

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební
Katedra betonových a zděných konstrukcí



Dotvarování spřažených průřezů beton-beton
Creep of composite concrete sections

Diplomová práce

Bc. Matouš Petřík

Studijní program: Stavební inženýrství
Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb
Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.

Praha, 2023

Vedoucí práce:

doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.

Katedra betonových a zděných konstrukcí

Fakulta stavební

České vysoké učení technické v Praze

Thákurova 7, 160 00 Praha 6, Česká republika

Copyright © 2023 Matouš Petřík

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Petřík Jméno: Matouš Osobní číslo: 476945
Zadávající katedra: Katedra betonových a zděných konstrukcí
Studijní program: Stavební inženýrství
Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Dotvarování spřažených průřezů beton-beton
Název diplomové práce anglicky: Creep of composite concrete sections

Pokyny pro vypracování:

- Teoretický rozbor problematiky reologických vlastností betonu
- Úvod do problematiky spřažených průřezů beton-beton
- Přehled faktorů ovlivňujících chování spřaženého průřezu
- Přehled a charakteristika nepoužívanějších modelů pro výpočet účinků dotvarování
- Návrh postupu pro výpočet přetvoření a napětí spřaženého průřezu beton-beton
- Demonstrace výpočtu na příkladu

Seznam doporučené literatury:

- ČSN EN 1992-1-1, ČSN EN 1992-2
- Podklady k programům FERMO a TRIMAS
- Soška, J., Vráblík, L.: Porovnání matematických modelů pro výpočet smršťování a dotvarování betonu. https://www.ebeton.cz/wp-content/uploads/2011-6-58_0.pdf
- Bažant, Z. P., Baweja, S.: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3. In Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage – Structural Design Effects. ACI SP-194, A. Al-Manaseer, ed., ACI. Farmington Hills, Michigan, USA, 2000.
- Prasad: Prestressed Composite Beams [design aspects]. <https://www.structuralguide.com/prestressed-composite-beams/>
- Samostatně vyhledejte další vhodnou literaturu

Jméno vedoucího diplomové práce: doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 20.2.2023 Termín odevzdání diplomové práce: 22.5.2023
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a veškeré informační zdroje, ze kterých jsem čerpal, jsem uvedl v příloženém seznamu.

V Praze dne 22.05.2023

.....
Matouš Petřík

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval panu doc. Ing. Petrovi Bílému, Ph.D. za jeho trpělivost, připomínky, znalosti a odborné vedení této diplomové práce. Je nutno vyzdvihnout jeho velmi pozitivní a podporující přístup spolu s množstvím času, který mi byl ochoten věnovat jak při konzultacích, tak i mimo ně.

Dále bych rád poděkoval panu Ing. Davidovi Krybusovi, Ph.D. nejen za kolegiální přístup, konzultace související s výukou programování v jazyce C++, ale také za jeho podněty ke zdokonalení této práce. Poté bych chtěl poděkovat společnosti RIB Software GmbH za umožnění práce na tomto tématu a podílení se na vývoji jejich software.

Poděkování patří i panu Ing. Petrovi Havláskovi, Ph.D. z katedry mechaniky za doporučení vhodné literatury a konzultace související s dotvarováním betonových konstrukcí, které byly z jeho strany v roli neoficiálního konzultanta nad rámec běžně věnovaného času.

V neposlední řadě bych také rád poděkoval členům mé rodiny za materiální zázemí a poskytnutou péči po celou dobu studia.

Nakonec patří můj největší dík bývalé přítelkyni, která mi byla nejen při studiu silnou emocionální oporou.

Abstrakt

Předmětem této diplomové práce je návrh postupu výpočtu přetvoření na spřaženém průřezu beton-beton s vlivem dotvarování. Snahou je vytvořit výpočetní nástroj, který lze použít pro numerický výpočet. Práce je uvedena stručnou rešerší věnovanou problematice spřažených průřezů a dotvarování viskoelastických materiálů (zejména betonu). Dále jsou rozebrány teoretické základy pro výpočet napětí na těchto průřezech spolu s porovnáním vhodnosti výpočtu tohoto problému dle jednotlivých norem. Druhá kapitola, která využívá teoretická východiska z kapitoly první, je věnována samotnému postupu výpočtu napětí a přetvoření na spřaženém průřezu společně se zjednodušeními, která je nutno použít pro ruční výpočet. Tento postup je aplikován na konkrétní zadání příkladu v kapitole třetí, kde je krok po kroku proveden výpočet napětí a přetvoření v konkrétních časech se zobrazenými výslednými průběhy přetvoření na průřezu. Kapitola čtvrtá rozebírá problematiku přerozdělení napětí mezi dvěma částmi průřezu v čase, která byla v kapitole druhé (i třetí) zanedbána. Zde je odvozen postup pro zohlednění tohoto problému, který je opět uplatněn v páté kapitole. Výsledkem výpočtu přerozdělení jsou průběhy napětí v zadaných bodech průřezu v čase. Přílohami této práce jsou dva výpočetní nástroje v podobě aplikace Excel, které korespondují s postupem výpočtu ve třetí a páté kapitole a kód maker pro časový výpočet v programovacím jazyce VBA. Další přílohou je zdrojový kód pro výpočet napětí na spřaženém průřezu v jazyce C++.

Klíčová slova: spřažený průřez, dotvarování, deformace, přetvoření, napětí, viskoelastická, funkce poddajnosti, pracovní součinitel, součinitel dotvarování, AAEM, Eurokód 2, algoritmizace, výpočetní nástroj, nehomogenní průřez, proces výstavby, přerozdělení napětí, předpjatý beton, matice tuhosti

Abstract

The subject of this diploma thesis is the design of the process for calculating the strain of the composite concrete section with the effect of creep. The effort is to create a calculation tool that can be used for numerical calculation. The work is introduced with a brief research devoted to the issue of composite concrete sections and creep of viscoelastic materials (especially concrete). Furthermore, the theoretical basis for calculating the stress on these cross-sections is discussed together with a comparison of the appropriateness of the calculation of this problem of individual standards. The second chapter, which uses the theoretical resources from the first chapter, is devoted to the very procedure of calculating stress and strain on the composite cross-section together with the simplification that must be used for longhand calculation. This procedure is applied in the third chapter for a specific example, where there is performed calculation of stress and strain at specific times with the resulting strain curves displayed on the cross-section. The fourth chapter analyzes the problem of redistribution of stress between two parts of the cross-section in time, which was neglected in the second (and third) chapter. Here, a process is derived for this problem. The process is then applied again in the fifth chapter. The result of the redistribution calculation is the stress curves at the specified points of the cross-section in time. The appendices of this thesis are two calculation tools in the form of an Excel application, which correspond to the calculation procedure in the third and fifth chapters, and macro code for temporal calculation in the VBA programming language. Another attachment is the source code for calculating the stress on a composite section in C++.

Keywords: composite concrete section, creep, deformation, strain, stress, viscoelasticity, compliance function, modular ratio, creep coefficient, AAEM, Eurocode 2, algorithmization, calculation tool, nonhomogeneous cross section, construction process, redistribution of stress, prestressed concrete, stiffness matrix

Obsah

Úvod	1
1 Teoretická východiska	3
1.1 Reologické vlastnosti betonu	3
1.1.1 Dotvarování a funkce poddajnosti	4
1.1.2 Princip superpozice, historie zatěžování	5
1.1.3 Relaxační funkce	8
1.1.4 Notace operátorů	9
1.2 Spřažený průřez beton-beton	10
1.2.1 Motivace pro použití	10
1.2.2 Různé vlastnosti použitých materiálů, nehomogenita průřezu	11
1.2.3 Proces výstavby	11
1.2.4 Vliv míry spřažení mezi jednotlivými vrstvami průřezu	13
1.3 Prutové konstrukce - teorie pružnosti	14
1.3.1 Výpočet napětí σ_x	15
1.4 Výpočet deformace a napětí nehomogenního průřezu	15
1.4.1 Výpočet pomocí matice tuhosti průřezu	16
1.4.2 Ideální průřez	19
1.5 Inženýrské hodnoty pro výpočet dotvarování	21
1.5.1 Definice dílčích přetvoření	21
1.5.2 Beton jako stárnoucí materiál	21
1.5.3 Součinitel dotvarování	22
1.5.4 Efektivní modul pružnosti	22
1.5.5 AAEM	22
1.6 Výpočet dotvarování dle modelů	24
1.6.1 Model B3	24
1.6.2 ČSN EN 1992	25
1.6.3 Porovnání normových modelů	25
1.6.3.1 Základní část normy ČSN EN 1992-1-1	25
1.6.3.2 Příloha B normy ČSN EN 1992-1-1	25
1.6.3.3 ČSN EN 1992-2	26
1.6.3.4 Model Code 2010	27
1.7 Výpočet dotvarování dle Eurokódu 2	28
1.7.1 Součinitel dotvarování	28
1.7.2 Základní součinitel dotvarování	28
1.7.3 Součinitel časového průběhu dotvarování po zatížení	28
1.7.4 Vliv druhu cementu na součinitel dotvarování	28
1.8 Výpočet odezvy konstrukce v okamžiku zatížení dle Eurokódu 2	29
1.8.1 Výpočet pevnosti betonu v tlaku v čase $t < 28$ dní	29
1.8.2 Výpočet modulu pružnosti betonu v čase $t < 28$ dní	29
1.8.3 Výpočet modulu pružnosti a pevnosti betonu v tlaku v čase $t > 28$ dní	29

1.8.4	Vyjádření odezvy konstrukce v okamžiku zatížení	30
1.9	Motivace algoritmizace výpočtu	31
2	Výpočet přetvoření na spřaženém průřezu	33
2.1	Výpočet funkce poddajnosti	33
2.2	Výpočet pracovního součinitele v čase	33
2.3	Výpočet napětí	34
2.3.1	Součty napětí od jednotlivých zatížení na průřezu	35
2.3.2	Výpočet napětí na dílčích částech průřezu	36
2.4	Výpočet přetvoření	37
2.5	Zjednodušení algoritmizace pro ruční výpočet	38
2.5.1	Působení betonu v tahu, výztuž, trhliny	38
2.5.2	Dočasné návrhové situace, montážní podepření prefabrikátu, transport prefabrikátu	39
2.5.3	Působení nabetonávky ve spřaženém průřezu	40
2.5.4	Ztráty předpětí	41
3	Příklad výpočtu přetvoření na spřaženém průřezu	43
3.1	Zadání příkladu	43
3.1.1	Statické schéma	43
3.1.2	Materiály prefabrikátu a nabetonávky	43
3.1.2.1	Prefabrikát	43
3.1.2.2	Nabetonávka	43
3.1.3	Průřez	44
3.1.3.1	Průřezové charakteristiky prefabrikátu a nabetonávky	44
3.1.4	Časové údaje	45
3.1.5	Fáze výstavby (zjednodušeně)	45
3.1.6	Zatížení	45
3.1.7	Vnitřní síly od zatížení konstrukce	46
3.1.8	Předpětí	46
3.1.9	Spřažení prefabrikátu a nabetonávky	47
3.1.10	Okrajové podmínky prostředí	47
3.2	Výpočet dotvarování	48
3.2.1	Výpočet součinitelů dotvarování prefabrikátu	48
3.2.1.1	Součinitele závisující na pevnosti betonu a relativní vlhkosti prostředí	48
3.2.1.2	Vliv času vnesení zatížení	48
3.2.1.3	Základní součinitele dotvarování	48
3.2.1.4	Součinitele časového průběhu dotvarování po zatížení	48
3.2.1.5	Součinitele dotvarování	49
3.2.2	Výpočet součinitele dotvarování nabetonávky	49
3.2.2.1	Součinitele závisující na pevnosti betonu a relativní vlhkosti	49
3.2.2.2	Vliv času vnesení zatížení	49

