

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

**Fakulta strojní – Ústav automobilů, spalovacích
motorů a kolejových vozidel**



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**GEOMETRIE A AERODYNAMICKÉ
PARAMETRY SACÍHO KANÁLU
SPALOVACÍHO MOTORU**

**GEOMETRY AND AERODYNAMIC PARAMETERS OF THE INTERNAL
COMBUSTION ENGINE INLET PORT**

Jan Hermoch

2023

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím literárních zdrojů a informací, které cituji a uvádím v seznamu použité literatury a zdrojů.

Datum:

Podpis

PODĚKOVÁNÍ

Mé poděkování patří Ing. Petru Hatschbachovi, CSc., za odborné vedení, cenné rady a vstřícnost při konzultacích a vypracovávání bakalářské práce.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hermoch** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **483144**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel**
Studijní program: **Strojní inženýrství**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Geometrie a aerodynamických parametrů sacího kanálu spalovacího motoru

Název bakalářské práce anglicky:

Geometry and aerodynamic parameters of the IC engine inlet port

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se se způsoby tvorby geometrie kanálů spalovacího motoru. Převedte geometrii sacího kanálu reálné hlavy motoru vhodnými postupy a softwarovými nástroji do podoby 3D CAD dat. Vytvořte CAD model kanálu pro standardní stacionární profukovací zkoušku. Vytvořte podrobné popisy nastavení výpočtu profukovací zkoušky v CFD modulu systému CREO a v CFD softwaru OpenFOAM a porovnejte je.

Seznam doporučené literatury:

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Petr Hatschbach, CSc. ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **19.04.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **12.07.2023**

Platnost zadání bakalářské práce: **19.09.2023**

Ing. Petr Hatschbach, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Oldřich Vítek, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotace

Jméno Autora:	Jan Hermoch
Název Práce:	Geometrie a aerodynamické parametry sacího kanálu spalovacího motoru
Anglický název:	Geometry and Aerodynamic Parameters of the Internal Combustion Engine Inlet Port
Rozsah práce:	66 Stran 37 Obrázků 2 Tabulky 2 Grafy
Akademický rok:	2022/2023
Ústav:	12 120 Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel
Studijní program:	Teoretický základ strojíního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Petr Hatschbach, CSc.
Klíčová slova:	hlava válců, hmotnostní tok, sací kanál, CFD simulace, Creo Flow Analysis, fotogrametrie, průtokový součinitel, OpenFOAM
Key words:	cylinder head, mass flow rate, intake port, CFD simulation, Creo Flow Analysis, photogrammetry, flow coefficient, OpenFOAM

Abstrakt

Následující bakalářská práce pojednává o procesu přenosu prostorových dat do prostředí softwaru CREO 4.0 od společnosti PTC a softwaru OpenFOAM v10 od společnosti OpenFOAM Foundation bez průvodní technické dokumentace pomocí fotogrametrie, následné numerické analýze proudění a porovnává simulaci s reálnou zkouškou. Na úvod je zmíněn důvod potřeby numerické analýzy sacího kanálu. Teoretická část rámcově pojednává o výpočtových modelech termodynamických rovnic tekutin, diskretizaci výpočetní sítě, výpočtech turbulencí a možnostech simulace proudění vzduchu sacím kanálem zážehového spalovacího motoru Škoda 738.136 B. Praktická část popisuje samotný postup přenosu dat a nastavení simulace v modulu Creo Flow Analysis a v programu OpenFOAM, následně porovnává výsledky obou programů se standardní stacionární profukovací zkouškou skutečné hlavy válců.

Abstract

This bachelor thesis describes the process of recreating a real 3D object in a virtual space of the software CREO 4.0 by PTC, using photogrammetry. The description of the flow simulation of a recreated model in the Creo Flow Analysis module and OpenFOAM v10 by OpenFOAM Foundation is included, as well as the comparison of the computed data with the data gained from real-life measurement. The introduction of this thesis summarizes the reasons why there is a need for such an analysis. The theoretical part describes the process of photogrammetry and various computing models which were used throughout development of this method of analysis, such as various equations of state, discretization of the computational grid and the ways of computing a turbulent flow. The practical part describes the process of moving data from real world to virtual space, following the set-up of the analysis and comparing the results with those of the static flow measurement.

Obsah

1 Úvod	8
2 Teoretická část	9
2.1 Fotogrametrie	9
2.1.1 Princip fotogrametrie	9
2.1.2 Stereofotogrametrie	9
2.1.3 Princip stereofotogrametrie	10
Scale-space extrema detection	11
Keypoint localization	11
Orientation assignment	12
Keypoint descriptor	13
2.2 Simulace proudění	14
2.2.1 Termodynamický model vzduchu	14
Ideální plyn	14
Reálný plyn	15
2.2.2 Základní rovnice dynamiky tekutin	17
Rovnice kontinuity	17
Bernoulliho rovnice	18
Eulerova rovnice	19
Navier–Stokesova rovnice	20
2.2.3 Modelování proudění tekutin pomocí diskrétní matematiky	21
Metody prostorové diskretizace	21
Numerická schémata	23
Diskretizace závislá na čase	25
Výpočty turbulence	25
2.3 Shrnutí	31
3 Praktická část	32
3.1 Tvorba odlitku	33
3.2 Fotografování modelu	34
3.3 Tvorba parametrického modelu	35
3.4 Creo Flow Analysis	38
3.5 OpenFOAM	42
3.5.1 Tvorba sítě	42
blockMesh	42
snappyHexMesh	43
3.5.2 Řešič proudění: simpleFoam	44
3.5.3 Použitá numerická schémata	45
$\frac{\partial}{\partial t}$ schéma: Crank-Nicholson	45

Gradientní schéma: Gaussovo gradientní schéma	45
∇ schéma: LUST	45
3.5.4 Použité numerické řešiče	45
PBiCGStab	45
GAMG	46
DICGauss-Seidel	47
3.5.5 Výsledky	48
3.6 Měření na měřicí stanici	50
3.6.1 Hmotnostní tok	51
3.6.2 Hustota média	53
3.6.3 Turbulentní proudění	54
3.6.4 Součinitel expanze	55
3.6.5 Průtokový součinitel	55
4 Závěr	57
Seznam použitých značek a symbolů	59
Seznam použité literatury a zdrojů	61
Seznam použitého SW	65
Seznam příloh	66

1 Úvod

První motory s vnitřním spalováním se datují kolem roku 1876, kdy německý inženýr Nicolaus Otto poprvé uvedl v chod první čtyřdobý spalovací motor, jehož palivem byl benzín, který byl stlačen pístem a následně zažehnut zapalovací svíčkou. Tento motor předčil životností své předchůdce a právě to je jednou z kvalit, která tento motor staví nad ostatní. Od těch dob vývoj těchto strojů neustával, a protože se tyto tepelné stroje těšily čím dál větší popularitě, rostlo jejich využití a zvyšovala se poptávka pro jejich použití jako hnacích ústrojí různých komplexnějších zařízení. Spalovací motory a jejich výrobci, kteří je neustále zdokonalují, dnes hrají významnou roli v oblastech energetiky a dopravy. Tato práce byla sepsána za účelem průzkumu výpočetních modelů napříč vývojem numerických vývoju průtoku sacím kanálem, neboť právě průtokové charakteristiky a celkově chování směsi ovlivněné tvarem kanálu má vliv na celou řadu dalších součástí, např. celé sací a výfukové ústrojí, ventily a vačkovou hřídel. Všechny tyto prvky musí fungovat v harmonii a celkové shodě, aby bylo dosaženo kýženého efektu, ať už zvýšení účinnosti, snížení spotřeby paliva při stávajícím výkonu, anebo zvýšení výkonu a zlepšení charakteristiky průběhu točivého momentu bez ohledu na ostatní parametry. Cílem tedy bylo pokusit se analyzovat toto proudění pomocí numerických výpočtů, které lze praktikovat v teoretické rovině. Protože diskrétní analýza může v mnoha případech zapříčinit vznik rozdílu mezi teoretickou simulací a skutečnou hodnotou, je součástí této práce i jejich porovnání. Praktická část této práce se následně zabývá způsobem, jímž byl sací kanál motoru, pro který nebyla dosažitelná technická dokumentace, podroben takovéto analýze.

2 Teoretická část

2.1 Fotogrametrie

Pro prvotní přenos prostorových dat kanálu do virtuálního prostředí bylo použito metody, která funguje na principu vysvětleném níže.

2.1.1 Princip fotogrametrie

Fotogrametrie je vědní disciplína silně ovlivněná vývojem informačních technologií a elektroniky, která se neustále se vyvíjí. Německý průkopník Carl Zeiss byl první, kdo začal používat fotografie k tvorbě map a souřadnicovému zaznamenávání míst v zeměměřičství a kartografii. Tato vědní disciplína nemá přesnou definici, avšak nejbližší popis zní:

Fotogrametrie je vědní disciplína, která se zabývá získáváním spolehlivých dat o vlastnostech povrchů a objektů bez nutnosti fyzického kontaktu s těmito objekty, následného měření a vyhodnocování získaných dat. Takto získaná data se dělí do čtyř kategorií:

Geometrické informace: definují tvar, polohu a rozměry snímaného objektu.

Fyzikální informace: definují vlastnosti elektromagnetické radiace, vlnové délky a polarizace.

Sémantické informace: definují význam snímku.

Informace o změně v čase: definují vývoj jedné věci v průběhu času porovnáváním snímků vzniklých za stejných podmínek, ale s časovým rozestupem.

Fotogrametrie se dále dělí na další odvětví, nicméně pro účely této práce se bude dále rozvádět pouze odvětví industriální fotogrametrie. Pořízená fotografie je prohledána algoritmem, který vždy rozdělí část fotografie na čtyři další části, dokud nezbyde ta, která po celé své ploše vykazuje stejnou hodnotu, u digitálních fotografií známá jako pixel. Hodnotou je zde myšleno množství bílé na černobílé škále rozdělené většinou na 256 hodnot. Tímto lze celou fotografii substituovat maticí, jejíž každá hodnota bude náležet hodnotě jednoho pixelu. [1]

2.1.2 Stereofotogrametrie

Zatímco fotogrametrie jako taková sloužila hlavně k práci s jednou fotografií, kde bylo možné vzít část fotografie o známých parametrech a podle ní v měřítku odhadovat rozměry a vzdálenosti ostatních objektů zachycených na fotografii (např. na fotografii oblasti se orientovat podle šířky vozovky a pak tvrdit, že pokud měří vozovka na šíři 3 metry, pak o budově dlouhé jako 6 vozovek položených vedle sebe lze tvrdit, že je dlouhá 18 metrů), nicméně k tomu, aby šlo tato data získávat i v dalším rozměru, bylo třeba fotografií více. Tím se zabývá stereofotogrametrie.

Stereofotogrametrie je jakýmsi evolučním stupněm fotogrametrie, který vznikl z důvodu

potřeby rozšíření databází archeologických exponátů o přesný stav nalezeného objektu, zachyceného jako plastický model. Oproti laserovému skenování, „structured light“ skenování, technologii LIDAR a výpočetní tomografii je největší výhodou nízká pořizovací cena vybavení, protože, jako v tomto případě, dnešní mobilní zařízení dokáží fotografovat v dostatečné kvalitě na to, aby bylo možné touto metodou vytvořit věrný model. Programy, které jsou schopné vytvořit model z fotografie, jsou k dostání bez jakéhokoli poplatku, stejně tak programy, které umožňují zobrazení nebo editaci takového modelu. [2] Největší nevýhodou stereofotogrametrie je veliká citlivost na okolní podmínky (výsledky se mohou lišit při použití jiného světla nebo jiného fotoaparátu). Tento fakt znemožňuje replikovatelnost měření, neboť stejnou metodou lze za jiných podmínek získat body, které všechny opět náleží fotografovanému modelu, nicméně jejich polohy se v jednotlivých měřeních se liší. Další nevýhodou je, že jsou výsledky zpracovávány relativně, a vzniklý model je tedy nutné škálovat podle některého jeho rozměru (v tomto případě se jednalo o průměr válce).

2.1.3 Princip stereofotogrametrie

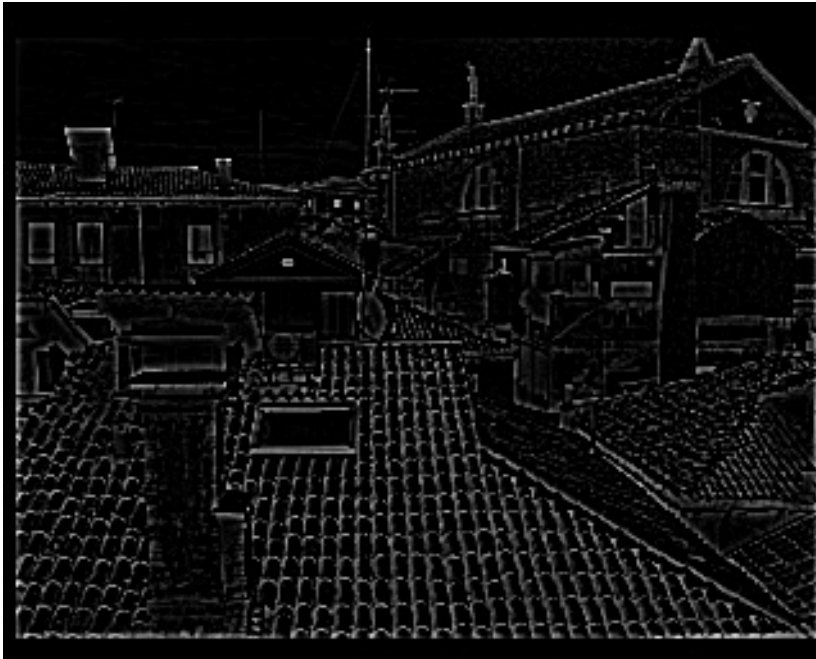
Použitý software, nesoucí název Meshroom, je nadstavba výpočetního algoritmu společnosti AliceVision, jehož jádro tvoří metoda **SIFT**(z angl. **S**cale **I**nvariant **F**eature **T**ransform, v překladu *Transformace prvků invariantních škál*) [3]. Metoda sestává ze čtyř kroků:



Obr. 1: Obrázek, na kterém bude metoda SIFT demonstrována [4]

Scale-space extrema detection v překladu: *Detekce extrémů ve škálovém prostoru*

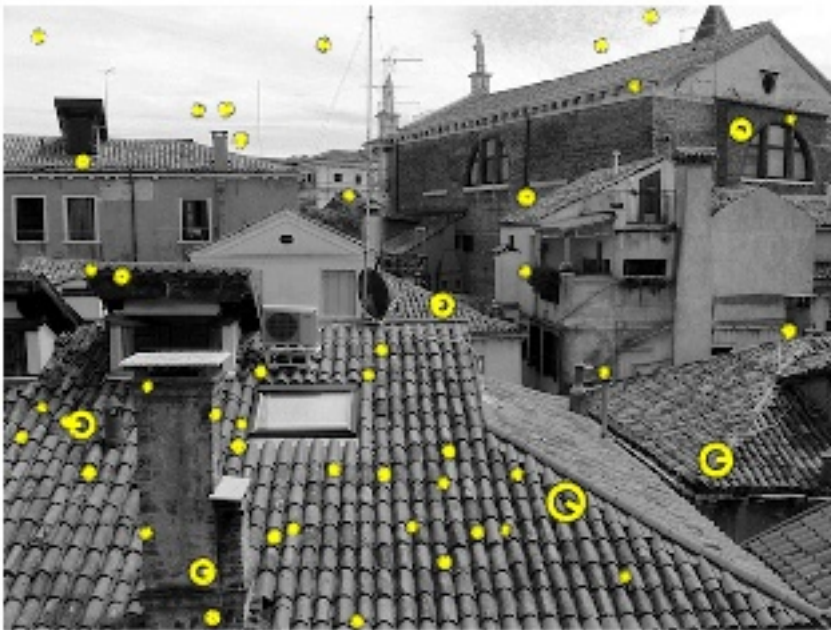
V tomto kroku je každý snímek podroben operaci Rozdílu Gaussova rozostření (angl. „Difference of Gaussians“). Tato operace funguje tak, že z původního vzoru vytvoří nový obraz tak, že každému pixelu přiřadí novou hodnotu, která odpovídá průměrné hodnotě v předem definovaném okolí každého pixelu. Potom vytvoří další obraz, který je znovu rozostřen, ale tentokrát s rozdílnou velikostí průměrovaného okolí. Poslední krok této operace je vzájemné odečtení obou obrazů.[3]



Obr. 2: Výchozí obrázek po aplikaci rozdílu Gaussova rozostření [4]

Keypoint localization v překladu: *Lokalizace klíčových bodů*

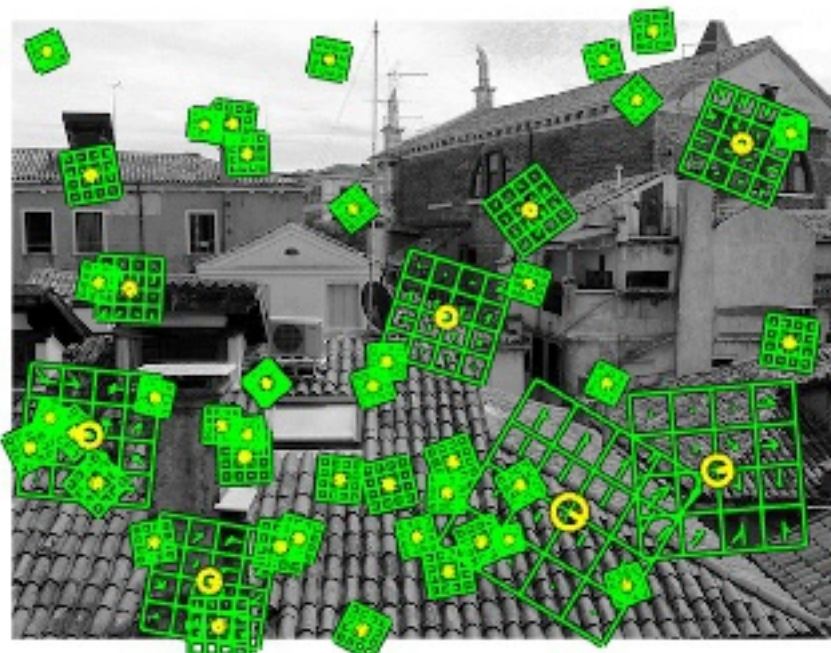
Každý snímek je pak pixel po pixelu analyzován tak, že vyhodnocuje rozdíly hodnot jednotlivých pixelů vzhledem k jejich okolí a vybírá z nich konfigurace s nejmenší pravděpodobností opakovaného výskytu.[3]



Obr. 3: Body nalezené metodou SIFT [4]

Orientation assignment v překladu: *Přiřazení orientace*

Podle směrů gradientů každého klíčového bodu v obraze je určen ten největší a na základě něj jsou pak prováděny vektorové operace. [3]

