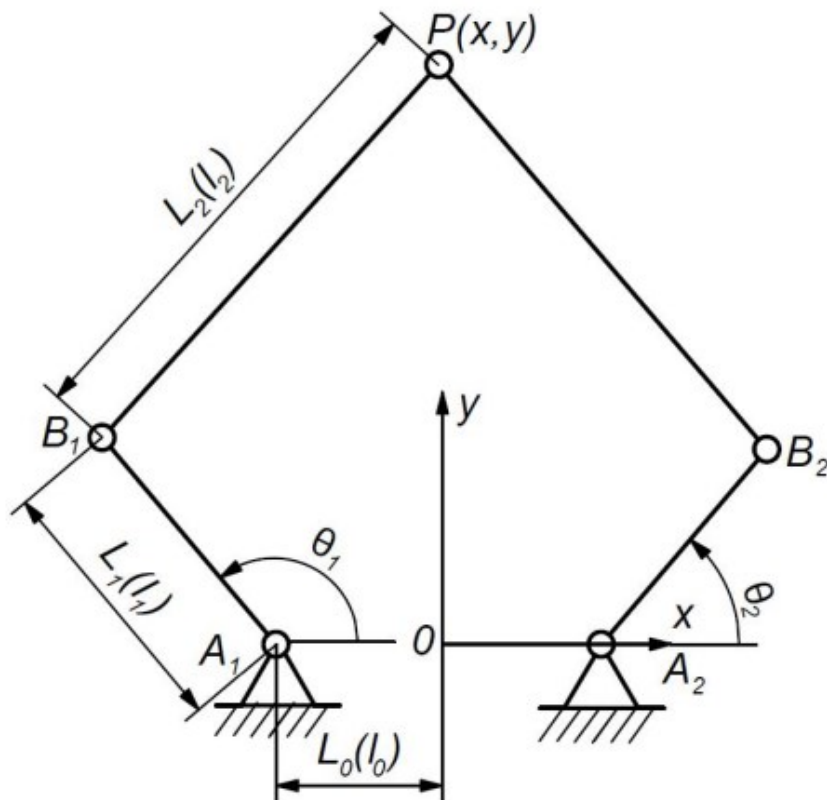
$$Y: b_1 \sin \beta_1 + b_2 \sin \beta_2 + b_3 \sin \beta_3 + b_4 \sin \beta_4 = 0 \quad (16)$$

$$2. \quad X: b_5 \cos \beta_5 + b_6 \cos \beta_6 + b_7 \cos \beta_7 + b_8 \cos \beta_8 = 0 \quad (17)$$

$$Y: b_5 \sin \beta_5 + b_6 \sin \beta_6 + b_7 \sin \beta_7 + b_8 \sin \beta_8 = 0 \quad (18)$$

Derivací rovnic (15), (16), (17) a (18) se získají rovnice pro rychlost a jejich druhou derivací rovnice pro zrychlení.

## 2.3 Inverzní kinematičká úloha



Obrázek 10 Schéma inverzní kinematičké úlohy [17]

Následující odvození inverzní kinematičké úlohy bylo převzato z [16]. Pozici end-effektoru vůči počátku souřadného systému je možné popsat vektorem  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = (x \ y)^T \quad (19)$$

Podle obr. 9 lze popsat polohu bodu  $B_i$  vůči počátku souřadného systému pomocí vektorů  $\vec{b}_1$  a  $\vec{b}_2$  jako:

$$\vec{b}_1 = (l_1 \cos \theta_1 - l_0 \quad l_1 \sin \theta_1)^T \quad (20)$$

$$\vec{b}_2 = (l_1 \cos \theta_2 + l_0 \quad l_1 \sin \theta_2)^T \quad (21)$$

,kde  $\theta_1$  a  $\theta_2$  jsou hnačími souřadnicemi mechanismu. Vzdálenost bodů  $B_i$  od bodu P je potom:

$$|Pb_i| = l_2, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

Rovnice lze také zapsat jako:

$$(x - l_1 \cos \theta_1 + l_0)^2 + (y - l_1 \sin \theta_1)^2 = l_2^2 \quad (23)$$

$$(x - l_1 \cos \theta_2 - l_0)^2 + (y - l_1 \sin \theta_2)^2 = l_2^2 \quad (24)$$

Z rovnic (23) a (24) je možné získat konečné řešení inverzní kinematické úlohy:

$$\theta_i = 2 \tan^{-1}(z_i), \quad i = 1, 2 \quad (25)$$

, kde

$$z_i = \frac{-b_i + \sigma_i \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i}, \quad i = 1, 2 \quad (26)$$

, ve kterém

$$\sigma_i = 1 \text{ nebo } -1$$

$$a_1 = l_1^2 + y^2 + (x + l_0)^2 - l_2^2 + 2(x + l_0)l_1 \quad (27)$$

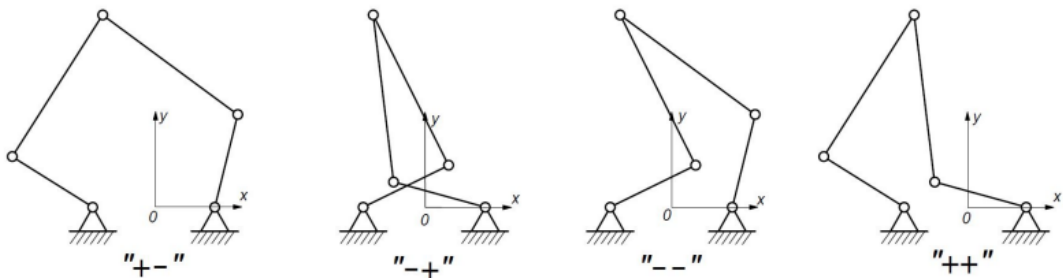
$$b_1 = b_2 = -4yl_1 \quad (28)$$

$$c_1 = l_1^2 + y^2 + (x + l_0)^2 - l_2^2 - 2(x + l_0)l_1 \quad (29)$$

$$a_2 = l_1^2 + y^2 + (x - l_0)^2 - l_2^2 + 2(x - l_0)l_1 \quad (30)$$

$$c_2 = l_1^2 + y^2 + (x - l_0)^2 - l_2^2 - 2(x - l_0)l_1 \quad (31)$$

Z rovnice (26) pro  $z_i$  vyplývá, že inverzní kinematická úloha má čtyři různá analytická řešení. Ty odpovídají čtyřem možným pracovním konfiguracím mechanismu. Ke značení těchto konfigurací se používá symbolů + a -. Díky tomu se dají určit buď kladné, nebo záporné hodnoty  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  použité právě ve zmíněných rovnicích. Robot zkoumaný v této práci má tedy konfiguraci "+-". Na obr. 10 jsou znázorněny všechny čtyři konfigurace sloužící pro dosažení stejné polohy end-effektoru i s jejich symbolickým značením. [16]



Obrázek 11 Konfigurace vyplývající z inverzní kinematiky [17]

Konfigurace zkoumaného manipulátoru je "+-", tudíž  $\sigma_1 = 1$  a  $\sigma_2 = -1$

### 3. Pracovní prostor

Při zjišťování pracovního prostoru manipulátoru je třeba vzít v potaz tři základní omezení. Teoretický pracovní prostor, singularity a kolize ramen.

#### 3.1 Teoretický pracovní prostor

Teoretický pracovní prostor je množina bodů, kterých je schopen end-effektor dosáhnout bez ohledu na singularity a kolize ramen. Při určování teoretického pracovního prostoru se pracuje pouze s délkou a umístěním ramen.

Teoretický pracovní prostor 5R manipulátoru lze podle [16] popsat průnikem čtyř kružnic:

$$K_{1o}: (x + l_0)^2 + y^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (32)$$

$$K_{1i}: (x + l_0)^2 + y^2 = (l_1 - l_2)^2 \quad (33)$$

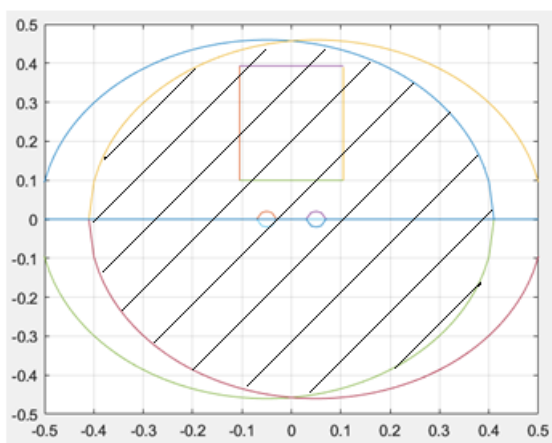
$$K_{2o}: (x - l_0)^2 + y^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (34)$$

$$K_{2i}: (x - l_0)^2 + y^2 = (l_1 - l_2)^2 \quad (35)$$

Rozměry ramen jsou v modelu podle značení v obr. 8 nastaveny na:

$$l_1 = 220 \text{ mm}, l_2 = 240 \text{ mm}, l_3 = 240 \text{ mm}, l_4 = 220 \text{ mm}, l_5 = 50 \text{ mm}$$

Se zadanými rozměry je teoretický pracovní prostor zkoumaného manipulátoru zobrazen šrafovanou oblastí na obr. 11.



Obrázek 12 Teoretický pracovní prostor zkoumaného manipulátoru

Kde je teoretický pracovní prostor vyznačen průnikem ploch okrajových kružnic. V obrázku je zároveň zobrazen papír formátu A4, který tvoří plánovaný pracovní prostor robota.

## 3.2 Singulární polohy

Singulární polohy jsou jednou z největších překážek pro použití paralelního manipulátoru. Jedná se o polohy, kdy mechanismus ztratí jeden stupeň volnosti, nebo naopak další stupně získává. Koncový end-effektor který je v tu chvíli zatížen silami, nebo momenty, kterým motory nejsou schopny vzdorovat, se stává v tu chvíli neovladatelný. U paralelních manipulátorů "Pick and place" se tyto polohy dají překonat například setrvačnými silami. Jediná překážka, kterou singulární polohy u těchto manipulátorů tvoří je, že v těchto polohách nemůže být počáteční, ani konečné umístění přenášeného objektu. U zkoumaného manipulátoru však záleží na přesné dráze, kterou se end-effektor dostane z jednoho bodu do druhého, tudíž nelze uvažovat o překonání singulárních poloh pomocí setrvačnosti. [18]

### 3.2.1 Jacobiho matice

Derivací rovnic (20) a (21) z inverzní kinematiky podle času vyjdou rovnice:

$$l_1[y\cos\theta_1 - (x + l_0)\sin\theta_1]\dot{\theta}_1 = (x + l_0 - l_1\cos\theta_1)\dot{x} + (y - l_1\sin\theta_1)\dot{y} \quad (36)$$

$$l_1[y\cos\theta_2 + (-x + l_0)\sin\theta_2]\dot{\theta}_2 = (x - l_0 - l_1\cos\theta_2)\dot{x} + (y - l_1\sin\theta_2)\dot{y} \quad (37)$$

Úpravou těchto rovnic do tvaru  $\dot{\theta}=(\theta_1 \ \theta_2)^T$  a  $\dot{x}=(x_1 \ x_2)^T$  se získají matice A a B, kde:

$$A = \begin{bmatrix} l_1[y\cos\theta_1 - (x + l_0)\sin\theta_1] & 0 \\ 0 & l_1[y\cos\theta_2 + (l_0 - x)\sin\theta_2] \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B = \begin{bmatrix} x + l_0 - l_1\cos\theta_1 & y - l_1\sin\theta_1 \\ x - l_0 - l_1\cos\theta_2 & y - l_1\sin\theta_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

### 3.2.2 Určení singulárních poloh

Singulární polohy mechanismu se získávají analýzou Jacobiho a inverzní Jacobiho matice. [19]

$$A \cdot \dot{\theta} = B \cdot \dot{x} \quad (40)$$

$$\dot{x} = B^{-1} \cdot A \cdot \dot{\theta} \quad (41)$$

$$J = B^{-1} \cdot A \quad (42)$$

$$J^{-1} = B \cdot A^{-1} \quad (43)$$

Singulární polohy pro paralelní manipulátory lze podle těchto rovnic rozdělit na tři typy

1. Matice A nemá plnou hodnost  $\Rightarrow$  sériová singularita (jacobián  $J$  nemá plnou hodnost). Tento typ singularity koresponduje se sériovou singulární polohou sériových manipulátorů reprezentující nezávislé kinematické řetězce manipulátoru. V tomto případě existuje nenulová rychlost kloubových souřadnic  $\dot{\theta} \neq 0$ , pro kterou se end-effektor nemůže pohybovat  $\dot{x} = 0$ . Tento typ singularity bývá často chybně zaměňován s hranicí pracovního prostoru manipulátoru, pro kterou platí to samé (obecně však sériová singularita na hranici pracovního prostoru nemusí nastávat). [19]
2. Matice B nemá plnou hodnost  $\Rightarrow$  paralelní singularita (inverzní jacobián  $J^{-1}$  nemá plnou hodnost). V takovém případě existuje nenulová rychlost  $\dot{x} \neq 0$  end-effektoru generující nulovou rychlost  $\dot{\theta} = 0$  aktivních kloubových souřadnic. Koncový efektor získává tzv. neřiditelné stupně volnosti. V praxi je nezbytně nutné se okolí takových poloh vyvarovat, protože se v nich manipulátor stává v podstatě neřiditelným. [19]
3. Matice A ani B nemá plnou hodnost. Nastávají oba typy singularit současně. [19]

### 3.3 Kolize ramen

Kolize ramen hrozí u paralelních manipulátorů v rámci jedné konfigurace pouze v okrajových polohách a lze jim předejít vhodným uspořádáním ramen manipulátoru.