3.2.2.3	Základní součinitel dotvarování	49
3.2.2.4	Součinitele časového průběhu dotvarování po zatížení . . .	49
3.2.2.5	Součinitel dotvarování	49
3.3	Výpočet napětí	50
3.3.1	Výpočet napětí od vlastní tíhy prefabrikátu, předpětí; fáze výstavby 1	50
3.3.2	Výpočet napětí od vlastní tíhy nabetonávky; fáze výstavby 2	51
3.3.3	Výpočet napětí od přitížení a celkové napětí na spřaženém průřezu; fáze výstavby 3 (finální)	52
3.3.3.1	Průřezové charakteristiky spřaženého průřezu v časech t_3 a t_∞	52
3.3.3.2	Napětí na spřaženém průřezu v časech t_3 a t_∞	53
3.3.4	Výpočet rovnováhy napětí na spřaženém průřezu v čase t_3	57
3.4	Výpočet přetvoření	58
3.4.1	Výpočet přetvoření od dílčích napětí	58
3.4.2	Výpočet celkových přetvoření v časech	59
3.5	Výsledky	61
3.5.1	Průběhy přetvoření na průřezu ve významných časech	61
3.5.2	Průběhy přetvoření v čase v bodech průřezu	64
4	Výpočet redistribuce napětí na spřaženém průřezu	67
4.1	Analogický problém spřažení dvou konzol různého stáří	67
4.2	Výpočet pro vícekrokovou historii zatížení	69
4.3	Výpočet pro jednokrokovou historii zatížení	72
4.3.1	Výpočet napětí	73
4.3.2	Výpočet viskoelastických funkcí	74
4.3.3	Výpočet pružných členů v soustavě rovnic	74
5	Příklad výpočtu redistribuce napětí na spřaženém průřezu	75
5.1	Zadání konkrétních hodnot pro výpočet	75
5.1.1	Průřezové charakteristiky	75
5.1.2	Vstupní hodnoty pro výpočet modelu B3	75
5.1.3	Zatížení průřezu, časové údaje, okrajové podmínky prostředí a ošetřování	76
5.2	Výsledky	77
5.2.1	Pružná přetvoření v čase t_1	77
5.2.2	Výpočet v čase $t = 3000$ dní	77
5.2.3	Průběhy přetvoření a napětí po průřezu v čase $t = 3000$ dní	78
5.2.4	Průběhy napětí v čase v bodech průřezu	79
	Závěr	81
	Literatura	83

A	Zdrojový kód maker pro časový výpočet přetvoření spřaženého průřezu z prostředí Visual Basic	85
B	Zdrojový kód výpočtu napětí na T průřezu s postupem výstavby z prostředí C++	89
B.1	Inputs	89
B.2	CrossSection	89
B.3	Loads	90
B.4	InnerForces	91
B.5	TCrossSection	92
B.6	CalcStressTCross.h	97
B.7	CalcStressRCCross.h	97
B.8	StressCalculation.cpp	98
C	Soubor aplikace Excel pro výpočet přetvoření na spřaženém průřezu	101
D	Soubor aplikace Excel pro výpočet přerozdělení napětí na spřaženém průřezu	101

Seznam obrázků

1.1	Průběh napětí a přetvoření při dotvarovací zkoušce	4
1.2	Historie napětí popsaná sumou dílčích napětí	6
1.3	Superpozice viskoelastických jevů	7
1.4	Průběh přetvoření a napětí při relaxační zkoušce	8
1.5	Typy spřažených průřezů	10
1.6	Různé materiály ve spřaženém průřezu – příklad	11
1.7	Fáze výstavby (zatížení v čase)	12
1.8	Vliv spřažení průřezu na průhyb a napětí	13
1.9	Definice os a vnitřních sil na prutu	14
1.10	Pracovní diagram pružnoplastického materiálu, idealizovaný pracovní diagram betonu	14
1.11	Prostorový diagram přetvoření s vyznačenými veličinami	16
1.12	Přetvoření a napětí ideálního průřezu	19
1.13	Definice více pracovních součinitelů na průřezu ze tří materiálů	20
1.14	Postup výpočtu modelu B3	24
1.15	Funkce programu FERMO	31
2.1	Součty napětí v čase, historie průřezu	35
2.2	Proces výpočtu napětí a přetvoření v závislosti na poloze osy z	36
2.3	Dočasné návrhové situace	39
2.4	Příklad uložení prefabrikátu na dočasné podpory při výstavbě spřažené mostní konstrukce	40
2.5	Označení napětí σ_{cp}	41
3.1	Statické schéma	43
3.2	Průřez	44
3.3	Jednoduché schéma předpětí	46
3.4	Napětí na průřezu od vlastní tíhy prefabrikátu a předpětí	50
3.5	Napětí na průřezu od vlastní tíhy prefabrikátu, předpětí a tíhy nabetonávky	51
3.6	Celkové napětí od všech zatížení na spřaženém průřezu, čas 56 dní	54
3.7	Celkové napětí od všech zatížení na spřaženém průřezu, čas 36500 dní	55
3.8	Rovnováha sil na spřaženém průřezu (stádium 3)	57
3.9	Přetvoření průřezu v čase 56 dní	61
3.10	Přetvoření průřezu v čase 70 dní	62
3.11	Přetvoření průřezu v čase 365 dní	62
3.12	Přetvoření průřezu v čase 36500 dní	63
3.13	Označení bodů pro výpočet přetvoření v čase	64
3.14	Přetvoření v bodech průřezu	64
3.15	Přetvoření v bodě 4	65
3.16	Přetvoření v bodě 4 bez vlivu předpětí	65
4.1	Spojení dvou konzol rozdílného stáří	67
4.2	Pokus o zohlednění rozdílného stáří dvou částí průřezu	68

4.3	Zadání průřezu pro výpočet přerozdělení napětí	69
5.1	Porovnání přetvoření na průřezu v časech $t = 7$ dní a $t = 3000$ dní	78
5.2	Porovnání napětí na průřezu v časech $t = 7$ dní a $t = 3000$ dní	78
5.3	Napětí v bodě 1 v čase	79
5.4	Napětí v bodě 2 v čase	80
5.5	Napětí v bodě 4 v čase	80

Popis použitých symbolů

a	Hmotnost plniva v receptuře betonu dle modelu B3
a/c	Poměr plniva a pojiva v receptuře betonu dle modelu B3
b	Obecně šířka
c	Hmotnost pojiva v receptuře betonu dle modelu B3
f_c	Tlaková pevnost betonu (obecně)
f_{cm}	Průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku dle Eurokódu 2
f_{ct}	Tahová pevnost betonu (obecně)
h	Obecně výška
h	Relativní vlhkost prostředí dle modelu B3
l	Obecně délka
s	Koeficient závisící na druhu cementu dle Eurokódu 2
t	Čas ve sledovaném okamžiku (obecně)
t_0	Stáří betonu v okamžiku zatížení dle Eurokódu 2 a Model Code 2010
t_0	Doba ošetřování betonu dle modelu B3
t'	Stáří betonu (obecně materiálu) v okamžiku zatížení
t_1^+	Čas ihned po okamžiku t_1
t'_1, t'_2, \dots, t'_n	Stáří betonu v okamžicích zatížení při vícekové historii zatěžování
t_1, t_2, \dots, t_n	Stáří betonu v okamžicích zatížení při vícekové historii zatěžování
v/s	Poměr objemu a povrchu prvku dle modelu B3
w	Hmotnost vody v receptuře betonu dle modelu B3
w/c	Poměr pojiva a vody v receptuře betonu, tzv. vodní součinitel
C_0	Funkce poddajnosti pro základní dotvarování z modelu B3
C_a	Funkce poddajnosti pro dotvarování při vysychání z modelu B3
E	Modul pružnosti materiálu (obecně)
E_c	Tečnový modul pružnosti betonu dle Eurokódu 2
E_p	Modul pružnosti předpínací výztuže
E_{ci}	Modul pružnosti betonu v čase 28 dní dle Model Code 2010
E_{cm}	Střední hodnota modulu pružnosti betonu v čase 28 dní dle Eurokódu 2
$E_{c,eff}$	Efektivní modul pružnosti, viz kapitola 1.5.4
E''	Upravený efektivní modul AAEM, viz 1.5.5
EA	Osová tuhost průřezu
EI	Ohybová tuhost průřezu
α	Mocnitel vystihující vliv druhu cementu dle Eurokódu 2
α_e	Pracovní součinitel, viz kapitola 1.4.2
α, ξ, c_1	Funkce pro výpočet relaxační funkce z funkce poddajnosti dle modelu B3

β_c	Součinitel časového průběhu dotvarování po zatížení dle Eurokódu 2
β_{cc}	Součinitel závisící na stáří betonu dle Eurokódu 2
β_H	Součinitel závislý na relativní vlhkosti a na náhradním rozměru prvku dle Eurokódu 2
$\beta(f_{cm})$	Součinitel vystihující vliv pevnosti betonu dle Eurokódu 2
$\beta(t_0)$	Součinitel vystihující vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení dle Eurokódu 2
ε	Přetvoření (obecně)
$\hat{\varepsilon}$	Hodnota přetvoření, která je v čase konstantní
ε_c	Přetvoření betonu (obecně)
ε_c	Celkové přetvoření betonu dle Model Code 2010 a Eurokódu 2
ε_{c3}	Poměrné přetvoření betonu oddělující lineární a konstantní část pracovního diagramu dle Eurokódu 2, jeho obvyklá hodnota je 1,75 ‰
ε_{cc}	Přetvoření od dotvarování dle Model Code 2010
ε_{ci}	Počáteční deformace při zatížení dle Model Code 2010
ε_{cs}	Přetvoření od smršťování dle Model Code 2010
ε_{cs}	Přetvoření betonu od smršťování dle Eurokódu 2
ε_{cT}	Přetvoření od teploty dle Model Code 2010
$\varepsilon_{c\sigma}$	Přetvoření závislé na napětí dle Model Code 2010
ε_{cu3}	Mezní přetvoření betonu v tlaku dle Eurokódu 2, jeho obvyklá hodnota je 3,5 ‰
ε_{tot}	Celkové přetvoření dle modelu B3
$\varepsilon_{sh}, \tau_{sh}$	Funkce popisující smršťování z modelu B3
σ	Napětí (obecně)
$\hat{\sigma}$	Hodnota napětí, která je v čase konstantní
σ_0	Napětí v čase zatížení t_0 dle Eurokódu 2
σ_c	Napětí v betonu (obecně)
σ_{cp}	Napětí na průřezu v místě předpínací výztuže
φ	Součinitel dotvarování (obecně), viz kapitola 1.5.3
φ_0	Základní součinitel dotvarování dle Eurokódu 2
φ_b	Součinitel základního dotvarování dle Eurokódu 2
φ_d	Součinitel dotvarování při vysychání dle Eurokódu 2
φ_{RH}	Součinitel vystihující vliv relativní vlhkosti dle Eurokódu 2
χ	Koeficient stárnutí, anglicky "aging coefficient", viz kapitola 1.5.5
$\Delta\sigma_{pc}$	Ztráta předpětí od dotvarování betonu
Δt_s	Časová konstanta pro výpočet modulu pružnosti, viz kapitola 4.3.3
\mathcal{I}	Operátor poddajnosti, viz kapitola 1.1.4
\mathcal{R}	Relaxační operátor, viz kapitola 1.1.4

Popis použitých pojmů a zkratek

Bernoulli-Navierova hypotéza	Základní předpoklad teorie pružnosti pojednávající o zachování průřezu rovinného a kolmého k ose průřezu i po jeho deformaci
Dotvarování	Jev, při kterém dochází k nárůstu deformace v čase při konstantním napětí, anglicky "creep"
Funkce poddajnosti	Funkce $J(t, t')$, popisující nárůst přetvoření v čase při konstantním jednotkovém napětí
Heavisidova funkce	Funkce $H(t - t')$, jejíž hodnota je nulová pro zápornou hodnotu argumentu a rovna jedné pro kladnou hodnotu argumentu
Hookův zákon	Fyzikální zákon pojednávající o přímé úměrnosti mezi napětím a přetvořením.
Kelvinův článek	Reologické schéma vzniklé paralelním zapojením pružiny a tlumiče
Maxwellův článek	Reologické schéma vzniklé sériovým zapojením pružiny a tlumiče
Nabetonávka	Monolitická vrstva betonu prováděná na stavbě, označována také jako dobetonávka nebo nadbetonávka
Pracovní součinitel	Obecně poměr modulů pružnosti dvou materiálů, anglicky "modular ratio"
Prefabrikát	Konstrukční dílec vyráběný průmyslově dovážený na stavbu
Relaxace	Jev, při kterém dochází k poklesu napětí v čase při konstantním přetvoření, anglicky "relaxation"
Relaxační funkce	Funkce $R(t, t')$, popisující pokles napětí v čase při konstantním jednotkovém přetvoření
Smršťování	Jev, při kterém dochází ke změně objemu v čase nezávisle na působícím napětí, anglicky "shrinkage"
Viskoelastický materiál	Takový materiál, který nespĺňuje vlastnosti elastických ani viskózních materiálů
AAEM	Upravený efektivní modul viz kapitola 1.5.5, anglicky "age-adjusted effective modulus"
C++	Programovací jazyk
FEM	Finite element method
<i>fib</i>	Mezinárodní federace pro beton
FRP	Vláknová kompozitní výztuž, zkratka anglického pojmu "Fibre Reinforced Polymer"
MKP	Metoda konečných prvků (anglicky FEM)
MSP	Mezní stav použitelnosti
N.O.	Zkratka pojmu neutrální osa
VBA	Programovací jazyk, zkratka názvu "Visual Basic for Applications"

Úvod

V rámci této diplomové práce se věnuji problematice spřažených průřezů beton-beton. Skupina spřažených průřezů má svá specifika návrhu, mezi která patří například různé vlastnosti použitých materiálů nebo nevšední proces výstavby. Tato specifika je třeba při návrhu takovýchto konstrukcí zohlednit. Dalším hlavním tématem je jev dotvarování betonu jakožto časově závislého problému, díky kterému je třeba zkoumat deformace betonových konstrukcí v čase. Je tedy zřejmé, že problematika dotvarování spřažených průřezů beton-beton nabízí široké možnosti pro studium a vlastní práci.

