

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

---

Fakulta stavební

Katedra betonových a zděných konstrukcí



Výpočetní aplikace pro posouzení železobetonových prvků zesílených  
kompozitními materiály

Software Application for the Design of Reinforced Concrete Members  
Strengthened by Composite Materials

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

Vedoucí práce: Ing. Radek Štefan, Ph.D., FEng.

**Autor práce: Bc. Stanislav Voráček**

---

Praha

2023

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: <u>Voráček</u>	Jméno: <u>Stanislav</u>	Osobní číslo: <u>477024</u>
Zadávající katedra: <u>Katedra betonových a zděných konstrukcí</u>		
Studijní program: <u>Stavební inženýrství</u>		
Studijní obor/speciální: <u>Konstrukce pozemních staveb</u>		

### II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: <u>Výpočetní aplikace pro posouzení železobetonových prvků zesílených kompozitními materiály</u>	
Název diplomové práce anglicky: <u>Software Application for the Design of Reinforced Concrete Members Strengthened by Composite Materials</u>	
Pokyny pro vypracování: - rešerše - způsoby zesilování, materiály, metody výpočtů, - vytvoření algoritmu pro posouzení železobetonových prvků zesílených FRP výztuží, - implementace algoritmu vytvořením programu s grafickým uživatelským rozhraním, - popis programu, - aplikace vytvořeného programu pro konkrétní úlohy.	
Seznam doporučené literatury: - ACI PRC-440.2-17: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. - Rasheed, H. A. Strengthening design of reinforced concrete with FRP. 2015. - fib Bulletin 14. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. 2001. - ČSN EN 1992-1-1. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby.	
Jméno vedoucího diplomové práce: <u>Ing. Radek Štefan, Ph.D., FEng.</u>	
Datum zadání diplomové práce: <u>1.3.2023</u>	Termín odevzdání DP v IS KOS: <u>22.5.2023</u> <i>Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku</i>
_____	_____
Podpis vedoucího práce	Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

_____	_____
Datum převzetí zadání	Podpis studenta(ky)

## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 21. května 2023

Vlastnoruční podpis:

## Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Ing. Radku Štefanovi, Ph.D., FEng. a konzultantovi mé práce Ing. Jakubovi Holanovi za cenné rady, ochotný přístup, veškerý čas věnovaný konzultacím a zapůjčenou literaturu.

V Praze dne 21. května 2023

Stanislav Voráček

## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá problematikou zesilování železobetonových konstrukcí pomocí kompozitní výztuže. Hlavním cílem práce je vytvoření softwarové aplikace, do které je implementován postup pro výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu zesíleného vnější FRP lamelou a využití této aplikace na konkrétní příklady. Dalším cílem je teoretické prozkoumání problematiky zesilování konstrukcí se zaměřením na používané výpočtové postupy.

Práce obsahuje podrobný popis a ukázkou dvou různých postupů pro výpočet a posouzení jednostranně či oboustranně vyztužených železobetonových nosníků obdélníkové průřezu zesílených vnější FRP lamelou. První postup je převzat z technického reportu fib Bulletin No. 14. Druhý postup je sestaven podle publikace ACI PRC-440.2-17.

V rámci této diplomové práce byla vytvořena softwarová aplikace STRECO pro výpočet a posouzení ohybové únosnosti jednostranně a oboustranně vyztužených železobetonových nosníků obdélníkové průřezu zesílených vnější FRP lamelou. Tato aplikace je popsána v příloze této práce včetně ukázky grafického uživatelského rozhraní. Součástí této práce jsou i parametrické studie, které slouží pro analýzu vlivu jednotlivých vstupních parametrů na ohybovou únosnost průřezu podle obou výše zmíněných postupů a též jako praktická ukáзка použití vytvořené aplikace STRECO.

Hlavním přínosem této práce je především vytvoření efektivně fungující softwarové aplikace, která uživateli poskytne možnost rychlého výpočtu ohybové únosnosti zesíleného průřezu na základě všech důležitých vstupních hodnot, a to včetně kontroly těchto hodnot, kontroly celého výpočtu, přehledného uvedení všech potřebných vzorců a uživatelského rozhraní, které umožňuje rychlou orientaci, uložení sad výsledků a jejich rychlé opětovné načtení. Výhodou je též snadné použití aplikace v systému Windows, bez nutnosti instalovat jakýkoliv další software zprostředkující otevření nebo používání této aplikace. Dalším přínosem je přehledné zpracování obou výpočtových postupů, uvedení rozdílů mezi nimi a v neposlední řadě popis vlivu vstupních parametrů na ohybovou únosnost konstrukce.

## **Klíčová slova**

Zesilování konstrukce, kompozitní výztuž, vláknový kompozit, výpočetní aplikace, počítačový program, aplikace C#, STRECO, železobetonový nosník

## **Abstract**

This diploma thesis deals with the issues of strengthening reinforced concrete structures using composite materials. The aim of the work is to develop a software application in which is implemented a procedure and assessment of the calculation of the flexural capacity of cross-section strengthened with an external FRP layer and the analysis of the flexural capacity using the created software. Furthermore, a theoretical examination of the problem of strengthening the structures with a focus on the calculation procedures that are used.

This thesis contains a detailed description and an example of two different approaches for the calculation and assessment of single and doubly reinforced concrete beams of rectangular cross section strengthened with an external FRP layer. The first procedure is taken from technical report fib Bulletin No. 14. The second procedure is based on publication ACI PRC-440.5-17.

As a part of this diploma thesis a software application named STRECO for the calculation and assessment of flexural capacity of single and doubly reinforced concrete beams of rectangular cross section strengthened with an external FRP layer was developed. This software is described in the appendix of this thesis, including an example of graphical user interface. The work includes parametric studies, which are used for analysis of flexural capacity according to both mentioned procedures and also as a practical example of using the developed software STRECO.

The main contribution of this work is mainly the development of an effective software application, that provides user the ability to quickly calculate the flexural capacity of a strengthened cross section based on all important input values, including checking these values, control of the whole calculation, clear presentation of all necessary formulas and user interface, which allows quick orientation, saving results sets and their quick loading. Another advantage is easy use of this software in Windows system, without the need to install any other software that mediates opening or using of this application. Further benefit of this work is the clear processing of both calculation procedures, showing the differences between them and last, but not least, the description of the influence of input values on the flexural capacity of the structure.

## **Key words**

Structural strengthening, composite reinforcement, fibre-reinforced polymer, software application, computer program, C# application, STRECO, reinforced concrete beam

# Obsah

Popis použitých symbolů .....	11
1 Úvod .....	15
2 Teoretická část .....	16
2.1 Teoretické vysvětlení řešeného problému.....	17
2.1.1 Důvody zesilování konstrukcí pomocí kompozitních materiálů .....	17
2.1.2 Materiály používané pro zesilování konstrukcí.....	18
2.1.3 Typy FRP výztuže.....	19
2.1.4 Způsoby zesilování konstrukcí.....	19
2.1.5 Aplikace FRP výztužných lamel na zesilovanou konstrukci.....	21
2.1.6 Výpočtové postupy pro zesilování konstrukcí .....	22
2.2 Teoretický postup posouzení prvku podle fib Bulletin 14.....	24
2.2.1 Vstupní parametry do výpočtu a vlastnosti materiálů (FIB).....	24
2.2.2 Ohybová únosnost bez FRP výztuže (FIB / Eurokód 2).....	28
2.2.3 Průřezové charakteristiky (FIB) .....	32
2.2.4 Posouzení vzniku trhlin (FIB) .....	37
2.2.5 Počáteční poměrné přetvoření – při instalaci FRP výztuže (FIB) .....	37
2.2.6 Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (FIB) .....	38
2.2.7 Poměrná přetvoření a napětí v materiálech (FIB) .....	40
2.2.8 Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (FIB) .....	44
2.2.9 Výpočet mezních stavů použitelnosti (FIB) .....	45
2.2.10 Posouzení mezních stavů použitelnosti (FIB) .....	47
2.3 Teoretický postup posouzení prvku podle ACI 440.2R.....	48
2.3.1 Vstupní parametry do výpočtu a vlastnosti materiálů (ACI) .....	48
2.3.2 Ohybová únosnost bez FRP výztuže (ACI) .....	52
2.3.3 Posouzení, zda lze konstrukci zesilovat (ACI).....	55
2.3.4 Průřezové charakteristiky (ACI).....	56
2.3.5 Posouzení vzniku trhlin (ACI) .....	61

2.3.6	Počáteční přetvoření – při instalaci FRP výztuže (ACI) .....	62
2.3.7	Způsob porušení konstrukce (ACI) .....	63
2.3.8	Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (ACI) .....	66
2.3.9	Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (ACI).....	71
2.3.10	Výpočet mezních stavů použitelnosti (ACI).....	72
2.3.11	Posouzení mezních stavů použitelnosti (ACI) .....	74
3	Praktická část .....	75
3.1	Popis aplikace STRECO.....	76
3.1.1	Vstupní parametry a výpočet únosnosti bez FRP výztuže.....	77
3.1.2	Výpočet a posouzení podle přístupu z fib Bulletin 14 .....	78
3.1.3	Výpočet a posouzení podle přístupu z ACI 440.2R .....	79
3.2	Postup posouzení prvku podle fib Bulletin 14 .....	80
3.2.1	Vstupní parametry do výpočtu (FIB) .....	80
3.2.2	Výpočet únosnosti bez FRP výztuže (FIB).....	83
3.2.3	Výpočet průřezových charakteristik (FIB).....	87
3.2.4	Posouzení vzniku trhlin (FIB) .....	89
3.2.5	Výpočet počátečního přetvoření (FIB).....	89
3.2.6	Výpočet výšky tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP (FIB).....	90
3.2.7	Výpočet poměrných přetvoření a napětí v materiálech (FIB).....	92
3.2.8	Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (FIB) .....	93
3.2.9	Výpočet mezních stavů použitelnosti (FIB) .....	94
3.2.10	Posouzení mezních stavů použitelnosti (FIB) .....	95
3.3	Postup posouzení prvku podle ACI 440.2R .....	96
3.3.1	Vstupní parametry do výpočtu (ACI).....	96
3.3.2	Výpočet únosnosti bez FRP výztuže (ACI) .....	99
3.3.3	Posouzení, zda lze konstrukci zesilovat (ACI).....	102
3.3.4	Výpočet průřezových charakteristik (ACI) .....	102
3.3.5	Posouzení vzniku trhlin (ACI) .....	104
3.3.6	Výpočet počátečního přetvoření - při instalaci FRP výztuže (ACI).....	104
3.3.7	Způsob porušení konstrukce (ACI) .....	105



3.3.8	Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (ACI) .....	105
3.3.9	Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (ACI) .....	108
3.3.10	Výpočet mezních stavů použitelnosti (ACI) .....	109
3.3.11	Posouzení mezních stavů použitelnosti (ACI) .....	110
3.4	Výsledky výpočtu z aplikace STRECO .....	111
3.5	Porovnání výsledků z aplikace vůči dalším postupům .....	114
3.5.1	Porovnání výsledků z aplikace STRECO a z ručního výpočtu (FIB) ..	114
3.5.2	Porovnání výsledků z aplikace STRECO a z ručního výpočtu (ACI) ..	115
3.5.3	Porovnání výpočtu FIB (STRECO x Sika) .....	116
3.5.4	Porovnání výpočtu ACI (STRECO x ACI 440.2R-17 kapitola 16.3) ...	117
3.6	Parametrické studie .....	119
3.6.1	Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP výztuže .....	119
3.6.2	Ohybová únosnost průřezu v závislosti na pevnostní třídě betonu .....	123
3.6.3	Ohybová únosnost průřezu v závislosti na mezním přetvoření FRP ...	125
3.6.4	Ohybová únosnost průřezu v závislosti na modulu pružnosti FRP .....	126
3.6.5	Počáteční přetvoření FRP v závislosti na počátečním zatížení .....	128
4	Závěr .....	131
5	Seznam zdrojů .....	132
Příloha A	Manuál k softwarové aplikaci STRECO .....	135
A.1	Základní informace o aplikaci STRECO (verze 1.0) .....	135
A.2	STRECO – grafické uživatelské rozhraní .....	136
A.2.1	Vstupní parametry a výpočet nezesíleného průřezu .....	137
A.2.2	Výpočet a posouzení podle fib Bulletin 14 .....	138
A.2.3	Výpočet a posouzení podle ACI 440.2R-17 .....	139
A.2.4	Podrobné výpisy vzorců .....	140
A.2.5	Nápověda a informace o aplikaci STRECO .....	141
A.2.6	Upozornění a informační oznámení .....	142
Příloha B	Porovnání vzorců (FIB x ACI) .....	143
Příloha C	Vzorové příklady STRECO .....	146
C.1	STRECO – jednostranně vyztužený průřez (FIB) .....	146

C.2	STRECO – oboustranně vyztužený průřez (ACI) .....	147
C.3	STRECO – upravený jednostranně vyztužený průřez (FIB) .....	149
Příloha D	Vzorový příklad z programu Sika CarboDur.....	150
Příloha E	Seznamy .....	152
E.1	Seznam obrázků.....	152
E.2	Seznam tabulek .....	154

## Popis použitých symbolů

$\alpha_1$	součinitel definující účinnou pevnost betonu (ACI)
$\alpha_{cc}$	součinitel zohledňující dlouhodobé účinky na pevnost betonu
$\alpha_e$	poměr modulů pružnosti (tj. pracovní součinitel)
$\beta_1$	součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu (ACI)
$\gamma_f$	dílčí součinitel spolehlivosti FRP materiálu
$\gamma_M$	dílčí součinitel spolehlivosti materiálu
$\varepsilon_{bi}$	počáteční poměrné přetvoření průřezu při instalaci FRP výztuže (ACI)
$\varepsilon_c$	poměrné přetvoření krajních tlačných vláken betonu
$\varepsilon'_c$	poměrné přetvoření betonu při maximální pevnosti betonu v tlaku (ACI)
$\varepsilon_{co}$	poměrné přetvoření horních vláken betonu při působení momentu $M_0$ (FIB)
$\varepsilon_{cu}$	mezní poměrné přetvoření tlačných vláken betonu ( $\varepsilon_{cu} = 0,003$ ) (ACI)
$\varepsilon_{cu3}$	mezní poměrné přetvoření tlačných vláken betonu ( $\varepsilon_{cu3} = 0,0035$ )
$\varepsilon_f$	poměrné přetvoření FRP výztuže
$\varepsilon_{fd}$	limitní poměrné přetvoření FRP výztuže (ACI)
$\varepsilon_{fk}$	charakteristická hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže
$\varepsilon_{fu}$	návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže (ACI)
$\varepsilon_{fud}$	návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže (FIB)
$\varepsilon_o$	počáteční poměrné přetvoření průřezu při instalaci FRP výztuže (FIB)
$\varepsilon_s$	poměrné přetvoření dolní tažené výztuže, někdy též $\varepsilon_t$ (ACI)
$\varepsilon_{S1}$	poměrné přetvoření dolní tažené výztuže
$\varepsilon_{S2}$	poměrné přetvoření horní tlačné výztuže
$\varepsilon_{ty}$	poměrné přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu (ACI)
$\varepsilon_{yd}$	poměrné přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu
$\eta$	součinitel definující účinnou pevnost betonu

$\lambda$	součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu
$\xi$	poměrná výška tlačené oblasti
$\rho_i$	stupeň vyztužení
$\sigma_{CC}$	napětí v tlačené části betonového průřezu
$\sigma_f$	napětí v FRP vyztuži
$\sigma_{i,MSP}$	napětí v materiálu v mezním stavu použitelnosti
$\sigma_{S1}$	napětí v dolní tažené betonářské vyztuži
$\sigma_{S2}$	napětí v horní tlačené betonářské vyztuži
$\Phi$	redukční součinitel zohledňující charakter porušení (ACI)
$\psi$	součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu (FIB)
$A_1$	plocha ideálního průřezu
$A_c$	plocha betonového průřezu
$A_f$	plocha FRP vyztuže
$A_{S1}$	navržená plocha dolní tažené vyztuže
$A_{S2}$	navržená plocha horní tlačené vyztuže
$a_c$	vzdálenost těžiště betonového průřezu od krajních vláken
$b$	šířka průřezu (šířka tlačené oblasti)
$b_f$	šířka FRP vyztuže (lamely)
$C_E$	redukční součinitel FRP vyztuže, dle typu vláken a okolních podmínek (ACI)
$c$	výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP vyztuží (ACI)
$c_0$	výška tlačené oblasti pro nezesílený průřez (ACI)
$c_{tr}$	výška tlačené oblasti pro průřez bez trhlin (ACI)
$c_{cr}$	výška tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlami (ACI)
$d$	účinná výška průřezu (vzdálenost spodní vyztuže od horních vláken průřezu)
$d_1$	vzdálenost dolní vyztuže od dolních vláken průřezu
$d_2$	vzdálenost horní vyztuže od horních vláken průřezu

$d_f$	účinná výška FRP výztuže (ACI)
$E_c$	modul pružnosti betonu (bez vlivu dotvarování, v této práci roven hodnotě $E_{cm}$ )
$E_{cm}$	sečnový modul pružnosti betonu
$E_f$	modul pružnosti FRP výztuže v tahu (ACI)
$E_{fu}$	modul pružnosti FRP výztuže v tahu (FIB)
$E_s$	návrhová hodnota modulu pružnosti betonářské oceli
$F_{CC}$	síla od tlačené části betonového průřezu
$F_f$	síla od FRP výztuže
$F_{S1}$	síla od dolní tažené betonářské výztuže
$F_{S2}$	síla od horní tlačené betonářské výztuže
$f'_c$	návrhová (specifikovaná) pevnost betonu v tlaku (ACI)
$f_{cd}$	návrhová pevnost betonu v tlaku
$f_{ck}$	charakteristická válcová pevnost betonu v tlaku v MPa ve stáří 28 dní
$f_{cm}$	průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku v MPa ve stáří 28 dní
$f_{ctm}$	průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu
$f_{fd}$	návrhová pevnost FRP výztuže v tahu
$f_{fk}$	charakteristická pevnost FRP výztuže v tahu
$f_{fu}$	návrhová pevnost FRP výztuže v tahu (ACI)
$f_{i,s}$	napětí v materiálu v mezním stavu použitelnosti (ACI)
$f_r$	pevnost betonu v tahu (ACI)
$f_{S1}$	napětí v dolní tažené betonářské výztuži (ACI)
$f_{S2}$	napětí v horní tlačené betonářské výztuži (ACI)
$f_y$	návrhová (specifikovaná) mez kluzu betonářské výztuže (ACI)
$f_{yd}$	návrhová mez kluzu betonářské výztuže
$f_{yk}$	charakteristická mez kluzu betonářské výztuže
$h$	výška průřezu

$I_1$	moment setrvačnosti průřezu bez trhlin (FIB)
$I_2$	moment setrvačnosti průřezu s plně rozvinutými trhlinami (FIB)
$I_{tr}$	moment setrvačnosti průřezu bez trhlin (ACI)
$I_{cr}$	moment setrvačnosti průřezu s plně rozvinutými trhlinami (ACI)
$k$	poměrná výška tlačené oblasti (ACI)
$M_0$	charakteristický ohybový moment před zesílením konstrukce (původní zatížení)
$M_{cr}$	ohybový moment na mezi vzniku trhlin
$M_{Ed}$	návrhový ohybový moment od účinku zatížení
$M_{E,g,i}$	charakteristický moment od stálých zatížení
$M_{E,q,i}$	charakteristický moment od proměnných zatížení
$M_{LIM}$	limitní ohybový moment pro nezesílenou konstrukci (ACI)
$M_{n,i}$	ohybová únosnost průřezu (ACI)
$M_{Rd}$	ohybová únosnost průřezu
$M_S$	charakteristický ohybový moment po přitížení (budoucí zatížení)
$M_u$	návrhový ohybový moment od účinku zatížení (ACI)
$N_E$	normálová síla od zatížení
$n_f$	počet vrstev FRP výztuže (počet lamel)
$t_f$	tloušťka jedné FRP výztuže (lamely)
$x$	výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (FIB)
$x_0$	výška tlačené oblasti pro nezesílený průřez (FIB)
$x_1$	výška tlačené oblasti pro ideální průřez (FIB)
$x_2$	výška tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami (FIB)

# 1 Úvod

V rámci diplomové práce se zaměřuji na problematiku zesilování železobetonových konstrukcí pomocí vláknové kompozitní výztuže. Zkoumám teoretickou podstatu problému a věnuji se především vytvoření výpočtového algoritmu pro posuzování únosnosti železobetonových konstrukcí s touto výztuží. Tento algoritmus dále implementuji do softwarové aplikace s grafickým uživatelským rozhraním.

Hlavní téma této práce je výpočet a posouzení vybraných mezních stavů pro prosté nosníky, které jsou jednostranně či oboustranně vyztužené a zesílené vnější kompozitní výztuží. Výpočet je proveden dle dvou nejpoužívanějších postupů. První postup je popsán v technickém reportu fib Bulletin No. 14 [3]. Druhý postup je popsán v publikaci ACI PRC-440.2-17 [1]. Práce je tedy zaměřena i na popis a vysvětlení rozdílů mezi zmíněnými postupy.

Dále je v této práci čtenáři přiblížena problematika zesilování železobetonových konstrukcí pomocí kompozitní výztuže s důrazem na vysvětlení výpočtového postupu pro zesílení konstrukce pomocí vnějších FRP lamel. Součástí práce je i popis vytvořené softwarové aplikace a její využití na konkrétní úlohy.

Cílem této práce je především vytvoření softwarové aplikace pro posouzení železobetonové konstrukce v mezním stavu únosnosti, který umožní uživateli rychle, efektivně a na základě minimálního počtu vstupních hodnot vypočítat ohybovou únosnost konstrukce zatížené ohybovým momentem se zohledněním všech relevantních proměnných. Aplikace zároveň uživateli poskytne i přehledný náhled celého výpočtu včetně všech použitých vzorců. Výpočet je tak přehledný a snadno kontrolovatelný.

## 2 Teoretická část

Teoretická část této práce je rozdělena na tři části.

První část popisuje řešenou problematiku zesilování konstrukcí pomocí FRP výztuže. Jsou zde uvedeny způsoby zesilování konstrukcí, materiály používané pro zesilování a metody výpočtů, které se pro posuzování prvků používají.

Druhá část popisuje teoretický postup posouzení zesíleného prvku, a to pomocí přístupu popsaného v publikaci fib Bulletin No. 14: Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, dále jen FIB [3], včetně všech použitých vzorců, proměnných a jejich kompletního vysvětlení.

Poslední podkapitola taktéž popisuje teoretický postup výpočtu zesíleného prvku, v tomto případě však podle přístupu popsaného v publikaci ACI PRC-440.2-17: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures, dále jen ACI [1]. Opět se jedná o ucelený postup včetně uvedení všech použitých vzorců, proměnných a jejich vysvětlení.



## 2.1 Teoretické vysvětlení řešeného problému

Tato kapitola popisuje, proč železobetonové konstrukce zesilujeme pomocí kompozitních materiálů, jaké způsoby zesílení využíváme a jaké materiály se pro zesilování konstrukcí používají. Dále se zaměříme přímo na jednu z variant zesílení, a to zesílení železobetonové konstrukce pomocí vláknových kompozitů, dále jen FRP výztuž (z anglického *fibre-reinforced polymer*). Popíšeme si praktickou aplikaci výztuže na železobetonovou konstrukci a projdeme si nejpoužívanější výpočtové postupy.

Pro lepší pochopení je kapitola rozdělena na dílčí podkapitoly, přičemž každá se věnuje jedné z výše zmíněných částí řešené problematiky. Níže popsaný rozbor problému vychází jak z teoretických publikací (především [1], [3], [4] a [7]), tak i ze znalostí získaných absolvováním předmětů katedry betonových a zděných konstrukcí Fakulty stavební ČVUT a předmětu Structural Strengthening & Rehabilitation absolvovaného v rámci Erasmu na fakultě inženýrství univerzity v Bologni [8].

### 2.1.1 Důvody zesilování konstrukcí pomocí kompozitních materiálů

Zesilování konstrukcí můžeme rozčlenit do několika částí, dle důvodu zesílení. Níže jsou uvedeny pouze některé z nejčastějších důvodů, proč konstrukce zesilujeme.

Prvním důvodem je zesilování stávajících prvků v případě, kdy prvek již není schopen zcela bezpečně plnit svoji nosnou funkci. Například, pokud je nosný prvek dlouhodobě vystaven nepříznivým vlivům působení okolního prostředí a dochází k jeho degradaci. Tím se snižuje únosnost prvku a hrozí jeho kolaps.

Druhým důvodem je zesilování stávajících prvků v případě, kdy měníme účel budovy či její části a potřebujeme, aby prvek bezpečně přenesl vyšší zatížení, než na něj doposud působilo.

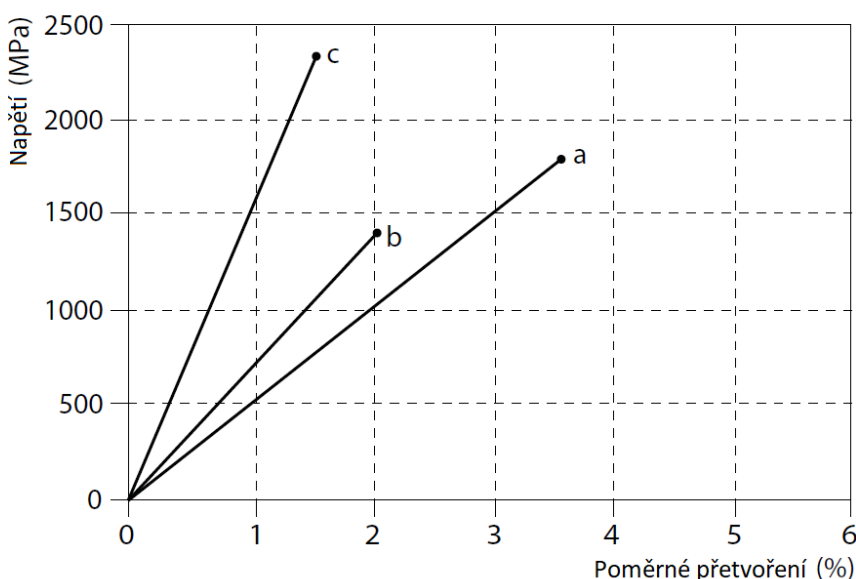
Neopomenutelné je též zesilování nových konstrukcí. V tomto případě zesilujeme konstrukce, abychom využili silných stránek kompozitního materiálu. Například jeho vysoké pevnosti ku velmi malé tloušťce a hmotnosti. Jednoduše si to můžeme představit tak, že pomocí tenké tkaniny s velkou pevností ovineme betonový sloup, čímž zvýšíme jeho únosnost bez toho, abychom museli násobně zvětšit jeho rozměry. Uspoříme tak materiál, a navíc získáme větší užitnou plochu.

### 2.1.2 Materiály používané pro zesilování konstrukcí

Pro zesilování železobetonových konstrukcí lze využít celou řadu materiálů a metod. Tato práce je však zaměřena na zesilování pomocí kompozitních materiálů. Kompozitní materiál je obecně jakýkoliv heterogenní materiál, který se skládá ze dvou či více různých materiálů, přičemž jejich vhodnou kombinací získáme lepší materiálové a fyzikální charakteristiky.

Nejčastěji používanými materiály pro zesilování železobetonových konstrukcí jsou vláknové kompozity, známé pod anglickým názvem FRP (*fibre-reinforced polymer*). FRP výztuž se skládá ze dvou hlavních komponentů, vláken a pojiva (též nazývaného matrice). Mezi nejčastěji používaná vlákna patří uhlíková (**CFRP**), skleněná (**GFRP**) a aramidová (**AFRP**). Pojivem je nejčastěji epoxidová pryskyřice. Je tak využito vysoké pevnosti a tuhosti vláken v kombinaci s pojivem, které jednotlivá vlákna váže a zajišťuje tak přenos zatížení mezi vlákny.

Vláknové kompozity můžeme rozdělit do mnoha skupin dle orientace vláken, jejich délky, technologie výroby, použití či dle výše zmíněného typu vláken a použité matrice. Z hlediska výpočtu nám však jde o výsledné materiálové charakteristiky, kterými jsou především charakteristická pevnost v tahu, modul pružnosti a maximální přípustné poměrné přetvoření FRP výztuže. Každý kompozit vykazuje odlišné charakteristiky, proto je nutné už v počátku návrhu znát parametry udávané výrobcem konkrétní FRP výztuže. Základní představu o charakteristikách FRP materiálů získáme z pracovního diagramu na Obr. 2.1, tento pracovní diagram je však pouze ilustrační a konkrétní typ FRP výztuže může dosahovat zcela jiných hodnot.



Obr. 2.1: Pracovní diagram FRP výztuží; křivky: a = GFRP; b = AFRP; c = CFRP [4]

Při výběru vhodného materiálu též musíme vzít v úvahu hlavní důvod zesílení a charakter namáhání. V tomto případě lze vyjít z pracovního diagramu a doporučení výrobců [9], uhlíková vlákna jsou vhodnější pro trvalé ohybové a smykové účinky. Naproti tomu, pokud zesílujeme v seizmicky aktivních oblastech, vhodnější variantou jsou skleněná či aramidová vlákna, která lépe snášejí větší poměrná přetvoření. (viz křivky „a“ a „b“ na Obr. 2.1).

### 2.1.3 Typy FRP výztuže

Jak bylo zmíněno v předchozí kapitole 2.1.2, nejpoužívanějšími vláknovými výztužemi jsou uhlíková, skleněná a aramidová. Tyto vláknové kompozity se však mohou vyskytovat v několika odlišných podobách.

Prvním typem jsou **FRP tkaniny**, na které se využívají všechny typy vláken a díky své elasticitě se nejvíce uplatňují pro ovinutí celé konstrukce či pro tvarově složitější konstrukce.

Druhým typem jsou **FRP lamely**, které se nejčastěji používají ve formě uhlíkových vláken a epoxidové pryskyřice jakožto pojiva. Využívají se především pro lokální zesílení konstrukce v ohybu a smyku. Lamela slouží jako dodatečná tahová výztuž, tudíž musíme dbát na správné zakotvení mimo tahovou oblast.

Posledním typem jsou **FRP tyče**, ty lze použít buď pro zesílení stávající konstrukce pomocí vložení výztuže do vyfrézované drážky nebo je lze použít při realizaci zcela nových konstrukcí. Při návrhu však musíme mít na paměti, že ačkoliv mají FRP tyče násobně vyšší pevnost, jejich tažnost je nízká a nejsou tedy vhodné jako hlavní výztuž betonových prvků, jelikož po dosažení pevnosti v tahu následuje náhlé přetržení výztuže, což v našem případě značí náhlý kolaps celého prvku.

### 2.1.4 Způsoby zesilování konstrukcí

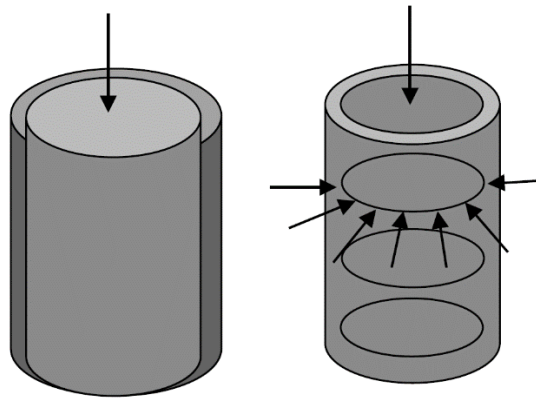
Způsob zesilování části konstrukce zpravidla odpovídá charakteru namáhání dané konstrukce. Nosníkové prvky vyztužujeme lamelami pro zvýšení jejich ohybové či smykové únosnosti. Sloupové prvky ovineme pomocí tkanin pro zvýšení jejich tlakové únosnosti. V případě potřeby jednotlivé přístupy kombinujeme.

**Prvky namáhané ohybem** zesílujeme nejčastěji pomocí FRP lamel nebo tkanin v oblasti největších tahů. Pro zajištění nejvyšší efektivity vlákna umísťujeme podél osy nosníku. Docílíme tak dodatečné tahové únosnosti za podmínky, kdy nám (téměř) dokonale spolupůsobí betonový poklad s FRP lamelou. Za této podmínky můžeme důvěřovat

v návrhové charakteristice materiálů až do následujících stavů porušení. Prvním z těchto stavů je tahové porušení (drcení betonu při kterém je betonářská výztuž za mezí kluzu). Druhým možným stavem je přetržení FRP výztuže v důsledku tahového porušení průřezu. Další variantou je pak tlakové porušení průřezu, tedy drcení betonu při kterém betonářská výztuž není za mezí kluzu. V tomto bodě se dostáváme k první odlišnosti v návrhových postupech. Dle FIBu je toto porušení zcela nepřijatelné a návrh takové konstrukce je nevyhovující. Dle ACI je toto porušení možné za použití koeficientu, který nám značně redukuje únosnost průřezu při tlakovém porušení (více viz kapitola 2.3.3.1). Nesmíme však opomenout, že i v případě dokonalého spolupůsobení v době aplikace FRP, může později dojít k odlepení FRP vlivem působících sil. Tento stav porušení je tak nutné ve výpočtu též zohlednit, a to jak výpočtem působících napětí, posouzením vzniku trhlin (posouzení vzniku trhlin není součástí této práce, při komplexním posouzení prvku je však tuto proměnnou nutné zohlednit), tak výpočtem minimální kotevní délky FRP výztuže (není součástí této práce).

**Prvky namáhané na smyk** nejčastěji zesilujeme úplným vnějším ovinutím pomocí poddajných FRP tkanin, FRP příložkami z lamel v místech největších posouvajících sil nebo kombinací těchto postupů, kdy prvek nejprve zesílíme lamelou a následně ho celý ovineme tkaninou. Pro dosažení nejvyšší možné efektivity při využití lamel je vhodné, aby lamely svíraly s osou nosníku úhel  $90^\circ$  nebo  $45^\circ$ . Návrh smykového zesílení je obdobný návrhu klasické smykové výztuže z betonářské oceli. Jedinou výraznější odlišností v návrhu je nutnost určení deformace FRP výztuže. Stejně jako u ohýbaných konstrukcí mohou nastat různé způsoby porušení. První z možných poruch je přímé porušení FRP výztuže, které může nastat u celoplošného ovinutí prvku. Též může dojít ke smykovému odtržení lamely vlivem koncentrace smykových napětí.

**Prvky namáhané tlakem** téměř výhradně zesilujeme kompletním ovinutím FRP tkaninou. Tato technika se používá ke zvýšení tlakové únosnosti sloupů. Princip ovinutí spočívá ve vyvození příčného tlaku do ovinuté konstrukce. Tento příčný tlak od ovinutí zabraňuje tahovým silám uvnitř betonového průřezu (síly vyvolané působícím zatížením) vytvářet trhliny. Nastane tzv. stav tříosé napjatosti, při kterém je beton tlačěn ze všech stran a teoreticky má nekonečnou pevnost (pevnost je omezena pevností FRP výztužením). Názorněji si to lze představit pomocí [Obr. 2.2](#).



Obr. 2.2: Stav tříosé napjatosti v důsledku ovinutí betonového průřezu FRP tkaninou [7]

Probrali jsme zesilování prvků z hlediska charakteru namáhání. Dalším rozdílem je zesilování prvků pouze z vnějšku nebo využití kompozitních materiálů pro vnitřní vyztužení konstrukce. U stávajících konstrukcí se nejčastěji setkáme s vnějším zesílením, naopak u nově realizovaných konstrukcí se kompozity využívají již při výstavbě, je tedy velmi snadné zakomponovat dodatečnou výztuž přímo do nového prvku.

Tato diplomová práce se zaměřuje na zesilování ohýbaných železobetonových konstrukcí pomocí vnější FRP výztuže. Následující kapitoly jsou tedy zaměřeny pouze na jeden ze segmentů zesilování konstrukcí a nepokrývají problematiku všech výše zmíněných způsobů porušení.

### 2.1.5 Aplikace FRP výztužných lamel na zesilovanou konstrukci

V této kapitole si popíšeme jeden z nejčastějších typů aplikace FRP výztuže a to, lepení FRP lamely (popř. tkaniny) na železobetonovou konstrukci nosníkového charakteru. Jiný typ výztuže v kombinaci s jiným typem konstrukce může obsahovat kroky, které v této kapitole nejsou uvedeny. Tento postup aplikace je vybrán, jelikož odpovídá výpočtovým postupům popsáním v následujících kapitolách.

Celý proces aplikace FRP je zde velice zjednodušen a v praxi se provádí v souladu s pokyny výrobce a je prováděn proškolenými pracovníky.

Ještě před začátkem aplikačního procesu musíme vybrat vhodný typ lamely a lepidla. To provedeme na základě podmínek prostředí, typu konstrukce a potřebných charakteristik výztuže. Rozhodujícími parametry pro výběr lepidla mohou být mimo jiné teplota a vlhkost, které ovlivňují chování instalovaného FRP systému. V případě potřeby lze podmínky prostředí dočasně upravit, např. zahřátím povrchu zesilované konstrukce před aplikací lepidla, pro lepší přilnutí k povrchu.

Prvním krokem samotného procesu je příprava podkladu. Povrch zesilované betonové konstrukce musí být pevný, suchý a zbavený všech nečistot, které by mohly mít za následek snížení soudržnosti mezi železobetonovou konstrukcí a FRP lamelou. Jedná se o klíčový bod celého procesu, proto je nutné zohlednit, zda není vhodné povrch konstrukce nejdříve opravit či jinak ošetřit. Jakkoliv narušený povrch může nepříznivě ovlivnit budoucí fungování zesíleného systému.

Na připravený podklad nejprve aplikujeme základní nátěr pomocí malířského válečku, bezprostředně poté nanese pryskyřičný tmel, který se používá pro vyrovnání malých nerovností v betonovém povrchu.

Před úplným zaschnutím tmelu nanese první vrstvu lepidla a pomocí válečku do ní vtlačíme připravenou a řádně očištěnou FRP výztuž tak, aby se zabránilo vzniku vzduchových kapes. Než nanese druhou vrstvu lepidla, zkontrolujeme rovinnost FRP výztuže. Výztuž by měla být umístěna rovnoběžně s osou nosníku, popř. umístěna dle odpovídajícího zatížení. Ještě před kompletním zaschnutím první vrstvy lepidla pokračujeme s nanesením další (krycí) vrstvy lepidla.

Nesmíme též zapomenout na řádné zakotvení výztuže v dostatečné vzdálenosti od tahových zón zesilovaného prvku.

Jak již bylo zmíněno, důraz musí být kladen jak na propojení FRP s podkladem, tak na správné zakotvení FRP výztuže. Při špatném provedení těchto kroků může být únosnost zesílené konstrukce pouze zlomkem únosnosti vypočtené v teoretickém výpočtu.

### 2.1.6 Výpočtové postupy pro zesilování konstrukcí

Z důvodu odlišných vlastností kompozitních výztuží oproti betonářské výztuži (absence plastické větve pracovního diagramu, tedy náhlý kolaps materiálu po dosažení maximální pevnosti), je nutné používat jiný postup pro výpočet mezních stavů. Existuje velké množství návrhových přístupů [11], z nichž nejpoužívanější jsou směrnice ACI 440.2R-17 [1] vydaná americkým betonářským institutem (dále jen ACI), postup využívaný napříč celou Evropou popsáný v technickém reportu od mezinárodní federace pro betonové konstrukce fib Bulletin No.40 [3] (dále jen FIB). Dále například přístup popsáný v italské normě CNR-DT 203/2006 a kanadský postup popsáný v normě CSA S806-12.

Světově nejpoužívanější je postup popsáný v americké směrnici ACI, avšak tento postup se v některých částech výpočtu velice odlišuje od postupů, které používáme u nás pro posouzení mezních stavů železobetonové konstrukce bez FRP výztuže. Tyto

odlišnosti, které se týkají především různých symbolů, součinitelů a jiného uspořádání části výpočtu mohou být na první pohled nejasné. Naproti tomu, postup popsáný v publikace FIB se svým přístupem velice blíží nám dobře známým eurokódům.

V této práci jsou prozkoumány oba výše zmíněné postupy a zdůrazněny rozdíly mezi nimi. V kapitole 2.2 je podrobně popsán postup posouzení podle FIBu a v kapitole 2.3 je pak popsán obdobný postup posouzení podle ACI. Vzhledem k odlišnostem v těchto postupech je jejich vzájemná provázanost popsána v příloze (Příloha B), kde se nachází přehledná tabulka, která obsahuje název počítané veličiny, vzorec použitý pro výpočet podle FIBu a vzorec použitý podle ACI.

## 2.2 Teoretický postup posouzení prvku podle fib Bulletin 14

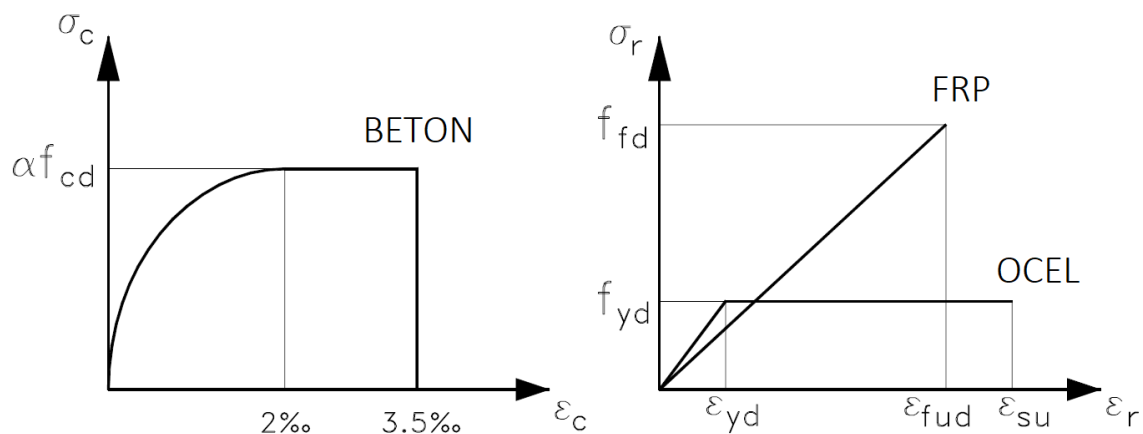
V této kapitole je chronologicky popsán postup posouzení prvku podle publikace fib Bulletin 14 [3], dále jen FIB. Jedná se o postup posouzení pro oboustranně vyztužený obdélníkový železobetonový průřez zesílený vnější FRP lamelou. Statické působení odpovídá prostému nosníku.

Obsahem této kapitoly jsou vzorce a jejich podrobný popis. Dále jsou zde vysvětleny souvislosti mezi jednotlivými částmi výpočtu. Názorná ukázka výpočtu dle následujících vzorců je uvedena v části 3.2 této práce.

### 2.2.1 Vstupní parametry do výpočtu a vlastnosti materiálů (FIB)

Tato podkapitola obsahuje vysvětlení některých vstupních parametrů, jejichž stanovení není předmětem podrobného výpočtu. Případně jsou zde zmíněny vstupy, u kterých by nemuselo být na první pohled patrné, jak je správně určit.

Též jsou zde uvedeny postupy pro výpočet návrhových charakteristik jednotlivých materiálů. Materiálové charakteristiky vychází z pracovních diagramů uvedených v technickém reportu FIB [3], v kapitole 3.1.3.2. Pracovní diagramy jsou převzaty z technického reportu, přeloženy do českého jazyka a zobrazeny na Obr. 2.3.



Obr. 2.3: Pracovní diagramy materiálů pro výpočet podle FIBu [3]

#### 2.2.1.1 Charakteristiky betonu

Pro výpočet používáme parabolicko-rektangulární pracovní diagram. Všechny pevnostní a deformační charakteristiky betonu použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v normě [6] v kapitole 3.1. Konkrétně se jedná o následující vztahy.



Návrhová pevnost betonu v tlaku v MPa:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_{M_{beton}}} \quad (2.2.1)$$

kde  $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku měřená na válci v MPa ve stáří 28 dní

$\alpha_{cc}$  je součinitel zohledňující dlouhodobé účinky na pevnost betonu vyplývající ze způsobu zatěžování

hodnota  $\alpha_{cc}$  se pohybuje v rozmezí 0,8 až 1,0 dle národní přílohy; doporučená hodnota pro ČR je 1,0 (tato hodnota je použita při výpočtu únosnosti bez vlivu FRP výztuže); ve FIBu v kapitole 3.1.3.2 je tento součinitel uveden pod názvem  $\alpha$  s hodnotou 0,85 (tato hodnota je tedy přejata a použita ve výpočtu únosnosti s FRP výztuží)

Průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku v MPa ve stáří 28 dní:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (2.2.2)$$

kde  $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku měřená na válci v MPa ve stáří 28 dní

Sečnový modul pružnosti betonu v GPa (v této práci platí rovnost  $E_c = E_{cm}$ ):

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (2.2.3)$$

kde  $f_{cm}$  je průměrná hodnota válcové pevnosti v tlaku v MPa, viz vztah (2.2.2)

Průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu v MPa:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \quad \text{pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.2.4a)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left[ 1 + \left(\frac{f_{cm}}{10}\right) \right] \quad \text{pro } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.2.4b)$$

kde  $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku měřená na válci v MPa ve stáří 28 dní

$f_{cm}$  je průměrná hodnota válcové pevnosti v tlaku v MPa, viz vztah (2.2.2)

### 2.2.1.2 Charakteristiky betonářské výztuže

Všechny pevnostní a deformační charakteristiky betonářské výztuže použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v normě [6] v kapitole 3.2. Konkrétně se jedná o tyto vztahy.

Návrhová mez kluzu betonářské výztuže v MPa:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M_{ocel}}} \quad (2.2.5)$$

kde  $f_{yk}$  je charakteristická mez kluzu betonářské výztuže v MPa

Poměrné přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_S} \quad (2.2.6)$$

kde  $f_{yd}$  je návrhová mez kluzu betonářské výztuže v MPa

$E_S$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonářské oceli v MPa

### 2.2.1.3 Charakteristiky FRP výztuže

Všechny pevnostní a deformační charakteristiky FRP výztuže použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v technickém reportu FIB [3]. Jedná se o následující vztahy:

Plocha FRP výztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f \quad (2.2.7)$$

kde  $n_f$  je počet vrstev FRP lamel

$b_f$  je šířka FRP lamely

$t_f$  je tloušťka jedné FRP lamely

Návrhová pevnost FRP výztuže v tahu v MPa:

$$f_{fd} = \frac{f_{fk}}{\gamma_f} \quad (2.2.8)$$

kde  $f_{fk}$  je charakteristická tahová pevnost FRP výztuže

$\gamma_f$  je součinitel spolehlivosti FRP výztuže závislý na typu použitých vláken a okolních podmínkách, ve kterých je zesílení použito, určí se z Tab. 2.1 uvedené též v technickém reportu FIB [3] v kapitole 3.1.3.2. Při výpočtu jsou pro prvky umístěné v interiéru a exteriéru uvažovány

běžné podmínky a pro prvky umístěné v agresivním prostředí ztížené podmínky.