Obrázek 13 Paralelní manipulátor DexTAR

U manipulátoru z obr.10 je kolizím ramen zabráněno tím, že ramena  $l_2$  a  $l_3$  jsou v jiné výšce a ramena  $l_1$  a  $l_4$  nejsou dostatečně dlouhá, aby dosáhla k bodům  $A_1$  a  $A_2$ , ve kterých jsou ramena  $l_1$  a  $l_4$  připojena k pohonům.

### 3.4 Použitelný pracovní prostor

Použitelný pracovní prostor se od teoretického pracovního prostoru liší zahrnutím singulárních poloh. Nejlépe se dá popsat jako maximální souvislý prostor ohraničený hranicemi teoretického pracovního prostoru a singulárními polohami. Tento prostor bude později ještě zmenšen, jelikož v okolí singulárních poloh dochází k výraznému snížení přesnosti, kterou se zabývá Global conditioning index (GCI). Kvůli tomuto jevu je nutno využitý pracovní prostor ještě zmenšit o plochy, kde výsledná přesnost nebude dostatečná pro správné plnění funkce mechanismu. [16]



## 4. Global conditioning index

Global conditioning index (GCI) definovali ve své práci C. Gosselin a J. Angeles [20] takto:

Jakobiho matice paralelních manipulátorů lze definovat jako inverzní transformaci

$$K\dot{x} = \dot{\theta} \quad (44)$$

, kde  $\dot{\theta}$  je rychlost kloubů a  $\dot{x}$  je výsledná rychlost end-effektoru.

Přesnost řízení daného manipulátoru je nepřímo závislá na čísle podmíněnosti k této matici. Proto čím menší je číslo podmíněnosti, tím větší přesnosti je možné při řízení daného manipulátoru dosáhnout.

Číslo podmíněnosti lze v závislosti na Jakobiho matici definovat takto:

$$\kappa = \|J\| \cdot \|J^{-1}\| \quad (45)$$

, kde  $J$  je Jakobiho matice a  $\|\cdot\|$  je Euklidovská norma matice, kterou lze zapsat jako:

$$\|J\| = \sqrt{\text{tr}(JWJ^T)} \quad (46)$$

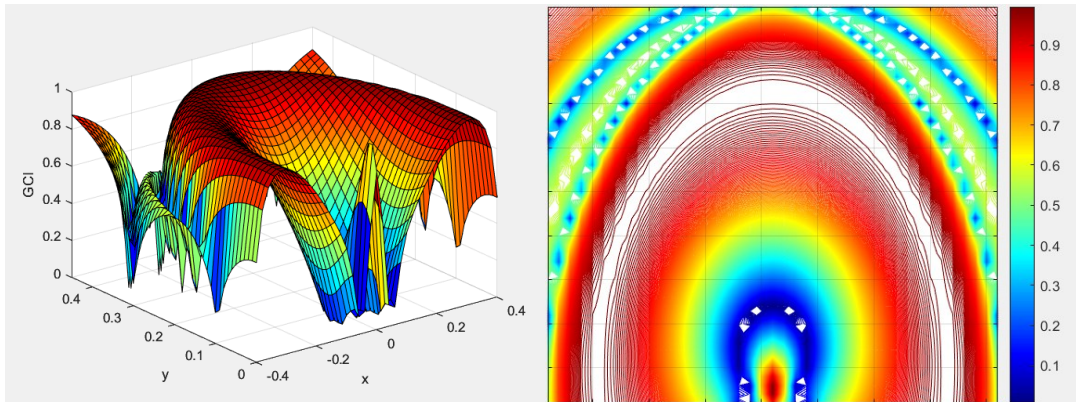
, kde  $W = \frac{1}{n}$  a  $n$  je dimenze čtvercové matice  $J$ .

Při určování Jakobiho matice  $J$  je důležité si uvědomit, že je závislá na aktuálním uspořádání manipulátoru (viz. kap. 2.3), a proto i její číslo podmíněnosti je vztaženo k této konfiguraci a výsledný GCI v daném bodě platí také pouze pro tuto konfiguraci. [20]

Výsledný GCI označovaný indexem  $\eta$ , kde  $\eta \in \langle 0; 1 \rangle$ , vyjadřuje na škále od 0 do 1 jaké přesnosti řízení je možno dosáhnout, a lze ho definovat jako převrácenou hodnotu čísla podmíněnosti [20], neboli:

$$\eta = \frac{1}{\kappa} \quad (47)$$

Pro zkoumaný manipulátor byly do 2D a 3D grafu zaneseny výsledné hodnoty GCI.



Obrázek 14 Hodnoty GCI v teoretickém pracovním prostoru

## 5. Analýza optimalizačních kritérií v robotice

### 5.1 Multikritériální optimalizace

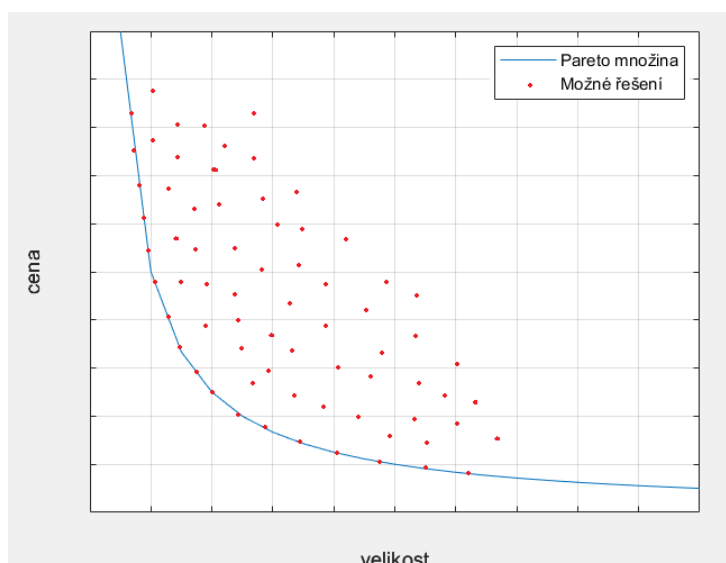
Velká část optimalizačních úloh, které je potřeba řešit se řadí do multikritériální optimalizace. Například u výběru pohonu jsou rozhodujícími kritérii cena, rozměry a výkon. Tato kritéria jsou vzájemně v konfliktu, protože pokud je požadován větší výkon, zvedne se cena, nebo se zvětší rozměry. Zahrnutí vícero různých kritérií do jedné funkce může být dosaženo váhováním daných kritérií. To znamená, že je každému kritériu připsána určitá významnost, s jakou ho do výsledného rozhodnutí zahrnujeme.

Výsledkem multikritériální optimalizace není skalár, jako je tomu u jednokritériální optimalizace, ale vektor. Složky výsledného vektoru odpovídají hodnotám dílčích jednokritériálních funkcí, ze kterých je daná optimalizační úloha složena. Pokud jsou v rámci optimalizační úlohy alespoň dvě kritéria v konfliktu, nebude existovat jediné optimální řešení, ale množina řešení, z nichž každé lze nazvat optimálním řešením dané úlohy. [23]

#### 5.1.1 Pareto množina

Pareto množina je množina výsledných optimálních řešení, pro která platí, že zlepšení jednoho parametru povede ke zhoršení ostatních. Zavedl ji v roce 1906 italský inženýr, sociolog a ekonom Vilfredo Frederico Damaso Pareto. [24]

Při výběru pohonu, kde je výkon přesně daný a rozhodovacími parametry jsou cena a velikost může Pareto množina vypadat následovně:



Obrázek 15 Zobrazení Pareto množiny pro optimalizační úlohu

## 5.2 Optimalizace kinematické architektury robota

Pro vytvoření optimální kinematické architektury robota je nutné formulovat tři klíčové problémy [18]:

### 1. Definice optimalizační úlohy

Jedná se o nejdůležitější část optimalizace, neboť nevhodná, či neúplná formulace může vést k nesmyslnému, nebo nerealizovatelnému výsledku. [18]

Optimalizační úloha nemá přesnou definici. Její formulace závisí na kvalitativních požadavcích, které na manipulátor máme. Optimalizační úloha je v práci [21] definována následovně:

1. Univerzum  $U$  všech potenciálních řešení, jež je obvykle dáno jako vektorový prostor s jednotlivými proměnnými jako souřadnicemi. [21]
2. Omezujícími podmínkami, které určují podmnožinu  $P \subseteq U$  všech přípustných řešení úlohy. [21]
3. Účelovou funkcí  $h: U \rightarrow \mathbb{R}$ , která přiřazuje každému možnému řešení jeho hodnotu – cenu. Podle kontextu úlohy hodnotu účelové funkce buď maximalizujeme, nebo minimalizujeme. [21]

### 2. Řešení optimalizační úlohy

Jedná se o vlastní princip optimalizace. Za pomoci řady metod, zahrnujících přímé prohledávání, gradientní přístupy, negradientní přístupy, intervalovou analýzu, atd., je hledáno maximum nebo minimum účelové funkce. Hlavní limitací všech používaných optimalizačních metod jsou výpočetní čas, paměťová náročnost, přesnost, atd. [21]

Za vyřešení optimalizační úlohy se potom považuje:

Nalezení řešení  $\vec{x} \in P$  s optimální hodnotou účelové funkce. [21]

Optimální řešení není v praxi vždy vhodné. Například z důvodu nedokonalosti reálného robota oproti idealizovanému robotu v zadání optimalizace (výsledek může být v tisícinách milimetru což by bylo neekonomické, případně nemožné pro výrobu). Proto v případech, kdy se odchýlíme od optimálního řešení, uvádíme odhad procenta chyby od optima. [21]

### 3. Alternativní přístupy k řešení

Tato oblast poskytuje nové možnosti optimalizace a syntézy manipulátorů. Klasická úloha kriteriální optimalizace je ekvivalentně nahrazena úlohou, která principiálně umožňuje takový problém řešit s využitím odlišných přístupů a jejich výsledky lze potom vhodně interpretovat na problém původní. Zásadním přínosem takových metod je možnost získání určité přidané hodnoty. [18]

## 5.3 Kritéria optimality

Kritéria optimality jsou základem optimalizace. Jedná se o kvalitativní zhodnocení chování zkoumaného manipulátoru pro jeho konkrétní navrhované parametry. Z hlediska platnosti se rozlišují dvě základní skupiny. [18]

### 5.3.1 Lokální kritéria

Lokální kritéria zkoumají vlastnosti robota v jednom určitém bodě jeho možné trajektorie. Jelikož v tomto bodě zkoumají polohu, rychlost nebo zrychlení end-effektoru, nebo jiných částí jeho mechanismu, vycházejí většinou z podoby kinematického jakobiánu daného robota. [18]