Téma této práce bylo zadáno od firmy RIB Software GmbH, jejímž cílem bylo vylepšení výpočtu přetvoření od dotvarování při zohlednění postupu výstavby a historie zatížení v jejich software FERMO, který se zabývá výpočtem nejen předpjatých prefabrikovaných vazníků, ale také výpočtem prefabrikátů s nabetonávkou (tedy spřaženého průřezu). Hlavní motivací k vypracování této práce je proto vytvoření postupu výpočtu přetvoření na spřaženém průřezu s vlivem dotvarování a možnost jeho uplatnění v tomto software.

Obsahem práce je několik kapitol pojednávajících o nejen teoretické, ale i praktické stránce tohoto tématu. V první kapitole jsou představena teoretická východiska pro uvedení do problematiky dotvarování nejen betonu, ale viskoelastických materiálů obecně, dále specifika spřažených průřezů a také neobvyklosti pružného výpočtu nehomogenního průřezu. První kapitola poté volně přechází do popisu inženýrského zohlednění dotvarování betonových konstrukcí a porovnání vhodnosti použití normových přístupů pro téma této práce.

Ve druhé kapitole je blíže popsán postup výpočtu přetvoření spřaženého průřezu. Tato kapitola se snaží popsat výpočet ve zcela obecné rovině, aby jeho provedení nebylo omezeno počtem zadaných částí průřezu ani počtem etap, ve kterých je na průřez aplikováno zatížení. V textu práce je tedy snaha o algoritmizaci směřující k zamýšlenému zprogramování tohoto postupu. Závěrem je v kapitole zmíněno i několik zjednodušení, která je třeba uplatnit pro ruční výpočet. Součástí těchto zjednodušení je také zanedbání přerozdělení napětí mezi jednotlivými prvky spřaženého průřezu.

Postup ze druhé kapitoly je poté demonstrován ve třetí kapitole na konkrétním jednoduchém příkladu spřažení prefabrikátu s nabetonávkou (monolitickou deskou). Výpočet je proveden názorně krok po kroku, aby bylo zajištěno dokonalé pochopení postupu čtenářem. V pořadí čtvrtá kapitola řeší náročnou otázku přerozdělení napětí ve spřaženém průřezu, která byla v postupu ve druhé a třetí kapitole opomenuta. Jsou nastíněny konkrétní možné postupy zohlednění a následně je odvozen proces výpočtu popisující toto přerozdělení. V poslední části práce je obdobně jako ve třetí kapitole tento postup demonstrován na konkrétním zadání a spolu s výsledky je prezentován.

Hlavním cílem této diplomové práce je vytvoření výše zmíněného postupu, který co nejvíce reflektuje skutečné působení spřaženého průřezu v konstrukci a je algoritmizován tak, aby byl využitelný jako podklad pro rozšíření stávajícího software. Dílčími cíli je uvést čtenáře do problematiky a pojednat o jednotlivých úskalích. Dalším cílem je ukázat postup na příkladu, aby čtenář pochopil souvislosti a princip výpočtu.

1 Teoretická východiska

1.1 Reologické vlastnosti betonu

Reologie je obor mechaniky kontinua zabývající se deformačními vlastnostmi materiálů v čase. Beton jakožto viskoelastický materiál podléhá efektům, které popisuje právě reologie. Jedná se zejména o účinky dotvarování, smršťování a relaxace.

Představíme-li si betonovou konstrukci (či jeden prvek) odolávající konstantní hodnotě napětí (zatížení) v čase, jeho deformace (průhyb, přetvoření) bude v čase narůstat právě vlivem dotvarování. Takovýto efekt byl prokázán v mnoha zkouškách nejen laboratorních, ale i praktických – na reálných konstrukcích [1].

Dotvarování je tím pádem definováno jako nárůst deformace při konstantním napětí. Dotvarování, ale i ostatní reologické jevy, závisí na spoustě faktorů a vstupních parametrů, nejdůležitější proměnnou je ale čas.

Účinky dotvarování betonu se nejvíce projevují zejména na velkorozponových konstrukcích, prvcích zatížených primárně stálým zatížením, nebo u dalších konstrukcí jako jsou stíhlé konstrukční prvky, oblouky s nízkým vzepětím a skořepinové konstrukce [2].

Pojem relaxace se často spojuje s jevem relaxace předpínací výztuže, zde je nutné dodat, že oproti betonu je chování předpínací výztuže charakterizováno viskoplasticky [1]. V této práci se budeme spíše bavit obecně o relaxaci, která je s efektem dotvarování úzce spjata. Obdobně jako dotvarování je relaxace popsána jakožto pokles napětí při konstantním přetvoření.

Spolu s dotvarováním je v odborné literatuře často skloňován také pojem smršťování, které nezávisí na napětí, nýbrž primárně na složení materiálu a relativní vlhkosti prostředí. Problematika smršťování v této práci není podrobněji řešena, práce je zaměřena na jevy závislé na velikosti působícího napětí.

Je zřejmé, že cílem je vyjádřit vztah (vzájemnou závislost) napětí a deformace v závislosti na celkové historii působícího napětí (nebo přetvoření).

Vztah deformace a napětí daného viskoelastického materiálu (betonu) při jednoosé napjatosti (počáteční předpoklad) lze vyjádřit pomocí jediné funkce $J(t, t')$, nazývané funkce poddajnosti, popřípadě z úzce související funkce $R(t, t')$, nazývané relaxační funkce [1].

1.1.1 Dotvarování a funkce poddajnosti

Pokud budeme uvažovat dotvarovací zkoušku vzorku z doposud nezatíženého materiálu, tedy necháme-li v čase t' na vzorek působit jednoosé napětí se skokovým nárůstem o velikosti $\hat{\sigma}$, které zůstane v čase konstantní, můžeme popsat historii napětí funkcí [1]

$$\sigma(t) = \hat{\sigma}H(t - t') \quad (1.1)$$

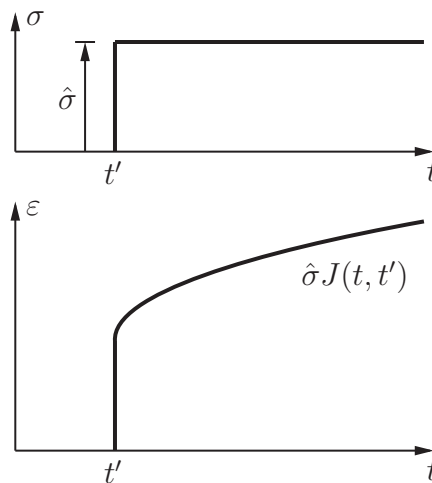
kde H je Heavisidova funkce [1], daná předpisem

$$H(t - t') = \begin{cases} 0 & \text{pro } (t - t') < 0 \\ 1 & \text{pro } (t - t') \geq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Do okamžiku zatížení je deformace vzorku nulová (neuvažujeme počáteční deformaci způsobenou např. změnou teploty či smrštěním), v okamžiku zatížení t' se napětí skokově zvýší na hodnotu $\hat{\sigma}$ a vzorek na toto napětí zareaguje jistou okamžitou deformací. V důsledku viskoelastických vlastností materiálu vzorku dochází k dotvarování, které se projevuje nárůstem deformace ε v čase při konstantním napětí $\hat{\sigma}$ [1]. Vývoj deformace vzorku v čase popisuje vztah

$$\varepsilon(t) = \hat{\sigma}J(t, t') \quad (1.3)$$

Pokud funkci $\varepsilon(t)$, která je dána rovnicí 1.3, vydělíme hodnotou konstantního napětí $\hat{\sigma}$, získáme funkci $J(t, t')$ zvanou funkce poddajnosti, která je charakteristikou viskoelastického materiálu. Jak je zřejmé z Hookova zákona $\varepsilon = \sigma/E$, funkce poddajnosti má podobný význam jako převrácená hodnota modulu pružnosti, její jednotka je tedy 1/Pa [1].



Obrázek 1.1: Průběh napětí a přetvoření při dotvarovací zkoušce [1]

V tento moment je vhodné zmínit, že funkce poddajnosti pro nestárnoucí viskoelastický materiál (např. polymer) je funkce pouze jedné proměnné a tou je délka zatížení $t - t'$. Na rozdíl od toho beton je materiál stárnoucí a funkce poddajnosti (popřípadě funkce deformace v čase $\varepsilon(t)$) tedy nezávisí jen na době působení napětí, ale také na stáří betonu [1]. Pojem stáří betonu je detailněji popsán v kapitole 1.5.2.

1.1.2 Princip superpozice, historie zatěžování

Principem superpozice se obecně chápe sčítání jednotlivých silových účinků - tímto jednoduchým postupem si můžeme výsledné silové působení rozložit na součet dílčích silových působení, účinky dílčích sil sečíst a získat tak výsledný účinek silového působení.

Takto se dají účinky sčítat například při užití teorie pružnosti a pevnosti. Pro viskoelastické materiály se tento princip nazývá Boltzmannův princip superpozice [3].

Obecně můžeme Boltzmannův princip superpozice znázornit na výpočtu dílčích přetvoření z dílčích napětí. Pokud předpokládáme, že se pro daný materiál mění v čase t napětí $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$ a $\sigma_3(t)$ a tím i jeho deformace $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ a $\varepsilon_3(t)$, pak můžeme vypočítat lineární kombinaci těchto jevů takto [3]:

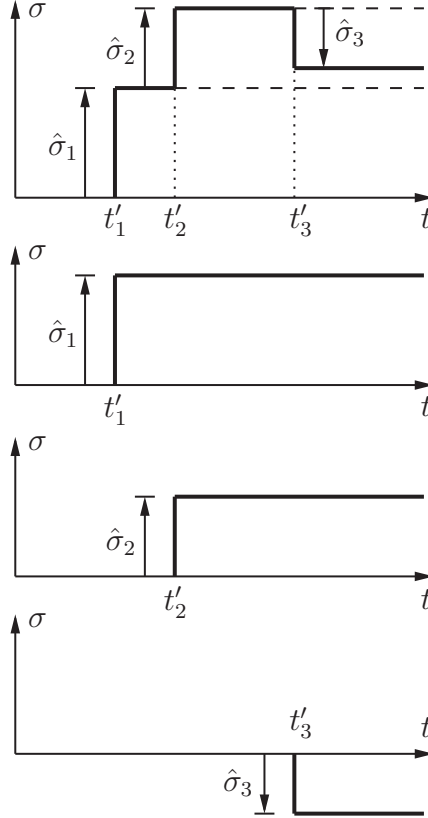
$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1(t) \rightarrow \varepsilon_1(t) \\ \sigma_2(t) \rightarrow \varepsilon_2(t) \\ \sigma_3(t) \rightarrow \varepsilon_3(t) \end{array} \right\} c_1\sigma_1(t) + c_2\sigma_2(t) + c_3\sigma_3(t) \rightarrow c_1\varepsilon_1(t) + c_2\varepsilon_2(t) + c_3\varepsilon_3(t) \quad (1.4)$$

kde c_1 , c_2 a c_3 jsou libovolné reálné konstanty.