Tab. 2.1: Součinitel spolehlivosti FRP výztuže, dle typu FRP a podmínek prostředí

Typ FRP výztuže	Běžné podmínky	Ztížené podmínky
CFRP	1,20	1,35
AFRP	1,25	1,45
GFRP	1,30	1,50

Návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže:

$$\varepsilon_{fud} = \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f} \quad (2.2.9)$$

kde  $\varepsilon_{fk}$  je charakteristická hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže

$\gamma_f$  je součinitel spolehlivosti FRP materiálu závislý na typu použitých vláken a okolních podmínkách (viz Tab. 2.1).

Modul pružnosti FRP výztuže v tahu v MPa (pokud není uvedený přímo od výrobce FRP výztuže, dopočítá se na základě Hookova zákona):

$$E_{fu} = \frac{f_{fk}}{\varepsilon_{fk}} = \frac{f_{fd}}{\varepsilon_{fud}} \quad (2.2.10)$$

kde  $f_{f,k(d)}$  je charakteristická (popř. návrhová) tahová pevnost FRP výztuže

$\varepsilon_{f,k(d)}$  je charakteristická (popř. návrhová) hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže

#### 2.2.1.4 Ohybové momenty

Návrhový ohybový moment  $M_{Ed}$  je určen pomocí součtu momentů od stálých a proměnných zatížení a je dán následujícím vztahem:

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_{E,g,1} + 1,5 \cdot M_{E,q,1} \quad (2.2.11)$$

kde  $M_{E,g,1}$  je charakteristický moment od stálých zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

$M_{E,q,1}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

Charakteristický ohybový moment  $M_0$  je využit pro zjištění stavu průřezu (průřez bez trhlin/průřez s plně rozvinutými trhlinami) před začátkem zesilování konstrukce. Vychází tedy ze součtu momentů od stávajícího zatížení (pokud bychom před zesílením konstrukce odstranili proměnná zatížení, moment  $M_0$  by obsahoval pouze  $M_{E,g,0}$ ):

$$M_0 = M_{E,g,0} + M_{E,q,0} \quad (2.2.12)$$

kde  $M_{E,g,0}$  je charakteristický moment od stálých zatížení před zesílením konstrukce

$M_{E,q,0}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení před zesílením konstrukce

Charakteristický ohybový moment  $M_S$  je použit při výpočtech v mezním stavu použitelnosti. Skládá se ze součtu momentů od zatížení po přitížení konstrukce.

$$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1} \quad (2.2.13)$$

kde  $M_{E,g,1}$  je charakteristický moment od stálých zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

$M_{E,q,1}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

### 2.2.1.5 Ostatní vstupní parametry

Vzdálenost výztuže od krajních vláken  $d_i$  je určena jako součet požadovaného krytí výztuže, šířky třmínků (pokud v konstrukci jsou) a poloviny výšky profilu hlavní nosné výztuže.

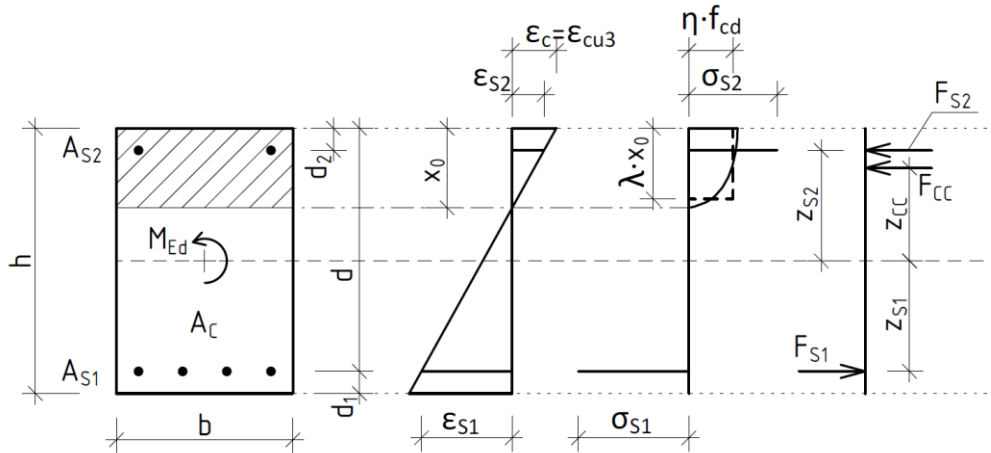
$$d_i = c_{NOM} + \phi_{TŘ} + \frac{\phi_{HNV}}{2} \quad (2.2.14)$$

## 2.2.2 Ohybová únosnost bez FRP výztuže (FIB / Eurokód 2)

Ještě, než přejdeme k posuzování ohybové únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží, připomeňme si postup pro výpočet ohybové únosnosti nezesíleného železobetonového prvku namáhaného pouze ohybovým momentem, nikoliv normálovou silou (tj.  $M_E \neq 0$  a  $N_E = 0$ ). Postup pro posouzení průřezu bez FRP vychází ze vzorců uvedených v technickém reportu FIB [3], v normě [6], v příkladových skriptech [17] a ze znalostí získaných absolvováním předmětů katedry betonových a zděných konstrukcí FSv ČVUT.

### 2.2.2.1 Výška tlačené oblasti

Prvním krokem je určení výšky tlačené oblasti  $x_0$ , toho docílíme vyjádřením  $x_0$  z rovnice (2.2.15) pro všechny síly působící v železobetonovém průřezu. V našem případě se jedná o sílu od tlačené části betonového průřezu, sílu od dolní betonářské výztuže a pro oboustranně vyztužený průřez i sílu od horní betonářské výztuže. Působící síly spolu s jejich grafickým odvozením jsou vidět na Obr. 2.4.



Obr. 2.4: Grafické znázornění působících sil při MSÚ (průřez bez FRP výztuže)

Z Obr. 2.4 tedy odvodíme hlavní silovou podmínku:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0 \quad (2.2.15)$$

Dále odvodíme následující rovnice pro jednotlivé síly.

$$F_{CC} = \lambda \cdot x_0 \cdot b \cdot \eta \cdot (-f_{cd}) \quad (2.2.16)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1} \quad (2.2.17)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} \quad (2.2.18)$$

kde  $\lambda$  je součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu, hodnota závisí na charakteristické pevnosti betonu v tlaku  $f_{ck}$  následovně:

$$\lambda = 0,8 \quad \text{pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.2.19a)$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \quad \text{pro } 50 < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \quad (2.2.19b)$$

Pro hodnoty  $f_{ck} > 90 \text{ MPa}$  není  $\lambda$  v normě [6] definována hodnota, je tedy uvažována totožně s hodnotou pro 90 MPa, dle následujícího vzorce:

$$\lambda = 0,8 - \frac{90 - 50}{400} = 0,7 \quad \text{pro } f_{ck} \geq 90 \text{ MPa} \quad (2.2.19c)$$

$\eta$  je součinitel definující účinnou pevnost betonu, hodnota závisí na charakteristické pevnosti betonu v tlaku  $f_{ck}$  následovně:

$$\eta = 1,0 \quad \text{pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.2.20a)$$

$$\eta = 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \quad \text{pro } 50 < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \quad (2.2.20b)$$

Pro hodnoty  $f_{ck} > 90 \text{ MPa}$  není  $\eta$  v normě [6] definována hodnota, je tedy uvažována totožně s hodnotou pro 90 MPa, dle následujícího vzorce:

$$\eta = 1,0 - \frac{90 - 50}{200} = 0,8 \quad \text{pro } f_{ck} \geq 90 \text{ MPa} \quad (2.2.20c)$$

$\sigma_{S1}$  je napětí v dolní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S) \quad (2.2.21)$$

$\sigma_{S2}$  je napětí v horní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S) \quad (2.2.22)$$

Poměrná přetvoření ve výztužích můžeme odvodit z poměrného přetvoření betonu za pomoci podobnosti trojúhelníků viz Obr. 2.4.

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0} \quad (2.2.23)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0} \quad (2.2.24)$$

Po dosazení vzorců (2.2.16) až (2.2.24) do rovnice (2.2.15) získáme finální vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti (pozn.: pro přehlednost výpočtu není v rovnici (2.2.25) uvedena funkce signum, nesmíme však zapomenout na správné znaménko výsledného napětí).

$$\begin{aligned} & \lambda \cdot x_0 \cdot b \cdot \eta \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0} \cdot E_S\right) + \\ & + A_{S2} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0} \cdot E_S\right) = 0 \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

Ručním výpočtem (např. pomocí vědecké kalkulačky) zjistíme  $x_0$  pomocí zavedení předpokladu, při kterém uvažujeme obě výztuže za mezí kluzu, tedy  $\sigma_{S1} = \sigma_{S2} = f_{yd}$ . Tento předpoklad však musíme následně ověřit (viz kapitola 2.2.2.3). Pokud oba předpoklady vyhovují, vypočtené  $x_0$  je platné. Pokud ne, uvažujeme pro výztuž, která není za mezí kluzu hodnotu napětí dle vzorce  $\sigma_{S,i} = \varepsilon_{S,i} \cdot E_S$ .

V případě výpočetní aplikace je výhodnější použít jiný postup. Nabízí se nám dvě varianty řešení. První variantou je přesné analytické odvození  $x_0$  z rovnice (2.2.25),

což je vzhledem k funkci minimum, v rovnici, téměř nemožné. Tato varianta je ukázána v případě výpočtu  $x_2$  v kapitole 2.2.3.2. Druhou variantou, která je využita ve vytvořené výpočetní aplikaci, je iterační metoda, konkrétně tzv. metoda půlení intervalů. Při této metodě iterativně vypočteme  $x_0$ , pomocí redukování oblasti (v každém kroku oblast redukuje na polovinu), ve které se  $x_0$  může nacházet. Víme totiž, že  $x_0$  leží v intervalu  $\langle 0; h \rangle$  a současně nám musí platit rovnost sil z rovnice (2.2.15). Podrobný popis metody půlení intervalů je popsán v diplomové práci [12], v příloze A.

### 2.2.2.2 Výpočet přetvoření a napětí v materiálech

Poměrná přetvoření v betonářské výztuži vypočteme z již uvedených rovnic (2.2.23) a (2.2.24). Napětí vypočteme na základě rovnice:

$$\sigma_{s,i} = \text{sgn}(\varepsilon_{s,i}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{s,i}| \cdot E_s) \quad (2.2.26)$$

### 2.2.2.3 Ověření - tažená výztuž za mezí kluzu

Po výpočtu  $x_0$  musíme ověřit, zda je tažená výztuž za mezí kluzu a nedojde tak k tlakovému porušení konstrukce. V našem případě je tažená výztuž spodní, ověření tedy provedeme pomocí následující podmínky pro  $\varepsilon_{s1}$ :

$$|\varepsilon_{s1}| \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.2.27)$$

kde  $\varepsilon_{s1}$  je poměrné přetvoření dolní tažené výztuže

$\varepsilon_{yd}$  je přetvoření betonářské výztuže na mezí kluzu vypočtené ze vzorce (2.2.6)

Pokud jsme v kapitole 2.2.2.1 zavedli předpoklad, že se tlačovaná výztuž nachází za mezí kluzu, musíme tuto skutečnost ověřit pomocí podmínky pro  $\varepsilon_{s2}$ :

$$|\varepsilon_{s2}| \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.2.28)$$

kde  $\varepsilon_{s2}$  je poměrné přetvoření horní tlačované výztuže

### 2.2.2.4 Ověření dostatečné rotační kapacity

Jelikož však únosnost chceme počítat plasticky, nestačí nám ověření podmínky (2.2.27), ale potřebujeme ověřit i přísnější podmínku, při které poměrná výška tlačované oblasti nepřesáhne 45 % (pro betony pevností vyšších než C35/45 je podmínka 35 %):

$$\xi = \frac{x_0}{d} \leq 0,45 \quad (2.2.29)$$

Pokud nám obě podmínky vyhoví, můžeme přejít k výpočtu ohybové únosnosti průřezu.

### 2.2.2.5 Ohybová únosnost nezesíleného průřezu

Před výpočtem momentu únosnosti potřebujeme stanovit síly působící v průřezu na základě rovnic (2.2.16) až (2.2.18) a určit rameno těchto sil dle rovnic:

$$z_{CC} = \frac{\lambda \cdot x_0}{2} - \frac{h}{2} \quad (2.2.30)$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 \quad (2.2.31)$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} \quad (2.2.32)$$

Následně můžeme určit moment únosnosti dle rovnice:

$$M_{Rd,0} = F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2} \quad (2.2.33)$$

### 2.2.2.6 Posouzení nezesíleného průřezu na ohyb

Posouzení ohybové únosnosti spadá do mezního stavu únosnosti, dále jen MSÚ. Toto posouzení lze obecně vyjádřit vzorcem (2.2.34).

$$E_d \leq R_d \quad (2.2.34)$$

kde  $E_d$  je návrhová hodnota účinku zatížení uvažovaného v mezních stavech únosnosti

$R_d$  je návrhová přípustná hodnota tohoto účinku (např.  $M_{Rd}$  tj. návrhový moment únosnosti)

V našem případě posuzujeme návrhový ohybový moment od účinku zatížení  $M_{Ed}$  s návrhovým momentem únosnosti nezesíleného průřezu  $M_{Rd,0}$ .

$$M_{Ed} \leq M_{Rd,0} \quad (2.2.35)$$

## 2.2.3 Průřezové charakteristiky (FIB)

Než přejdeme k výpočtu únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží, potřebujeme určit charakteristiky železobetonového průřezu pro výpočet počáteční deformace. Též potřebujeme znát stav, ve kterém se řešený železobetonový průřez nachází a jaké průřezové charakteristiky můžeme použít. K tomu nám poslouží postup, zda je naše počáteční zatížení (vyjádřené ohybovým momentem  $M_0$ ) větší či menší než ohybový moment na mezi vzniku trhliny ( $M_{cr}$ ). Jinými slovy, potřebujeme zjistit, zda máme průřez bez trhlin nebo s plně rozvinutými trhlinami. Než určíme, v jakém výpočtovém



stavu se nacházíme, připravíme si průřezové charakteristiky pro obě výše zmíněné varianty.

Tato část výpočtu je téměř identická s postupem použitým pro výpočet průřezových charakteristik při určování průhybu železobetonové konstrukce v mezním stavu použitelnosti, dále jen MSP. Tento postup je podrobně uveden v mé bakalářské práci [14], kde jsem se touto problematikou zabýval. Z tohoto hlediska je následující postup zestručněn o vysvětlení některých kroků.

### 2.2.3.1 Charakteristiky průřezu bez trhlin

V prvním kroku si ze vztahu (2.2.36) určíme poměr modulů pružnosti, též známý jako pracovní součinitel. Pomocí pracovního součinitele převedeme heterogenní železobetonový průřez na ekvivalentní hmotu betonu.

$$\alpha_e = E_s/E_c \quad (2.2.36)$$

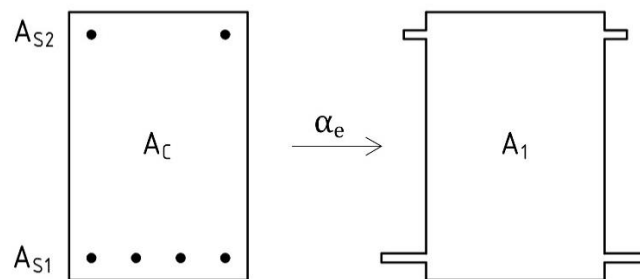
kde  $E_s$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonářské oceli

$E_c$  je modul pružnosti betonu

Pro přehlednost a snazší orientaci ve výpočtu jsou všechny charakteristiky průřezu bez trhlin značeny malým indexem „1“.

Následující vzorce obsahují vždy obě výztuže, tj. dolní taženou i horní tlačенou výztuž. V případě jednostranně vyztuženého průřezu, který je vyztužen pouze dolní taženou výztuží jsou hodnoty  $A_{s2}$  a  $d_2$  nulové.

Začneme výpočtem plochy ideálního průřezu ze vztahu (2.2.37), při výpočtu ekvivalentní plochy betonu využijeme pracovní součinitel vypočítaný v předchozím kroku. Názorně je tento postup vidět na Obr. 2.5.



Obr. 2.5: Grafické vyjádření poměru modulů pružnosti [14]

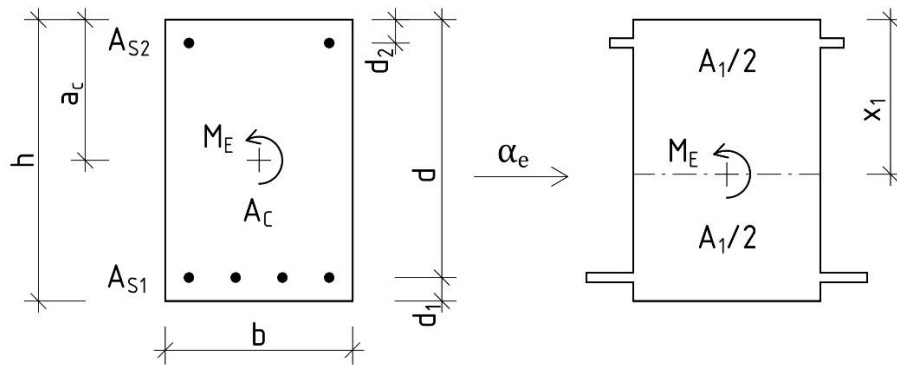
$$A_1 = A_c + \alpha_e \cdot (A_{s1} + A_{s2}) \quad (2.2.37)$$

kde  $A_c$  je plocha betonového průřezu

$A_{S1}$  je navržená plocha dolní tažené výztuže

$A_{S2}$  je navržená plocha horní tlačené výztuže

Ve stavu průřezu bez trhlin uvažujeme dokonalé spolupůsobení betonu a výztuže. Výšku tlačené oblasti ideálního průřezu  $x_1$ , tak určíme jako vzdálenost těžiště ideálního průřezu od horních vláken průřezu (viz Obr. 2.6). V případě rovnosti ploch tažené a tlačené výztuže ( $A_{S1} = A_{S2}$ ) a zároveň stejné vzdálenosti výztuží od krajních vláken ( $d_1 = d_2$ ), platí, že se těžiště ideálního průřezu nachází v polovině průřezu ( $x_1 = a_c$ ). Obecně však pro výpočet postupujeme dle vzorce (2.2.38).



Obr. 2.6: Grafické určení těžiště ideálního průřezu (průřez bez trhlin) [14]

$$x_1 = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_1} \quad (2.2.38)$$

kde  $A_c$  je plocha betonového průřezu

$a_c$  je vzdálenost těžiště betonového průřezu od krajních vláken

$\alpha_e$  je pracovní součinitel

$A_{S1}$  a  $A_{S2}$  jsou navržené plochy výztuží

$A_1$  je plocha ideálního průřezu z předešlého kroku výpočtu

$d$  a  $d_2$  jsou vzdálenosti příslušných výztuží od horních vláken

$$d = h - d_1$$

kde  $h$  je výška průřezu

$d_1$  je vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken

Za pomoci vzdálenosti těžiště ideálního průřezu  $x_1$  vypočítáme moment setrvačnosti ideálního průřezu ze vztahu:

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + A_c \cdot (x_1 - a_c)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_1)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_1)^2] \quad (2.2.39)$$

kde  $b$  je šířka průřezu

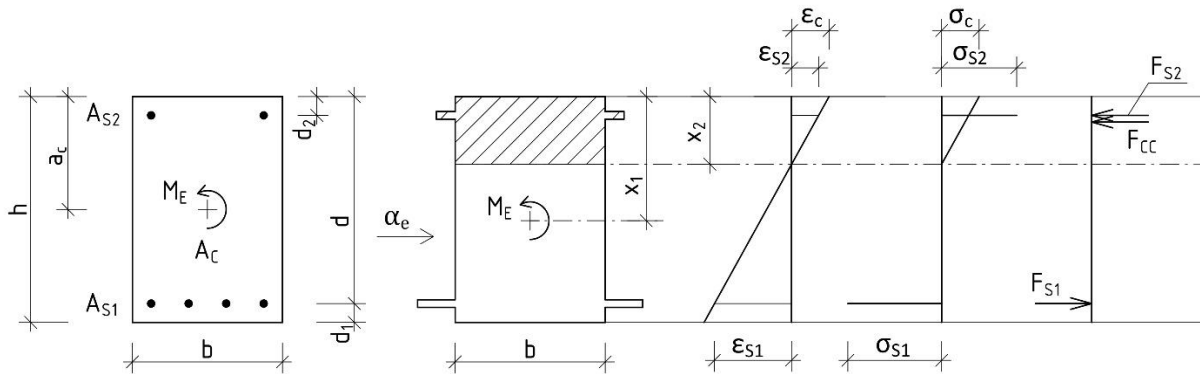
$x_1$  je námi vypočtená výška tlačené oblasti (průřez bez trhlin)

Vzorec (2.2.39) je složen ze dvou částí, první část vyjadřuje moment setrvačnosti základního obdélníkového průřezu. Druhou pak tvoří Steinerovy doplňky pro betonový průřez a obě betonářské výztuže.

### 2.2.3.2 Charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami

V této podkapitole počítáme charakteristiky pro průřez s plně rozvinutými trhlinami. Tyto charakteristiky jsou označeny malým indexem „2“.

Nejprve vypočítáme výšku tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami,  $x_2$ . Uvažujeme průřez namáhaný pouze ohybovým momentem, nikoliv normálovou silou (tj.  $M_E \neq 0$  a  $N_E = 0$ ).



Obr. 2.7: Grafické znázornění působících sil (průřez s plně rozvinutými trhlinami) [14]

Z Obr. 2.7 je možné odvodit výslednice napětí pro jednotlivé části průřezu.

$$F_{CC} = b \cdot x_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.2.40a)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \varepsilon_{S1} \cdot E_S \quad (2.2.40b)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \varepsilon_{S2} \cdot E_S \quad (2.2.40c)$$

Za pomoci podobnosti trojúhelníků dále odvodíme poměrná přetvoření ve výztužích pomocí poměrného přetvoření betonu, viz Obr. 2.7.

$$\varepsilon_{S1} = \frac{\varepsilon_c \cdot (d - x_2)}{x_2} \quad (2.2.41a)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x_2 - d_2)}{x_2} \quad (2.2.41b)$$

Jelikož v průřezu nepůsobí normálová síla, můžeme výslednici sil položit rovnou nule.

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0 \quad (2.2.42)$$

Po dosazení vzorců (2.2.40) a (2.2.41) do vzorce (2.2.42) získáme finální vztah pro výšku tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami při zatížení ohybovým momentem a nulovou normálovou silou. Kompletní matematické odvození není v této práci uvedeno. Úplné odvození od dosazení po finální rovnici je krok po kroku uvedeno v bakalářské práci [13] v příloze I.B.

$$x_2 = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_{S1} + A_{S2}) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b}{\alpha_e} \cdot \frac{(A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{(A_{S1} + A_{S2})^2}} \right] \quad (2.2.43)$$

kde  $\alpha_e$  je pracovní součinitel

$b$  je šířka průřezu

$A_{S1}$  a  $A_{S2}$  jsou navržené plochy výztuží

$d$  a  $d_2$  jsou vzdálenosti příslušných výztuží od horních vláken

Dále přejdeme k výpočtu momentu setrvačnosti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami.

Ten se určí ze stejného vzorce jako u průřezu bez trhlin, avšak s předpokladem, že uvažujeme pouze tlačnou část betonového průřezu (v tomto případě  $b \cdot x_2$ ). Tedy část, která zcela jistě není potrhána, a to z důvodu, že část průřezu s trhlinami neplní svoji funkci (odpor tělesa vůči nepříznivým vlivům). V tomto případě dostaneme vztah:

$$I_2 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot x_2^3 + A_{C2} \cdot \left(x_2 - \frac{x_2}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2] \quad (2.2.44a)$$

Tento vztah můžeme dále zjednodušit úpravou Steinerova doplňku pro betonovou část průřezu. Nejprve roznásobením plochy betonové části průřezu a úpravou závorky podle vzorce  $(a - b)^2$ .

$$I_2 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot x_2^3 + b \cdot x_2 \cdot \left(x_2^2 - 2 \cdot \frac{x_2^2}{2} + \frac{x_2^2}{4}\right) + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2]$$

Následně vztah upravíme zkrácením členů v roznásobené závorce.

$$I_2 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot x_2^3 + b \cdot x_2 \cdot \left(\frac{x_2^2}{4}\right) + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2]$$

Poté vytkneme  $b \cdot x_2^3$  z prvních dvou členů rovnice.

$$I_2 = (b \cdot x_2^3) \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2]$$

Po převedení zlomků na společný jmenovatel získáme zjednodušený vzorec pro výpočet momentu setrvačnosti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami:

$$I_2 = \frac{1}{3} \cdot b \cdot x_2^3 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2] \quad (2.2.44b)$$

## 2.2.4 Posouzení vzniku trhlin (FIB)

V tuto chvíli máme všechny průřezové charakteristiky a potřebujeme zjistit v jakém výpočtovém stavu se nacházíme. Jak již bylo zmíněno dříve, prvním krokem je výpočet ohybového momentu na mezi vzniku trhlin z následujícího vzorce:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{I_1}{h - x_1} \quad (2.2.45)$$

kde  $f_{ctm}$  je průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu

$I_1$  je moment setrvačnosti neporušeného průřezu (tj. bez trhlin)

$h - x_1$  vyjadřuje max. rameno vnitřních sil pro průřez bez trhlin

Porovnáním momentu na mezi vzniku trhlin  $M_{cr}$  s ohybovým momentem od působícího charakteristického zatížení  $M_0$  zjistíme, zda máme průřez s trhlinou či nikoliv. Pokud je  $M_0$  menší, viz rovnice (2.2.46a), pak se nacházíme v oblasti před vznikem trhlin a pro výpočet použijeme charakteristiky průřezu bez trhliny.

$$M_0 \leq M_{cr} \quad (2.2.46a)$$

V opačném případě již trhlina vznikají a pro výpočet použijeme charakteristiky průřezu s trhlinou.

$$M_0 > M_{cr} \quad (2.2.46b)$$

V tuto chvíli máme připravené všechny průřezové charakteristiky a též víme, jaké z charakteristik použít. Můžeme tak začít s hlavním výpočtem průřezu zesíleného FRP výztuží.

## 2.2.5 Počáteční poměrné přetvoření – při instalaci FRP výztuže (FIB)

V této kapitole si stanovíme počáteční přetvoření železobetonové konstrukce. Nejprve spočítáme přetvoření horních vláken betonu při působení momentu  $M_0$  dle vzorce:

$$\varepsilon_{co} = \frac{M_0 \cdot x_i}{E_c \cdot I_i} \quad (2.2.47)$$

kde  $x_i$  je výška tlačené oblasti podle charakteristik průřezu, pro průřez bez trhlin dosadíme  $x_1$ , pro průřez s trhlinami dosadíme  $x_2$ .

$I_i$  je moment setrvačnosti podle charakteristik průřezu, pro průřez bez trhlin použijeme  $I_1$ , pro průřez s trhlami pak  $I_2$

$M_0$  je ohybový moment od působícího charakteristického zatížení

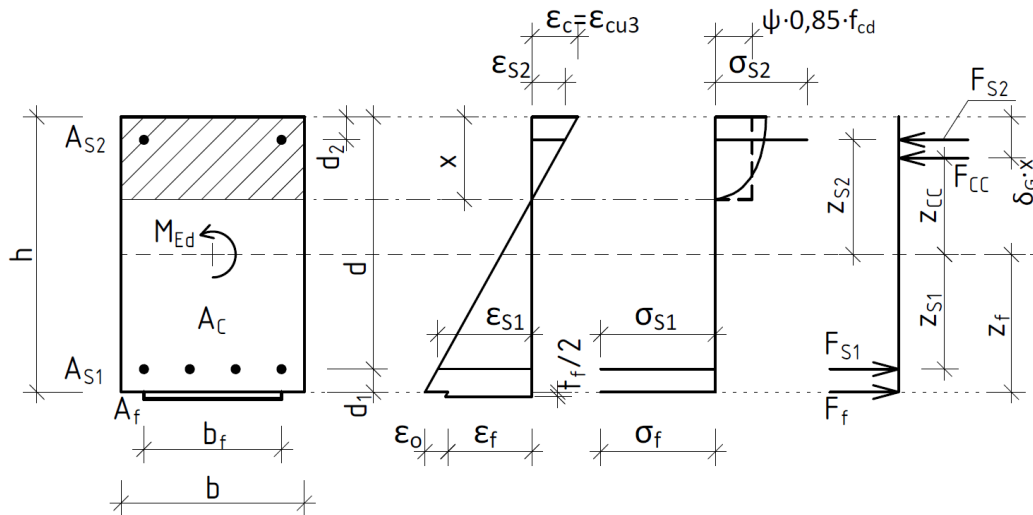
$E_C$  je modul pružnosti betonu

Následně ze vzorce (2.2.48) vypočítáme poměrné přetvoření spodních vláken železobetonového průřezu, tedy počáteční přetvoření při instalaci FRP výztuže.

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{CO} \cdot \frac{h - x_{cr}}{x_{cr}} \quad (2.2.48)$$

### 2.2.6 Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (FIB)

V případě průřezu zesíleného pomocí FRP výztuže postupujeme obdobně jako v kapitole 2.2.2, pouze nám v průřezu přibude další síla od FRP výztuže. Rozložení sil v průřezu názorně vidíme na Obr. 2.8.



Obr. 2.8: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle FIBu (průřez s FRP výztuží)

Z Obr. 2.8 tedy odvodíme hlavní silovou podmínku:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} + F_F = 0 \quad (2.2.49)$$

Dále odvodíme následující rovnice pro jednotlivé síly.

$$F_{CC} = 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) \quad (2.2.50)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1} \quad (2.2.51)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} \quad (2.2.52)$$

$$F_f = A_f \cdot \sigma_f \quad (2.2.53)$$

kde  $\psi$  je součinitel, který upravuje plochu napětí betonu, má totožný význam jako součinitel  $\lambda$  v normě [6], hodnota součinitele je určena na základě hodnoty přetvoření betonu, která přímo souvisí s různými typy porušení prvku. Více o této problematice viz kapitola 2.2.7. Hodnoty součinitele jsou uvedeny v podkapitolách 2.2.7.1 a 2.2.7.3 dle charakteru porušení prvku.

hodnota 0,85 zohledňuje dlouhodobé účinky na pevnost betonu v tlaku, v technickém reportu FIB [3] je hodnota označována též jako  $\alpha$ , v normě [6] je označena jako  $\alpha_{CC}$

$\sigma_{S1}$  je napětí v dolní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S) \quad (2.2.54)$$

$\sigma_{S2}$  je napětí v horní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S) \quad (2.2.55)$$

$\sigma_f$  je napětí v FRP výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$\sigma_f = \text{sgn}(\varepsilon_f) \cdot \min(f_{fd}; |\varepsilon_f| \cdot E_{fu}) \quad (2.2.56)$$

kde  $E_{fu}$  je modul pružnosti FRP výztuže v tahu

$\varepsilon_f$  je přetvoření FRP výztuže vypočtené ze vztahu (2.2.59)

Poměrná přetvoření v betonářské i FRP výztuži odvodíme z poměrného přetvoření betonu za předpokladu podobnosti trojúhelníků (viz Obr. 2.8). Tloušťka FRP výztuže je v odvození zanedbána.

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x} \quad (2.2.57)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x} \quad (2.2.58)$$

$$\varepsilon_f = \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o \quad (2.2.59)$$

Po dosazení vztahů (2.2.50) až (2.2.53) do rovnice (2.2.49) získáme vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti.

$$0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \sigma_{S1} + A_{S2} \cdot \sigma_{S2} + A_f \cdot \sigma_f = 0 \quad (2.2.60)$$

Následně po dosazení rovnic (2.2.54) až (2.2.59) do vztahu získáme finální podobu rovnice s jedinou neznámou, výškou tlačené oblasti  $x$ . Viz rovnice (2.2.61).

V rovnici (2.2.61) nejsou z hlediska vyšší přehlednosti zápisu uvedeny funkce signum. Při výpočtu tak nesmíme zapomenout na správné znaménko výsledného napětí.

$$\begin{aligned}
& 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x} \cdot E_S\right) + \\
& + A_{S2} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x} \cdot E_S\right) + \\
& A_f \cdot \min\left(f_{fd}; \left(\frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o\right) \cdot E_{fu}\right) = 0
\end{aligned} \tag{2.2.61}$$

Pokud bychom počítali průřez bez FRP při MSÚ, uplatnili bychom předpoklad, kdy se přetvoření v krajních vláknech betonu rovná meznímu přetvoření betonu, tedy  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 0,0035$  (potažmo  $-0,0035$  při zohlednění tlaku znaménkem mínus). Tento předpoklad však platí pouze v některých případech a je nutné ho ověřit. Zároveň v prvním kroku výpočtu výšky tlačené oblasti vždy uvažujeme rovnost  $\sigma_f = \varepsilon_f \cdot E_{fu}$ . Stejně jako v předchozím případě je nutné i tento předpoklad ověřit. Obě ověření přímo souvisí s typem porušení prvku. Více viz kapitola 2.2.7.

Vzhledem ke složitosti vyjádření  $x$  z rovnice (2.2.61), je v ručním výpočtu  $x$  vypočteno pomocí vědecké kalkulačky při zavedení několika předpokladů (více viz 3.2.6). Ve výpočetní aplikaci je využit iterativní postup pomocí tzv. metody půlení intervalů. Základní princip fungování této metody je vysvětlen v kapitole 2.2.2.1. Podrobný popis metody půlení intervalů je popsán v diplomové práci [12], v příloze A.

Po výpočtu výšky tlačené oblasti přejdeme k výpočtu přetvoření jednotlivých materiálů, viz kapitola 2.2.7 a následně k ověření předpokladů uvedených v podkapitole 2.2.7.2. Pokud nám předpoklady nevyhoví, dříve stanovená podmínka  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 0,0035$  neplatí a uvažujeme podmínku  $\varepsilon_f = \varepsilon_{fud}$ , více viz kapitola 2.2.7.3.

## 2.2.7 Poměrná přetvoření a napětí v materiálech (FIB)

V této kapitole si projdeme všechny varianty porušení v ohybu v MSÚ popsané v technickém reportu FIB [3]. Dále si ukážeme, jaké předpoklady musíme ověřit u jednotlivých postupů a poté z přetvoření materiálů (dle odpovídajícího typu porušení) vypočítáme napětí v materiálech.

### 2.2.7.1 Výpočet poměrných přetvoření za předpokladu betonu na mezi únosnosti

V tomto případě vycházíme ze dvou údajů. Prvním je charakter porušení uvedený v technickém reportu [3] v kapitole 4.4.1.1, který nám udává podmínku, že vzorce v této kapitole můžeme použít pouze pokud **dojde k porušení drčením betonu po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži**. Druhým předpokladem je přetvoření betonu



odpovídající meznímu přetvoření betonu, tedy  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 0,0035$ . Za těchto podmínek vypočítáme přetvoření materiálů, z již dříve uvedených vzorců (2.2.57) až (2.2.59).

Dále platí, že hodnota součinitele  $\psi$  je rovna 0,8 a hodnota součinitele  $\delta_G$  je rovna 0,4.

### 2.2.7.2 Ověření předpokladů pro tahové porušení

Nejprve ověříme, zda je tažená výztuž za mezí kluzu dle podmínky (2.2.62). Pokud tato podmínka nevyhovuje, celý návrh je neplatný a musíme začít znovu s jinými vstupními parametry.

$$\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.2.62)$$

Dále ověříme, zda přetvoření FRP výztuže nepřesáhlo hodnotu maximálního návrhového protažení této výztuže:

$$\varepsilon_f \leq \varepsilon_{fud} \quad (2.2.63)$$

Pokud podmínka (2.2.63) vyhovuje, pak jsou námi vypočtené přetvoření materiálů platné a můžeme přejít k výpočtu napětí v materiálech v kapitole 2.2.7.4. Pokud však podmínka (2.2.63) nevyhovuje, nesplňujeme jeden z předpokladů a musíme přejít k novému výpočtu přetvoření materiálů (potažmo novému výpočtu  $x$ ), viz kapitola 2.2.7.3.

### 2.2.7.3 Výška tlačené oblasti a poměrná přetvoření za předpokladu FRP výztuže na mezi únosnosti

V tomto případě nastává odlišný charakter porušení, než jaký jsme si popsali v kapitole 2.2.7.1 a neplatí tak předchozí podmínka ( $\varepsilon_c \neq 0,0035$ ). V tomto případě **dojde k porušení FRP výztuže po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži**. Musíme tedy provést nový výpočet výšky tlačené oblasti a výpočet poměrných přetvoření podle níže uvedených vzorců. Následující předpoklady a vzorce vychází z kapitoly 4.4.1.2 v technickém reportu [3].

Prvním předpokladem je přetvoření FRP výztuže rovné návrhové hodnotě mezního přetvoření FRP výztuže udávané výrobcem, platí tedy  $\varepsilon_f = \varepsilon_{fud}$ . Z toho vyplývá, že přetvoření betonu neznáme a musíme ho nejprve dopočítat z rovnice (2.2.64). Rovnice je odvozena z poměru trojúhelníků z Obr. 2.8

$$\varepsilon_c = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot x}{(h - x)} \quad (2.2.64)$$

Stejným způsobem odvodíme i přetvoření v jednotlivých výztužích:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (d - x)}{(h - x)} \quad (2.2.65)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (x - d_2)}{(h - x)} \quad (2.2.66)$$

Až v tomto bodě se můžeme pustit do sestavení nové rovnice pro výšku tlačené oblasti. Přičemž nesmíme zapomenout na úpravu sil v průřezu. Síly od výztuží zůstanou beze změny, síly v betonu a v FRP výztuži však vypočítáme dle následujících vzorců:

$$F_{CC} = 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot E_c \cdot \varepsilon_c \quad (2.2.67)$$

$$F_f = A_f \cdot E_{fu} \cdot \varepsilon_{fud} \quad (2.2.68)$$

Následně síly dosadíme do podmínky rovnováhy:

$$0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot E_c \cdot \varepsilon_c + A_{S1} \cdot \sigma_{S1} + A_{S2} \cdot \sigma_{S2} + A_f \cdot E_{fu} \cdot \varepsilon_{fud} = 0 \quad (2.2.69)$$

Po dosazení rovnic (2.2.54) a (2.2.55) pro napětí ve výztužích a rovnic (2.2.64) až (2.2.66) pro přetvoření materiálů vyjádřené pomocí mezního přetvoření FRP do rovnice (2.2.69) získáme finální podobu rovnice (2.2.70) pro výpočet  $x$ .

$$\begin{aligned} & 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot E_c \cdot \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot x}{x} + \\ & + A_{S1} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (d - x)}{(h - x)} \cdot E_S\right) + \\ & + A_{S2} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (x - d_2)}{(h - x)} \cdot E_S\right) + A_f \cdot E_{fu} \cdot \varepsilon_{fud} = 0 \end{aligned} \quad (2.2.70)$$

Dále platí, že hodnota součinitele  $\psi$  použitá při výpočtu síly v betonu nabývá následujících hodnot dle poměrného přetvoření v betonu:

$$\psi = 1\,000 \cdot \varepsilon_c \cdot \left(0,5 - \frac{1\,000}{12} \cdot \varepsilon_c\right) \quad \text{pro } \varepsilon_c \leq 0,002 \quad (2.2.71a)$$

$$\psi = 1 - \frac{2}{3\,000 \cdot \varepsilon_c} \quad \text{pro } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \quad (2.2.71b)$$

kde  $\varepsilon_c$  je maximální přetvoření tlačných vláken betonového průřezu

A hodnota součinitele  $\delta_G$  odpovídá následujícím vzorcům:

$$\delta_G = \frac{8 - 1\,000 \cdot \varepsilon_c}{4 \cdot (6 - 1\,000 \cdot \varepsilon_c)} \quad \text{pro } \varepsilon_c \leq 0,002 \quad (2.2.72a)$$

$$\delta_G = \frac{1\,000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3\,000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2\,000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3\,000 \cdot \varepsilon_c - 2)} \quad \text{pro } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \quad (2.2.72b)$$

kde  $\varepsilon_c$  je maximální přetvoření tlačných vláken betonového průřezu

#### 2.2.7.4 Výpočet napětí v materiálech

Na základě charakteru porušení a dle toho vypočtených přetvoření nyní můžeme určit napětí v jednotlivých materiálech na základě Hookova zákona z rovnice:

$$\sigma_i = \varepsilon_i \cdot E_i \quad (2.2.73)$$

#### 2.2.7.5 Ověření – tažená výztuž za mezí kluzu

Než přejdeme k výpočtu ohybové únosnosti, musíme ještě pro nově vypočtenou výšku tlačené oblasti ověřit, zda je tažená výztuž za mezí kluzu dle následující podmínky:

$$|\varepsilon_{s1}| \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.2.74)$$

Pokud jsme si při výpočtu výšky tlačené oblasti zavedli další předpoklady (např. tlačená výztuž za mezí kluzu), musíme ověřit i tyto podmínky (ověření stanovených podmínek při výpočtu viz kapitola 3.2.7.1).

#### 2.2.7.6 Ověření dostatečné rotační kapacity

Jelikož však únosnost chceme počítat plasticky, nestačí nám ověření podmínky (2.2.74), ale ověříme i přísnější podmínku, při které poměrná výška tlačené oblasti nepřesáhne 45 %:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (2.2.75)$$

Pokud nám obě podmínky vyhoví, můžeme přejít k výpočtu ohybové únosnosti průřezu. V opačném případě je nutné upravit návrh a opakovat všechny dosavadní kroky výpočtu.

### 2.2.8 Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (FIB)

Před výpočtem momentu únosnosti stanovíme síly působící v průřezu na základě rovnic (2.2.50) až (2.2.53), v případě charakteru porušení z kapitoly 2.2.7.3 i pomocí rovnic (2.2.67) a (2.2.68) a určíme ramena těchto sil dle následujících vztahů:

$$z_{CC} = \delta_G \cdot x - \frac{h}{2} \quad (2.2.76)$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 \quad (2.2.77)$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} \quad (2.2.78)$$

$$z_f = \frac{h}{2} \quad (2.2.79)$$

Následně můžeme určit moment únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží dle rovnice:

$$M_{Rd} = F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2} + F_f \cdot z_f \quad (2.2.80)$$

Tento moment posoudíme s ohybovým momentem působícím ve zkoumaném průřezu dle vzorce:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (2.2.81)$$

kde  $M_{Ed}$  je návrhový ohybový moment vyvolaný účinkem zatížení, vypočtený ze vzorce (2.2.11)

$M_{Rd}$  je moment únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží podle technického reportu FIB [3]

V tuto chvíli máme průřez posouzený na ohyb. Pro kompletní posouzení v MSÚ je však nutné posoudit prvek i na působení smykových sil a též posoudit, zda nedojde k odlepení FRP lamely od povrchu železobetonového průřezu. Tato část výpočtu vyžaduje zohlednění délky celého prvku, výpočet působících smykových sil a určení maximálního smykového napětí, které působí mezi železobetonovým průřezem a dodatečnou vrstvou FRP výztuže. Vzhledem k tomu, že v této práci posuzují pouze průřez, nikoliv celý prvek a nezabývám se vlivem posouvajících sil na průřez, nejsou zmíněné části výpočtu obsahem této práce ani obsahem vytvořené aplikace.

### 2.2.9 Výpočet mezních stavů použitelnosti (FIB)

V této kapitole přejdeme od výpočtů v MSÚ k výpočtům v MSP, konkrétně pak k meznímu stavu omezení napětí. Postupně si tedy vypočítáme napětí v jednotlivých materiálech.

Začneme maximálním napětím tlačené části betonu. Napětí v krajních vláknech průřezu vypočítáme dle obecného vzorce:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} \cdot z \quad (2.2.82)$$

Vzhledem k tomu, že nám v průřezu působí nulová normálová síla, lze vzorec upravit do následné podoby:

$$\sigma_{C,MSP} = \frac{M_S}{I_i} \cdot x_i \quad (2.2.83)$$

kde  $M_S$  je charakteristický ohybový moment vypočtený ze vzorce (2.2.13)

$I_i$  je moment setrvačnosti podle charakteristik průřezu, pro průřez bez trhlin použijeme  $I_1$ , pro průřez s trhlinami pak  $I_2$

$x_i$  je výška tlačené oblasti podle charakteristik průřezu, pro průřez bez trhlin dosadíme  $x_1$ , pro průřez s trhlinami dosadíme  $x_2$ .

Určíme si poměrné přetvoření v betonu při mezním stavu použitelnosti ze vzorce:

$$\varepsilon_{C,MSP} = \frac{-\sigma_{C,MSP}}{E_c} \quad (2.2.84)$$

Dále přejdeme k výpočtu napětí v jednotlivých výztužích. Nejprve vypočteme napětí v betonářské výztuži pomocí přetvoření z kapitoly 2.2.3:

$$\sigma_{S1,MSP} = \varepsilon_{S1,MSP} \cdot E_S \quad (2.2.85)$$

$$\sigma_{S2,MSP} = \varepsilon_{S2,MSP} \cdot E_S \quad (2.2.86)$$

kde  $E_S$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonářské oceli v MPa

$\varepsilon_{Si,MSP}$  jsou přetvoření v betonářských výztužích vypočtené dle příslušných charakteristik průřezu

$$\varepsilon_{S1,MSP} = \frac{-\varepsilon_{C,MSP} \cdot (d - x_i)}{x_i} \quad (2.2.87)$$

$$\varepsilon_{S2,MSP} = \frac{\varepsilon_{C,MSP} \cdot (x_i - d_2)}{x_i} \quad (2.2.88)$$

Stejným způsobem vypočítáme i napětí v FRP výztuži:

$$\sigma_{f,MSP} = \varepsilon_{f,MSP} \cdot E_f \quad (2.2.89)$$

kde  $E_f$  je modul pružnosti FRP výztuže v tahu v MPa

$\varepsilon_{f,MSP}$  je přetvoření FRP výztuže vypočtené dle příslušných charakteristik průřezu

$$\varepsilon_{f,MSP} = \frac{-\varepsilon_{c,MSP} \cdot (h - x_i)}{x_i} \quad (2.2.90)$$

V této kapitole jsme ve vzorcích pro výpočet napětí a přetvoření v materiálech v mezním stavu použitelnosti využili již vypočtených průřezových charakteristik z kapitoly 2.2.3. Tento postup však není zcela korektní. Tyto průřezové charakteristiky totiž nezahrnují vliv FRP výztuže. Správně bychom měli průřezové charakteristiky vypočítat znovu, při výpočtu výšky tlačené oblasti zohlednit poměr modulů pružnosti betonářské a FRP výztuže, započítat plochu FRP výztuže a při výpočtu momentu setrvačnosti započítat též Steinerův doplněk od FRP výztuže. Postup byl zjednodušen o tento krok, jelikož při malých plochách FRP výztuže je rozdíl ve výsledném napětí zanedbatelný.

V tuto chvíli známe maximální napětí působící v našem průřezu a můžeme přejít k posouzení.

### 2.2.10 Posouzení mezních stavů použitelnosti (FIB)

Napětí v materiálech posuzujeme vůči maximálním přípustným hodnotám v MSP. Překročení těchto hodnot je problém především z dlouhodobého hlediska, jelikož je materiál dlouhodobě na hraně použitelnosti. To má za následek mnoho negativních vlivů, které nám snižují životnost navrhované konstrukce.

