

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní – Ústav konstruování a částí strojů

Diplomová práce



# EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOSTI OZUBENÍ - Příloha 1

Bc. Tomáš Karas

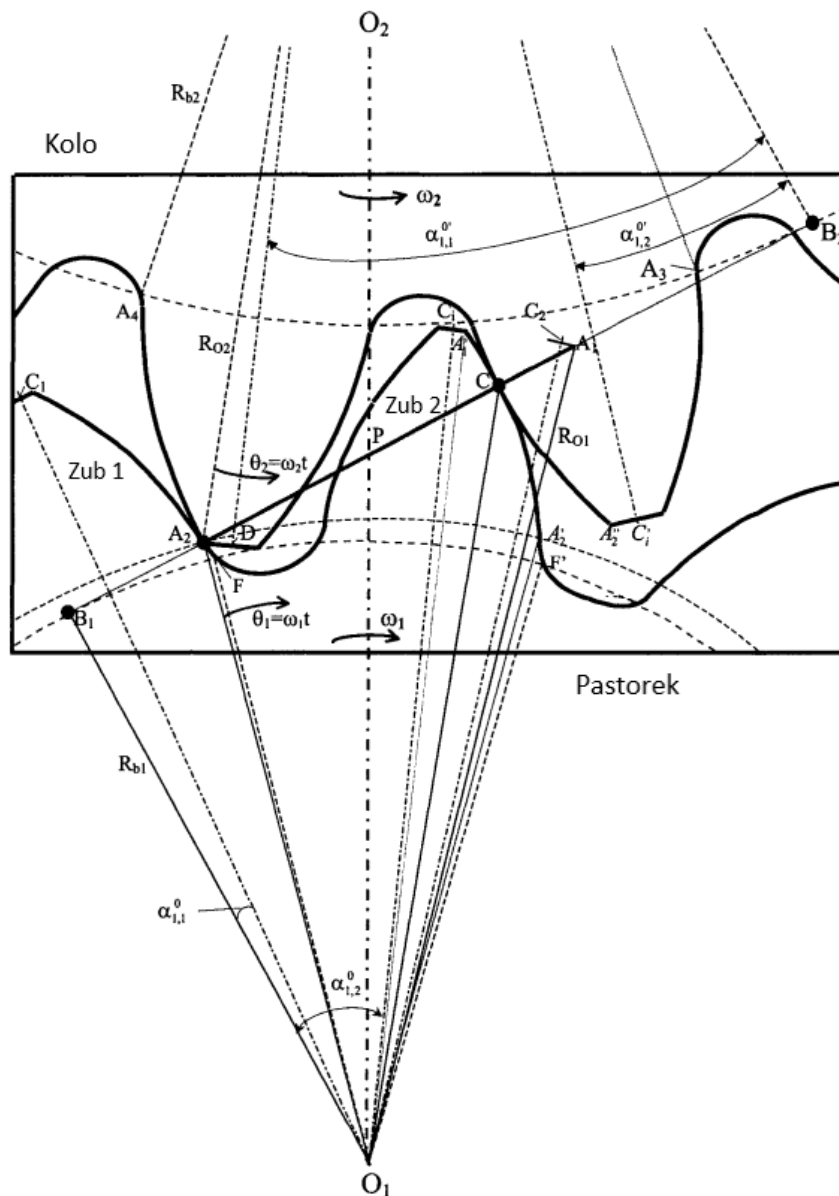
Vedoucí práce: Ing. Jan Flek

Studijní program: NDTT Dopravní a transportní technika

Studijní obor: N071TTTE Transportní technika

Praha 2023

# Doplnění výpočtu modelu DE



Obrázek 1: Zavedení označení důležitých bodů a úhlů, převzato a upraveno z [9]

Vztahy pro výpočet úhlů  $\alpha_1$ ,  $\theta_s$  a  $\theta_d$  uvedené v práci *Dynamic Simulation for System Response of Gearbox Including Localized Gear Faults* [9], jsou vyjádřeny pro nekorigované soukolí a není tedy možné je použít pro řadu vzorků v této práci (s výjimkou vzorku  $a_w = 176 \text{ mm}$ ). Bylo tedy nutné vztahy upravit, aby uvažovaly vliv korekcí. Vyjádření je provedeno stejným postupem jako pro nekorigované soukolí, a to na základě trigonometrie. Tyto vztahy používají body vyznačené na Obrázku 1 a je celý postup vyjádření, v kapitole 5.3 jsou uvedeny pouze finální vztahy.