#### 5.3.1.2 Problémy v hledání lokálního kritéria

##### 1. Nekonzistentnost fyzikálních jednotek

Kinematický jakobián pracuje s prvky vektorů s různými fyzikálními jednotkami např.:  $m$ ,  $\frac{m}{s}$ ,  $rad$ ,  $\frac{rad}{s}$ ,  $N$ ,  $Nm$ , atd. Číslo podmíněnosti jakobiánu pak závisí na aktuálně uvažovaných hodnotách. Pokud se ale některé hodnoty vyjádří jinak, např.: úhlová rychlost  $[rad]$  jako translační rychlost  $[\frac{m}{s}]$ , budou do kinematického jakobiánu dosazována jiná čísla a výsledná podmíněnost bude vycházet odlišně oproti skutečnosti. [18]

##### 2. Pouze polohové závislosti

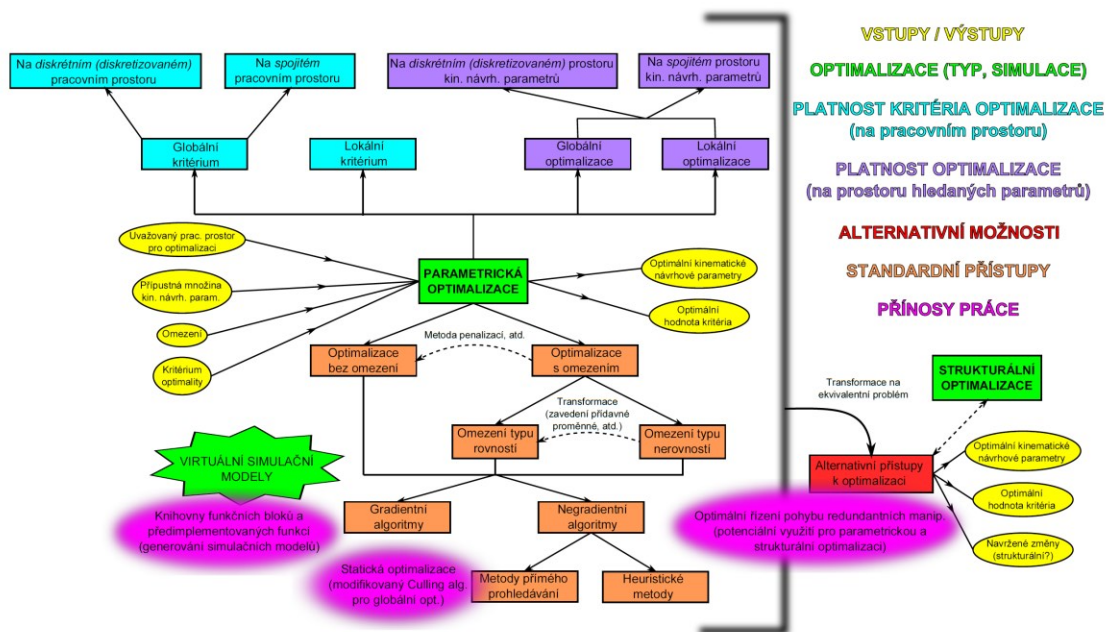
Manipulátory se nezkoumají pouze z pohledu kinematiky, ale také z pohledu dynamiky. V případě manipulátorů s předem danou opakující se trajektorií pohybu jsou kinematická kritéria optimality nedostačující a je nutné uvažovat i dynamické chování manipulátorů. [18]

### 3. Singularity a omezení

Během výpočtu lokálních kritérií se může manipulátor dostat do singulární, nebo okrajové polohy. Proto je nezbytné před zahájením samotného výpočtu uvažovat omezení a do výpočtu zahrnout pouze přípustné hodnoty navrhovaných parametrů. [18]

### 5.3.2 Globální kritéria

Vlastnosti manipulátoru jsou hodnoceny v průběhu celé plánované trajektorie jeho pohybu, nebo v celém jeho pracovním prostoru. Globální kritéria často bývají prezentována jako suma lokálních kritérií, případně jsou založena na principu maximální/minimální hodnoty lokálního kritéria optimality v celé uvažované dráze, nebo celém uvažovaném pracovním prostoru. [18]



Obrázek 16 Přístupy k parametrické optimalizaci kinematiky manipulátorů včetně vyznačených vlastních přínosů práce [18]

## 6. Metody řízení mechatronických systémů

Vědní obor mechatroniky stojí na čtyřech základních pilířích. Mechanika, elektronika, software a řízení. Řízení je nedílnou součástí všech mechatronických systémů a umožňuje jim schopnost adekvátně reagovat na vnější podněty. Dává systému možnost se rozhodovat a reagovat na vnější skutečnosti. Od složitosti mechatronických systémů se odvíjí i komplexnost jejich řízení, počínaje logickými hodnotami 1 a 0 a konče umělou inteligencí. Jediným omezením je čas. V rámci rozhodovacího algoritmu musí řídicí algoritmus provést daný počet operací (čím složitější, tím více), aby rozhodl co dál. Pokud řídicí algoritmus není schopen vykonat všechny operace v termínu, je potřeba ho zjednodušit. [12]

### 6.1 Dynamický systém

Pro účinné řízení mechatronického systému je třeba vytvořit jeho kvalitní model. Na tomto modelu se vytvoří dynamický systém, který slouží k predikci jeho chování. Pro vytvoření dynamického systému je využíván buď analytický, nebo experimentální přístup. [12]

#### 6.1.1 Identifikace dynamického modelu na základě analytických dat

Při identifikaci dynamického systému na základě analytických dat jsou využívány matematické, fyzikální a jiné zákonitosti. Proto se také tento způsob jinak nazývá matematicko-fyzikální analýza. Dynamické systémy vzniklé tímto způsobem jsou často velmi složité a pro jejich účinné použití je třeba je zjednodušit. Dalším zásadním problémem tohoto způsobu je, že některé veličiny není možné přesně definovat, nebo není známa jejich přesná hodnota. [12]

#### 6.1.2 Identifikace dynamického modelu na základě experimentálních dat

Při identifikaci dynamického modelu na základě experimentálních dat jsou prováděna měření na daném mechatronickém systému a z rozboru výsledků jsou určeny vztahy mezi jednotlivými veličinami. Zde je zásadní problém v přesnosti měření a schopnosti identicky opakovat experiment. Tím, že provedená měření nejsou dokonale přesná, vzniká při tvorbě dynamického systému odchylka, která se pak může dále zvětšovat. [12]

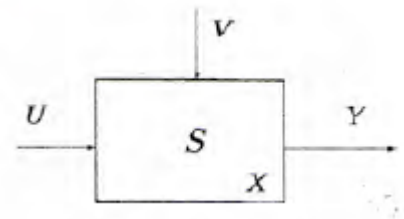
### 6.1.3 Kombinace způsobů

Nejlepší cestou pro tvorbu dynamického systému je kombinace obou zmíněných systémů. Veličiny, které lze určit matematicko-fyzikální analýzou se určí matematicko-fyzikální analýzou a veličiny, které jejím využitím stanovit nelze stanovíme experimentálním způsobem. [12]

## 6.2 Veličiny

Vytvořený dynamický systém je možné zjednodušeně zobrazit takto:

Soubor všech veličin potřebných k predikci chování systému, nazývaný také stav systému, je značen písmenem  $X$ .



Obrázek 17 Zjednodušené zobrazení dynamického systému [12]

Veličiny působící z okolí na systém jsou rozděleny na dvě skupiny. Ty, které mohou být změněny jsou nazývány řídicí veličiny a jsou značeny písmenem  $U$  a ty které měnit nelze se nazývají poruchové veličiny a jsou značeny písmenem  $V$ . Poruchové veličiny se dále dělí na měřitelné a neměřitelné.

Veličiny produkované systémem jsou označovány jako výstupní a ty, které je možno řídit nebo regulovat jsou nazývány regulované veličiny a značeny písmenem  $Y$ . [12]

## 6.3 Výběr typů řízení

Systémy s otevřenou smyčkou jsou velmi jednoduché, levné a spolehlivé. Proto se jejich použití doporučuje.

Pokud není pomocí těchto systémů dosaženo dostatečné kvality řízení, možným způsobem řešení je kompenzace vlivu poruchových veličin.

V případě, že ani kompenzace vlivu poruchových veličin nevede na dostatečně funkční systém, je vhodné zvážit výkonnější zpětnovazební metody. [22]



## 6.4 Požadavky kladené na řízení

### 6.4.1 Kompenzace vlivu poruchových veličin

Poruchové veličiny jsou veličiny, které mají na regulovanou veličinu často nežádoucí vliv, a proto je snaha je odstranit. Pokud je poruchová veličina měřitelná, je možné její vliv kompenzovat zpracováním jejího signálu v řídicím členu. V případě, že ji lze kompenzovat beze zbytku, označuje se řízený systém jako invariantní vzhledem k poruše. [12]

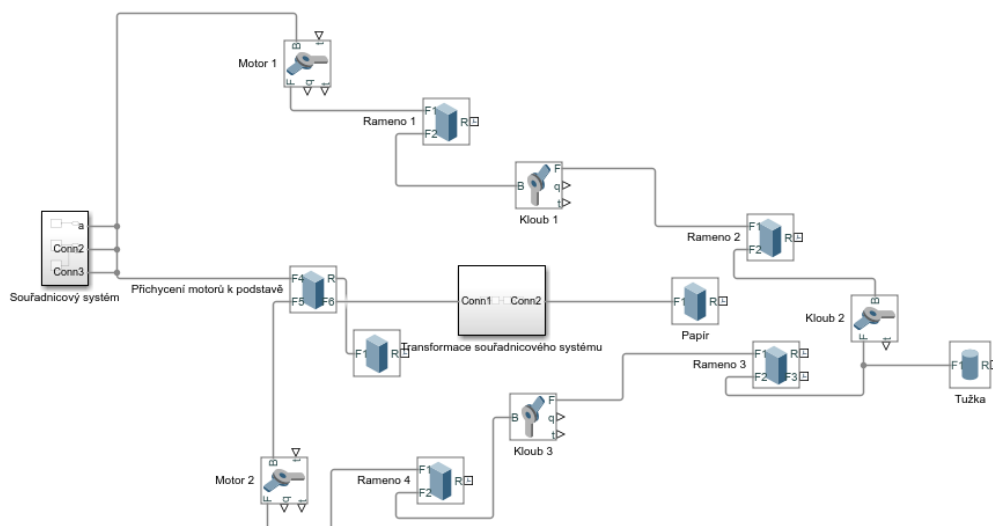
### 6.4.2 Problém sledování

Téměř vždy je žádoucí, aby výstupní veličina byla rovna požadované veličině, neboli aby skutečný pohyb byl stejný jako požadovaný pohyb a skutečná teplota byla stejná jako požadovaná teplota, atd. To znamená, že je snaha docílit, aby se regulační odchylka, značená  $e$ , limitně blížila 0. Regulační odchylka je definovaná jako rozdíl mezi požadovanou veličinou ( $w$ ) a výstupní veličinou ( $y$ ) tj.  $e=w-y$  [12]

## 7. Sestavení simulačního modelu

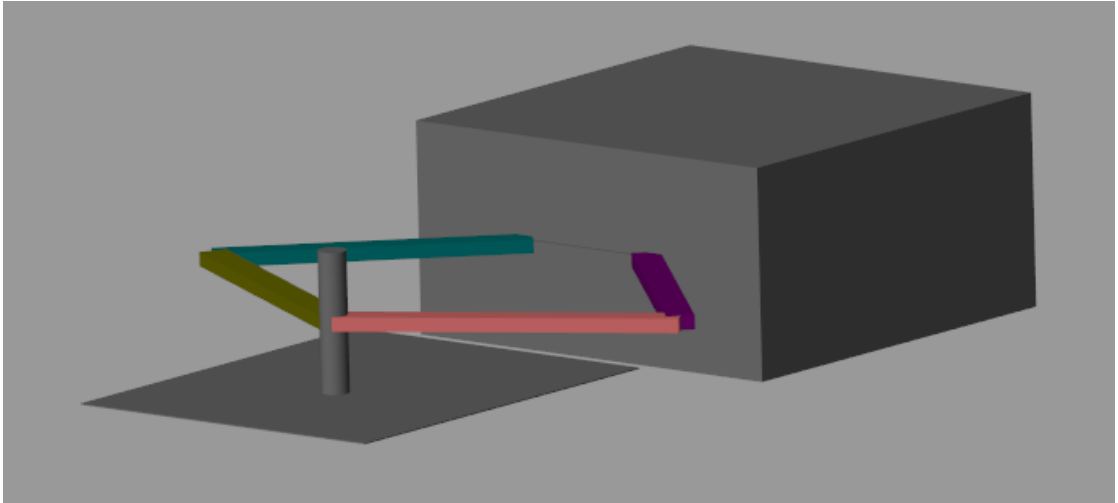
### 7.1 Zjednodušení modelu

V rámci zjednodušení simulačního modelu jsou modely ramen nahrazeny hranoly, klouby a ložiska jsou nahrazeny pouze rotační vazbou bez tření a tužka je geometricky nahrazena válcem.