1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA

Uvažujme historii napětí rozložitelnou na dílčí průběhy napětí dle obrázku 1.2. Výsledný efekt napětí vyjádříme jako

$$\sigma(t) = \hat{\sigma}_1 H(t - t'_1) + \hat{\sigma}_2 H(t - t'_2) + \hat{\sigma}_3 H(t - t'_3) \quad (1.5)$$



Obrázek 1.2: Historie napětí popsaná sumou dílčích napětí

Pokud napětí $\hat{\sigma}_1 H(t - t'_1)$, $\hat{\sigma}_2 H(t - t'_2)$ a $\hat{\sigma}_3 H(t - t'_3)$ vyvolají deformace $\hat{\sigma}_1 J(t, t'_1)$, $\hat{\sigma}_2 J(t, t'_2)$ a $\hat{\sigma}_3 J(t, t'_3)$, můžeme pomocí principu superpozice zapsat výslednou deformaci v čase odpovídající historii napětí 1.5 jako

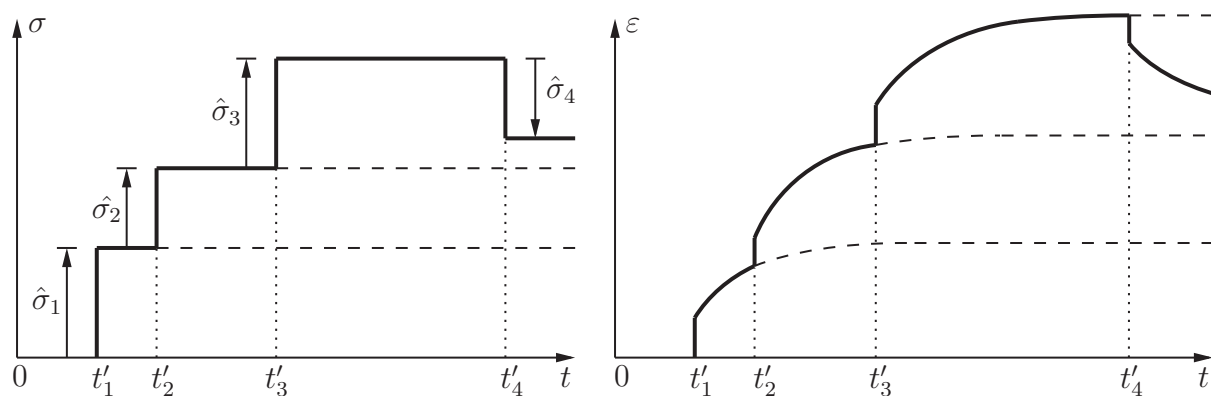
$$\varepsilon(t) = \hat{\sigma}_1 J(t, t'_1) + \hat{\sigma}_2 J(t, t'_2) + \hat{\sigma}_3 J(t, t'_3) \quad (1.6)$$

Přejdeme-li ke konečnému počtu dílčích napětí, vyjádříme rovnici 1.5 sumou

$$\sigma(t) = \sum_{k=1}^n \hat{\sigma}_k H(t - t'_k) \quad (1.7)$$

Odpovídající deformaci potom zapíšeme jako

$$\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^n \hat{\sigma}_k J(t, t'_k) \quad (1.8)$$



Obrázek 1.3: Superpozice viskoelastických jevů [3]

Limitním přechodem ze sumy ve vztahu 1.8 bychom se mohli dostat k integrálnímu výpočtu přetvoření pro jakoukoliv danou spojitou funkci historie napětí. Pro praktické (inženýrské) účely je však obvyklejší vyjádření sumačním vzorcem.

1.1.3 Relaxační funkce

Přestože jsou viskoelastické vlastnosti betonu typicky popsány spíše funkcí poddajnosti (odpovídá tomu charakter namáhání betonových konstrukcí a také příslušných laboratorních testů), lze viskoelastické vlastnosti materiálu kromě funkce poddajnosti popsat také relaxační funkcí. Zatímco dotvarovací zkouška předepisuje konstantní napětí, relaxační zkouška naopak předepisuje konstantní přetvoření. Při relaxační zkoušce je tedy na vzorku z doposud nezatíženého materiálu vynucena v čase t' jistá deformace $\hat{\varepsilon}$, která je udržována na konstantní hodnotě [1].

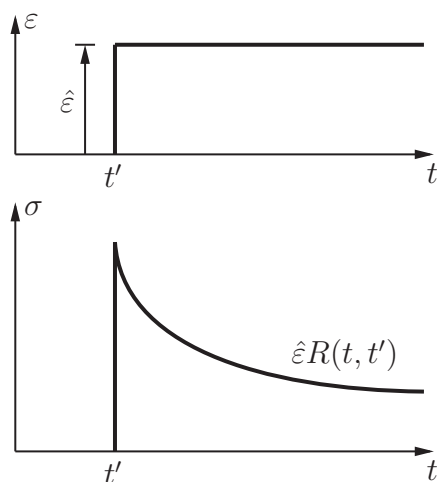
Pokud se tedy dotvarování materiálu dá popsat změnou přetvoření při konstantním napětí, efekt relaxace popíšeme změnou napětí při konstantním přetvoření. Historii deformace v čase při relaxační zkoušce můžeme (pomocí stejného principu jako u dotvarovací zkoušky) popsat jako

$$\varepsilon(t) = \hat{\varepsilon}H(t - t') \quad (1.9)$$

Časový vývoj napětí ve vzorku při relaxační zkoušce pak popíšeme:

$$\sigma(t) = \hat{\varepsilon}R(t, t') \quad (1.10)$$

kde $R(t, t')$ je relaxační funkce.



Obrázek 1.4: Průběh přetvoření a napětí při relaxační zkoušce [1]

1.1.4 Notace operátorů

Z důvodu korespondence budoucího výpočtu se zdrojem [1] zavedeme notaci operátorů. Stejně tak jako jsme v předchozích kapitolách definovali funkci poddajnosti a relaxační funkci, definujeme také operátor poddajnosti \mathcal{J} a relaxační operátor \mathcal{R} . Operátor obecně podle daného předpisu přiřazuje jisté funkci A (vzoru) jinou funkci B (obraz) [3]. V konkrétním případě operátor poddajnosti \mathcal{J} zobrazuje napětí $\sigma(t)$ na přetvoření $\varepsilon(t)$. Analogicky můžeme samozřejmě definovat i zobrazení relaxačního operátoru [1].

$$\varepsilon(t) = \mathcal{J}\{\sigma(t)\} \quad (1.11)$$

$$\sigma(t) = \mathcal{R}\{\varepsilon(t)\} \quad (1.12)$$

Je očividné, že operátory jsou vzájemné inverzní.

$$\mathcal{J} = \mathcal{R}^{-1}, \quad \mathcal{R} = \mathcal{J}^{-1} \quad (1.13)$$

Dále je důležité zmínit, že operátor poddajnosti zobrazí Heavisideovu funkci na funkci poddajnosti, stejně tak relaxační operátor zobrazí Heavisideovu funkci na relaxační funkci [1].

$$\mathcal{J}\{H(t-t')\} = J(t, t') \quad (1.14)$$

$$\mathcal{R}\{H(t-t')\} = R(t, t') \quad (1.15)$$

Pro úplnost zavedeme také aplikace příslušných operátorů na funkci poddajnosti a relaxační funkci [1].

$$H(t-t') = \mathcal{J}\{R(t, t')\} = \mathcal{R}\{J(t, t')\} \quad (1.16)$$

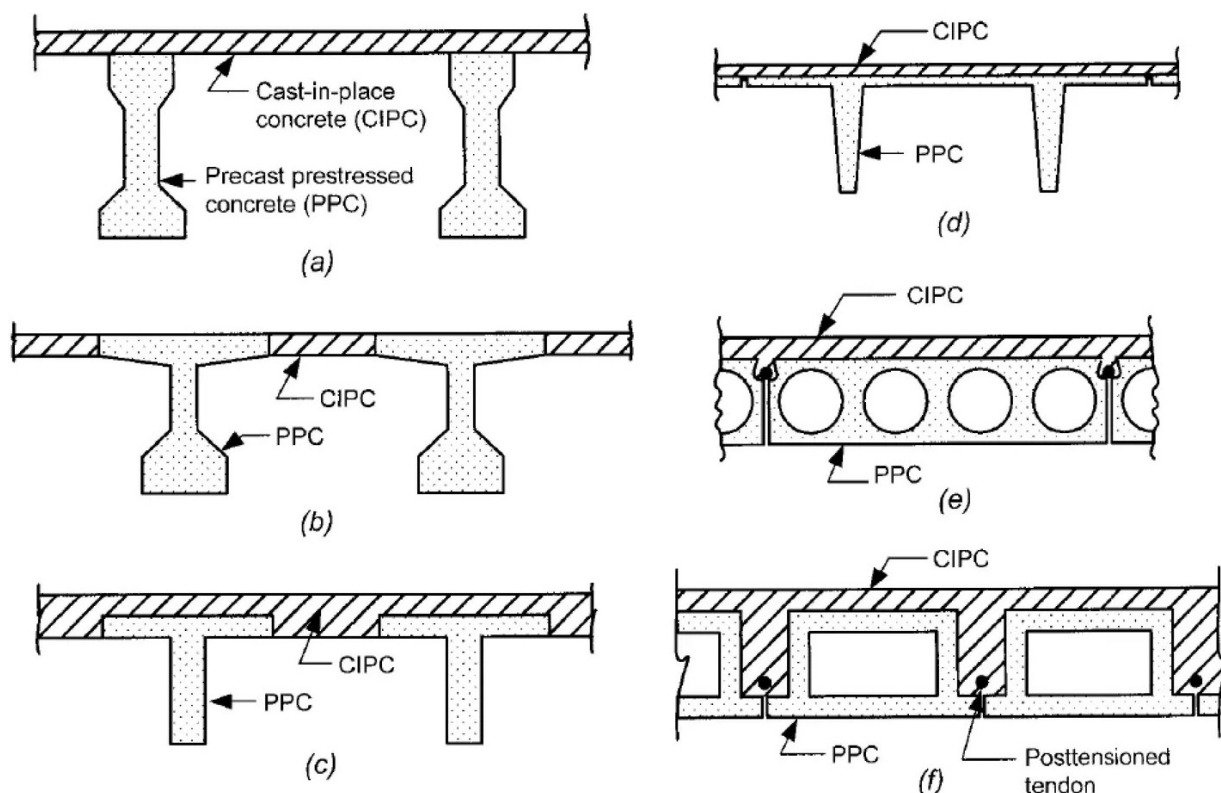
Zmíněné vztahy použijeme v kapitole 4.

1.2 Spřažený průřez beton-beton

Spřažený průřez sestává obecně z několika (obvykle ze dvou) konstrukčních částí, zpravidla různých vlastností. Právě z důvodu různorodosti a nehomogenity průřezu je třeba řešit specifika této kategorie průřezů.

1.2.1 Motivace pro použití

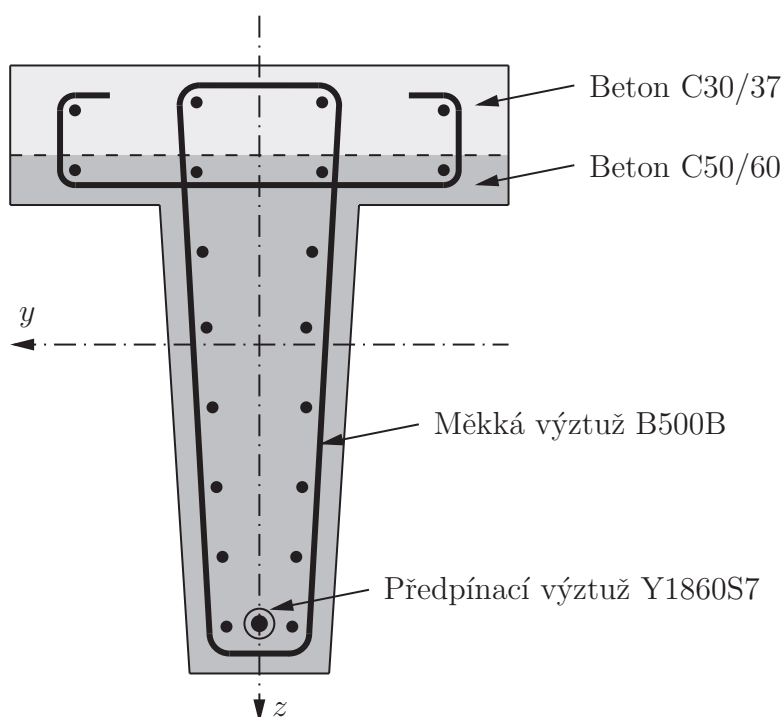
Hlavními výhodami spřaženého průřezu je okamžitá únosnost nosníků a také možná eliminace použití systémového bednění, což zásadně urychluje proces výstavby. Typicky se zabýváme spřaženým ocelobetonovým průřezem, kde je ocelový nosník doplněn o nabetonávku a s výhodou společně působí v ohybu (ocel v tahu, beton v tlaku). Pokud ocelový nosník nahradíme betonovým, můžeme mluvit o spřažené konstrukci beton-beton. Ocelový nosník tak nahradí prefabrikát, obvykle předem předpjatý nebo silně vyztužený – tedy stejně jako ocelový nosník musí být únosný v tahu. Prefabrikované nosníky taktéž vykazují lepší kvalitu provedení než je možné dosáhnout na stavbě. Dalšími výhodami jsou jistě nižší hmotnost oproti nespřaženému průřezu, vysoká tuhost a spolupůsobení nosníku a desky [4]. Hlavní důvody související s procesem výstavby jsou detailněji popsány v kapitole 1.2.3. Existuje celá řada různých spřažených průřezů pro různá použití s různými výhodami a nevýhodami. Zpravidla se využívají u mostních a stropních konstrukcí.