Vyjádření úhlu  $\alpha_{1,1}^{\theta_1}$ :

$$\alpha_{1,1}^{\theta_1} = \alpha_{1,1}^0 + \theta_1$$

$$\alpha_{1,1}^0 = \angle(B_1O_1C_1) = \angle(B_1O_1A_2) - \angle(C_1O_1A_2)$$

$$\alpha_{1,1}^0 = \angle(B_1O_1A_2) - [\angle(C_1O_1F) - \angle(A_2O_1F)]$$

$$\alpha_{1,1}^0 = \angle(B_1O_1A_2) - [\alpha_2 - \text{inv}(\angle(B_1O_1A_2))]$$

$$\alpha_{1,1}^0 = \tan(\angle(B_1O_1A_2)) - \alpha_2$$

$$\begin{aligned} \angle(B_1O_1A_2) &= \arccos\left(\frac{R_{b1}}{O_1A_2}\right) \\ &= \arccos\left(\frac{R_{b1}}{\sqrt{R_{a2}^2 + a_w^2 - 2 \cdot R_{a2} \cdot a_w \cdot \cos(\angle(O_1O_2A_2))}}\right) \\ &= \arccos\left(\frac{R_{b1}}{\sqrt{R_{a2}^2 + a_w^2 - 2 \cdot R_{a2} \cdot a_w \cdot \cos\left(\arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}}\right) - \alpha_w\right)}}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1}^{\theta_1} &= \theta_1 - \alpha_2 + \\ &+ \tan\left[\arccos\left(\frac{R_{b1}}{\sqrt{R_{a2}^2 + a_w^2 - 2 \cdot R_{a2} \cdot a_w \cdot \cos\left(\arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}}\right) - \alpha_w\right)}}\right)\right] \end{aligned}$$

Vyjádření úhlu  $\alpha'_{1,1}{}^{\theta_1}$ :

$$\alpha'_{1,1}{}^{\theta_1} = \alpha'_{1,1}{}^0 + \theta_2$$

$$\alpha'_{1,1}{}^0 = \angle(B_2O_2D) = \angle(B_2O_2A_2) - \angle(A_2O_2D)$$

$$\angle(B_2O_2A_2) = \arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}}\right)$$

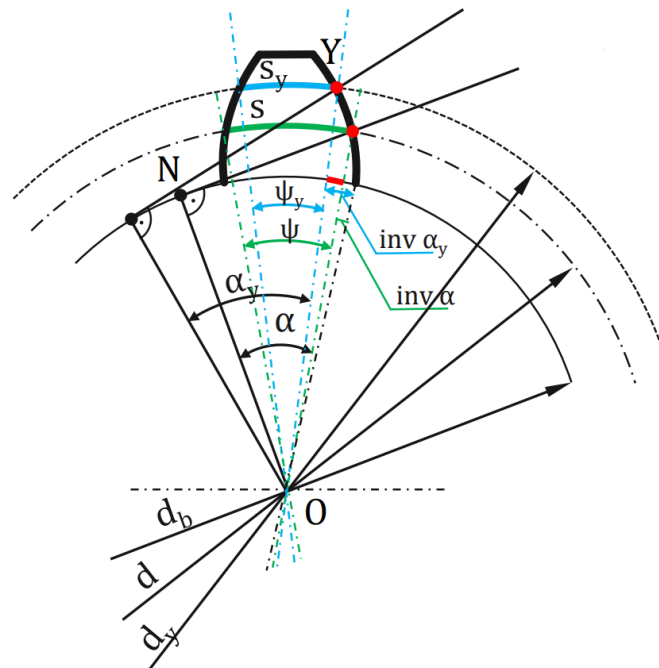
$$\angle(A_2O_2D) = \alpha'_2 - \angle(A_4O_2A_2) = \alpha'_2 - \text{inv}[\angle(B_2O_2A_2)]$$

$$\alpha'_{1,1}{}^0 = \tan\left[\arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}}\right)\right] - \alpha'_2$$

$$\theta_2 = \frac{z_1}{z_2} \cdot \theta_1$$

$$\alpha'_{1,1}{}^{\theta_1} = \tan\left[\arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}}\right)\right] - \alpha'_2 - \frac{z_1}{z_2} \cdot \theta_1$$

Úhly  $\theta_s$  a  $\theta_d$  jsou také vyjádřeny pomocí trigonometrie.  $\theta_d$  odpovídá úhlu  $\angle(A'_1O_1A_1)$ .  $\theta_s$  je pak doplněk do  $\frac{2 \cdot \pi}{z_1}$ . Také je zde využito základních vztahů pro výpočet úhlu šířky evolventního zubu na libovolné kružnici  $R_y$  (v rozsahu  $R_b < R_y < R_a$ ). Schéma označení je zobrazeno na Obrázku 2.