Omezujeme tedy napětí v betonu, abychom zamezili vzniku nadměrných trhlin a velkého dotvarování, a to pomocí vztahu (2.2.91). Jedná se o doporučenou omezující podmínku při charakteristické kombinaci zatížení. Pro kvazi-stálou kombinaci zatížení omezujeme napětí hodnotou 45 % z charakteristické pevnosti betonu v tlaku.

$$|\sigma_{C,MSP}| \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (2.2.91)$$

Dále omezujeme napětí v betonářské výztuži (především v tažené), abychom zabránili vzniku velkého poměrného přetvoření výztuže, které má za následek nadměrné deformace.

$$|\sigma_{S1,MSP}| \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (2.2.92)$$

$$|\sigma_{S2,MSP}| \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (2.2.93)$$

Nesmíme zapomenout ani na omezení napětí v FRP výztuži. V tomto případě napětí omezujeme podle typu použitých vláken dle následujícího vzorce:

$$|\sigma_{f,MSP}| \leq \eta \cdot f_{fk} \quad (2.2.94)$$

kde  $\eta$  je součinitel limitního napětí v FRP uvedený v technickém reportu [3] v kapitole 4.6.2.

pro CFRP je  $\eta = 0,8$

pro AFRP je  $\eta = 0,5$

pro GFRP je  $\eta = 0,3$

Pokud nám všechny výše zmíněné podmínky vyhovují, konstrukce vyhovuje z hlediska mezního stavu omezení napětí.

Pro kompletní posudek MSP je nutné vypočítat též mezní stav omezení průhybu a mezní stav omezení trhlin. Tyto posouzení nejsou součástí této práce ani vytvořené aplikace.

## 2.3 Teoretický postup posouzení prvku podle ACI 440.2R

V této kapitole je chronologicky popsán postup posouzení prvku podle publikace ACI 440.2R-17 [1], doplněn o informace uvedené v publikacích [2], [15] a [16]. Jedná se o postup posouzení pro oboustranně vyztužený obdélníkový železobetonový průřez zesílený vnější FRP lamelou. Statické působení odpovídá prostému nosníku.

Obsahem této kapitoly jsou vzorce a jejich podrobný popis. Značení proměnných uvedené v této kapitole odpovídá značení, které je použito v publikaci ACI [1]. Vzhledem k odlišnostem v pojmenování proměnných je v příloze (Příloha B) uvedena přehledná tabulka, která obsahuje porovnání všech podstatných vzorců s technickým reportem FIB [3]. Dále jsou zde vysvětleny souvislosti mezi jednotlivými částmi výpočtu. Názorná ukázka výpočtu dle následujících vzorců je předmětem kapitoly 3.3 této práce.

### 2.3.1 Vstupní parametry do výpočtu a vlastnosti materiálů (ACI)

Tato podkapitola obsahuje vysvětlení některých vstupních parametrů, jejichž stanovení není předmětem podrobného výpočtu. Případně jsou zde zmíněny vstupy, u kterých by nemuselo být na první pohled patrné, jak je správně určit.

Dále jsou zde uvedeny postupy pro výpočet návrhových charakteristik jednotlivých materiálů.

#### 2.3.1.1 Charakteristiky betonu

Pro výpočet používáme parabolický pracovní diagram betonu. Všechny pevnostní a deformační charakteristiky betonu použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v publikacích [1], [2] a [16]. Konkrétně se jedná o tyto vztahy.

Návrhová (specifikovaná) pevnost betonu v tlaku v MPa:

$$f_c' = \frac{f_{ck}}{\gamma_M} \quad (2.3.1)$$

kde  $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku měřená na válci v MPa ve stáří 28 dní

$\gamma_M$  je součinitel materiálu rovný 1,0; tento součinitel v publikaci ACI [1] není uvedený, platí však rovnost  $f_c' = f_{ck}$ ; zde je součinitel doplněn pro lepší pochopení toho, jak je specifikovaná pevnost betonu určena (připodobnění k určení návrhové pevnosti podle eurokódu)



Modul pružnosti betonu v MPa pro betony běžných hmotností. Dle publikace [2], se jedná o betony hmotností přibližně od 1 400 do 2 600 kg/m<sup>3</sup> (uvedené hodnoty jsou převodem angloamerických jednotek na metrický systém). Vzhledem k tomu, že neuvažujeme lehké nebo těžké betony, je následující vzorec použit pro veškeré výpočty.

$$E_c = 4\,700 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.3.2)$$

kde  $f'_c$  je specifikovaná pevnost betonu v tlaku v MPa, viz vztah (2.3.1)

Pevnost betonu v tahu v MPa:

$$f_r = 0,62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.3.3)$$

kde  $f'_c$  je specifikovaná pevnost betonu v tlaku v MPa, viz vztah (2.3.1)

$\lambda$  je modifikační součinitel betonu dle hmotnosti betonu, uvedený v tabulce 19.2.4.2 v publikaci ACI [2], pro betony běžných hmotností platí  $\lambda = 1,0$

### 2.3.1.2 Charakteristiky betonářské výztuže

Všechny pevnostní a deformační charakteristiky betonářské výztuže použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v publikacích [1], [2] a [16]. Konkrétně se jedná o tyto vztahy.

Návrhová (specifikovaná) mez kluzu betonářské výztuže v MPa:

$$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma_M} \quad (2.3.4)$$

kde  $f_{yk}$  je charakteristická mez kluzu betonářské výztuže v MPa

$\gamma_M$  je součinitel materiálu rovný 1,0; tento součinitel v publikaci ACI [1] není uvedený, platí však rovnost  $f_y = f_{yk}$ ; zde je součinitel doplněn pro lepší pochopení toho, jak je specifikovaná mez kluzu betonářské výztuže určena (připodobnění k určení návrhové meze kluzu dle eurokódu)

Přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu:

$$\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_s} \quad (2.3.5)$$

kde  $f_y$  je specifikovaná mez kluzu betonářské výztuže v MPa, viz vztah (2.3.4)

$E_s$  je modul pružnosti betonářské oceli v MPa

### 2.3.1.3 Charakteristiky FRP výztuže

Všechny pevnostní a deformační charakteristiky FRP výztuže použité při výpočtu vychází z analytických vztahů uvedených v publikaci ACI [1]. Jedná se o následující vztahy:

Plocha FRP výztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f \quad (2.3.6)$$

kde  $n_f$  je počet vrstev FRP lamel

$b_f$  je šířka FRP lamely

$t_f$  je tloušťka jedné FRP lamely

Návrhová pevnost FRP výztuže v tahu v MPa:

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^* \quad (2.3.7)$$

kde  $f_{fu}^*$  je charakteristická tahová pevnost FRP výztuže

$C_E$  je redukční součinitel FRP výztuže závislý na typu použitých vláken a okolních podmínkách, ve kterých je zesílení použito, určí se z následující Tab. 2.2, uvedené též v publikaci [1] v kapitole 9.4.

Tab. 2.2: Redukční součinitel FRP výztuže, dle typu FRP a podmínek prostředí

Typ FRP výztuže	Interiér	Exteriér	Agresivní prostředí
CFRP	0,95	0,85	0,85
GFRP	0,75	0,65	0,50
AFRP	0,85	0,75	0,70

Návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže:

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^* \quad (2.3.8)$$

kde  $\varepsilon_{fu}^*$  je charakteristická hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže

$C_E$  je redukční součinitel FRP výztuže závislý na typu použitých vláken a okolních podmínkách, uvedený v Tab. 2.2

Modul pružnosti FRP výztuže v tahu v MPa. Pokud není uvedený přímo ve specifikaci FRP výztuže, lze ho snadno dopočítat na základě Hookova zákona z následujícího vzorce:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (2.3.9)$$

kde  $f_{fu}$  je návrhová pevnost FRP výztuže v tahu v MPa

$\varepsilon_{fu}$  je návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže

#### 2.3.1.4 Ohybové momenty

Návrhový ohybový moment  $M_u$  je určen pomocí součtu momentů od stálých a proměnných zatížení a je dán následujícím vztahem:

$$M_u = 1,2 \cdot M_{E,g,1} + 1,6 \cdot M_{E,q,1} \quad (2.3.10)$$

kde  $M_{E,g,1}$  je charakteristický moment od stálých zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

$M_{E,q,1}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

Limitní ohybový moment pro nezesílenou konstrukci  $M_{LIM}$  používáme v kapitole 2.3.3 pro zjištění, zda můžeme námi zkoumanou konstrukci vůbec zesilovat. Tedy, zda má průřez bez FRP výztuže alespoň určitou úroveň požadované únosnosti.

$$M_{LIM} = 1,1 \cdot M_{E,g,0} + 0,75 \cdot M_{E,q,0} \quad (2.3.11)$$

kde  $M_{E,g,0}$  je charakteristický moment od stálých zatížení před zesílením konstrukce

$M_{E,q,0}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení před zesílením konstrukce

Charakteristický ohybový moment  $M_{DL}$  je stanoven na základě součtu momentů od stálých zatížení, používá se při výpočtu počátečního přetvoření, tedy přetvoření při instalaci FRP výztuže (předpokládáme odstranění proměnných zatížení před instalací FRP výztuže). Moment je dán následujícím vztahem:

$$M_{DL} = M_{E,g,0} \quad (2.3.12)$$

kde  $M_{E,g,0}$  je charakteristický moment od stálých zatížení před zesílením konstrukce

Charakteristický ohybový moment  $M_a$  je využit pro zjištění stavu průřezu (průřez bez trhlin/průřez s plně rozvinutými trhlinami) před začátkem zesilování konstrukce. Vychází tedy ze součtu momentů od stávajícího zatížení:

$$M_a = M_{E,g,0} + M_{E,q,0} \quad (2.3.13)$$

kde  $M_{E,g,0}$  je charakteristický moment od stálých zatížení před zesílením konstrukce

$M_{E,q,0}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení před zesílením konstrukce

Charakteristický ohybový moment  $M_S$  je použit při výpočtech v mezním stavu použitelnosti. Skládá se ze součtu momentů od zatížení po přitížení konstrukce.

$$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1} \quad (2.3.14)$$

kde  $M_{E,g,1}$  je charakteristický moment od stálých zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

$M_{E,q,1}$  je charakteristický moment od proměnných zatížení po přitížení konstrukce (hodnota od budoucího zatížení po zesílení konstrukce)

### 2.3.1.5 Ostatní vstupní parametry

Vzdálenost výztuže od krajních vláken  $d_i$  je určena jako součet požadovaného krytí výztuže, šířky třmínků (pokud v konstrukci jsou) a poloviny výšky profilu hlavní nosné výztuže.

$$d_i = c_{NOM} + \phi_{TŘ} + \frac{\phi_{HNV}}{2} \quad (2.3.15)$$

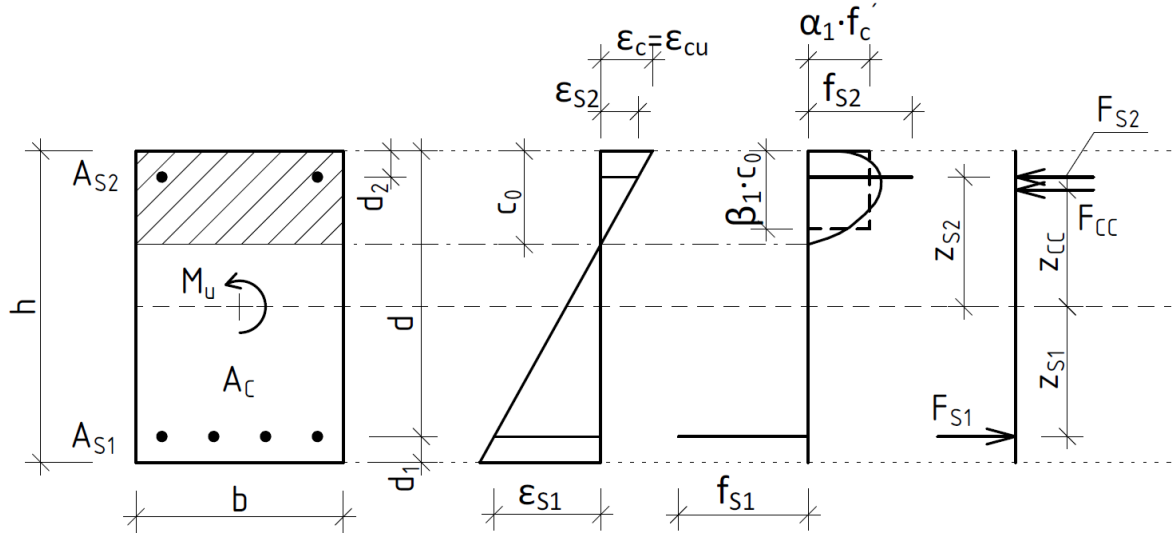
### 2.3.2 Ohybová únosnost bez FRP výztuže (ACI)

Obdobně jako v kapitole 2.2.2 si ještě před samotným výpočtem únosnosti s FRP výztuží, spočítáme ohybovou únosnost bez FRP výztuže. Vzhledem k tomu, že určení momentu únosnosti bez FRP výztuže není v publikaci ACI [1] uvedeno, aplikujeme zcela stejný postup, jaký je použit při výpočtu ohybové únosnosti s FRP, pouze bez působící síly od FRP výztuže (vyjdeme z geometrie přetvoření a rozložení napětí a sil po průřezu). Následující postup je tedy velmi podobný postupu z kapitoly 2.2.2, liší se především odlišnými symboly u jednotlivých proměnných. Z tohoto důvodu strukturu postupu z kapitoly 2.2.2 zachováme a na první pohled vidíme odlišnosti v použitých symbolech (popř. částech výpočtu).

Opět se jedná o výpočet ohybové únosnosti nezesíleného železobetonového prvku namáhaného pouze ohybovým momentem, nikoliv normálovou silou (tj.  $M_E \neq 0$  a  $N_E = 0$ ).

### 2.3.2.1 Výška tlačené oblasti

Prvním krokem je určení výšky tlačené oblasti  $c_0$ , toho docílíme vyjádřením  $c_0$  z rovnice (2.3.16) pro všechny síly působící v železobetonovém průřezu. V našem případě se jedná o sílu od tlačené části betonového průřezu, sílu od dolní tažené betonářské výztuže a pro oboustranně vyztužený průřez i sílu od horní tlačené výztuže. Působící síly spolu s jejich grafickým odvozením jsou vidět na Obr. 2.9.



Obr. 2.9: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle ACI (průřez bez FRP výztuže)

Z Obr. 2.9 tedy odvodíme hlavní silovou podmínku:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0 \quad (2.3.16)$$

Dále odvodíme následující rovnice pro jednotlivé síly.

$$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c_0 \cdot b \cdot (-f'_c) \quad (2.3.17)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1} \quad (2.3.18)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2} \quad (2.3.19)$$

kde  $\beta_1$  je součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu (obdobně jako součinitel  $\lambda$  v Eurokódu 2), hodnota je uvedena v publikaci [2] v tabulce 22.2.2.4.3 (vzorce jsou upraveny dle převodních vztahů v příloze B, publikace [2]) a závisí na specifické pevnosti betonu v tlaku  $f'_c$  následovně:

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{pro } f'_c \leq 28 \text{ MPa} \quad (2.3.20a)$$

$$\beta_1 = 0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c - 28)}{7} \quad \text{pro } 28 < f'_c < 56 \text{ MPa} \quad (2.3.20b)$$

$$\beta_1 = 0,65 \quad \text{pro } f_{ck} \geq 56 \text{ MPa} \quad (2.3.20c)$$

$\alpha_1$  je součinitel definující účinnou pevnost betonu (obdobně jako součinitel  $\eta$  v Eurokódu 2), v této části výpočtu platí  $\alpha_1 = 1,0$

$f_{S1}$  je napětí v dolní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$f_{S1} = \min(f_y; \varepsilon_{S1} \cdot E_S) \quad (2.3.21)$$

$f_{S2}$  je napětí v horní betonářské výztuži, které dostaneme z rovnice:

$$f_{S2} = \min(f_y; \varepsilon_{S2} \cdot E_S) \quad (2.3.22)$$

Poměrná přetvoření ve výztužích můžeme odvodit z poměrného přetvoření betonu za pomoci podobnosti trojúhelníků viz [Obr. 2.9](#).

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - c_0)}{c_0} \quad (2.3.23)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (c_0 - d_2)}{c_0} \quad (2.3.24)$$

Po dosazení vzorců (2.3.17) až (2.3.24) do rovnice (2.3.16) získáme finální vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti.

$$\begin{aligned} & \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c_0 \cdot b \cdot (-f'_c) + A_{S1} \cdot \min\left(f_y; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - c_0)}{c_0} \cdot E_S\right) + \\ & + A_{S2} \cdot \min\left(f_y; \frac{\varepsilon_c \cdot (c_0 - d_2)}{c_0} \cdot E_S\right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.25)$$

Ručním výpočtem (např. pomocí vědecké kalkulačky) zjistíme  $c_0$  pomocí zavedení předpokladu, při kterém uvažujeme obě výztuže za mezí kluzu, tedy  $f_{S1} = f_{S2} = f_y$ . Tento předpoklad však musíme následně ověřit (viz kapitola [2.3.2.3](#)). Pokud oba předpoklady vyhovují, vypočtené  $c_0$  je platné. Pokud ne, uvažujeme pro výztuž, která není za mezí kluzu hodnotu napětí dle vzorce  $f_{S,i} = \varepsilon_{S,i} \cdot E_S$ .

V případě výpočetní aplikace je výhodnější zvolit jiný postup. Nabízí se nám dvě varianty řešení. První variantou je přesné analytické odvození  $c_0$  z rovnice (2.3.25), což je z hlediska použití funkce minimum téměř nemožné. Druhou variantou je iterační metoda, v tomto případě tzv. metoda půlení intervalů. Základní princip fungování této metody je vysvětlen v kapitole [2.2.2.1](#). Podrobný popis metody půlení intervalů je popsán v diplomové práci [\[12\]](#), v příloze A.

### 2.3.2.2 Výpočet přetvoření a napětí v materiálech

Přetvoření v betonářské výztuži vypočteme z již uvedených rovnic (2.3.23) a (2.3.24). Napětí vypočteme na základě Hookova zákona z rovnice:

$$f_{s,i} = \varepsilon_{s,i} \cdot E_s \quad (2.3.26)$$

### 2.3.2.3 Ověření - tažená výztuž za mezí kluzu

Toto ověření v ACI obecně nepotřebujeme (pouze v případě ručního výpočtu, kdy je nutné ověřit předpoklad výztuže za mezí kluzu  $|\varepsilon_{s,i}| \geq \varepsilon_{ty}$ ). Namísto toho výsledný moment redukovujeme pomocí součinitele  $\Phi$ , který určíme základě charakteru porušení konstrukce. Více viz kapitola 2.3.3.1.

### 2.3.2.4 Ohybová únosnost nezesíleného průřezu

Před výpočtem momentu únosnosti potřebujeme stanovit síly působící v průřezu na základě rovnic (2.3.17) až (2.3.19) a určit ramena těchto sil dle rovnic:

$$z_{CC} = \frac{\beta_1 \cdot c_0}{2} - \frac{h}{2} \quad (2.3.27)$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 \quad (2.3.28)$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} \quad (2.3.29)$$

kde  $h$  je výška průřezu

$\beta_1$  je součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu vypočtený ze vzorce (2.3.20)

Následně můžeme určit moment únosnosti dle rovnice:

$$\Phi \cdot M_{n,0} = \Phi \cdot (F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2}) \quad (2.3.30)$$

kde  $\Phi$  je redukční součinitel zohledňující charakter porušení (viz kapitola 2.3.3.1)

## 2.3.3 Posouzení, zda lze konstrukci zesilovat (ACI)

V této kapitole se dostáváme k první odlišnosti od postupu popsáném v technickém reportu FIB. Kapitola 9.2 v ACI [1] nám udává, že předtím, než se vůbec můžeme pustit do zesilování průřezu, musíme zjistit, zda je průřez vůbec možné zesilovat. Toho docílíme pomocí porovnání kombinace momentů od stávajících zatížení s momentem

únosnosti nezesílené konstrukce. Posouzení, zda lze konstrukci zesilovat či nikoliv provedeme dle následující podmínky:

$$M_{LIM} \leq \Phi \cdot M_{n,0} \quad (2.3.31)$$

kde  $M_{LIM}$  je limitní ohybový moment pro nezesílenou konstrukci vypočítaný ze vzorce (2.3.11)

$M_{n,0}$  je moment únosnosti nezesílené konstrukce vypočítaný v předchozí kapitole

$\Phi$  je redukční součinitel zohledňující charakter porušení, který závisí na přetvoření tažené betonářské výztuže a jeho hodnotu dostaneme dle vzorců v podkapitole 2.3.3.1

### 2.3.3.1 Redukční součinitel zohledňující charakter porušení konstrukce

Pomocí součinitele  $\Phi$  redukujeme výslednou ohybovou únosnost průřezu, a to na základě charakteru porušení konstrukce. Součinitel tak částečně supluje ověření, zda je tažená výztuž za mezí kluzu (jak je tomu v Eurokódu 2 [6] nebo v technickém reportu FIB [3]). Můžeme si to představit tak, že čím blíže jsme tlakovému porušení konstrukce (tedy náhlému porušení konstrukce, které není v Eurokódu vůbec povoleno), tím více redukujeme únosnost zkoumaného průřezu. Jak moc redukujeme únosnost, určíme za základě přetvoření tažené výztuže dle následujících vzorců:

$$\Phi = 0,65 \quad \text{pro } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty} \quad (2.3.32a)$$

$$\Phi = 0,65 + 0,25 \cdot \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{ty}}{(0,005 - \varepsilon_{ty})} \quad \text{pro } \varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0,005 \quad (2.3.32b)$$

$$\Phi = 0,90 \quad \text{pro } \varepsilon_t \geq 0,005 \quad (2.3.32c)$$

kde  $\varepsilon_t$  je přetvoření tažené výztuže, též označované jako  $\varepsilon_{S1}$

$\varepsilon_{ty}$  je přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu

Pro čistě tahové porušení tedy redukujeme únosnost o 10 %, oproti tomu při tlakovém porušení únosnost redukujeme o 35 %.

### 2.3.4 Průřezové charakteristiky (ACI)

Stejně jako v kapitole 2.2.3 potřebujeme před výpočtem únosnosti průřezu zesíleného FRP ještě určit charakteristiky železobetonového průřezu pro výpočet počáteční deformace (deformace konstrukce při instalaci FRP výztuže). Též potřebujeme znát



stav, ve kterém se řešený železobetonový průřez nachází a jaké průřezového charakteristiky můžeme použít. Chceme zjistit, zda je náš průřez bez trhlin nebo trhliny již vznikají. K tomu využijeme postup, ve kterém porovnáme ohybový moment od počátečního zatížení s momentem na mezi vzniku trhliny. Pokud je účinek zatížení větší než moment na mezi vzniku trhliny, trhliny vznikají (nacházíme se ve výpočtovém stavu s plně rozvinutými trhlinami). V opačném případě uvažujeme průřez bez trhlin a použijeme tak příslušné charakteristiky průřezu. Určování výpočtového stavu si podrobněji popíšeme v kapitole 2.3.5.

V publikaci ACI [1] nejsou vzorce pro výpočet průřezových charakteristik uvedeny, jsou zde uvedeny pouze výsledné hodnoty u několika řešených příkladů. Tyto výsledné hodnoty však odpovídají vzorcům použitým v kapitole 2.2.3 a též odpovídají vzorcům použitým v technickém reportu FIB [3]. Z tohoto důvodu je postup v této kapitole téměř identický s postupem z kapitoly 2.2.3. Odlišnosti jsou především v pojmenování jednotlivých proměnných.

Vzhledem k opakujícímu se postupu, jsou některé části výpočtu zestručněné. Pro plné pochopení této problematiky doporučuji nastudovat kapitoly 2.3.3 a 2.3.4 v mé bakalářské práci [14].

#### 2.3.4.1 Charakteristiky průřezu bez trhlin

Nejprve si ze vztahu (2.3.33) určíme poměr modulů pružnosti, též známý jako pracovní součinitel. Pomocí pracovního součinitele převedeme heterogenní železobetonový průřez na ekvivalentní hmotu betonu.

$$\alpha_e = E_s/E_c \quad (2.3.33)$$

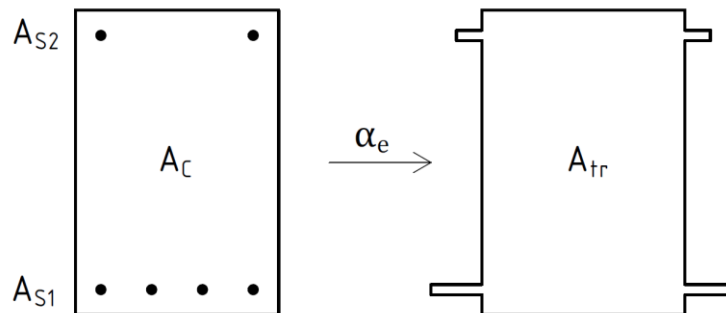
kde  $E_s$  je modul pružnosti betonářské oceli

$E_c$  je modul pružnosti betonu

Dle kapitoly 2 (definice proměnných – význam proměnné  $I_{tr}$ ) v ACI [1], jsou všechny charakteristiky průřezu bez trhlin značeny malým indexem „tr“ (někdy též s indexem „g“).

Následující vzorce obsahují vždy obě výztuže, tj. dolní taženou i horní tlačnou výztuž. V případě jednostranně vyztuženého průřezu, který je vyztužený pouze dolní taženou výztuží jsou hodnoty  $A_{s2}$  a  $d_2$  nulové.

Začneme výpočtem plochy ideálního průřezu ze vzorce (2.3.34), při výpočtu ekvivalentní plochy betonu využijeme pracovní součinitel vypočítaný v předchozím kroku. Názorně je tento postup vidět na Obr. 2.10.



Obr. 2.10: Grafické vyjádření poměru modulů pružnosti podle ACI

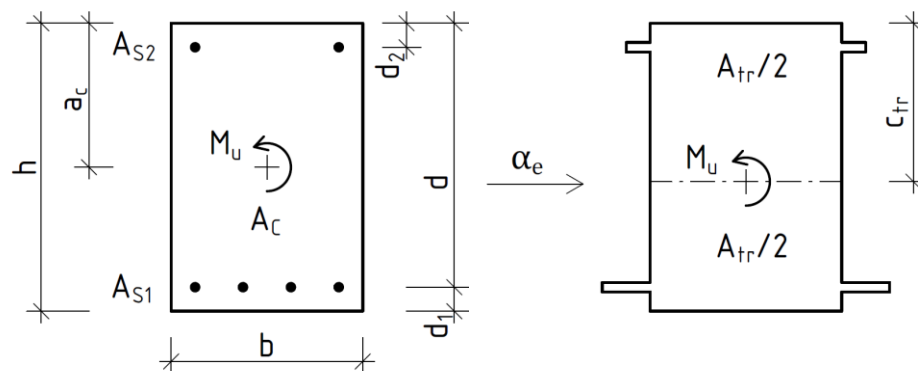
$$A_{tr} = A_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} + A_{S2}) \quad (2.3.34)$$

kde  $A_c$  je plocha betonového průřezu

$A_{S1}$  je navržená plocha dolní tažené výztuže

$A_{S2}$  je navržená plocha horní tlačené výztuže

Ve stavu průřezu bez trhlin uvažujeme dokonalé spolupůsobení betonu a výztuže. Výšku tlačené oblasti ideálního průřezu  $c_{tr}$ , tak určíme jako vzdálenost těžiště ideálního průřezu od horních vláken průřezu (viz Obr. 2.11). V případě rovnosti ploch tažené a tlačené výztuže ( $A_{S1} = A_{S2}$ ) a zároveň stejné vzdálenosti výztuží od krajních vláken ( $d_1 = d_2$ ), platí, že se těžiště ideálního průřezu nachází v polovině průřezu ( $c_{tr} = a_c$ ). Obecně však pro výpočet postupujeme dle vzorce (2.3.35).



Obr. 2.11: Grafické určení těžiště ideálního průřezu podle ACI (průřez bez trhlin)

$$c_{tr} = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_{tr}} \quad (2.3.35)$$

kde  $A_c$  je plocha betonového průřezu

$a_c$  je vzdálenost těžiště betonového průřezu od krajních vláken (pro obdélník je vzdálenost rovna polovině výšky průřezu)

$\alpha_e$  je pracovní součinitel

$A_{S1}$  a  $A_{S2}$  jsou navržené plochy výztuží

$A_{tr}$  je plocha ideálního průřezu z předešlého kroku výpočtu

$d$  a  $d_2$  jsou vzdálenosti příslušných výztuží od horních vláken

$$d = h - d_1$$

kde  $h$  je výška průřezu

$d_1$  je vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken

Za pomoci vzdálenosti těžiště ideálního průřezu  $c_{tr}$  vypočítáme moment setrvačnosti ideálního průřezu ze vztahu:

$$I_{tr} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + A_C \cdot (c_{tr} - a_c)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - c_{tr})^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - c_{tr})^2] \quad (2.3.36)$$

kde  $b$  je šířka průřezu

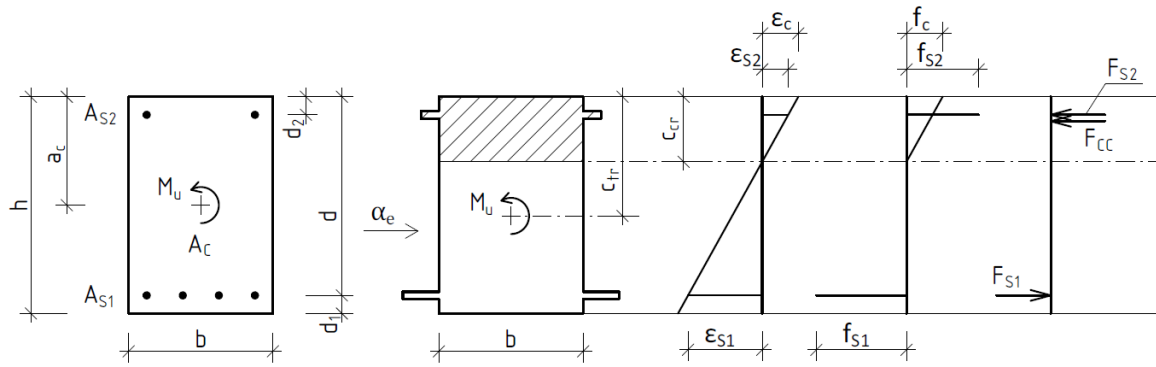
$c_{tr}$  je námi vypočtená výška tlačené oblasti (průřez bez trhlin)

Vzorec (2.3.36) je složen ze dvou částí, první část vyjadřuje moment setrvačnosti základního obdélníkového průřezu. Druhou pak tvoří Steinerovy doplňky pro betonový průřez a obě betonářské výztuže.

#### 2.3.4.2 Charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami

V této podkapitole počítáme charakteristiky pro průřez s plně rozvinutými trhlinami. Dle kapitoly 2 (definice proměnných – význam proměnné  $I_{cr}$ ) v ACI [1], jsou všechny tyto charakteristiky průřezu označeny malým indexem „cr“.

Nejprve vypočítáme výšku tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami,  $c_{cr}$ . Uvažujeme průřez namáhaný pouze ohybovým momentem, nikoliv normálovou silou (tj.  $M_E \neq 0$  a  $N_E = 0$ ).



Obr. 2.12: Grafické znázornění působících sil podle ACI (průřez s plně rozvinutými trhlinami)

Z Obr. 2.12 je možné odvodit výslednice napětí pro jednotlivé části průřezu.

$$F_{CC} = b \cdot c_{cr} \cdot \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.3.37)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \varepsilon_{S1} \cdot E_S \quad (2.3.37b)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \varepsilon_{S2} \cdot E_S \quad (2.3.37c)$$

Za pomoci podobnosti trojúhelníků dále odvodíme poměrná přetvoření ve výztužích pomocí poměrného přetvoření betonu, viz Obr. 2.12.

$$\varepsilon_{S1} = \frac{\varepsilon_c \cdot (d - c_{cr})}{c_{cr}} \quad (2.3.38)$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (c_{cr} - d_2)}{c_{cr}} \quad (2.3.38b)$$

Jelikož v průřezu nepůsobí normálová síla, můžeme výslednici sil položit rovnou nule.

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0 \quad (2.3.39)$$

Po dosazení vzorců (2.3.37) a (2.3.38) do vzorce (2.3.39) získáme finální vztah pro výšku tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami při zatížení ohybovým momentem a nulovou normálovou silou. Kompletní matematické odvození není v této práci uvedeno. Úplné odvození od dosazení po finální rovnici je krok po kroku uvedeno v bakalářské práci [13] v příloze I.B.

$$c_{cr} = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_{S1} + A_{S2}) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b}{\alpha_e} \cdot \frac{(A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{(A_{S1} + A_{S2})^2}} \right] \quad (2.3.40)$$

kde  $\alpha_e$  je pracovní součinitel

$b$  je šířka průřezu

$A_{S1}$  a  $A_{S2}$  jsou navržené plochy výztuží

$d$  a  $d_2$  jsou vzdálenosti příslušných výztuží od horních vláken

Dále přejdeme k výpočtu momentu setrvačnosti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami.

Ten se určí ze stejného vzorce jako u průřezu bez trhlin, avšak s předpokladem, že uvažujeme pouze tlačенou část betonového průřezu (v tomto případě  $b \cdot c_{cr}$ ). Tedy část, která zcela jistě není potrhaná, a to z důvodu, že část průřezu s trhlinami neplní svoji funkci (odpor tělesa vůči nepříznivým vlivům). V tomto případě dostaneme vztah:

$$I_{cr} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot c_{cr}^3 + A_{C2} \cdot \left(c_{cr} - \frac{c_{cr}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - c_{cr})^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - c_{cr})^2] \quad (2.3.41a)$$

Tento vztah můžeme dále zjednodušit a upravit až na finální následnou finální podobu:

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot c_{cr}^3 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - c_{cr})^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - c_{cr})^2] \quad (2.3.41b)$$

### 2.3.5 Posouzení vzniku trhlin (ACI)

Pro určení výpočtového stavu musíme nejprve vypočítat moment na mezi vzniku trhlin ze vzorce (2.3.42), který je uvedený též v ACI [16], pod číslem 24.2.3.5.

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_{tr}}{y_t} \quad (2.3.42)$$

kde  $f_r$  je pevnost betonu v tahu v MPa, vypočtená ze vzorce (2.3.3)

$I_{tr}$  je moment setrvačnosti průřezu bez trhlin

$y_t$  je vzdálenost ke krajním vláknům průřezu neboli max. rameno vnitřních sil pro průřez bez trhlin, vzdálenost lze vyjádřit jako  $h - c_{tr}$

kde  $h$  je výška průřezu

$c_{tr}$  je výška tlačенé oblasti pro průřez bez trhlin

Následným porovnáním momentu na mezi vzniku trhlin  $M_{cr}$  dle rovnic (2.3.43) zjistíme výpočtový stav. Pokud splňujeme podmínku (2.3.43a), pak se nacházíme v oblasti před vznikem trhlin a používáme průřezové charakteristiky pro průřez bez trhlin.

$$M_a \leq \frac{2}{3} \cdot M_{cr} \quad (2.3.43a)$$

kde  $M_a$  je charakteristický ohybový moment vypočtený ze vzorce (2.3.13)

V opačném případě se řídíme podmínkou (2.3.43b), trhliny již vznikají a pro výpočet použijeme charakteristiky průřezu s trhlinou.

$$M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr} \quad (2.3.43b)$$

V tuto chvíli máme připravené všechny průřezové charakteristiky a též víme, jaké z charakteristik použít. Můžeme tak začít s hlavním výpočtem průřezu zesíleného FRP výztuží.

### 2.3.6 Počáteční přetvoření – při instalaci FRP výztuže (ACI)

Nejprve vypočítáme odhad poměrné výšky tlačené oblasti z následujícího vzorce ( $k$  má v ACI při výpočtech MSP obdobný význam jako  $\xi$  v Eurokódu 2 a FIBu):

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c}\right)^2 + 2 \cdot \left[\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c} \cdot \left(\frac{d_f}{d}\right)\right]} - \left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c}\right) \quad (2.3.44)$$

kde  $\rho_s$  je stupeň vyztužení průřezu betonářskou výztuží

$$\rho_s = \frac{A_{S1} + A_{S2}}{b \cdot d} \quad (2.3.45)$$

kde  $A_{S,i}$  jsou plochy betonářských výztuží

$b$  je šířka průřezu

$d$  je účinná výška (tažené betonářské výztuže)

$\rho_f$  je stupeň vyztužení FRP výztuží

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} \quad (2.3.46)$$

kde  $A_f$  je plocha FRP výztuže

$E_s$  je modul pružnosti betonářské oceli

$E_f$  je modul pružnosti FRP výztuže

$E_c$  je modul pružnosti betonu, vypočítaný ze vzorce (2.3.2)

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže, jelikož při výpočtu zanedbáváme tloušťku FRP, platí rovnost  $d_f = h$ , přičemž  $h$  je výška průřezu

Dále přejdeme k samotnému výpočtu počátečního přetvoření průřezu při instalaci FRP výztuže. Tedy i počátečního přetvoření naší FRP výztuže.

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL} \cdot (d_f - k \cdot d)}{I_j \cdot E_c} \quad (2.3.47)$$

kde  $M_{DL}$  je charakteristický ohybový moment vypočtený ze vzorce (2.3.12)

$I_j$  je moment setrvačnosti průřezu bez trhlin ( $I_{tr}$ ), popř. s trhlinou ( $I_{cr}$ ), podle výpočtového stavu, ve kterém se nacházíme

$d$  je účinná výška (tažené betonářské výztuže)

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže (rovna výšce průřezu  $h$ )

$k$  je poměrná výška tlačené oblasti

$E_c$  je modul pružnosti betonu, vypočítaný ze vzorce (2.3.2)

### 2.3.7 Způsob porušení konstrukce (ACI)

Zde se dostáváme k další odlišnosti mezi momentálně řešeným postupem podle ACI [1] a postupem FIB [3], popsáním v kapitole 2.2. Ve FIBu nejprve uvažujeme stav, při kterém dojde k porušení drcením betonu po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži a až po výpočtu výšky tlačené oblasti pro tuto alternativu, ověříme, zda k tomuto způsobu porušení dochází. Zde postupujeme obdobně, avšak ještě před samotným výpočtem výšky tlačené oblasti určíme, o jaký typ porušení se pravděpodobně jedná. Respektive jaké možnosti porušení lze vyloučit.

Než si ukážeme vzorec pro výpočet, připomeňme si další odlišnost mezi ACI a FIBem. Stejně jako v Eurokódu 2 [6], tak i ve FIBu není tlakové porušení (drcení betonu při kterém betonářská výztuž není za mezí kluzu) přípustným stavem při návrhu a posouzení konstrukce. V ACI však tento stav nastat může a nemusí to pro nás nutně znamenat změnu vstupních hodnot a přepočtení celého dosavadního výpočtu. Při tlakovém porušení pouze snížíme hodnotu vypočteného momentu únosnosti pomocí redukčního součinitele  $\Phi$  (více viz kapitola 2.3.3.1). Musíme tak brát v potaz další možný výpočtový stav.

Podle kapitoly 10.1.1 v ACI [1] mohou nastat následující způsoby porušení konstrukce:

- a) Porušení drcením betonu před dosažením meze kluzu betonářské výztuže.
- b) Porušení FRP výztuže po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži.
- c) Porušení drcením betonu po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži.
- d) Smykové porušení betonu (porušení krycí vrstvy betonu).
- e) Porušení soudržnosti mezi FRP výztuží a železobetonovým průřezem (odlepení/odtržení FRP od povrchu betonu).

Podle toho, jaký způsob porušení konstrukce nastane, zvolíme postup výpočtu. Ten se odlišuje primárně tím, u jakého materiálu nastane rovnost mezi přetvořením a mezním

přetvořením. Dalším rozdílem je již dříve zmíněný redukční součinitel  $\Phi$ . Jednotlivé způsoby porušení si blíže přiblížíme v kapitole 2.3.7.1.

### 2.3.7.1 Poměrná přetvoření a napětí při různých způsobech porušení

Obecné vzorce pro výpočet přetvoření a napětí v jednotlivých materiálech jsou uvedeny v následující kapitole (2.3.8). V této podkapitole jsou tak uvedeny pouze podmínky, které platí při určitých typech porušení konstrukce. V každém z následujících odstavců je vždy uveden jeden ze způsobů porušení (vyjma smykových porušení a porušení soudržnosti mezi lamelou a povrchem železobetonového průřezu, tyto porušení nejsou součástí této práce ani součástí vytvořené aplikace).

#### a) Porušení drčením betonu před dosažením meze kluzu betonářské výztuže

Při tomto způsobu porušení platí předpoklad, při kterém beton dosáhne svého limitního přetvoření, platí tedy následující rovnost:

$$\varepsilon_{cu} = 0,003 \quad (2.3.48)$$

Neplatí však podmínka, kdy je tažená výztuž za mezí kluzu. Hodnotu napětí ve výztuži tak vypočteme na základě Hookova zákona z rovnice:

$$f_{s1} = E_S \cdot \varepsilon_{s1} \quad (2.3.49)$$

Pro tento způsob porušení je hodnota redukčního součinitele  $\Phi$  vždy rovna 0,65. Více informací o redukčním součiniteli  $\Phi$  viz kapitola 2.3.3.1.

#### b) Porušení FRP výztuže po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži

V tomto případě, uvažujeme jednak napětí v tažené betonářské výztuži za mezí kluzu, dané následující rovností:

$$f_{s1} = f_y \quad (2.3.50)$$

Tak i poměrné přetvoření FRP výztuže, dané maximální přípustnou hodnotou, dle rovnosti:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fd} \quad (2.3.51)$$



### c) Porušení drčením betonu po dosažení meze kluzu v betonářské výztuži

Jak vyplývá z názvu kapitoly, porušení nastává, pokud je tažená výztuž za mezi kluzu, v našem případě tedy platí následující rovnost:

$$f_{s1} = f_y \quad (2.3.52)$$

A současně beton dosáhne svého mezního přetvoření, které zohledníme podmínkou:

$$\varepsilon_{cu} = 0,003 \quad (2.3.53)$$

Redukční součinitel únosnosti průřezu  $\Phi$  se pak bude pohybovat v hodnotách  $(0,65;0,90>$ , podle přetvoření tažené výztuže. Více informací o redukčním součiniteli  $\Phi$  viz kapitola 2.3.3.1.

#### 2.3.7.2 Limitní přetvoření FRP lamely

První z hodnot, která nám udává, o jaký typ porušení konstrukce se jedná, je limitní přetvoření FRP lamely, které se vypočítá pomocí následujících vztahů.

Nejprve je nutné určit limitní hodnotu z hlediska porušení soudržnosti mezi FRP lamelou a betonovým průřezem:

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{n_f \cdot E_f \cdot t_f}} \quad (2.3.54)$$

kde  $f'_c$  je specifikovaná pevnost betonu v tlaku v MPa, viz vztah (2.3.1)

$n_f$  je počet vrstev FRP výztuže

$E_f$  je modul pružnosti FRP výztuže

$t_f$  je tloušťka jedné vrstvy FRP výztuže

Výslednou hodnotu z předchozího výpočtu porovnáme s mezní deformací FRP výztuže dle následující podmínky:

$$\varepsilon_{fd} \leq 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \quad (2.3.55)$$

kde  $\varepsilon_{fd}$  je limitní přetvoření FRP výztuže při kterém dojde buď k porušení soudržnosti mezi FRP a povrchem železobetonové konstrukce, tzn. odlepení či odtržení lamely (vypočítáno v předchozím kroku) nebo se jedná o limitní přetvoření dané přetržením FRP výztuže (viz dále)

$\varepsilon_{fu}$  je návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže ze vzorce (2.3.8)

Pokud nám podmínka vyhoví, porušení FRP je řízeno odlepením FRP výztuže a pro  $\varepsilon_{fd}$  bereme hodnotu ze vzorce (2.3.54). V opačném případě je porušení FRP řízeno přetržením FRP výztuže a hodnota  $\varepsilon_{fd}$  se rovná  $0,9 \cdot \varepsilon_{fu}$ .

Výše zmíněné vysvětlení je možné stručněji popsat vzorcem (2.3.56), který je dále použit ve výpočtu. Pro lepší pochopení problematiky, je však ponechán i delší a názornější postup.

$$\varepsilon_{fd} = \min \left( 0,41 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{n_f \cdot E_f \cdot t_f}}; 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \right) \quad (2.3.56)$$

kde první člen funkce minimum určuje porušení soudržnosti mezi FRP lamelou a povrchem železobetonové konstrukce (oddělení / odlepení / odtržení FRP od průřezu)

druhý člen funkce minimum určuje porušení přetržením FRP výztuže

### 2.3.8 Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (ACI)

Tento postup vychází z publikace ACI [1]. Některé vzorce doplníme tak, abychom je mohli použít pro výpočet oboustranně vyztuženého průřezu.

Postup, který je uveden v ACI, v kapitole 16.3 (stejný typ příkladu, jakým se zabýváme), je založen na principu odhadu výšky tlačené oblasti.

V uvedeném postupu nejprve odhadneme výšku tlačené oblasti  $c_{odhad}$ , poté vypočítáme všechny potřebná poměrná přetvoření, napětí, síly a součinitele a na konci pomocí vypočítaných hodnot opět spočítáme výšku tlačené oblasti  $c_{skutečná}$ . Pokud se výška tlačené oblasti neshoduje s předpokladem, upravíme výšku tlačené oblasti a výpočet opakujeme. Tento postup je při ručním výpočtu časově neefektivní, při použití výpočetní aplikace je naopak velmi výhodný, jelikož se jedná o iteraci jejíž cílem je rovnost hodnot  $c_{odhad}$  a  $c_{skutečná}$ . Při této rovnosti platí, že finální výška tlačené oblasti má hodnotu  $c$ . Vzhledem k tomu, že níže uvedené vzorce platí vždy, tedy i v poslední iteraci, kde tato rovnost nastává, je označení  $c$  pro výšku tlačené oblasti uvedeno ve všech následujících rovnicích.

Stejně jako v případě výpočtu ohybové únosnosti nezesíleného železobetonového prvku, se jedná o prvek namáhaný pouze ohybovým momentem, nikoliv normálovou silou (tj.  $M_E \neq 0$  a  $N_E = 0$ ).

### 2.3.8.1 Odhad výšky tlačené oblasti

Pro co nejlepší přehlednost a pochopitelnost je následující postup rozdělen do podkapitol dle kroků řešeného příkladu uvedeného v kapitole 16.3 v publikace ACI [1]. Tato podkapitola popisuje krok 5.

Začneme hrubým odhadem výšky tlačené oblasti dle následujícího vzorce:

$$c_{odhad} = 0,2 \cdot d \quad (2.3.57)$$

kde  $d$  je účinná výška (tažené betonářské výztuže)

V dalších krocích je  $c_{odhad} = c$ , důvod je uveden v kapitole 2.3.8.

### 2.3.8.2 Poměrné přetvoření FRP výztuže a poměrné přetvoření betonu

Tato podkapitola popisuje krok 6, kapitoly 16.3 v publikaci ACI [1].