Obrázek 1.5: Typy spřažených průřezů [5]

1.2.2 Různé vlastnosti použitých materiálů, nehomogenita průřezu

Předpoklad různých vlastností jednotlivých částí průřezů je zřejmý již z definice spřaženého průřezu a také z postupu výstavby. Přesto je třeba zmínit některé podstatné znaky, které mají přímý dopad na chování spřažené konstrukce. Zásadní vliv na nehomogenitu spřaženého průřezu mají zpravidla rozdílné třídy betonu prefabrikátu a nabetonávky, k těm se samozřejmě váže i rozdílná použitá receptura betonu – prefabrikát je oproti nabetonávce obvykle z betonu vyšší pevnosti. Dalším rozdílem obou prvků je jejich různé stáří (rozdílný čas betonáže), to má zásadní vliv na průběh dotvarování prvku. Podrobnější definice betonu jako stárnoucího materiálu bude později popsána v kapitole 1.5.2.



Obrázek 1.6: Různé materiály ve spřaženém průřezu – příklad [6]

1.2.3 Proces výstavby

Pokud by byly nosník i nabetonávka provedeny teoreticky v jeden moment, záviselo by namáhání průřezu pouze na různorodosti materiálů, ovšem v praxi by tato volba nebyla nikterak výhodná oproti konvenční technologii betonového monolitu. Muselo by se tedy provést bednění, armatura, následně betonáž a poté by bylo třeba prvky odbednit.

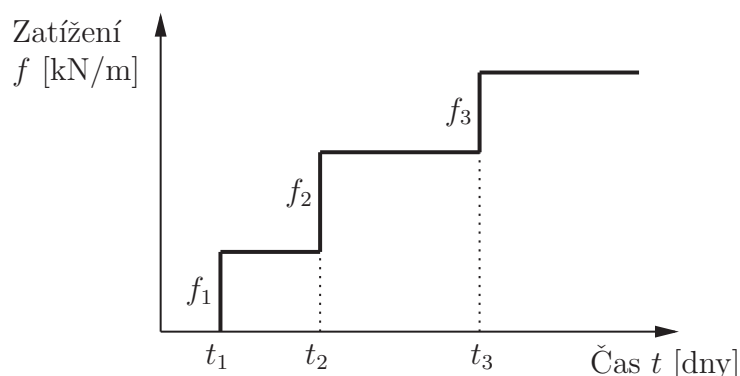
Pokud se na stavbu dovezou hotové prefabrikáty, lze proces bednění částečně eliminovat nebo úplně vyloučit použitím tzv. ztraceného bednění. U mostních konstrukcí může být problémem i nemožnost realizovat bednění – mostní konstrukce může překonávat terén nevhodný pro uložení skruže či bednění.

1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA

Eliminace použití systémového bednění či pevné skruže se samozřejmě pozitivně promítne do nákladů na zhotovení konstrukce – nebude třeba tyto prvky pronajímat a proces na stavbě se urychlí.

Z těchto důvodů se v praxi zpravidla nejprve vystaví podpurná konstrukce pro uložení prefabrikovaných nosníků, které jsou následně osazeny, provede se bednění (pokud se nevyužije ztracené bednění), následuje armování a betonáž nabetonávky. Po technologické pauze vytvrdnutí nabetonávky se konstrukce obvykle přitíží od ostatních stálých zatížení a dále se uvede do provozu – na konstrukci začne působit také užité zatížení.

Pořadí jednotlivých činností se samozřejmě může z důvodu různorodosti návrhu takovýchto konstrukcí lišit, bude samozřejmě rozdíl, zda se bude jednat o konstrukci pozemní či mostní.



Obrázek 1.7: Fáze výstavby (zatížení v čase)

Pokud uvedeme jako příklad výstavbu mostní spřažené konstrukce, typicky se jedná o několik fází výstavby, které jsou spjaté s téměř každou výstavbou takového typu konstrukce.

Čas	Fáze výstavby
t_0	Betonáž prefabrikátu
t_1	Předeptnutí prefabrikátu, působení vlastní tíhy
	Transport prefabrikátu
	Osazení prefabrikátu na stavbě, případné dočasné podepření
	Případné dopnutí prefabrikátu
t_2	Betonáž nabetonávky
t_3	Přítížení od ostatního stálého zatížení (může být rozděleno do více fází)
	Proměnné zatížení

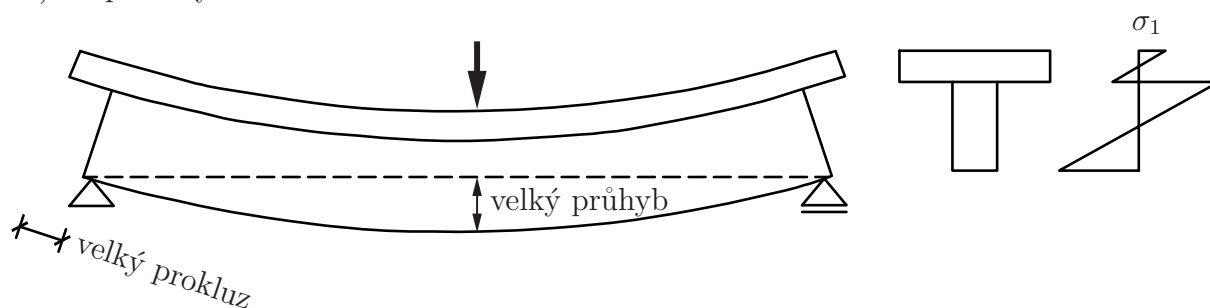
Tabulka 1.1: Fáze výstavby (zatížení v čase)

1.2.4 Vliv míry spřažení mezi jednotlivými vrstvami průřezu

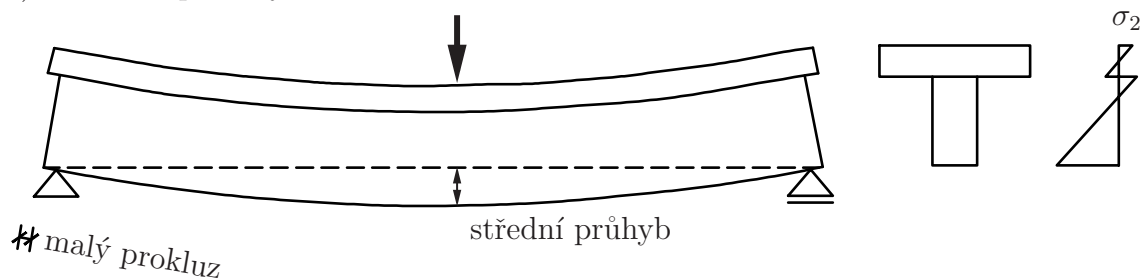
Obecně se při spřažení dvou částí v jeden spřažený průřez nabízí problematika míry spolupůsobení mezi jednotlivými částmi průřezu a jejího zohlednění ve výpočtu.

Spolupůsobení obou částí průřezu je zajištěno dostatečně hrubou pracovní spárou, příčnou výztuží prostupující skrz pracovní spáru (viz obrázek 1.6), případně v kombinaci se speciálními spřahovacími prvky (například smykové trny, lišty). Pokud jsou obě části dokonale spojeny, působí jako jeden celistvý průřez. Pokud dochází k prokluzu v pracovní spáře, nemůžeme již mluvit o plně spřaženém průřezu a vzájemný posun v pracovní spáře vede k přerozdělení napětí a větším průhybům. Pokud uvažujeme nedokonalé spřažení, musíme s tímto přerozdělením počítat.

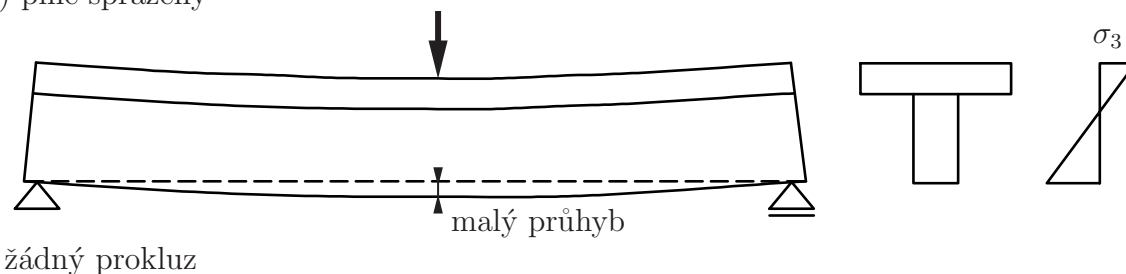
a) nespřažený



b) částečně spřažený



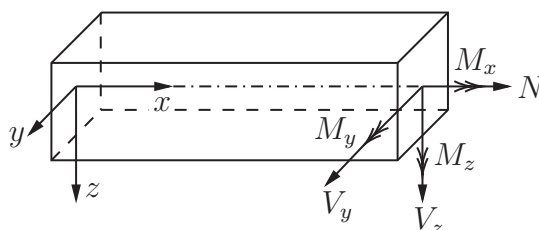
c) plně spřažený



Obrázek 1.8: Vliv spřažení průřezu na průhyb a napětí [7]

1.3 Prutové konstrukce - teorie pružnosti

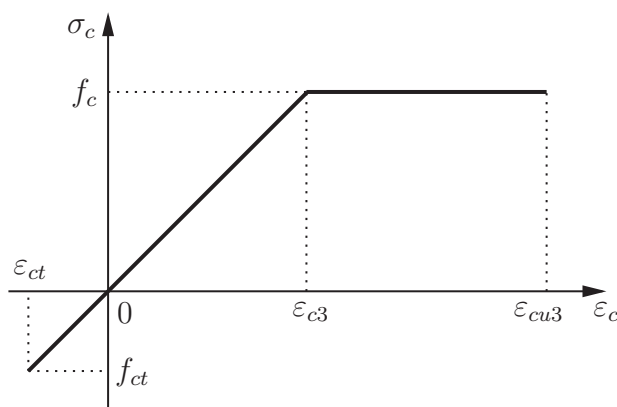
Pro uvedení do problematiky výpočtu napětí a přetvoření na spřažených nosnících je třeba připomenout některá základní ustanovení platná obecně pro prutové prvky. Pruty jsou tělesa, která mají jeden rozměr (délku) násobně větší než ostatní dva. Platí tedy $b, h \gg l$ [8]. Rozměr b, h typicky konkretizuje průřez prvku. Pro výpočet vnitřních sil na prutech často redukuje prut pouze na jeho střednici, což je křivka spojující těžiště všech průřezů. Jak je zřejmé, mezi prutové prvky patří i spřažené nosníky.



Obrázek 1.9: Definice os a vnitřních sil na prutu

Mezi základní předpoklady při výpočtu napětí patří zejména Bernoulli-Navierova hypotéza o zachování rovinnosti průřezu po jeho deformaci (rovinností průřezu po deformaci se rozumí lineární průběh přetvoření), a také Hookeův zákon o výpočtu napětí ze součinu modulu pružnosti materiálu a přetvoření $\sigma = E\varepsilon$.

V teorii pružnosti se pracuje s materiálem pružnoplastickým charakterizovaným zjednodušeným pracovním diagramem (viz obrázek 1.10).



Obrázek 1.10: Pracovní diagram pružnoplastického materiálu, idealizovaný pracovní diagram betonu [9]

1.3.1 Výpočet napětí σ_x

Vzhledem k povaze problematiky, zásadním napětím ovlivňujícím efekt dotvarování na průřezu bude napětí σ_x . Obecně jsou deformace ovlivněny i dalšími složkami napětí, ale pro ohybově štíhlé prvky namáhané ohybem kolem vodorovné osy, které budou předmětem dalších kapitol práce, postačí zúžit problém na řešení normálového napětí σ_x . Ve výpočtu napětí zahrneme také vliv předpětí, jak je zřejmé z předchozích kapitol práce, prefabrikáty spřažených nosníků jsou mnohdy předepnuté.