**Obrázek 2:** Schéma označení úhlů šířky zubu, převzato z [31]

Platí tedy základní vztahy [3]:

$$\alpha_y = \arccos\left(\frac{R_b}{R_y}\right)$$

$$\psi = \frac{\pi}{z} + \frac{4 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z}$$

$$\psi_y = \psi - 2 \cdot [\text{inv}(\alpha_y) - \text{inv}(\alpha_n)]$$

$$S_y = \psi_y \cdot R_y$$

$$S_y = 2 \cdot R_y \left[ \frac{\pi}{2 \cdot z} + \frac{2 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z} + \text{inv}(\alpha_n) - \text{inv}(\alpha_y) \right]$$

Úhel  $\angle(A'_1 O_1 A_1)$  je vyjádřen následovně:

$$\angle(A'_1 O_1 A_1) = \angle(O_2 O_1 A_1) - \angle(O_2 O_1 A'_1)$$

$$\angle(A'_1 O_1 A_1) = [\angle(B_1 O_1 A_1) - \alpha_w] - [\angle(O_2 O_1 C_i) + \angle(C_i O_1 A'_1)]$$

Dílčí úhly jsou vypočítány takto:

$$\angle(B_1 O_1 A_1) = \alpha_a = \arccos\left(\frac{R_{b1}}{R_{a1}}\right)$$

$$\angle(O_2 O_1 C_i) = \alpha_{1,2}^0 - \alpha_w = \alpha_{1,1}^0 + \frac{2 \cdot \pi}{z_1} - \alpha_w$$

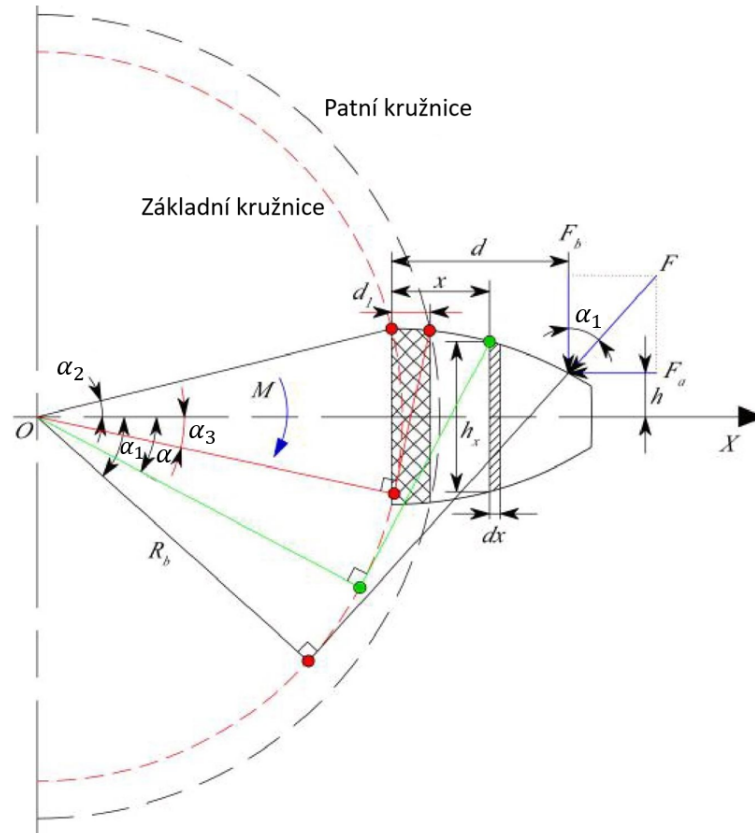
$$\angle(C_i O_1 A'_1) = \frac{1}{2} \cdot \psi_a = \frac{1}{2} \cdot \psi - [\text{inv}(\alpha_a) - \text{inv}(\alpha_n)]$$

$$\angle(C_i O_1 A'_1) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{z_1} + \frac{4 \cdot x_1 \cdot \tan(\alpha_n)}{z_1} \right) - [\text{inv}(\alpha_a) - \text{inv}(\alpha_n)]$$

Finální vztah pro výpočet úhlu  $\theta_d$  tedy vypadá následovně:

$$\theta_d = \tan \left[ \arccos\left(\frac{R_{b1}}{R_{a1}}\right) \right] - \alpha_{1,1}^0 - \frac{2 \cdot \pi}{z_1} - \text{inv}(\alpha_n) - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{z_1} + \frac{4 \cdot x_1 \cdot \tan(\alpha_n)}{z_1} \right)$$

Bylo také nutné vytvořit vztah pro výpočet úhlu  $\alpha_3$  pro případ kdy  $R_b < R_f$  (naznačeno na Obrázku 3). Opět bylo využito vztahů souvisejících s Obrázkem 2.