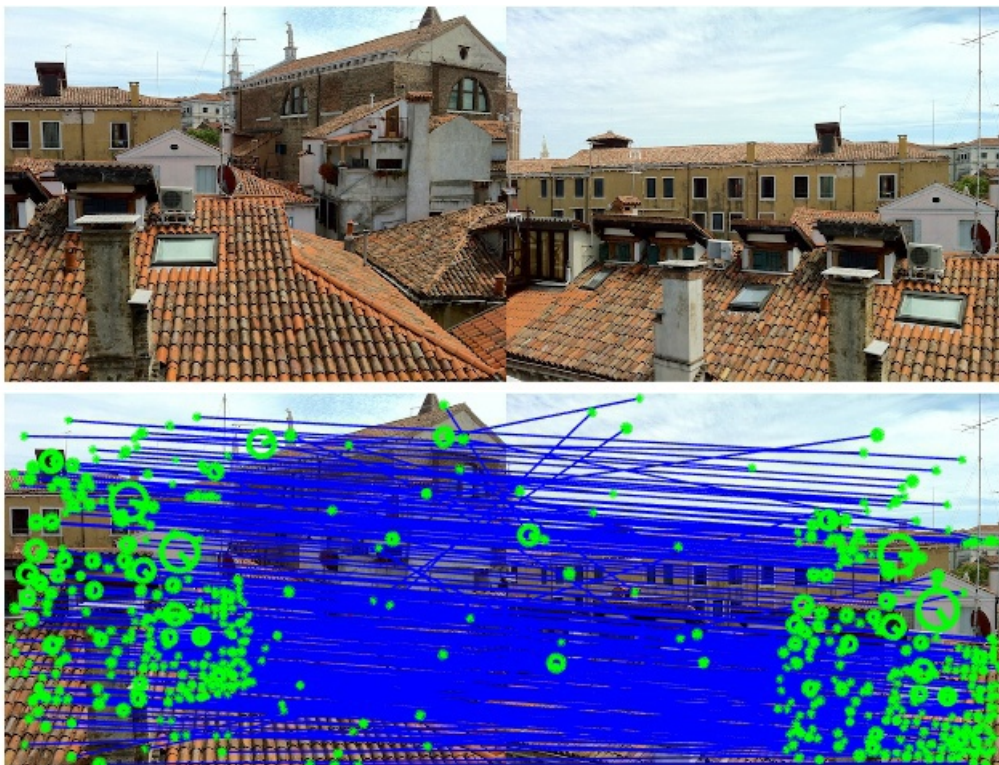


Obr. 4: Body nalezené metodou SIFT s jejich orientací a okolím [4]

Keypoint descriptor v překladu: *Zaznamenání popisu klíčových bodů*

Pro každý klíčový bod je zaznamenána velikost okolí, ve kterém se počítají gradienty. Tato okolí jsou zaznamenána tak, aby bylo možné v nich porovnávat stejný bod a jeho okolí i po jeho deformaci nebo změně světlosti a kontrastu.

Tato metoda tedy funguje tak, že vstupem jsou minimálně dvě fotografie, které se částečně překrývají, nebo alespoň zachycují stejnou část zkoumaného objektu. Pomocí výše popsaného algoritmu jsou potom jednotlivé prvky mezi obrazy spárovány. [3]



Obr. 5: Dva porovnávané obrázky pro párování (nahore) [4]

Obr. 6: Vizualizace párování (dole) [4]

Úkolem triangulačního programu je pak určit souřadnice pozic kamery při zachycování fotografií (čili omezit 12 stupňů volnosti). Triangulační program tak činí výpočetním algoritmem, který hledá klíčové body se shodným okolím na všech snímcích, z nichž dopočítává pozici snímáčího zařízení druhého snímku odchylkou dalších nalezených bodů od původního snímku. Tímto způsobem lze extrahovat shluky bodů v prostoru, ze kterých je posléze vytvořen 3D objekt.

2.2 Simulace proudění

Pro simulaci proudění byly zvoleny programy CREO 4.0 od společnosti PTC a OpenFOAM v10 od společnosti OpenFOAM Foundation. CREO je všestranný program, který nabízí jak možnost importu naskenovaných dat ve formě prostorového modelu, tak především CAD tvorbu parametrického modelu kanálu a následnou simulaci proudění a průtoku. Bohužel však společnost PTC neposkytuje přesné podklady výpočtových modelů a rovnic použitých při daných simulacích, a proto byla zpracována následující rešerše možností, které by mohly přicházet v potaz. Na druhou stranu má k sobě OpenFOAM přidruženou skvělou dokumentaci, nicméně jde pouze o soubor nástrojů určený ke zpracovávání numerických výpočtů, který shodou náhod a okolností zahrnuje různé řešiče pro metodu konečných objemů.

2.2.1 Termodynamický model vzduchu

Ideální plyn Koncept ideálního plynu je založen na pohybu tělísek za nulového tlaku při zanedbání gravitace.

Zákon zachování energie Démokritos, který žil 300 let před naším letopočtem, popsal přírodu jako seskupení dále nedělitelných tělísek (atomů), které se pohybují ve vzduchoprázdnu. Tato tělíška se měla od sebe lišit skupenstvím, pozicí a hmotností. V případě plynu mělo být možné srážku mezi těmito tělísky zanedbat, ale jejich kolize se stěnami nádoby už ne. Démokritův následník Platón popsal vztah tepla a pohybu tělísek tak, že teplo lze získat dopadem a třením, což je pohyb. Dlouho po něm, na začátku 17. století, Francis Bacon napsal v jednom ze svých článků, že samotná podstata tepla je pohyb a nic jiného. V roce 1738 shledal Daniel Bernoulli, že atomy plynu se pohybují náhodně a tlak není nic jiného než jejich dopad na stěny nádoby, ve které je plyn přechováván. V roce 1830 Nicolas Carnot toto tvrzení obohatil a rozvedl v to, že teplo není nic jiného než pohybová síla anebo další forma pohybu. Pokud je tato forma zničena, vzniká teplo přímo úměrné pohybu zničenému. [5]

Boylův zákon Poté, co Galileo Galilei vynalezl teploměr, Evangelista Torricelli vynalezl barometr a Blaise Pascal objevil závislost zmenšování rtuťového sloupce jako funkce nadmořské výšky jako na redukci hmotnosti vzduchu nad barometrem, provedl Robert Boyle v roce 1660 pokus, kterým zjistil, že pokud je vzduch uzavřen v nádobě, pak součin jeho objemu a tlaku je za pokojové teploty konstantní. Další jeho experimenty prokázaly, že tento jev lze pozorovat u stejných experimentů za jakékoli konstantní teploty. Tím lze následně usoudit, že pokud by uvažovaná nádoba měla pohyblivý uzávěr ve formě pístu, pak vyvineme-li pístem na vzduch uvnitř nádoby tlak, vzduch se zahřeje, a pokud naopak

zahřejeme vzduch a zamezíme jeho rozpínání, zvýší se tlak uvnitř nádoby. [6]

$$V_{(p,\Theta)} = \frac{f(\Theta)}{p} \quad (1)$$

kde P je tlak, V objem a $f(\Theta)$ funkce teploty.

Gay-Lussacův zákon Roku 1802 francouzský chemik Joseph Gay-Lussac došel sérií pokusů k závěru, že za atmosférického tlaku je objemový přírůstek různých plynů v rozmezí teplot od bodu mrazu po bod varu vody 37,5 %. Z toho pak vynesl závislosti objemu na teplotě a následně tyto závislosti opakoval pro různé tlaky. Z těchto pokusů a měření odvodil vztah:

$$V_{(p,\Theta)} = \Theta \cdot g_{(p)} \quad (2)$$

kde $g_{(p)}$ je neznámá funkce tlaku. Kombinací Gay-Lussacova a Boyleova zákona dostáváme:

$$P \cdot V = \Theta * h_{(N)} \quad (3)$$

kde $h_{(N)}$ je funkce množství uvažovaného plynu.

Avogadrovo číslo V roce 1803 John Dalton na základě svých studií chemických sloučenin a plyných směsí, které naznačovaly, že hmota sestává z atomů o rozdílných hmotnostech, mísících se v jednoduchých poměrech, stanovil zákon parciálních tlaků. Podle tohoto zákona je celkový tlak plynové směsi roven součtu tlaků jeho složek, pokud by existovaly v měřeném objemu samostatně. Konečně v roce 1811 Amedeo Avogadro zjistil, že stejné objemy plynů za stejné teploty a tlaku obsahují stejné množství molekul (nebo částic), čímž stanovil konstantu N_A která popisuje množství nukleonů v jednom gramu hmoty. Z dalších objevů vzešel vztah:

$$\frac{p \cdot V}{N_A \cdot T} = k_B \quad (4)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta. Tento vztah říká že, teplota θ je úměrná součinu Boltzmannovy konstanty a termodynamické teploty T . Hodnota teploty θ byla stanovena na 273,16 K, což je teplota trojného bodu vody. Pokud vezmeme v potaz, že jeden mol látky (počet částic v látce N [-], látkové množství n [mol]) zabírá objem $0,0224 \text{ m}^3$ za standardního tlaku a teploty (přibližně 100 000 Pa a 300 K), lze psát, že:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = 1 \cdot R \cdot T \quad (5)$$

kde R je univerzální plynová konstanta $\simeq 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Reálný plyn

Van der Waalsův model Johannes van der Waals se domníval, že předpoklad, že částice plynu na sebe nepůsobí, respektive jejich kolize negenerují teplo, je implicitně chybný. Popsal tedy plyn jako prostředí, v němž na sebe molekuly plynu působí silou, a nemůže tedy k jejich kolizi dojít. Pro upřesnění – všechny molekuly na sebe působí silou kromě molekul, které jsou na přilehlé stěně: na ty působí síly vyvolané ostatními molekulami, které zpomalují jejich možný pohyb vůči stěně. Tvrzení, že každá částice působí na ostatní částice stejnou silou, by však znamenalo, že tlak, tedy množství molekul narážejících do stěny nádoby obsahující zkoumaný plyn, by byl menší než za předpokladu, že molekuly se v plynu od sebe ideálně odrážejí. Pokles tlaku bude úměrný počtu molekul v objemu, tedy podílu Avogadrova čísla a měřeného objemu $\frac{N_A}{V}$ ve vrstvě nejbližší stěně. Následně můžeme říct, že:

$$\Delta p = p' - p \quad (6)$$

kde P' je vnitřní tlak plynu vypočtený vztahem:

$$p' = p + \frac{a}{V^2} \quad (7)$$

kde a , spolu s následujícím b , jsou tzv. van der Waalsovy konstanty, které berou v potaz ony korekce a spolu tvoří van der Waalsovou stavovou rovnici:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) * (V - b) = R * T \quad (8)$$

Konstanty a a b lze získat z první $\left(\frac{dp}{dV}\right)$ a druhé $\left(\frac{d^2p}{dV^2}\right)$ derivace van der Waalsovy rovnice. V tomto bodě totiž křivka, která zobrazuje závislost tlaku na objemu, vykazuje inflexní bod. Pro kritický tlak:

$$p_c = \frac{a}{27 * b^2} \quad (9)$$

Pro kritický objem:

$$V_c = 3 * b \quad (10)$$

Pro kritickou termodynamickou teplotu:

$$T_c = \frac{8 * a}{27 * R * b} \quad (11)$$

A pro kritickou stlačitelnost (vyjádřenou podílem součinu objemu s tlakem a součinu ideální plynové konstanty s termodynamickou teplotou):

$$z_c = \frac{3}{8} \quad (12)$$

pak

$$a = \frac{27 * R^2 * T_c^2}{64 * P_c} \quad (13)$$

$$b = \frac{R * T_c}{8 * P_c} \quad (14)$$

Pokud známe kritické hodnoty, lze dopočítat konstanty, které po dosazení do rovnice za předpokladu, že $(\frac{\delta p}{\delta V})_T > 0$, dokáží popsat chování kapaliny, výparů i plynu. [7]

2.2.2 Základní rovnice dynamiky tekutin

Rovnice kontinuity Pokud uvážíme, že platí zákon zachování hmoty, tj. hmota nevzniká ani nezaniká, lze tento princip aplikovat na libovolný kontrolní objem V , který může tekutina libovolně opouštět a vstupovat do něj. Libovolný element plochy na povrchu kontrolního objemu V nazveme kontrolní plochou dS a na ní vyznačíme normálový vektor \vec{n} . Stejně jako u hmoty: lze říct, že podobným zákonům podléhá i hybnost a energie. Abychom určili míru akumulace hmotnosti v kontrolním objemu, je třeba začít s elementem kontrolního objemu dV . Protože nyní se hodnota hustoty v rámci celého kontrolního objemu může měnit, je nutné její součet vyjádřit integrací:

$$m = \int_V \rho * dV \quad (15)$$

Pokud budeme chtít vyjádřit takovouto změnu s ohledem na čas, dospějeme k následovnému:

$$\frac{dm}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} * dV \quad (16)$$

kde t je čas.

Nyní je třeba si uvědomit, jak zjistit míru vstupu hmoty do kontrolního objemu. Nejjednodušší je stanovit hmotnostní tok v prostoru jako vektor \dot{Q} , který prostupuje povrchem kontrolního objemu. Protože ale může být objemový tok vůči povrchu nerovnoměrný, opět jej získáme integrací:

$$\Delta m = \int_S \dot{Q} * dS \quad (17)$$

Velikost přírůstku hmoty látky uvnitř kontrolního objemu je přímo úměrná hmotnosti do kontrolního objemu vstupující. [8] Toto tvrzení lze popsat následující rovnicí:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \dot{Q} * dS = 0 \quad (18)$$

Dále lze říct, že:

$$\dot{Q} = \rho * v \quad (19)$$

a následně konstatovat, že pokud někde hmota do kontrolního objemu vstupuje, musí z něj zase vystupovat. Pokud omezíme náš kontrolní objem na známý tvar, třeba komolý kužel, jehož plášť je pro tekutinu neprostupný, pak pro jeho podstavy za předpokladu, že se hustota

v kontrolním objemu nemění, lze tvrdit následující:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \quad (20)$$

$$\int_{S_1} v_1 dS_1 = \int_{S_2} v_2 dS_2 \quad (21)$$

Bernoulliho rovnice V roce 1726 švýcarský fyzik Daniel Bernoulli popsal princip, který řeší problém síly a energie v tekutinách. Jde v podstatě o další interpretaci zákona o zachování energie, aplikovanou na tekutiny. Je to přibližná závislost tlaku, rychlosti a elevace a je použitelná v oblastech stabilního a nestlačitelného proudění, kde třecí síly jsou zanedbatelné. Klíčové zjednodušení této rovnice tkví v tom, že efekt viskozity je zanedbatelně malý oproti gravitačním, odstředivým a tlakovým silám. Protože všechny tekutiny mají viskozitu, budeme se při operacích s touto rovnicí pohybovat na teoretické rovině, i přesto, že lze v jistých oblastech při použití této rovnice docílit rozumných výsledků. Pohyb částice a trajektorie, kterou následuje, je popsána rychlostním vektorem jako funkcí času, prostorových souřadnic a výchozí pozicí oné souřadnice. Všechny části, které procházejí jedním bodem, se pohybují po stejné trajektorii, kterou nazýváme proudnice. Lze říct, že v každém bodě této proudnice je vektor rychlosti částice k proudnici tečný. [8] Uvažujme pohyb částice ve stálém proudovém poli. Při aplikaci Newtonova druhého pohybového zákona ve směru s na částici pohybující se podél proudnice dostaneme:

$$\Sigma f_s = m * a_s \quad (22)$$

V oblastech toku, kde jsou třecí síly zanedbatelné, kde nedochází k žádné formě přestupu tepla podél proudnice, jsou významnými silami síly tlakové a složka hmotnosti částice ve směru s . Poté výše popsaná rovnice nabude tvaru:

$$pdA - (p + dp)dA - F_W * \sin(\Theta) = mV * \frac{dV}{dS} \quad (23)$$

kde Θ je úhel mezi normálou proudnice a svislou osou y ve zkoumaném bodě, se závislostí:

$$\sin\Theta = \frac{dy}{ds} \quad (24)$$

m je hmotnost vyjádřená jako:

$$m = \rho * dV = \rho * dA * ds \quad (25)$$

W je síla od ní odvozená:

$$F_W = m * g = \rho * g * dA * ds \quad (26)$$

Po dosazení dostáváme:

$$-dp * dA - \rho * g * dA * ds * \frac{dy}{ds} = \rho * dA * ds * V * \frac{dV}{ds} \quad (27)$$

Po vykrácení přírůstku plochy lze rovnici zjednodušit na:

$$-dp - \rho * g * dz = \rho * V * dV \quad (28)$$

Při uvážení faktu, že $V * d = \frac{1}{2} * d(V^2)$, a po dělení každého členu hustotou tekutiny ρ získáme:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} * d(V^2) + g * dz = 0 \quad (29)$$

Po integraci získáme rovnici:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \textit{konstanta podle proudnice} \quad (30)$$

kterou nazýváme Bernoulliho rovnicí. Levá strana rovnice se skládá ze tří složek: $\frac{p}{\rho}$ je měrná energie proudění, $\frac{V^2}{2}$ je měrná kinetická energie částice a gz je měrná potenciální energie částice.

Eulerova rovnice Eulerovy rovnice pro nestlačitelné kapaliny jsou dílem Bernoulliho současníka Leonharda Eulera. Našly široké využití i mimo matematiku a jejich kompletní výčet od předpovědi počasí po exploze supernov by bylo možné vydávat po svazcích. Euler při odvozování těchto rovnic vycházel z Newtonova druhého pohybového zákona, a jak již bylo zmíněno, v tomto zákoně figuruje síla, a proto byly popsány síly působící na kapalinu (po zanedbání viskozity) jako objemové a plošné. [9]

Objemové (tělesové) síly Tyto síly, ke kterým se řadí třeba i gravitace, působí na každou částici v kontrolním objemu V . Lze tedy napsat:

$$F_v = \int_V \rho * g * dV \quad (31)$$

Plošné síly Tyto síly jsou způsobeny interakcemi na povrchu kontrolního objemu S . Pro zjednodušení budeme uvažovat jako nejpodstatnějšího zástupce těchto sil tlak. Kolize mezi molekulami tekutiny z obou stran povrchu kontrolního objemu (jak uvnitř, tak vně) tvoří momentový tok ve směru normály \vec{n} . Sílu, kterou tento momentový tok vyvozuje, lze popsat jako:

$$F_s = \int_S -p * \vec{n} * dS \quad (32)$$

kde $p > 0$ je tlak v kapalině.