Dle teorie pružnosti obecně platí:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N - P}{A_c} - \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y - P \cdot e_p}{I_y} \cdot z \quad (1.17)$$

kde z a y jsou vzdálenosti od těžiště průřezu

e_p je excentricita těžiště předpínacích kabelů od těžiště průřezu

(pozn. rozložení kabelů uvažujeme symetrické dle osy z průřezu, tudíž předpětí vyvodí pouze ohybový účinek okolo osy y)

1.4 Výpočet deformace a napětí nehomogenního průřezu

Od různých vlastností materiálů v průřezu přes definici výpočtu napětí na prutových konstrukcích a nehomogenity průřezu pronikneme do problematiky výpočtu deformací a napětí nehomogenního průřezu. Jak již bylo nastíněno v kapitole 1.2.2, zásadním rozdílem oproti výpočtu na homogenním průřezu je proměnná tuhost (modul pružnosti E), která při pružném výpočtu reflektuje účinek přesunu napětí do tužších částí průřezu. Tento princip je zásadním předpokladem výpočtu při uvážení teorie pružnosti. Dalším předpokladem je již zmiňovaná Bernoulli-Navierova hypotéza. Z pohledu výpočtu se zabýváme komplexním problémem umožňujícím výpočet pro složitější nesymetrické průřezy z více než dvou materiálů a nebo o problému inženýrském, tedy typicky nosník a deska, nosník a výztuž. Při inženýrském uvážení nehomogenity průřezu se zavádí tzv. ideální průřez, kterým se uplatní náhradní průřezové charakteristiky umožňující převést výpočet skutečného nehomogenního průřezu na fiktivní homogenní průřez. U problému nosník a deska se obvykle plocha desky vybetonované z betonu nižší třídy pevnosti redukuje a nahrazuje se menší ekvivalentní plochou betonu vyšší třídy pevnosti prefabrikátu. U problému nosník a výztuž se naopak plocha výztuže nahrazuje větší ekvivalentní plochou betonu. Rozšíření plochy výztuže se využívá zejména u výpočtu MSP železobetonových průřezů.

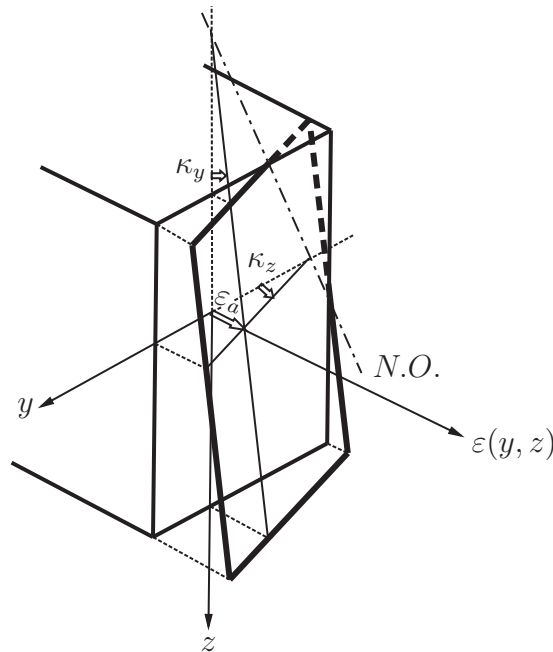
1.4.1 Výpočet pomocí matice tuhosti průřezu

Při platnosti Hookova zákona můžeme definovat přetvoření a napětí na průřezu s obvyklou konvencí souřadnicového systému jako funkce souřadnicových os y, z . Tato definice samozřejmě platí i pro průřez homogenní. Nehomogenitu zavedeme proměnným modulem pružnosti po průřezu a zapíšeme ho tedy taktéž jako funkci souřadnic y, z .

$$\begin{aligned} \varepsilon(y, z) \\ \sigma(y, z) \\ E(y, z) \end{aligned} \tag{1.18}$$

Přetvoření v libovolném bodě průřezu vyjádříme skrz přetvoření v počátku souřadnicového systému a křivosti okolo obou os. Význam těchto veličin je zřejmý z obrázku 1.11.

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon_a + z\kappa_y + y\kappa_z \tag{1.19}$$



Obrázek 1.11: Prostorový diagram přetvoření s vyznačenými veličinami [10]

Zpětným dosazením do Hookova zákona dostaneme výpočet napětí [10].

$$\begin{aligned} \sigma(y, z) &= E(y, z) \cdot \varepsilon(y, z) \\ \sigma(y, z) &= E(y, z) \cdot (\varepsilon_a + z\kappa_y + y\kappa_z) \end{aligned} \tag{1.20}$$

Integrací napětí přes průřez dostaneme podmínky rovnováhy pro vnitřní síly [10].

$$N = \int_A \sigma(y, z) dA = \varepsilon_a \int_A E(y, z) dA + \kappa_y \int_A E(y, z)z dA + \kappa_z \int_A E(y, z)y dA \quad (1.21)$$

$$M_y = \int_A z\sigma(y, z) dA = \varepsilon_a \int_A E(y, z)z dA + \kappa_y \int_A E(y, z)z^2 dA + \kappa_z \int_A E(y, z)yz dA \quad (1.22)$$

$$M_z = \int_A y\sigma(y, z) dA = \varepsilon_a \int_A E(y, z)y dA + \kappa_y \int_A E(y, z)yz dA + \kappa_z \int_A E(y, z)y^2 dA \quad (1.23)$$

V praxi uvažujeme konstantní modul pružnosti jednotlivých částí spřaženého průřezu. Vyjádříme-li z integrálů průřezové charakteristiky, můžeme pak předchozí zápis zjednodušit pomocí sum vhodných pro numerický výpočet. V podmínkách tak figurují sumy tuhostí dílčích částí průřezu.

$$N = \varepsilon_a \sum_{i=1}^n E_i A_i + \kappa_y \sum_{i=1}^n E_i S_{yi} + \kappa_z \sum_{i=1}^n E_i S_{zi} \quad (1.24)$$

$$M_y = \varepsilon_a \sum_{i=1}^n E_i S_{yi} + \kappa_y \sum_{i=1}^n E_i I_{yi} + \kappa_z \sum_{i=1}^n E_i D_{yzi} \quad (1.25)$$

$$M_z = \varepsilon_a \sum_{i=1}^n E_i S_{zi} + \kappa_y \sum_{i=1}^n E_i D_{yzi} + \kappa_z \sum_{i=1}^n E_i I_{zi} \quad (1.26)$$

Pro přehlednější zápis do maticové formy zavedeme tzv. tuhosti nehomogenního průřezu jako

$$\sum_{i=1}^n E_i A_i = \overline{EA} \quad (1.27)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i S_{yi} = \overline{ES_y} \quad (1.28)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i S_{zi} = \overline{ES_z} \quad (1.29)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i I_{yi} = \overline{EI_y} \quad (1.30)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i I_{zi} = \overline{EI_z} \quad (1.31)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i D_{yzi} = \overline{ED_{yz}} \quad (1.32)$$

Podmínky rovnováhy 1.24, 1.25 a 1.26 přepíšeme do maticové formy [10].

$$N = \overline{EA}\varepsilon_a + \overline{ES}_y\kappa_y + \overline{ES}_z\kappa_z \quad (1.33)$$

$$M_y = \overline{ES}_y\varepsilon_a + \overline{EI}_y\kappa_y + \overline{ED}_{yz}\kappa_z \quad (1.34)$$

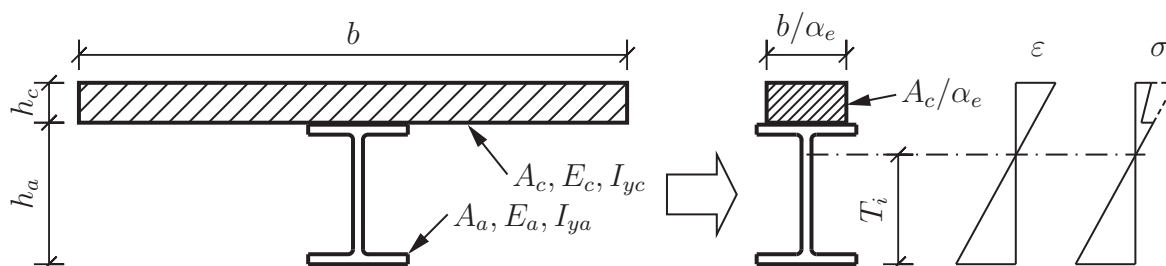
$$M_z = \overline{ES}_z\varepsilon_a + \overline{ED}_{yz}\kappa_y + \overline{EI}_z\kappa_z \quad (1.35)$$

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES}_y & \overline{ES}_z \\ \overline{ES}_y & \overline{EI}_y & \overline{ED}_{yz} \\ \overline{ES}_z & \overline{ED}_{yz} & \overline{EI}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_a \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Zobrazenou matici nazýváme maticí tuhosti průřezu – v tomto případě se jedná o průřez nehomogenní. Získáváme vektor přetvoření $[\varepsilon_a, \kappa_y, \kappa_z]$. Rozdělení přetvoření po průřezu $\varepsilon(y, z)$ získáme z rovnice 1.19. Pro výpočet napětí na průřezu dosadíme do rovnice 1.20 [10].

1.4.2 Ideální průřez

Inženýrskou alternativou výpočtu je definice tzv. ideálního průřezu, tedy uvážení jednoho průřezu konstantních vlastností. Abychom dosáhli tohoto efektu, zavedeme poměr modulů pružnosti α_e (tzv. pracovní součinitel). Specifika ideálního průřezu odvodíme na příkladu ocelobetonového spřaženého průřezu [4] (pro větší názornost).



Obrázek 1.12: Přetvoření a napětí ideálního průřezu [4]

Pracovní součinitel:

$$\alpha_e = \frac{E_a}{E_c} \quad (1.37)$$

Plocha ideálního spřaženého průřezu:

$$A_i = A_a + \frac{1}{\alpha_e} A_c \quad (1.38)$$

Těžiště ideálního spřaženého průřezu (od spodních vláken nosníku):

$$T_i = \frac{A_a \frac{h_a}{2} + \frac{1}{\alpha_e} A_c (h_a + \frac{h_c}{2})}{A_a + \frac{1}{\alpha_e} A_c} \quad (1.39)$$

Moment setrvačnosti ideálního spřaženého průřezu:

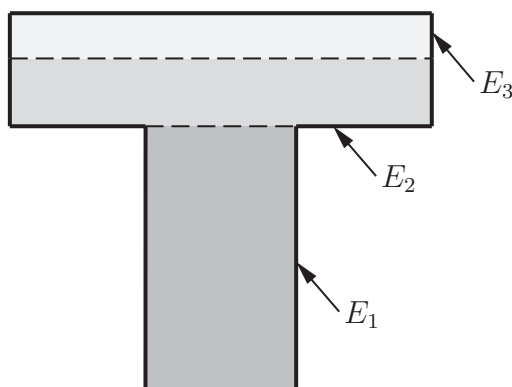
$$I_{ys} = I_{ya} + A_a (T_i - h_a/2)^2 + \frac{1}{\alpha_e} [I_{yc} + A_c (h_a - T_i + h_c/2)^2] \quad (1.40)$$

Výpočet napětí v betonu σ_c a v oceli σ_a odpovídá průběhu na obrázku 1.12.

$$\begin{aligned} \sigma_a(z) &= \frac{M}{I_i} z \\ \sigma_c(z) &= \frac{M}{\alpha_e I_i} z \end{aligned} \quad (1.41)$$

Odtud je zřejmé, že napětí v betonové desce musí být α_e -krát menší než by tomu bylo u homogenního ocelového průřezu (to naznačuje rozdíl mezi čárkovanou a plnou čarou v obrázku 1.12, jedině tak bude zachována počáteční podmínka rovinnosti deformovaného průřezu [4]).

Pro průřez sestávající ze tří a více (obecně n) materiálů je třeba definovat dva a více (obecně $n - 1$) pracovních součinitelů. Výpočet těžiště, průřezových charakteristik i napětí pak bude analogický s výpočtem v rovnicích 1.38 – 1.41, pouze je třeba ošetřit správně použití konkrétních pracovních součinitelů. Vzhledem k tomu, že se v praxi většinou jedná typicky o průřez ze dvou materiálů, vynecháme konkrétní odvození s vícero pracovními součiniteli.