Obrázek 3: Příklad kdy  $R_b < R_f$ , převzato a upraveno z [14]

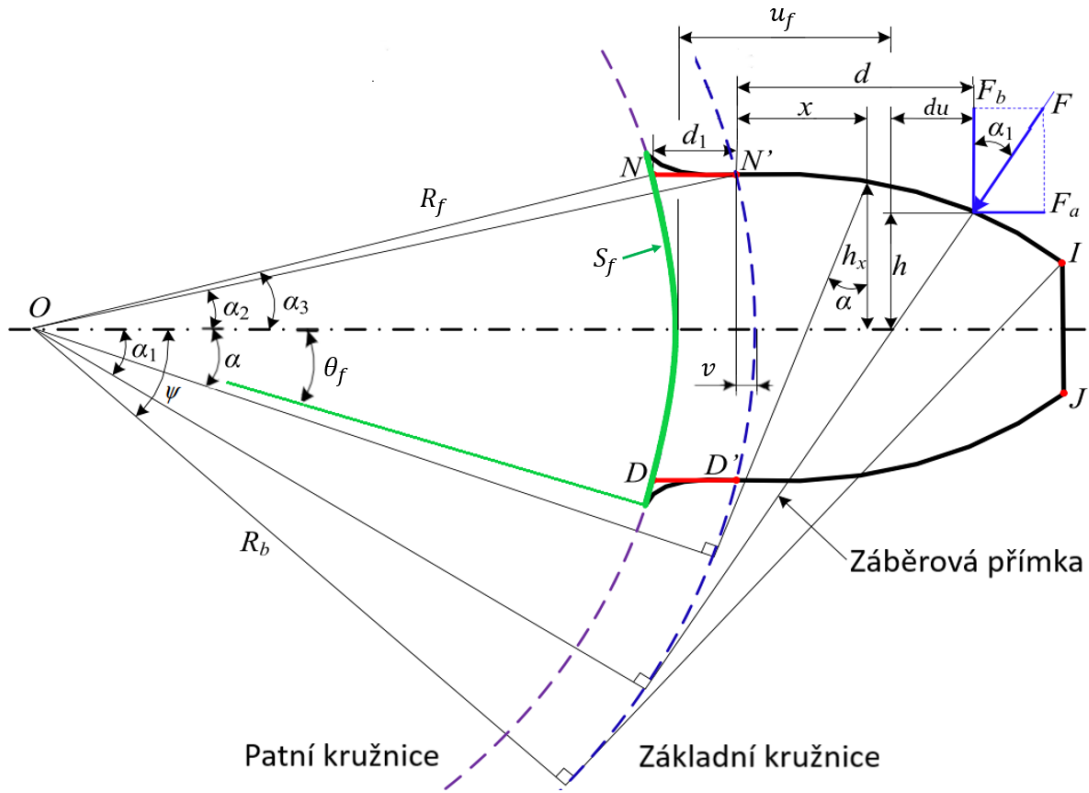
$$\alpha_3 = \alpha_f - \frac{1}{2} \cdot \psi_f$$

$$\alpha_f = \arccos\left(\frac{R_b}{R_f}\right)$$

$$\psi_f = \frac{\pi}{z} + \frac{4 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z} - 2 \cdot [\text{inv}(\alpha_f) - \text{inv}(\alpha_n)]$$

$$\alpha_3 = \arccos\left(\frac{R_b}{R_f}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\pi}{z} + \frac{4 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z} - 2 \cdot \left( \text{inv} \left[ \arccos\left(\frac{R_b}{R_f}\right) \right] - \text{inv}(\alpha_n) \right) \right]$$

Jako poslední bylo nutné získat vztah pro rozměr  $u_f$ , naznačeno na Obrázku 4.



Obrázek 4: Schéma pro  $u_f$ , převzato a upraveno z [10]

$$u_f = d + (R_b - R_f) - du - v$$

$$du = h \cdot \tan(\alpha_1)$$

$$v = R_b \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\psi_b}{2}\right) \right]$$

$$\psi_b = \frac{\pi}{z} + \frac{4 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z} - 2 \cdot [\text{inv}(\alpha_b) - \text{inv}(\alpha_n)]$$

$$\alpha_b = \arccos\left(\frac{R_b}{R_b}\right) = 0^\circ$$

$$u_f = d + (R_b - R_f) - [h \cdot \tan(\alpha_1)] -$$

$$\left\{ R_b \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\frac{\pi}{z} + \frac{4 \cdot x \cdot \tan(\alpha_n)}{z} + 2 \cdot \text{inv}(\alpha_n)}{2}\right) \right] \right\}$$