Newtonův pohybový zákon Newtonův druhý pohybový zákon nám říká, že součet sil působících na tekutinu v kontrolním objemu je přímo úměrný míře změny přírůstku jejího momentu. [10] Pokud řekneme, že u je rychlost pohybu částic podél pozorovaného směru x , pak $\frac{Du}{Dt}$ je její zrychlení. To lze interpretovat následovně:

$$\int_V \rho * \frac{Du}{Dt} * dV = \int_S -p * \vec{n} * dS + F_v = \int_V \rho * g * dV \quad (33)$$

Po použití Gauss–Ostrogradského věty:

$$\int_V \rho \frac{Du}{Dt} dV = \int_V (-\nabla p + \rho * g) dV \quad (34)$$

Po integraci po arbitrárním kontrolním objemu V dostaneme výraz:

$$\rho * \frac{Du}{Dt} = \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (u * \nabla)u \right) = -\nabla * p + \rho * g \quad (35)$$

který nazýváme Eulerovou diferenciální rovnicí pro nestlačitelné a nevazké tekutiny.

Navier–Stokesova rovnice Podle Newtonova zákona viskozity souvisejí složky vazkého napětí s dynamickou viskozitou μ a koeficientem vazkého tlumení λ . [11] Složky zapsané ve formě tenzoru napětí pro stlačitelné tekutiny vypadají následovně:

$$\tau = \begin{bmatrix} 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda * \text{div} \vec{V} & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial y} + \lambda * \text{div} \vec{V} & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \\ \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda * \text{div} \vec{V} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Zahrneme-li toto napětí do Eulerových rovnic, dostaneme pro složku ve směru x :

$$\begin{aligned} & \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (37) \\ & = \rho * g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda * \text{div} \vec{V} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

pro složku ve směru y :

$$\begin{aligned} & \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (39) \\ & = \rho * g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial y} + \lambda * \text{div} \vec{V} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (40)$$

a pro složku ve směru z:

$$\rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (41)$$

$$= \rho * g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda * \operatorname{div} \vec{V} \right] \quad (42)$$

Pro nestlačitelné kapaliny platí, že $\operatorname{div} \vec{V} = 0$. V případě, kdy uvažujeme nestlačitelnou Newtonskou tekutinu (hustota $\rho = 0$, viskozita $\mu = 0$) s rychlostním polem $\vec{V} = (u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z))$, můžeme zjednodušit Navier–Stokesovu rovnici do následujícího tvaru:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \rho * \vec{g} + \mu * \nabla^2 * \vec{V} \quad (43)$$

2.2.3 Modelování proudění tekutin pomocí diskrétní matematiky

Historie matematického modelování proudění tekutin, jež nese anglickou zkratku CFD („computational fluid dynamics“), začala na počátku 70. let 20. století. Zájem o matematické modelování spustila dostupnost dostatečně výkonné počítačové techniky a nadále zůstává tento obor pevně spjat s jejím vývojem. Významné uplatnění si CFD modelování našlo při modelování proudění kolem raket mířících do kosmu při překonávání zvukové bariéry. V roce 1970 v americké soutěžní sérii NASCAR dokonce bylo poprvé použito počítačových výpočtů k analýze aerodynamického proudění kolem automobilu, což vedlo ke zlepšení aerodynamických vlastností soutěžních speciálů automobilky Chrysler tak velkému, že byly vzniklé modifikace už po první sezóně zakázány. Kvůli rostoucím požadavkům na komplexitu a menší časovou náročnost výpočtů začaly být simulace a generování sítí bodů čím dál, tím složitější. Vývoj začal s relativně jednoduchými sítěmi bodů, které byly konstruovány buď za použití algebraických metod, nebo parciálních diferenciálních rovnic. Ale s rostoucí geometrickou složitostí tvarů a konfigurací výpočetních sítí musely být rozděleny na topologicky jednodušší bloky (přístup nesoucí název „multi-block“). Dalším logickým krokem bylo vytvořit výpočetní postup tak, aby bylo možné docílit toho, aby nesourodé struktury mohly existovat v jediném bloku. Řešením bylo nechat tyto nesourodé struktury se překrývat. Tak bylo možné zjistit chování vzduchu okolo celé rakety i s přídatnými nádržemi. Vývoj přirozeně pokračuje i nadále. Dnes už je možné provádět takovéto simulace v rozumné přesnosti na stolním, a dokonce na přenosném počítači s výpočetní dobou v řádu desítek minut. [12]

Metody prostorové diskretizace Postupem času se tvorba výpočetní sítě rozdělila na bodové sítě strukturované a nestrukturované. Strukturované sítě jsou tvořeny zejména čtyřúhelníky nebo šestistěny, kdežto nestrukturované se skládají z trojúhelníků anebo jehlanů (čtyřbokých nebo trojbokých). V dnešní době se využívá převážně kombinace. Hlavní

předností strukturované sítě je, že hodnoty v bodech lze indexovat souřadnicemi i, j a k ; pak program nemusí řešit, který uzel navazuje na který. [12]

Metoda konečných diferencí Ve chvíli, kdy máme rozvržený způsob tvorby sítě, je třeba pokračovat k diskretizaci samotných fyzikálních rovnic. První v úvahu přichází metoda konečných diferencí. Tato metoda byla poprvé použita Eulerem v roce 1768. Protože ani koncepce současné výpočetní techniky neumožňuje analytický výpočet derivace, je třeba ji aproximovat pomocí základních matematických operací. Euler tak učinil Taylorovým rozvojem. [12]

Např.:

$$U_{(x_0+\Delta x)} = U_{(x_0)} + \Delta x * \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (44)$$

První derivaci nahradíme:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x_0} = \frac{U_{(x_0+\Delta x)} - U_{(x_0)}}{\Delta x} + O_{(\Delta x)} \quad (45)$$

kde $O_{(\Delta x)}$ je chyba, kterou je aproximace zatížena. Důležitou výhodou tohoto způsobu je jeho jednoduchost. Je snadné tímto způsobem získat aproximace derivací vyšších řádů. Nevýhodou je, že tato metoda potřebuje strukturovanou síť, a dokonce, pokud se souřadný systém sítě odvíjí od tvaru výchozího tělesa, musí být nejprve přetransformován do kartézských souřadnic.

Metoda konečných objemů Další metodou je metoda konečných objemů, která vychází ze zákona zachování hmoty, energie a hybnosti, tj. integrální tvar Navier–Stokesových rovnic. Princip této metody spočívá v tom, že rozdělí jakýkoli objem na omezený počet libovolných n -stěnných kontrolních objemů, načež je integrál na pravé straně rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS = \int_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (46)$$

nahrazen součtem hmotnostního toku všech stěn každého kontrolního objemu. Zde přesnost závisí na volbě použitého schématu. Lze použít buď schéma „cell-centered“, kdy jsou hodnoty sbírány v centroidu každého objemu, anebo „cell-vertex“, kdy jsou hodnoty zaznamenávány ve vrcholech těchto objemů. U schématu cell-vertex rozlišujeme, zda se kontrolní objemy překrývají – tehdy počítáme s průměrem vtoku ve všech plochách vrcholu přilehlých, nebo zda jsou zdvojené, kdy určíme přesně objem kolem bodu, ze kterého je brán průměr. Velkou předností této metody je fakt, že metoda pracuje přímo s prostorem, a proto není třeba žádné transformace do jiných souřadných systémů. Oproti

metodě konečných diferencí je výhodou, že touto metodou lze provádět výpočty jak ve strukturované, tak v nestrukturované výpočetní síti. [12]

Metoda konečných prvků Metoda konečných prvků byla poprvé použita v roce 1956 M. J. Turnerem na výpočetní analýzu nosníkových struktur a po deseti letech výzkumu se podařilo tuto metodu úspěšně aplikovat i na kontinua. Nicméně až začátkem 90. let se začala používat k výpočtům, které využívaly Eulerových a Navier–Stokesových rovnic. Princip této metody tkví v rozdělení prostoru do trojúhelníkovitých, nebo čtyřstěnných útvarů čili je potřeba vytvořit nestrukturovanou výpočetní síť. V závislosti na typu prvku a požadované přesnosti je na stěnách, nebo uvnitř prvku zvoleno několik bodů, které slouží jako etalon chování tekutiny pro celou buňku. Počet bodů je následně vydělen počtem neznámých, a tak je získán počet stupňů volnosti. Při použití této metody je třeba získat rovnice, ze kterých vycházíme, v integrálním tvaru. Toho lze docílit dvěma způsoby. Prvním je variační princip, při němž hledáme řešení, pro která funkce dosahuje maxima. Druhým je způsob zvaný vážený průměr residuů nebo také slabá formulace čili hledáme aproximace, při nichž je jejich odchylka (residuum) rovna nule. Tato formulace má stejnou výhodu jako metoda konečných objemů, a sice to, že umožňuje počítat s nespojitými řešeními. [12]

Numerická schémata Ať už zvolíme jakoukoli diskretizaci, je třeba klást důraz na to, aby se výsledek výpočtu ustálil během iterací k jedné hodnotě. Běžnou praxí je pak porovnání výsledků s výpočtem např. s polovičním krokem sítě. Pokud se výsledky liší v rozumném rámci, hovoříme o konvergentním řešení. Při používání všech tří metod diskretizace lze použít různá schémata v závislosti na fyzikální podstatě měření.

Centrální schémata Do této kategorie spadají všechna schémata, jež aproximují derivace metodou centrálních diferencí. Principem těchto schémat je zprůměrovat konzervativní proměnné nalevo a napravo, aby bylo možné vyhodnotit tok na stěnách kontrolních objemů. Protože tento typ schémat nedokáže rozpoznat a potlačit výskyt dvou nezávislých řešení pro jeden problém, přidává se k výpočtu tzv. umělá disipace (z angl. „artificial dissipation“), aby byla zajištěna stabilita výsledku. Nejrozšířenější implementace spočívá ve spojení diferencí druhého a čtvrtého řádu na strukturovaných výpočetních sítích podle vlastních čísel jakobiánu konvektivního toku.

Schématu typu „upwind“ Jelikož se toto odvětví těší rozmanitému vývoji, existují další, pokročilejší diskretizační schémata, která vychází z fyzikálních vlastností Eulerových rovnic. Protože rozlišují mezi vlivy, které se dějí po proudu a proti proudu, byla pojmenována upwind, což lze přeložit z angličtiny jako *protivítr*.

Prvním z těchto schémat je „flux-vector splitting“, které rozkládá vektory konvektivních

toků do dvou složek v závislosti na charakteristických proměnných. Nejprve se stanovuje směr proudu částic tekutiny. K tomuto účelu je zapotřebí fyzikálního modelu interakce mezi dvěma výpočetními buňkami. V praxi se využívá dvou způsobů. První spočívá v tom, že buňky mezi sebou interagují diskrétními vlnami s konečnou amplitudou. Chování, rychlost přenosu a amplituda těchto vln je zjišťována přesně, nebo přibližně pomocí Riemannova problému nespojitosti. Numerická metoda rozlišování mezi dopředu a dozadu se pohybujícími vlnami se nazývá „flux difference splitting“, viz níže. V modelu druhém je interakce mezi sousedními buňkami zapříčiněna mísením pseudočástic, které se pohybují dovnitř každé buňky a ven z ní (buňka = kontrolní objem ohraničený výpočetní sítí). Numerická metoda rozlišování mezi vlivy dopředu a zpětně se pohybujících částic se nazývá flux-vector splitting nebo také Boltzmannova metoda. Nevýhoda používání tohoto schématu je, že vede k numerické difuzi a kontaktní nespojitosti; lze nicméně odstranit a současný výzkum v této oblasti je zaměřen na docílení tohoto odstranění za použití co nejmenšího výpočetního výkonu. [20]

Princip schématu flux-difference splitting je založen na řešení lokálně jednorozměrných Eulerových rovnic pro nespojitě stavy. Touto metodou se například řeší Riemannův problém rázu. Tento koncept byl poprvé představen Sergejem Gordunovem v roce 1956 a později zdokonalen Američanem Philem Roem. Dané řešení je velice oblíbené kvůli svému kvalitnímu rozlišení hraničních vrstev a ostrých reprezentací rázů. Toto schéma konstruuje diskretizaci způsobem, který udržuje exaktní rovnováhu mezi gradienty toku a počátečními podmínkami. Tuto rovnováhu zaručuje fakt, že okrajové podmínky jsou získávány podél proudnic toku. [21]

Další typ schémat je označován zkratkou TVD („total variation diminishing“, minimalizace totální variace). Poprvé byl představen v roce 1983 a je založen na konceptu zaměřujícím se na předcházení generace nového extrému v řešení. Podmínky pro tento typ řešení jsou, že maxima řešení se nesmí zvyšovat, minima se nesmí snižovat a žádné nové lokální extrémy nemohou být vytvořeny. Příkladem je třeba „monotonicity conserving“ (zachovávající monotonii), které dokáže nacházet řešení rázů bez nežádoucích oscilací. [22] Tato metoda využívá hyperbolických rovnic ve tvaru:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f_i(\vec{u})}{\partial x_i} = 0 \quad (47)$$

Dále platí, že pro Jakobiho matici

$$A_i(u) = \frac{\partial f_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}} \quad (48)$$

je systém

$$A(\vec{u}, V) = \sum_{i=1}^d V_i A_i(\vec{u}) \quad (49)$$

hyperbolický právě tehdy, když pro každé \vec{u} a $\omega = (V_1, \dots, V_d) \in R^d$, $V \neq 0$.

Poslední skupinou jsou tzv. „fluctuation splitting“ schémata (schémata rozdělující fluktuace). Jejich cílem je nalézt řešení i pro prvky proudu, které nejsou zarovnané s výpočetní sítí, což je podstatnou výhodou oproti všem výše zmíněným schématům. To znamená, že výsledky výpočtů nejsou tolik citlivé na kvalitu výpočetní sítě. Bohužel tato schémata trpí vysokou výpočetní náročností a konvergenčními problémy. [23]

Diskretizace závislá na čase Převažující počet numerických schémat pro řešení Eulerových nebo Navier–Stokesových rovnic aplikuje metody proudnic, tzn. diskretizují čas a prostor odděleně. Tento přístup přináší největší flexibilitu, protože mohou být jednoduše zvoleny různé stupně přesnosti aproximace pro konvekční a viskózní toky, stejně jako pro časovou integraci. Pokud budeme uvažovat statickou výpočetní síť, můžeme vzít objem V a matici hmotností \vec{M} vně časové derivace. [24] Poté můžeme aproximovat časovou derivaci pomocí nelineárního schématu

$$\frac{V\vec{M}}{\Delta t} * \Delta \rightarrow \quad (50)$$

Upwind 2. řádu Tato metoda je odvozena stejně jako metoda upwind, až na to, že Taylorův polynom, který aproximuje funkci, je rozveden do členu s druhou derivací. Výsledkem je přesnější, nicméně výpočetně náročnější schéma.

Výpočty turbulence Téměř všechny proudy vyskytující se v běžném prostředí jsou turbulentní, a proto je třeba je popsat pomocí výpočtů, přestože podstatě turbulentního proudění nebylo zcela porozuměno. Komplexní chování turbulence je výsledkem Navier–Stokesových rovnic. Ale analytické řešení i těch nejjednodušších turbulentních proudů přesto není známo.

Direct numerical simulation Proměnná proudění (jako tlak a rychlost) jsou v případě Navier–Stokesových rovnic funkcemi prostoru a času a jako takové je možné je diskretizovat pro jednotlivé body v prostoru a určitých časových okamžicích. Tento postup je znám pod zkratkou DNS (z angl. „direct numerical simulation“, česky přímá numerická simulace). Nevýhodou této metody je takzvaný „aliasing error“, což je chyba, při níž dochází k odchylce od přesné hodnoty při dopočítávání hodnot mezi diskrétními hodnotami. Jedním z limitů této metody vzhledem k výpočetní době je také velikost Reynoldsova čísla. Přestože získávání

výsledků pomocí této metody může být časově náročné, následné zpracování dat nevyžaduje složité operace. [25]

RANS rovnice (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) Tento typ výpočtu turbulence je méně časově náročný než přímá numerická simulace, ale dopouští se několika zjednodušení, která markantně ovlivňují přesnost výsledku. [26] Dle konceptu Reynoldsovy dekompozice platí:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (51)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (52)$$

kde u_i je rychlost tekutiny a p je tlak dělený hustotou. Po dosazení do Navier–Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i * u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu * \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (53)$$

získáme úpravou:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu * \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (54)$$

přičemž platí, že:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (55)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (56)$$

V průběhu let byly různé modely vycházející z obdobného základu kategorizovány; přestože se od sebe tyto kategorie liší, základ zůstává pořád stejný. Těmito kategoriemi jsou:

Mean velocity fields

Tento typ RANS rovnic nevyužívá žádné další parciální diferenciální rovnice kromě těch, které jsou třeba pro výpočty uvnitř kontrolního objemu. Od základního modelu se tento typ liší následující rovnicí:

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} K \delta_{ij} - \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (57)$$

Jednorovnicový model

Tento typ RANS modelu zahrnuje další rovnici přenosu pro výpočet turbulenční rychlosti, vyjádřené zejména v průměrné turbulenční kinetické energii. Rovnice je vyjádřena jako

$$\frac{\partial E_k}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial E_k}{\partial x_i} = P_k - \epsilon - \frac{\partial D_i}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_i^2} \quad (58)$$

kde

$$P_k = -\tau_{ij} * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (59)$$

$$\epsilon = \nu * \overline{\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2}} \quad (60)$$

$$D_i = \frac{\overline{u'_k{}^2 * u'_i}}{2} + \overline{p' * u'_i} \quad (61)$$

E_k je kinetická energie.

Dvourovnicový model

Tento typ RANS modelu zahrnuje oproti přechozímu další rovnici přenosu, která slouží k výpočtu délky turbulence vyjádřené pomocí součinitele skalárního disipačního poměru turbulentní kinetické energie.