Obrázek 18 Schéma zjednodušeného modelu

Předpokládáme, že ramena manipulátoru budou tisknuta na 3D tiskárně z materiálu PETG, jehož hustota je podle technického listu Prusa Polymers viz. příloha práce  $1270 \text{ kg/m}^3$ . S předpokládanou 50 % výplní je výsledná hustota ramen nastavena na  $635 \text{ kg/m}^3$ .



*Obrázek 19 Simulační model manipulátoru*

Model v Simscape multibody také umožňuje zahrnutí gravitační síly a setrvačných sil.

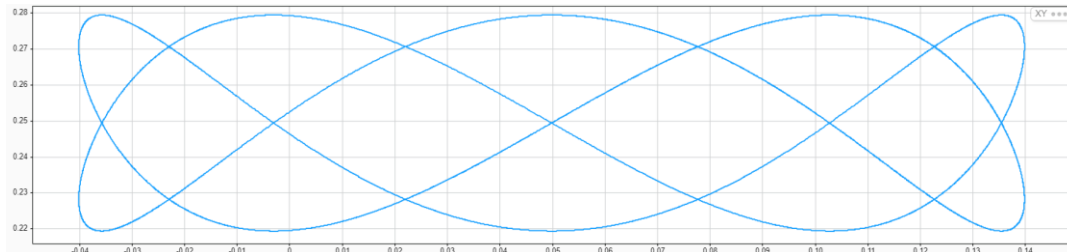
Rozměry ramen jsou v modelu podle značení v obr. 8 nastaveny na:

$$l_1 = 220 \text{ mm}, l_2 = 240 \text{ mm}, l_3 = 240 \text{ mm}, l_4 = 220 \text{ mm}, l_5 = 50 \text{ mm}$$

## 8. Implementace PID regulátorů

### 8.1 Dráha end-effektoru

Pro testování simulačního modelu tohoto manipulátoru byl jako požadovaná dráha pohybu použit jeden z Lissajousových obrazců.



Obrázek 20 Požadovaná dráha pohybu end-effektoru

Osy na tomto obrázku popisují vzdálenost v x a y od bodu A1 viz. obr. 9.

Pro vznik tohoto obrazce byl na osách x a y předepsán periodický pohyb:

$$x=0.09\sin(0.8\pi t)+0,04983 \quad (48)$$

$$y=0.03\sin(\pi t)+0,249435 \quad (49)$$

### 8.2 Struktura a ladění PID regulátorů

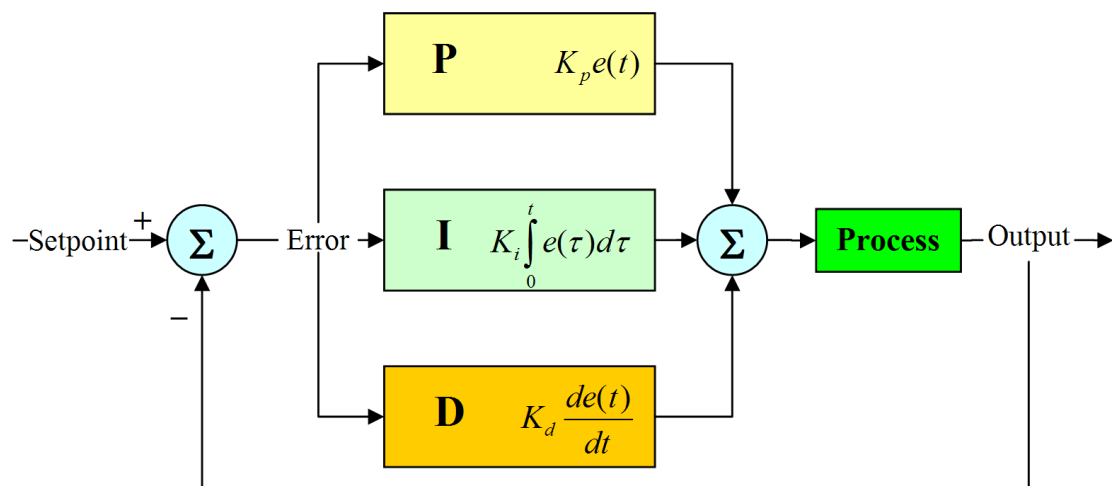
PID regulátor je složený ze tří menších regulátorů, které mohou být pro některé aplikace použity samostatně. Jsou to Proporcionální, Integrační a Derivační složka. [26]

Proporcionální složka je ze všech tří nejjednodušší. Výstup tohoto regulátoru je přímo úměrný vstupu (tedy odchylce). Čím větší odchylka, tím větší výstup. U vysokých hodnot proporcionální složky je možné "přestřelit" hodnotu požadované veličiny kvůli čemuž pak bude odchylka kmitat kolem nuly místo toho, aby se na ní ustálila. [26]

Integrační složka nepracuje pouze s aktuální hodnotou, ale i s předchozími hodnotami odchylky (s jejich integrálem o jehož minimalizaci se snaží). Díky tomu je schopná včas upravit řízení systému, aby bylo přibližování k ideálu plynulejší a odchylka nekmitala kolem nuly. Pokud je integrační složka příliš vysoká, může naopak kmitání kolem požadované hodnoty napomáhat. [26]

Derivační složka zkoumá to, jak se odchylka vyvíjela v poslední době, tedy jak moc rychle klesá, nebo roste a podle toho je schopna upravit svůj výstup. Vliv této složky je nejvíce patrný v případě, kdy se výsledná hodnota blíží požadované hodnotě a je schopna ještě více potlačit kmitání odchylky kolem nuly. Pokud je derivační složka nastavena příliš vysoko, může reagovat na sum příchozího signálu a kmitání naopak budít. [26]

U většiny dnešních PID regulátorů je zabudována nějaká metoda automatického ladění, ale je možné je nastavovat i ručně, například pomocí Ziegler-Nicholsovy metody, případně metodou pokus omyl na základě přechodové charakteristiky. [25]



Obrázek 21 Struktura PID regulátoru [26]

## 8.3 Implementace PID regulátorů do simulačního modelu

Regulátory jsou do simulačního modelu implementovány ve formě zpětnovazebního zapojení. Nejprve byla spuštěna simulace bez vnějšího pohonu motorů, ve které se manipulátor pohyboval jen na základě zpětnovazebního porovnávání požadované polohy end-effektoru a jeho skutečné polohy. Během této simulace byla přes funkci record nahrána do excelových tabulek závislost momentů ve hnacích motorech, které by byly potřebné pro vykonání daného pohybu. Tato funkce však momenty nahrává jen jako množinu bodů závislosti momentu na čase. Proto byly, přes skript v Matlabu, z těchto bodů lineární interpolací sestrojeny křivky momentů v závislosti na čase, které pak byly nahrány zpět do simulačního modelu jako momenty vytvářené hnacími motory. Tím bylo řízení pomocí inverzní dynamiky změněno ze zpětnovazebního na dopředné. Po této úpravě byly regulátory znovu přeladěny.

Na obr. 22 je finální schéma simulačního modelu. Jednotlivým funkčním částem jsou přiřazeny barvy:

Oranžová – Vstupní momentů  $M_1$  a  $M_2$

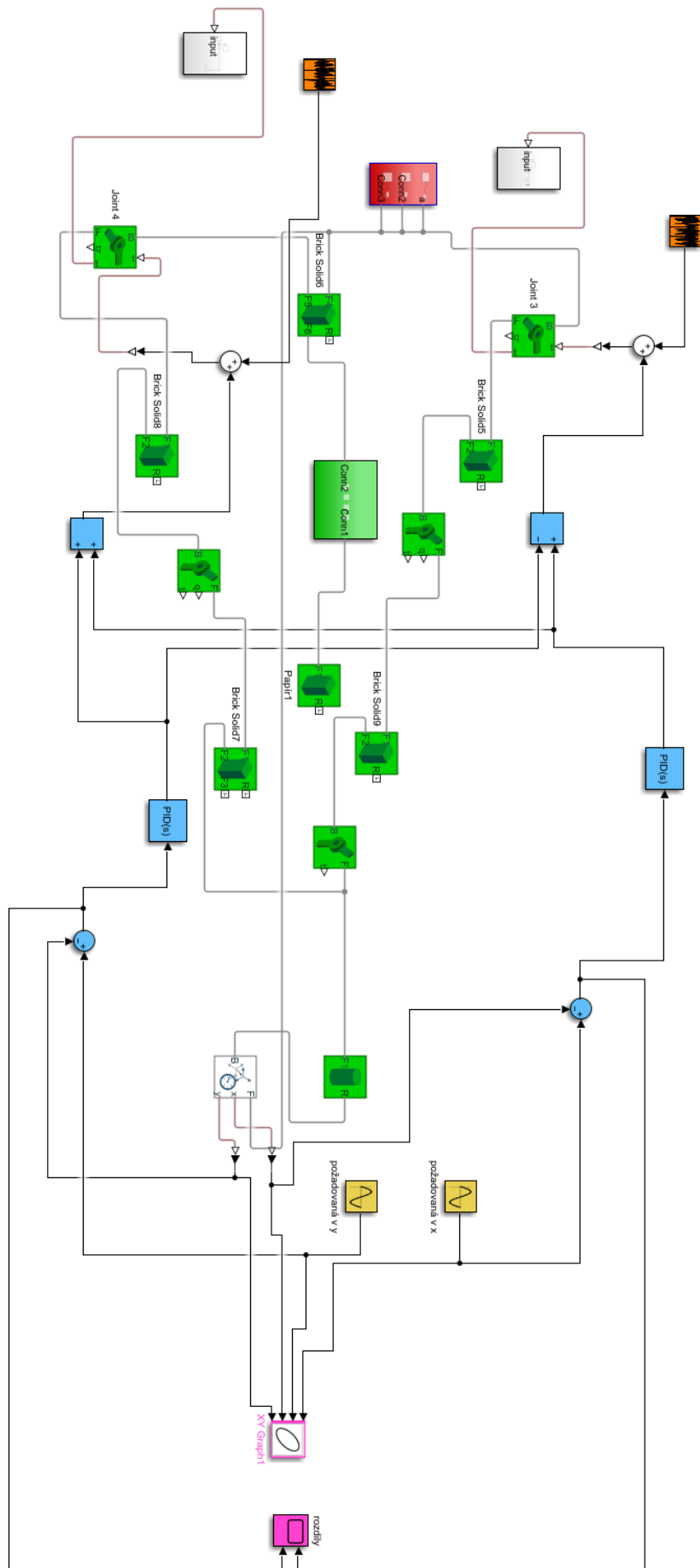
Červená – Globální souřadný systém a nastavení simulace

Zelená – Mechanická část (ramena, rotační vazby, základna, papír a tužka)

Modrá – PID regulace

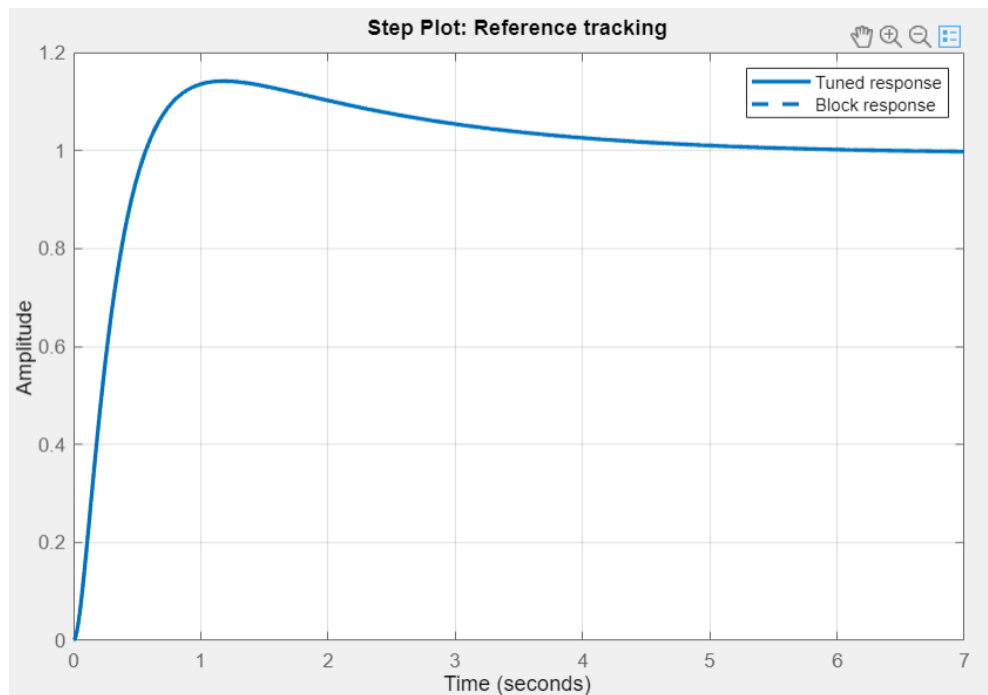
Žlutá – Zadání požadované polohy

Růžová – Grafický výstup rozdílů.