Přetvoření FRP výztuže při dosažení MSÚ vypočteme ze vzorce (2.3.58). První člen funkce minimum nám vyjadřuje přetvoření, pokud by došlo k drcení betonu, druhý člen pak vyjadřuje limitní přetvoření samotné FRP výztuže. Výsledná hodnota  $\varepsilon_{fe}$  nám tak udává skutečné přetvoření FRP výztuže, které zohledňuje různé způsoby porušení.

$$\varepsilon_{fe} = \min \left[ \varepsilon_{cu} \cdot \left( \frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} ; \varepsilon_{fd} \right] \quad (2.3.58)$$

kde  $\varepsilon_{cu}$  je mezní přetvoření betonu, pro které platí  $\varepsilon_{cu} = 0,003$

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže (rovna výšce průřezu  $h$ )

$c$  je výška tlačené oblasti

$\varepsilon_{bi}$  je počáteční přetvoření průřezu při instalaci FRP ze vzorce (2.3.47)

$\varepsilon_{fd}$  je limitní přetvoření FRP výztuže, viz vzorec (2.3.56)

Následně pomocí něj můžeme vypočítat přetvoření v krajních vláknech tlačeného betonu:

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{c}{d_f - c} \right) \quad (2.3.59)$$

kde  $\varepsilon_{fe}$  je poměrné přetvoření FRP výztuže vypočítané v předchozím kroku

$\varepsilon_{bi}$  je počáteční přetvoření průřezu při instalaci FRP ze vzorce (2.3.47)

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže (rovna výšce průřezu  $h$ )

$c$  je výška tlačené oblasti

### 2.3.8.3 Poměrné přetvoření betonářské výztuže

Tato podkapitola popisuje krok 7, kapitoly 16.3 v publikaci ACI [1]. Je však doplněna o vzorec pro výpočet přetvoření horní tlačené výztuže.

Přetvoření dolní tažené výztuže tedy vypočteme na základě uvedeného vztahu:

$$\varepsilon_{S1} = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (2.3.60)$$

kde  $\varepsilon_{fe}$  je přetvoření FRP výztuže vypočítané v předchozím kroku

$\varepsilon_{bi}$  je počáteční přetvoření průřezu při instalaci FRP ze vzorce (2.3.47)

$d$  je účinná výška (tažené betonářské výztuže)

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže (rovna výšce průřezu  $h$ )

$c$  je výška tlačené oblasti

Na základě geometrie odvodíme obdobný vztah pro horní tlačnou výztuž:

$$\varepsilon_{S2} = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{c - d_2}{d_f - c} \right) \quad (2.3.61)$$

### 2.3.8.4 Napětí v materiálech

Tato podkapitola popisuje krok 8, kapitoly 16.3 v publikaci ACI [1]. Je však doplněna o vzorec pro výpočet napětí horní tlačené výztuže.

Napětí v dolní tažené výztuži vypočteme na základě vztahu:

$$f_{S1} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S1}; f_y) \quad (2.3.62)$$

kde  $E_S$  je modul pružnosti betonářské oceli

$\varepsilon_{S1}$  je přetvoření dolní tažené výztuže

$f_y$  je specifikovaná mez kluzu betonářské výztuže v MPa, viz vztah (2.3.4)

Napětí v horní tlačené výztuži pak vypočteme podle vztahu:

$$f_{S2} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S2}; f_y) \quad (2.3.63)$$

kde  $\varepsilon_{S2}$  je přetvoření horní tlačené výztuže

Stejným přístupem vypočítáme i napětí v FRP výztuži:

$$f_{fe} = \min(E_f \cdot \varepsilon_{fe}; f_{fu}) \quad (2.3.64)$$

kde  $E_f$  je modul pružnosti FRP výztuže

$\varepsilon_{fe}$  je přetvoření FRP výztuže vypočtené ze vzorce (2.3.58)

$f_{fu}$  je návrhová pevnost FRP výztuže v tahu vypočtené ze vzorce (2.3.7)

### 2.3.8.5 Součinitele pro beton a ověření odhadované výšky tlačené oblasti

Tato podkapitola popisuje krok 9, kapitoly 16.3 v publikaci ACI [1]. Podmínka rovnováhy pro určení skutečné výšky tlačené oblasti je však doplněna o sílu od horní tlačené výztuže.

Před výpočtem součinitelů betonu, musíme nejprve určit přetvoření betonu při maximální pevnosti betonu v tlaku ze vztahu:

$$\varepsilon_c' = \frac{1,7 \cdot f_c'}{E_c} \quad (2.3.65)$$

kde  $E_c$  je modul pružnosti betonu, vypočítaný ze vzorce (2.3.2)

$f_c'$  je specifikovaná pevnost betonu v tlaku v MPa, viz vztah (2.3.1)

V tuto chvíli můžeme přejít k určení součinitelů betonu, které jsou odvozeny z parabolického pracovního diagramu betonu. Nejprve určíme součinitel  $\beta_1$ , který zohledňuje účinnou výšku tlačené oblasti betonu (obdobně jako součinitel  $\lambda$  v Eurokódu 2). Součinitel vypočteme dle následujícího vzorce:

$$\beta_1 = \frac{4 \cdot \varepsilon_c' - \varepsilon_c}{6 \cdot \varepsilon_c' - 2 \cdot \varepsilon_c} \quad (2.3.66)$$

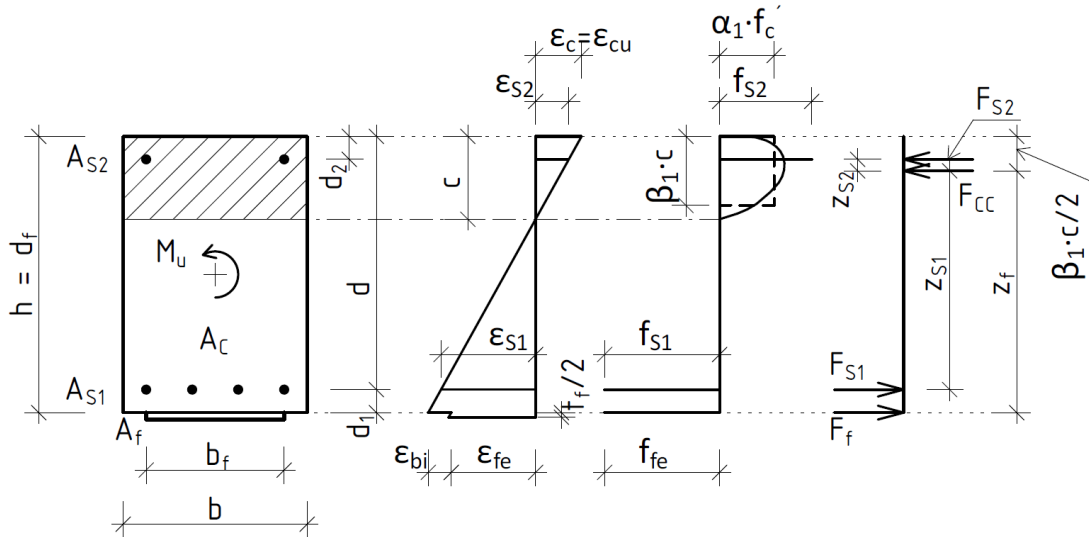
kde  $\varepsilon_c'$  je přetvoření betonu při maximální pevnosti betonu v tlaku

$\varepsilon_c$  je přetvoření krajních vláken betonu

Dále přejdeme k výpočtu součinitele  $\alpha_1$ , který definuje účinnou pevnost betonu (obdobně jako součinitel  $\eta$  v Eurokódu 2).

$$\alpha_1 = \frac{3 \cdot \varepsilon_c' \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3 \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_c'^2} \quad (2.3.67)$$

V tuto chvíli přejdeme k určení skutečné výšky tlačené oblasti z rovnováhy sil po průřezu. Síly působící v průřezu jsou vidět z obrázku [Obr. 2.13](#).



Obr. 2.13: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle ACI (průřez s FRP výztuží)

Z Obr. 2.13 tedy odvodíme působící síly:

$$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b \cdot f'_c \quad (2.3.68)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1} \quad (2.3.69)$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2} \quad (2.3.70)$$

$$F_f = A_f \cdot f_{fe} \quad (2.3.71)$$

Následně odvodíme též silovou podmínku rovnováhy:

$$F_{CC} + F_{S2} = F_{S1} + F_f \quad (2.3.72)$$

Po dosazení příslušných sil do rovnice dostaneme rovnici pro výpočet výšky tlačené oblasti:

$$\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b \cdot f'_c + A_{S2} \cdot f_{S2} = A_{S1} \cdot f_{S1} + A_f \cdot f_{fe} \quad (2.3.73)$$

Vyjádřením výšky tlačené oblasti z rovnice (2.3.73) dostaneme vztah:

$$c = \frac{A_{S1} \cdot f_{S1} + A_f \cdot f_{fe} - A_{S2} \cdot f_{S2}}{\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot b \cdot f'_c} \quad (2.3.74)$$

Výslednou hodnotu výšky tlačené oblasti ze vzorce (2.3.74) porovnáme s původním odhadem výšky tlačené oblasti. Pokud se hodnoty shodují, postup je platný a můžeme přejít k výpočtu únosnosti průřezu. Pokud se námi vypočtená výška tlačené oblasti liší oproti předpokladu, je nutné udělat nový odhad a všechny kroky výpočtu v kapitolách 2.3.8.1 až 2.3.8.5 opakovat.

### 2.3.9 Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (ACI)

Před výpočtem momentu únosnosti si ještě potřebujeme stanovit ramena vnitřních sil. Na základě Obr. 2.13 ramena sil určíme dle následujících rovnic. Vycházíme přitom z postupu uvedeném v kapitole 16.3 v ACI [1], ve kterém jsou ramena vztažena k bodu působící síly od betonu.

$$z_{CC} = 0 \quad (2.3.75)$$

$$z_{S1} = d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \quad (2.3.76)$$

$$z_{S2} = \frac{\beta_1 \cdot c}{2} - d_2 \quad (2.3.77)$$

$$z_f = d_f - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \quad (2.3.78)$$

Následně můžeme určit příspěvky k momentu únosnosti od jednotlivých výztuží.

Příspěvek k momentu únosnosti od dolní tažené betonářské výztuže vypočítáme dle následujícího vzorce:

$$M_{ns1} = A_{S1} \cdot f_{S1} \cdot z_{S1} \quad (2.3.79)$$

kde  $A_{S1}$  je plocha dolní tažené výztuže

$f_{S1}$  je napětí v dolní tažené výztuži

$z_{S1}$  je rameno síly  $F_{S1}$

Obdobně určíme příspěvek k momentu únosnosti od horní tlačené betonářské výztuže:

$$M_{ns2} = A_{S2} \cdot f_{S2} \cdot z_{S2} \quad (2.3.80)$$

kde  $A_{S2}$  je plocha horní tlačené výztuže

$f_{S2}$  je napětí v horní tlačené výztuži

$z_{S2}$  je rameno síly  $F_{S2}$

Dále určíme příspěvek k momentu únosnosti od FRP výztuže:

$$M_{nf} = A_f \cdot f_{fe} \cdot z_f \quad (2.3.81)$$

kde  $A_f$  je plocha FRP výztuže

$f_{fe}$  je napětí v FRP výztuži

$z_f$  je rameno síly  $F_f$

Z jednotlivých složek momentu vypočítáme celkový moment únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží dle rovnice:

$$M_n = M_{ns1} + M_{ns2} + \psi_f \cdot M_{nf} \quad (2.3.82)$$

kde  $\psi_f$  je redukční faktor FRP, určí se dle typu namáhání konstrukce, pro ohýbané konstrukce platí  $\psi_f = 0,85$

Pro získání finální únosnosti průřezu musíme ještě zohlednit charakter porušení konstrukce. Celou rovnici (2.3.82) tedy vynásobíme součinitelem  $\Phi$ , který způsob porušení zohledňuje.

$$\Phi M_n = \Phi \cdot [M_{ns1} + M_{ns2} + \psi_f \cdot M_{nf}] \quad (2.3.83)$$

kde  $\Phi$  je redukční součinitel únosnosti průřezu na základě charakteru porušení konstrukce, podrobné informace a hodnoty, kterých součinitel nabývá jsou uvedeny v kapitole 2.3.3.1

Momentovou únosnost průřezu máme vypočítanou a můžeme přejít k posouzení dle následujícího vzorce:

$$M_u \leq \Phi M_n \quad (2.3.84)$$

kde  $M_u$  je návrhový ohybový moment vyvolaný účinkem zatížení, vypočítaný ze vzorce (2.3.10)

$\Phi M_n$  je moment únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží podle publikace ACI [1]

V tuto chvíli máme průřez posouzený na ohyb. Pro kompletní posouzení v MSÚ je však nutné posoudit prvek i na působení smykových sil a též posoudit, zda nedojde k odlepení FRP lamely od povrchu železobetonového průřezu. Tato část výpočtu vyžaduje zohlednění délky celého prvku, výpočet působících smykových sil a určení maximálního smykového napětí, které působí mezi železobetonovým průřezem a dodatečnou vrstvou FRP výztuže. Vzhledem k tomu, že v této práci posuzují pouze průřez, nikoliv celý prvek a nezabývám se vlivem posouvajících sil na průřez, nejsou zmíněné části výpočtu obsahem této práce ani obsahem vytvořené aplikace.

### 2.3.10 Výpočet mezních stavů použitelnosti (ACI)

V této kapitole přejdeme od výpočtů v MSÚ k výpočtům v MSP, konkrétně pak k meznímu stavu omezení napětí. Postupně si vypočítáme napětí v jednotlivých materiálech.



Začneme maximálním napětím tlačené části betonu. Napětí v krajních vláknech průřezu vypočítáme dle obecného vzorce:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} \cdot z \quad (2.3.85)$$

Vzhledem k tomu, že nám v průřezu působí nulová normálová síla, lze vzorec upravit do následující podoby:

$$f_{c,s} = \frac{M_S}{I_j} \cdot c_j \quad (2.3.86)$$

kde  $M_S$  je charakteristický ohybový moment vypočtený ze vzorce (2.3.14)

$I_j$  je moment setrvačnosti průřezu bez trhlin ( $I_{tr}$ ), popř. s trhlinou ( $I_{cr}$ ), podle výpočtového stavu, ve kterém se nacházíme

$c_j$  je výška tlačené oblasti průřezu bez trhlin ( $c_{tr}$ ), popř. s trhlinou ( $c_{cr}$ ), podle výpočtového stavu, ve kterém se nacházíme

Dále přejdeme k výpočtu napětí v tažené betonářské výztuži a v FRP výztuži. Pro tuto část výpočtu použijeme vzorce uvedené v publikaci ACI [1] v kapitolách 10.2.10.1 a 10.2.10.2. Vzorce (2.3.87) a (2.3.88) nejsou upraveny pro oboustranně vyztužený průřez, vliv horní tlačené výztuže je tedy v tomto kroku výpočtu zanedbán.

Pro výpočet napětí v dolní tažené výztuži použijeme vztah:

$$f_{s,s} = \frac{\left[ M_S + \varepsilon_{bi} \cdot A_f \cdot E_f \cdot \left( d_f - \frac{k \cdot d}{3} \right) \right] \cdot (d - k \cdot d) \cdot E_s}{\left[ A_{s1} \cdot E_s \cdot \left( d - \frac{k \cdot d}{3} \right) \cdot (d - k \cdot d) + A_f \cdot E_f \cdot \left( d_f - \frac{k \cdot d}{3} \right) \cdot (d_f - k \cdot d) \right]} \quad (2.3.87)$$

kde  $M_S$  je charakteristický ohybový moment vypočtený ze vzorce (2.3.14)

$\varepsilon_{bi}$  je počáteční přetvoření průřezu při instalaci FRP ze vzorce (2.3.47)

$k$  je poměrná výška tlačené oblasti ze vzorce (2.3.44)

$d_f$  je účinná výška FRP výztuže (rovna výšce průřezu  $h$ )

Pro výpočet napětí v FRP výztuže použijeme vztah:

$$f_{f,s} = f_{s,s} \cdot \left( \frac{E_f}{E_s} \right) \cdot \left( \frac{d_f - k \cdot d}{d - k \cdot d} \right) - \varepsilon_{bi} \cdot E_f \quad (2.3.88)$$

kde  $f_{s,s}$  je napětí v dolní tažené výztuži vypočítané v předchozím kroku

V tuto chvíli známe maximální napětí působící v našem průřezu a můžeme přejít k posouzení.

### 2.3.11 Posouzení mezních stavů použitelnosti (ACI)

Stejně jako u FIBu, napětí v materiálech posuzujeme vůči maximálním přípustným hodnotám v MSP, abychom eliminovali dlouhodobé nežádoucí účinky v případě, kdy je materiál dlouhodobě na hraně svých pevnostních charakteristik.

Omezujeme napětí v betonu, abychom zamezili vzniku nadměrných trhlin a velkého dotvarování, a to pomocí následujícího vztahu:

$$f_{c,s} \leq 0,6 \cdot f'_c \quad (2.3.89)$$

Dále omezujeme napětí v tažené betonářské výztuži, abychom zabránili vzniku velkého poměrného přetvoření výztuže, které má za následek nadměrné deformace.

$$f_{s,s} \leq 0,8 \cdot f_y \quad (2.3.90)$$

Těž omezujeme napětí v FRP výztuži. V tomto případě napětí omezujeme podle typu použitých vláken dle následujícího vzorce:

$$f_{f,s} \leq \eta \cdot f_{fu} \quad (2.3.91)$$

kde  $\eta$  je součinitel limitního napětí v FRP z hlediska cyklického zatěžování, který je uvedený v publikaci ACI [1] v tabulce 10.2.9

pro CFRP je  $\eta = 0,55$

pro AFRP je  $\eta = 0,30$

pro GFRP je  $\eta = 0,20$

Pokud nám všechny výše zmíněné podmínky vyhovují, konstrukce vyhovuje z hlediska mezního stavu omezení napětí.

Pro kompletní posudek MSP je nutné vypočítat též mezní stav omezení průhybu a mezní stav omezení trhlin. Tyto posouzení nejsou součástí této práce ani vytvořené aplikace.

## 3 Praktická část

Praktická část se věnuje jednak aplikování znalostí a postupů z teoretické části do praktického výpočtu, tak i využití těchto postupů při tvorbě výpočetní aplikace pro výpočet a posouzení ohybové únosnosti železobetonového průřezu zesíleného FRP výztuží.

První kapitola praktické části se věnuje popisu fungování softwarové aplikace STRECO. Především z hlediska implementace výpočtových vztahů, ale i z hlediska designu aplikace a využití interních funkcí programovacího jazyka C#.

Druhá kapitola této části se věnuje aplikaci teoretického postupu z kapitoly 2.2. Na vzorovém příkladu je ukázán postup posouzení ohybové únosnosti železobetonového průřezu zesíleného FRP výztuží, a to podle přístupu uvedeného v technickém reportu fib Bulletin No. 14 [3]. Uvedený postup slouží pro praktickou ukázkou použitých vzorců, které jsou uvedené v kapitole 2.2. Výpočtový postup je ukázán formou: vzorec – dosazení – výsledek, bez podrobnějších informací (ty jsou obsahem kapitoly 2.2).

Třetí kapitola praktické části se věnuje aplikaci teoretického postupu z kapitoly 2.3. Na vzorovém příkladu je ukázán celý postup stanovení ohybové únosnosti průřezu zesíleného FRP výztuží, a to podle přístupu, který je uveden v publikaci americké komise ACI, konkrétně v ACI PRC-440.2-17 [1]. Stejně jako v případě kapitoly 3.2, slouží i tato část jako praktická ukázkou použitých vzorců a neobsahuje kompletní vysvětlení, které je uvedené v kapitole 2.3, ale pouze výpočtový postup formou: vzorec – dosazení – výsledek.

Ve čtvrté kapitole jsou vyřešeny příklady z druhé a třetí kapitoly praktické části, avšak tentokrát pomocí vytvořené aplikace STRECO. Obsahem této části nejsou všechna specifika aplikace STRECO, pouze část nutná pro porovnání.

Pátá část praktické části přímo navazuje na výsledky ručního výpočtu a výsledky z aplikace STRECO. V této podkapitole jsou výsledky z aplikace STRECO porovnány nejprve s ručním výpočtem a poté i s dalšími programy a publikacemi, které provádí výpočet dle stejných či velmi podobných postupů. Tato část tak slouží pro ověření správnosti získaných výsledků a jako ukázkou funkčnosti a přesnosti výpočtu.

Šestá a zároveň poslední kapitola obsahuje parametrické studie, které poukazují na změnu únosnosti průřezu při změně vstupních parametrů. Tato kapitola slouží pro analýzu vlivu vstupních parametrů na oba výpočtové postupy (FIB a ACI) a též jako praktická ukázkou použití výpočetní aplikace STRECO.

### 3.1 Popis aplikace STRECO

V rámci této diplomové práce byla vytvořena softwarová aplikace „STRECO“, která slouží k výpočtu a posouzení železobetonové konstrukce zesílené FRP výztuží. Aplikace obsahuje dva odlišné výpočtové postupy. Prvním je výpočet únosnosti dle postupu uvedeném v technickém reportu fib Bulletin No. 14 [3], viz kapitola 3.2. Druhou částí je tentýž výpočet, avšak dle postupu v publikaci ACI PRC-440.2-17 [1], viz kapitola 3.3. Oba postupy se zaměřují na výpočet únosnosti železobetonové konstrukce obdélníkového průřezu zesíleného vnější FRP lamelou. Tato kapitola obsahuje pouze popis výpočtové aplikace a informace ovlivňující výpočtový postup. Manuál k aplikaci včetně popisu grafického uživatelského rozhraní je uveden v příloze této práce (viz Příloha A).

Softwarová aplikace STRECO byla vytvořena ve vývojovém prostředí Microsoft Visual Studio 2019 [19] a je napsána v programovacím jazyce C#. Jedná se o typ aplikace Windows Forms, která je určena primárně pro použití na zařízeních se systémem Windows.

Pro všechny výpočty v aplikaci STRECO je použit typ proměnné **double**. Proměnná je podobně jako v matematice jedinečný symbol, který zpravidla reprezentuje nějaké číslo. V našem případě (tj. v případě inženýrských výpočtů) se často jedná o čísla reálná, tedy čísla, která obsahují všechny hodnoty od mínus nekonečna do plus nekonečna. V jazyce C# lze tyto hodnoty zapisovat pomocí třech datových typů. Jimiž jsou, datové typy float, double a decimal. Datové typy se liší svým rozsahem, přesností a velikostí. Typ float se vyznačuje nejmenší přesností (max. 9 desetinných míst), ale zároveň nejmenší velikostí. Typ double má o něco větší velikost, ale též i větší přesnost (max. 17 desetinných míst). Typ decimal je z datových typů nejpřesnější (přesnost až 29 desetinných míst) a zároveň i největší.

Velikost datového typu ovlivňuje rychlost probíhajícího výpočtu. Není tedy žádoucí, aby byl použit typ přesnější, než je nezbytně nutné. Z tohoto hlediska byl použit právě výše zmíněný datový typ double. Ten má krom vyvážené velikosti a přesnosti i tu výhodu, že disponuje největším rozsahem hodnot. Pro více informací viz oficiální dokumentace k jazyku C# [18].

### 3.1.1 Vstupní parametry a výpočet únosnosti bez FRP výztuže

Tato kapitola popisuje okno v aplikaci STRECO, které slouží pro zadání všech vstupních parametrů do obou výpočtů (FIB i ACI). Okno též obsahuje výpočet a posouzení ohybové únosnosti bez FRP výztuže. Výpočet je proveden pro obě zkoumané metody (FIB i ACI). Posouzení bez FRP výztuže je provedeno podle FIBu [3] a odpovídá postupu uvedenému v kapitole 2.2.2. Konkrétní výpočet hodnot je pak obsahem kapitoly 3.2.2.

Do okna pro zadání vstupních parametrů (viz Obr. 3.1) se dostaneme tak, že spustíme aplikaci a v levém menu klikneme na záložku „VSTUPY – PRŮŘEZ“. Více informací o aplikaci, včetně vysvětlení prvků uživatelského rozhraní je obsahem manuálu k aplikaci STRECO (viz Příloha A).

**ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE**

**VSTUPNÍ PARAMETRY:** ?

**Rozměry:**  
 Šířka průřezu:  $b = 300$  mm  
 Výška průřezu:  $h = 600$  mm

**Beton:**  
 Charakteristická pevnost betonu v tlaku:  $f_{ck} = 35$  MPa

**Prostředí:**  
 Umístění prvku: Interiér

**Betonářská výztuž:**  
 Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:  $f_{yk} = 500$  MPa  
 Modul pružnosti oceli v tahu:  $E_s = 200000$  MPa  
 Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:  $d_1 = 40$  mm  
 Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:  $d_2 = 40$  mm  
 Plocha dolní tažené výztuže:  $A_{S1} = 1520,53$  mm<sup>2</sup>  
 Plocha horní tlačené výztuže:  $A_{S2} = 402,12$  mm<sup>2</sup>

**Stávající zatížení:**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,g,0} = 97,78$  kNm  
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,0} = 117,21$  kNm

**Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,g,1} = 97,78$  kNm  
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,1} = 156,15$  kNm

**Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):**  
 Charakteristická pevnost v tahu (viz !):  $f_{fk} = 3500$  MPa  
 Charakteristické maximální přetvoření (viz !):  $\epsilon_{fk} = 0,017$   
 Modul pružnosti v tahu (viz !):  $E_f = 210000$  MPa  
 Šířka lamely:  $b_f = 120$  mm  
 Tloušťka lamely:  $t_f = 1,4$  mm  
 Počet vrstev lamel:  $n_f = 1$  ks  
 Typ kompozitní výztuže: CFRP - Uhlíkov. ▾

**ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:**  
 Plocha průřezu:  $A_c =$  mm<sup>2</sup>  
 Výška tlačené oblasti (FIB):  $x_0 =$  mm  
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):  $M_{Rd,0} =$  kNm  
 Výška tlačené oblasti (ACI):  $c_0 =$  mm  
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):  $\Phi M_{Rd,0} =$  kNm

**POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):**

**VYPOČÍTEJ**

Obr. 3.1: Vstupní parametry a výpočet únosnosti bez FRP výztuže (STRECO)

Před zahájením výpočtu je nutné vyplnit všechny vstupní parametry (tj. žlutá pole a šedé rolovací nabídky). Po vyplnění hodnot a stisknutí tlačítka „VYPOČÍTEJ“ se v dolní části okna objeví mezivýsledky a posouzení pro průřez bez FRP výztuže. Pokud námi zkoumaný prvek vyhovuje, není nutné jeho zesílení. V opačném případě přejdeme k zesílení průřezu pomocí FRP výztuže podle jednoho z dříve uvedených postupů. Pozor, výpočet a posouzení mezních stavů ve verzi aplikace 1.0, slouží pouze pro výpočet prostého nosníku s obdélníkovým průřezem.

### 3.1.2 Výpočet a posouzení podle přístupu z fib Bulletin 14

V této kapitole je popsáno okno v aplikaci STRECO pro posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí podle technického reportu FIB [3]. Celý výpočtový postup funguje na základě vzorců uvedených v kapitole 2.2. Výpočet typového příkladu je uveden v kapitole 3.2.

Obdobně jako v předchozím případě se do okna na Obr. 3.2 dostaneme tak, že spustíme aplikaci a v levém menu klikneme na záložku „VÝPOČET – FIB 14“. Více informací o aplikaci, včetně vysvětlení prvků uživatelského rozhraní je obsahem manuálu (viz Příloha A).

Obr. 3.2: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP výtuzí dle FIBu (STRECO)

Pro zobrazení vypočtených hodnot a posouzení průřezu je nutné v záložce „VSTUPY – PRŮŘEZ“ vyplnit všechny vstupní hodnoty (tj. žlutá pole a šedé rolovací nabídky) a kliknout na tlačítko „VYPOČÍTEJ“. Poté aplikace provede výpočet a my můžeme přejít k oknu na Obr. 3.2, kde jsou zobrazené všechny výsledky a v pravé části je zobrazen posudek řešených mezních stavů. Pokud všechny posudky vyhovují, námi řešený průřez je úspěšně posouzen. Pokud některý z posudků nevyhovuje, musíme přejít zpět do okna se vstupními hodnotami a hodnoty upravit. V případě potřeby můžeme v okně „VÝPOČET – FIB 14“ kliknout na tlačítko „VZORCE“ a zobrazit si vzorce použité pro konkrétní část výpočtu.

### 3.1.3 Výpočet a posouzení podle přístupu z ACI 440.2R

Obsahem této kapitoly je popis okna v aplikaci STRECO pro posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí podle publikace ACI [1]. Výpočet funguje na základě vzorců uvedených v kapitole 2.3. Vzorový výpočet je uveden v kapitole 3.3.

Do okna na Obr. 3.3 se opět dostaneme tak, že aplikaci spustíme a v levém menu klikneme na záložku „VÝPOČET – ACI 440.2R“. Více informací o aplikaci, včetně vysvětlení prvků uživatelského rozhraní je obsahem manuálu (viz Příloha A).

Obr. 3.3: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP výztuží dle ACI (STRECO)

Stejně jako v předchozí podkapitole, pro zobrazení vypočtených hodnot a posouzení průřezu je nutné v záložce „VSTUPY – PRŮŘEZ“ vyplnit všechny vstupní hodnoty (tj. žlutá pole a šedé rolovací nabídky) a kliknout na tlačítko „VYPOČÍTEJ“. Poté aplikace provede výpočet a my můžeme přejít zpět do záložky „VÝPOČET – ACI 440.2R“, kde jsou zobrazeny všechny výsledky a v pravé části je zobrazen posudek řešených mezních stavů. Pokud všechny posudky vyhovují, řešený průřez je úspěšně posouzen. V opačném případě musíme přejít zpět do okna se vstupními hodnotami a hodnoty upravit. V případě potřeby můžeme v okně „VÝPOČET – ACI 440.2R“ kliknout na tlačítko „VZORCE“ a zobrazit si vzorce použité pro konkrétní část výpočtu.

## 3.2 Postup posouzení prvku podle fib Bulletin 14

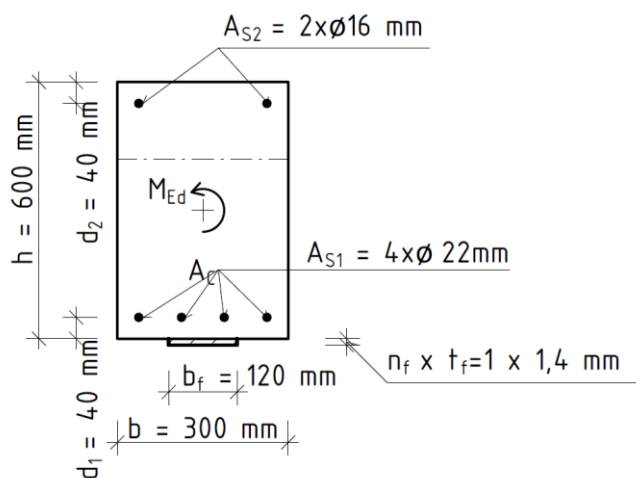
Tato kapitola obsahuje řešený příklad pro oboustranně vyztužený průřez pomocí vztahů z kapitoly 2.2. Uvedený postup slouží pro praktickou ukázkou použitých vztahů a jako kontrola provedení výpočtu. Postup je též použit pro ověření shodnosti postupu uvedeném v technickém reportu FIB [3] a postupu použitým při sestavení aplikace STRECO, toto ověření je uvedeno v kapitole 3.5.

Uvedený postup ukazuje podrobný výpočet a posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí pro průřez zesílený vnější CFRP lamelou. Posudek je proveden na základě podmínek uvedených v technickém reportu fib Bulletin No. 14 [3].

Celý příklad je vypočítán na vědecké kalkulačce (CASIO fx-991CE X). Výsledky jsou ve většině případů zaokrouhleny na tři platná desetinná místa.

### 3.2.1 Vstupní parametry do výpočtu (FIB)

Vstupní parametry jsou zde pro lepší přehlednost uvedeny ve stejné formě a stejném pořadí jako v aplikaci STRECO.



Obr. 3.4: Grafické znázornění vybraných vstupních parametrů – FIB

Pro výpočet byly zvoleny následující vstupní parametry:

Šířka průřezu:	$b = 300 \text{ mm}$
Výška průřezu:	$h = 600 \text{ mm}$
Charakteristická pevnost betonu v tlaku:	$f_{ck} = 35 \text{ MPa}$
Umístění prvku:	Interiér
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$



Modul pružnosti oceli v tahu:	$E_S = 200\,000\text{ MPa}$
Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken průřezu:	$d_1 = 40\text{ mm}$
Vzdálenost horní výztuže od horních vláken průřezu:	$d_2 = 40\text{ mm}$
Navržená plocha dolní tažené výztuže (4x $\varnothing 22$ mm):	$A_{S1} = 1\,520,53\text{ mm}^2$
Navržená plocha horní tlačené výztuže (2x $\varnothing 16$ mm):	$A_{S2} = 402,12\text{ mm}^2$
Moment od stálého charakteristického zatížení (stávající):	$M_{E,g,0} = 97,79\text{ kNm}$
Moment od proměnného charakt. zatížení (stávající):	$M_{E,q,0} = 117,21\text{ kNm}$
Moment od stálého charakteristického zatížení (budoucí):	$M_{E,g,1} = 97,79\text{ kNm}$
Moment od proměnného charakt. zatížení (budoucí):	$M_{E,q,1} = 156,15\text{ kNm}$
Uhlíková lamela Sika CarboDur M s níže uvedenými vlastnosti dle produktového listu výrobce [22]:	
Charakteristická pevnost v tahu FRP výztuže:	$f_{fk} = 3\,500\text{ MPa}$
Charakt. maximální přetvoření v tahu FRP výztuže:	$\varepsilon_{fk} = 0,017$
Modul pružnosti oceli v tahu FRP výztuže:	$E_f = 210\,000\text{ MPa}$
Šířka FRP lamely:	$b_f = 120\text{ mm}$
Tloušťka FRP lamely:	$t_f = 1,4\text{ mm}$
Počet FRP lamel:	$n_f = 1\text{ ks}$
Typ kompozitní výztuže:	<i>CFRP lamela</i>

### 3.2.1.1 Výpočet ostatních vstupních hodnot a vlastností materiálů

Ze zadaných vstupních hodnot dopočítáme zbylé hodnoty potřebné do výpočtu.

Návrhová pevnost betonu v tlaku (při výpočtu únosnosti s FRP výztuží je  $\alpha_{cc} = 0,85$ , tato skutečnost je zahrnuta přímo v rovnici pro výpočet síly od betonu, z tohoto důvodu není 0,85 uvažováno v následujícím vzorci):

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_{M_{beton}}} = \frac{1,0 \cdot 35}{1,5} = 23,333\text{ MPa}$$

Průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku ve stáří 28 dní:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 35 + 8 = 43\text{ MPa}$$

Modul pružnosti betonu:

$$E_c = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22 \cdot \left(\frac{43}{10}\right)^{0,3} = 34,077 \text{ GPa} = 34\,077,146 \text{ MPa}$$

Průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\left(\frac{2}{3}\right)} = 0,3 \cdot 35^{\left(\frac{2}{3}\right)} = 3,21 \text{ MPa}$$

Návrhová mez kluzu betonářské výztuže:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M_{ocel}}} = \frac{500}{1,15} = 434,783 \text{ MPa}$$

Poměrné přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,783}{200\,000} = 0,002\,174$$

Plocha FRP výztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f = 1 \cdot 120 \cdot 1,4 = 168 \text{ mm}^2$$

Návrhová pevnost FRP výztuže v tahu:

$$f_{fd} = \frac{f_{fk}}{\gamma_f} = \frac{3\,500}{1,2} = 2\,916,667 \text{ MPa}$$

Návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže:

$$\varepsilon_{fud} = \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f} = \frac{0,017}{1,2} = 0,014\,167$$

Návrhový ohybový moment  $M_{Ed}$ :

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_{E,g,1} + 1,5 \cdot M_{E,q,1} = 1,35 \cdot 97,79 + 1,5 \cdot 156,15 = 366,242 \text{ kNm}$$

Charakteristický ohybový moment  $M_0$ :

$$M_0 = M_{E,g,0} + M_{E,q,0} = 97,79 + 117,21 = 215 \text{ kNm}$$

Charakteristický ohybový moment  $M_S$ :

$$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1} = 97,79 + 156,15 = 253,94 \text{ kNm}$$

Plocha betonového průřezu:

$$A_c = b \cdot h = 300 \cdot 600 = 180\,000 \text{ mm}^2$$

Účinná výška tažené výztuže:

$$d = h - d_1 = 600 - 40 = 560 \text{ mm}$$

### 3.2.2 Výpočet únosnosti bez FRP výztuže (FIB)

Přejdeme k výpočtu únosnosti průřezu bez FRP výztuže. Výpočet je proveden podle vztahů uvedených v kapitole 2.2.2.

#### 3.2.2.1 Výška tlačené oblasti

Nejprve si pomocí silové podmínky a příslušných hodnot odvodíme rovnici pro výpočet výšky tlačené oblasti.

Hlavní silová podmínka rovnováhy:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0$$

Rovnice pro síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = \lambda \cdot x_0 \cdot b \cdot \eta \cdot (-f_{cd})$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2}$$

Vyjádření napětí ve výztužích:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S)$$

Vyjádření poměrných přetvoření ve výztužích pomocí poměrného přetvoření betonu:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0}$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0}$$

Součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu (pro beton  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ ):

$$\lambda = 0,8$$

Součinitel definující účinnou pevnost betonu (pro beton  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ ):

$$\eta = 1,0$$

Pro poměrné přetvoření betonu uvažujeme mezní hodnotu poměrného přetvoření:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = -0,0035$$

Finální vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti.

$$\lambda \cdot x_0 \cdot b \cdot \eta \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0} \cdot E_S\right) +$$

$$+ A_{S2} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0} \cdot E_S\right) = 0$$

Do rovnice pro výpočet výšky tlačené oblasti dosadíme všechny známé hodnoty:

$$0,8 \cdot x_0 \cdot 300 \cdot 1,0 \cdot (-23,333) + 1\,520,53 \cdot \min\left(434,783; \frac{0,0035 \cdot (560 - x_0)}{x_0} \cdot 200\,000\right) + 402,12 \cdot \min\left(434,783; \frac{-0,0035 \cdot (x_0 - 40)}{x_0} \cdot 200\,000\right) = 0$$

Vzhledem k tomu, že v ručním výpočtu nelze určit minimum ze dvou hodnot, jelikož jedna z hodnot je závislá na výsledku výpočtu, budeme předpokládat, že obě výztuže jsou za mezí kluzu tj.  $\sigma_{S1} > f_{yd}$  a  $\sigma_{S2} > f_{yd}$ . Poté jako minimum můžeme uvažovat návrhovou mez kluzu betonářské výztuže  $f_{yd} = 434,783 \text{ MPa}$ . Tyto předpoklady je po výpočtu výšky tlačené oblasti nutné ověřit!

Rovnici upravíme dle výše zmíněných předpokladů:

$$0,8 \cdot x_0 \cdot 300 \cdot 1,0 \cdot (-23,333) + 1\,520,53 \cdot 434,783 + 402,12 \cdot (-434,783) = 0$$

Z rovnice vypočítáme výšku tlačené oblasti:

$$x_0 = 86,834 \text{ mm (neplatná hodnota, dále jen NOK)}$$

Pozn.: Hodnota je označena jako neplatná, jelikož je v průběhu výpočtu přepočítána vzhledem k nesplněnému předpokladu ve výpočtu.

### 3.2.2.2 Výpočet přetvoření a napětí v materiálech

Přetvoření ve výztužích:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0} = \frac{0,0035 \cdot (560 - 86,834)}{86,834} = 0,019\,072 \text{ (NOK)}$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0} = \frac{-0,0035 \cdot (86,834 - 40)}{86,834} = -0,001\,888 \text{ (NOK)}$$

Napětí ve výztužích:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(0,019\,072) \cdot \min(434,783; 0,019\,072 \cdot 200\,000)$$

$$\sigma_{S1} = 1 \cdot \min(434,783; 3\,814,4) = 434,783 \text{ MPa (NOK)}$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(-0,001\,888) \cdot \min(434,783; |-0,001\,888| \cdot 200\,000)$$

$$\sigma_{S2} = -1 \cdot \min(434,783; 377,6) = -377,6 \text{ MPa (NOK)}$$

### 3.2.2.3 Ověření - tažená výztuž za mezí kluzu

V tuto chvíli ověříme předpoklady z předchozí kapitoly.

Tažená výztuž za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S1}| \geq \varepsilon_{yd}$$

$$0,019\,072 \geq 0,002\,174 \quad \gg \gg \text{PODMÍNKA VYHOVUJE}$$

Tlačená výztuž za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S2}| \geq \varepsilon_{yd}$$

$$0,001\,888 \geq 0,002\,174 \quad \gg \gg \text{PODMÍNKA NEVYHOVUJE}$$

Vzhledem k tomu, že jeden z předpokladů nevyhovuje, musíme se vrátit ke vztahu pro výpočet výšky tlačené oblasti a náš předpoklad upravit.

### 3.2.2.4 Výška tlačené oblasti – opětovný výpočet pro nové předpoklady

Vzhledem k tomu, že zavedený předpoklad pro tlačenou výztuž nevyhovuje, dosadíme za napětí v tlačené následující vztah:

$$\sigma_{S2} = \varepsilon_{S2} \cdot E_S$$

Nová rovnice pro výšku tlačené oblasti bude mít tvar:

$$0,8 \cdot x_0 \cdot 300 \cdot 1,0 \cdot (-23,333) + 1\,520,53 \cdot 434,783 +$$

$$+ 402,12 \cdot \left( \frac{-0,0035 \cdot (x_0 - 40)}{x_0} \cdot 200\,000 \right) = 0$$

Z rovnice vypočítáme novou výšku tlačené oblasti:

$$x_0 = 90,104 \text{ mm}$$

### 3.2.2.5 Výpočet přetvoření a napětí v materiálech – opětovný výpočet pro nové předpoklady

Přetvoření ve výztužích:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x_0)}{x_0} = \frac{0,0035 \cdot (560 - 90,104)}{90,104} = 0,018\,253$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x_0 - d_2)}{x_0} = \frac{-0,0035 \cdot (90,104 - 40)}{90,104} = -0,001\,946$$

Napětí ve výztužích:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(434,783; 0,018\,253 \cdot 200\,000)$$

$$\sigma_{S1} = 1 \cdot \min(434,783; 3\,650,528) = 434,783 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(434,783; |-0,001\,946| \cdot 200\,000)$$

$$\sigma_{S2} = -1 \cdot \min(434,783; 389,248) = -389,248 \text{ MPa}$$

### 3.2.2.6 Ověření - tažená výztuž za mezí kluzu

Opět ověříme předpoklady z předchozí kapitoly.

Tažená výztuž za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S1}| \geq \varepsilon_{yd}$$

$$0,018\,253 \geq 0,002\,174$$

>>> PODMÍNKA VYHOVUJE

Tlačená výztuž není za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S2}| < \varepsilon_{yd}$$

$$0,001\,946 < 0,002\,174$$

>>> PODMÍNKA VYHOVUJE

V tuto chvíli již oba předpoklady vyhovují, hodnota výšky tlačené oblasti je tedy platná.

### 3.2.2.7 Ověření dostatečné rotační kapacity

Ještě ověříme podmínku dostatečné rotační kapacity, která je pro  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$  rovna:

$$\xi = \frac{x_0}{d} \leq 0,45$$

$$\frac{90,104}{560} \leq 0,45$$

$$0,161 \leq 0,45$$

>>> VYHOVUJE

### 3.2.2.8 Ohybová únosnost nezesíleného průřezu

Síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = \lambda \cdot x_0 \cdot b \cdot \eta \cdot (-f_{cd}) = 0,8 \cdot 90,104 \cdot 300 \cdot 1,0 \cdot (-23,333) = -504\,577 \text{ N}$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1} = 1\,520,53 \cdot 434,783 = 661\,101 \text{ N}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} = 402,12 \cdot (-389,248) = -156\,524 \text{ N}$$

Ramena sil:

$$z_{CC} = \frac{\lambda \cdot x_0}{2} - \frac{h}{2} = \frac{0,8 \cdot 90,104}{2} - \frac{600}{2} = -263,958 \text{ mm}$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{600}{2} - 40 = 260 \text{ mm}$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} = 40 - \frac{600}{2} = -260 \text{ mm}$$

Momentová únosnost nezesíleného průřezu v prostém ohybu:

$$M_{Rd,0} = F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2}$$

$$M_{Rd,0} = (-504\,577) \cdot (-263,958) + 661\,101 \cdot 260 + (-156\,524) \cdot (-260)$$

$$M_{Rd,0} = 345,77 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 345,77 \text{ kNm}$$

### 3.2.2.9 Posouzení nezesíleného průřezu na ohyb

Posouzení ohybové únosnosti nezesíleného průřezu:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd,0}$$

$$396,242 \text{ kNm} \not\leq 345,77 \text{ kNm}$$

>>> NEVYHOVUJE, PRŮŘEZ  
JE NUTNÉ ZESÍLIT

## 3.2.3 Výpočet průřezových charakteristik (FIB)

V této kapitole si určíme charakteristiky průřezu (průřez bez trhlin / průřez s plně rozvinutými trhlinami). Tyto charakteristiky poté použijeme dále ve výpočtu podle toho, v jakém výpočtovém stavu se nacházíme (viz kapitola 3.2.4). Výpočet je proveden dle vztahů uvedených v kapitole 2.2.3.

### 3.2.3.1 Charakteristiky průřezu bez trhlin

Nejprve určíme charakteristiky pro ideální průřez, tedy průřez bez trhlin:

Poměr modulů pružnosti (tj. pracovní součinitel):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200\,000}{34\,077,146} = 5,869$$

Plocha ideálního průřezu:

$$A_1 = A_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} + A_{S2}) = 180\,000 + 5,869 \cdot (1\,520,53 + 402,12)$$

$$A_1 = 191\,284,033 \text{ mm}^2$$

Vzdálenost těžiště průřezu od krajních vláken:

$$a_c = \frac{h}{2} = \frac{600}{2} = 300 \text{ mm}$$

Výška tlačené oblasti ideálního průřezu:

$$x_1 = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_1}$$

$$x_1 = \frac{180\,000 \cdot 300 + 5,869 \cdot (1\,520,53 \cdot 560 + 402,12 \cdot 40)}{191\,284,033} = 308,922 \text{ mm}$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu:

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + A_c \cdot (x_1 - a_c)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_1)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_1)^2]$$

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 600^3 + 180\,000 \cdot (308,922 - 300)^2 + 5,869 \cdot [1\,520,53 \cdot (560 - 308,922)^2 + 402,12 \cdot (40 - 308,922)^2]$$

$$I_1 = 6\,147,574 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

### 3.2.3.2 Charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami

Dále určíme charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami.