Tento model navíc zahrnuje rovnici:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{u_i} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = P_\epsilon + D_\epsilon - \Phi_\epsilon + \nu * \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_i^2} \quad (62)$$

kde

$$\begin{aligned} P_\epsilon = & -2 * \nu * \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} * \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} * \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}} \\ & -2 * \nu * \overline{\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} * \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} * \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}} \\ & -2 * \nu * \overline{u'_k * \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} * \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_j}} \\ & -2 * \nu * \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} * \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} * \frac{\partial \overline{u'_k}}{\partial x_m}} \end{aligned} \quad (63)$$

$$D_\epsilon = -\nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_k * \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \right)^2} \right) - 2 * \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\frac{\partial p'}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} \right) \quad (64)$$

$$\Phi_\epsilon = -2 * \nu^2 \overline{\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m} \right)^2} \quad (65)$$

Model k- ϵ

Předpokladem použití tohoto modelu je výpočet plně turbulentního proudění čili je zanedbán vliv molekulární viskozity. Přidané transportní rovnice jsou použity ve tvaru:

Pro turbulentní kinetickou energii $k = \Phi$:

$$\frac{\partial}{\partial t} * \int_{\Omega_t} \rho * \Phi * d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho(v - v_\sigma) * n * \Phi * dS = \int_{\partial\Omega} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) * (\nabla \Phi * n) * dS + \int_{\partial\Omega} (G_t - \rho \epsilon) * dS \quad (66)$$

A pro disipaci turbulence ϵ_t :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \rho * \epsilon_t d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho(v - v_\sigma) * n \epsilon_t dS = \\
& = \int_{\partial\Omega} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) * (\nabla \epsilon_t * n) dS + \int_{\partial\Omega} \left(c_1 * G_t * \frac{\epsilon_t}{\Phi} - c_2 * \rho * \frac{\epsilon_t^2}{\Phi} \right) dS
\end{aligned} \tag{67}$$

kde

$c_1 = 1,44$ a $c_2 = 1,92$ jsou konstanty modelu,
 σ_Φ je Prandtlovo číslo turbulentní kinetické energie,
 σ_{ϵ_t} je Prandtlovo číslo turbulentní disipace.

$$\Phi = \frac{1}{2} * (v'^2) \tag{68}$$

$$\epsilon_t = 2 * \frac{\mu}{\rho} (S'_{ij})^2 \tag{69}$$

$$S'_{ij} = \frac{1}{2} * \left(\frac{\partial'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x'_i} \right) \tag{70}$$

$$\tau'_{ij} = -\rho * u'_i * u'_j \tag{71}$$

$$\mu_t = \rho * C_\mu * \frac{\Phi^2}{\epsilon_t} \tag{72}$$

$$G_t = \tau'_{ij} * S'_{ij} = -\rho * u'_i * u'_j * \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{73}$$

RNG k- ϵ

Pomocí statistické metody renormalizovaných grup (RNG – „renormalization group method“) byl předchozí model vylepšen o zahrnutí účinků vírů v proudění.

Vylepšenou transportní rovnicí proudění zapisujeme následovně:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \rho * \epsilon_t * d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho((v - v_\sigma) \epsilon_t) dS = \\
& = \int_{\partial\Omega} \alpha_{\epsilon_t} (\mu + \mu_t) (\nabla \epsilon_t * n) dS + \int_{\partial\Omega} \left(c_1 * G_t * \frac{\epsilon_t}{\Phi} - c_{2(RNG)} * \rho * \frac{\epsilon_t^2}{\Phi} \right) dS
\end{aligned} \tag{74}$$

kde

$$c_{2(RNG)} = c_2 + \frac{C_\mu * \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta * \eta^3} \tag{75}$$

$$\eta = \frac{\Phi}{\epsilon_t} \sqrt{2 * s'_{ij}} \tag{76}$$

$c_1 = 1,42$, $c_2 = 1,68$, $\beta = 0,012$, $\eta_0 = 4,38$ a C_μ jsou konstanty modelu,

$\alpha_{\epsilon_t} = 1,39$ je inverzní Prandtlovo číslo turbulentní disipace.

Modely rovnic napětí (Stress-equation models)

Tento model zahrnuje několik dalších rovnic přenosu pro složky Reynoldsova tenzoru napětí.

Tyto rovnice mají tvar:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \overline{u_k} * \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} = P_{ij} + \Pi_{ij} - \epsilon_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_k} * C_{ijk} + \nu * \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k^2} \quad (77)$$

kde

$$P_{ij} = -\tau_{ik} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} - \tau_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \quad (78)$$

$$\Pi_{ij} = \overline{p' * \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (79)$$

$$\epsilon_{ij} = 2 * \nu * \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (80)$$

$$C_{ijk} = \overline{u'_i * u'_j * u'_k} + \overline{p' * u'_i \delta_{jk}} + \overline{p' * u'_j * \delta_{ik}} \quad (81)$$

Large eddy simulation (LES) Protože ale pro simulaci turbulence často postačují „velké víry“ (z angl. „large eddy“, velký vír), protože ty jsou nejmarkantnější příčinou energetických ztrát, je potřeba „malé víry“ odfiltrovat. [27] Filtrovací proces byl definován jako:

$$\overline{u}(\underline{x}) = \int \underline{u}(\underline{x}') G(\underline{x}', \underline{x}) d\underline{x}' \quad (82)$$

kde

\underline{u} je rychlost toku,

\overline{u} je odfiltrovaná rychlost toku,

$G(\underline{x}', \underline{x})$ je Gaussova filtrační funkce, definována jako

$$G(\underline{x}', \underline{x}) = \left(\sqrt{\frac{6}{\pi}} * \frac{1}{\Delta} \right)^3 * e^{-\frac{6(\underline{x}-\underline{x}')^2}{\Delta^2}} \quad (83)$$

kde Δ je velikost filtru. Filtrované rovnice vyjadřující zachování hmoty a hybnosti v Newtonských nestlačitelných tekutinách mohou být v konzervativním tvaru zapsány jako:

$$\partial_i * \overline{u_i} = 0 \quad (84)$$

$$\partial_t * (\rho * \overline{u_i}) + \partial_j (\rho * \overline{u_i} * \overline{u_j}) = -\partial_i \overline{p} + 2 * \partial_j * (\mu * \overline{S_{ij}}) - \partial_j (\tau_{ij}) \quad (85)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} (\partial_i * \overline{u_j} + \partial_j * \overline{u_i}) \quad (86)$$

$$\rho (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} * \overline{u_j}) \quad (87)$$

kde

ρ je hustota,

$\overline{u_i}$ je filtrovaná rychlost proudění,

\overline{p} je filtrovaný tlak,

μ je kinematická viskozita,

$\overline{S_{ij}}$ je SGS tenzor napětí („resolved scale strain rate tensor“). Existuje mnoho různých druhů modelu SGS tenzoru napětí a většina z nich (např. Boussinesqova hypotéza) nakonec dochází k následujícímu:

$$\tau_{ij} = 2 * \mu_t * \overline{S_{ij}} + \frac{1}{3} * \delta_{ij} * \tau_{ll} \quad (88)$$

kde μ_t je tzv. SGS vírová viskozita.

Po dosazení do rovnice (93) získáme:

$$\partial_t(\rho * \overline{u_i}) + \partial_j(\rho * \overline{u_i} * \overline{u_j}) = -\partial_i * \overline{P} + 2 * \partial_j[(\mu + \mu_t) * \overline{S_{ij}}] \quad (89)$$

kde

$$\overline{P} = \overline{p} + \frac{1}{3} * \tau_{ll} \quad (90)$$

K určení SGS vírové viskozity použijeme základní model z roku 1963:

$$\mu_t = \rho(C_s * \overline{\Delta})^2 * S \quad (91)$$

$$\overline{p} = \sqrt{(2 * \overline{S_{ij}} * \overline{S_{ij}})} \quad (92)$$

$$\Delta = \sqrt[3]{\overline{\Delta_x \Delta_y \Delta_z}} \quad (93)$$

kde C_s je Smagorinského konstanta, která závisí na typu proudění: např. $C_s = 0,18$ poskytuje rozumné výsledky pro izotropní turbulenci, kdežto proudění blížící se stěně by mělo redukovat tuto konstantu k hodnotě $C_s = 0,1$.

Přestože simulace turbulencí pomocí velkých vírů je v povědomí už nějakou dobu, stále se těší vývoji, zejména v oblastech přesnějších SGS modelů. [28]

Postupem času byl vyvinut nový model viskozity, který nezávisí na velikosti filtru,

$$\nu_T = 0.41 < \overline{u_k^2} - \overline{u_k}^2 > < 2 * \overline{S_{ij}^2} >^{-\frac{1}{2}} \quad (94)$$

nový model Reynoldsových napětí

$$\tau_{ij} \simeq \overline{u_i} * \overline{u_j} - \overline{u_i} * \overline{u_j} - \frac{1}{3} * (\overline{u_k^2} - \overline{u_k}^2) \delta_{ij} \quad (95)$$

a nový model disipace nahrazující Smagorinského model, který vznikne dosazením nového modelu Reynoldsových napětí do původního modelu.

Dalším vylepšením tohoto modelu byla tzv. „proper orthogonal decomposition“, také známá jako Karhunen–Loévova expanze, což je statistická technika, která umožňuje získat optimální plošný základ pro zachycení plošné struktury většiny energetických fluktuací v tokovém poli. [12]

Je známo, že některé nelineární chyby (vzniklé v důsledku nahrazení nekonečného součtu konečným) některých diskretizačních schémat Navier–Stokesových rovnic interferují s explicitně přidanými SGS modely („subgrid-scale“) a zároveň mohou SGS uzavřít, aniž by byl jakýkoli model zahrnut. Proto byl vyvinut systematictější přístup k analýze těchto bezmodelových přístupů a je znám pod zkratkou ILES neboli „implicit large eddy simulation model“, česky implicitní simulační model velkých vírů. [12]

2.3 Shrnutí

Pro simulaci v Creo Flow Analysis bylo použito stavové rovnice ideálního plynu, neboť podmínky při reálné zkoušce se blížily optimálním laboratorním podmínkám, pro něž se tento model od ostatních liší ve výsledcích pouze zanedbatelně. Dále bylo použito tří iteračních schémat, a to schéma upwind prvního a druhého řádu a schéma centrální. Pro výpočet turbulencí byla zvolena metoda velkých vírů. Všechny tyto simulace proběhly na strukturované generované síti výpočtem metody konečných objemů.

3 Praktická část

Přestože tato práce vykazuje charakter především teoretické rešerše o způsobech numerického výpočtu chování tekutiny v sacím kanálu motoru, byl proveden pokus o rekonstrukci takovéto simulace pro reálný motor. Tímto motorem byl agregát Škoda 781.136 B s původním výkonem 50 kW a vícebodovým vstřikováním paliva MPI („multi-point injection“). Tento motor je řadový čtyřválec o objemu 1289 ccm s rozvodem OHV („overhead valves“) a osmi ventily. Vačková hřídel je tedy součástí bloku motoru a je poháněna řetězovým převodem od klikové hřídele, která je uložena ve třech kluzných ložiskách. Motor je podčtvercový se zdvihem 72 mm a vrtáním o průměru 75,5 mm. Ústí sacího kanálu hlavy je o průměru 27 mm a horní hrana komolého kužele sedla ventilu má průměr $D_v = 30$ mm. Průměr dřívku sacího ventilu činí $d = 8$ mm a největší průměr ventilu činí 34 mm.



Obr. 7: Fotografie hlavy válců motoru Škoda 781.136 B

3.1 Tvorba odlitku

Aby bylo možné vytvořit model sacího kanálu v počítačovém prostředí, bylo zapotřebí najít způsob, kterým by bylo možné takový kanál zachytit. Finančně nejvýhodnějším řešením, které se naskytlo, byla metoda fotogrametrie, která oproti 3D měřicí stanici a laserovým či ultrazvukovým snímačům polohy nevyžaduje nákup drahého zařízení. Takže nezapočítáme-li cenu materiálu odlitku, který by bylo pro metody jmenované výše stejně nutné zhotovit, proběhl tento převod do virtuálního prostředí bez jakýchkoli finančních výdajů. Jako forma modelu byla užitá sama hlava motoru, z níž byla vyjmuta zapalovací svíčka a sací i výfukový ventil a vzniklé otvory byly náležitě zaslepeny. Dále byl vnitřek spalovacího prostoru sacího i výfukového kanálu vyčištěn od nečistot, které se zde usadily v průběhu jeho používání, a natřen separátorem. Jako separátor bylo použito plastické mazivo Mogul LA-2. Následně došlo k zatěsnění všech otvorů kromě ústí sacího a výfukového kanálu, které plnily funkci vtoku a výtoku. Jako materiál modelu byl zvolen plastický tmel Lukopren N1522, vyráběný Lučebními závody Kolín. Tento tmel byl zvolen pro svou schopnost dobře kopírovat tvar formy a své mechanické vlastnosti usnadňující manipulaci s modelem, zejména jeho extrakci z formy. Pro vyjmutí modelu z formy bylo použito pryžové palivové hadičky o vnitřním průměru 8 mm, která byla vedena skrze celý model a mimo usnadnění manipulace sloužila také jako deformační prvek. (Vzduch v hadičce je deformací odlitku vytlačen ven a tímto předchází plastickému porušení samotného odlitku, čímž zvyšuje maximální možnost jeho deformace při působení vnější síly.)



Obr. 8: Tvorba oporné geometrie pro správné pozicování dílů odlitku (Poka-yoke) pomocí stavebnice LEGO (vlevo)

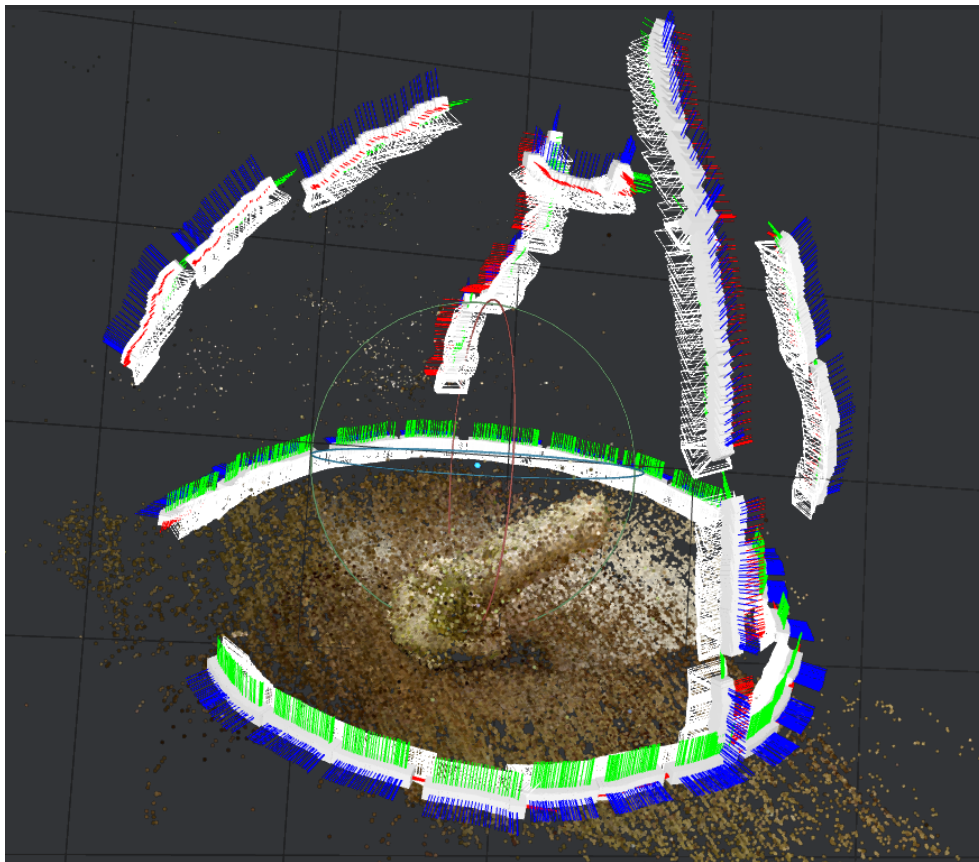
Obr. 9: Výsledný odlitek spalovací komory (uprostřed)

Obr. 10: Odlité kanály před extrakcí z „formy“ (vpravo)

Protože kvalita prvního pokusu byla zpochybnitelná, vývoj způsobu tvorby odlitku byl rozdělen na tři části (spalovací komora, výfukový a sací kanál). Aby bylo zajištěno původního pozicování, bylo využito dvou dílků stavebnice LEGO. Při odlévání byla nejdříve odlita spalovací komora, poté byla použita jako součást formy pro sací a výfukový kanál.

3.2 Fotografování modelu

Po extrakci z formy, očištění modelu od nedokonalostí způsobených špatným utěsněním aj. byl model položen na rovný prázdný stůl a vyfotografován. Fotografie byly pořízeny fotoaparátem zabudovaným v běžném mobilním telefonu pomocí režimu sekvence snímků a současným pozvolným pohybem fotoaparátu. Nakonec vzniklo přes čtrnáct set snímků o rozlišení 1080x1920 pixelů z různých úhlů. Tyto fotografie byly nahrány do programu Meshroom, pomocí něhož byly fotografie výše popsaným postupem převedeny ve změřené body v prostoru. Po naškálování a odstranění bodů vygenerovaných podložkou v programu Blender bylo použito tohoto plošného modelu jako předlohy pro parametrickou tvorbu v softwaru Creo.



Obr. 11: Prostředí programu Meshroom znázorňující body vygenerované programem a pozice fotoaparátu při pořizování jednotlivých fotografií

Protože vývojová verze odlitku byla rozdělena na části, které, jak bylo posléze zjištěno, jsou příliš těžké a nevyvážené na to, aby mohly stát samy o sobě, byly podepřeny pomocí špejlí. Toto řešení bohužel odhaluje jednu z výrazných nevýhod fotogrametrického zpracování dat, protože špejle jsou příliš tenké na to, aby je program dokázal přesně vykreslit.



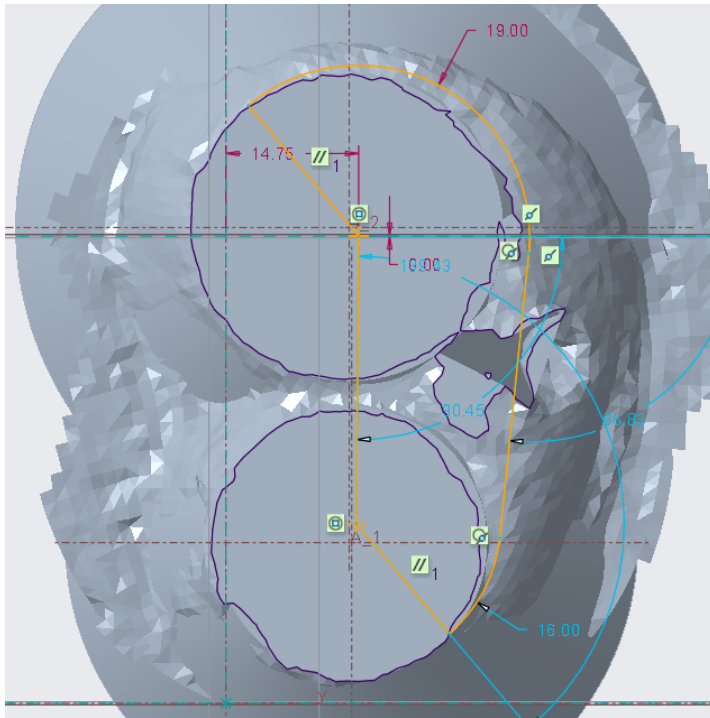
Obr. 12: Prvotní odlitek spalovacího prostoru a kanálu (vlevo)

Obr. 13: Úspěšnější verze odlitku připravená pro fotogrametrické zpracování (vpravo)

3.3 Tvorba parametrického modelu

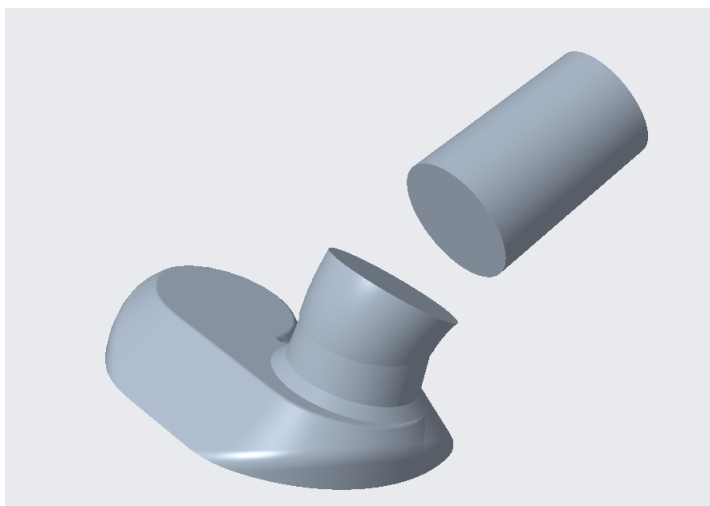
Prvním krokem při modelování kanálu byla tvorba modelu spalovacího prostoru, protože uvažovaný motor disponuje klínovitým spalovacím prostorem, ze vzdálenosti mezi nejnižším bodem a nejvyšším bodem od podložky. Jejich výškovým rozdílem byl vypočten úhel sklonu klínu a v tomto úhlu byla položena první náčrtová rovina.