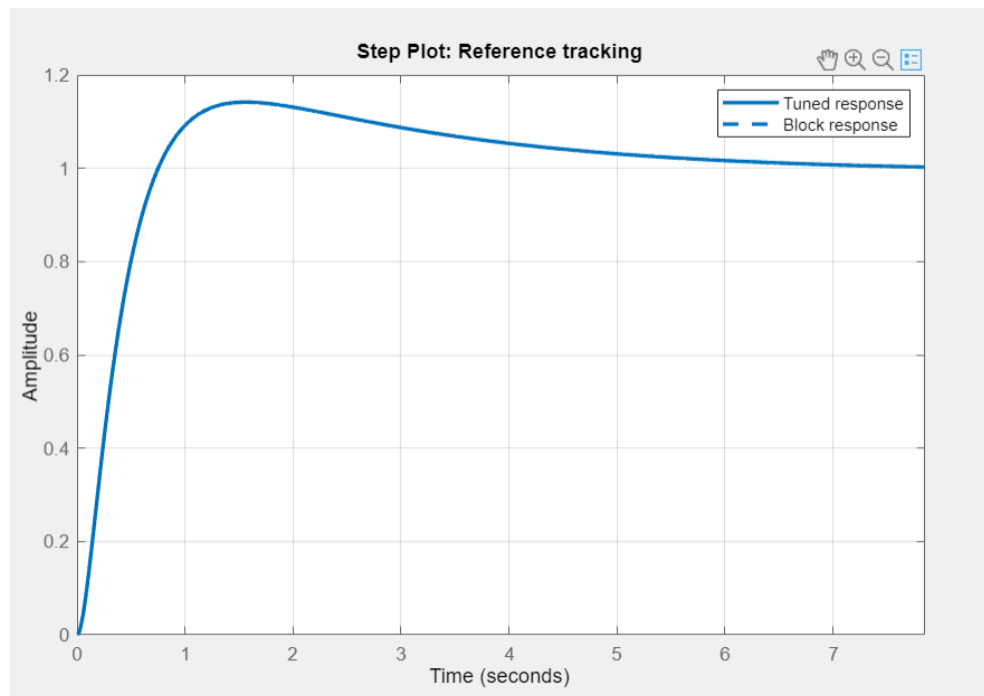


Obrázek 22 Finální schéma simulačního modelu

### 8.3.1 Obrázky z implementace PID regulátorů



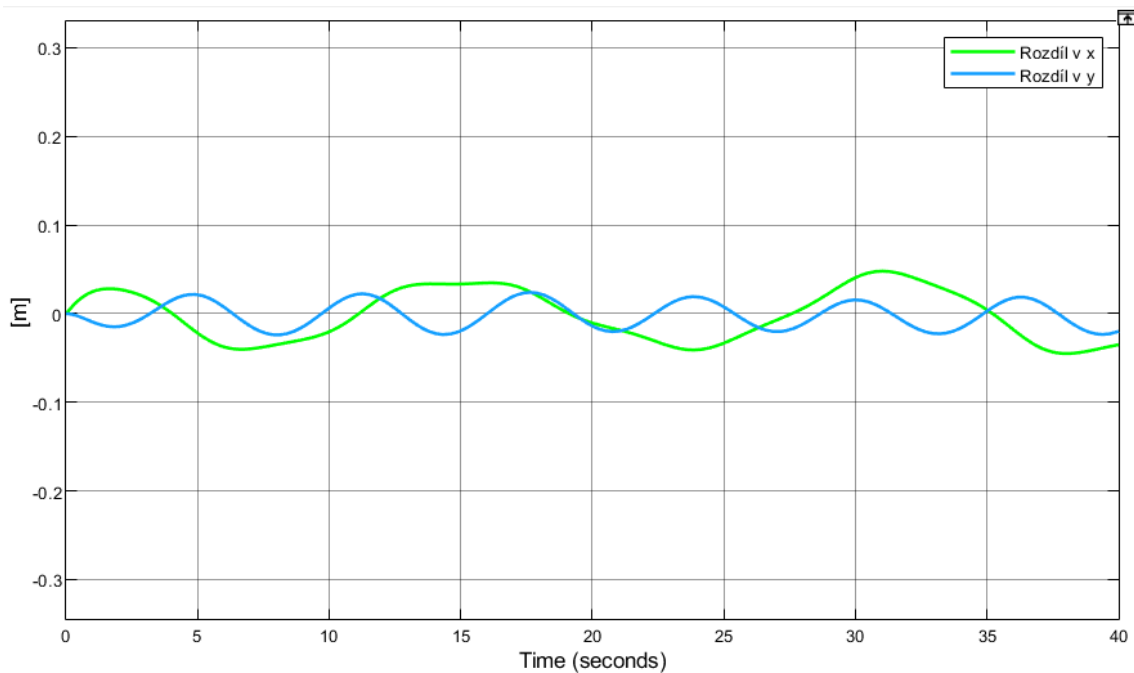
Obrázek 23 Přechodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při prvním naladění prvního regulátoru



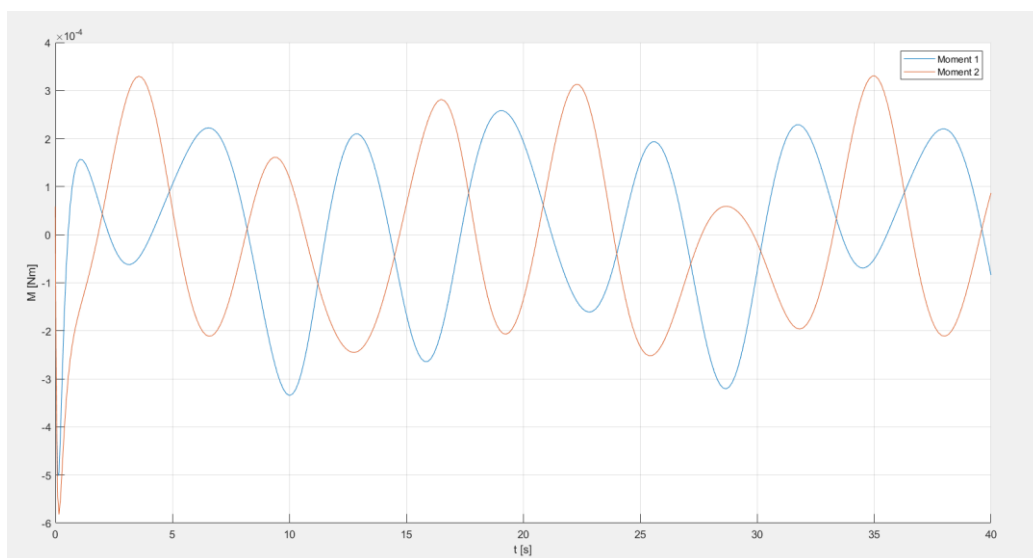
Obrázek 24 Přechodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při prvním naladění druhého regulátoru

V obr. 23 a 24 je vidět, že po jednotkové skokové změně se výstupní veličina ustálí na hodnotě požadované veličiny (tj. 1) za přibližně 7s. To je pro zkoumaný manipulátor velmi pomalá odezva.



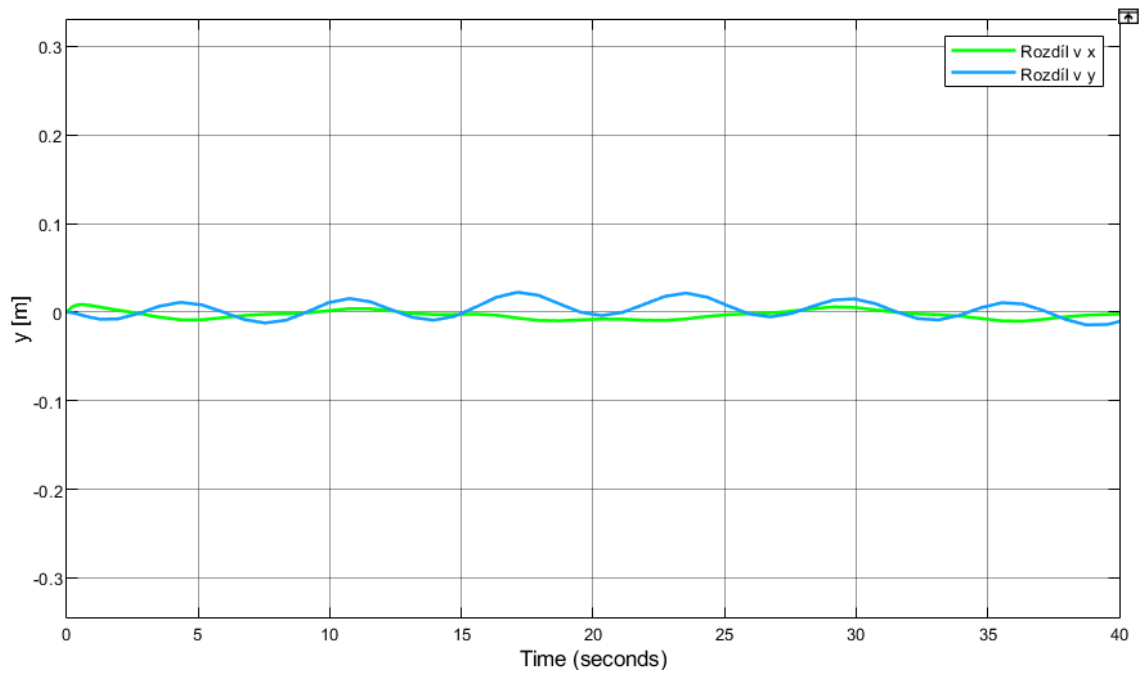


Obrázek 25 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru při prvním naladění regulátorů.