Obrázek 1.13: Definice více pracovních součinitelů na průřezu ze tří materiálů

$$\alpha_1 = \frac{E_1}{E_2}, \quad \alpha_2 = \frac{E_1}{E_3} \quad (1.42)$$

Jak jsme ukázali v této kapitole, výpočet deformace a napětí pomocí ideálního průřezu je inženýrskou alternativou k výpočtu pomocí matice tuhosti průřezu, ovšem při výpočtu na průřezu ze tří a více materiálů je na uvaženu, zda nevyužít právě tento postup na úkor inženýrského přístupu s více pracovními součiniteli. Přesto například u výpočtu průřezu vyztuženého nejen výztuží ale i FRP, *fib* doporučuje využít právě výpočet skrz dva pracovní součinitele.

1.5 Inženýrské hodnoty pro výpočet dotvarování

1.5.1 Definice dílčích přetvoření

Z důvodu přehlednosti výpočtu, celistvosti a pochopení problematiky přetvoření na průřezu je třeba rozdělit celkové přetvoření prvku ε_c na dílčí příspěvky přetvoření od různých vlivů [11].

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (1.43)$$

kde $\varepsilon_{ci}(t_0)$ je počáteční deformace při zatížení
 $\varepsilon_{cc}(t)$ je přetvoření od dotvarování v čase $t > t_0$
 $\varepsilon_{cs}(t)$ je přetvoření od smršťování
 $\varepsilon_{cT}(t)$ je přetvoření od teploty

Dílčí přetvoření se obecně dělí dle závislosti na napětí. Přetvoření ε_{ci} a ε_{cc} na napětí závisí, naopak ε_{cs} a ε_{cT} nikoliv [11]. V našem případě je třeba se zaměřit zejména na první dva členy pravé strany, které popisuje funkce poddajnosti.

1.5.2 Beton jako stárnoucí materiál

Důležitou vlastností betonu je stárnutí. V betonu stárnutí způsobuje zejména nárůst pevnosti v tlaku f_c a modulu pružnosti E v čase [1].

Klíčovou příčinou stárnutí betonu je chemický proces hydratace cementové pasty, jejímž důsledkem je tuhnutí a zpevňování mikrostruktury betonu. Proces hydratace cementové pasty je spíše otázkou technologie betonu, pro účely této práce je ovšem důležitý fakt nárůstu mechanických vlastností betonu v čase.

Stárí se obvykle určuje od okamžiku počátku tuhnutí, to je od doby, kdy se z čerstvého betonu začne stávat pevná látka [3].

Z těchto důvodů platí, že pevnost a modul pružnosti betonu jsou funkcí času:

$$\begin{aligned} f_c &= f(t) \\ E &= E(t) \end{aligned} \quad (1.44)$$

Zásadní vliv na změnu hodnot těchto vlastností v čase má použitá receptura betonu, parametry prvku a prostředí. Výrazem $f_c(t)$ nebo $E(t)$ se tedy rozumí tlaková pevnost f_c , respektive modul pružnosti E betonu v čase t . Výpočet konkrétních hodnot závisí na použitém přístupu, kterých je v normách a literatuře publikována celá řada (viz např. vztahy v kapitole 1.8).

Typickým projevem (a nejzásadnějším v této problematice) je, že dva stejné vzorky betonu zatížené v rozdílných časech dotvarují jinak, vzorek zatížený dříve dotvaruje více, než vzorek zatížený později. Deformace betonu při dotvarování tedy nezávisí jen na době působení napětí, ale také na stárnutí betonu. Je třeba neplést si stárnutí betonu v tomto smyslu s jeho degradací způsobenou například vnějšími vlivy prostředí.

1.5.3 Součinitel dotvarování

Nejpoužívanější proměnnou vyjadřující efekt dotvarování je součinitel dotvarování definovaný jako poměr nárůstu deformace způsobené dotvarováním a pružné deformace v čase zatížení [3]. Pokud známe hodnotu modulu pružnosti betonu v čase zatěžování t' , můžeme definovat i okamžitou pružnou deformaci od skokového nárůstu napětí jako $\hat{\sigma}/E(t')$. Nárůst deformace způsobené dotvarováním vypočteme jako rozdíl celkové deformace $\hat{\sigma}J(t, t')$ a okamžité deformace $\hat{\sigma}/E(t')$ [1]. Součinitel dotvarování je tedy

$$\varphi(t, t') = \frac{\hat{\sigma}J(t, t') - \hat{\sigma}/E(t')}{\hat{\sigma}/E(t')} = E(t')J(t, t') - 1 \quad (1.45)$$

Z toho vyjádřená funkce poddajnosti je

$$J(t, t') = \frac{1 + \varphi(t, t')}{E(t')} \quad (1.46)$$

1.5.4 Efektivní modul pružnosti

Pokud budeme chtít zohlednit vliv dotvarování co nejjednodušeji a vyhnout se funkci poddajnosti a relaxační funkci, zavedeme efektivní modul pružnosti. Efektivní modul pružnosti vyjádřený vzorcem 1.47 je také používán v Eurokódu 2 [9, 12]. Bohužel přesnost této metody je podmíněná jednokrokovou historií (tj. konstantní od okamžiku prvního zatížení). Pro reálné konstrukce, na které jsou zatížení aplikována postupně nebo se mění jejich konstrukční systém v průběhu výstavby, vnáší tato podmínka do výpočtu určitou nepřesnost. Velikost chyby výpočtu závisí na odchylce od jednokrokové historie zatížení a napětí, chyba je zásadní zejména při výpočtu dlouhodobé odezvy konstrukce zatížené prvním z několika kroků zatížení v mladém věku [1].

$$E_{c,\text{eff}} = \frac{1}{J(t, t')} = \frac{E(t')}{1 + \varphi(t, t')} \quad (1.47)$$

1.5.5 AAEM

Z důvodu nepřesnosti výpočtu pomocí efektivního modulu pružnosti byla vytvořena nová metoda, která je dostatečně přesná pro většinu základních případů. Jedná se o AAEM metodu (age-adjusted effective modulus method), která byla definovaná prof. Bažantem. Metoda je formulována pro jednokrokovou historii zatěžování, odezva na vícekrokovou historii je řešitelná pomocí principu superpozice [1].

$$E''(t, t') = \frac{E(t') - R(t, t')}{E(t')J(t, t') - 1} = \frac{E(t') - R(t, t')}{\varphi(t, t')}, \quad \text{kde } t > t' \quad (1.48)$$

Pro usnadnění v inženýrské praxi je známější vztah vyjadřující AAEM s koeficientem χ , který se nazývá koeficient stárnutí (aging coefficient) [1].

$$E''(t, t') = \frac{E(t')}{1 + \chi(t, t')\varphi(t, t')} \quad (1.49)$$

kde koeficient stárnutí je definován jako

$$\chi(t, t') = \frac{E(t')}{E(t') - R(t, t')} - \frac{1}{\varphi(t, t')} \quad (1.50)$$

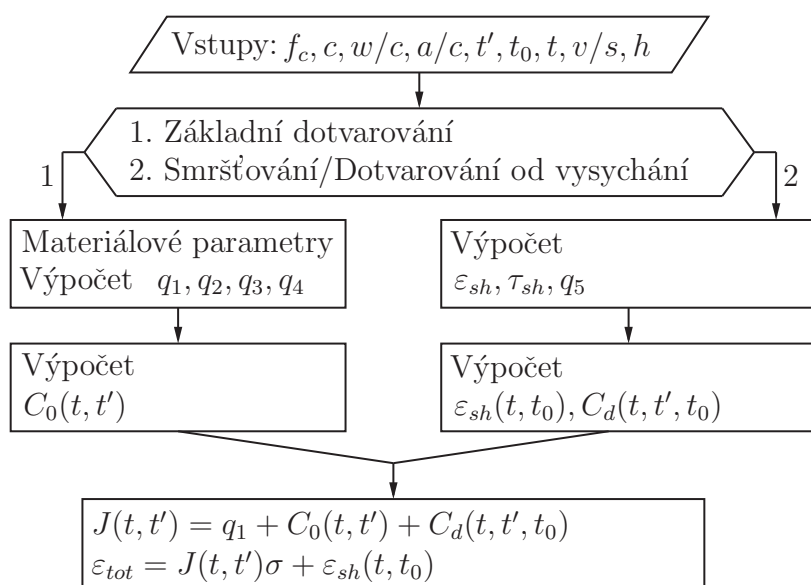
Koeficient nabývá hodnot od 0,5 do 1,0. Přesný výpočet AAEM z rovnice 1.48 požaduje výpočet relaxační funkce, což naprostá většina modelů pro dotvarování neumožňuje. Relaxační funkce by tedy bylo třeba řešit buď numericky nebo jinak, proto se koeficient stárnutí v praxi často odhaduje. Nejtypičtější hodnota koeficientu stárnutí je 0,8 [1].

1.6 Výpočet dotvarování dle modelů

Inženýrských přístupů k výpočtu efektu dotvarování na betonových konstrukcích je celá řada. Některé se více snaží o teoretickou přesnost, jiné přijímají jistá zjednodušení v zájmu lepší použitelnosti v běžné praxi. Mezi hlavní a také nejznámější modely pro výpočet dotvarování jistě patří známé modely pana profesora Bažanta B3 [13], B4, poté také výpočty dle stávajícího Eurokódu 2 (základní varianta dle EN 1992-1-1 [9] nebo upravená varianta dle EN 1992-2 pro mostní konstrukce [12]), dle americké normy ACI 209 nebo výpočet dle *fib* Model Code 2010 [11], na kterém bude založen výpočet v nové variantě Eurokódu 2, která by měla přijít do praxe do roku 2030. Funkce poddajnosti, a tedy i efekt viskoleasticity se dá také popsat matematickými modely Kelvinova a Maxwellova článku, ovšem tyto metody jsou čistě teoretické a v inženýrské praxi téměř nepoužívané. Současně je nutno dodat, že byly základním pilířem pro vývoj pokročilých inženýrských modelů.

1.6.1 Model B3

Model B3 [13] komplexně popisuje výpočet efektu dotvarování a smršťování na betonové konstrukce, využívá k tomu velmi širokou škálu parametrů, které je v případě potřeby možno upravit tak, aby lépe odpovídaly skutečnému chování konstrukce. Na rozdíl od normových výpočtů je tento model složitější a umožňuje celou řadu dílčích výpočtů včetně funkce poddajnosti, relaxační funkce apod.



Obrázek 1.14: Postup výpočtu modelu B3 [13]

1.6.2 ČSN EN 1992

Evropská norma se oproti komplexnějším modelům, jako je například model B3, zabývá inženýrskou praxí, a proto je v ní efekt dotvarování počítán pouze přes součinitel dotvarování (viz kapitola 1.5.3). V souvislosti se součinitelem dotvarování také využívá efektivní modul pružnosti (viz kapitola 1.5.4). Případně norma odkazuje na výpočet funkce poddajnosti nebo relaxační funkce, ale již nedefinuje konkrétní postup, jak tyto funkce spočítat. Pouze funkce poddajnosti je nepřímo definovaná ze vzorce pro efektivní modul (viz rovnice 1.46). Postup výpočtu dotvarování dle přílohy B této normy je zřejmý z kapitol 1.7 a 3.2.

1.6.3 Porovnání normových modelů

1.6.3.1 Základní část normy ČSN EN 1992-1-1

Základní část normy pro pozemní stavby [9] definuje přetvoření od dotvarování ε_{cc} v čase $t = \infty$ tj. na konci životnosti konstrukce. Dalším postupem navrhovaným normou je výpočet celkové deformace včetně dotvarování dané součtem ε_{ci} a ε_{cc} pomocí efektivního modulu pružnosti $E_{c,\text{eff}}$. V obou případech norma odkazuje na součinitel dotvarování $\varphi(\infty, t_0)$, tedy na konečnou hodnotu součinitele dotvarování. Je tedy zřejmé, že spíše klade důraz na konečnou hodnotu přetvoření, tedy na konci životnosti konstrukce. Vzhledem k typickým podmínkám výstavby pozemních staveb použití těchto hodnot, a tedy výpočtu pouze pro jeden zatěžovací stav a konec životnosti konstrukce, i odpovídá realitě.