Na náčrtovou rovinu byly poté vyneseny kružnice představující sedla ventilů. Tyto kružnice byly ekvidistantně odsazeny o změřenou vzdálenost a toto odsazení bylo na jedné ze stran opatřeno přímkou tečnou k oběma kružnicím. Obrys vzniklý sjednocením ekvidistantních kružnic a přímkou se stal základním tvarem pro extruzi spalovacího prostoru.



Obr. 14: Náčrt tvaru spalovacího prostoru s ohledem na předlohu

Samotný kanál byl pak tvořen čtyřmi částmi. První částí bylo samotné sedlo ventilu, na které přímo navazovala část druhá, sestávající z pozvolna se rozšiřujícího válce, který, aby kanál směřoval směs do pozvolného víru ve spalovacím prostoru, musel mít základny posunutý mimostředně. Třetí část tvořilo ústí kanálu, což byl opět pouze pomalu se rozšiřující válec. Čtvrtá část sestávala z oblého spojení části druhé a třetí.



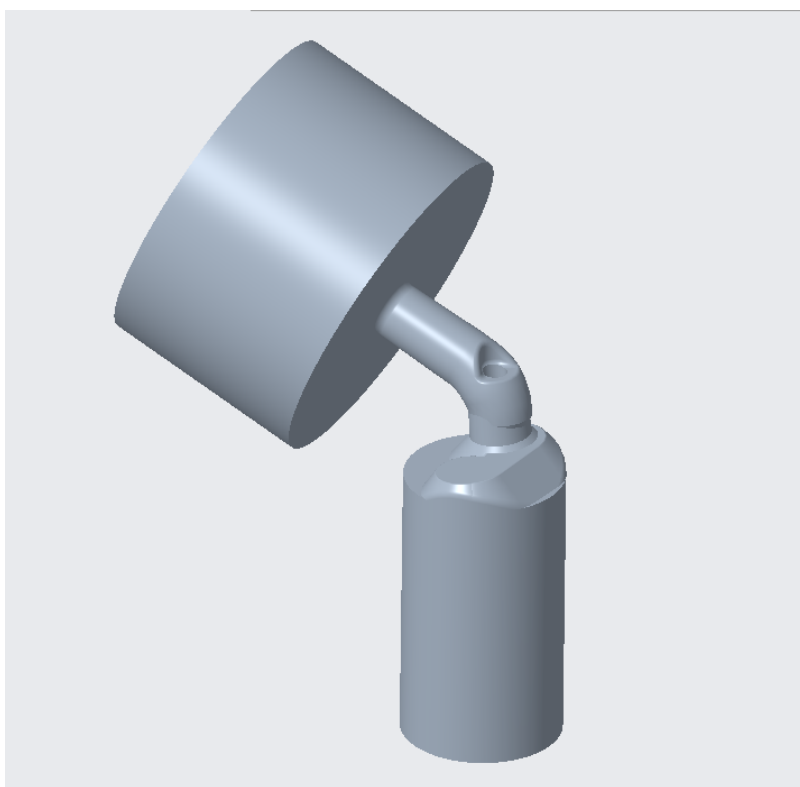
Obr. 15: Extruze částí sacího kanálu

Poté byl z takto vzniklého „kolene“ odečten prostor, který v kanálu zabírá ventilové pouzdro. Po získání hrubého tvaru byly zahlazeny nerovnosti vzniklé použitím jednotlivých metod (např. přidáním radiusů). Vzniklý kanál byl na ploše pod spalovacím prostorem následně osazen válcem o délce 132 mm, který měl simulovat prostor válce při podmínkách zkoušky,



Obr. 16: Odečítání ventilového pouzdra a indentace kanálu pro možnost jeho ukotvení

a na začátek vstupu kanálu byl umístěn válec o délce 100 mm a průměru 160 mm, který sloužil jako připodobnění uklidňovacího prostoru, jímž je okolí při profukovací zkoušce.



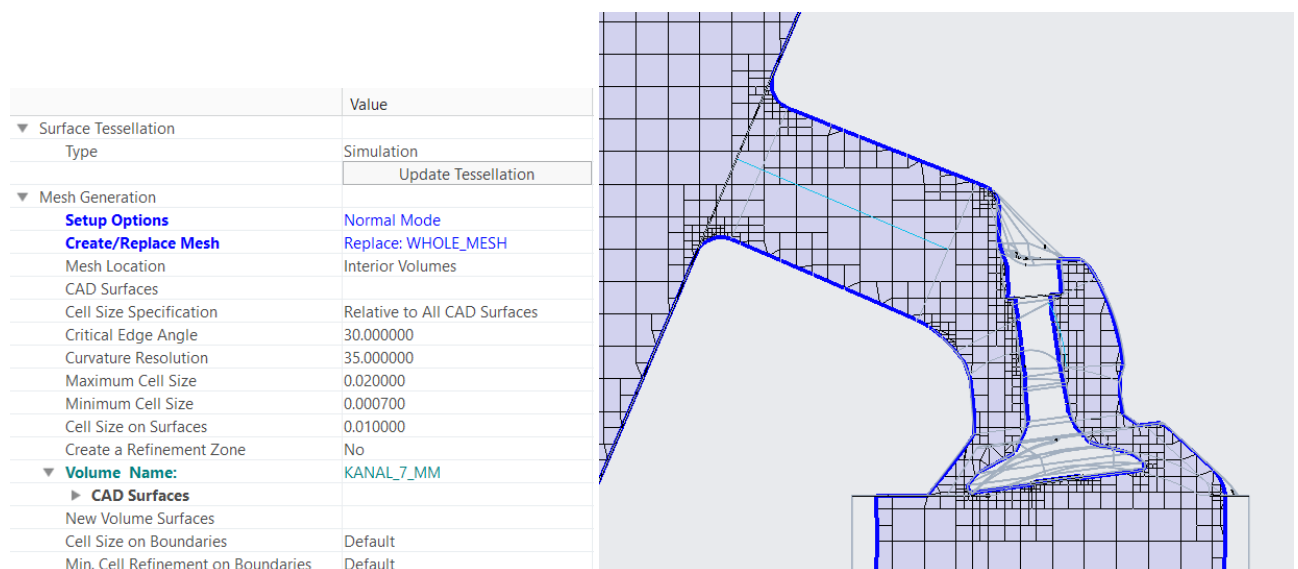
Obr. 17: Výsledný model, na němž byla prováděna simulace

3.4 Creo Flow Analysis

Jak už bylo zmíněno Creo 4.0 je všestranný nástroj, takže je možné vymodelovaný model vzápětí podrobit simulaci proudění v modulu Creo Flow Analysis. Protože konečná simulace byla prováděna až po reálné zkoušce, bylo možné nastavit parametry zkoušky tak, aby co nejdříve replikovaly reálné měření. Tlak na vstupu byl nastaven na atmosferický tlak při zkoušce a výstupní tlak na hodnotu podtlaku generovaného měřicí tratí. Z modelu kanálu, z něhož byl postupně odečten model ventilu posunutý o hodnoty od jednoho po deset milimetrů, byla vytvořena strukturovaná síť o následujících parametrech:

Dle dat získaných z programu PTC Creo 4.0 počet elementů činí 861 127 elementů při zdvihu ventilu 5mm při zahrnutí vstupního prostoru a prostoru válce. Protože se geometrie s posunutím ventilu mění lze tento výsledek považovat za orientační

Dodatečné cílené zjemnění provedeno nebylo, neboť kvůli tvaru hranice sítě je již nejpodrobnější v pozorované oblasti kanálu a okolí ventilu.



Obr. 18: Nastavení parametrů výpočetní sítě (vlevo)

Obr. 19: Ukázka vygenerované výpočetní sítě (vpravo)

Jako počáteční podmínka pro vstup byl zvolen vstup do uklidněného prostředí o statickém tlaku odečteném ze staničního barometru při reálné zkoušce. Tlakový rozdíl zkoušky je dle normy ČSN EN ISO 5167 popsán jako půl metru vodního sloupce, čili 4900 Pa výstupní tlak vznikl odečtením této hodnoty od tlaku barometrického, který byl v tomto případě 98509 Pa.

	Value
▼ Flow	Specified Total Pressure
Directional Option	Boundary Normal
Total Pressure	98509 Pa
Velocity Profile	Zero Gradient
Output	Default
▼ Turbulence	Specified Values
Turb. Kinetic Energy	0.01 m2/s2
Turb. Kinetic Energy Diss. Rate	1 m2/s3
Output	Default
▼ Streamline	Open
Release Particle	Yes
Direction	Forward
Random Release	Yes
Number of Particles	200
Release Position	Face Center
Output	Default

Obr. 20: Nastavení vstupní okrajové podmínky

Podmínka pro výstup tekutiny z modelu byla zvolena následovně:

	Value
▼ Flow	Specified Pressure Outlet
Pressure	93609 Pa
▼ Velocity Profile	User Specified
▶ Back Flow Velocity(optional)	0, 0, 0
Output	Default
▼ Turbulence	Outlet
Turb. Kinetic Energy	0.01 m2/s2
Turb. Kinetic Energy Diss. Rate	1 m2/s3
Output	Default
▼ Streamline	Open
Release Particle	No
Output	Default

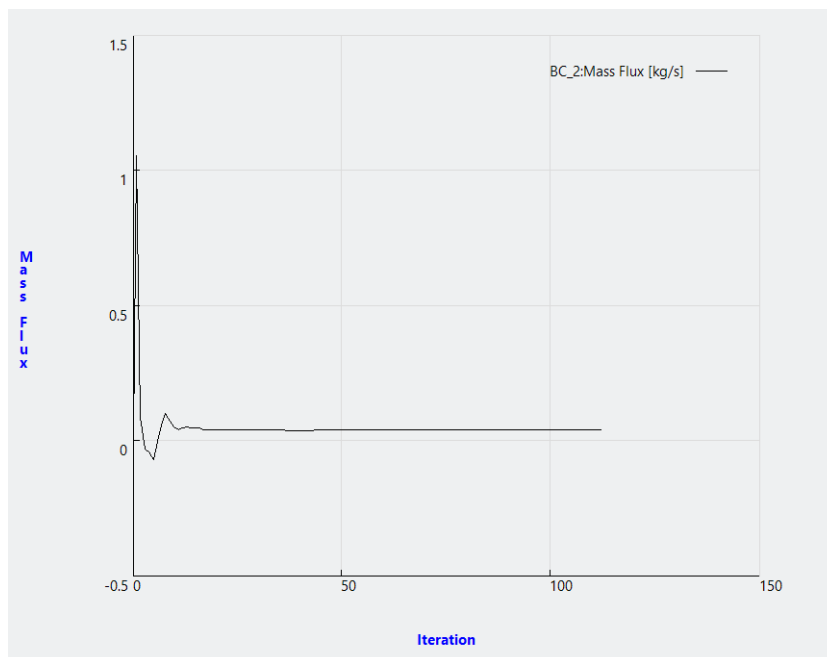
Obr. 21: Nastavení výstupní okrajové podmínky

Chování tekutiny v oblasti stěn bylo podmíněno takto:

	Value
▼ Flow	Wall
Options	Stationary
Wall Type	Rigid
High Order Shear	No
Output	Default
▼ Turbulence	Wall
Wall Function	Standard
▼ Wall Roughness Model	Rough
Roughness Height	6e-06 m
Output	Default
▼ Streamline	Wall
Release Particle	No
Output	Default

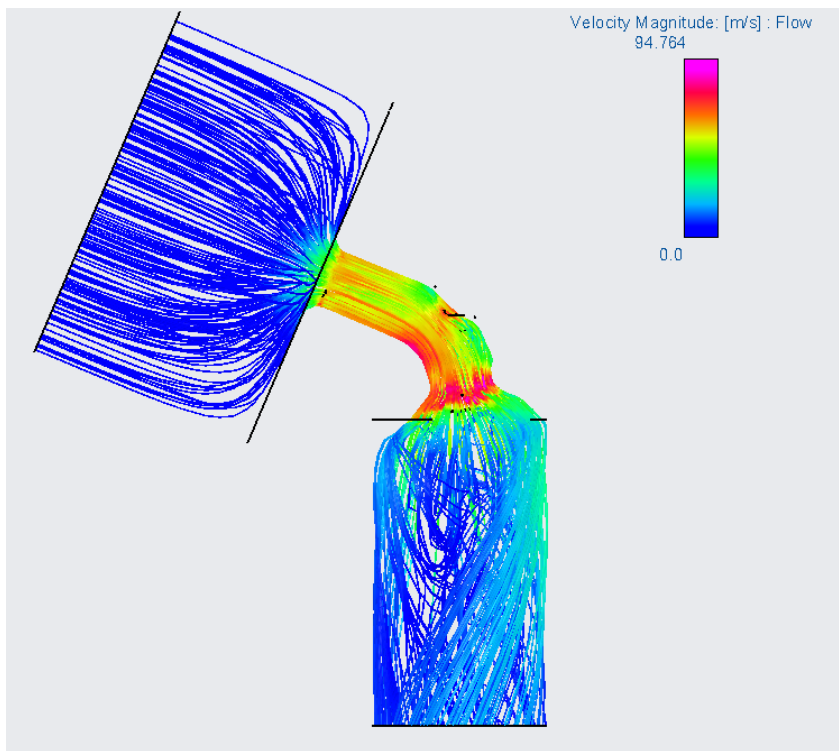
Obr. 22: Nastavení okrajových podmínek na stěnách modelu

Číselné výsledky byly vloženy do programu MS Excel, zpracovány a přidány ke grafickému porovnání s reálnou zkouškou. Kontrolou byly grafické výstupy, které Creo umožňuje zobrazit:

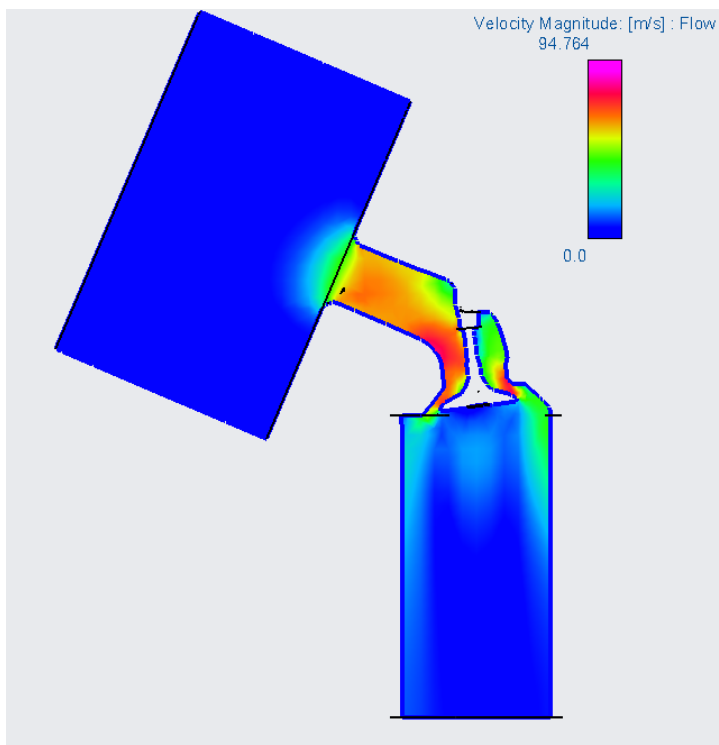


Graf 1: Zobrazení generovaných hodnot hmotnostního toku v závislosti na průběhu simulace

Pro simulaci byla provedena velice hrubá citlivostní analýza pomocí přenastavení minimálních a maximálních rozměrů „buněk“ sítě kdy bylo zjištěno že desetinásobným zmenšením buněk se výsledek významně nezmění



Obr. 23: Zobrazení proudnic toku kanálem



Obr. 24: Zobrazení rychlosti proudění v kanálu (řez)

3.5 OpenFOAM

OpenFOAM (**O**pen-**s**ource **F**ield **O**peration **A**nd **M**anipulation) je bezplatný soubor nástrojů zaměřený na numerická řešení, mezi která patří i výše popsaná metoda konečných objemů a zpracování proudění pomocí Navier-Stokesových rovnic. Jako takový je velice dobře popsáný vnitřní dokumentací a oproti softwaru CREO je jednodušší zvolit přesně metodu, kterou je potřeba, byť za cenu horší uživatelské přístupnosti. OpenFOAM coby soubor nástrojů je totiž složen z několika řídicích textových souborů, jejichž editací uživatel specifikuje, jakou metodu výpočtu a řešení kde použít a za jakých podmínek. Jednou z předností tohoto přístupu je, že pokud je uživatel dostatečně seznámen s danou problematikou, je cesta k rychlému a přesnému řešení jednodušší. Dalším příkladem zvýhodnění uživatele tohoto programu je, že pokud uživateli nevyhovuje některý z řešičů nebo nástrojů pro tvorbu sítě, má možnost napsat svůj vlastní a pouze ho zařadit do výpočetního postupu. Na druhou stranu může být pro mnohé uživatele překážkou fakt, že OpenFOAM funguje pouze v prostředí Unix. Přestože na běžně rozšířeném systému Windows spustit pomocí emulace lze, tak tento přístup vyžaduje značnou zdatnost s výpočetní technikou.

Co se zobrazení a grafického zpracování výsledků týče byl použit doporučený nástroj Paraview.