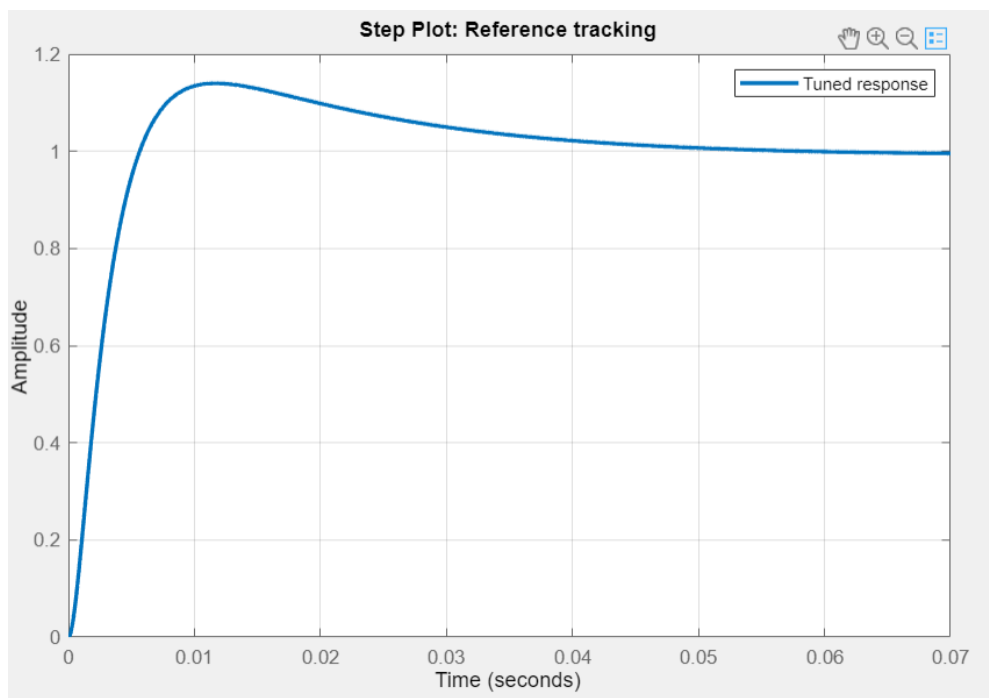


Obrázek 26 Momentové průběhy M1 a M2

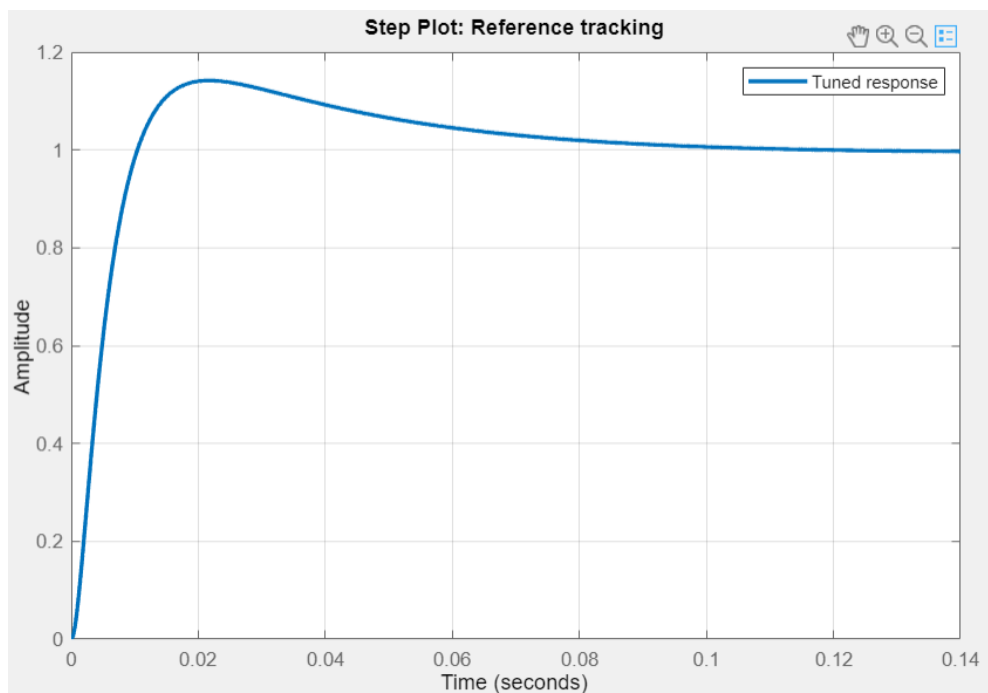
Výstupní momentové průběhy z obr. 26 jsou v řádu  $10^{-4}$  Nm, což vzhledem k velikosti a hmotnosti jednotlivých komponent manipulátoru odpovídá očekávaným výsledkům.



Obrázek 27 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru při nahrání momentových průběhů do motorů bez regulátorů

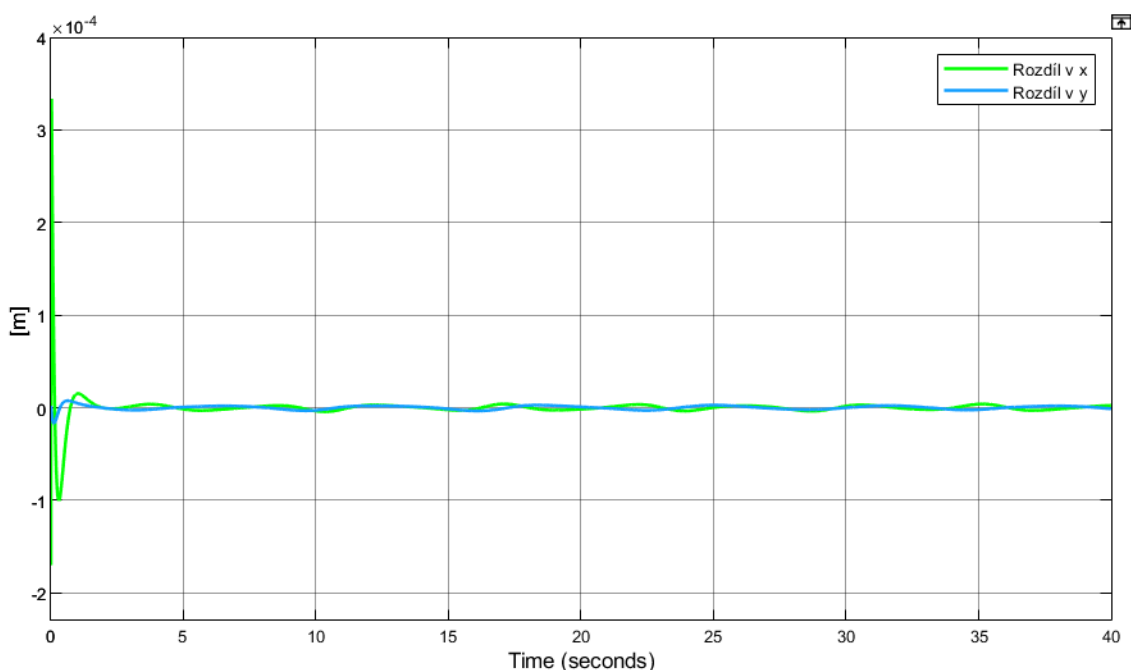


Obrázek 28 Přechodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při druhém naladění prvního regulátoru



Obrázek 29 Přechodová charakteristika zobrazující reakci na jednotkovou skokovou změnu při druhém naladění druhého regulátoru

V obr. 28 a 29 je vidět, že po jednotkové skokové změně se výstupní veličina ustálí na hodnotě požadované veličiny (tj. 1) za přibližně za 0,12s. Což je výrazně lepší, než původních 7s z prvního ladění a tato hodnota je pro zkoumaný manipulátor vyhovující.



Obrázek 30 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru po druhém ladění regulátorů

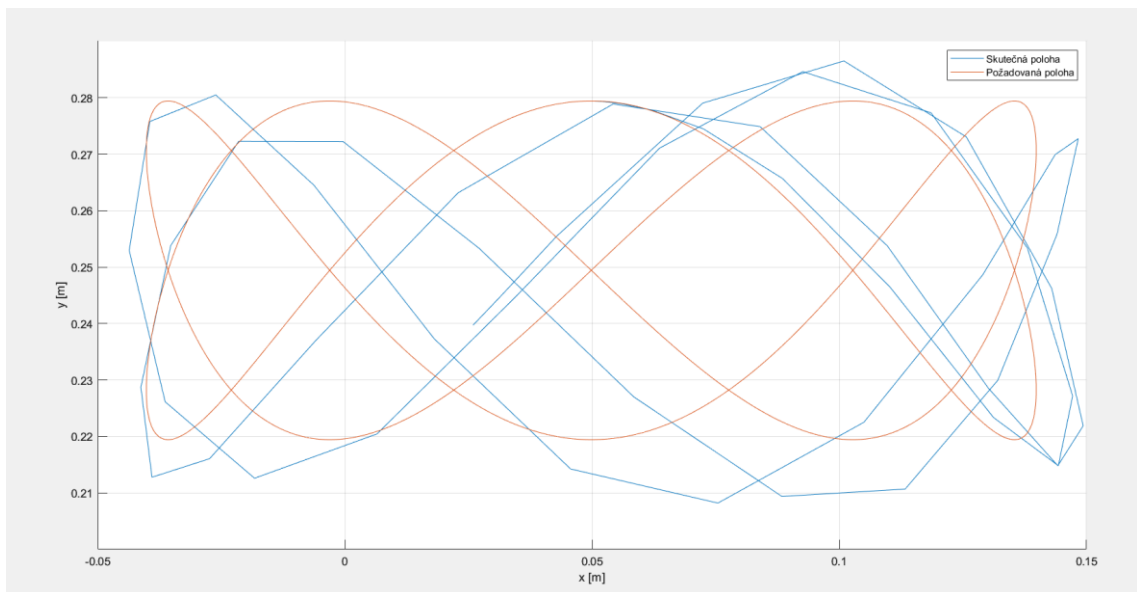
Při srovnání rozdílů v x a y z obr. 25, 27 a 30 je vidět, že naladěním PID regulátorů se manipulátor dostal z odchylky v řádu centimetrů na odchylky v řádu desetin milimetru.

## 9. Simulační experimenty

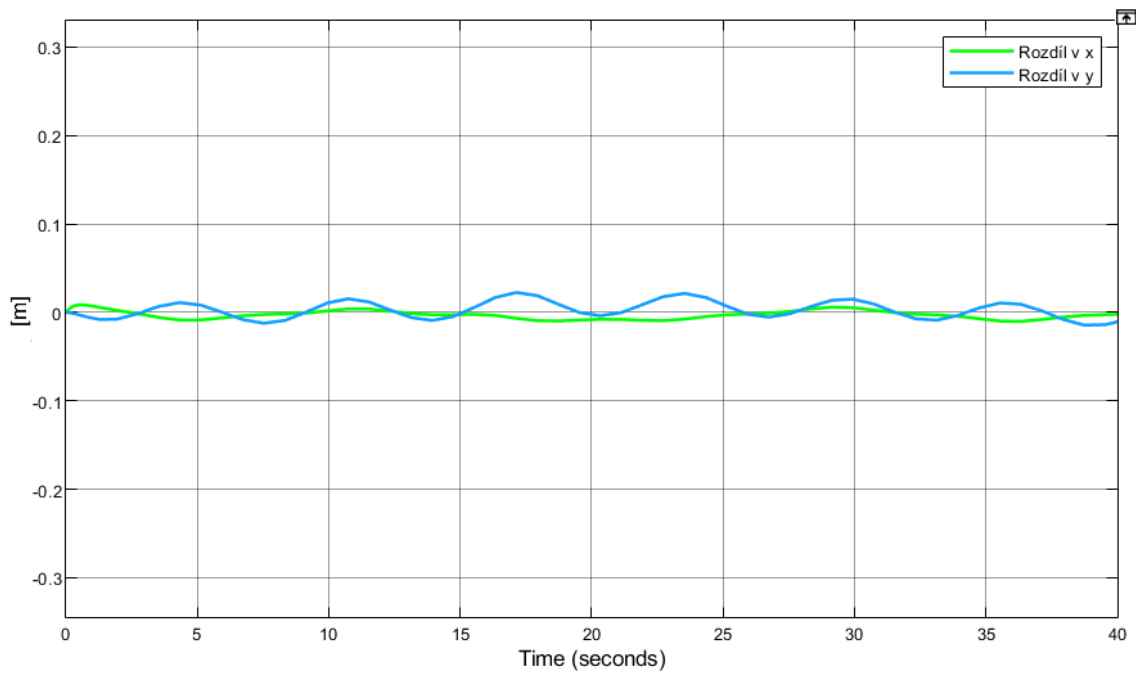
Nejprve byla provedena simulace trajektorie end-effektoru bez regulátorů pouze s momenty získanými v kapitole 8. Simulační model je velmi zjednodušený a některé rušivé elementy, jako například tření, není možné věrně nasimulovat. Proto se pro další simulaci zdvojnásobí hmotnost ramene  $l_4$  ve značení podle obr. 8, čímž se vytvoří neočekávaný vnější vliv, kterým by při pohybu reálného manipulátoru bylo například tření v rotačních vazbách. V další simulaci byla vrácena hmotnost ramene  $l_4$  na původní hodnotu, a byly přidány regulátory. V poslední simulaci se opět změnila hmotnost ramene  $l_4$  v rámci zkoumání, jak se regulátory vypořádávají s neočekávanými nedokonalostmi. Na závěr přichází porovnání výsledků a jejich diskuze.