Výška tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami:

$$x_2 = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_{S1} + A_{S2}) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b}{\alpha_e} \cdot \frac{(A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{(A_{S1} + A_{S2})^2}} \right]$$

$$x_2 = \frac{5,869}{300} \cdot (1\,520,53 + 402,12) \cdot$$

$$\cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 300}{5,869} \cdot \frac{(1\,520,53 \cdot 560 + 402,12 \cdot 40)}{(1\,520,53 + 402,12)^2}} \right]$$

$$x_2 = 150,43 \text{ mm}$$



Moment setrvačnosti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami:

$$I_2 = \frac{1}{3} \cdot b \cdot x_2^3 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_2)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_2)^2]$$

$$I_2 = \frac{1}{3} \cdot 300 \cdot 150,43^3 + 5,869 \cdot [1\,520,53 \cdot (560 - 150,43)^2 + 402,12 \cdot (40 - 150,43)^2]$$

$$I_2 = 1\,866,167 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

### 3.2.4 Posouzení vzniku trhlin (FIB)

V tuto chvíli máme všechny průřezové charakteristiky a potřebujeme určit, které z nich použijeme pro náš výpočet. Vypočítáme tedy moment na mezi vzniku trhlin a porovnáme ho s charakteristickým momentem od působícího zatížení.

Moment na mezi vzniku trhlin:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{I_1}{h - x_1} = 3,21 \cdot \frac{6\,147,574 \cdot 10^6}{600 - 308,922} = 67,795 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{cr} = 67,795 \text{ kNm}$$

Podmínka pro určení výpočtového stavu:

$$M_0 ? M_{cr}$$

$$215 \text{ kNm} > 67,795 \text{ kNm}$$

>>> TRHLINY VZNIKAJÍ

Vzhledem k tomu, že moment od zatížení  $M_0$  je větší než moment na mezi vzniku trhliny  $M_{cr}$ , nacházíme se ve stavu průřezu s trhlinami a pro výpočet dále použijeme pouze charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami z kapitoly 3.2.3.2.

### 3.2.5 Výpočet počátečního přetvoření (FIB)

V této kapitole určíme počáteční poměrné přetvoření spodních vláken železobetonového průřezu při instalaci FRP výztuže. Výpočet vychází ze vzorců v kapitole 2.2.5.

Poměrné přetvoření horních vláken betonu při působení momentu  $M_0$ :

$$\varepsilon_{c0} = \frac{M_0 \cdot x_2}{E_c \cdot I_2} = \frac{215 \cdot 10^6 \cdot 150,43}{34\,077,146 \cdot 1\,866,167 \cdot 10^6} = 0,000\,509$$

Počáteční poměrné přetvoření při instalaci FRP výztuže.

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{c0} \cdot \frac{h - x_2}{x_2} = 0,000\,509 \cdot \frac{600 - 150,43}{150,43} = 0,001\,521$$

### 3.2.6 Výpočet výšky tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP (FIB)

Přejdeme k výpočtu únosnosti průřezu zesíleného FRP lamelou. Postup je obdobný jako v kapitole 3.2.2, v tomto případě nám však přibyla síla od FRP výztuže. Výpočet je proveden podle vztahů uvedených v kapitole 2.2.6.

Nejprve si připravíme odvozené vzorce pro jednotlivé síly, napětí a přetvoření. Ty následně dosadíme do hlavní silové podmínky rovnováhy a získáme tak rovnici pro výpočet výšky tlačené oblasti.

Hlavní silová podmínka rovnováhy:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} + F_F = 0$$

Síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd})$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2}$$

$$F_f = A_f \cdot \sigma_f$$

Napětí ve výztužích (betonářské i FRP):

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_S)$$

$$\sigma_f = \text{sgn}(\varepsilon_f) \cdot \min(f_{fd}; |\varepsilon_f| \cdot E_{fu})$$

Vyjádření poměrných přetvoření ve výztužích (betonářské i FRP) pomocí poměrného přetvoření betonu:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x}$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x}$$

$$\varepsilon_f = \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o$$

Vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti:

$$0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \sigma_{S1} + A_{S2} \cdot \sigma_{S2} + A_f \cdot \sigma_f = 0$$

Finální vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti po dosazení:

$$0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot \min\left(f_{yd}; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x} \cdot E_S\right) +$$

$$+ A_{S2} \cdot \min \left( f_{yd}; \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x} \cdot E_S \right) +$$

$$+ A_f \cdot \min \left( f_{fd}; \left( \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o \right) \cdot E_{fu} \right) = 0$$

Vzhledem k tomu, že v ručním výpočtu nelze určit minimum ze dvou hodnot, jelikož jedna z hodnot je závislá na výsledku výpočtu, musíme zavést následující předpoklady. Prvním předpokladem je přetvoření krajních tlačných vláken v betonu rovné meznímu přetvoření betonu (tzn.  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = -0,0035$ ), druhým předpokladem je tažená betonářská výztuž za mezí kluzu (tzn.  $\sigma_{S1} = f_{yd}$ ), dalším z předpokladů je tlačená výztuž za mezí kluzu (tzn.  $\sigma_{S2} = -f_{yd}$ ) a posledním předpokladem je FRP výztuž, která nedosahuje své návrhové pevnosti ( $\sigma_f = E_{fu} \cdot \varepsilon_f$ ). Všechny předpoklady je nezbytné po výpočtu výšky tlačené oblasti ověřit!

Pro výše zmíněné předpoklady můžeme uvažovat součinitele pro beton dle následujících vztahů.

Součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu:

$$\psi = 0,8$$

Součinitel určující polohu síly od tlačného betonu v průřezu:

$$\delta_G = 0,4$$

Vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti upravíme dle předpokladů:

$$0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) + A_{S1} \cdot f_{yd} + A_{S2} \cdot (-f_{yd}) +$$

$$+ A_f \cdot \left( \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o \right) \cdot E_{fu} = 0$$

Dosadíme hodnoty:

$$0,85 \cdot 0,8 \cdot x \cdot 300 \cdot (-23,333) + 1\,520,53 \cdot 434,783 + 402,12 \cdot (-434,783) +$$

$$+ 168 \cdot \left( \frac{0,0035 \cdot (600 - x)}{x} - 0,001\,521 \right) \cdot 210\,000 = 0$$

Z rovnice vypočítáme výšku tlačené oblasti:

$$x = 161,386 \text{ mm}$$

### 3.2.7 Výpočet poměrných přetvoření a napětí v materiálech (FIB)

Přetvoření ve výztužích:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x} = \frac{0,0035 \cdot (560 - 161,386)}{161,386} = 0,008\ 645$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x} = \frac{-0,0035 \cdot (161,386 - 40)}{161,386} = -0,002\ 632$$

$$\varepsilon_f = \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o = \frac{0,0035 \cdot (600 - 161,386)}{161,386} - 0,001\ 521 = 0,007\ 991$$

Napětí ve výztužích:

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(\varepsilon_{S1}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S1}| \cdot E_s)$$

$$\sigma_{S1} = \text{sgn}(0,008\ 645) \cdot \min(434,783; 0,008\ 645 \cdot 200\ 000)$$

$$\sigma_{S1} = 1 \cdot \min(434,783; 1\ 729) = 434,783\ \text{MPa}$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(\varepsilon_{S2}) \cdot \min(f_{yd}; |\varepsilon_{S2}| \cdot E_s)$$

$$\sigma_{S2} = \text{sgn}(-0,002\ 632) \cdot \min(434,783; |-0,002\ 63| \cdot 200\ 000)$$

$$\sigma_{S2} = -1 \cdot \min(434,783; 526,4) = -434,783\ \text{MPa}$$

$$\sigma_f = \text{sgn}(\varepsilon_f) \cdot \min(f_{fd}; |\varepsilon_f| \cdot E_{fu})$$

$$\sigma_f = \text{sgn}(0,007\ 991) \cdot \min(f_{fd}; \varepsilon_f \cdot E_{fu}) = \min(2\ 916,667; 0,007\ 991 \cdot 210\ 000)$$

$$\sigma_f = 1 \cdot \min(2\ 916,667; 1\ 678,11) = 1\ 678,11\ \text{MPa}$$

#### 3.2.7.1 Ověření zavedených předpokladů

Ověříme předpoklady, které jsme si stanovili v předchozí kapitole.

Tažená výztuž za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S1}| \geq \varepsilon_{yd}$$

$$0,008\ 645 \geq 0,002\ 174 \quad \gg \gg \text{PODMÍNKA VYHOVUJE}$$

Tlačená výztuž za mezí kluzu:

$$|\varepsilon_{S2}| \geq \varepsilon_{yd}$$

$$|-0,002\ 632| \geq 0,002\ 174 \quad \gg \gg \text{PODMÍNKA VYHOVUJE}$$

FRP výztuž nedosahuje limitního přetvoření:

$$|\varepsilon_f| \leq \varepsilon_{fud}$$

$$0,007\,991 \leq 0,014\,167$$

&gt;&gt;&gt; PODMÍNKA VYHOVUJE

Všechny dříve stanovené předpoklady jsou splněny, výška tlačené oblasti  $x = 161,386\text{ mm}$ , je platná.

### 3.2.7.2 Ověření dostatečné rotační kapacity

Dále ověříme podmínku dostatečné rotační kapacity. Pro  $f_{ck} = 35\text{ MPa}$  je podmínka následující:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0,45$$

$$\frac{161,386}{560} \leq 0,45$$

$$0,288 \leq 0,45$$

&gt;&gt;&gt; VYHOVUJE

### 3.2.8 Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (FIB)

Síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd}) = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 161,386 \cdot 300 \cdot (-23,333)$$

$$F_{CC} = -768\,186\text{ N}$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1} = 1\,520,53 \cdot 434,783 = 661\,101\text{ N}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} = 402,12 \cdot (-434,783) = -174\,835\text{ N}$$

$$F_f = A_f \cdot \sigma_f = 168 \cdot 1\,678,11 = 281\,920\text{ N}$$

Ramena sil:

$$z_{CC} = \delta_G \cdot x - \frac{h}{2} = 0,4 \cdot 161,386 - \frac{600}{2} = -235,446\text{ mm}$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{600}{2} - 40 = 260\text{ mm}$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} = 40 - \frac{300}{2} = -260\text{ mm}$$

$$z_f = \frac{h}{2} = \frac{600}{2} = 300\text{ mm}$$

Momentová únosnost průřezu zesíleného FRP lamelou:

$$M_{Rd} = F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2} + F_f \cdot z_f$$

$$M_{Rd} = (-768\,186) \cdot (-235,446) + 661\,101 \cdot 260 + (-174\,835) \cdot (-260) +$$

$$+281\,920 \cdot 300$$

$$M_{Rd} = 482,786 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 482,786 \text{ kNm}$$

Ohybovou únosnost zesíleného průřezu následně posoudíme vůči momentu od působícího zatížení:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}$$

$$366,242 \text{ kNm} \leq 482,786 \text{ kNm}$$

>>> VYHOVUJE

Zesílený průřez vyhovuje v MSÚ na ohybovou únosnost. Můžeme přejít k posouzení MSP.

### 3.2.9 Výpočet mezních stavů použitelnosti (FIB)

V této kapitole přejdeme k výpočtům v MSP. Postupně si vypočítáme napětí v materiálech na základě vztahů z kapitoly 2.2.9.

Napětí v krajních tlačných vláknech železobetonového průřezu:

$$\sigma_{C,MSP} = \frac{M_S}{I_2} \cdot x_2 = \frac{253,94 \cdot 10^6}{1\,866,167 \cdot 10^6} \cdot 150,43 = 20,469 \text{ MPa}$$

Poměrné přetvoření v betonu při MSP:

$$\varepsilon_{C,MSP} = \frac{\sigma_{C,MSP}}{E_c} = \frac{20,469}{34\,077,146} = 0,000\,601$$

Poměrná přetvoření výztuží v mezním stavu použitelnosti (průřez s plně rozvinutými trhlinami):

$$\varepsilon_{S1,MSP} = \frac{-\varepsilon_{C,MSP} \cdot (d - x_2)}{x_2} = \frac{0,000\,601 \cdot (560 - 150,43)}{150,43} = 0,001\,636$$

$$\varepsilon_{S2,MSP} = \frac{\varepsilon_{C,MSP} \cdot (x_2 - d_2)}{x_2} = \frac{-0,000\,601 \cdot (150,43 - 40)}{150,43} = -0,000\,441$$

$$\varepsilon_{f,MSP} = \frac{-\varepsilon_{C,MSP} \cdot (h - x_2)}{x_2} - \varepsilon_o = \frac{0,000\,601 \cdot (600 - 150,43)}{150,43} - 0,001\,521$$

$$\varepsilon_{f,MSP} = 0,000\,275$$

Napětí v betonářských výztužích:

$$\sigma_{S1,MSP} = \varepsilon_{S1,MSP} \cdot E_S = 0,001\,636 \cdot 200\,000 = 327,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{S2,MSP} = \varepsilon_{S2,MSP} \cdot E_S = (-0,000\,441) \cdot 200\,000 = -88,2 \text{ MPa}$$

Napětí v FRP výztuži:

$$\sigma_{f,MSP} = \varepsilon_{f,MSP} \cdot E_f = 0,000\,275 \cdot 210\,000 = 57,75 \text{ MPa}$$

### 3.2.10 Posouzení mezních stavů použitelnosti (FIB)

Přejdeme k posouzení mezního stavu omezení napětí a vypočtená napětí v materiálech posoudíme s jejich limitními hodnotami podle podmínek z kapitoly 2.2.10.

Omezení napětí v tlačeném betonu:

$$|\sigma_{C,MSP}| \leq 0,6 \cdot f_{ck}$$

$$20,469 \leq 0,6 \cdot 35$$

$$20,469 \text{ MPa} \leq 21 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Omezení napětí v tažené betonářské výztuži:

$$|\sigma_{S1,MSP}| \leq 0,8 \cdot f_{yk}$$

$$327,2 \leq 0,8 \cdot 500$$

$$327,2 \text{ MPa} \leq 400 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Omezení napětí v tlačené betonářské výztuži:

$$|\sigma_{S2,MSP}| \leq 0,8 \cdot f_{yk}$$

$$|-88,2| \leq 0,8 \cdot 500$$

$$88,2 \text{ MPa} \leq 400 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Omezení napětí v FRP výztuži:

$$|\sigma_{f,MSP}| \leq \eta \cdot f_{fk}$$

$$57,75 \leq 0,8 \cdot 3500$$

$$57,75 \text{ MPa} \leq 2\,800 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Všechny posouzení vyhovují, průřez vyhovuje v mezním stavu omezení napětí.

### 3.3 Postup posouzení prvku podle ACI 440.2R

Tato kapitola obsahuje řešený příklad pro jednostranně vyztužený průřez pomocí vztahů z kapitoly 2.3. Uvedený postup je praktickou ukázkou použitých vztahů a slouží též jako kontrola provedení výpočtu. Postup je též použit pro ověření shodnosti postupu z publikace ACI [1] a postupu použitým při sestavení aplikace STRECO, toto ověření je uvedeno v kapitole 3.5.

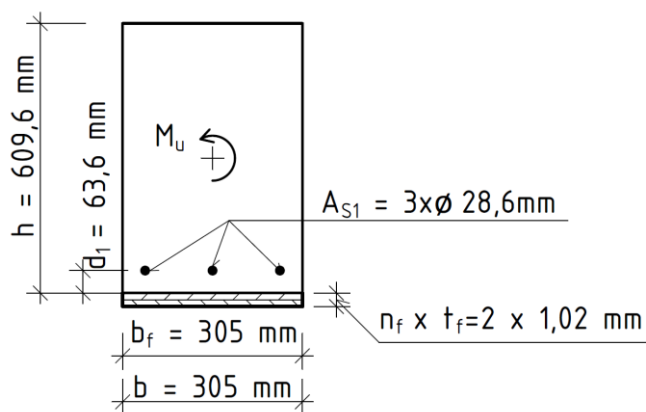
Uvedený postup představuje podrobný výpočet a posouzení ohybové únosnosti spolu s posouzením mezního stavu omezení napětí pro průřez zesílený vnější CFRP lamelou. Posudek je proveden na základě podmínek uvedených v ACI PRC-440.2-17 [1].

Vstupní hodnoty v níže řešeném příkladu jsou zcela totožné s příkladem řešeným přímo v ACI [1], v kapitole 16.3. Je tak možné ještě snadněji porovnat postup použitý v této kapitole s originálním postupem z ACI.

Celý příklad je vypočítán na vědecké kalkulačce (CASIO fx-991CE X). Výsledky jsou ve většině případů zaokrouhleny na tři platná desetinná místa.

#### 3.3.1 Vstupní parametry do výpočtu (ACI)

Vstupní parametry jsou zde pro lepší přehlednost uvedeny ve stejné formě a stejném pořadí jako v aplikaci STRECO.



Obr. 3.5: Grafické znázornění vybraných vstupních parametrů – ACI

Pro výpočet byly zvoleny následující vstupní parametry (uvedené vstupní parametry vychází z převodu angloamerických jednotek na metrický systém):

Šířka průřezu:	$b = 305 \text{ mm}$
Výška průřezu:	$h = 609,6 \text{ mm}$
Charakteristická pevnost betonu v tlaku:	$f_{ck} = 34,5 \text{ MPa}$



Umístění prvku:	Interiér
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:	$f_{yk} = 414 \text{ MPa}$
Modul pružnosti oceli v tahu:	$E_S = 200\,000 \text{ MPa}$
Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken průřezu:	$d_1 = 63,6 \text{ mm}$
Vzdálenost horní výztuže od horních vláken průřezu:	$d_2 = 0 \text{ mm}$
Navržená plocha dolní tažené výztuže (3x $\varnothing 28,6 \text{ mm}$ ):	$A_{S1} = 1\,935 \text{ mm}^2$
Navržená plocha horní tlačené výztuže (0x $\varnothing 0 \text{ mm}$ ):	$A_{S2} = 0 \text{ mm}^2$
Moment od stálého charakteristického zatížení (stávající):	$M_{E,g,0} = 97,79 \text{ kNm}$
Moment od proměnného charakt. zatížení (stávající):	$M_{E,q,0} = 117,21 \text{ kNm}$
Moment od stálého charakteristického zatížení (budoucí):	$M_{E,g,1} = 97,79 \text{ kNm}$
Moment od proměnného charakt. zatížení (budoucí):	$M_{E,q,1} = 176,15 \text{ kNm}$
Charakteristická pevnost v tahu FRP výztuže:	$f_{fk} = f_{fu}^* = 621 \text{ MPa}$
Charakt. maximální přetvoření v tahu FRP výztuže:	$\varepsilon_{fk} = \varepsilon_{fu}^* = 0,015$
Modul pružnosti oceli v tahu FRP výztuže:	$E_f = 37\,000 \text{ MPa}$
Šířka FRP lamely:	$b_f = 305 \text{ mm}$
Tloušťka FRP lamely:	$t_f = 1,02 \text{ mm}$
Počet FRP lamel:	$n_f = 2 \text{ ks}$
Typ kompozitní výztuže:	<i>CFRP lamela</i>

**Upozornění:** Při výpočtu je uvažováno lineární chování FRP výztuže až do porušení. Pro tento předpoklad je nutné zajistit platnost Hookova zákona.

Pro výše uvedené vstupní parametry FRP výztuže však Hookův zákon neplatí, tzn.  $f_{fk} \neq \varepsilon_{fk} \cdot E_f$ . Je tomu tak, jelikož jsou vstupní parametry převzaty z publikace ACI (kapitola 16.3), pro následnou kontrolu výsledků s oficiálním postupem.

### 3.3.1.1 Výpočet ostatních vstupních hodnot a vlastností materiálů

Ze zadaných vstupních hodnot ještě dopočítáme další potřebné hodnoty do výpočtu.

Návrhová (specifikovaná) pevnost betonu v tlaku:

$$f_c' = \frac{f_{ck}}{\gamma_M} = \frac{34,5}{1,0} = 34,5 \text{ MPa}$$

Modul pružnosti betonu:

$$E_c = 4\,700 \cdot \sqrt{f_c'} = 4\,700 \cdot \sqrt{34,5} = 27\,606,249 \text{ MPa}$$

Pevnost betonu v tahu:

$$f_r = 0,62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} = 0,62 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{34,5} = 3,642 \text{ MPa}$$

Návrhová (specifikovaná) mez kluzu betonářské výztuže:

$$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma_M} = \frac{414}{1,0} = 414 \text{ MPa}$$

Přetvoření betonářské výztuže na mezi kluzu:

$$\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_s} = \frac{414}{200\,000} = 0,002\,07$$

Plocha FRP výztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f = 2 \cdot 305 \cdot 1,02 = 622,2 \text{ mm}^2$$

Návrhová pevnost FRP výztuže v tahu:

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^* = 0,95 \cdot 621 = 589,95 \text{ MPa}$$

Návrhová hodnota maximálního přetvoření FRP výztuže:

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^* = 0,95 \cdot 0,015 = 0,014\,25$$

Návrhový ohybový moment  $M_u$ :

$$M_u = 1,2 \cdot M_{E,g,1} + 1,6 \cdot M_{E,q,1} = 1,2 \cdot 97,79 + 1,6 \cdot 176,15 = 399,188 \text{ kNm}$$

Limitní ohybový moment pro nezesílenou konstrukci  $M_{LIM}$ :

$$M_{LIM} = 1,1 \cdot M_{E,g,1} + 0,75 \cdot M_{E,q,1} = 1,1 \cdot 97,79 + 0,75 \cdot 176,15 = 239,682 \text{ kNm}$$

Charakteristický ohybový moment  $M_{DL}$ :

$$M_{DL} = M_{E,g,0} = 97,79 \text{ kNm}$$

Charakteristický ohybový moment  $M_a$ :

$$M_a = M_{E,g,0} + M_{E,q,0} = 97,79 + 117,21 = 209 \text{ kNm}$$

Charakteristický ohybový moment  $M_S$ :

$$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1} = 97,79 + 176,15 = 273,94 \text{ kNm}$$

Plocha betonového průřezu:

$$A_c = b \cdot h = 305 \cdot 609,6 = 185\,928 \text{ mm}^2$$

Účinná výška tažené výztuže:

$$d = h - d_1 = 609,6 - 63,6 = 546 \text{ mm}$$

Účinná výška FRP výztuže:

$$d_f = h = 609,6 \text{ mm}$$

### 3.3.2 Výpočet únosnosti bez FRP výztuže (ACI)

Přejdeme k výpočtu únosnosti průřezu bez FRP výztuže. Výpočet je proveden podle vzorců uvedených v kapitole 2.3.2.

#### 3.3.2.1 Výpočet výšky tlačené oblasti

Pomocí hlavní silové podmínky a níže dosazených hodnot si odvodíme rovnici pro výpočet výšky tlačené oblasti.

Hlavní silová podmínka rovnováhy:

$$F_{CC} + F_{S1} + F_{S2} = 0$$

Rovnice pro síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c_0 \cdot b \cdot (-f'_c)$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2}$$

Vyjádření napětí ve výztužích:

$$f_{S1} = \min(f_y; \varepsilon_{S1} \cdot E_S)$$

$$f_{S2} = \min(f_y; \varepsilon_{S2} \cdot E_S)$$

Vyjádření poměrných přetvoření ve výztužích pomocí poměrného přetvoření betonu:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - c_0)}{c_0}$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (c_0 - d_2)}{c_0}$$

Součinitel  $\beta_1$  pro beton s pevností  $f'_c = 34,5 \text{ MPa}$ :

$$\beta_1 = 0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c - 28)}{7} = 0,85 - \frac{0,05 \cdot (34,5 - 28)}{7} = 0,804$$

Pro poměrné přetvoření betonu uvažujeme mezní hodnotu poměrného přetvoření:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cU} = -0,003$$

Finální vztah pro výpočet výšky tlačené oblasti:

$$\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c_0 \cdot b \cdot (-f'_c) + A_{S1} \cdot \min\left(f_y; \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - c_0)}{c_0} \cdot E_s\right) +$$

$$+ A_{S2} \cdot \min\left(f_y; \frac{\varepsilon_c \cdot (c_0 - d_2)}{c_0} \cdot E_s\right) = 0$$

Do rovnice pro výpočet výšky tlačené oblasti dosadíme všechny známé hodnoty:

$$1,0 \cdot 0,804 \cdot c_0 \cdot 305 \cdot (-34,5) + 1\,935 \cdot \min\left(414; \frac{0,003 \cdot (546 - c_0)}{c_0} \cdot 200\,000\right) +$$

$$+ 0 \cdot \min\left(414; \frac{-0,003 \cdot (c_0 - 0)}{c_0} \cdot 200\,000\right) = 0$$

Vzhledem k tomu, že v ručním výpočtu nelze určit minimum ze dvou hodnot, jelikož jedna z hodnot je závislá na výsledku výpočtu, budeme předpokládat, že tažená výztuž je za mezí kluzu  $f_{S1} > f_y$ . Poté jako minimum můžeme uvažovat návrhovou mez kluzu betonářské výztuže  $f_y = 414 \text{ MPa}$ . Tento předpoklad je po výpočtu výšky tlačené oblasti nutné ověřit!

Rovnici upravíme dle výše zmíněného předpokladu a odebereme člen rovnice pro tlačенou výztuž, jelikož  $A_{S2} = 0 \text{ mm}^2$ :

$$1,0 \cdot 0,804 \cdot c_0 \cdot 305 \cdot (-34,5) + 1\,935 \cdot 414 = 0$$

Z rovnice vypočítáme výšku tlačené oblasti:

$$c_0 = 94,69 \text{ mm}$$

### 3.3.2.2 Výpočet přetvoření a napětí v materiálech

Přetvoření ve výztužích:

$$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - c_0)}{c_0} = \frac{0,003 \cdot (546 - 94,69)}{94,69} = 0,0143$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (c_0 - d_2)}{c_0} = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačenu výztuž)}$$

Napětí ve výztužích:

$$f_{S1} = \min(f_y; \varepsilon_{S1} \cdot E_S) = \min(414; 0,0143 \cdot 200\,000)$$

$$f_{S1} = \min(414; 2\,859,711) = 414 \text{ MPa}$$

$$f_{S2} = \min(f_y; \varepsilon_{S2} \cdot E_S) = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačenu výztuž)}$$

### 3.3.2.3 Ověření - tažená výztuž za mezí kluzu

Ověříme náš původní předpoklad, zda je tažená výztuž za mezí kluzu, dle následující podmínky:

$$\varepsilon_{S1} \geq \varepsilon_{ty}$$

$$0,0143 \geq 0,00207$$

>>> PODMÍNKA VYHOVUJE

### 3.3.2.4 Ohybová únosnost nezesíleného průřezu

Síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c_0 \cdot b \cdot (-f_c) = 1,0 \cdot 0,804 \cdot 94,69 \cdot 305 \cdot (-34,5) = -801\,090 \text{ N}$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1} = 1\,935 \cdot 414 = 801\,090 \text{ N}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2} = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačenu výztuž)}$$

Ramena sil:

$$z_{CC} = \frac{\beta_1 \cdot c_0}{2} - \frac{h}{2} = \frac{0,804 \cdot 94,69}{2} - \frac{609,6}{2} = -266,735 \text{ mm}$$

$$z_{S1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{609,6}{2} - 63,6 = 241,2 \text{ mm}$$

$$z_{S2} = d_2 - \frac{h}{2} = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačenu výztuž)}$$

Moment únosnosti průřezu bez zesílení FRP výztuží:

$$M_{n,0} = F_{CC} \cdot z_{CC} + F_{S1} \cdot z_{S1} + F_{S2} \cdot z_{S2}$$

$$M_{n,0} = (-801\,090) \cdot (-266,735) + 801\,090 \cdot 241,2 + 0 = 406,902 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{n,0} = 406,902 \text{ kNm}$$

Redukční součinitel  $\Phi$ , určený na základě vztahů v kapitole 2.3.3.1. Přičemž  $\varepsilon_t = \varepsilon_{S1}$ .

$$\Phi = 0,9$$

Výsledný moment únosnosti průřezu bez zesílení FRP výztuží získáme po vynásobení redukčním součinitelem  $\Phi$ :

$$\Phi \cdot M_{n,0} = 0,9 \cdot 406,902 = 366,211 \text{ kNm}$$

Vypočtený moment únosnosti posoudíme s momentem od působícího zatížení:

$$\Phi \cdot M_{n,0} \geq M_u$$

$$366,211 \text{ kNm} \not\geq 399,188 \text{ kNm}$$

**>>> NEVYHOVUJE, JE NUTNÉ  
ZESÍLENÍ PRŮŘEZU**

### 3.3.3 Posouzení, zda lze konstrukci zesilovat (ACI)

Než přejdeme k zesilování průřezu pomocí FRP výztuže, musíme ověřit, zda je průřez možné zesilovat. To nám určí následující podmínka:

$$\Phi \cdot M_{n,0} \geq M_{LIM}$$

$$0,9 \cdot 406,902 \geq 239,682 \text{ kNm}$$

$$366,211 \text{ kNm} \geq 239,682 \text{ kNm}$$

**>>> VYHOVUJE, PRŮŘEZ JE  
MOŽNÉ ZESILOVAT**

### 3.3.4 Výpočet průřezových charakteristik (ACI)

V této kapitole si určíme charakteristiky průřezu (průřez bez trhlin / průřez s plně rozvinutými trhlinami). Tyto charakteristiky poté použijeme dále ve výpočtu podle toho, v jakém výpočtovém stavu se nacházíme (viz kapitola 3.3.5). Výpočet je proveden dle vztahů uvedených v kapitole 2.3.4.

#### 3.3.4.1 Charakteristiky průřezu bez trhlin

Nejprve určíme charakteristiky pro ideální průřez, tedy průřez bez trhlin.

Pracovní součinitel:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200\,000}{27\,606,249} = 7,245$$

Plocha ideálního průřezu:

$$A_{tr} = A_c + \alpha_e \cdot (A_{s1} + A_{s2}) = 185\,928 + 7,245 \cdot (1\,935 + 0)$$

$$A_{tr} = 199\,947,075 \text{ mm}^2$$

Vzdálenost těžiště průřezu od krajních vláken:

$$a_c = \frac{h}{2} = \frac{609,6}{2} = 304,8 \text{ mm}$$

Výška tlačené oblasti ideálního průřezu:

$$c_{tr} = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_{tr}}$$

$$c_{tr} = \frac{185\,928 \cdot 304,8 + 7,245 \cdot (1\,935 \cdot 546 + 0)}{199\,947,075} = 321,711 \text{ mm}$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu:

$$I_{tr} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + A_c \cdot (c_{tr} - a_c)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - c_{tr})^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - c_{tr})^2]$$

$$I_{tr} = \frac{1}{12} \cdot 305 \cdot 609,6^3 + 185\,928 \cdot (321,711 - 304,8)^2 +$$

$$+ 7,245 \cdot [1\,935 \cdot (546 - 321,711)^2 + 0] = 6\,516,168 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

### 3.3.4.2 Charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami

Poté určíme charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlinami.

Výška tlačené oblasti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami:

$$c_{cr} = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_{S1} + A_{S2}) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b}{\alpha_e} \cdot \frac{(A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{(A_{S1} + A_{S2})^2}} \right]$$

$$c_{cr} = \frac{7,245}{305} \cdot (1\,935 + 0) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 305}{7,245} \cdot \frac{(1\,935 \cdot 546 + 0 \cdot 0)}{(1\,935 + 0)^2}} \right]$$

$$c_{cr} = 182,74 \text{ mm}$$

Moment setrvačnosti pro průřez s plně rozvinutými trhlinami:

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot c_{cr}^3 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - c_{cr})^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - c_{cr})^2]$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \cdot 305 \cdot 182,74^3 + 7,245 \cdot [1\,935 \cdot (546 - 182,74)^2 + 0 \cdot (0 - 182,74)^2]$$

$$I_{cr} = 2\,470,337 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

### 3.3.5 Posouzení vzniku trhlin (ACI)

V tuto chvíli máme všechny potřebné charakteristiky průřezu a potřebujeme určit, které z nich využijeme pro náš výpočet. Vypočítáme tedy moment na mezi vzniku trhlin a následně ho porovnáme dle příslušné podmínky, abychom zjistili, zda se nacházíme v oblasti výpočtu bez trhlin nebo s plně rozvinutými trhlínami.

Moment na mezi vzniku trhlin:

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_{tr}}{h - c_{tr}} = \frac{3,642 \cdot 6\,516,168 \cdot 10^6}{609,6 - 321,711} = 82,434 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 82,434 \text{ kNm}$$

Podmínka pro určení výpočtového stavu:

$$M_a ? \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$$

$$209 \text{ kNm} > \frac{2}{3} \cdot 82,434 = 54,956 \text{ kNm} \quad \gg \gg \text{ TRHLINY VZNIKAJÍ}$$

Vzhledem k tomu, že moment od zatížení  $M_a$  je větší než  $2/3$  momentu na mezi vzniku trhlin  $M_{cr}$ , nacházíme se ve stavu průřezu s trhlínami a pro výpočet dále použijeme pouze charakteristiky průřezu s plně rozvinutými trhlínami z kapitoly 3.3.4.2.

### 3.3.6 Výpočet počátečního přetvoření - při instalaci FRP výztuže (ACI)

Následně přejdeme k určení poměrného přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP výztuže. Jedná se o počáteční přetvoření vkládané FRP výztuže. Výpočet je proveden na základě vztahů z kapitoly 2.3.6.

Stupeň vyztužení průřezu betonářskou výztuží:

$$\rho_s = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot d} = \frac{1\,935 + 0}{305 \cdot 546} = 0,011\,62$$

Stupeň vyztužení FRP výztuží:

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = \frac{622,2}{305 \cdot 546} = 0,003\,74$$

Poměrná výška tlačené oblasti:

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c}\right)^2 + 2 \cdot \left[\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c} \cdot \left(\frac{d_f}{d}\right)\right]} - \left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c}\right)$$



$$k = \sqrt{\left(0,011\,62 \cdot \frac{200\,000}{27\,606,249} + 0,003\,74 \cdot \frac{37\,000}{27\,606,249}\right)^2 + 2 \cdot \left[0,011\,62 \cdot \frac{200\,000}{27\,606,249} + 0,003\,74 \cdot \frac{37\,000}{27\,606,249} \cdot \left(\frac{609,6}{546}\right)\right]} - \left(0,011\,62 \cdot \frac{200\,000}{27\,606,249} + 0,003\,74 \cdot \frac{37\,000}{27\,606,249}\right)$$

$$k = 0,344$$

Počáteční přetvoření při instalaci FRP výztuže:

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL} \cdot (d_f - k \cdot d)}{I_{cr} \cdot E_C} = \frac{97,79 \cdot 10^6 \cdot (609,6 - 0,344 \cdot 546)}{2\,470,337 \cdot 10^6 \cdot 27\,606,249} = 0,000\,605$$

### 3.3.7 Způsob porušení konstrukce (ACI)

Dále zjistíme, jakým způsobem se nám poruší FRP výztuž, zda dojde k porušení soudržnosti mezi FRP a povrchem železobetonové konstrukce či dojde k přetržení FRP lamely. Teoretické podrobnosti k výpočtu jsou uvedeny v kapitole 2.3.7.

Limitní přetvoření FRP lamely určíme následovně:

$$\varepsilon_{fd} = \min\left(0,41 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{n_f \cdot E_f \cdot t_f}}; 0,9 \cdot \varepsilon_{fu}\right)$$

$$\varepsilon_{fd} = \min\left(0,41 \cdot \sqrt{\frac{34,5}{2 \cdot 37\,000 \cdot 1,02}}; 0,9 \cdot 0,01425\right) = \min(0,00877; 0,01282)$$

$$\varepsilon_{fd} = 0,00877$$

Jelikož nám rozhoduje první člen funkce minimum, znamená to, že pokud nám dojde k porušení FRP lamely, stane se tak vlivem porušení soudržnosti mezi FRP lamelou a železobetonovým povrchem.

### 3.3.8 Výška tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží (ACI)

V této kapitole vypočítáme výšku tlačené oblasti pro průřez zesílený FRP výztuží. Výpočet odpovídá vztahům uvedeným v kapitole 2.3.8.

V teoretické části (2.3.8) je postup popsán tak, že výšku tlačené oblasti nejprve odhadneme jako 20 % z účinné výšky průřezu, poté postupně vypočítáme poměrná přetvoření, napětí a síly a následně odhadnutou výšku tlačené oblasti ověříme. Tímto

způsobem by však níže uvedený ruční výpočet obsahoval několik zcela stejných iteračních kroků, při kterých bychom opakovaně počítali podle stále stejných vztahů. Z tohoto důvodu je odhad výšky tlačené oblasti proveden pomocí hodnoty z aplikace STRECO, jinými slovy, použijeme již známou výšku tlačené oblasti a zjistíme, zda výpočtem dostaneme stejnou hodnotu. Tím docílíme jednak názorné ukázky postupu z kapitoly 2.3.8, tak i ověření správnosti výpočtu v aplikaci STRECO.

„Odhad“ výšky tlačené oblasti dle výsledku z aplikace STRECO:

$$c_{odhad} = 131,79 \text{ mm}$$

Dále musíme určit skutečné poměrné přetvoření FRP výztuže, které se řídí buď přetvořením FRP, pokud dojde k drcení betonu nebo je dané limitním přetvořením FRP výztuže, pokud FRP dosáhne mezního stavu dříve než beton.

Poměrné přetvoření FRP výztuže při dosažení MSÚ:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{fe} &= \min \left[ \varepsilon_{cu} \cdot \left( \frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} ; \varepsilon_{fd} \right] \\ \varepsilon_{fe} &= \min \left[ 0,003 \cdot \left( \frac{609,6 - 131,79}{131,79} \right) - 0,000\ 605 ; 0,008\ 77 \right] \\ \varepsilon_{fe} &= \min(0,010\ 272; 0,008\ 77) = 0,008\ 77\end{aligned}$$

Jelikož nám rozhoduje druhý člen funkce minimum, znamená to, že přetvoření FRP lamely je řízeno porušením FRP lamely. Z toho vyplývá, že neplatí rovnost  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,003$ . Musíme tedy určit i poměrné přetvoření v krajních vláknech betonu z poměru trojúhelníků poměrných přetvoření.

Přetvoření v krajních vláknech tlačného betonu:

$$\begin{aligned}\varepsilon_c &= (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{c}{d_f - c} \right) = (0,008\ 77 + 0,000\ 605) \cdot \left( \frac{131,79}{609,6 - 131,79} \right) \\ \varepsilon_c &= 0,002\ 586\end{aligned}$$

Stejným způsobem určíme přetvoření dolní tažené výztuže:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s1} &= (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{d - c}{d_f - c} \right) = (0,008\ 77 + 0,000\ 605) \cdot \left( \frac{546 - 131,79}{609,6 - 131,79} \right) \\ \varepsilon_{s1} &= 0,008\ 127\end{aligned}$$

Pokud by náš průřez obsahoval i horní tlačnou výztuž, postupovali bychom obdobně.

$$\varepsilon_{s2} = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{c - d_2}{d_f - c} \right) = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačnou výztuž)}$$

Po výpočtu poměrných přetvoření můžeme přejít k výpočtu napětí ve výztužích.

Napětí v dolní tažené výztuži:

$$f_{S1} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S1}; f_y) = \min(200\,000 \cdot 0,008\,127; 414)$$

$$f_{S1} = \min(1\,625,4; 414) = 414 \text{ MPa (tažená výztuž je za mezí kluzu)}$$

Napětí v horní tlačené výztuži:

$$f_{S2} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S2}; f_y) = 0 \text{ (řešený příklad neobsahuje tlačnou výztuž)}$$

Napětí v FRP výztuži:

$$f_{fe} = \min(E_f \cdot \varepsilon_{fe}; f_{fu}) = \min(37\,000 \cdot 0,008\,77; 589,95)$$

$$f_{fe} = \min(324,49; 589,95) = 324,49 \text{ MPa}$$

Než přejdeme k výpočtu sil, potřebujeme určit součinitele parabolického pracovního diagramu betonu. Před výpočtem součinitelů betonu, si ještě určíme přetvoření betonu při maximální pevnosti betonu:

$$\varepsilon'_c = \frac{1,7 \cdot f'_c}{E_c} = \frac{1,7 \cdot 34,5}{27\,606,249} = 0,002\,125$$

Součinitel zohledňující účinnou výšku tlačené oblasti betonu:

$$\beta_1 = \frac{4 \cdot \varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6 \cdot \varepsilon'_c - 2 \cdot \varepsilon_c} = \frac{4 \cdot 0,002\,125 - 0,002\,586}{6 \cdot 0,002\,125 - 2 \cdot 0,002\,586} = 0,781$$

Součinitel definující účinnou pevnost betonu:

$$\alpha_1 = \frac{3 \cdot \varepsilon'_c \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3 \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_c'^2} = \frac{3 \cdot 0,002\,125 \cdot 0,002\,586 - 0,002\,586^2}{3 \cdot 0,781 \cdot 0,002\,125^2} = 0,926$$

Přejdeme k určení sil v průřezu, potažmo k jejich využití při výpočtu výšky tlačené oblasti.

Silová podmínka rovnováhy:

$$F_{CC} + F_{S2} = F_{S1} + F_F$$

Síly působící v průřezu:

$$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b \cdot f'_c$$

$$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1}$$

$$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2}$$

$$F_f = A_f \cdot f_{fe}$$

Po dosazení sil do silové podmínky rovnováhy dostaneme rovnici s jedinou neznámou, výškou tlačené oblasti. Z této rovnice vyjádříme výšku tlačené oblasti následovně:

$$c = \frac{A_{S1} \cdot f_{S1} + A_f \cdot f_{fe} - A_{S2} \cdot f_{S2}}{\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot b \cdot f'_c} = \frac{1\,935 \cdot 414 + 622,2 \cdot 324,49 - 0 \cdot 0}{0,926 \cdot 0,781 \cdot 305 \cdot 34,5}$$

$$c = 131,799 \text{ mm}$$

Výslednou hodnotu porovnáme s počátečním odhadem:

$$c_{odhad} = c$$

$$131,79 \text{ mm} = 131,799 \text{ mm}$$

Výsledek se téměř zcela rovná našemu odhadu (odchylka je způsobena zaokrouhlením hodnot), vypočtená výška tlačené oblasti je tedy platná.

### 3.3.9 Výpočet a posouzení ohybové únosnosti průřezu (ACI)

Přejdeme k výpočtu a posouzení ohybové únosnosti průřezu zesíleného FRP lamelou podle vztahů uvedených v kapitole 2.3.9.

Nejprve si vypočítáme ramena působících sil. Ramena jsou vztažena k místu působící síly od betonu  $F_{CC}$ .

$$z_{CC} = 0 \text{ mm}$$

$$z_{S1} = d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} = 546 - \frac{0,781 \cdot 131,79}{2} = 494,536 \text{ mm}$$

$$z_{S2} = \frac{\beta_1 \cdot c}{2} - d_2 = 0 \text{ mm (řešený příklad neobsahuje tlačanou výztuž)}$$

$$z_f = d_f - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} = 609,6 - \frac{0,781 \cdot 131,79}{2} = 558,138 \text{ mm}$$

Následně určíme příspěvky k momentu únosnosti od jednotlivých výztuží.

Příspěvek k momentu únosnosti od dolní tažené betonářské výztuže:

$$M_{nS1} = A_{S1} \cdot f_{S1} \cdot z_{S1} = 1\,935 \cdot 414 \cdot 494,536$$

$$M_{nS1} = 396,168 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 396,168 \text{ kNm}$$

Obdobně bychom určili příspěvek k momentu únosnosti od horní tlačené betonářské výztuže, avšak náš příklad neobsahuje horní tlačanou výztuž.

Příspěvek k momentu únosnosti od FRP výztuže:

$$M_{nf} = A_f \cdot f_{fe} \cdot z_f = 622,2 \cdot 324,49 \cdot 558,138$$

$$M_{nf} = 112,687 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 112,687 \text{ kNm}$$

Moment únosnosti průřezu bez započítání redukčního součinitele  $\Phi$ :

$$M_n = M_{ns1} + M_{ns2} + \psi_f \cdot M_{nf} = 396,168 + 0 + 0,85 \cdot 112,687$$

$$M_n = 491,952 \text{ kNm}$$

Finální ohybovou únosnost průřezu získáme po zohlednění charakteru porušení konstrukce pomocí součinitele  $\Phi$ :

$$\Phi M_n = \Phi \cdot [M_{ns1} + M_{ns2} + \psi_f \cdot M_{nf}] = 0,9 \cdot 491,952$$

$$\Phi M_n = 442,757 \text{ kNm}$$

Ohybovou únosnost průřezu máme a můžeme přejít k finálnímu posouzení:

$$M_u \leq \Phi M_n$$

$$399,188 \text{ kNm} \leq 442,757 \text{ kNm}$$

>>> VYHOVUJE

Zesílený průřez vyhovuje v MSÚ na ohybovou únosnost. Můžeme přejít s posouzení MSP.

### 3.3.10 Výpočet mezních stavů použitelnosti (ACI)

V této kapitole přejdeme k výpočtům v MSP. Postupně si vypočítáme napětí v materiálech na základě vztahů z kapitoly 2.3.10.

Napětí v krajních tlačných vláknech železobetonového průřezu:

$$f_{c,s} = \frac{M_s}{I_{cr}} \cdot c_{cr} = \frac{273,94 \cdot 10^6}{2\,470,337 \cdot 10^6} \cdot 182,74 = 20,264 \text{ MPa}$$

Napětí v tažené betonářské výztuži:

$$f_{s,s} = \frac{\left[ M_s + \varepsilon_{bi} \cdot A_f \cdot E_f \cdot \left( d_f - \frac{k \cdot d}{3} \right) \right] \cdot (d - k \cdot d) \cdot E_s}{\left[ A_{s1} \cdot E_s \cdot \left( d - \frac{k \cdot d}{3} \right) \cdot (d - k \cdot d) + A_f \cdot E_f \cdot \left( d_f - \frac{k \cdot d}{3} \right) \cdot (d_f - k \cdot d) \right]}$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[ 273,94 \cdot 10^6 + 0,000\,605 \cdot 622,2 \cdot 37\,000 \cdot \left( 609,6 - \frac{0,344 \cdot 546}{3} \right) \right] \cdot (546 - 0,344 \cdot 546) \cdot 200\,000}{\left[ 1\,935 \cdot 200\,000 \cdot \left( 546 - \frac{0,344 \cdot 546}{3} \right) \cdot (546 - 0,344 \cdot 546) + 622,2 \cdot 37\,000 \cdot \left( 609,6 - \frac{0,344 \cdot 546}{3} \right) \cdot (609,6 - 0,344 \cdot 546) \right]}$$

$$f_{s,s} = 279,143 \text{ MPa}$$

Napětí v FRP výztuži:

$$f_{f,s} = f_{s,s} \cdot \left( \frac{E_f}{E_s} \right) \cdot \left( \frac{d_f - k \cdot d}{d - k \cdot d} \right) - \varepsilon_{bi} \cdot E_f$$

$$f_{f,s} = 279,143 \cdot \left( \frac{37\,000}{200\,000} \right) \cdot \left( \frac{609,6 - 0,344 \cdot 546}{546 - 0,344 \cdot 546} \right) - 0,000\,605 \cdot 37\,000$$

$$f_{f,s} = 38,426 \text{ MPa}$$

### 3.3.11 Posouzení mezních stavů použitelnosti (ACI)

Přejdeme k meznímu stavu omezení napětí a vypočtená napětí v materiálech posoudíme s jejich limitními hodnotami podle podmínek z kapitoly 2.3.11.