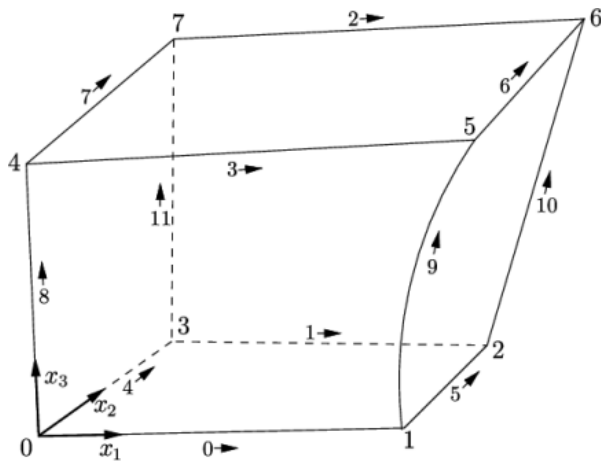
Oproti systému CREO není nástroj OpenFOAM zpoplatněn což si vybírá svou daň na bezpečnosti a ověřování podmínek výpočtu. Správné určení kombinace řešičů různých částí tak aby řešení konvergovalo na celém rozpětí otevření ventilu se stává výzvou, ke které by byla potřeba rozsáhlá citlivostní analýza. Tento problém byl vyřešen empiricky a na následujících řádkách jsou popsány principy funkce použitých řešičů. [13].

3.5.1 Tvorba sítě

OpenFOAM umožňuje vytvořit jednolitou síť (tzv. PolyMesh), v níž umí provádět výpočty. Kvůli kompatibilitě s ostatními výpočetními softwary je tato síť rozdělována do buněk.

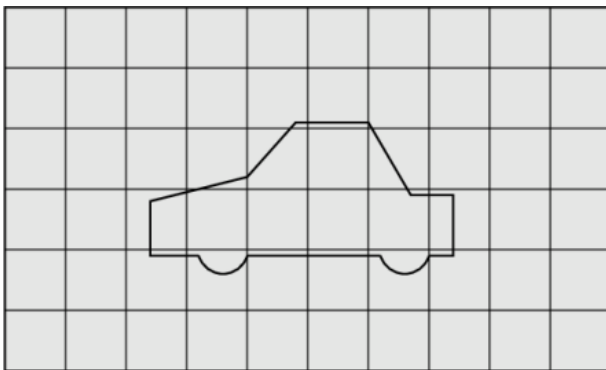
blockMesh

Nástroj blockMesh představuje základní nástroj pro tvorbu výpočetní sítě, který umožňuje zpracovat dané body, hrany a plochy definovaného 3D tělesa a pak je rovnoměrně rozdělit na díly podle os kartézského souřadného systému. Hranami mohou být jak přímky, tak parametricky popsané křivky

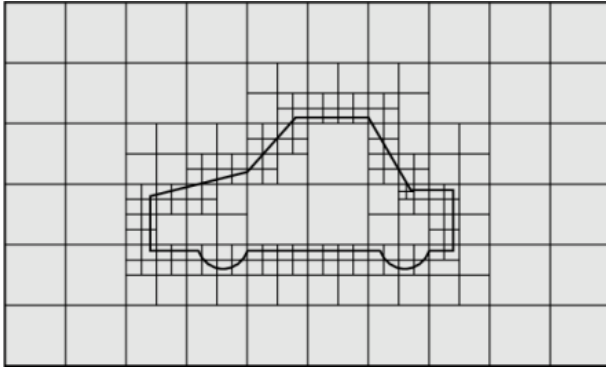


Obr. 25: Modelový příklad sítě vytvořené pomocí nástroje blockMesh [13]

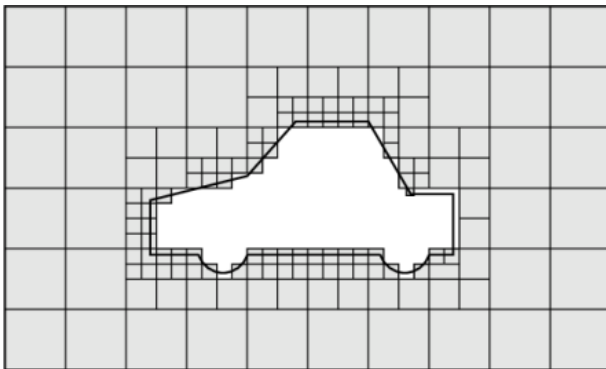
snappyHexMesh Nástroj snappyHexMesh doplňuje nástroj blockMesh tak, že detekuje prostory, kde se buňky vytvořené pomocí blockMesh protínají s externí geometrií (přidanou autorem práce jako *.stl). Na místě průniku je síť rozdělena na jemnější buňky. Pokud je výpočetní oblast ohraničena geometrií, buňky, které nenáleží dané oblasti, jsou smazány. Nástroj dále posouvá body buněk tak, aby náležely geometrii (proto „snap“ ve snappyHexMesh), poté celou síť zkontroluje tak, aby vyhovovala výpočetním parametrům, a pokud nevyhovuje, pomocí zpětného přidání a dalšího dělení upravuje síť, dokud nevyhoví. Celý proces poté opakuje, ale s drobnějším zjemňováním výpočetní sítě.



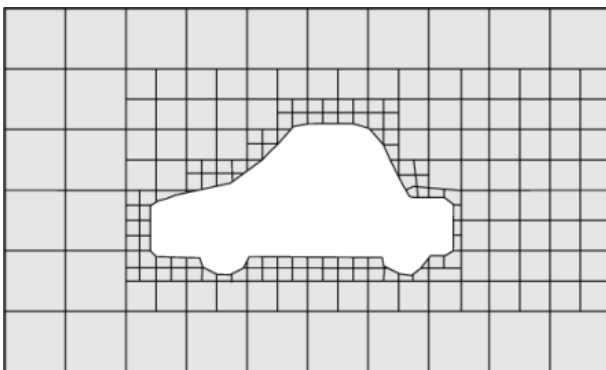
Obr. 26: *.stl plocha s aplikovaným nástrojem blockMesh [13]



Obr. 27: Výpočetní síť zjemněná kolem *.stl plochy [13]



Obr. 28: Odebrání buněk, které jsou mimo výpočetní síť v závislosti na *.stl ploše [13]



Obr. 29: Posunutí hranic výpočetní sítě tak, aby náležely *.stl ploše, tzv. „snapping“ [13]

3.5.2 Řešič proudění: simpleFoam

Řešičů proudění má v sobě OpenFoam celou řadu. Každý vlastně popisuje, jak za sebou poskládat rovnice a co z nich zanedbat tak, aby řešení co nejlépe vyhovovalo kýžené aplikaci a výsledku bylo dosaženo za co nejkratší výpočetní čas. Existuje řešič pro stacionární turbulentní proudění nestlačitelných tekutin používající SIMPLE algoritmus (kde **SIMPLE** je zkratka pro „Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations“, semi-implicitní metoda pro tlakové rovnice). Tento algoritmus postupuje iterativně tak aby bylo docíleno propojení momentu hybnosti a zachování hmoty.

3.5.3 Použitá numerická schémata

$\frac{\partial}{\partial t}$ **schéma: Crank-Nicholson** Crank-Nicholsonovo schéma je kombinací dopředné Eulerovy metody a zpětné Eulerovy metody v $n+1$. [14]

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{2(\Delta x)^2} \cdot (\psi \cdot (u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}) + (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)) \quad (96)$$

Využívá se pro ni koeficientu ψ , kde $\psi \in (1; 0)$ a kde koeficient popisuje vliv kombinace (při $\psi = 0$ je výpočet stejný jako Eulerovou metodou, při $\psi = 1$ je zase přesně Crank-Nicholsonovou metodou).

Gradientní schéma: Gaussovo gradientní schéma Gradient buněk je počítán pomocí Gaussova teorému: [13]

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{u}) dV = \oint_S (\vec{n} \cdot \vec{u}) dS \quad (97)$$

∇ **schéma: LUST** LUST je zkratka pro **L**inear-**U**pwind **S**tabilised **T**ransport a toto výpočetní schéma kombinuje lineární schéma a schéma Upwind tak, že vypočítá obě schémata, výsledky obou vynásobí váhou (0,25 pro lineární schéma, 0,75 pro schéma Upwind) a poté je zprůměruje. [13]

3.5.4 Použité numerické řešiče

Řešič jako simpleFOAM operuje s celými rovnicemi, čili udává, jak jsou za sebou poskládány elementy které je třeba numericky řešit. Pro každý typ členu rovnice lze zvolit způsob numerické aproximace.

PBiCGStab je zkratka pro „**S**tabilized **P**reconditioned **B**i-**C**onjugate **G**radient method“ (metoda závislých gradientů s předdefinovaným počátečním odhadem), což je iterační metoda vyvinutá v roce 1976 pro numerické řešení lineárních systémů. Tato metoda umožňuje stabilní řešení pro systémy, jejichž základem je symetrická, pozitivně definitní matice. Nicméně dokumentace programu tuto zkratku upřesňuje jako stabilizovanou verzi této metody, kterou lze použít i pro nesymetrické matice. [15] Algoritmus přesně tak, jak je popsán H. A. van der Vorstem, kde x_0 je počáteční odhad:

$$r_0 = b - Ax_0 \quad (98)$$

\bar{r}_0 je libovolný vektor takový, který splňuje $(r_0, \bar{r}_0) \neq 0$:

$$\rho_0 = 1 \quad (99)$$

$$c_0 = q_0 = 0 \quad (100)$$

pro $i = 1, 2, 3, \dots$:

$$\rho_i = (\bar{r}_0, r_{i-1}) \quad (101)$$

$$\beta = \frac{\rho_i}{\rho_i - 1} \quad (102)$$

$$u = r_{i-1} + \beta q_{i-1} \quad (103)$$

$$c_i = u + \beta(q_{i-1} + \beta p_{i-1}) \quad (104)$$

řešit y od $Ky = p_i$:

$$v = Ay \quad (105)$$

$$\alpha = \frac{\rho_i}{(\bar{r}_0, v)} \quad (106)$$

$$q_i = u - \alpha v \quad (107)$$

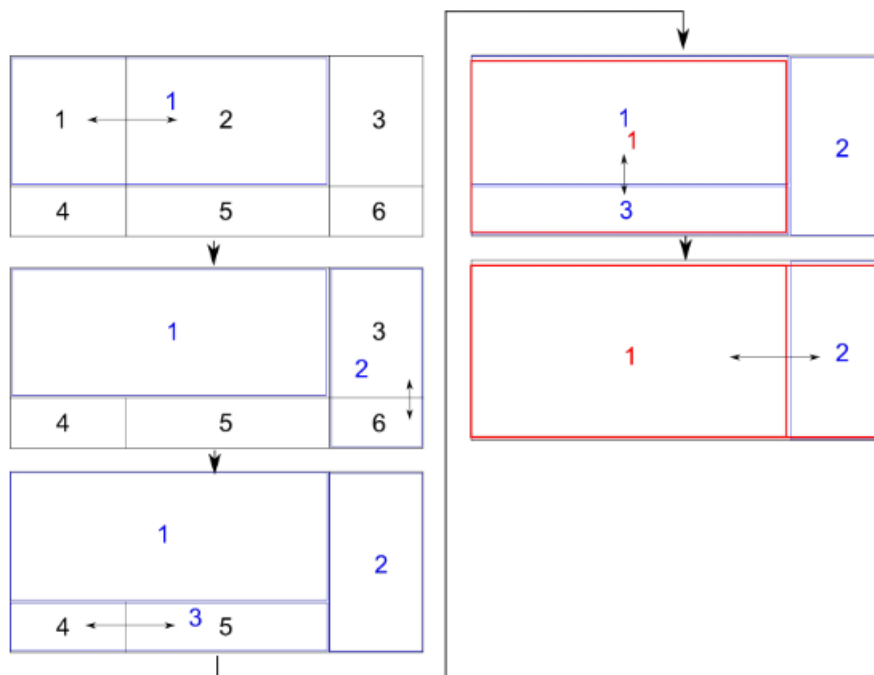
řešit z od $Kz = u + q_i$:

$$x_i = x_{i-1} + \alpha z \quad (108)$$

A pokud je x_i dostatečně přesné, algoritmus je možné ukončit

$$r_i = r_{i-1} - \alpha Az \quad (109)$$

GAMG Generalised Geometric-Algebraic Multi-Grid (generalizovaná geometricko-algebraická vícesíťová metoda) Tato metoda využívá jako okrajovou podmínku řešení za použití velmi hrubé sítě. Tímto rychlým „předřešením“ lze předejít častým chybám. Aby bylo dosaženo hrubší výpočetní sítě, jsou k sobě přilehlé buňky párovány, čili dvě vedle sebe ležící buňky se sdílenou stěnou jsou spojeny v jednu. S každou následující iterací se tak spojí nově vzniklé buňky s dalšími, čímž vznikne hrubá síť. Iterace probíhají, dokud počet buněk neodpovídá vnitřnímu rozměrovému nastavení. V tomto případě je tato metoda využita pro vytvoření prvotního odhadu pro metodu PBiCGStab popsanou výše. [16]



Obr. 30: Schéma pírování buněk pro dosažení větší hrubosti sítě [16]

DICGauss-Seidel Tento zjemňovací algoritmus operuje na základě dvou metod, a to na zjednodušené diagonální nekompletní Cholevského iterační metodě (z angl. „Simplified Diagonal based Incomplete Cholevsky method“): [17]

pro k od 1 do N

pro i od 1 do N

a pro j od $i+1$ do N

$$L_{ji} = \frac{1}{\left(a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(a_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} \cdot L_{jk}\right) \quad (110)$$

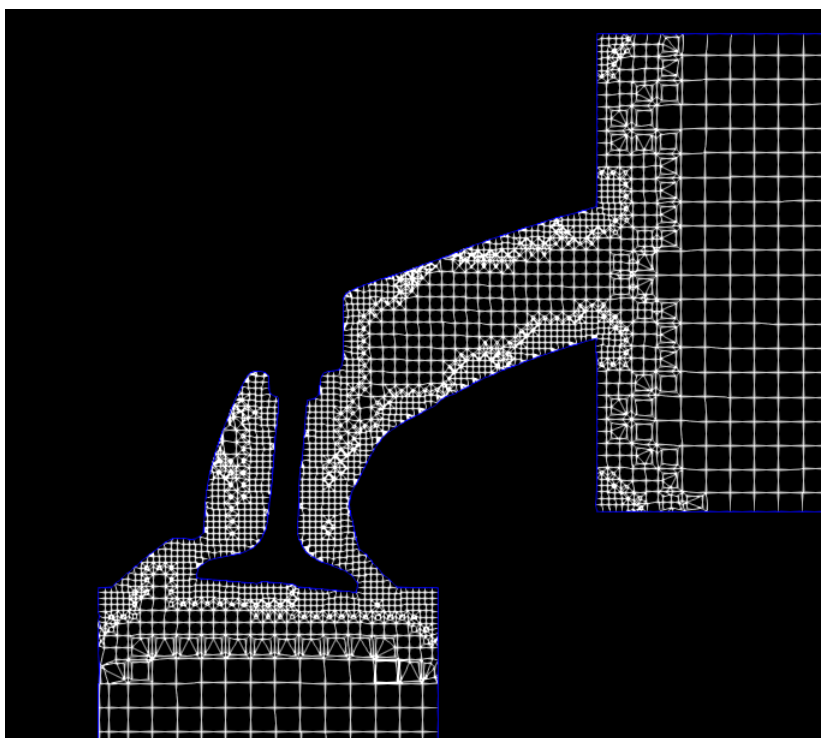
a na Gauss-Seidelově iterační metodě:

$$x_p^{k+1} = \frac{1}{a'_{pp}} \cdot \left(b_p - \sum_{j < p} a'_{pj} x_j^{k+1} - \sum_{j > p} a'_{pj} x_j^k\right) \quad (111)$$

kteřé jsou aplikovány po sobě. Odchylka od přesného řešení touto iterační metodou je zde chápána jako faktor zjemnění. [19] a' je v tomto případě člen matice A .

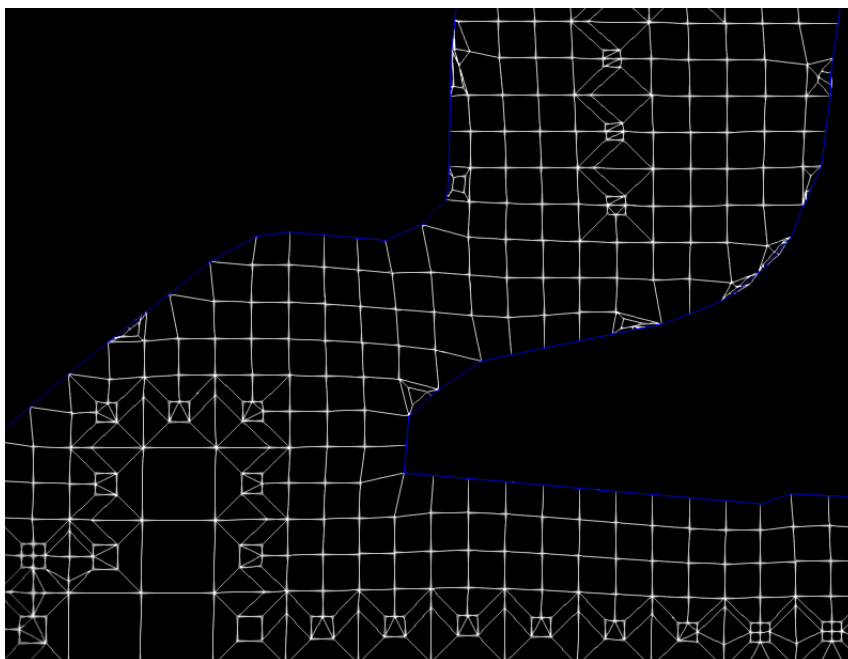
3.5.5 Výsledky

Dle dat získaných ze souboru nástrojů OpenFOAM v10 počet elementů činí 764 536 elementů při zdvihu ventilu 5mm při zahrnutí vstupního prostoru a prostoru válce. Protože se geometrie s posunutím ventilu mění lze tento výsledek považovat za orientační. Protože nástroj ParaView zobrazuje řez buňkami jako plochy v náhledech sítě se zobrazují artefakty, které mohou budít dojem mnohem více zdeformovaných buněk sítě, nicméně jde jen o potřebu vykreslovacího algoritmu, síť je ve skutečnosti bez těchto artefaktů.