### 9.1 Grafy

#### 9.1.1 Neregulovaný manipulátor

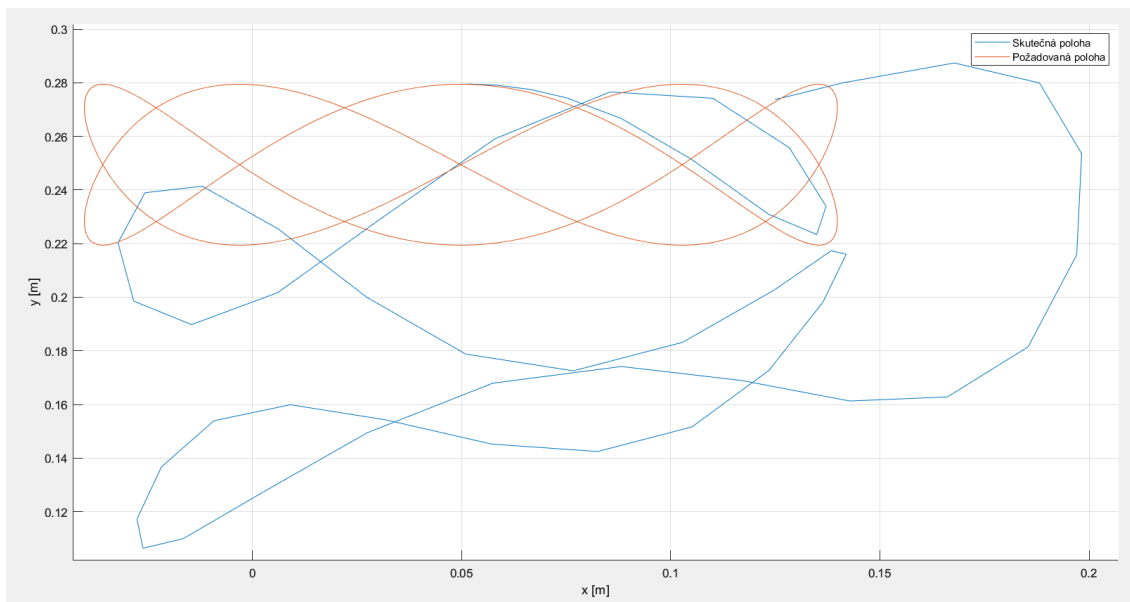


Obrázek 31 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy

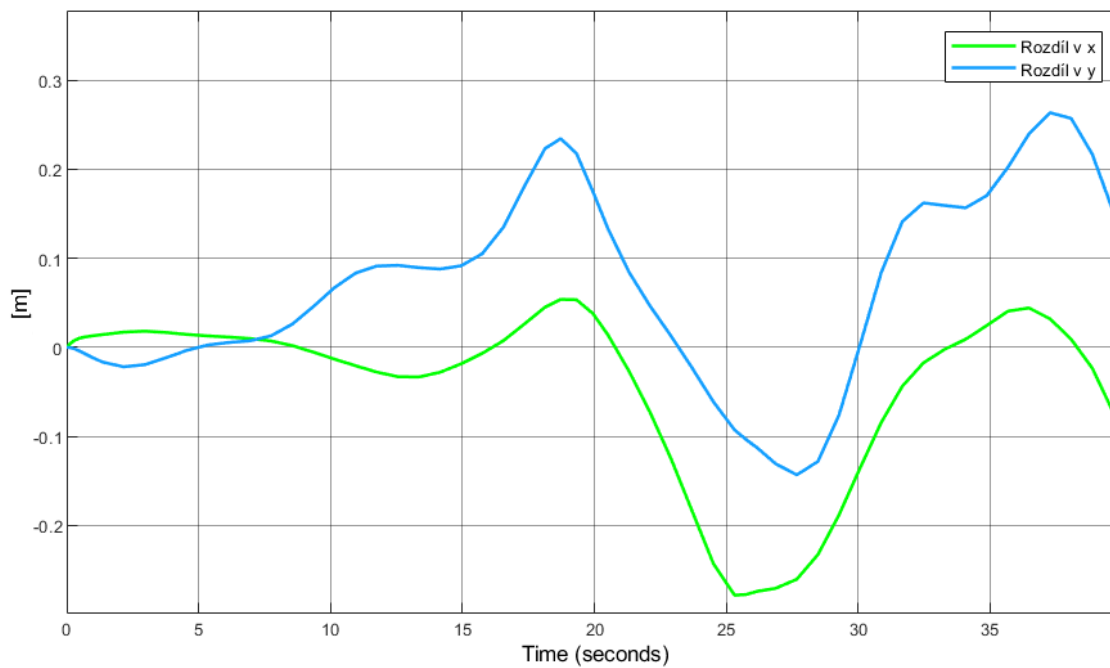


Obrázek 32 Rozdíly v  $x$  a  $y$  mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru

### 9.1.2 Neregulovaný manipulátor se zdvojnásobením hmotnosti v rameni

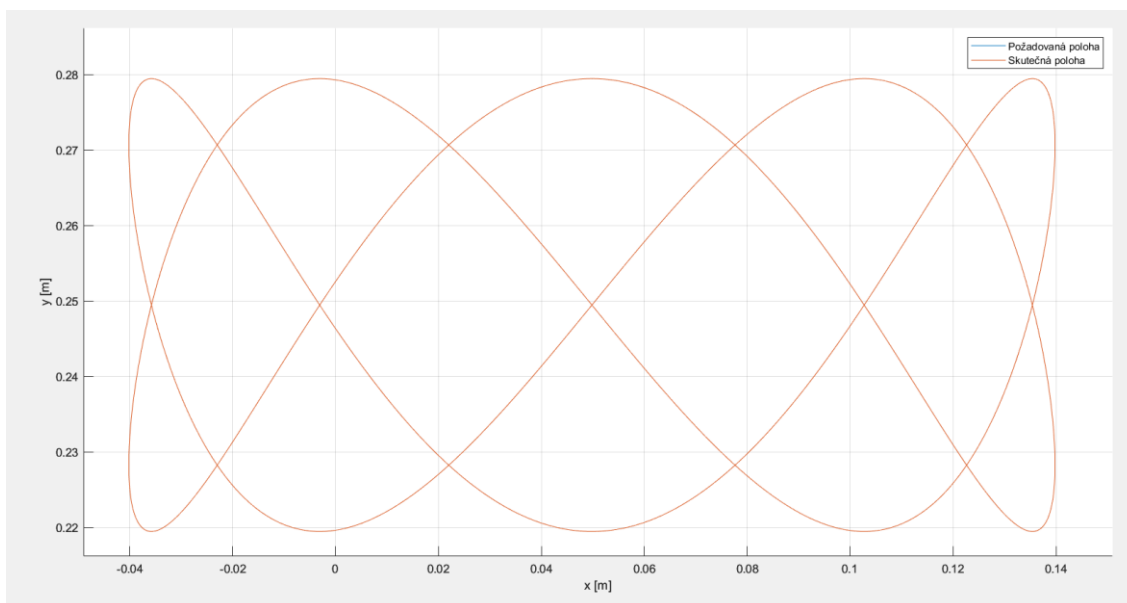


Obrázek 33 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy

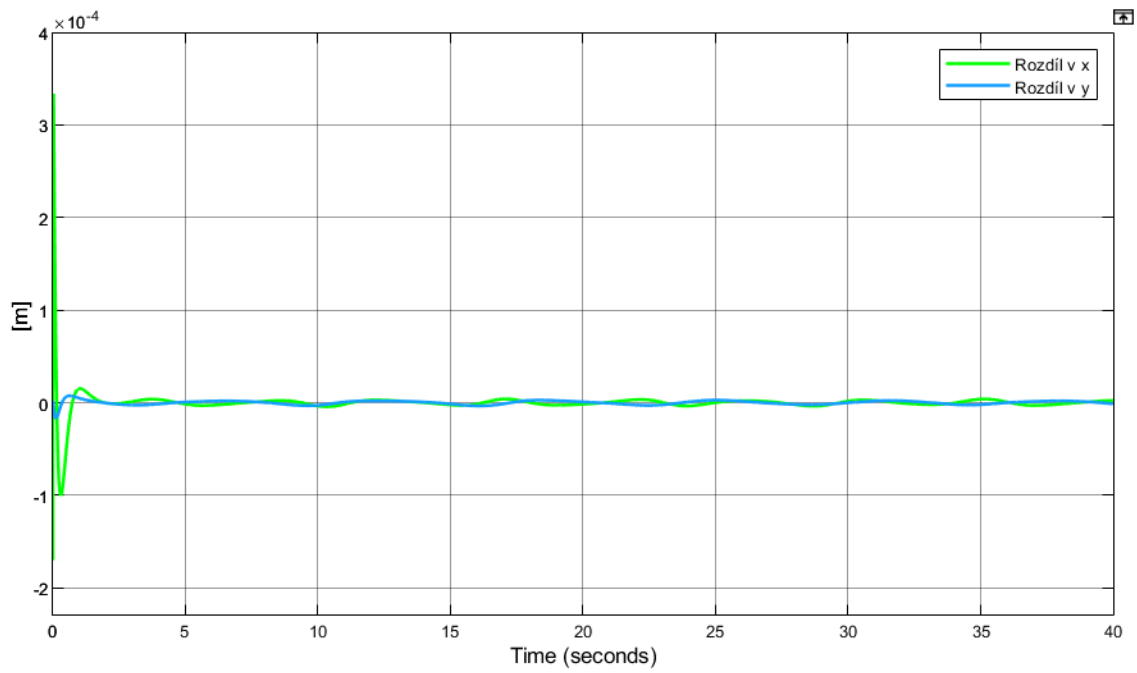


Obrázek 34 Rozdíly v  $x$  a  $y$  mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru

### 9.1.3 Regulovaný manipulátor

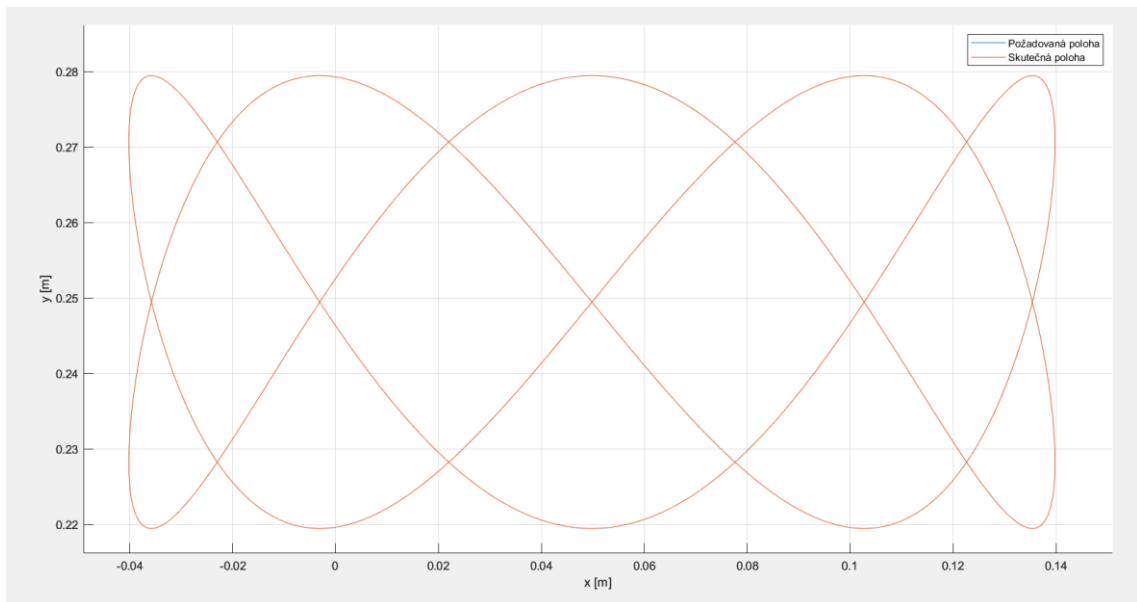


Obrázek 35 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy

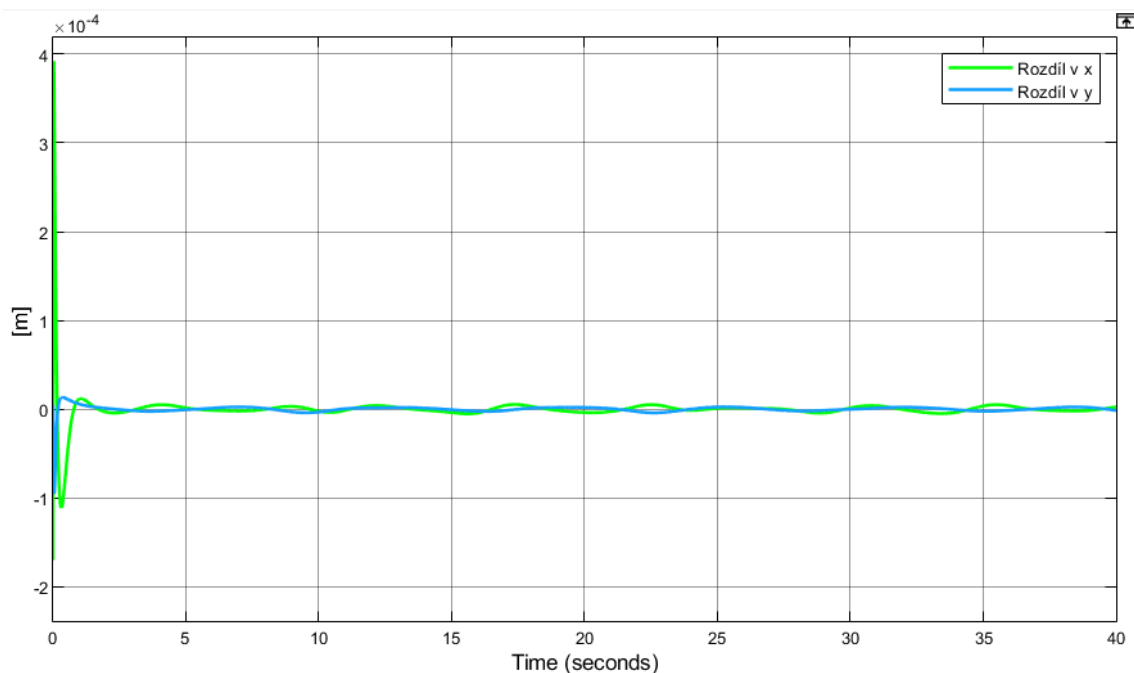


Obrázek 36 Rozdíly v  $x$  a  $y$  mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru

#### 9.1.4 Regulovaný manipulátor se zdvojnásobením hmotnosti v rameni



Obrázek 37 Porovnání skutečné trasy end-effektoru a požadované trasy



Obrázek 38 Rozdíly v x a y mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru

## 9.2 Vyhodnocení grafů

V prvním grafu v kap. 9.1.1 je vidět, že neregulovaný manipulátor se hned od začátku simulace začal odchylovat od požadované polohy. Toto odchylení je způsobeno primárně tím, že momentové průběhy, kterými jsou poháněny motory manipulátoru, byly získány interpolací bodů závislosti momentů na čase viz. kap. 8.2. Právě drobné neshody mezi interpolací bodů a skutečnými křivkami momentových průběhů pravděpodobně způsobují stále narůstající odchylku.

V grafech z kapitoly 9.1.2 je vidět principiálně stejné odchylení, které je popsáno v předchozím odstavci, akorát ve větším měřítku. Toto odchylení, které se postupně výrazně zvětšuje, je způsobeno primárně zvětšením hmotnosti ramene, což odpovídá našim předpokladům.

V grafech z kapitoly 9.1.3 je vidět, že regulovaný manipulátor následoval předepsanou trajektorii tak, že se téměř dokonale překrývají. Z druhého grafu v této kapitole je vidět, že největší odchylka je hned na začátku, kde je end-effektor manipulátoru nepatrně vychýlen od počátku požadované trajektorie. Výchylka je pak po zbytek simulace opticky nulová i přes to, že je graf vynesena v jednotkách  $10^{-4}$  m.

V poslední dvojici grafů v kap. 9.1.4 je vidět stejný průběh jako v kap. 9.1.3 tj. až na počáteční odchylku, která činí v absolutní hodnotě přibližně  $4 \cdot 10^{-4}$  m, je odchylka od požadované trasy nulová. Skutečný pohyb téměř dokonale následuje předepsanou trajektorii.



## 10. Závěr

Cílem této práce bylo vytvořit dynamický simulační model rovinného paralelního robota se dvěma stupni volnosti. Do simulace měla být implementována regulace hnacích pohonů pomocí PID regulátorů. Po vytvoření simulace regulovaného robota měl být zkoumán jeho pohyb s vypnutou regulací při využití ovládní (inverzní dynamika), se zapnutou regulací (PID regulace) a se zakomponováním chyby, která by představovala reakci na nepředpokládané vnější vlivy jako tření atd. Posledním cílem bylo kritické zhodnocení dosažených výsledků.

První polovina práce byla věnována řešerši problematiky paralelních manipulátorů, jejich pohybu, pracovnímu prostoru a jeho omezením, dále byla ve zkratce popsána optimalizace robotů, možnosti jejich řízení a PID regulace. Tím byl naplněn první cíl práce.

Druhá polovina práce byla věnována sestavení dynamického modelu manipulátoru v prostředí Matlab Simscape multibody. Tento model byl otestován za použití přímé a inverzní kinematiky. Výsledky tohoto testování se shodovaly s očekávanými výsledky, čímž byla ověřena funkčnost vytvořeného modelu. Tím byl splněn druhý cíl práce. Dalším úkolem bylo zakomponování PID regulátorů a procesu jejich ladění. Výsledná přechodová charakteristika obou regulátorů i testovací simulace, ve které byl zkoumán rozdíl mezi požadovanou a skutečnou polohou end-effektoru se shodovala s očekávaným výsledkem. Tím je možné třetí cíl práce také považovat za splněný. V rámci plnění čtvrtého cíle práce byly provedeny čtyři simulace, ve kterých manipulátor realizoval jeden z Lissajousových obrazců. Výsledek těchto simulací je shrnut v kapitole 9, kde byly diskutovány výsledky a jejich odchylky od očekávaných výsledků. Tím byl naplněn čtvrtý i pátý cíl práce.

## Zdroje:

- [1] P. M. George and P. Hliněný, "Parallel Manipulators Applications—A Survey. 2012 [cit. 2023-07-21] Dostupné z: [https://www.scirp.org/pdf/MME20120300008\\_25461121.pdf](https://www.scirp.org/pdf/MME20120300008_25461121.pdf)
- [2] J. Yamine, A. Prini, M. L. Nicora, T. Dinon, H. Giberti, and M. Malosio, "A Planar Parallel Device for Neurorehabilitation. 2020 [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/robotics9040104>
- [3] KUKA: KR 360 FORTEC [online]. [cit. 2023-7-21]. Dostupné z: <https://www.kuka.com/en-de/products/robot-systems/industrial-robots/kr-360-fortec>
- [4] I. Virgala, M. Kelemen, and E. Prada, 'Kinematics of Serial Manipulators', Automation and Control. IntechOpen, Apr. 21, 2021. [cit. 2023-7-21] doi: 10.5772/intechopen.93138.
- [5] W. L. Pollard, "Position Controlling Apparatus," US Patent No. 2286571, 1942.
- [6] BONEV, Ilian. ParalleMIC: The Parallel Mechanisms information Center [online]. 2000 [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <https://www.parallemic.org>
- [7] GOŇA, Jan. Návrh konstrukce a řízení manipulátoru s paralelní kinematikou. [online]. Brno, 2016 [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/mydpak/>. Diplomová práce. Mendelova univerzita v Brně, Provozně ekonomická fakulta. Vedoucí práce Ing. Vít Ondroušek, Ph.D.
- [8] Nové metody a postupy v oblasti přístrojové techniky, automatického řízení a informatiky ...: sborník odborného semináře. Praha: Fakulta strojní ČVUT, [2009?]- [cit. 2023-7-21]. ISBN isbn978-80-01-06617-1.
- [9] D. Stewart, "A Platform with Six Degrees of Freedom," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 180, No. 1, 1965, pp. 371-386. doi:10.1243/PIME\_PROC\_1965\_180\_029\_02
- [10] J. Wang, C. Wu and X. J. Liu, "Performance Evaluation of Parallel Manipulators: Motion/Force Transmissibility and Its Index," Mechanism and Machine Theory, Vol. 45, No. 10, 2010, pp. 1462-1476. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2010.05.001

- [11] L. Angel, J. M. Sebastian, R. Saltaren and R. Aracil, "Robot Tennis System Part II: Dynamics and Control," Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005, Seville, 12-15 December 2005, pp. 2030-2034.  
doi:10.1109/CDC.2005.1582459
- [12] VALÁŠEK, Michal a A KOL. Mechatronika. Praha: Vydavatelství CVUT, 1996. ISBN 80-01-01276-X.
- [13] GOGU, Grigore. Chebychev–Grübler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. European Journal of Mechanics - A/Solids [online]. 2005, 24(3), 427-441 [cit.2021-4-30]. ISSN 09977538. Dostupné z: doi:10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [14] SMUTNÝ, Vladimír. ROBOTIKA: Úvod do kinematiky [online]. České vysoké učení technické v Praze [cit. 2021-4-30]. Dostupné z: <http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/ROB/roblec/kinematika-notecz.pdf>
- [15] Sudesh Chaudhary, 2020, The Kinematic analysis of a FIVE BAR Mechanism with two degrees of freedom using MATLAB,[cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=vxOvQ7CAI9U>
- [16] LIU, Xin-Jun, Jinsong WANG a G. PRITSCHOW. Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. Mechanism and Machine Theory [online]. 2006, 41(2), 145-169 [cit. 2023-7-21]. ISSN 0094114X. Dostupné z: doi:10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.004
- [17] L. Pilný, "Optimalizace a návrh planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti", Praha, 2021. [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/95655>
- [18] ŠVEJDA, Martin. OPTIMALIZACE ROBOTICKÝCH ARCHITEKTUR [online]. Plzeň, 2016 [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11025/23720>.
- [19] ŠVEJDA, Martin. Kinematika robotických architektur [online]. Plzeň, 2011 [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: [http://home.zcu.cz/~msvejda/\\_publications/2011/rigo.pdf](http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2011/rigo.pdf).
- [20] C. Gosselin and J. Angeles, "A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robotic Manipulators", Journal of Mechanical Design, vol. 113, pp. 220-226, 1991.
- [21] P. Hliněný, Optimalizační úlohy. Brno, 2011 [cit. 2023-07-21]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/el/fi/jaro2011/IA102/um/OU-text.pdf>
- [22] T. Březina, V. Singule, C. Kratochvíl, J. Krejsa, and P. Houška, "MECHATRONICKÉ SOUSTAVY." .

- [23] S. Lang, "ŘEŠENÍ SPOJITÝCH SYSTÉMŮ EVOLUČNÍMI VÝPOČETNÍMI TECHNIKAMI", Dizertační práce, Brno, 2017.
- [24] COELLO, C., LAMONT, G., VELDHUIZEN, D. Evolutionary Algorithms for Solving Multi-objective Problems. 2nd edition. 2007. Springer Science+Business Media, LLC. ISBN 978-0-387-33254-3
- [25] J. Kačírek, "Stavíme kvadrokoptéru: PID regulátor", Root. .
- [26] Z. Voda, "RYCHLÉ SEZNÁMENÍ S PID REGULÁTOREM." .