Omezení napětí v betonu:

$$f_{c,s} \leq 0,6 \cdot f'_c$$

$$20,264 \leq 0,6 \cdot 34,5$$

$$20,264 \text{ MPa} \leq 20,7 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Omezení napětí v tažené betonářské výztuži:

$$f_{s,s} \leq 0,8 \cdot f_y$$

$$279,143 \leq 0,8 \cdot 414$$

$$279,143 \text{ MPa} \leq 331,2 \text{ MPa}$$

>>> VYHOVUJE

Omezení napětí v FRP výztuži:

$$f_{f,s} \leq \eta \cdot f_{fu}$$

$$38,426 \leq 0,55 \cdot 589,95$$

$$38,426 \text{ MPa} \leq 324,473 \text{ kNm}$$

>>> VYHOVUJE

Všechny podmínky vyhovují, průřez tedy vyhovuje v mezním stavu omezení napětí.

### 3.4 Výsledky výpočtu z aplikace STRECO

Tato kapitola obsahuje výsledky výpočtu a jejich posouzení ve vytvořené aplikaci STRECO. Výsledky jsou pro názornost ponechány v původní podobě (tj. v podobě, kterou vidí uživatel při používání aplikace STRECO). Pro bližší seznámení s funkcemi aplikace slouží kapitola 3.1 a Příloha A.

Vstupní hodnoty a výsledky, které jsou obsaženy na obrázcích v této kapitole zobrazují totožné příklady vypočítané v kapitolách 3.2 a 3.3. Vzájemné porovnání výsledků z ručního výpočtu a aplikace STRECO je obsahem kapitoly 3.5.

První obrázek (Obr. 3.6) prezentuje vstupní parametry zadané do aplikace a zároveň posouzení průřezu bez FRP výztuže. Vstupní parametry odpovídají příkladu v kapitole 3.2.

The screenshot shows the STRECO application window titled "ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE". The interface is divided into several sections:

- VSTUPNÍ PARAMETRY:**
  - Rozměry:** Šířka průřezu: 300 mm, Výška průřezu: 600 mm.
  - Beton:** Charakteristická pevnost betonu v tlaku:  $f_{ck} = 35$  MPa.
  - Prostředí:** Umístění prvku: Interiér.
  - Betonářská výztuž:**
    - Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:  $f_{yk} = 500$  MPa.
    - Modul pružnosti oceli v tahu:  $E_s = 200000$  MPa.
    - Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:  $d_1 = 40$  mm.
    - Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:  $d_2 = 40$  mm.
    - Plocha dolní tažené výztuže:  $A_{S1} = 1520,53$  mm<sup>2</sup>.
    - Plocha horní tažené výztuže:  $A_{S2} = 402,12$  mm<sup>2</sup>.
- ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:**
  - Plocha průřezu:  $A_c = 180\,000,00$  mm<sup>2</sup>.
  - Výška tlačené oblasti (FIB):  $x_0 = 90,10$  mm.
  - Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):  $M_{Rd,0} = 345,77$  kNm.
  - Výška tlačené oblasti (ACI):  $c_0 = 76,75$  mm.
  - Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):  $\Phi M_{d,0} = 361,20$  kNm.
- Stávající zatížení:**
  - Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,g,0} = 97,79$  kNm.
  - Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,0} = 117,21$  kNm.
- Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):**
  - Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,g,l} = 97,79$  kNm.
  - Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,l} = 156,15$  kNm.
- Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):**
  - Charakteristická pevnost v tahu (viz !):  $f_{fk} = 3500$  MPa.
  - Charakteristické maximální přetvoření (viz !):  $\epsilon_{fk} = 0,017$ .
  - Modul pružnosti v tahu (viz !):  $E_f = 210000$  MPa.
  - Šířka lamely:  $b_f = 120$  mm.
  - Tloušťka lamely:  $t_f = 1,4$  mm.
  - Počet vrstev lamet:  $n_f = 1$  ks.
  - Typ kompozitní výztuže: CFRP - Uhlíkov.
- POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):**
  - Ohybová únosnost:  $M_{Ed,0} = 307,83$  kNm  $\leq$   $M_{Rd,0} = 345,77$  kNm **OK**.
  - Stávající zatížení: **OK**.
  - Budoucí zatížení:  $366,24$  kNm  $>$   $345,77$  kNm **NOK**.

A red warning message states: "NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu". A large "VÝPOČTEJ" button is visible in the bottom right corner.

Obr. 3.6: Vstupní parametry pro výpočet příkladu z kapitoly 3.2 (STRECO)

Další obrázek (Obr. 3.7) obsahuje okno aplikace s výpočtem a posouzením příkladu z kapitoly 3.2 podle technického reportu fib Bulletin 14 [3].

STRECO Kalkulačka Prohlížeč 0:52:57 sobota 20. května 2023

### VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE FIB BULLETIN 14 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP

**MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:**

Plocha kompozitní výztuže:  $A_f = 168,00 \text{ mm}^2$   
 Modul pružnosti betonu:  $E_c = 34\,077,15 \text{ MPa}$   
 Moment od stálého zatížení:  $M_0 = 215,00 \text{ kNm}$   
 Moment na mezi vzniku trhliny:  $M_{cr} = 67,79 \text{ kNm}$   
 Přetvoření betonu při působení momentu  $M_0$ :  $\epsilon_{co} = 0,000509$   
 Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:  $\epsilon_{c0} = 0,001520$   
 Výška tlačené oblasti:  $x = 161,39 \text{ mm}$   
 Přetvoření krajních vláken betonu:  $\epsilon_c = -0,003500$   
 Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s1} = 0,008644$   
 Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s2} = -0,002633$   
 Přetvoření FRP výztuže:  $\epsilon_f = 0,007992$   
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $\sigma_{s1} = 434,78 \text{ MPa}$   
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $\sigma_{s2} = -434,78 \text{ MPa}$   
 Efektivní napětí v FRP:  $\sigma_f = 1\,678,31 \text{ MPa}$   
 Součinitel pro beton - účinná výška tlačené oblasti:  $\psi = 0,80$   
 Poměrná výška tlačené oblasti:  $\xi = 0,29$   
 Limitní podmínka pro poměrnou výšku tlačené oblasti:  $F_{lm} = 0,45$   
 Moment únosnosti průřezu:  $M_{Rd} = 482,80 \text{ kNm}$

**MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:**

Výška tlačené oblasti průřezu (s trhlínami):  $x_2 = 150,43 \text{ mm}$   
 Moment setrvačnosti průřezu (s trhlínami):  $I_2 = 1\,866\,178\,277,70 \text{ mm}^4$

**MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:**

Napětí v betonu:  $\sigma_{c,msp} = 20,47 \text{ MPa}$   
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $\sigma_{s,msp} = 327,09 \text{ MPa}$   
 Napětí v FRP výztuži:  $\sigma_{f,msp} = 57,81 \text{ MPa}$

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:**

**MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{Ed,i}$	$M_{Rd,i}$	
Stávající zatížení:	307,83 kNm	482,80 kNm	OK
Budoucí zatížení:	366,24 kNm	482,80 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$\sigma_{i,msp}$	$\sigma_{i,max}$	
Beton:	20,47 MPa	21,00 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	327,09 MPa	400,00 MPa	OK
FRP výztuž:	57,81 MPa	2\,800,00 MPa	OK

Autor: Bc. Stanislav Voráček  
Verze: 1.0. (19.05.2023)

**VZORCE**

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Obr. 3.7: Výpočet a posouzení příkladu 3.2 podle FIBu (STRECO)

Na Obr. 3.8 opět vidíme vstupní hodnoty a posouzení průřezu bez FRP výztuže, v tomto případě však zadané hodnoty odpovídají příkladu z kapitoly 3.3.

STRECO Soubor Kalkulačka Prohlížeč 0:56:29 sobota 20. května 2023

### ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE

**VSTUPNÍ PARAMETRY:** ?

**Rozměry:**  
 Šířka průřezu:  $b = 305 \text{ mm}$   
 Výška průřezu:  $h = 609,6 \text{ mm}$

**Beton:**  
 Charakteristická pevnost betonu v tlaku:  $f_{ck} = 34,5 \text{ MPa}$

**Prostředí:**  
 Umístění prvku: Interiér

**Betonářská výztuž:**  
 Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:  $f_{yk} = 414 \text{ MPa}$   
 Modul pružnosti oceli v tahu:  $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$   
 vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:  $d_1 = 63,6 \text{ mm}$   
 vzdálenost horní výztuže od horních vláken:  $d_2 = 0 \text{ mm}$   
 Plocha dolní tažené výztuže:  $A_{s1} = 1935 \text{ mm}^2$   
 Plocha horní tažené výztuže:  $A_{s2} = 0 \text{ mm}^2$

**ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:**

Plocha průřezu:  $A_c = 185\,928,00 \text{ mm}^2$   
 Výška tlačené oblasti (FIB):  $x_0 = 124,13 \text{ mm}$   
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):  $M_{Rd,0} = 345,76 \text{ kNm}$   
 Výška tlačené oblasti (ACI):  $c_0 = 94,74 \text{ mm}$   
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):  $\Phi M_{n,0} = 366,21 \text{ kNm}$

**Stávající zatížení:**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,d,0} = 97,79 \text{ kNm}$   
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,0} = 117,21 \text{ kNm}$

**Předpokládané zatížení po přičtení (budoucí zatížení):**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{E,d,1} = 97,79 \text{ kNm}$   
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{E,q,1} = 176,15 \text{ kNm}$

**Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):**  
 Charakteristická pevnost v tahu (viz !):  $f_{fk} = 621 \text{ MPa}$   
 Charakteristické maximální přetvoření (viz !):  $\epsilon_{f,k} = 0,015$   
 Modul pružnosti v tahu (viz !):  $E_f = 37\,000 \text{ MPa}$   
 Šířka lamely:  $b_f = 305 \text{ mm}$   
 Tloušťka lamely:  $t_f = 1,02 \text{ mm}$   
 Počet vrstev lamel:  $n_f = 2 \text{ ks}$   
 Typ kompozitní výztuže: CFRP - Uhlíková

**POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):**

Ohybová únosnost:	$M_{Ed,0}$	$M_{Rd,0}$	
Stávající zatížení:	307,83 kNm	345,76 kNm	OK
Budoucí zatížení:	396,24 kNm	345,76 kNm	NOK

**NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu**

Autor: Bc. Stanislav Voráček  
Verze: 1.0. (19.05.2023)

**VYPOČÍTEJ**

Obr. 3.8: Vstupní parametry pro výpočet příkladu z kapitoly 3.3 (STRECO)

Obdobně Obr. 3.9 obsahuje okno aplikace s výpočtem a posouzením příkladu z kapitoly 3.3 podle publikace ACI 440.2R-17 [1].



STRECO Kalkulačka Prohlížeč 0:57:01 sobota 20. května 2023

### VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE ACI 440.2R-17 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP

**MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:** ?

Limitní moment od zatížení pro nezesílenou konstrukci:  $M_{lim} = 239.68$  kNm  
 Plocha kompozitní výztuže:  $A_f = 622.20$  mm<sup>2</sup>  
 Modul pružnosti betonu:  $E_c = 27\,606.25$  MPa  
 Poměrná výška tláčené oblasti:  $k = 0.34$  -  
 Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:  $\epsilon_{bi} = 0.000605$  -  
 Maximální dovolené přetvoření FRP:  $\epsilon_{fd} = 0.008766$  -  
 Výška tláčené oblasti:  $c = 131.79$  mm  
 Přetvoření krajních vláken betonu:  $\epsilon_{ci} = 0.002584$  -  
 Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s1} = 0.008123$  -  
 Přetvoření tláčené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s2} = 0.000000$  -  
 Přetvoření FRP výztuže:  $\epsilon_{fe} = 0.008766$  -  
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{s1} = 414.00$  MPa  
 Napětí v tláčené betonářské výztuži:  $f_{s2} = 0.00$  MPa  
 Napětí v FRP výztuži:  $f_{fe} = 324.32$  MPa  
 Součinitel pro beton - účinná výška tláčené oblasti:  $\beta_1 = 0.78$  -  
 Součinitel pro beton - definující účinnou pevnost:  $\alpha_1 = 0.93$  -  
 Moment únosnosti - příspěvek od betonářské výztuže:  $M_{ns} = 396.20$  kNm  
 Moment únosnosti - příspěvek od FRP:  $M_{nf} = 112.64$  kNm  
 Redukční faktor zohledňující charakter porušení:  $\phi = 0.90$  -  
 Moment únosnosti průřezu:  $\Phi M_n = 442.75$  kNm

**MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:**  
 Výška tláčené oblasti průřezu (s trhlínami):  $c_{cr} = 182.74$  mm  
 Moment setrvačnosti průřezu (s trhlínami):  $I_{cr} = 2\,470\,270\,321.03$  mm<sup>4</sup>

**MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:**  
 Napětí v betonu:  $f_{cs} = 20.26$  MPa  
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{sa} = 278.89$  MPa  
 Napětí v FRP výztuži:  $f_{fs} = 38.37$  MPa

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:**  
**MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{u,i}$	$\Phi M_{n,i}$	
Lze kci zesilovat:	239.68 kNm	366.21 kNm	OK
Stávající zatížení:	304.88 kNm	442.75 kNm	OK
Budoucí zatížení:	399.19 kNm	442.75 kNm	OK

**MSP:**  
 Napětí v materiálu:  $f_{i,s}$   $f_{i,max}$

	$f_{i,s}$	$f_{i,max}$	
Beton:	20.26 MPa	20.70 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	278.89 MPa	331.20 MPa	OK
FRP výztuž:	38.37 MPa	324.47 MPa	OK

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Autor: Bc. Stanislav Voráček  
Verze: 1.0. (19.05.2023)

Obr. 3.9: Výpočet a posouzení příkladu 3.3 podle ACI (STRECO)

Na závěr jsou uvedeny ještě výřezy z oken výpočtu (Obr. 3.10 a Obr. 3.11), na nichž jsou lépe vidět finální posouzení jednotlivých příkladů.

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:****MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{Ed,i}$	$M_{Rd,i}$	
Stávající zatížení:	307.83 kNm	482.80 kNm	OK
Budoucí zatížení:	366.24 kNm	482.80 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$\sigma_{i,msp}$	$\sigma_{i,max}$	
Beton:	20.47 MPa	21.00 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	327.09 MPa	400.00 MPa	OK
FRP výztuž:	57.81 MPa	2 800.00 MPa	OK

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Obr. 3.10: Posouzení průřezu s FRP výztuží z příkladu 3.2 podle FIBu (STRECO)

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:****MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{u,i}$	$\Phi M_{n,i}$	
Lze kci zesilovat:	239.68 kNm	366.21 kNm	OK
Stávající zatížení:	304.88 kNm	442.75 kNm	OK
Budoucí zatížení:	399.19 kNm	442.75 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$f_{i,s}$	$f_{i,max}$	
Beton:	20.26 MPa	20.70 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	278.89 MPa	331.20 MPa	OK
FRP výztuž:	38.37 MPa	324.47 MPa	OK

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Obr. 3.11: Posouzení průřezu s FRP výztuží z příkladu 3.3 podle ACI (STRECO)

### 3.5 Porovnání výsledků z aplikace vůči dalším postupům

V této kapitole jsou prezentovány výsledky z aplikace STRECO, a to formou porovnání s dalšími postupy. Porovnání slouží jako ukázka funkčnosti aplikace STRECO. Veškeré odlišnosti ve výsledcích jsou vždy okomentovány v jednotlivých podkapitolách.

#### 3.5.1 Porovnání výsledků z aplikace STRECO a z ručního výpočtu (FIB)

První podkapitola se věnuje porovnání výsledků z aplikace STRECO (viz kapitola 3.4) a výsledků ručního výpočtu pro postup podle FIBu (viz kapitola 3.2). Oba postupy popisují výpočet a posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí pro oboustranně vyztužený obdélníkový průřez zesílený vnější FRP lamelou.

Tab. 3.1: Porovnání výsledků pro oboustranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO x ruční výpočet)

Proměnná	Jednotka	Aplikace STRECO	Ruční výpočet	Odchylka
$A_C$	$mm^2$	180 000,00	180 000,00	0,00 %
$x_0$	$mm$	90,10	90,10	0,00 %
$M_{Rd,0}$	$kNm$	345,77	345,77	0,00 %
$A_f$	$mm^2$	168,00	168,00	0,00 %
$E_C$	$MPa$	34 077,15	34 077,15	0,00 %
$x_2$	$mm$	150,43	150,43	0,00 %
$I_2$	$mm^4$	1 866 178 277,70	1 866 167 000,00	0,00 %
$M_0$	$kNm$	215,00	215,00	0,00 %
$M_{cr}$	$kNm$	67,79	67,80	-0,01 %
$\varepsilon_{CO}$	-	0,000509	0,000509	0,00 %
$\varepsilon_O$	-	0,001520	0,001521	-0,07 %
$x$	$mm$	161,39	161,39	0,00 %
$\varepsilon_C$	-	-0,003500	-0,003500	0,00 %
$\varepsilon_{S1}$	-	0,008644	0,008645	-0,01 %
$\varepsilon_{S2}$	-	-0,002633	-0,002632	0,04 %
$\varepsilon_f$	-	0,007992	0,007991	0,01 %
$\sigma_{S1}$	$MPa$	434,78	434,78	0,00 %
$\sigma_{S2}$	$MPa$	-434,78	-434,78	0,00 %
$\sigma_f$	$MPa$	1 678,31	1 678,11	0,01 %
$\xi$	-	0,29	0,29	0,00 %
$M_{Rd}$	$kNm$	482,80	482,79	0,00 %
$\sigma_{C,MSP}$	$MPa$	20,47	20,47	0,00 %
$\sigma_{S1,MSP}$	$MPa$	327,09	327,20	-0,03 %
$\sigma_{f,MSP}$	$MPa$	57,81	57,75	0,10 %

Téměř nulové odchylky v Tab. 3.1 ukazují, že aplikace poskytuje stejné výsledky jako ruční postup uvedený v této práci (kapitola 3.2). Nepatrné rozdíly jsou způsobeny zaokrouhlením ručního výpočtu.

### 3.5.2 Porovnání výsledků z aplikace STRECO a z ručního výpočtu (ACI)

Stejným způsobem jako v předchozí kapitole porovnáme výsledky z aplikace STRECO (viz kapitola 3.4) a výsledky ručního výpočtu podle postupu z ACI (viz kapitola 3.3). Oba postupy popisují výpočet a posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí pro jednostranně vyztužený obdélníkový průřez zesílený vnější FRP lamelou.

Tab. 3.2: Porovnání výsledků pro jednostranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO x ruční výpočet)

Proměnná	Jednotka	Aplikace STRECO	Ruční výpočet	Odchylka
$A_C$	$mm^2$	185 928,00	185 928,00	0,00 %
$c_0$	$mm$	94,74	94,69	0,05 %
$\Phi M_{n,0}$	$kNm$	366,21	366,21	0,00 %
$M_{LIM}$	$kNm$	239,68	239,68	0,00 %
$A_f$	$mm^2$	622,20	622,20	0,00 %
$E_C$	$MPa$	27 606,25	27 606,25	0,00 %
$c_{cr}$	$mm$	182,74	182,74	0,00 %
$I_{cr}$	$mm^4$	2 470 270 321,03	2 470 337 000,00	0,00 %
$k$	-	0,34	0,34	0,00 %
$\varepsilon_{bi}$	-	0,000605	0,000605	0,00 %
$\varepsilon_{fd}$	-	0,008766	0,008770	-0,05 %
$c$	$mm$	131,79	131,80	-0,01 %
$\varepsilon_C$	-	0,002584	0,002586	-0,08 %
$\varepsilon_{S1}$	-	0,008123	0,008127	-0,05 %
$\varepsilon_{fe}$	-	0,008766	0,008770	-0,05 %
$f_{S1}$	$MPa$	414,00	414,00	0,00 %
$f_{fe}$	$MPa$	324,32	324,49	-0,05 %
$\beta_1$	-	0,78	0,78	0,00 %
$\alpha_1$	-	0,93	0,93	0,00 %
$M_{n,s}$	$kNm$	396,20	396,17	0,01 %
$M_{n,f}$	$kNm$	112,64	112,69	-0,04 %
$\Phi$	-	0,90	0,90	0,00 %
$\Phi M_n$	$kNm$	442,75	442,76	0,00 %
$f_{C,S}$	$MPa$	20,26	20,26	-0,02 %
$f_{S,S}$	$MPa$	278,89	279,14	-0,09 %
$f_{f,S}$	$MPa$	38,37	38,43	-0,15 %

Téměř nulové odchylky v Tab. 3.2 ukazují, že aplikace poskytuje stejné výsledky jako ruční postup uvedený v této práci (kapitola 3.3). Nepatrné rozdíly jsou způsobené zaokrouhlením ručního výpočtu.

### 3.5.3 Porovnání výpočtu FIB (STRECO x Sika)

V této kapitole si porovnáme výsledky z aplikace STRECO pro výpočet podle FIBu (viz kapitola 3.4) a výsledky téměř totožného příkladu z programu Sika CarboDur v7.0 [23] (viz Příloha D). Dle informací vydavatele, program Sika CarboDur provádí výpočty podle technických reportů FIB [3], TR 55 [5] a Eurokódu 2 [6]. Výpočtové postupy v technických reportech FIB a TR 55 mají velmi podobný základ.

Oproti ručnímu výpočtu příkladu v kapitole 3.2 a výsledům v kapitole 3.4 jsou upraveny následující vstupní parametry (*původní hodnota* >> *nová hodnota*):

Modul pružnosti oceli v tahu:  $E_S = 200\,000\text{ MPa} \gg 205\,000\text{ MPa}$

Charakt. max. přetvoření FRP výztuže:  $\varepsilon_{fk} = 0,017 \gg 0,0156$

Modul pružnosti oceli v tahu FRP výztuže:  $E_f = 210\,000\text{ MPa} \gg 205\,000\text{ MPa}$

Úprava vstupních parametrů je provedena, jelikož program Sika CarboDur neumožňuje změnu modulu pružnosti betonářské výztuže a neumožňuje zadání lamely s libovolnými vlastnostmi. Oba postupy popisují výpočet a posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí pro oboustranně vyztužený obdélníkový průřez zesílený vnější FRP lamelou.

Tab. 3.3: Porovnání výsledků pro oboustranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO x Sika)

Proměnná	Jednotka	Aplikace STRECO	Sika CarboDur v7.0	Odchylka
$A_C$	$mm^2$	180 000,00	180 000,00	0,00 %
$x_0$	$mm$	89,55	-	0,00 %
$M_{Rd,0}$	$kNm$	345,87	345,31	0,16 %
$A_f$	$mm^2$	168,00	168,00	0,00 %
$E_C$	$MPa$	34 077,15	-	0,00 %
$x_2$	$mm$	151,92	202,90	-25,13 %
$I_2$	$mm^4$	1 904 195 713,89	-	0,00 %
$M_0$	$kNm$	215,00	215,00	0,00 %
$M_{cr}$	$kNm$	68,05	-	0,00 %
$\varepsilon_{CO}$	-	0,000503	-	0,00 %
$\varepsilon_O$	-	0,001485	-	0,00 %
$x$	$mm$	160,66	137,39	16,94 %

$\varepsilon_c$	-	-0,003500	-0,003500	0,00 %
$\varepsilon_{S1}$	-	0,008699	0,008660	0,45 %
$\varepsilon_{S2}$	-	-0,002629	-0,002000	31,45 %
$\varepsilon_f$	-	0,008086	0,007960	1,58 %
$\sigma_{S1}$	MPa	434,78	434,78	0,00 %
$\sigma_{S2}$	MPa	-434,78	-409,04	6,29 %
$\sigma_f$	MPa	1 657,68	1 412,81	17,33 %
$\xi$	-	0,29	0,25	17,39 %
$M_{Rd}$	kNm	481,17	465,88	3,28 %
$\sigma_{C,MSP}$	MPa	20,26	-	0,00 %
$\sigma_{S1,MSP}$	MPa	327,38	331,62	-1,28 %
$\sigma_{f,MSP}$	MPa	55,12	51,60	6,82 %

V [Tab. 3.3](#) pozorujeme téměř identickou hodnotu momentu  $M_{Rd,0}$ , výpočet bez FRP výztuže se tedy v obou programech shoduje. Výsledky se však začínají lišit při výpočtu výšky tlačené oblasti, a to jak v MSÚ při výpočtu zesíleného průřezu ( $x$ ), tak i v MSP při výpočtu charakteristik průřezu ( $x_2$ ). Odlišná výška tlačené oblasti pak způsobuje rozdíly v poměrných přetvořeních, zejména pak v poměrném přetvoření horní výztuže, jelikož tato hodnota velmi závisí právě na výšce tlačené oblasti. Kvůli rozdílnému přetvoření horní výztuže pak vychází rozdílně i hodnoty napětí ve výztužích. S největší pravděpodobností jsou odlišnosti způsobeny použitím rozdílných postupů. Zatímco aplikace STRECO využívá pro výpočet pouze postup podle FIBu [3], program Sika CarboDur využívá kombinaci postupů TR55 [5] a FIB. Už z rozhraní programu Sika CarboDur (popřípadě z manuálu k tomuto programu [24]) vidíme první odlišnosti, například jiný pracovní diagram betonu či jiné součinitele spolehlivosti pro FRP výztuž. Jelikož ve výstupu z programu Sika CarboDur nejsou uvedeny všechny vzorce a mezivýsledky, není možné s jistotou určit, v jakém místě odlišnost nastává a tuto odlišnost zdůvodnit.

### 3.5.4 Porovnání výpočtu ACI (STRECO x ACI 440.2R-17 kapitola 16.3)

V této kapitole si porovnáme výsledky z aplikace STRECO pro výpočet podle ACI (viz kapitola 3.4) a výsledky příkladu uvedeného v publikaci ACI 440.2R-17 [1] v kapitole 16.3. Oba postupy popisují výpočet a posouzení ohybové únosnosti a mezního stavu omezení napětí pro jednostranně vyztužený obdélníkový průřez zesílený vnější FRP lamelou.

Tab. 3.4: Porovnání výsledků pro jednostranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO x ACI 440.2R-17)

Proměnná	Jednotka	Aplikace STRECO	ACI kapitola 16.3	Odchylka
$A_C$	$mm^2$	185 928,00	185 928,00	0,00 %
$c_0$	$mm$	94,74	-	-
$\Phi M_{n,0}$	$kNm$	366,21	361,00	1,44 %
$M_{LIM}$	$kNm$	239,68	240,00	-0,13 %
$A_f$	$mm^2$	622,20	619,00	0,52 %
$E_C$	$MPa$	27 606,25	27 600,00	0,02 %
$c_{cr}$	$mm$	182,74	-	-
$I_{cr}$	$mm^4$	2 470 270 321,03	2 471 000 000,00	-0,03 %
$k$	-	0,34	0,34	0,29 %
$\varepsilon_{bi}$	-	0,000605	0,000610	-0,82 %
$\varepsilon_{fd}$	-	0,008766	0,009000	-2,60 %
$c$	$mm$	131,79	131,00	0,60 %
$\varepsilon_C$	-	0,002584	0,002630	-1,75 %
$\varepsilon_{S1}$	-	0,008123	0,008300	-2,13 %
$\varepsilon_{fe}$	-	0,008766	0,009000	-2,60 %
$f_{S1}$	$MPa$	414,00	414,00	0,00 %
$f_{fe}$	$MPa$	324,32	330,00	-1,72 %
$\beta_1$	-	0,78	0,79	-0,64 %
$\alpha_1$	-	0,93	0,93	-0,22 %
$M_{n,s}$	$kNm$	396,20	396,30	-0,03 %
$M_{n,f}$	$kNm$	112,64	114,00	-1,19 %
$\Phi$	-	0,90	0,90	0,00 %
$\Phi M_n$	$kNm$	442,75	443,00	-0,06 %
$f_{c,s}$	$MPa$	20,26	-	-
$f_{s,s}$	$MPa$	278,89	279,00	-0,04 %
$f_{f,s}$	$MPa$	38,37	38,00	0,97 %

V Tab. 3.4 vidíme drobné odchylky mezi vytvořenou aplikací STRECO a oficiálním příkladem z publikace ACI. Rozdíly jsou maximálně v řádu jednotek procent a jsou způsobeny především zaokrouhlováním velmi nízkých hodnot v ACI. Pokud pomíneme tyto drobné rozdíly, můžeme říci, že aplikace počítá správně na základě ověření s oficiálním příkladem. Vynechané hodnoty proměnných nejsou v ACI uvedeny.

## 3.6 Parametrické studie

Nespornou výhodou aplikace STRECO je rychlost výpočtu. Tato kapitola tak slouží jako ukázka použití vytvořené výpočetní aplikace pro konkrétní úlohy. Jednotlivé podkapitoly popisují změnu výsledného momentu únosnosti při změně vybraného vstupního parametru. Též je v této kapitole ukázán vztah mezi oběma výpočtovými postupy (FIB [3] a ACI [1]). Součástí každé parametrické studie je i graf, ze kterého je na první pohled patrné, jak změny vstupních parametrů ovlivňují výslednou hodnotu momentu únosnosti v obou návrhových přístupech.

Vstupní parametry pro parametrické studie v případě oboustranně vyztuženého průřezu vychází z příkladu uvedeného v kapitole 3.2. Pro jednostranně vyztužený průřez pak vychází z příkladu v kapitole 3.3 a též z modifikovaného příkladu 3.2, který je upraven na jednostranně vyztužený průřez (viz příloha C.3). Tato úprava je provedena pro lepší porovnání jednostranně a oboustranně vyztuženého průřezu (stejně vstupní parametry vyjma plochy horní betonářské výztuže). Upravené parametry jsou vždy zmíněny v příslušné podkapitole.

### 3.6.1 Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP výztuže

První studie ukazuje, jak se mění ohybová únosnost průřezu  $M_{Rd}$  (pro FIB) a  $\Phi M_n$  (pro ACI) v závislosti na ploše FRP výztuže  $A_f$ . Jelikož je rozdíl, zda zvyšujeme plochu pomocí tloušťky nebo šířky FRP, je šířka FRP uvažována konstantně jako hodnota shodná s šířkou průřezu ( $b = b_f$ ) a navyšována je pouze tloušťka FRP (viz tabulky v následujících podkapitolách). Rozsah hodnot pro plochu FRP výztuže byl stanoven od  $1,5 \text{ mm}^2$  (do aplikace nelze zadat nulovou hodnotu) do  $1\,500 \text{ mm}^2$ .

#### 3.6.1.1 Jednostranně vyztužený průřez

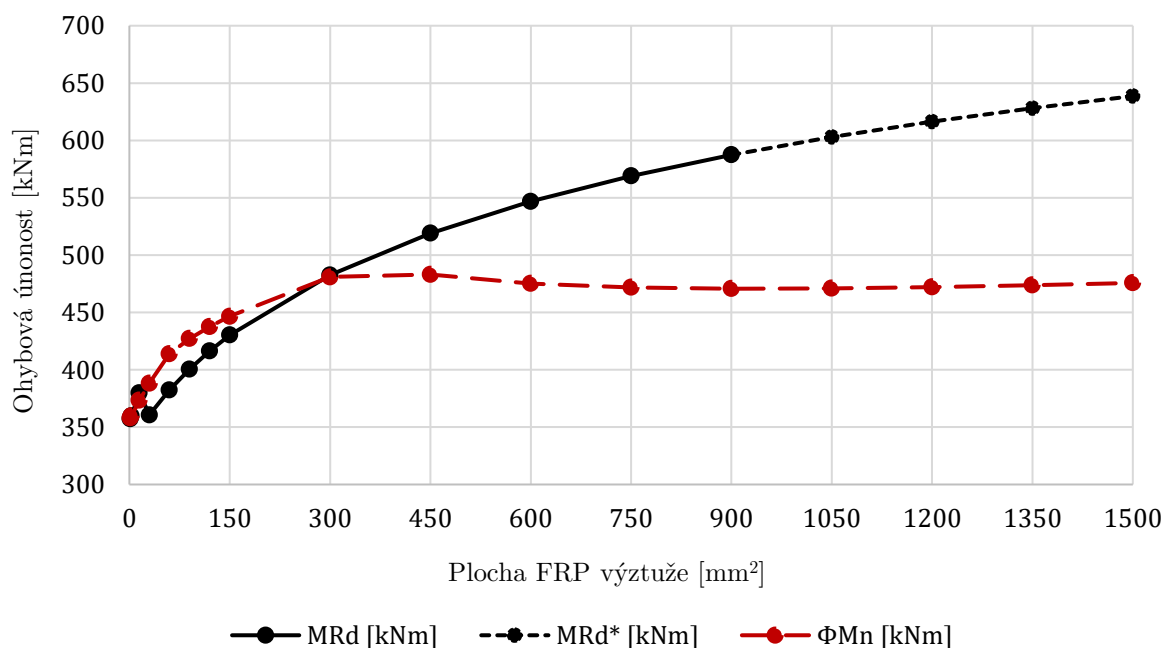
První část této studie popisuje změnu únosnosti pro jednostranně vyztužený průřez. Hodnoty ohybových únosností spolu s příslušnou plochou FRP výztuže jsou uvedeny v Tab. 3.5.

Tab. 3.5: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP lamely (jednostranně vyztužený průřez)

$b_f$ [mm]	$t_f$ [mm]	$A_f$ [mm <sup>2</sup> ]	$M_{Rd}$ [kNm]	$\Phi M_n$ [kNm]
300	0,005	1,5	357,2	358,1
300	0,01	3	359,7	359,8
300	0,05	15	379,9	373,3
300	0,1	30	360,7	388,3

300	0,2	60	382,4	413,9
300	0,3	90	400,6	427,1
300	0,4	120	416,3	437,6
300	0,5	150	430,2	446,6
300	1,0	300	482,7	481,0
300	1,5	450	519,1	483,1
300	2,0	600	546,8	475,2
300	2,5	750	569,0	471,8
300	3,0	900	587,4	470,8
300	3,5	1 050	602,9	471,1
300	4,0	1 200	616,4	472,2
300	4,5	1 350	628,2	473,8
300	5,0	1 500	638,6	475,8

Grafické znázornění závislosti ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP výztuže pro jednostranně vyztužený průřez je zobrazeno na Obr. 3.12.



Obr. 3.12: Závislost ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP lamely (jednostranně vyztužený průřez)

Z Obr. 3.12 lze pozorovat rozdílný nárůst ohybové únosnosti průřezu mezi FIBem a ACI. Zatímco u FIBu je z počátku únosnost menší, při vyšších plochách FRP výztuže narůstá mnohem rychleji než u ACI. Další výrazný rozdíl vidíme od plochy výztuže zhruba  $300 \text{ mm}^2$  (pouze pro tento příklad), únosnost podle FIBu roste, avšak únosnost podle ACI začíná stagnovat, a dokonce se i snižovat. Příčinou je postupné snižování redukčního součinitele  $\Phi$ , který zohledňuje charakter porušení konstrukce (viz kapitola



2.3.3.1). Zatímco pro nižší plochy FRP výztuže platí, že se nacházíme v oblasti čistě tahového porušení konstrukce, pro které je součinitel  $\Phi$  roven 0,9. Od plochy zhruba  $300 \text{ mm}^2$  redukční součinitel začíná klesat, jelikož se nacházíme v přechodové oblasti mezi tahovým a tlakovým porušením. Přechodovou oblast je kromě vztahů uvedených v této práci možné popsat i graficky, toto znázornění je uvedeno na obrázku R21.2.2b v publikaci [2].

Část grafu popsána jako  $M_{Rd}^*$  značí únosnost podle FIBu, při které již není splněna podmínka dostatečné rotační kapacity ( $\xi \leq 0,45$ ). Takto navržený průřez stále vyhovuje, avšak nespĺňuje námi uvažované předpoklady při výpočtu (plastický výpočet únosnosti průřezu).

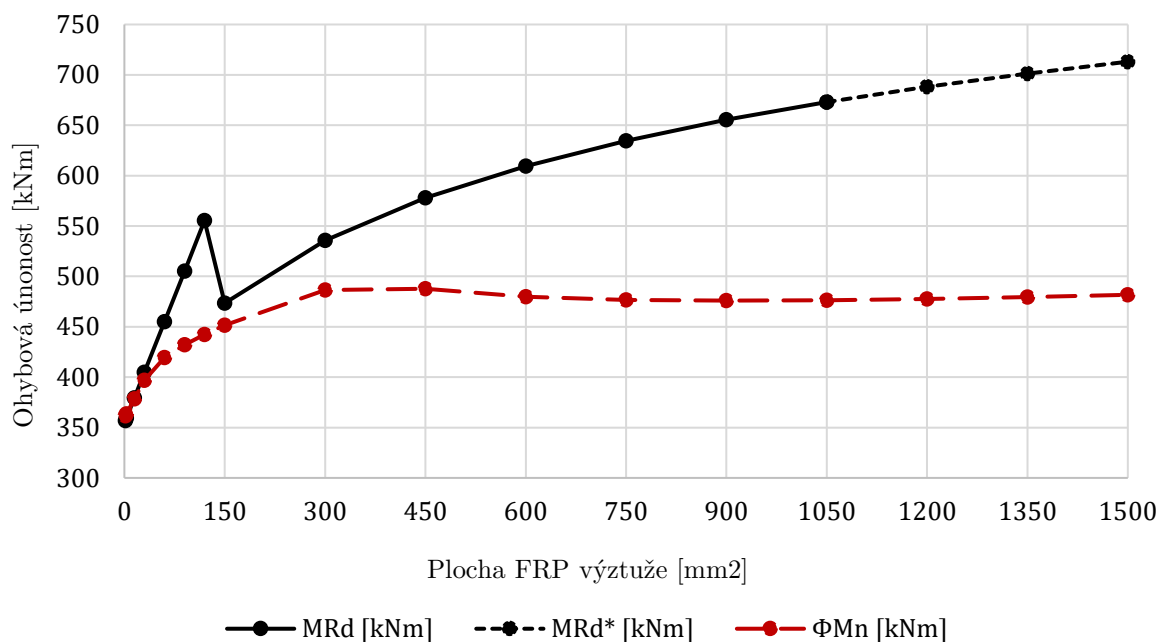
### 3.6.1.2 Oboustranně vyztužený průřez

Druhá podkapitola zkoumá totéž, co první. Jediným rozdílem je, že v tomto případě posuzujeme oboustranně vyztužený průřez. Hodnoty ohybových únosností spolu s příslušnou plochou FRP výztuže jsou uvedeny v Tab. 3.6.

Tab. 3.6: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP lamely (oboustranně vyztužený průřez)

$b_f$ [mm]	$t_f$ [mm]	$A_f$ [mm <sup>2</sup> ]	$M_{Rd}$ [kNm]	$\Phi M_n$ [kNm]
300	0,005	1,5	356,8	361,5
300	0,01	3	359,3	363,4
300	0,05	15	379,6	378,3
300	0,1	30	404,8	396,9
300	0,2	60	455,2	419,6
300	0,3	90	505,3	432,1
300	0,4	120	555,4	442,5
300	0,5	150	473,6	451,5
300	1,0	300	535,8	486,5
300	1,5	450	577,8	487,7
300	2,0	600	609,5	479,9
300	2,5	750	634,7	476,7
300	3,0	900	655,4	475,9
300	3,5	1 050	673,0	476,4
300	4,0	1 200	688,1	477,7
300	4,5	1 350	701,4	479,5
300	5,0	1 500	713,1	481,6

Grafické znázornění závislosti ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP výztuže pro oboustranně vyztužený průřez je zobrazeno na Obr. 3.13.



Obr. 3.13: Závislost ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP lamely (oboustranně vyztužený průřez)

Z Obr. 3.13 můžeme pozorovat podobné chování jako v případě jednostranně vyztuženého průřezu ( $M_{Rd}^*$  viz 3.6.1.1). Únosnost podle ACI zůstává téměř stejná, zatímco podle FIBu je ohybová únosnost podstatně vyšší než u jednostranně vyztuženého průřezu. Z toho můžeme vyvodit závěr, že započítání horní betonářské výztuže je pro návrh zesíleného průřezu podle FIBu velmi důležité. To je velký rozdíl oproti návrhu nezesíleného průřezu, při kterém horní výztuž často zcela zanedbáváme (zejména při ručním výpočtu), jelikož nemá na výslednou únosnost velký vliv.

Na Obr. 3.13 též vidíme skok v únosnosti při výpočtu podle FIBu. Tento náhlý pokles únosnosti průřezu je způsoben rozdílným způsobem porušení průřezu. Do plochy výztuže zhruba  $120 \text{ mm}^2$  (pouze pro tento příklad) je porušení řízeno porušením FRP výztuže (je dosaženo maximálního přetvoření v FRP výztuži) a současně není dosaženo mezního přetvoření betonu. Můžeme si to představit tak, že máme na spodní straně průřezu velmi tenkou lamelu s velmi dobrými materiálovými vlastnostmi (vysoká pevnost v tahu, vysoký modul pružnosti v tahu), která zamezuje velkým průhybům konstrukce od působícího zatížení a tím přebírá většinu napětí (v tomto stavu dosahujeme nejvyššího využití FRP lamely). Tato lamela však nemá kvůli své malé tloušťce dostatečnou plochu na přenesení stále větších napětí, a proto dojde k jejímu porušení při velkých zatíženích. V druhé části grafu (od cca  $120 \text{ mm}^2$ ) pak nastává porušení drcením betonu ( $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = -0,0035$ ), při kterém FRP výztuž přebírá pouze část napětí v průřezu. Výše popsaný jev, který je vidět na Obr. 3.13 však zcela závisí na maximálním přetvoření FRP lamely ( $\varepsilon_{fk}$ ) a pro některé případy nemusí vůbec nastat.

### 3.6.2 Ohybová únosnost průřezu v závislosti na pevnostní třídě betonu

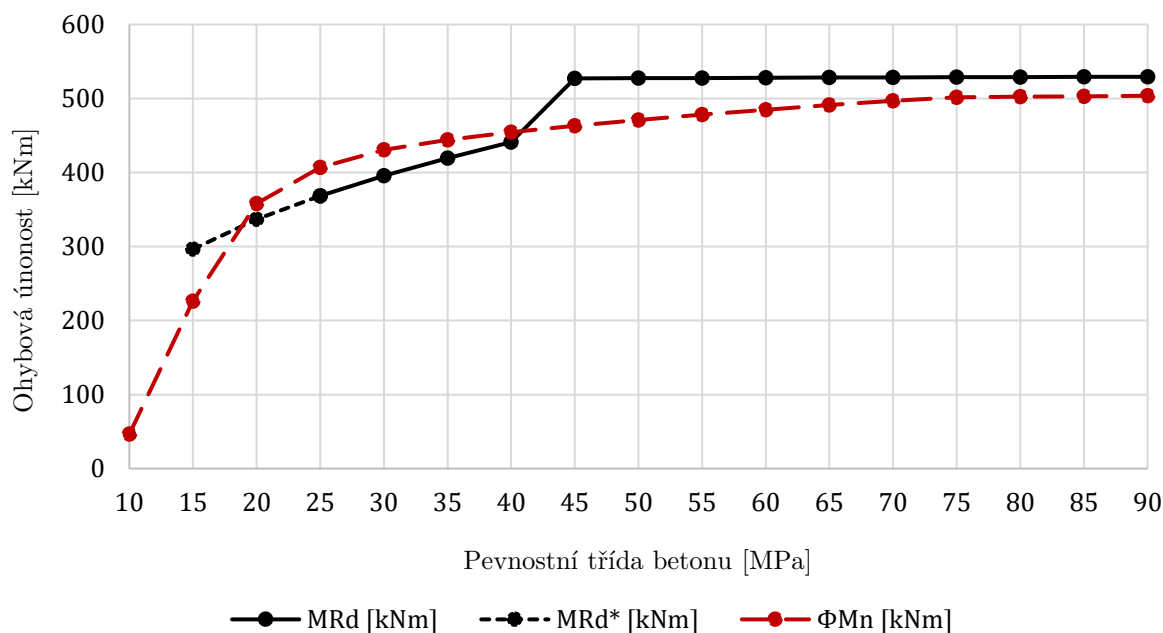
Druhá studie popisuje vliv pevnostní třídy betonu na ohybovou únosnost jednostranně vyztuženého průřezu zesíleného FRP lamelou. Změny pevnostních charakteristik betonu jsou zohledněny změnou charakteristické pevnosti betonu v tlaku ( $f_{ck}$ ) a z toho vycházejících výpočtů. Parametrická studie je provedena pro charakteristické pevnosti betonu v tlaku od 10 MPa do 90 MPa. Pro výpočty je jako základ použit příklad pro jednostranně vyztužený průřez z kapitoly 3.3.

Hodnoty ohybových únosností spolu s odpovídající charakteristickou pevností betonu v tlaku jsou uvedeny v Tab. 3.7.

Tab. 3.7: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na pevnostní třídě betonu

$f_{ck}$ [MPa]	$M_{Rd}$ [kNm]	$\Phi M_n$ [kNm]
10	*211,99	46,6
15	296,5	226,1
20	336,7	358,1
25	368,5	407,0
30	395,6	430,7
35	419,5	443,9
40	441,3	454,3
45	527,1	463,1
50	527,5	471,0
55	527,8	478,2
60	528,0	484,9
65	528,3	491,1
70	528,5	497,0
75	528,7	501,5
80	528,9	502,3
85	529,1	503,1
90	529,3	503,7

Na Obr. 3.14 je zobrazeno grafické znázornění závislosti ohybové únosnosti průřezu na pevnostní třídě betonu. Hodnota z Tab. 3.7 označena pomocí symbolu \*, reprezentuje neplatnou vypočtenou hodnotu. Hodnota je neplatná, jelikož při  $f_{ck} = 10$  MPa návrh podle FIBu nevyhovuje. Důvodem je tažená betonářská výztuž za mezí kluzu. Z tohoto důvodu není v následujícím grafu hodnota uvedena.



Obr. 3.14: Závislost ohybové únosnosti průřezu na pevnostní třídě betonu

Z Obr. 3.14 vidíme průběh ohybové únosnosti zesíleného průřezu pro oba návrhové postupy. Nejpodstatnějším rozdílem je samotná platnost výpočtu (platností výpočtu zde není myšleno, zda navržený průřez vyhovuje, ale zda je vůbec možné takový průřez navrhnout). Zatímco u ACI je výpočet možný už od  $10 \text{ MPa}$  (pro tento příklad), byť s velmi nízkou únosností zesíleného průřezu (dokonce nižší než únosnost bez FRP výztuže). Pro FIB není při  $10 \text{ MPa}$  splněna podmínka tažené výztuže za mezí kluzu a takový průřez není možné navrhnout. Od  $15 \text{ MPa}$  už je možné počítat s oběma postupy, ve FIBu však až zhruba do  $25 \text{ MPa}$  neplatí námi zavedený předpoklad, při kterém musí platit omezení poměrné výšky tlačené oblasti (více viz 3.6.1.1).

Dále z Obr. 3.14 můžeme pozorovat značný nárůst únosnosti při použití betonů s charakteristickou pevností do zhruba  $45 \text{ MPa}$  (pro tento příklad). U betonů vyšších pevností již tento nárůst není tak významný, pokud tedy potřebujeme docílit vyšší únosnosti průřezu, je vhodné zlepšit parametry průřezu jiným způsobem než použitím vysokopevnostních betonů. Zároveň v případě FIBu můžeme opět pozorovat náhlou změnu v únosnosti, ta je obdobně jako v minulé parametrické studii (viz 3.6.1.2) způsobena odlišným způsobem porušení průřezu. Zde dochází zhruba do  $40 \text{ MPa}$  k porušení betonu (dosažení mezního přetvoření betonu). Pro betony vyšších pevností už je únosnosti limitována FRP lamelou (dosažení maximálního poměrného přetvoření FRP lamely).