Obr. 31: Ukázka výpočetní sítě

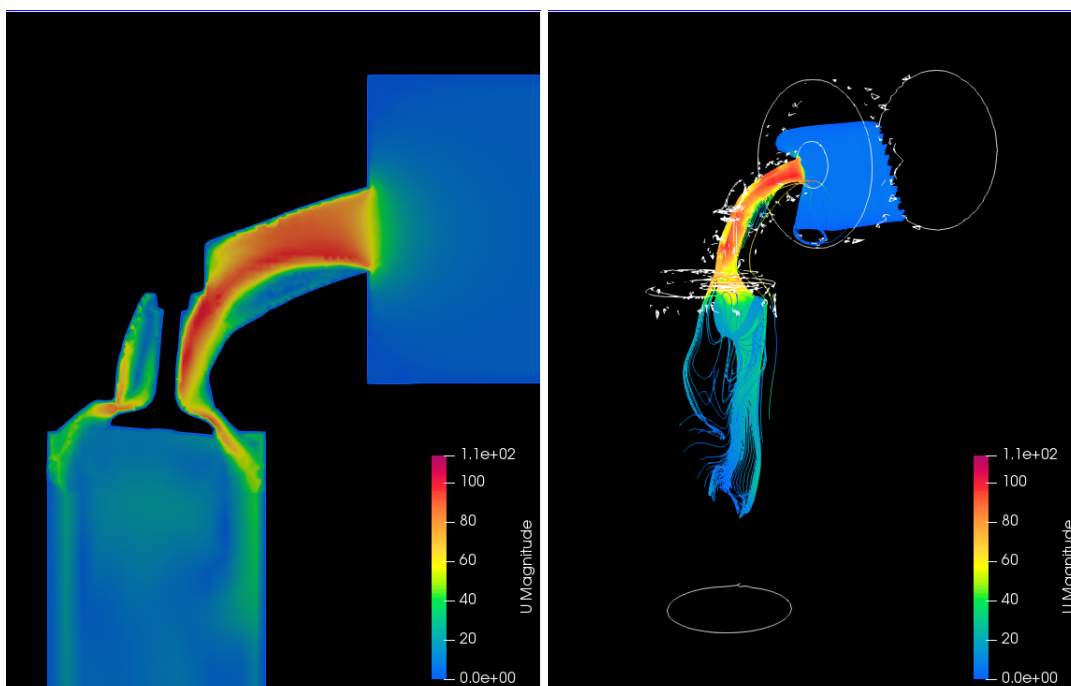
Pro simulaci byla provedena velice hrubá citlivostní analýza pomocí přenastavení minimálních a maximálních rozměrů „buněk“ sítě a minimálního a maximálního zjemnění kdy bylo zjištěno že desetinásobným zmenšením buněk se výsledek významně nezmění. Dodatečné cílené zjemnění provedeno nebylo, neboť kvůli tvaru hranice sítě je již nejpodrobnější v pozorované oblasti kanálu a okolí ventilu. Následně byla výpočetní síť zkontrolována nástrojem *checkMesh* která potvrdila, že žádná buňka svým tvarovým odchýlením od krychle nijak neovlivní přesnost výsledku výpočtu.



Obr. 32: Detail výpočetní sítě v okolí ventilu

Po výpočtu byla zobrazena rychlost ve řezu modelem a pomocí proudnic, uvedené jednotky:

$$\left[\frac{m}{s} \right]$$

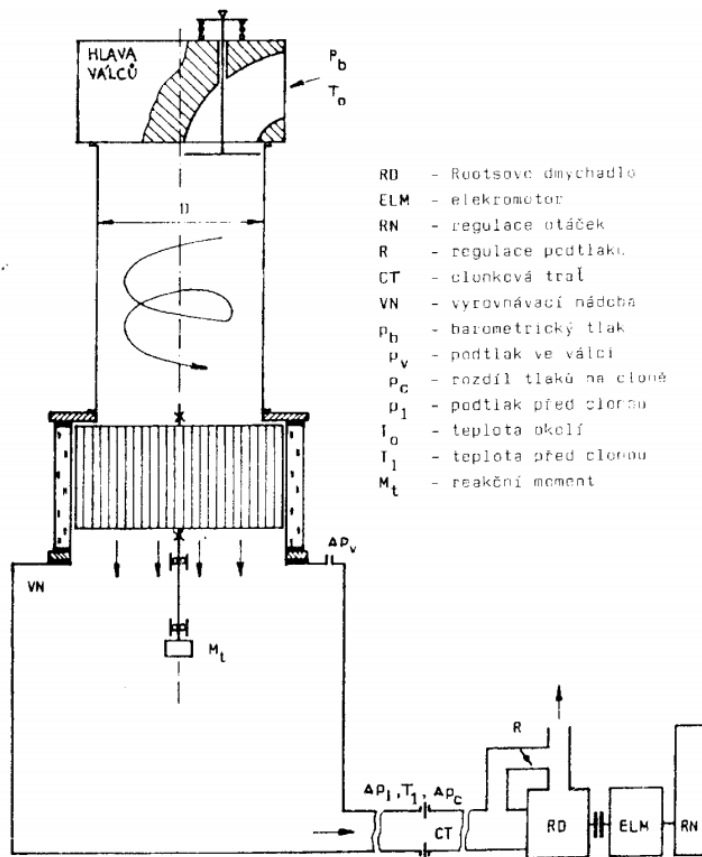


Obr. 33: Zobrazení rychlosti v řezu (vlevo)

Obr. 34: Zobrazení rychlosti pomocí proudnic (vpravo)

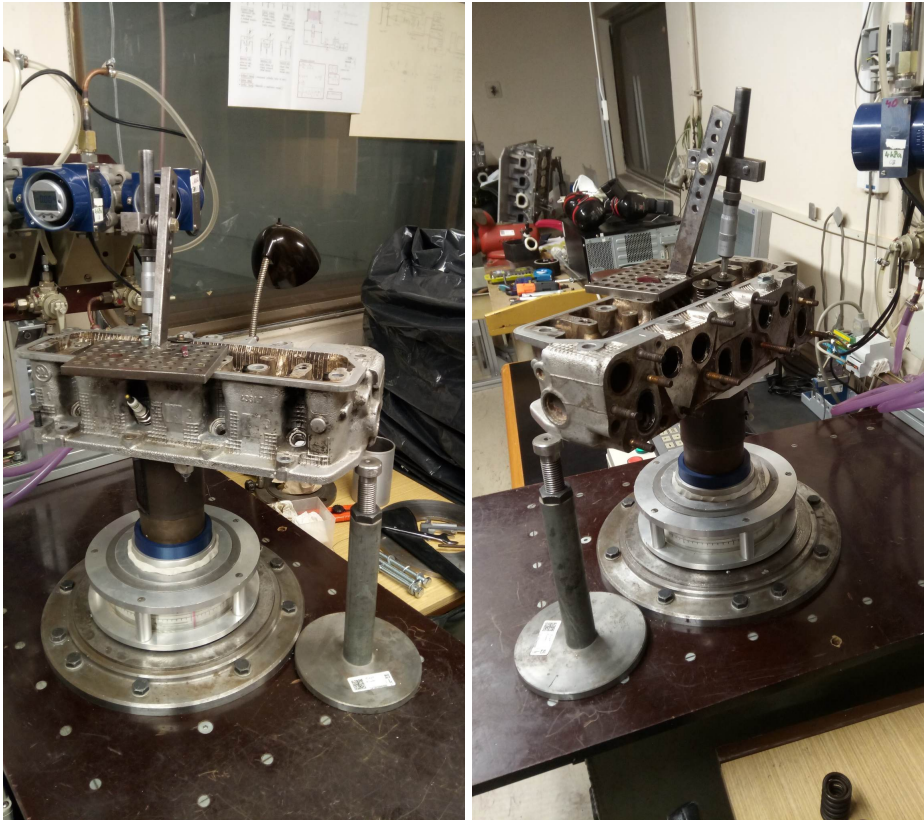
3.6 Měření na měřicí stanici

Pro možnost porovnání vypočtených výsledků simulací byla provedena průtoková zkouška na aerodynamické trati v Těžkých laboratořích Fakulty strojní ČVUT v Praze, Pod Juliskou 4. Měřicí zkouška probíhala dle normy ČSN EN ISO 5167.[29][30][31]



Obr. 35: Schéma měřicí tratě

Hlava motoru, opatřená ventily osazené značně měkčími pružinami, byla pomocí přírub usazena na předpřipravený válec o průměru vrtání a podepřena tak, aby nedošlo k jejímu převážení. Válec byl ustaven na zařízení pro měření víření, které už bylo součástí měřicí trati. Následně byla hlava opatřena zařízením s mikrometrickým šroubem pro polohování sacího ventilu. Netěsnosti byly utěsněny plastickou hmotou a na vstupu do sacího kanálu byl umístěn lem z této hmoty, který usnadňoval přechod vzduchu z okolního prostředí do sacího kanálu.



Obr. 36: Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati z přední strany

Obr. 37: Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati ze zadní strany

Naměřené hodnoty byly spolu se vstupními údaji vneseny do předpřipraveného programu MS Excel.

3.6.1 Hmotnostní tok

Hlavní charakteristikou použitou k porovnání byl hmotnostní tok. U reálné zkoušky byl hmotnostní tok výsledkem rovnice tvaru:

$$\dot{Q} = \frac{C_G}{\sqrt{1 - \beta^4}} * \epsilon * \frac{\pi}{4} * d^2 * \sqrt{2 * \Delta p * \rho_1} \quad (112)$$

kde C_G je součinitel průtoku získaný Reader-Harris/Gallagherovou rovnicí, která slouží k určení součinitele průtoku při měření diferenčním tlakovým průtokoměrem. Její celé znění je:

$$\begin{aligned}
C = & 0.5961 + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 0000521 \left(\frac{10^6\beta}{Re_D} \right)^{0.7} \\
& + (0.0188 + 0.0063A)\beta^{3.5} \max \left[\left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{0.3}; 22.7 - 4700 \left(\frac{Re_D}{10^6} \right) \right] \\
& + (0.043 + 0.080e^{-10Li} - 0.123e^{-7Li})(1 - 0.11A) * \frac{\beta^4}{1 - \beta^4} \\
& - 0.031(M'_2 - 0.8M'_2{}^{1.1}) \left[1 + 8 \max \left(\log \left(\frac{3700}{Re_D} \right) \right) \right] \beta^{1.3} \\
& + 0.011 (0.75 - \beta) \max \left(2.8 - \frac{D}{25.4}, 0.0 \right)
\end{aligned} \tag{113}$$

Nicméně v případě našeho měření lze říct, že uvažujeme koeficient průtoku c_f jako součet tohoto koeficientu pro nekonečné Reynoldsovo číslo a jeho zvýšení při použití malého Reynoldsova čísla. To znamená, že nám stačí prvních 5 členů a rovnice po vyčíslení konstant nabývá tvaru:

$$\begin{aligned}
c_f = & c_{f\infty} + c_{fs} = 0.5961 \\
& + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 \\
& + 0000521 \left(\frac{10^6\beta}{Re_D} \right)^{0.7} \\
& + (0.0188 + 0.0063A)\beta^{3.5} \max \left[\left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{0.3}; 22.74700 \left(\frac{Re_D}{10^6} \right) \right]
\end{aligned} \tag{114}$$

kde

$$A = \left(\frac{19000 * \beta}{Re_D} \right)^{0.8} \tag{115}$$

$$\beta = \frac{d}{D} \tag{116}$$

Pro získání hmotnostního toku bude třeba použít iteraci. [32]

Invarianta:

$$A_{in} = \frac{\epsilon d^2 \sqrt{2\Delta p \rho_1}}{\mu_1 * D \sqrt{1 - \beta^4}} \tag{117}$$

kde

$$\mu_1 = -0,00003462 * T^2 + 0,0682 * T + 1,184 \quad (118)$$

pak

$$A_{in} = \frac{Re_D}{c_f} \quad (119)$$

tedy

$$X_n = Re_D = c_f \cdot A_{in} \quad (120)$$

Pro iniciační výpočet bylo použito součinitele průtoku pro nekonečné Reynoldsovo číslo.

$$C = C_\infty = 0,5961 + 0,0261 * \beta^2 - 0,216 * \beta^8 \quad (121)$$

Pro následující iterace byla použita rovnice (106).

Vztah pro hmotnostní tok byl upraven po dosazení iterace s invariantou do následujícího tvaru:

$$\dot{Q} = \frac{\pi}{4} * \mu * D * X \quad (122)$$

Výsledný hmotnostní tok je iterován, dokud je chyba lineárního algoritmu

$$\delta = \left| \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n} * 100 \right| \quad (123)$$

menší než požadovaná hodnota.

Tento výsledek lze při použití numerické simulace v případě následného výpočtu průtokových součinitelů zaměnit za výsledek získaný numerickou simulací.

Pro zjištění hmotnostního toku byla označena okrajová podmínka („boundary condition“) na výstupu z válce a pro ni byl vyhodnocen graf: Na něm je vidět, že hodnota konverguje k číslu 0,0723883 kg * s⁻¹. Hodnota 500 iterací byla nastavena manuálně s ohledem na komplexnost tvaru. Z vynesené závislosti je zřejmé, že počet iterací mohl být se stejným výsledkem očekáván už při 100. iteraci a tím mohla být snížena výpočetní složitost až desetinásobně. Pro konvergenční kritérium bylo ponecháno výchozí nastavení programu, tj. jedna miliontina simulované veličiny. To znamená, že program začne počítat, a dokud se řešení předchozí a následující iterace neliší od sebe hodnotou menší než 0,000001, počítá další iteraci.

3.6.2 Hustota média

Protože se měření odehrávalo při hodnotách blízkých laboratorním podmínkám, je možné bez větší chyby použít rovnici ideálního plynu:

$$pV = nRT \quad (124)$$

ze které úpravou lze získat rovnice:

$$\rho_1 = \frac{p}{T} \quad (125)$$

Ve skutečnosti lze síly mezi molekulami zanedbávat jen při relativně velkých mezimolekulárních vzdálenostech, které se zvětšují snižujícím se tlakem anebo hustotou. Moderní výklad reálného chování plynu vychází z existence sil působících mezi molekulami; a na základě znalostí kinetické teorie plynů a statistické mechaniky předepisuje odchylky od ideálního chování mocninnou řadou. Toto vede k viriálním koeficientům, které zde již byly popsány, viz (23).

3.6.3 Turbulentní proudění

Tekutina se může pohybovat dvěma kvalitativně zcela odlišnými typy proudění, laminárním a turbulentním. Rozmezí je dáno přechodovou oblastí v okolí kritického Reynoldsova čísla Re_K . Pro laminární proudění tekutiny jsou nestability proudu tlumeny viskozitou tekutiny. Se zvyšováním rychlosti tekutiny se Reynoldsovo číslo zvyšuje nad úroveň kritické hodnoty a tím se proudění dostává do oblasti turbulentního proudění, pro niž je typická pulsace všech veličin. Jedná se o trojrozměrný, časově proměnný pohyb tekutiny s nahodilými změnami tlaku, hustoty, teploty, rychlosti proudu a koncentrace látek. Odchylky okamžitých hodnot od středních hodnot, určených za dostatečně dlouhý časový interval, nazýváme fluktuace. Základní vyšetřovanou veličinou je rychlost v jednotlivých místech proudového pole, neboť ta ovlivňuje fyzikální a chemické procesy, jejichž průběh můžeme usuzovat z informací o rychlostech. Turbulence není vlastností tekutiny, ale jejího pohybu. Vyznačuje se především vířivým pohybem částic tekutiny, který vzniká účinkem momentu vyvolaným tečnými napětími ve smykové vrstvě. Rychlost proudění vypočteme následovně:

$$c = \bar{c} + c' + c'' \quad (126)$$

kde

$$\bar{c} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} c dt \quad (127)$$

je střední hodnota rychlosti,

u' je organizovaná proměnná složka, u'' je chaotická fluktuace. Následně je vyhodnocována hustota pravděpodobnosti:

$$\epsilon_{rho} = \frac{\sqrt{\overline{c'^2}}}{\bar{c}} \quad (128)$$

3.6.4 Součinitel expanze

Součinitel expanze je vyjádřen rovnicí:

$$\epsilon = 1 - (0.351 + 0.256 * \beta^4 + 0.93 * \beta^8 * \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right)) \quad (129)$$

3.6.5 Průtokový součinitel

Součinitel průtoku bude porovnáván s výsledkem měření na skutečné trati,

$$C_d = \frac{\dot{Q}_{simulace}}{\rho * S_v * v_2} \quad (130)$$

kde $\dot{Q}_{simulace}$ je hmotnostní tok, k němuž dospěl program, ρ je hustota vzduchu při teplotě, při které zkouška probíhala.

$$p * V = m * r * T \quad (131)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p_{vs}}{r * T} = \frac{98509}{287 * 295,37} = 1,162 \text{ kg} * \text{m}^{-3} \quad (132)$$

kde r je měrná plynová konstanta vzduchu = $287 \text{ J} * \text{kg}^{-1} * \text{K}^{-1}$,

p_{vs} je tlak na vstupu do sacího kanálu = $98\,509 \text{ Pa}$,

S_v je průtoková plocha mezi sedlem a ventilem:

$$S_v = \pi * D_v * L_v \quad (133)$$

kde

D_v je nejmenší průměr dosedací plochy sacího ventilu,

L_v je zdvih sacího ventilu,

u_2 je rychlost proudění.

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 * \kappa}{\kappa - 1} * r * T_0 * \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right]} \quad (134)$$

kde

κ je Poissonovo číslo = $1,4$,

p_{out} je tlak na výstupu:

$$p_{out} = p_{vs} - \Delta p = 98509 - 4900 = 93609 \text{ Pa} \quad (135)$$

Průtokové číslo C_f je vypočteno obdobně.

$$C_f = \frac{\dot{Q}_{simulace}}{\rho * S_p * v_2} \quad (136)$$

kde S_p je průřez sacího kanálu bez uvažování dřívku.

$$S_p = \frac{\pi * D_v^2}{4} = \frac{\pi * 0,03^2}{4} = 0,000707m^2 = 707mm^2 \quad (137)$$

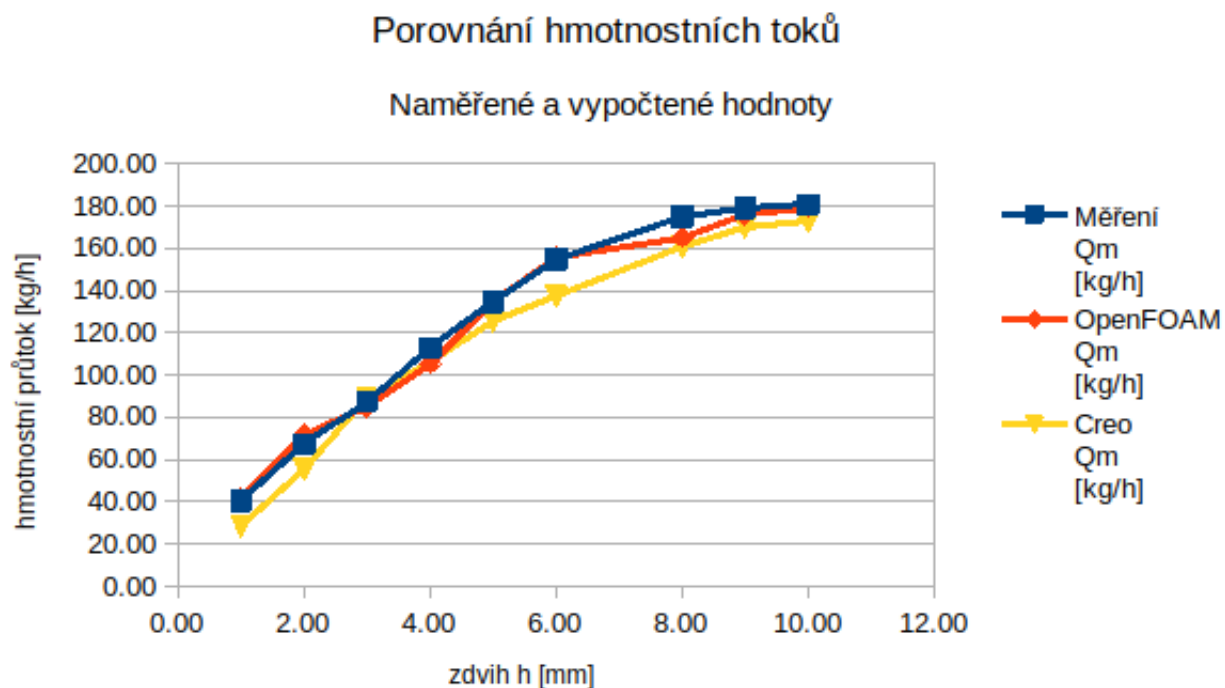
Výsledky zkoušky byly zapsány do následující tabulky:

h [mm]	dp1 [Pa]	dpv [Pa]	dpc [Pa]	BS [g]	h/dv [l]	qV [m3/h]	qm [kg/h]	nejist.qm [%]	cpist [m/s]	Cd mis [1]	Cf [1]
1	4924	4924	62	1	0,033	36,6	40,4	3,53	2,27	0,152	0,0192
2	4923	4923	178	3,5	0,067	61,1	67,5	1,80	3,79	0,255	0,0401
3	4921	4921	302	4,5	0,100	79,1	87,3	1,55	4,91	0,330	0,0399
4	4926	4926	511	5,8	0,133	102,2	112,8	1,46	6,34	0,426	0,0398
5	4921	4921	734	9	0,167	121,9	134,6	1,43	7,56	0,508	0,0518
6	4899	4899	975	9	0,200	140,0	154,6	1,42	8,69	0,585	0,0452
7	4905	4905	1150	10	0,233	151,8	167,6	1,42	9,42	0,634	0,0463
8	4912	4912	1254	10	0,267	158,3	174,8	1,42	9,82	0,661	0,0443
9	4912	4912	1316	10,5	0,300	162,1	179,0	1,41	10,06	0,677	0,0455
10	4914	4914	1340	10,5	0,333	163,5	180,6	1,41	10,15	0,682	0,0450

Tab. 1: Naměřené hodnoty a zpracované výsledky stacionární profukovací zkoušky

4 Závěr

Výsledkem popsanych simulací a skutečné zkoušky je následující graf a tabulka:



Graf 2: Závislost objemového toku na otevření ventilu

h [mm]	Měření QV [m3/h]	Měření Qm [kg/h]	OpenFOAM QV [m3/h]	OpenFOAM Qm [kg/h]	Creo Qm [kg/h]
1.00	36.60	40.43	37.99	41.96	28.18
2.00	61.10	67.49	64.88	71.66	55.72
3.00	79.10	87.37	76.85	84.89	88.95
4.00	102.20	112.89	95.62	105.62	106.35
5.00	121.90	134.65	121.77	134.51	125.47
6.00	140.00	154.64	141.29	156.07	137.67
8.00	158.30	174.86	149.63	165.28	160.76
9.00	162.10	179.05	158.90	175.52	170.03
10.00	163.50	180.60	162.43	179.42	172.79

Tab. 2: Naměřené a vypočtené hodnoty

Z grafu je patrné, že numerické řešení se liší od naměřených hodnot a lze konstatovat že výsledky nástroje OpenFoam jsou blíže naměřeným hodnotám než výsledky programu

CREO, při porovnání byla snaha nastavit všechny parametry stejně v obou programech a to jak tlakový rozdíl, tak počáteční hodnoty koeficientů výpočtu turbulenčních modelů aj. Nástroj OpenFOAM tedy při použití správného nastavení dosáhne výpočtu rychleji a za menšího využití prostředků.(Výpočet používá méně buněk). Rychlost konvergence je připisána možnosti použití algoritmu GAMG, který "předpočte" řešení a nasměruje celý řešič k výsledku. Přestože se numerické simulace liší od reálné zkoušky, není tento jev nikterak neobvyklý [33]. V nástroji OpenFOAM je celá řada koeficientů, kterými lze schémata obohatit o případnou relaxaci řešení, kdy předchozí a nové řešení je přepočteno váženým průměrem a pomocí podrobnějšího ladění těchto koeficientů lze docílit výsledku přesnějšího. Z výsledků lze říct, že oba programy jsou schopny změřit proudění poplatně svému určení, tak aby splňovaly své předurčení. CREO je všestranný nástroj určený především pro "konstruktéra", který potřebuje snadno a rychle ověřit funkci konstrukčního řešení a OpenFOAM je program určen pro specialistu, který má za úkol dané řešení optimalizovat. Nicméně protože je OpenFOAM bezplatný software, lze jej považovat za důstojnou alternativu placených nástrojů.

Seznam použitých značek a symbolů

V	Objem
p	Tlak
θ	Teplota
n	Látkové množství
N	Počet částic v látce
T	Termodynamická teplota
R	Univerzální plynová konstanta
N_A	Avogadrovo číslo
k_B	Boltzmannova konstanta
Δp	Tlakový rozdíl
p'	Vnitřní tlak plynu
a, b	van der Waalsovy koeficienty
p_c	Kritický tlak
v_c	Kritický objem
t_c	Kritická termodynamická teplota
z_c	Kritická stlačitelnost
F	Síla
F_W	Tíhová síla
m	Hmotnost
ρ	Hustota
t	Čas
v	Rychlost částice
v_c	Kritická rychlost
E_k	Kinetická energie
K	Sřední hodnota kinetické energie částice
Ξ	Virialita síly
ρ_c	Kritická hustota
\dot{Q}	Hmotnostní tok
Θ	Úhel mezi svislicí a normálou proudnice
s	Vzdálenost
g	Gravitační zrychlení
F_v	Objemová síla
F_s	Plošná síla
k	Turbulentní kinetická energie
ϵ_t	Disipace turbulence
σ_k	Prandtlovo číslo turbulentní kinetické energie
σ_{ϵ_t}	Prandtlovo číslo disipace turbulence

μ	Kinematická viskozita
λ	Koeficient vazkého tlumení
$O_{(\Delta x)}$	Chyba aproximace
c	Rychlost proudění tekutiny
ω	Součinitel nekulovosti molekuly
δ_{ij}	Kroneckerova delta
D_ϵ	Skalární disipační poměr
Φ_ϵ	Turbulentní kinetická energie
P_ϵ, P_{ij}	Produkce kinetické energie
Π_{ij}	Součinitel tlakové korelace
ϵ	Součinitel expanze
\bar{u}_i	Filtrovaná rychlost proudění
\bar{p}	Filtrovaný tlak
C_s	Smagorinského konstanta
ν_T	Dynamická viskozita
β	Světlost průtoku
Re	Reynoldsovo číslo
$O_{(\delta x)}$	Chyba lineárního algoritmu
ϵ_ρ	Hustota pravděpodobnosti
v'	Organizovaná proměnná složka
v''	Chaotická fluktuace
C_d	Součinitel průtoku
r	Měrná plynová konstanta vzduchu
S_v	Průtoková plocha mezi sedlem a ventilem
D_v	Nejmenší průměr dosedací plochy sacího ventilu
d_v	Průměr díku sacího ventilu
L_v	Zdvih sacího ventilu
κ	Poissonovo číslo
C_f	Průtokové číslo
S_p	Průřez sacího kanálu
p_{vs}	Barometrický tlak
p_{out}	Tlak na výstupu sacího kanálu
Δp	Tlakový spád
μ_t	SGS-vírová viskozita
ψ	koeficient kombinace Crank-Nicholsonova schématu

Seznam použité literatury a zdrojů

- [1] SCHENK, Toni. *Introduction to Photogrammetry*. Columbus (Ohio): Ohio State University, 2005.
- [2] MAGNANI, Matthew a Matthew DOUGLASS. Photogrammetry and Stereophotogrammetry. In: LOPEZ VAREIA, Sandra L., ed. *Encyclopedia of Archeological Sciences*. New York (USA): Wiley, 2019. DOI 10.1002/9781119188230.saseas0451.
- [3] LOWE, David G. *Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints* International Journal of Computer Vision, 60(2), 91–110. doi:10.1023/b:visi.0000029664.99615.94
- [4] VLFeat Authors *Extracting frames and descriptors* 2007-14,18 <https://www.vlfeat.org/overview/sift.html>
- [5] ARNAUD, Jacques, Laurent CHUSSEAU a Fabrice PHILIPPE. *On the ideal gas law*. Universite Montpellier (Francie): Institut d'Électronique du Sud, 2011. ISBN 9780819462503.
- [6] BERBERAN SANTOS, Mario N., Evgeny BODUNOV a Lionello POGLIANI. On the barometric formula. *American Journal of Physics*. American Association of Physics Teachers, American Institute of Physics (USA): 2010. DOI 65.404-412.10.1119/1.18555.
- [7] BERBERAN SANTOS, Mario N., Evgeny BODUNOV a Lionello POGLIANI. The Van der Waals equation: Analytical and Approximate Solutions. *Journal of mathematical chemistry*. 43(4), s. 1437–1457. DOI 10.1007/s10910-007-9272-4.
- [8] SHANKAR SUBRAMANIAN, Ram. *Continuity Equation*. New York (USA): 2019. Dostupné z :<https://www.researchgate.net/publication/334576189>
- [9] KERSALÉ, Evy, S. Welsh a C. A. Jones. *Compressible Taylor-Couette flow -instability mechanism and codimension 3 points*. Kap. 5, s. 39–44. Journal of mechanics, Leeds (UK): 2014. DOI 10.1017/jfm.2014.279.
- [10] Hillovic Armin *Derivation of Navier-Stokes equation* KTH Royal institute of technology, Sockholm, Sweden 2019 dostupné z :http://ingforum.haninge.kth.se/armin/fluid/exer/deriv_navier_stokes.pdf
- [11] GAD-EL-HAK, Mohamed *Stokes' Hypotetis for a Newtonian,Isotropic Fluid* Department of Aerospace a nd Mechanical Engineering University of Notre Dame Journal of Fluids Engineering 117,c. 1 str. 3-5 r. 1995
- [12] VAN LEER, Bram. *Flux-Vector Splitting for the Euler Equation* Lecture Notes in

Physics 170. DOI: 10.1007/3-540-11948_5-66

- [13] LOWE, David G. *Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints* International Journal of Computer Vision, 60(2), 91–110. doi:10.1023/b:visi.0000029664.99615.94
- [14] GREENSHIELDS, Christopher *OpenFOAM v10 User Guide* The OpenFOAM Foundation London, UK 2022 <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v10>
- [15] CRANK, J.& NICHOLSON, P. *A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type* Proc. Camb. Phil. Soc. 43 (1): 50–67. 1947 Bibcode:1947PCPS...43...50C. doi:10.1017/S0305004100023197. S2CID 16676040.
- [16] VAN DER VORST, H. A. *Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems*. SIAM J. Sci. Stat. Comput. 13 (2): 1992 631–644. doi:10.1137/0913035. hdl:10338.dmlcz/104566.
- [17] BEHRENS, Tim *OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations* Technical Report, Technical University of Denmark, Lyngby 2009
- [18] GOLUB, Gene H.; VAN LOAN, Charles F., *Matrix Computations (3rd ed.)*, Johns Hopkins, 1996 ISBN 978-0-8018-5414-9.
- [19] *Numerická matematika, poznámky k přednáškám 2023* https://marian.fsik.cvut.cz/~svacek/numericka_matematika/pdf/lecture_notes.pdf
- [20] HUBBARD, M. E. & GARCIA-NAVARRO, P. *Flux Difference Splitting and the Balancing of Source Terms and Flux Gradients* Journal of Computational Physics 165, 89-125 USA. 2000 DOI:10.1006/jeph.2000.6603
- [21] FÜRST, Jiří *Numerical Solution of Compressible Flows Using TVD and ENO Finite Volume Methods* Vydavatelství ČVUT Praha 2004
- [22] NISHIKAWA, Hiroaki & ROE, Phillip *On High Order Fluctuation-Splitting Schemes for Navier-Stokes Equations*. Computational Fluid Dynamics, Michigan USA 2004 DOI:10.1007/3-540-31801-1_116
- [23] SCHWARZ, S & KEMPE Tobias & FRÖHLICH, Jochen *A Temporal Discretization Scheme to Compute the Motion of Light Particles in Viscous Flows by an Immersed Boundary Method*. Journal of Computational Physics 281, 2015. DOI:10.1016/j.jcp.2014.10.039
- [24] MOIN, Parviz & MAHESH, Krishnan *Direct Numerical Simulation: A Tool in Turbulence Research* Annual Review of Fluid Mechanics 1998 30. 539-578 DOI

10.1146/annurev.fluid.30.1.539

- [25] ALFONSI, Giancarlo *Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations for Turbulence Modeling* Applied Mechanic reviews 2009 62. DOI:10.1115/1.3124648
- [26] YANG, Zhiyin *Large-eddy simulation: Past, present and the future* Chinese Journal of Aeronautics 2015 28 11-24 DOI:10.1016/j.cja.2014.12.007
- [27] BARDINA, J. & FERZIGER, J., & REYNOLDS, W. *Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation* 13th Fluid and Plasma Dynamics Conference. 1980 doi:10.2514/6.1980-1357
- [28] READER-HARRIS, M. *Orifice Discharge Coefficient Orifice Plates and Venturi Tubes* 127–186, USA 2015 . doi:10.1007/978-3-319-16880-7_5
- [29] HATSCHBACH, Petr. *Different Ways of Intake Port Flow Description*, 49. ročník mezinárodní vědecké konference českých a slovenských univerzit, oddělení a institucí zabývajících se výzkumem spalovacích motorů "KOKA 2018". Nitranské rudno, Slovensko, 19–21. 9. 2018.
- [30] BAUMRUK, Pavel. *Problematika náplně válce spalovacích motorů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1966. ISBN 80-01-01009-0.
- [31] HEYWOOD, John B. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. Sloan (Massachusetts): McGraw-Hill, 1988. ISBN 0-07-028637-X
- [32] ČSN EN ISO 5167 *Měření průtoku tekutin pomocí snímačů diferenčního tlaku vložených do zcela zaplněného potrubí kruhového průřezu* Český normalizační institut 2003
- [33] CATELLANI, Cristian, & CAZZOLI, Giulio & FALFARI, Stefania & FORTE, Claudio & MARCO BIANCHI, Gian *Large Eddy simulation of a steady flow test bench using OpenFoam* 71st Conference of the Italian Thermal Machines Engineering Association, ATI2016, Turín Itálie 14-16. 9. 2016.

Seznam obrázků, grafů a tabulek

Seznam obrázků

Obrázek 1	Obrázek, na kterém bude metoda SIFT demonstrována [4]	10
Obrázek 2	Výchozí obrázek po aplikaci rozdílu Gaussova rozostření [4]	11
Obrázek 3	Body nalezené metodou SIFT [4]	12
Obrázek 4	Body nalezené metodou SIFT s jejich orientací a okolím [4]	12
Obrázek 5	Dva porovnávané obrázky pro párování (nahore) [4]	13
Obrázek 6	Vizualizace párování (dole) [4]	13
Obrázek 7	Fotografie hlavy válců motoru Škoda 781.136 B	32
Obrázek 8	Tvorba oporné geometrie pro správné pozicování dílů odlitku (Poka-yoke) pomocí stavebnice LEGO (vlevo)	33
Obrázek 9	Výsledný odlitek spalovací komory (uprostřed)	33
Obrázek 10	Odlité kanály před extrakcí z „formy“ (vpravo)	33
Obrázek 11	Prostředí programu Meshroom znázorňující body vygenerované programem a pozice fotoaparátu při pořizování jednotlivých fotografií	34
Obrázek 12	Prvotní odlitek spalovacího prostoru a kanálu (vlevo)	35
Obrázek 13	Úspěšnější verze odlitku připravená pro fotogrametrické zpracování (vpravo)	35
Obrázek 14	Náčrt tvaru spalovacího prostoru s ohledem na předlohu	36
Obrázek 15	Extruze částí sacího kanálu	36
Obrázek 16	Odečítání ventilového pouzdra a indentace kanálu pro možnost jeho ukotvení	37
Obrázek 17	Výsledný model, na němž byla prováděna simulace	37
Obrázek 18	Nastavení parametrů výpočetní sítě (vlevo)	38
Obrázek 19	Ukázka vygenerované výpočetní sítě (vpravo)	38
Obrázek 20	Nastavení vstupní okrajové podmínky	39
Obrázek 21	Nastavení výstupní okrajové podmínky	39
Obrázek 22	Nastavení okrajových podmínek na stěnách modelu	40
Obrázek 23	Zobrazení proudnic toku kanálem	41
Obrázek 24	Zobrazení rychlosti proudění v kanálu (řez)	41
Obrázek 25	Modelový příklad sítě vytvořené pomocí nástroje blockMesh [13]	43
Obrázek 26	*.stl plocha s aplikovaným nástrojem blockMesh [13]	43
Obrázek 27	Výpočetní síť zjemněná kolem *.stl plochy [13]	44
Obrázek 28	Odebrání buněk, které jsou mimo výpočetní síť v závislosti na *.stl ploše [13]	44
Obrázek 29	Posunutí hranic výpočetní sítě tak, aby náležely *.stl ploše, tzv. „snapping“ [13]	44

Obrázek 30	Schéma pírování buněk pro dosažení větší hrubosti sítě [16]	47
Obrázek 31	Ukázka výpočetní sítě	48
Obrázek 32	Detail výpočetní sítě v okolí ventilu	49
Obrázek 33	Zobrazení rychlosti v řezu (vlevo)	49
Obrázek 34	Zobrazení rychlosti pomocí proudnic (vpravo)	49
Obrázek 35	Schéma měřicí tratě	50
Obrázek 36	Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati z přední strany	51
Obrázek 37	Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati ze zadní strany	51

Seznam grafů

Graf 1:	Zobrazení hodnot hmotnostního toku v závislosti na průběhu simulace	37
Graf 2:	Závislost objemového toku na otevření ventilu	57

Seznam tabulek

Tabulka 1	Naměřené hodnoty a zpracované výsledky stacionární profukovací zkoušky	56
Tabulka 2	Naměřené a vypočtené hodnoty	57

Seznam použitého SW

- Texmaker
- MiKTeX ($\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$)
- Meshroom
- Instant Meshes
- Blender
- PTC Creo Parametric 4.0
- OpenFoam v10
- ParaView
- MS Excel 2020

Seznam příloh

Příloha 1: Sešit MS Excel obsahující výsledky simulací a výstupní graf

Příloha 2: Sešit MS Excel obsahující naměřená data při reálné zkoušce.