### 3.6.3 Ohybová únosnost průřezu v závislosti na mezním přetvoření FRP

Třetí studie je zaměřena na posouzení vlivu charakteristického maximálního poměrného přetvoření FRP lamely na výslednou ohybovou únosnost zesíleného průřezu. Pro tuto studii je využit příklad z kapitoly 3.3, kde je postupně měněna hodnota charakteristického maximálního přetvoření FRP lamely ( $\varepsilon_{fk}$ ) od 0,001 do 0,03.

Hodnoty ohybových únosností spolu s odpovídajícími hodnotami charakteristického maximálního poměrného přetvoření FRP jsou uvedeny v Tab. 3.8.

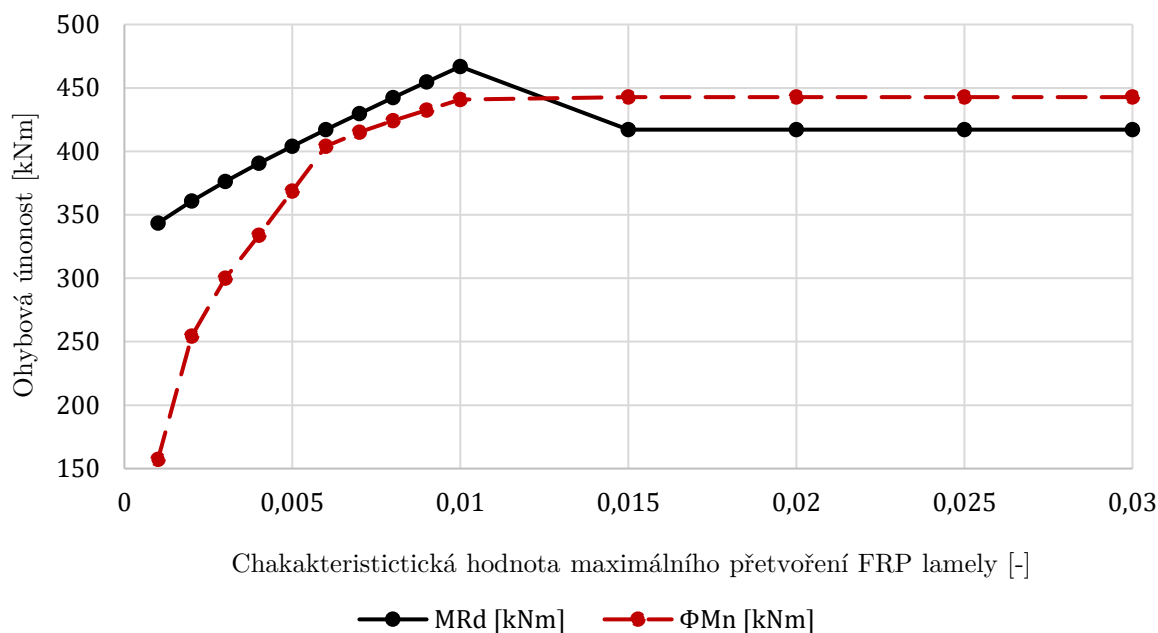
Tab. 3.8: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na maximálním přetvoření FRP lamely

$\varepsilon_{fk}$ [-]	$M_{Rd}$ [kNm]	$\Phi M_n$ [kNm]
0,001	343,5	157,3
0,002	360,9	254,5
0,003	376,3	299,9
0,004	390,5	334,0
0,005	404,0	368,7
0,006	417,1	404,1
0,007	429,9	415,2
0,008	442,4	424,1
0,009	454,7	432,6
0,010	466,8	440,8
0,015	417,2	442,8
0,020	417,2	442,8
0,025	417,2	442,8
0,030	417,2	442,8

Grafické znázornění závislosti ohybové únosnosti zesíleného průřezu na maximálním poměrném přetvoření FRP lamely je zobrazeno na Obr. 3.15.

Z Obr. 3.15 pozorujeme nárůst ohybové únosnosti průřezu při zvyšování charakteristické hodnoty maximálního přetvoření FRP lamely. Tento nárůst nám značí, že ohybová únosnost průřezu je limitována právě hodnotou maximálního poměrného přetvoření FRP. V druhé části grafu je ohybová únosnost konstantní, v tomto případě již o výsledné ohybové únosnosti nerozhoduje limitní poměrné přetvoření lamely, ale ostatní parametry průřezu (pro zvýšení ohybové únosnosti bychom potřebovali více výztuže, masivnější průřez apod.).

Stejně jako v předchozích případech, i zde je u FIBu vidět náhlá změna ohybové únosnosti, ta je opět způsobena odlišným charakterem porušení konstrukce (viz 3.6.1.2).



Obr. 3.15: Závislost ohybové únosnosti průřezu na maximálním přetvoření FRP lamely

### 3.6.4 Ohybová únosnost průřezu v závislosti na modulu pružnosti FRP

Tato studie je zaměřena na posouzení vlivu modulu pružnosti FRP v tahu na výslednou ohybovou únosnost jednostranně vyztuženého průřezu. Pro studii je využit vzorový příklad pro FIB s upravenými vstupními parametry na jednostranně vyztužený průřez (viz příloha C.3). Jelikož nás zajímá vliv modulu pružnosti v tahu, nechceme, aby nám jiné parametry FRP výztuže zkreslovaly výsledky. Z tohoto důvodu je pro realizaci této studie upraveno charakteristické maximální přetvoření výztuže na velmi vysokou hodnotu ( $\varepsilon_{fk} = 1,0$ ). Postupně je pak prováděna změna modulu pružnosti FRP výztuže v tahu od 1 000 MPa do 250 000 MPa.

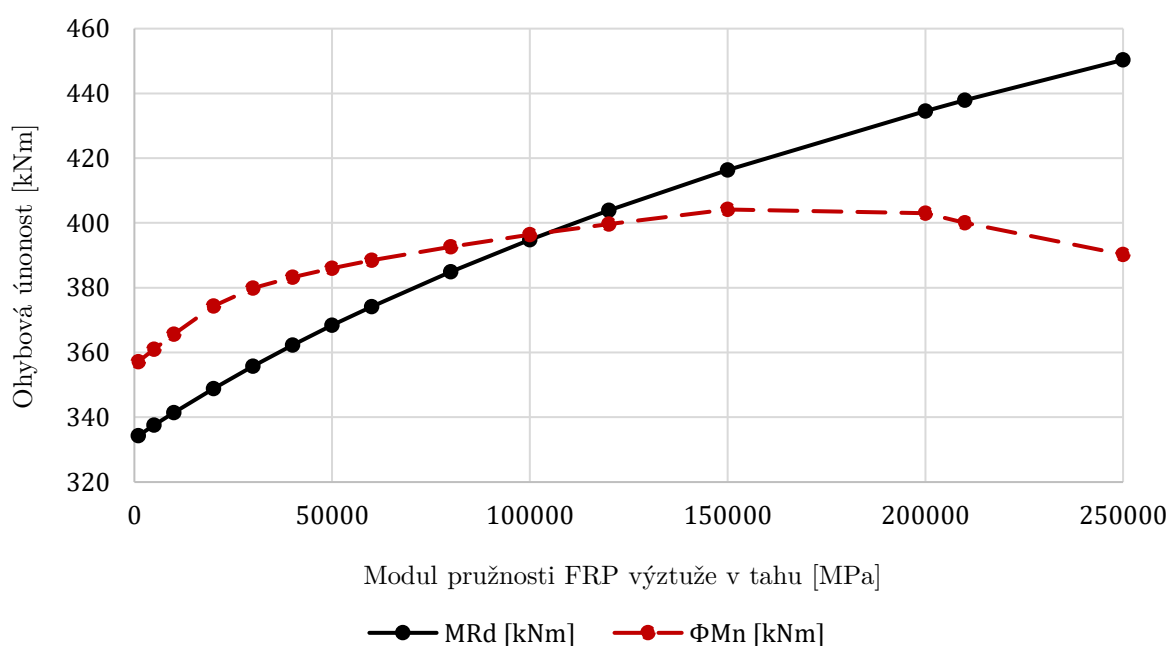
Hodnoty výsledných momentů únosnosti ve vztahu k odpovídajícímu modulu pružnosti FRP výztuže jsou uvedeny v tabulce Tab. 3.9.

Tab. 3.9: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na modulu pružnosti FRP výztuže v tahu

$E_f$ [MPa]	$M_{Rd}$ [kNm]	$\Phi M_n$ [kNm]
1 000	334,3	357,2
5 000	337,6	361,0
10 000	341,5	365,6
20 000	348,9	374,4
30 000	355,8	379,9
40 000	362,3	383,2
50 000	368,4	386,0

60 000	374,2	388,4
80 000	385,0	392,7
100 000	394,8	396,4
120 000	403,9	399,7
150 000	416,3	404,2
200 000	434,5	403,0
210 000	437,9	400,0
250 000	450,3	390,2

Grafické znázornění závislosti ohybové únosnosti zesíleného průřezu na modulu pružnosti FRP výztuže v tahu je zobrazeno na [Obr. 3.16](#).



Obr. 3.16: Závislost ohybové únosnosti průřezu na modulu pružnosti FRP výztuže v tahu

Z [Obr. 3.16](#) lze pozorovat nárůst ohybové únosnosti průřezu pro oba popisované postupy. Rozdílný je ovšem způsob růstů. Pro FIB platí téměř úměrný nárůst únosnosti průřezu při zvyšování modulu pružnosti FRP výztuže v tahu. Naopak u přístupu podle ACI, který má při nízkých hodnotách modulu pružnosti FRP výztuže vyšší únosnost než první zmiňovaný postup, FIB, dochází ke zpomalení růstů ohybové únosnosti. Při hodnotách modulu pružnosti nad 150 000 MPa (pro tento příklad) dokonce dochází k poklesu výsledné únosnosti průřezu. Pokles je stejně jako v případě kapitoly 3.6.1.1 způsobený redukčním součinitelem  $\Phi$  (více viz kapitola 2.3.3.1).

### 3.6.5 Počáteční přetvoření FRP v závislosti na počátečním zatížení

Na úplný závěr je uvedena studie, která ukazuje, jak se mění počáteční poměrné přetvoření konstrukce, tedy přetvoření při instalaci FRP lamely vzhledem k zatížení, které na konstrukci v danou chvíli působí. Studie je ukázána na příkladu jednostranně vyztuženého průřezu, který odpovídá vstupním hodnotám z přílohy C.3. Pro parametrickou studii jsou měněny hodnoty stávajícího zatížení, konkrétně jsou upravovány hodnoty momentů od stávajícího zatížení. Vzhledem k rozdílnému přístupu ve FIBu a ACI při výpočtu počátečního poměrného přetvoření je moment od stávajícího proměnného charakteristického zatížení ( $M_{E,q,0}$ ) nastaven na  $0 \text{ kNm}$  a mění se pouze moment od stávajícího stálého charakteristického zatížení ( $M_{E,g,0}$ ).

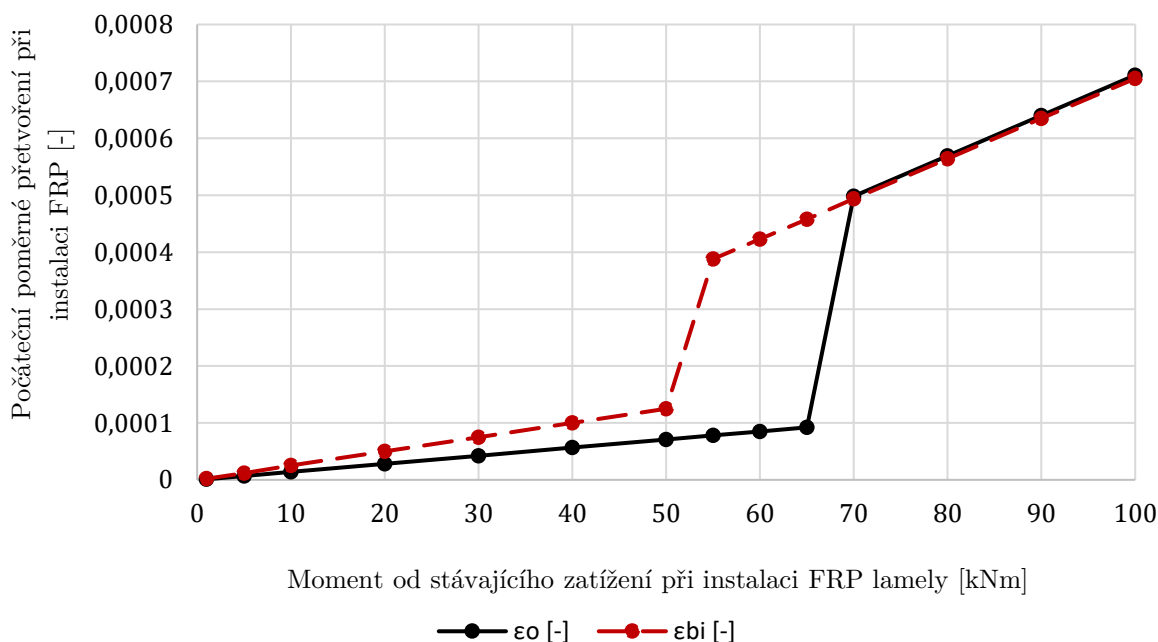
Počáteční poměrná přetvoření jsou spolu s odpovídajícími hodnotami momentů od stávajícího stálého charakteristického zatížení jsou uvedeny v Tab. 3.10. Dále jsou v tabulce uvedeny i výsledné momenty únosnosti pro oba návrhové přístupy. Na těchto momentech je následně ukázáno, jak změna momentu od stávajícího stálého zatížení, potažmo změna počátečního poměrného přetvoření ovlivňuje výslednou únosnost.

Tab. 3.10: Počáteční poměrné přetvoření průřezu v závislosti na počátečním zatížení

$M_{E,g,0} [\text{kNm}]$	$\epsilon_o [-]$	$\epsilon_{bi} [-]$	$M_{Rd} [\text{kNm}]$	$\Phi M_n [\text{kNm}]$
1	0,000001	0,000002	454,7	372,7
5	0,000007	0,000012	454,7	373,1
10	0,000014	0,000025	454,6	373,6
20	0,000028	0,000050	454,4	374,6
30	0,000042	0,000075	454,3	375,6
40	0,000057	0,000100	454,1	376,6
50	0,000071	0,000125	453,9	377,6
55	0,000078	0,000388	453,9	388,0
60	0,000085	0,000423	453,8	389,4
65	0,000092	0,000458	453,7	390,8
70	0,000498	0,000494	449,2	392,2
80	0,000569	0,000564	448,4	395,0
90	0,000640	0,000635	447,6	397,8
100	0,000711	0,000705	446,9	400,6

Grafické znázornění závislosti počátečního poměrného přetvoření na momentu od stávajícího stálého charakteristického zatížení je zobrazeno na Obr. 3.17.





Obr. 3.17: Závislost počátečního poměrného přetvoření na počátečním zatížení

Na Obr. 3.17 vidíme průběh křivky, která popisuje výše zmíněnou závislost počátečního přetvoření a počátečního zatížení. Též můžeme pozorovat náhlou změnu v počátečním přetvoření a rozdílné místo náhlé změny pro FIB a ACI. Náhlá změna je způsobena přechodem z průřezu bez trhlin na průřez s trhlinami. Rozdílné místo této změny pro FIB a ACI je způsobeno jinou podmínkou, která nám udává místo vzniku trhlin. Zatímco pro FIB je podmínka vzniku trhlin stanovena vztahem  $M_0 > M_{cr}$ , pro ACI je tato podmínka  $M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$ . Právě  $\frac{2}{3}$  v podmínce pro ACI způsobují dřívější přechod do výpočtového stavu průřezu s plně rozvinutými trhlinami a tím i dřívější změnu v grafu.

Na Obr. 3.18 je následně ukázán vliv počátečního zatížení na výslednou hodnotu ohybového momentu zesíleného průřezu.



Obr. 3.18: Závislost ohybové únosnosti průřezu na počátečním zatížení

Z Obr. 3.18 vidíme, že vliv počátečního zatížení, respektive počáteční poměrné deformace zesilované konstrukce nemá velký vliv na výslednou ohybovou únosnost průřezu. Nečekaným zjištěním je však rozdílné chování u dvou zkoumaných výpočtových přístupů. Zatímco u FIBu vyšší počáteční moment negativně ovlivňuje výslednou únosnost, v případě ACI je tomu naopak a čím vyšší počáteční zatížení máme oproti budoucímu zatížení (uvažované budoucí zatížení po zesílení konstrukce), tím vyšší je výsledná ohybová únosnost průřezu.

## 4 Závěr

Hlavním cílem této práce bylo vytvoření počítačové aplikace pro výpočet a posouzení ohybové únosnosti železobetonových průřezů zesílených kompozitní výztuží. V aplikaci jsou implementovány dva nejpoužívanější postupy pro zesilování konstrukcí pomocí vnějších FRP lamel. Dílčím cílem bylo přehledně popsat vytvořenou aplikaci, ověřit její funkčnost, spolehlivost a využít ji pro konkrétní úlohy. Dalším cílem bylo podrobné popsání výpočtového postupu včetně všech teoretických souvislostí. Posledním cílem byla analýza vlivu vstupních parametrů na výslednou ohybovou únosnost průřezu. Všechny stanovené cíle byly splněny.

Hlavní cíl byl naplněn vytvořením softwarové aplikace **STRECO** v programovacím jazyce C#. Vytvořenou aplikaci je možné použít pro výpočet a posouzení jednostranně i oboustranně vyztužených nosníků zesílených vnější FRP lamelou. Aplikace poskytuje výsledky pro dva výpočtové postupy, prvním je postup z technického reportu fib Bulletin No. 14 [3], druhým je postup z publikace americké komise ACI PRC-440.2-17 [1]. Při vypracování aplikace byl kladen důraz na přehledné uživatelské rozhraní, včetně podrobného popisu všech důležitých mezivýsledků. V teoretické části práce byly oba výpočtové postupy vysvětleny a podrobně popsány. V praktické části byly tyto postupy nejprve ukázány ve formě ručního výpočtu a následně prezentovány ve vytvořené aplikaci. Dále byla ověřena funkčnost aplikace na základě porovnání s ručním výpočtem a obdobnými výpočty v jiných programech a publikacích zaměřených na toto téma. V poslední kapitole praktické části pak byla za pomoci parametrických studií ukázána hlavní přednost aplikace STRECO, a to rychlost a efektivnost výpočtů.

Největší přínos práce spočívá právě ve vytvořené aplikaci STRECO. Aplikace nevyžaduje nutnost instalace, nevyžaduje instalaci jakýchkoliv pomocných programů či knihoven a díky uživatelsky přívětivému rozhraní ji lze využít jak při výuce, tak při dalších akademických činnostech. Softwarová aplikace STRECO může být bezplatně používána za předpokladu nekomerčního využití.

Neopomenutelný přínos spočívá též v komplexním popsání výpočtových postupů, rozdílů mezi oběma postupy a přehledném popisu vlivu vybraných vstupních parametrů na výslednou hodnotu únosnosti konstrukce.

Vzhledem k široké škále využití kompozitních materiálů pro zesilování železobetonových konstrukcí existuje prostor pro další práci. V budoucí práci by bylo možné do aplikace implementovat výpočet všech mezních stavů, další typy kompozitních výztuží, jiné tvary průřezů či odlišná statická schémata.

## 5 Seznam zdrojů

- [1] ACI Committee 440. ACI PRC-440.2-17: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. American Concrete Institute, 2017. ISBN 978-1-945487-59-0
- [2] ACI Committee 318. ACI CODE-318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, 2014. ISBN 978-0-87031-930-3
- [3] fib Bulletin No. 14. Technical report: Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. The International Federation for Structural Concrete, 2001. ISBN 978-2-88394-054-3
- [4] fib Bulletin No. 40. Technical report: FRP reinforcement in RC structures. The International Federation for Structural Concrete, 2007. ISBN 978-2-88394-080-3
- [5] Concrete society Technical Report No. 55: Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials. The Concrete Society, 2000. ISBN 0-976691-84-3
- [6] ČSN EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: Český normalizační institut, 2011.
- [7] Hayder A. Rasheed. Strengthening Design of Reinforced Concrete with FRP. Taylor & Francis Group, 2015. ISBN 978-1-4822-3559-3
- [8] BENEDETTI, Andrea. Structural Strengthening & rehabilitation: Use of innovative composite materials for special structural problems. Bologna: Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna, 2022. Stránka předmětu dostupná z: <https://www.unibo.it/en/teaching/course-unit-catalogue/course-unit/2022/455952>
- [9] Carbo systém [online]. STADO special construction s.r.o. [vid. 15.04.2023]. Dostupné z: <http://www.stado.cz/statika-carbo-system>
- [10] TMEJ, Patrik. Zesílení ŽB oblouku pomocí kompozitní výztuže: Diplomová práce. Fakulta stavební VUT, Brno, 2016.

- [11] GIGRLE, František, JANUŠ, Ondřej, MATUŠÍKOVÁ, Anna, ŠTĚPÁNEK Petr. Navrhování betonových prvků vyztužených kompozitní výztuží – návrh na ohyb. BetonTKS, s.r.o. [online]. Fakulta stavební VUT Brno, 2017 [vid. 15.04.2023]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/144630958-Zakladni-predpoklady-navrhu-prvku-vyztuzeneho-frp-vyztuzi-vypocet-mezniho-stavu-unosnosti-ohybaneho.html>
- [12] HOLAN, Jakub. Tvorba výpočetní aplikace pro analýzu železobetonových sloupů pomocí interakčního diagramu: Diplomová práce. Fakulta stavební ČVUT, Praha, 2018.
- [13] HOLAN, Jakub. Numerická analýza trhlin železobetonových prvků namáhaných ohybovým momentem a normálovou silou: Bakalářská práce. Fakulta stavební ČVUT, Praha, 2016.
- [14] VORÁČEK, Stanislav. Analýza průhybů oboustranně vyztužených železobetonových nosníků včetně vlivu dotvarování a smršťování betonu: Bakalářská práce. Fakulta stavební ČVUT, Praha, 2021.
- [15] ACI Committee 440. ACI PRC-440.1-15: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. American Concrete Institute, 2015. ISBN 978-1-942727-10-1
- [16] ACI Committee 318. ACI CODE-318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, 2019. ISBN 978-1-64195-056-5
- [17] KOHOUTKOVÁ, Alena, PROCHÁZKA, Jaroslav, VAŠKOVÁ Jitka. Navrhování železobetonových konstrukcí: Příklady a postupy. Praha: ČVUT, 2014. ISBN 978-80-01-05587-8.
- [18] Microsoft [online]. Dokumentace k jazyku C#: Číselné typy s plovoucí desetinnou čárkou (Referenční dokumentace jazyka C#). [vid. 28.04.2023]. Dostupné z: <https://docs.microsoft.com/cs-cz/dotnet/csharp/language-reference/builtin-types/floating-point-numeric-types>
- [19] Microsoft Corporation. Visual Studio 2019 Community [software]. Duben 2019 [vid. 28.04.2023]. Dostupné z: <https://visualstudio.microsoft.com/cs/vs/older-downloads/>
- [20] Fine spol. s.r.o. FIN EC 2023 Demo [software]. Listopad 2022 [vid. 28.04.2023]. Aktuální verze dostupná z: <https://www.fine.cz/vypocty-statiky/demo/>

- [21] Graphisoft SE. Graphisoft Archicad 23 EDU [software]. Květen 2019 [vid. 28.04.2023]. Aktuální verze dostupná z: <https://graphisoft.com/downloads/archicad/install/AC26/CZE/>
- [22] Produktový list Sika CarboDur M [online]. Sika CZ, s.r.o. [vid. 07.05.2023]. Dostupné z: [https://cze.sika.com/content/dam/dms/cz01/a/sika\\_carbodur\\_m.pdf](https://cze.sika.com/content/dam/dms/cz01/a/sika_carbodur_m.pdf)
- [23] Sika CZ, s.r.o. Sika CarboDur v7.0 [software]. Prosinec 2019 [vid. 26.04.2023]. Aktuální verze dostupná z: <https://cze.sika.com/cs/produkty-pro-stavebnictvi/strukturalni-zesilovani/carbodur-software.html>
- [24] Uživatelské příručka: Výpočetní software Sika CarboDur [online]. Sika CZ, s.r.o. [vid. 07.05.2023]. Dostupné z: <https://cze.sika.com/content/dam/dms/cz01/u/manual-cz-Sika-Carbodur-software.pdf>

## Příloha A

# Manuál k softwarové aplikaci STRECO

### A.1 Základní informace o aplikaci STRECO (verze 1.0)

Tato kapitola slouží pro seznámení s funkcemi aplikace STRECO a popisuje výhradně funkce a rozhraní ve verzi 1.0. Součástí manuálu k aplikaci není poskytnutí informací o kompletním postupu výpočtu. Tento postup je uveden v kapitolách 2.2 a 2.3. Stejně tak manuál neobsahuje některá specifika řešení výpočtu v programovacím jazyce C#. Tyto údaje jsou obsahem kapitoly 3.1.

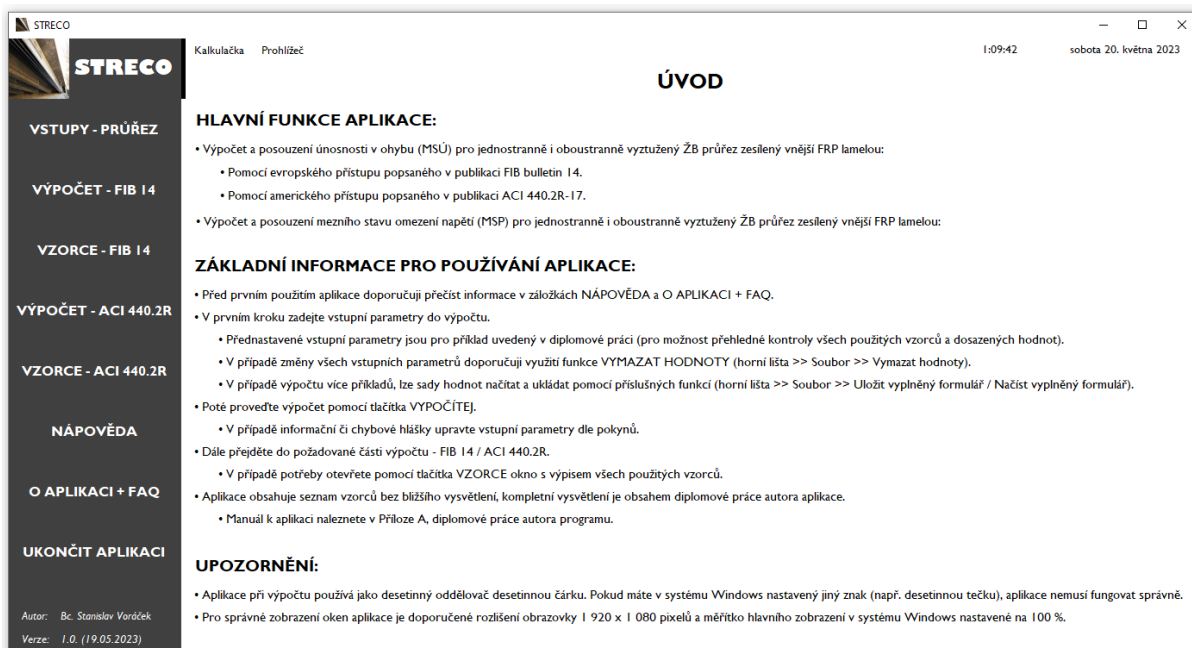
Softwarová aplikace STRECO byla vytvořena ve vývojovém prostředí Microsoft Visual Studio 2019 [19]. Jedná se o typ aplikace Windows Forms napsané v programovacím jazyce C#. Aplikace byla vytvořena primárně pro použití na zařízeních se systémem Windows a byla odzkoušena na operačních systémech Windows 10 a Windows 11. Funkčnost na jiných platformách a operačních systémech není ověřena. Pro pohodlné používání aplikace STRECO a její správné zobrazení je doporučeno mít zařízení s displejem o rozlišení alespoň 1920x1080 pixelů a velikostí minimálně 15,6“. Dále je doporučeno mít nastavené měřítko hlavního zobrazení v systému Windows na hodnotě 100 % (popř. 125 %).

Pro spuštění aplikace potřebujete pouze spouštěcí soubor „**STRECO\_v1.exe**“, který je dostupný na webových stránkách katedry betonových a zděných konstrukcí, konkrétně na osobních stránkách Ing. Radka Štefana, Ph.D., FEng. (<http://people.fsv.cvut.cz/www/stefarad/software/streco/streco.html>) a na osobních stránkách Ing. Jakuba Holana (<https://people.fsv.cvut.cz/~holanjak/software/streco/>). Spouštěcí soubor je též přiložen k diplomové práci, která bude zveřejněna v Digitální knihovně ČVUT (<https://dspace.cvut.cz/>) pod jménem autora práce.

Aplikaci není potřeba nijak instalovat. Po stažení stačí dvojklikem na „exe“ soubor aplikaci otevřít a začít používat. Grafické uživatelské rozhraní je podrobně popsáno v příloze A.2.

## A.2 STRECO – grafické uživatelské rozhraní

Softwarová aplikace STRECO se spustí dvojklikem na spouštěcí soubor „STRECO\_v1.exe“. Po spuštění se zobrazí úvodní okno aplikace, viz [Obr. A.1](#).



*Obr. A.1: Úvodní okno aplikace STRECO*

Úvodní okno obsahuje základní informace pro používání aplikace, jsou zde uvedeny hlavní funkce aplikace a v neposlední řadě i upozornění pro uživatele.

V levé části okna se nachází hlavní menu (šedá nabídka). Kliknutím na příslušné tlačítko z nabídky si uživatel vybere, do jaké části aplikace se chce dostat. První možností je zadání vstupních hodnot (viz [Obr. A.2](#)). Další možnosti zahrnují výpočet podle technického reportu fib Bulletin 14 [\[3\]](#), dále jen FIB (viz [Obr. A.3](#)), výpočet podle publikace ACI 440.2R-17 [\[1\]](#), dále jen ACI viz (viz [Obr. A.4](#)), vzorce použité pro výpočet podle FIBu (viz [Obr. A.5](#)), vzorce použité pro výpočet podle ACI (viz [Obr. A.6](#)), nápovědu k aplikaci STRECO (viz [Obr. A.7](#)) nebo informace o vytvořené aplikaci (viz [Obr. A.8](#)). Poslední možností je ukončení aplikace. Všechny možnosti budou postupně ukázány v následujících podkapitolách.

V pravém horním rohu aplikace je zobrazen aktuální čas a datum. Ve spodní části šedé nabídky je pak vidět verze používané aplikace spolu s datem vydání této verze.

Z jiného okna aplikace se lze dostat zpět na úvodní okno kliknutím na název aplikace „STRECO“ v levém horním rohu.



## A.2.1 Vstupní parametry a výpočet nezesíleného průřezu

V případě, že uživatel v úvodním okně aplikace (viz Obr. A.1) klikne na tlačítko „VSTUPY – PRŮŘEZ“ z šedé nabídky, zobrazí se mu okno na Obr. A.2.

**STRECO** Soubor Kalkulačka Prohlížeč I:10:14 sobota 20. května 2023

### ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE

**VSTUPNÍ PARAMETRY:** ?

**Rozměry:**  
 Šířka průřezu:  $b = 300$  mm  
 Výška průřezu:  $h = 600$  mm

**Beton:**  
 Charakteristická pevnost betonu v tlaku:  $f_{ck} = 35$  MPa

**Prostředí:**  
 Umístění prvku: Interiér

**Betonářská výztuž:**  
 Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:  $f_{yk} = 500$  MPa  
 Modul pružnosti oceli v tahu:  $E_s = 200000$  MPa  
 Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:  $d_1 = 40$  mm  
 Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:  $d_2 = 40$  mm  
 Plocha dolní tažené výztuže:  $A_{S1} = 1520,53$  mm<sup>2</sup>  
 Plocha horní tlačené výztuže:  $A_{S2} = 402,12$  mm<sup>2</sup>

**ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:**  
 Plocha průřezu:  $A_c = 180\,000,00$  mm<sup>2</sup>  
 Výška tlačené oblasti (FIB):  $x_0 = 90,10$  mm  
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):  $M_{Rd,0} = 345,77$  kNm  
 Výška tlačené oblasti (ACI):  $c_0 = 76,75$  mm  
 Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):  $\Phi M_{n,0} = 361,20$  kNm

**Stávající zatížení:**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{Eg,0} = 97,79$  kNm  
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{Eq,0} = 117,21$  kNm

**Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):**  
 Moment od stálého charakteristického zatížení:  $M_{Eg,1} = 97,79$  kNm  
 Moment od proměnného charakteristického zatížení:  $M_{Eq,1} = 156,15$  kNm

**Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):**  
 Charakteristická pevnost v tahu (viz !):  $f_{fk} = 3500$  MPa  
 Charakteristické maximální přetvoření (viz !):  $\epsilon_{fk} = 0,017$   
 Modul pružnosti v tahu (viz !):  $E_f = 210000$  MPa  
 Šířka lamely:  $b_f = 120$  mm  
 Tloušťka lamely:  $t_f = 1,4$  mm  
 Počet vrstev lamel:  $n_f = 1$  ks  
 Typ kompozitní výztuže: CFRP - Uhlíkov

**POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):**  
 Ohybová únosnost:  $M_{Ed,0} = 307,83$  kNm  $\leq$   $M_{Rd,0} = 345,77$  kNm **OK**  
 Stávající zatížení: **OK**  
 Budoucí zatížení:  $366,24$  kNm  $>$   $345,77$  kNm **NOK**

**NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu**

**VYPOČÍTEJ**

Autor: Bc. Stanislav Voráček  
 Verze: 1.0. (19.05.2023)

Obr. A.2: Vstupní parametry a výpočet nezesíleného průřezu (STRECO)

V horní části okna jsou vstupní parametry. Jedná se o žlutá pole, které je nutné vyplnit a o šedé rolovací nabídky, z nichž si vybíráme jednu z možností. V dolní části okna se nachází výpočet ohybové únosnosti pro oba postupy (FIB i ACI). Do těchto polí nelze psát a vyplní se po stisknutí tlačítka „VYPOČÍTEJ“. Stejně tak se po stisknutí tohoto tlačítka zobrazí v pravé dolní části posouzení (posouzení odpovídá výpočtu podle FIBu).

V horní části okna se nachází lišta se záložkami. První záložka „Soubor“ obsahuje tři možnosti. Uložení aktuálně vyplněného formuláře (uloží vyplněné hodnoty do textového souboru na místo v počítači, které si uživatel vybere), načtení dříve uloženého formuláře (načte textový soubor z vybraného místa v počítači) nebo vymazání hodnot (vymaže všechny vstupní parametry a výsledky v daném okně). Druhá záložka „Kalkulačka“ otevře kalkulačku systému Windows, ta uživateli umožňuje dopočítat potřebné hodnoty nebo si ověřit část výpočtu. Třetí záložka „Prohlížeč“ otevře výchozí internetový prohlížeč a slouží tak pro rychlé vyhledání potřebných informací.

## A.2.2 Výpočet a posouzení podle fib Bulletin 14

Pokud uživatel klikne na tlačítko „VÝPOČET – FIB 14“ z šedé nabídky, zobrazí se mu okno na Obr. A.3. Okno slouží pro zobrazení (nikoliv výpočet) výsledků podle postupu uvedeném v kapitole 2.2.

**STRECO** Kalkulačka Prohlížeč 1:10:41 sobota 20. května 2023

### VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE FIB BULLETIN 14 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP

**VSTUPY - PRŮŘEZ**

**VÝPOČET - FIB 14**

**VZORCE - FIB 14**

**VÝPOČET - ACI 440.2R**

**VZORCE - ACI 440.2R**

**NÁPOVĚDA**

**O APLIKACI + FAQ**

**UKONČIT APLIKACI**

Autoři: Bc. Stanislav Voráček  
Verze: 1.0. (19.05.2023)

**MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:**

Plocha kompozitní výztuže:  $A_f = 168,00 \text{ mm}^2$

Modul pružnosti betonu:  $E_c = 34\,077,15 \text{ MPa}$

Moment od stálého zatížení:  $M_0 = 215,00 \text{ kNm}$

Moment na mezi vzniku trhliny:  $M_{cr} = 67,79 \text{ kNm}$

Přetvoření betonu při působení momentu  $M_0$ :  $\epsilon_{co} = 0,000909$

Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:  $\epsilon_o = 0,001520$

Výška tlačené oblasti:  $x = 161,39 \text{ mm}$

Přetvoření krajních vláken betonu:  $\epsilon_c = -0,003500$

Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s1} = 0,008644$

Přetvoření tlačené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s2} = -0,002633$

Přetvoření FRP výztuže:  $\epsilon_f = 0,007992$

Napětí v tažené betonářské výztuži:  $\sigma_{s1} = 434,78 \text{ MPa}$

Napětí v tlačené betonářské výztuži:  $\sigma_{s2} = -434,78 \text{ MPa}$

Efektivní napětí v FRP:  $\sigma_f = 1\,678,31 \text{ MPa}$

Součinitel pro beton - účinná výška tlačené oblasti:  $\psi = 0,80$

Poměrná výška tlačené oblasti:  $\xi = 0,29$

Limitní podmínka pro poměrnou výšku tlačené oblasti:  $F_{lim} = 0,45$

Moment únosnosti průřezu:  $M_{Rd} = 482,80 \text{ kNm}$

**MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:**

Výška tlačené oblasti průřezu (s trhlínami):  $x_2 = 150,43 \text{ mm}$

Moment setrvačnosti průřezu (s trhlínami):  $I_2 = 1\,866\,178\,277,70 \text{ mm}^4$

**MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:**

Napětí v betonu:  $\sigma_{c,msp} = 20,47 \text{ MPa}$

Napětí v tažené betonářské výztuži:  $\sigma_{s,msp} = 327,09 \text{ MPa}$

Napětí v FRP výztuži:  $\sigma_{f,msp} = 57,81 \text{ MPa}$

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:**

**MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{Ed,i}$	$M_{Rd,i}$	
Stávající zatížení:	307,83 kNm	482,80 kNm	OK
Budoucí zatížení:	366,24 kNm	482,80 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$\sigma_{i,msp}$	$\sigma_{i,max}$	
Beton:	20,47 MPa	21,00 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	327,09 MPa	400,00 MPa	OK
FRP výztuž:	57,81 MPa	2\,800,00 MPa	OK

**VZORCE**

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Obr. A.3: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP podle FIBu (STRECO)

Okno obsahuje pole, do kterých se vyplní hodnoty z výpočtu, a to po kliknutí na tlačítko „VYPOČÍTEJ“ v okně se vstupními parametry (Obr. A.2). Po kliknutí na toto tlačítko se též v pravé části okna objeví posouzení řešeného průřezu.

V případě potřeby je možné si pomocí tlačítka „VZORCE“ zobrazit okno, které obsahuje všechny vzorce použité pro danou část výpočtu. Do tohoto okna se lze dostat též pomocí hlavní nabídky (šedý panel vlevo) a to kliknutím na tlačítko „VZORCE – FIB 14“. Více o výpisu vzorců viz příloha A.2.4.

### A.2.3 Výpočet a posouzení podle ACI 440.2R-17

Pokud uživatel klikne na tlačítko „VÝPOČET – ACI 440.2R“ z šedé nabídky, zobrazí se mu okno na Obr. A.4. Okno slouží pro zobrazení (nikoliv výpočet) výsledků podle postupu uvedeném v kapitole 2.3.

**VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE ACI 440.2R-17 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP**

**MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:** ?

Limitní moment od zatížení pro nezesílenou konstrukci:  $M_{lim} = 224.68$  kNm  
 Plocha kompozitní výztuže:  $A_f = 168.00$  mm<sup>2</sup>  
 Modul pružnosti betonu:  $E_c = 27\,805.57$  MPa  
 Poměrná výška tlačené oblasti:  $k = 0.34$  -  
 Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:  $\epsilon_{t0} = 0.000650$  -  
 Maximální dovolené přetvoření FRP:  $\epsilon_{fd} = 0.004473$  -  
 Výška tlačené oblasti:  $c = 141.45$  mm  
 Přetvoření krajních vláken betonu:  $\epsilon_c = 0.001581$  -  
 Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s1} = 0.004677$  -  
 Přetvoření tlačené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s2} = 0.001134$  -  
 Přetvoření FRP výztuže:  $\epsilon_{fe} = 0.004473$  -  
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{s1} = 500.00$  MPa  
 Napětí v tlačené betonářské výztuži:  $f_{s2} = 226.72$  MPa  
 Napětí v FRP výztuži:  $f_{fe} = 939.43$  MPa  
 Součinitel pro beton - účinná výška tlačené oblasti:  $\beta_1 = 0.72$  -  
 Součinitel pro beton - definující účinnou pevnost:  $\alpha_1 = 0.77$  -  
 Moment únosnosti - příspěvek od betonářské výztuže:  $M_{ns} = 396.98$  kNm  
 Moment únosnosti - příspěvek od FRP:  $M_{nf} = 86.65$  kNm  
 Redukční faktor zohledňující charakter porušení:  $\phi = 0.87$  -  
 Moment únosnosti průřezu:  $\phi M_n = 402.27$  kNm

**MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:**

Výška tlačené oblasti průřezu (s trhlinami):  $c_{cr} = 163.01$  mm  
 Moment setrvačnosti průřezu (s trhlinami):  $I_{cr} = 2\,200\,582\,726.05$  mm<sup>4</sup>

**MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:**

Napětí v betonu:  $f_{c,s} = 18.81$  MPa  
 Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{s,s} = 310.13$  MPa  
 Napětí v FRP výztuži:  $f_{f,s} = 224.56$  MPa

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:**

**MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{u,i}$	$\Phi M_{n,i}$	
Lze kci zesílovat:	224.68 kNm	≤ 361.20 kNm	OK
Stávající zatížení:	304.88 kNm	≤ 402.27 kNm	OK
Budoucí zatížení:	367.19 kNm	≤ 402.27 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$f_{i,s}$	$f_{i,max}$	
Beton:	18.81 MPa	≤ 21.00 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	310.13 MPa	≤ 400.00 MPa	OK
FRP výztuž:	224.56 MPa	≤ 1 828.75 MPa	OK

**OK - Posuzovaný průřez vyhovuje**

Obr. A.4: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP podle ACI (STRECO)

Okno obsahuje pole, do kterých se vyplní hodnoty z výpočtu, a to po kliknutí na tlačítko „VYPOČÍTEJ“ v okně se vstupními parametry (Obr. A.2). Po kliknutí na toto tlačítko se též v pravé části okna objeví posouzení řešeného průřezu.

V případě potřeby je možné si pomocí tlačítka „VZORCE“ zobrazit okno, které obsahuje všechny vzorce použité pro danou část výpočtu. Do tohoto okna se lze dostat též pomocí hlavní nabídky (šedý panel vlevo) a to kliknutím na tlačítko „VZORCE – ACI 440.2R“. Více o výpisu vzorců viz příloha A.2.4.

## A.2.4 Podrobné výpisy vzorců

V případě, že uživatel klikne na tlačítko „VZORCE – FIB 14“ nebo „VZORCE – ACI 440.2R“ z šedé nabídky, zobrazí se mu příslušné okno (Obr. A.5, případně Obr. A.6). Obě okna obsahují kompletní výpis vzorců pro vybranou část výpočtu (FIB nebo ACI).

**VZORCE PRO VÝPOČET PODLE FIB BULLETIN 14**

**PŘEHLED POUŽITÝCH VZORCŮ:**

Následující výpis obsahuje vzorce pouze pro výpočet konkrétních proměnných uvedených v aplikaci STRECO bez vysvětlení bližších souvislostí. Pro pochopení souvislostí viz diplomová práce autora aplikace. V pravé části je vždy uvedeno číslo vzorce, pod kterým lze vzorec nalézt v diplomové práci.

Plocha FRP výtztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f \quad (2.2.7)$$

Sečnový modul pružnosti betonu:

$$E_c = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \quad (2.2.3)$$

Charakteristický ohybový moment:

$$M_0 = M_{E,g,0} + M_{E,q,0} \quad (2.2.12)$$

Výška tlačené oblasti ideálního průřezu:

$$x_1 = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_1} \quad (2.2.38)$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu:

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + A_c \cdot (x_1 - a_c)^2 + \alpha_e \cdot [A_{S1} \cdot (d - x_1)^2 + A_{S2} \cdot (d_2 - x_1)^2] \quad (2.2.39)$$

Výška tlačené oblasti průřezu s plně rozvinutými tržlinami:

$$\alpha_e = \left[ \frac{2 \cdot b \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_1} \right]$$

Obr. A.5: Výpis vzorců pro výpočet a posouzení průřezu podle FIBu (STRECO)

**VZORCE PRO VÝPOČET PODLE ACI 440.2R-17**

**PŘEHLED POUŽITÝCH VZORCŮ:**

Následující výpis obsahuje vzorce pouze pro výpočet konkrétních proměnných uvedených v aplikaci STRECO bez vysvětlení bližších souvislostí. Pro pochopení souvislostí viz diplomová práce autora aplikace. V pravé části je vždy uvedeno číslo vzorce, pod kterým lze vzorec nalézt v diplomové práci.

Plocha FRP výtztuže:

$$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f \quad (2.3.6)$$

Modul pružnosti betonu v MPa:

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_c} \quad (2.3.2)$$

Limitní ohybový moment pro nezesílenou konstrukci:

$$M_{LIM} = 1,1 \cdot M_{E,g,1} + 0,75 \cdot M_{E,q,1} \quad (2.3.11)$$

Redukční součinitel dle charakteru porušení konstrukce:

$$\Phi = 0,65 \quad \text{pro } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty} \quad (2.3.32a)$$

$$\Phi = 0,65 + 0,25 \cdot \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{ty}}{(0,005 - \varepsilon_{ty})} \quad \text{pro } \varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0,005 \quad (2.3.32b)$$

$$\Phi = 0,90 \quad \text{pro } \varepsilon_t \geq 0,005 \quad (2.3.32c)$$

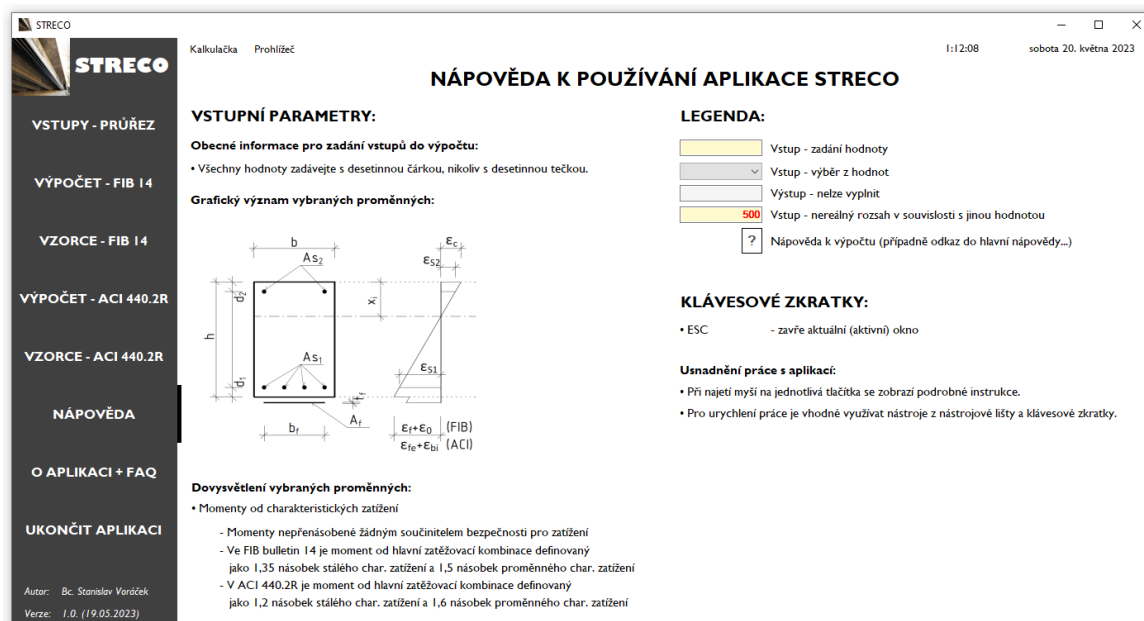
Výška tlačené oblasti ideálního průřezu:

$$c_{tr} = \frac{A_c \cdot a_c + \alpha_e \cdot (A_{S1} \cdot d + A_{S2} \cdot d_2)}{A_{tr}} \quad (2.3.35)$$

Obr. A.6: Výpis vzorců pro výpočet a posouzení průřezu podle ACI (STRECO)

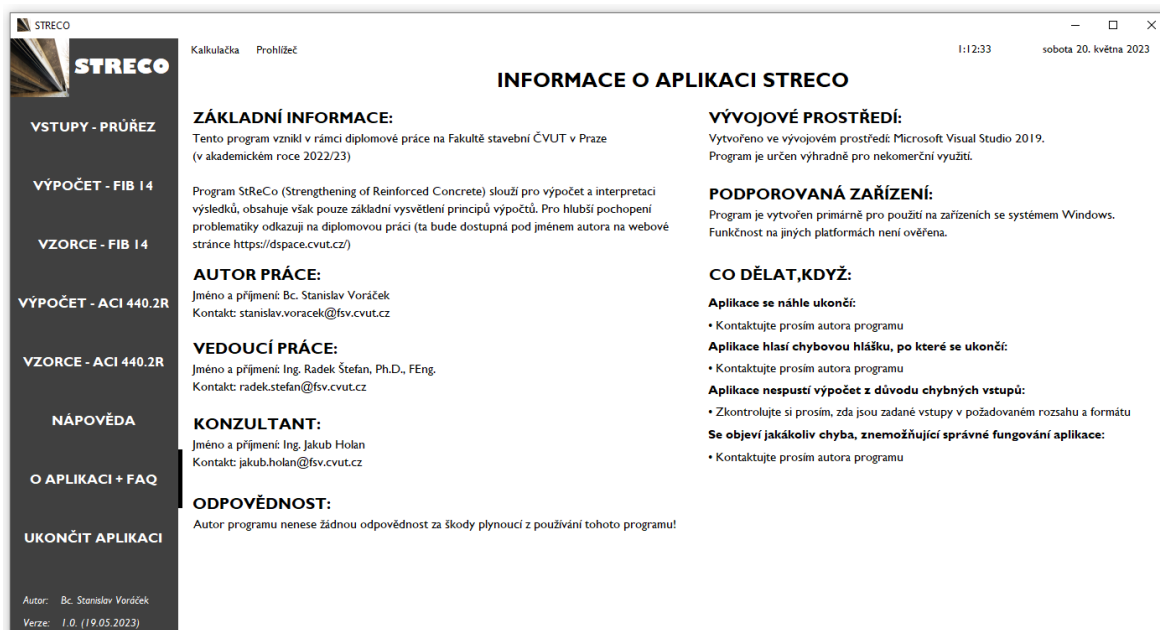
## A.2.5 Nápoředa a informace o aplikaci STRECO

V případě, kdy uživatel klikne na tlačítko „NÁPOŘEDA“ z šedé nabídky, zobrazí se mu příslušné okno na Obr. A.7. Okno obsahuje jednak nápoředu ke vstupním parametrům, legendu a také užitečné tipy pro usnadnění práce s aplikací.



Obr. A.7: Nápoředa k aplikaci STRECO

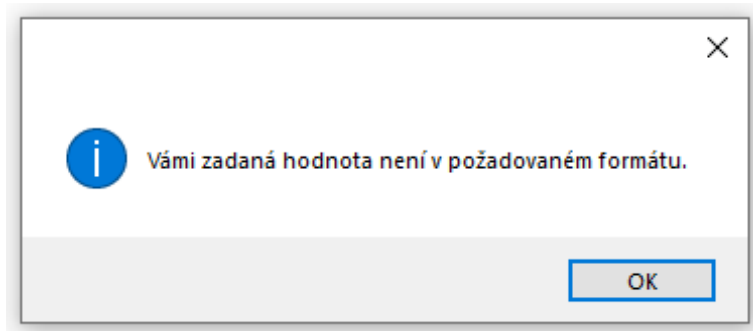
Pokud uživatel klikne na tlačítko „O APLIKACI + FAQ“ z šedé nabídky, zobrazí se mu příslušné okno na Obr. A.8. Okno obsahuje základní informace o aplikaci včetně kontaktů na autora a vedoucího práce. Dále obsahuje krátký výčet možností, co dělat, pokud aplikace z nějakého důvodu nefunguje správně.



Obr. A.8: Informace o aplikaci STRECO

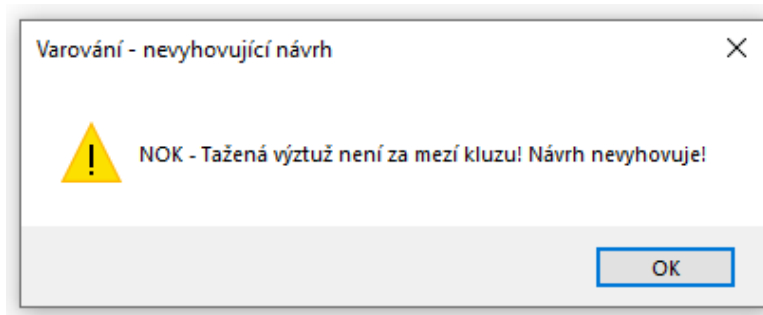
### A.2.6 Upozornění a informační oznámení

Aplikace STRECO obsahuje celou řadu kontrol, které zajišťují správný průběh výpočtu a případně informují uživatele aplikace o nastalých situacích. Tyto zprávy lze rozdělit do několika kategorií. První z nich je informační zpráva, ta uživatele informuje například o chybně zadaných vstupech (chybný formát, hodnota mimo rozsah apod.) nebo uživateli sděluje další podrobnosti. Příklad takové zprávy je uveden na [Obr. A.9](#).



Obr. A.9: Informační zpráva – chybně zadaný vstup

Dalším typem jsou varovné zprávy, ty uživatele varují před možným problémem nebo ho upozorňují na překročení limitních hodnot. Pro ukázkou je vybrána varovná zpráva o tažené výztuži za mezí kluzu (viz [Obr. A.10](#)). Specifika tohoto problému jsou vysvětlena v kapitole [2.2](#), respektive [2.3](#).



Obr. A.10: Varovná zpráva – tažená výztuž není za mezí kluzu

V aplikaci se objevují i další oznámení kromě výše zmíněných. Jedná se buď o obdobná oznámení nebo o oznámení, u kterých je na první pohled patrný jejich význam

## Příloha B

### Porovnání vzorců (FIB x ACI)

Následující tabulka slouží pro lepší pochopení souvislostí mezi oběma postupy zpracovanými v této práci (fib Bulletin 14 a ACI 440.2R-17). V prvním sloupci tabulky je vždy uvedena proměnná, kterou počítáme. Ve druhém sloupci je uveden vzorec pro výpočet této proměnné podle postupu v technickém reportu fib Bulletin 14 [3], dále jen FIB. Následující sloupec obsahuje vzorec pro výpočet uvedený v publikaci ACI 440.2R-17 [1], dále jen ACI. Názvy proměnných jsou vhodně zkráceny, celé názvy proměnných jsou uvedeny v textu diplomové práce, popřípadě v seznamu „Popis použitých symbolů“ na začátku diplomové práce.

Tab. B.1: Porovnání vzorců pro výpočet podle FIBu a podle ACI

Č.	Název proměnné	Vzorec FIB	Vzorec ACI
1	Návrhová pevnost betonu	$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_{M_{beton}}}$	$f'_c = \frac{f_{ck}}{\gamma_M}$
2	Průměrná pevnost betonu v tlaku	$f_{cm} = f_{ck} + 8$	---
3	Modul pružnosti betonu	$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3}$	$E_c = 4\,700 \cdot \sqrt{f'_c}$
4	Průměrná pevnost betonu v tahu $f_{ck} \leq 50$	$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{(2/3)}$	$f_r = 0,62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$
5	Průměrná pevnost betonu v tahu $f_{ck} > 50$	$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln\left[1 + \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)\right]$	$f_r = 0,62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$
6	Návrhová mez kluzu bet. výztuže	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M_{ocel}}}$	$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma_M}$
7	Poměrné přetvoření výztuže na mezi kluzu	$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_S}$	$\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_S}$
8	Plocha FRP výztuže	$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f$	$A_f = n_f \cdot b_f \cdot t_f$
9	Návrhová pevnost FRP výztuže	$f_{fd} = \frac{f_{fk}}{\gamma_f}$	$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$
10	Návrhové maximální přetvoření FRP	$\varepsilon_{fud} = \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}$	$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$
11	Návrhový ohybový moment	$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_{E,g,1} + 1,5 \cdot M_{E,q,1}$	$M_u = 1,2 \cdot M_{E,g,1} + 1,6 \cdot M_{E,q,1}$
12	Charakt. moment pro zjištění stavu průřezu	$M_0 = M_{E,g,0} + M_{E,q,0}$	$M_a = M_{E,g,0} + M_{E,q,0}$
13	Limitní moment pro nezesílenou konstrukci	---	$M_{LIM} = 1,1 \cdot M_{E,g,1} + 0,75 \cdot M_{E,q,1}$
14	Charakt. moment při počátečním přetvoření	$M_0 = M_{E,g,0} + M_{E,q,0}$	$M_{DL} = M_{E,g,0}$

15	Charakt. moment pro výpočty v MSP	$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1}$	$M_S = M_{E,g,1} + M_{E,q,1}$
16	Pracovní součinitel	$\alpha_e = E_S/E_c$	$\alpha_e = E_S/E_c$
17	Plocha průřezu bez trhlin	$A_1$ viz (2.2.37)	$A_{tr}$ viz (2.3.34)
18	Výška tlačené oblasti průřezu bez trhlin	$x_1$ viz (2.2.38)	$c_{tr}$ viz (2.3.35)
19	Moment setrvačnosti průřezu bez trhlin	$I_1$ viz (2.2.39)	$I_{tr}$ viz (2.3.36)
20	Výška tlačené oblasti průřezu s trhlinami	$x_2$ viz (2.2.43)	$c_{cr}$ viz (2.3.40)
21	Moment setrvačnosti průřezu s trhlinami	$I_2$ viz (2.2.44)	$I_{cr}$ viz (2.3.41)
22	Moment na mezi vzniku trhlin	$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{I_1}{h - x_1}$	$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_{tr}}{y_t}$
23	Počáteční přetvoření horních vláken betonu	$\varepsilon_{CO} = \frac{M_0 \cdot x_{1/2}}{E_c \cdot I_{1/2}}$	---
24	Počáteční přetvoření spodních vláken betonu	$\varepsilon_0 = \varepsilon_{CO} \cdot \frac{h - x_{cr}}{x_{cr}}$	$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL} \cdot (d_f - k \cdot d)}{I_{cr/tr} \cdot E_c}$
25	Síla v betonu	$F_{CC} = 0,85 \cdot \psi \cdot x \cdot b \cdot (-f_{cd})$	$F_{CC} = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b \cdot f'_c$
26	Síla v dolní výztuži	$F_{S1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1}$	$F_{S1} = A_{S1} \cdot f_{S1}$
27	Síla v horní výztuži	$F_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2}$	$F_{S2} = A_{S2} \cdot f_{S2}$
28	Síla v FRP výztuži	$F_f = A_f \cdot \sigma_f$	$F_f = A_f \cdot f_{fe}$
29	Napětí v dolní výztuži	$\sigma_{S1} = \min(f_{yd}; \varepsilon_{S1} \cdot E_S)$	$f_{S1} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S1}; f_y)$
30	Napětí v horní výztuži	$\sigma_{S2} = \min(f_{yd}; \varepsilon_{S2} \cdot E_S)$	$f_{S2} = \min(E_S \cdot \varepsilon_{S2}; f_y)$
31	Napětí v FRP výztuži	$\sigma_f = \min(f_{fd}; \varepsilon_f \cdot E_{fu})$	$f_{fe} = \min(E_f \cdot \varepsilon_{fe}; f_{fu})$
32	Mezní přetvoření tlač. vláken betonu	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = -0,0035$	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = -0,003$
33	Přetvoř. betonu při porušení FRP	$\varepsilon_c = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot x}{(h - x)}$	$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left(\frac{c}{d_f - c}\right)$
34	Přetvoř. dolní výztuže při drcení betonu	$\varepsilon_{S1} = \frac{-\varepsilon_c \cdot (d - x)}{x}$	<i>zohledněno způsobem porušení</i>
35	Přetvoř. dolní výztuže při porušení FRP	$\varepsilon_{S1} = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (d - x)}{(h - x)}$	$\varepsilon_{S1} = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left(\frac{d - c}{d_f - c}\right)$
36	Přetvoř. horní výztuže při drcení betonu	$\varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_c \cdot (x - d_2)}{x}$	<i>zohledněno způsobem porušení</i>
37	Přetvoř. horní výztuže při porušení FRP	$\varepsilon_{S2} = \frac{(\varepsilon_{fud} + \varepsilon_o) \cdot (x - d_2)}{(h - x)}$	$\varepsilon_{S2} = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left(\frac{c - d_2}{d_f - c}\right)$
38	Přetvoření FRP výztuže	$\varepsilon_f = \frac{-\varepsilon_c \cdot (h - x)}{x} - \varepsilon_o$	$\varepsilon_{fe} = \min \left[ \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_f - c}{c}\right) - \varepsilon_{bi}; \varepsilon_{fd} \right]$



39	Limitní přetvoření FRP výztuže	---	$\varepsilon_{fd} = \min \left( 0,41 \cdot \sqrt{\frac{f_c'}{n_f \cdot E_f \cdot t_f}}; 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \right)$
40	Součinitele betonu	$\psi$	$\beta_1$ a $\alpha_1$
41	Moment únosnosti	$M_{Rd}$ viz (2.2.80)	$\Phi M_n$ viz (2.3.83)
42	Napětí v betonu při MSP	$\sigma_{C,MSP} = \frac{M_S}{I_{1/2}} \cdot x_{1/2}$	$f_{C,S} = \frac{M_S}{I_{tr/cr}} \cdot c_{tr/cr}$
43	Přetvoření v betonu při MSP	$\varepsilon_{C,MSP} = \frac{-\sigma_{C,MSP}}{E_c}$	---
44	Napětí v dolní tažené výztuži při MSP	$\sigma_{S1,MSP} = \varepsilon_{S1,MSP} \cdot E_S$	$f_{S,S}$ viz (2.3.87)
45	Napětí v horní tlačené výztuži při MSP	$\sigma_{S2,MSP} = \varepsilon_{S2,MSP} \cdot E_S$	---
46	Napětí v FRP výztuži při MSP	$\sigma_{f,MSP} = \varepsilon_{f,MSP} \cdot E_f$	$f_{f,S}$ viz (2.3.88)

# Příloha C

## Vzorové příklady STRECO

V této příloze jsou ukázány některé výpočty z aplikace STRECO použité pro porovnání v kapitole 3.6, vyjma těch již uvedených v kapitole 3.4.

### C.1 STRECO – jednostranně vyztužený průřez (FIB)

Tato kapitola obsahuje ukázkou výpočtu z aplikace STRECO. Vstupní parametry odpovídají zadání příkladu z kapitoly 3.3, příklad je však v tomto případě řešen pomocí výpočtového postupu podle FIBu (viz kapitola 2.2). Ukázkou výpočtu slouží pro porovnání výsledků mezi FIBem a ACI pro totožné vstupní parametry.

Na Obr. C.1 jsou vidět vstupní parametry do výpočtu.

ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE			
<b>VSTUPNÍ PARAMETRY:</b> <input style="float: right;" type="button" value="?"/>			
<b>Rozměry:</b>			
Šířka průřezu:	b =	<input type="text" value="305"/>	mm
Výška průřezu:	h =	<input type="text" value="609,6"/>	mm
<b>Beton:</b>			
Charakteristická pevnost betonu v tlaku:	f <sub>ck</sub> =	<input type="text" value="34,5"/>	MPa
<b>Prostředí:</b>			
Umístění prvku:		<input type="text" value="Internér"/>	
<b>Betonářská výztuž:</b>			
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:	f <sub>yk</sub> =	<input type="text" value="414"/>	MPa
Modul pružnosti oceli v tahu:	E <sub>s</sub> =	<input type="text" value="200000"/>	MPa
Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:	d <sub>1</sub> =	<input type="text" value="63,6"/>	mm
Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:	d <sub>2</sub> =	<input type="text" value="0"/>	mm
Plocha dolní tažené výztuže:	A <sub>S1</sub> =	<input type="text" value="1935"/>	mm <sup>2</sup>
Plocha horní tlačené výztuže:	A <sub>S2</sub> =	<input type="text" value="0"/>	mm <sup>2</sup>
<b>ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:</b>			
Plocha průřezu:	A <sub>c</sub> =	<input type="text" value="185 928,00"/>	mm <sup>2</sup>
Výška tlačené oblasti (FIB):	x <sub>0</sub> =	<input type="text" value="124,13"/>	mm
Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):	M <sub>Rd,0</sub> =	<input type="text" value="345,76"/>	kNm
Výška tlačené oblasti (ACI):	c <sub>0</sub> =	<input type="text" value="94,74"/>	mm
Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):	ΦM <sub>n,0</sub> =	<input type="text" value="366,21"/>	kNm
<b>Stávající zatížení:</b>			
Moment od stálého charakteristického zatížení:	M <sub>E,g,0</sub> =	<input type="text" value="97,79"/>	kNm
Moment od proměnného charakteristického zatížení:	M <sub>E,q,0</sub> =	<input type="text" value="117,21"/>	kNm
<b>Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):</b>			
Moment od stálého charakteristického zatížení:	M <sub>E,g,1</sub> =	<input type="text" value="97,79"/>	kNm
Moment od proměnného charakteristického zatížení:	M <sub>E,q,1</sub> =	<input type="text" value="176,15"/>	kNm
<b>Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):</b>			
Charakteristická pevnost v tahu (viz !):	f <sub>fk</sub> =	<input type="text" value="621"/>	MPa
Charakteristické maximální přetvoření (viz !):	ε <sub>fk</sub> =	<input type="text" value="0,015"/>	-
Modul pružnosti v tahu (viz !):	E <sub>f</sub> =	<input type="text" value="37000"/>	MPa
Šířka lamely:	b <sub>f</sub> =	<input type="text" value="305"/>	mm
Tloušťka lamely:	t <sub>f</sub> =	<input type="text" value="1,02"/>	mm
Počet vrstev lamel:	n <sub>f</sub> =	<input type="text" value="2"/>	ks
Typ kompozitní výztuže:		<input type="text" value="CFRP - Uhlíkov."/>	
<b>POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):</b>			
<b>Ohybová únosnost:</b>	M <sub>Ed,0</sub>	M <sub>Rd,0</sub>	
<b>Stávající zatížení:</b>	307,83 kNm	≤ 345,76 kNm	<b>OK</b>
<b>Budoucí zatížení:</b>	396,24 kNm	> 345,76 kNm	<b>NOK</b>
<b>NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu</b>			<input type="button" value="VYPOČÍTEJ"/>

Obr. C.1: Vstupní parametry – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO)

Na Obr. C.2 je vidět výpočet podle FIBu. Na první pohled si můžeme všimnout jedné nevyhovující podmínky v mezních stavu omezení napětí. Oproti tomu, příklad se stejným zadáním podle požadavků ACI vyhověl.

### VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE FIB BULLETIN 14 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP

<b>MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:</b>		<b>MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:</b>	
Plocha kompozitní výztuže:	$A_f =$ <input type="text" value="622.20"/> mm <sup>2</sup>	Výška tlačené oblasti průřezu (s trhlínami):	$x_2 =$ <input type="text" value="168.06"/> mm
Modul pružnosti betonu:	$E_c =$ <input type="text" value="33 957.79"/> MPa	Moment setrvačnosti průřezu (s trhlínami):	$I_2 =$ <input type="text" value="2 110 443 619.04"/> mm <sup>4</sup>
Moment od stálého zatížení:	$M_0 =$ <input type="text" value="215.00"/> kNm	<b>MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:</b>	
Moment na mezi vzniku trhliny:	$M_{cr} =$ <input type="text" value="69.76"/> kNm	Napětí v betonu:	$\sigma_{c,msp} =$ <input type="text" value="21.81"/> MPa
Přetvoření betonu při působení momentu $M_0$ :	$\epsilon_{co} =$ <input type="text" value="0.000504"/> -	Napětí v tažené betonářské výztuži:	$\sigma_{s,msp} =$ <input type="text" value="288.93"/> MPa
Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:	$\epsilon_o =$ <input type="text" value="0.001325"/> -	Napětí v FRP výztuži:	$\sigma_{f,msp} =$ <input type="text" value="13.44"/> MPa
Výška tlačené oblasti:	$x =$ <input type="text" value="179.96"/> mm	<b>POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:</b>	
Přetvoření krajních vláken betonu:	$\epsilon_c =$ <input type="text" value="-0.003500"/> -	<b>MSÚ:</b>	
Přetvoření tažené betonářské výztuže:	$\epsilon_{S1} =$ <input type="text" value="0.007119"/> -	Ohybová únosnost:	$M_{Ed,i}$ $M_{Rd,i}$
Přetvoření tlačené betonářské výztuže:	$\epsilon_{S2} =$ <input type="text" value="0.000000"/> -	Stávající zatížení:	307.83 kNm ≤ 417.22 kNm <b>OK</b>
Přetvoření FRP výztuže:	$\epsilon_f =$ <input type="text" value="0.007031"/> -	Budoucí zatížení:	396.24 kNm ≤ 417.22 kNm <b>OK</b>
Napětí v tažené betonářské výztuži:	$\sigma_{S1} =$ <input type="text" value="360.00"/> MPa	<b>MSP:</b>	
Napětí v tlačené betonářské výztuži:	$\sigma_{S2} =$ <input type="text" value="0.00"/> MPa	Napětí v materiálu:	$\sigma_{i,msp}$ $\sigma_{i,max}$
Efektivní napětí v FRP:	$\sigma_f =$ <input type="text" value="260.15"/> MPa	Beton:	21.81 MPa > 20.70 MPa <b>NOK</b>
Součinitel pro beton - účinná výška tlačené oblasti:	$\psi =$ <input type="text" value="0.80"/> -	Betonářská výztuž (tažená):	288.93 MPa ≤ 331.20 MPa <b>OK</b>
Poměrná výška tlačené oblasti:	$\xi =$ <input type="text" value="0.33"/> -	FRP výztuž:	13.44 MPa ≤ 496.80 MPa <b>OK</b>
Limitní podmínka pro poměrnou výšku tlačené oblasti:	$\xi_{lim} =$ <input type="text" value="0.45"/> -		
Moment únosnosti průřezu:	$M_{Rd} =$ <input type="text" value="417.22"/> kNm		

**VZORCE**

NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutná úprava návrhu

Obr. C.2: Výpočet – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO)

## C.2 STRECO – oboustranně vyztužený průřez (ACI)

Další ukázka z aplikace STRECO. Vstupní parametry odpovídají zadání příkladu z kapitoly 3.2, příklad je však řešen pomocí výpočtového postupu podle ACI (viz kapitola 2.3). Ukázka slouží pro porovnání výsledků mezi FIBem a ACI.

### ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE

<b>VSTUPNÍ PARAMETRY:</b> <input style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;" type="button" value="?"/>			
<b>Rozměry:</b>			
Šířka průřezu:	$b =$ <input type="text" value="300"/> mm	<b>Stávající zatížení:</b>	
Výška průřezu:	$h =$ <input type="text" value="600"/> mm	Moment od stálého charakteristického zatížení:	$M_{E,g,0} =$ <input type="text" value="97.79"/> kNm
		Moment od proměnného charakteristického zatížení:	$M_{E,q,0} =$ <input type="text" value="117.21"/> kNm
<b>Beton:</b>			
Charakteristická pevnost betonu v tlaku:	$f_{ck} =$ <input type="text" value="35"/> MPa	<b>Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):</b>	
		Moment od stálého charakteristického zatížení:	$M_{E,g,1} =$ <input type="text" value="97.79"/> kNm
		Moment od proměnného charakteristického zatížení:	$M_{E,q,1} =$ <input type="text" value="156.15"/> kNm
<b>Prostředí:</b>			
Umístění prvku:	<input type="text" value="Interiér"/>	<b>Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):</b>	
Charakteristická pevnost v tahu (viz !):			
<b>Betonářská výztuž:</b>	$f_{yk} =$ <input type="text" value="500"/> MPa	Charakteristické maximální přetvoření (viz !):	$\epsilon_{Rk} =$ <input type="text" value="0.017"/> -
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:	$f_{yk} =$ <input type="text" value="500"/> MPa	Modul pružnosti v tahu (viz !):	$E_f =$ <input type="text" value="210000"/> MPa
Modul pružnosti oceli v tahu:	$E_s =$ <input type="text" value="200000"/> MPa	Šířka lamely:	$b_f =$ <input type="text" value="120"/> mm
Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:	$d_1 =$ <input type="text" value="40"/> mm	Tloušťka lamely:	$t_f =$ <input type="text" value="1.4"/> mm
Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:	$d_2 =$ <input type="text" value="40"/> mm	Počet vrstev lamel:	$n_f =$ <input type="text" value="1"/> ks
Plocha dolní tažené výztuže:	$A_{S1} =$ <input type="text" value="1520.53"/> mm <sup>2</sup>	Typ kompozitní výztuže:	<input type="text" value="CFRP - Uhlíkov."/>
Plocha horní tlačené výztuže:	$A_{S2} =$ <input type="text" value="402.12"/> mm <sup>2</sup>		
<b>ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:</b>			
Plocha průřezu:	$A_c =$ <input type="text" value="180 000.00"/> mm <sup>2</sup>	<b>POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):</b>	
Výška tlačené oblasti (FIB):	$x_0 =$ <input type="text" value="90.10"/> mm	Ohybová únosnost:	$M_{Ed,0}$ $M_{Rd,0}$
Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):	$M_{Rd,0} =$ <input type="text" value="345.77"/> kNm	Stávající zatížení:	307.83 kNm ≤ 345.77 kNm <b>OK</b>
Výška tlačené oblasti (ACI):	$c_0 =$ <input type="text" value="76.75"/> mm	Budoucí zatížení:	366.24 kNm > 345.77 kNm <b>NOK</b>
Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):	$\Phi M_{n,0} =$ <input type="text" value="361.20"/> kNm		

NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu

**VÝPOČÍTEJ**

Obr. C.3: Vstupní parametry – oboustranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO)

### VÝPOČET MSÚ A MSP PODLE ACI 440.2R-17 - PRŮŘEZ ZESÍLENÝ FRP

**MSÚ - OHYBOVÁ ÚNOSNOST PROSTÉHO NOSNÍKU:** ?

Limitní moment od zatížení pro nezesílenou konstrukci:  $M_{LIM} = 224.68$  kNm

Plocha kompozitní výztuže:  $A_f = 168.00$  mm<sup>2</sup>

Modul pružnosti betonu:  $E_c = 27\,805.57$  MPa

Poměrná výška tláčené oblasti:  $k = 0.34$  -

Přetvoření spodních vláken průřezu při instalaci FRP:  $\epsilon_{bi} = 0.000650$  -

Maximální dovolené přetvoření FRP:  $\epsilon_{fd} = 0.004473$  -

Výška tláčené oblasti:  $c = 141.45$  mm

Přetvoření krajních vláken betonu:  $\epsilon_c = 0.001581$  -

Přetvoření tažené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s1} = 0.004677$  -

Přetvoření tláčené betonářské výztuže:  $\epsilon_{s2} = 0.001134$  -

Přetvoření FRP výztuže:  $\epsilon_{fe} = 0.004473$  -

Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{s1} = 500.00$  MPa

Napětí v tláčené betonářské výztuži:  $f_{s2} = 226.72$  MPa

Napětí v FRP výztuži:  $f_{fe} = 939.43$  MPa

Součinitel pro beton - účinná výška tláčené oblasti:  $\beta_1 = 0.72$  -

Součinitel pro beton - definující účinnou pevnost:  $\alpha_1 = 0.77$  -

Moment únosnosti - příspěvek od betonářské výztuže:  $M_{ns} = 386.98$  kNm

Moment únosnosti - příspěvek od FRP:  $M_{rf} = 86.65$  kNm

Redukční faktor zohledňující charakter porušení:  $\phi = 0.87$  -

Moment únosnosti průřezu:  $\Phi M_n = 402.27$  kNm

**MSP - PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY:**

Výška tláčené oblasti průřezu (s trhlinami):  $c_{cr} = 163.01$  mm

Moment setrvačnosti průřezu (s trhlinami):  $I_{cr} = 2\,200\,582\,726.05$  mm<sup>4</sup>

**MSP - OMEZENÍ NAPĚTÍ:**

Napětí v betonu:  $f_{c,s} = 18.81$  MPa

Napětí v tažené betonářské výztuži:  $f_{s,s} = 310.13$  MPa

Napětí v FRP výztuži:  $f_{f,s} = 224.56$  MPa

**POSOUZENÍ S KOMPOZITNÍ VÝZTUŽÍ:**

**MSÚ:**

Ohybová únosnost:	$M_{u,i}$	≤	$\Phi M_{n,i}$	
Lze kci zesilovat:	224.68 kNm	≤	361.20 kNm	OK
Stávající zatížení:	304.88 kNm	≤	402.27 kNm	OK
Budoucí zatížení:	367.19 kNm	≤	402.27 kNm	OK

**MSP:**

Napětí v materiálu:	$f_{i,s}$	≤	$f_{i,max}$	
Beton:	18.81 MPa	≤	21.00 MPa	OK
Betonářská výztuž (tažená):	310.13 MPa	≤	400.00 MPa	OK
FRP výztuž:	224.56 MPa	≤	1 828.75 MPa	OK

VZORCE

OK - Posuzovaný průřez vyhovuje

Obr. C.4: Výpočet – oboustranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO)

Na Obr. C.3 jsou vidět vstupní parametry do výpočtu. Na následujícím Obr. C.4 jsou pak vidět vypočítané hodnoty včetně vyhovujícího posudku obou mezních stavů.

### C.3 STRECO – upravený jednostranně vyztužený průřez (FIB)

Poslední ukázka z aplikace STRECO ukazuje vstupní parametry využitě při tvorbě parametrických studií v kapitole 3.6. Jedná se o příklad z kapitoly 3.2, upravený na jednostranně vyztužený průřez. Tento příklad je použit pro lepší porovnání vlivu změn vstupních parametrů na jednostranně a oboustranně vyztužený průřez. Jinými slovy, jedná se o totožný příklad, pouze bez horní betonářské výztuže ( $A_{S2} = 0 \text{ mm}^2$ ).

ZADÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT + VÝPOČET PRŮŘEZU BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE			
<b>VSTUPNÍ PARAMETRY:</b> ?			
<b>Rozměry:</b>			
Šířka průřezu:	b =	300	mm
Výška průřezu:	h =	600	mm
<b>Beton:</b>			
Charakteristická pevnost betonu v tlaku:	$f_{ck}$ =	35	MPa
<b>Prostředí:</b>			
Umístění prvku:		Interiér	
<b>Betonářská výztuž:</b>			
Charakteristická mez kluzu betonářské výztuže:	$f_{yk}$ =	500	MPa
Modul pružnosti oceli v tahu:	$E_s$ =	200000	MPa
Vzdálenost dolní výztuže od dolních vláken:	$d_1$ =	40	mm
Vzdálenost horní výztuže od horních vláken:	$d_2$ =	0	mm
Plocha dolní tažené výztuže:	$A_{S1}$ =	1520,53	mm <sup>2</sup>
Plocha horní tažené výztuže:	$A_{S2}$ =	0	mm <sup>2</sup>
<b>ÚNOSNOST BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE:</b>			
Plocha průřezu:	$A_c$ =	180 000,00	mm <sup>2</sup>
Výška tlačené oblasti (FIB):	$x_0$ =	118,05	mm
Moment únosnosti bez FRP výztuže (FIB):	$M_{Rd,0}$ =	339,00	kNm
Výška tlačené oblasti (ACI):	$c_0$ =	90,51	mm
Moment únosnosti bez FRP výztuže (ACI):	$\Phi M_{n,0}$ =	358,40	kNm
<b>Stávající zatížení:</b>			
Moment od stálého charakteristického zatížení:	$M_{E,g,0}$ =	97,79	kNm
Moment od proměnného charakteristického zatížení:	$M_{E,q,0}$ =	117,21	kNm
<b>Předpokládané zatížení po přitížení (budoucí zatížení):</b>			
Moment od stálého charakteristického zatížení:	$M_{E,g,1}$ =	97,79	kNm
Moment od proměnného charakteristického zatížení:	$M_{E,q,1}$ =	156,15	kNm
<b>Kompozitní výztuž (vnější FRP lamela):</b>			
Charakteristická pevnost v tahu (viz !):	$f_{fk}$ =	3500	MPa
Charakteristické maximální přetvoření (viz !):	$\epsilon_{fk}$ =	0,017	-
Modul pružnosti v tahu (viz !):	$E_f$ =	210000	MPa
Šířka lamely:	b f =	120	mm
Tloušťka lamely:	t f =	1,4	mm
Počet vrstev lamel:	n f =	1	ks
Typ kompozitní výztuže:		CFRP - Uhlíkov.	
<b>POSOUZENÍ BEZ KOMPOZITNÍ VÝZTUŽE (FIB):</b>			
<b>Ohybová únosnost:</b>	$M_{Ed,0}$	$M_{Rd,0}$	
<b>Stávající zatížení:</b>	307,83 kNm	≤ 339,00 kNm	OK
<b>Budoucí zatížení:</b>	366,24 kNm	> 339,00 kNm	NOK
<b>NOK - Posuzovaný průřez nevyhovuje - je nutné zesílení průřezu</b>			<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <b>VYPOČÍTEJ</b> </div>

Obr. C.5: Vstupní parametry – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu – upravené zadání (STRECO)

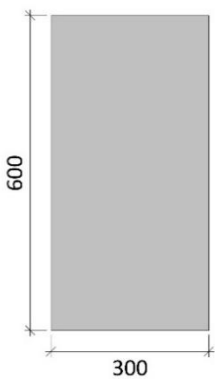
## Příloha D

### Vzorový příklad z programu Sika CarboDur

Tato kapitola obsahuje část výpočtu oboustranně vyztuženého průřezu z programu Sika CarboDur v7.0 [23]. Výpočet je proveden podle výpočtových postupů uvedených v technických reportech FIB [3], TR55 [5] a podle Eurokódu 2 [6]. Ukázka výpočtu slouží pro porovnání se stejným příkladem vypočteným ve vytvořeném programu STRECO. Více viz kapitola 3.5.3.

**2. PŘEDPOKLADY VÝPOČTU**

**2.1. Geometrie**  
 Průřez = Obdélník  
 Šířka = 300 mm  
 Výška = 600 mm



**2.2. Beton**  
 Pevnost betonu v tlaku  
 Pevnost betonu ( $f_{ck}$ ) = 35 MPa  
 Valcový vzorek = 35 MPa  
 Krychelný vzorek = 45 MPa

**2.3. Betonářská výztuž**  
 Vrstvy výztuže

Horní vrstva	$d_1$ mm	Ocel $f_{yk}$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	Počet x $\emptyset$ (mm)
1.	40	(B500B) 500	205000	2 x 16.0
Dolní vrstva	$d_1$ mm	Ocel $f_{yk}$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	Počet x $\emptyset$ (mm)
1.	40	(B500B) 500	205000	4 x 22.0


**2.4. Dílčí součinitele spolehlivosti**

Definované (Eurokód)

Sika Services AG  
 Corporate Tech. Dept.  
 Tüfienwies 16  
 8048 Zürich (Švýcarsko)  
 www.sika.com

Prvek: Pruviak  
 Autor: Vory  
 Poznámky:

Datum: 15/04/2023  
 Projekt: 02\_Nosnik s FRP\_přikla...



**BUILDING TRUST**

Obr. D. 1: Výstup z programu Sika CarboDur – strana 3

## 2.5. Součinitele zatížení

Výchozí kombinace dle Eurokódu	Stálá zatížení	Proměnná zatížení
Očekávaná přenášená zatížení	1.35	1.50
Porušení FRP zesílení	1.00	0.50
Požární situace	1.00	0.30
MSP, charakteristická	1.00	1.00

Kategorie A: obytné plochy

$\psi_{1z} = 0.5$

$\psi_{2z} = 0.3$

## 3. PEVNOST FRP ZESÍLENÍ

## 3.1. Hlavní FRP zesílení

Se soudržností. Sika CarboDur® M

Sika® CarboDur® M1214	Typ vláknů	Dílčí součinitele spolehlivosti	$\epsilon_k$	$E_k$ (MPa)	$t_r$ (mm)	Počet	Šířka (mm)
Vrstva: 1	Uhlík	$\gamma_{FRP,E}: 1.10, \gamma_{FRP,M}: 1.05, \gamma_{FRP,z}: 1.25, \gamma_A: 4.00$	0.0156	205000.00	1.400	1	120.00

## 4. OČEKÁVANÁ PŘENÁŠENÁ KOMBINACE ZATÍŽENÍ

## 4.1. Stávající zatížení

(Kladný)  $M_i$  : 215.00 kN·m

## 4.2. Očekávaná zatížení (návrh zesílení)

Stálá zatížení

(Kladný)  $M_g$  : 97.79 kN·m

Proměnná zatížení

(Kladný)  $M_q$  : 156.15 kN·m

## 5. VÝLEDNÁ

## 5.1. Shrnutí výsledků

Očekávaná zatížení v MSÚ			
zatěžování	$M_{Ed}$ (kN·m)	$M_{Rd}$ (kN·m)	$M_{Rd} \geq M_{Ed}$ ( $N_{Ed} = N_{Rd}$ )
$S_{Ed} = 1.35 \cdot S_g + 1.50 \cdot S_q$	366.24	465.88	Zesílený průřez 465.88 kN·m $\geq$ 366.24 kN·m ✓

Sika Services AG  
Corporate Tech. Dept.  
Tüffenwies 16  
8048 Zürich (Švýcarsko)  
www.sika.com  
4/14


Prvek: Pruvlak  
Autor: Vory  
Poznámky:

Datum: 15/04/2023  
Projekt: 02\_Nosník s FRP\_prika...

BUILDING TRUST



Obr. D. 2: Výstup z programu Sika CarboDur – strana 4

Zatížení	Výsledná
Konstrukční typ Staticky určitý	Stávající zatížení $M_{Ed}$ (Nezesílený) $\geq M_{Ed}$ (Stávající zatížení) : 345.31 kN·m $\geq$ 215.00 kN·m 
Momentový obrazec Kladný	
Stávající zatížení 215.00 kNm	
Stálá zatížení 97.79 kNm	
Proměnná zatížení 156.15 kNm	
	Očekávaná přenášená zatížení

Obr. D. 3: Výstup z programu Sika CarboDur – doplnění: únosnost nezesílené průřezu

# Příloha E

## Seznamy

### E.1 Seznam obrázků

<i>Obr. 2.1: Pracovní diagram FRP výztuží; křivky: a = GFRP; b = AFRP; c = CFRP [4] .....</i>	18
<i>Obr. 2.2: Stav tříosé napjatosti v důsledku ovinutí betonového průřezu FRP tkaninou [7] .....</i>	21
<i>Obr. 2.3: Pracovní diagramy materiálů pro výpočet podle FIBu [3].....</i>	24
<i>Obr. 2.4: Grafické znázornění působících sil při MSÚ (průřez bez FRP výztuže) .....</i>	29
<i>Obr. 2.5: Grafické vyjádření poměru modulů pružnosti [14].....</i>	33
<i>Obr. 2.6: Grafické určení těžiště ideálního průřezu (průřez bez trhlin) [14].....</i>	34
<i>Obr. 2.7: Grafické znázornění působících sil (průřez s plně rozvinutými trhlinami) [14] .....</i>	35
<i>Obr. 2.8: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle FIBu (průřez s FRP výztuží) .....</i>	38
<i>Obr. 2.9: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle ACI (průřez bez FRP výztuže).....</i>	53
<i>Obr. 2.10: Grafické vyjádření poměru modulů pružnosti podle ACI.....</i>	58
<i>Obr. 2.11: Grafické určení těžiště ideálního průřezu podle ACI (průřez bez trhlin) ..</i>	58
<i>Obr. 2.12: Grafické znázornění působících sil podle ACI (průřez s plně rozvinutými trhlinami) .....</i>	60
<i>Obr. 2.13: Grafické znázornění působících sil při MSÚ podle ACI (průřez s FRP výztuží) .....</i>	70
<i>Obr. 3.1: Vstupní parametry a výpočet únosnosti bez FRP výztuže (STRECO) .....</i>	77
<i>Obr. 3.2: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP výztuží dle FIBu (STRECO) .....</i>	78
<i>Obr. 3.3: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP výztuží dle ACI (STRECO)</i>	79
<i>Obr. 3.4: Grafické znázornění vybraných vstupních parametrů – FIB .....</i>	80
<i>Obr. 3.5: Grafické znázornění vybraných vstupních parametrů – ACI.....</i>	96
<i>Obr. 3.6: Vstupní parametry pro výpočet příkladu z kapitoly 3.2 (STRECO) .....</i>	111
<i>Obr. 3.7: Výpočet a posouzení příkladu 3.2 podle FIBu (STRECO) .....</i>	112
<i>Obr. 3.8: Vstupní parametry pro výpočet příkladu z kapitoly 3.3 (STRECO) .....</i>	112
<i>Obr. 3.9: Výpočet a posouzení příkladu 3.3 podle ACI (STRECO).....</i>	113
<i>Obr. 3.10: Posouzení průřezu s FRP výztuží z příkladu 3.2 podle FIBu (STRECO)</i>	113
<i>Obr. 3.11: Posouzení průřezu s FRP výztuží z příkladu 3.3 podle ACI (STRECO)</i>	113



<i>Obr. 3.12: Závislost ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP lamely (jednostranně vyztužený průřez).....</i>	120
<i>Obr. 3.13: Závislost ohybové únosnosti průřezu na ploše FRP lamely (oboustranně vyztužený průřez).....</i>	122
<i>Obr. 3.14: Závislost ohybové únosnosti průřezu na pevnostní třídě betonu.....</i>	124
<i>Obr. 3.15: Závislost ohybové únosnosti průřezu na maximálním přetvoření FRP lamely .....</i>	126
<i>Obr. 3.16: Závislost ohybové únosnosti průřezu na modulu pružnosti FRP výztuže v tahu.....</i>	127
<i>Obr. 3.17: Závislost počátečního poměrného přetvoření na počátečním zatížení .....</i>	129
<i>Obr. 3.18: Závislost ohybové únosnosti průřezu na počátečním zatížení .....</i>	130
<i>Obr. A.1: Úvodní okno aplikace STRECO .....</i>	136
<i>Obr. A.2: Vstupní parametry a výpočet nezesíleného průřezu (STRECO).....</i>	137
<i>Obr. A.3: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP podle FIBu (STRECO)....</i>	138
<i>Obr. A.4: Výpočet a posouzení průřezu zesíleného FRP podle ACI (STRECO) .....</i>	139
<i>Obr. A.5: Výpis vzorců pro výpočet a posouzení průřezu podle FIBu (STRECO)..</i>	140
<i>Obr. A.6: Výpis vzorců pro výpočet a posouzení průřezu podle ACI (STRECO)....</i>	140
<i>Obr. A.7: Návod k aplikaci STRECO .....</i>	141
<i>Obr. A.8: Informace o aplikaci STRECO .....</i>	141
<i>Obr. A.9: Informační zpráva – chybně zadaný vstup .....</i>	142
<i>Obr. A.10: Varovná zpráva – tažená výztuž není za mezí kluzu .....</i>	142
<i>Obr. C.1: Vstupní parametry – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO) .....</i>	146
<i>Obr. C.2: Výpočet – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO).....</i>	147
<i>Obr. C.3: Vstupní parametry – oboustranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO).....</i>	147
<i>Obr. C.4: Výpočet – oboustranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO).....</i>	148
<i>Obr. C.5: Vstupní parametry – jednostranně vyztužený průřez dle FIBu – upravené zadání (STRECO) .....</i>	149
<i>Obr. D. 1: Výstup z programu Sika CarboDur – strana 3.....</i>	150
<i>Obr. D. 2: Výstup z programu Sika CarboDur – strana 4.....</i>	151
<i>Obr. D. 3: Výstup z programu Sika CarboDur – doplnění: únosnost nezesílené průřezu .....</i>	151

## E.2 Seznam tabulek

<i>Tab. 2.1: Součinitel spolehlivosti FRP výztuže, dle typu FRP a podmínek prostředí</i>	27
<i>Tab. 2.2: Redukční součinitel FRP výztuže, dle typu FRP a podmínek prostředí ....</i>	50
<i>Tab. 3.1: Porovnání výsledků pro oboustranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO x ruční výpočet) .....</i>	114
<i>Tab. 3.2: Porovnání výsledků pro jednostranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO x ruční výpočet).....</i>	115
<i>Tab. 3.3: Porovnání výsledků pro oboustranně vyztužený průřez dle FIBu (STRECO x Síka) .....</i>	116
<i>Tab. 3.4: Porovnání výsledků pro jednostranně vyztužený průřez dle ACI (STRECO x ACI 440.2R-17).....</i>	118
<i>Tab. 3.5: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP lamely (jednostranně vyztužený průřez).....</i>	119
<i>Tab. 3.6: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na ploše FRP lamely (oboustranně vyztužený průřez).....</i>	121
<i>Tab. 3.7: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na pevnostní třídě betonu.....</i>	123
<i>Tab. 3.8: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na maximálním přetvoření FRP lamely.....</i>	125
<i>Tab. 3.9: Ohybová únosnost průřezu v závislosti na modulu pružnosti FRP výztuže v tahu.....</i>	126
<i>Tab. 3.10: Počáteční poměrné přetvoření průřezu v závislosti na počátečním zatížení .....</i>	128
<i>Tab. B.1: Porovnání vzorců pro výpočet podle FIBu a podle ACI.....</i>	143