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0)(\sigma_c/E_c) \quad (1.51)$$

$$E_{c,\text{eff}} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad (1.52)$$

1.6.3.2 Příloha B normy ČSN EN 1992-1-1

Pro detailnější výpočet dotvarování včetně průběhu dotvarování v čase norma [9] odkazuje na přílohu B, která specifikuje výpočet součinitele dotvarování $\varphi(t, t_0)$ pro jakýkoliv čas t . Nabízí se tedy vyjádření efektivního modulu pružnosti v čase a použití pro výpočet dotvarování.

Při použití efektivního modulu pružnosti (kde použijeme součinitel dotvarování $\varphi(t, t_0)$) a vzorců 1.3 a 1.47 můžeme celkovou deformaci v čase t rozložit na dílčí počáteční deformaci v okamžik zatížení a deformaci od dotvarování.

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma_c \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_{cm}} \quad (1.53)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} + \frac{\sigma_c \varphi(t, t_0)}{E_{cm}}$$

kde dílčími deformacemi ε_{ci} a ε_{cc} jsou

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \quad (1.54)$$

a

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c \varphi(t, t_0)}{E_{cm}} \quad (1.55)$$

Pokud bude konstrukce zatížena v raném stáří $t < 28$ dní, je nutné upozornit na nepřesnou hodnotu modulu pružnosti E_{cm} , tedy hodnotu v čase 28 dní. Nabízí se tedy nahradit tuto hodnotu modulem pružnosti v $E_{cm}(t_0)$ (dále viz kapitola 1.8.2). Norma ovšem tuto skutečnost explicitně nezmiňuje, jedná se tak spíše o inženýrskou úvahu a přizpůsobení vzorce pro efektivní modul pružnosti, který je definován primárně pro čas $t = \infty$. Přestože tedy norma definuje součinitel dotvarování pro jakýkoliv čas t , už není popsáno, jak s touto hodnotou počítat při zatížení konstrukce v raném stáří. Také je třeba připomenout, že přesnost použití efektivního modulu je značně omezená, jak bylo již popsáno v kapitole 1.5.4.

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, t_0) &= \sigma_c \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_{cm}(t_0)} \\ \varepsilon(t, t_0) &= \frac{\sigma_c}{E_{cm}(t_0)} + \frac{\sigma_c \varphi(t, t_0)}{E_{cm}(t_0)} \end{aligned} \quad (1.56)$$

Z těchto důvodů je evidentní, že se základní část normy spíše soustředí na problémy jednodušších konstrukcí s jednokrokovou historií zatížení (typicky konstrukce pozemních staveb).

1.6.3.3 ČSN EN 1992-2

Oproti tomu příloha KK normy pro mosty [12] uvažuje se složitějším průběhem výstavby, a tudíž i detailněji popisuje průběh přetvoření v čase s víceřadovou historií zatížení.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(t_0)} + \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_0}{E_c(28)} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{E_c(t_i)} + \frac{\varphi(t, t_i)}{E_c(28)} \right) \Delta\sigma(t_i) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (1.57)$$

V normě pro mosty je již vhodněji formulována okamžitá deformace v čase zatěžování pomocí $E_{cm}(t_0)$ respektive $E_{cm}(t_i)$, tedy hodnota modulu pružnosti v čase t_0 respektive t_i . Dílčí počáteční deformace od zatížení tedy oproti normě pro pozemní stavby (konkrétně vztahu 1.53) více vystihuje reálné chování konstrukce a přesněji reflektuje komplikovanější proces výstavby. Příloha KK této normy navíc nejen definuje pojmy jako funkce poddajnosti a relaxační funkce, ale zavádí i různé druhy analýzy a použití principu superpozice a koeficientu stárnutí. Je tedy zřejmé, že je v evropské normě kladen větší důraz na výpočet vlivů časově závislého chování betonu pro mosty, spíše než pro pozemní stavby. Norma také zohledňuje rozdělení dotvarování na základní dotvarování a dotvarování od vysychání, tomu odpovídá i výpočet dvou součinitelů dotvarování φ_b a φ_d .

1.6.3.4 Model Code 2010

Podobně přistupuje k výpočtu i *fib* Model Code [11], který definuje celkové přetvoření závislé na napětí jako

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) \quad (1.58)$$

kde $E_{ci}(t_0)$ je hodnota modulu pružnosti v čase zatížení t_0 a E_{ci} hodnota modulu pružnosti v čase 28 dní

Jak již bylo zmíněno, jeden ze zlomků v hranaté závorce vyjadřuje složku přetvoření ε_{ci} a druhý složku ε_{cc} . Viditelně se přístupy k výpočtu v EN 1992-2 [12] a *fib* Model Code [11] shodují.

Model Code je přesto více komplexní a druhý svazek [14] definuje celkové přetvoření od více zatěžovacích impulzů závislé na napětí jako

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] \quad (1.59)$$

Tento postup explicitně ukazuje cestu, jak využít koeficient stárnutí χ ve výpočtu přetvoření. Za povšimnutí stojí, že se dá rovnice 1.58 (konkrétně skrz výraz $\sigma_c(t_0) J(t, t_0)$) dosadit do rovnice 1.59, a vyjádřit tak průběh přetvoření v čase pro vícekrokovou historii zatížení. Tedy úvodní impulz zatížení nepodléhá koeficientu stárnutí, ostatní impulzy ano.

1.7 Výpočet dotvarování dle Eurokódu 2

Pro výpočet dotvarování v čase formulujeme postup stanovení součinitele dotvarování dle přílohy B Eurokódu 2 [9]. Výpočet je značně rozsáhlý, proto zmíníme jen některé zásadní vzorce.

1.7.1 Součinitel dotvarování

Součinitel dotvarování lze vypočítat ze vztahu [9]:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (1.60)$$

kde φ_0 je základní součinitel dotvarování
 β_c je součinitel časového průběhu dotvarování po zatížení

1.7.2 Základní součinitel dotvarování

Základní součinitel dotvarování lze stanovit ze vztahu [9]:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (1.61)$$

kde φ_{RH} je součinitel vystihující vliv relativní vlhkosti
 $\beta(f_{cm})$ je součinitel vystihující vliv pevnosti betonu
 $\beta(t_0)$ je součinitel vystihující vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení

1.7.3 Součinitel časového průběhu dotvarování po zatížení

Součinitel časového průběhu dotvarování po zatížení se stanovuje ze vztahu [9]:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (1.62)$$

kde t je stáří betonu ve dnech uvažovaného okamžiku
 t_0 je stáří betonu ve dnech v okamžiku vnesení zatížení
 β_H je součinitel závislý na relativní vlhkosti a na náhradním rozměru prvku

1.7.4 Vliv druhu cementu na součinitel dotvarování

Vliv druhu cementu se uvažuje úpravou stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení t_0 při výpočtu součinitele vystihujícího vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení $\beta(t_0)$ [9].

$$t_0 = t_0 \cdot \left(\frac{9}{2 + t_0^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad (1.63)$$

kde α je mocnitel vystihující vliv druhu cementu
je -1 pro cement třídy S
je 0 pro cement třídy N
je 1 pro cement třídy R

1.8 Výpočet odezvy konstrukce v okamžiku zatížení dle Eurokódu 2

Pro výpočet odezvy konstrukce v okamžiku zatížení nejen v raném stáří, ale i v pokročilejších časech je třeba zachytit nárůst modulu pružnosti a pevnosti betonu v čase. Při zatížení betonu v raném stáří Eurokód 2 [9] umožňuje výpočet pevnosti v čase $t < 28$ dní. Modul pružnosti betonu je poté definován v závislosti na jeho pevnosti. Pokud budeme znát hodnotu modulu pružnosti ve všech časech, bude nám tedy také známo okamžité přetvoření od zatížení ε_{ci} .

1.8.1 Výpočet pevnosti betonu v tlaku v čase $t < 28$ dní

Pevnost betonu v tlaku v různých časech t lze stanovit ze vztahu [9]:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (1.64)$$

kde

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right] \quad (1.65)$$

kde t je stáří betonu ve dnech
 s je koeficient závisící na druhu cementu
 je 0,20 pro cement třídy R
 je 0,25 pro cement třídy N
 je 0,38 pro cement třídy S

1.8.2 Výpočet modulu pružnosti betonu v čase $t < 28$ dní

Obdobně jako pevnost betonu v tlaku, můžeme určit také modul pružnosti betonu v různých časech t [9].

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t)/f_{cm})^{0,3} \cdot E_{cm} \quad (1.66)$$

kde $E_{cm}(t)$ a $f_{cm}(t)$ jsou hodnoty ve stáří t dní
 E_{cm} a f_{cm} jsou hodnoty ve stáří 28 dní

1.8.3 Výpočet modulu pružnosti betonu v čase $t > 28$ dní

Nárůst modulu pružnosti lze dle výše zmíněného vzorce 1.66 spočítat i pro časy větší než 28 dní. Přesto s ohledem na bezpečnost návrhu norma [9] předepisuje v časech větších než 28 dní uvažovat modul pružnosti i pevnost betonu v tlaku konstantní hodnotou.

$$E_{cm}(t > 28) = E_{cm}(28) \quad (1.67)$$

$$f_{cm}(t > 28) = f_{cm}(28) \quad (1.68)$$

1.8.4 Vyjádření odezvy konstrukce v okamžiku zatížení

Pro vyjádření okamžité odezvy konstrukce na zatížení je třeba uvážit modul pružnosti betonu v okamžiku zatížení t_0 popřípadě t' . Pokud budeme beton zatěžovat po 28. dni od betonáže, použijeme samozřejmě střední hodnotu modulu pružnosti (viz kapitola 1.8.3). Okamžitá odezva konstrukce na působící napětí σ_i v čase t_i tak bude rovna

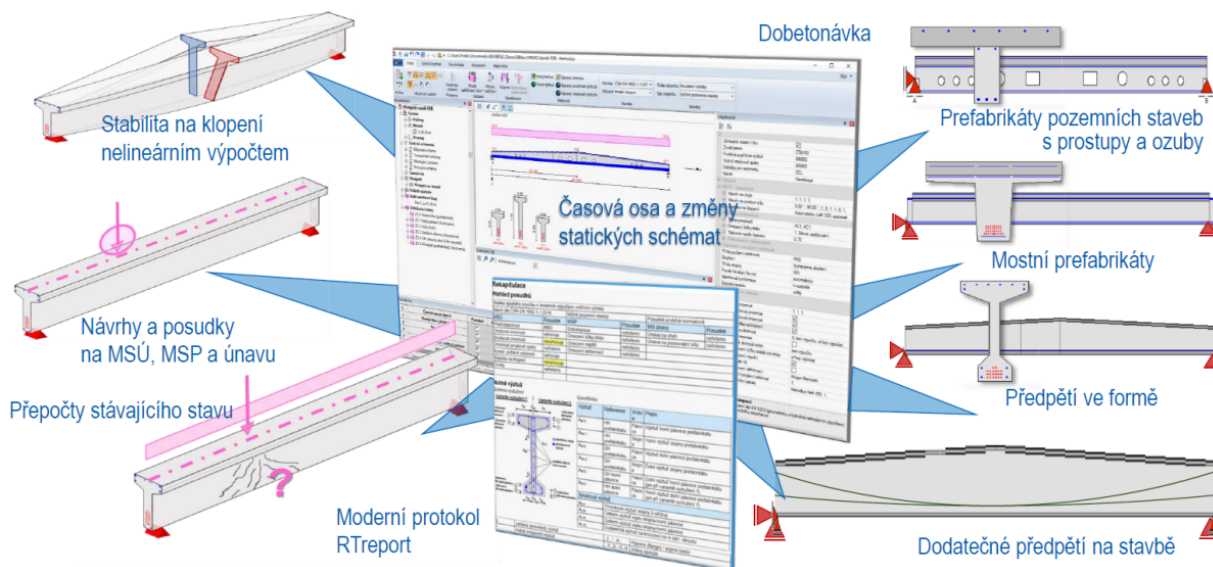
$$\varepsilon_{ci} = \frac{\sigma_i}{E_{cm}(t_i)} \quad (1.69)$$

Je nutno zdůraznit, že hodnota $E_{cm}(t_i)$ je nadále uvažována jako konstanta neměnicí se v čase. V textu práce takovouto hodnotu označujeme také jako $E(t')$ (viz kapitola 1.5.2).

1.9 Motivace algoritmizace výpočtu

Řada staticů bude jistě souhlasit s tím, že dřívější a stále pokračující technologický pokrok v oblasti výpočetní techniky měl velmi pozitivní dopad na vývoj nástrojů pro výpočty betonových konstrukcí. Zejména s nástupem vývoje metody konečných prvků (MKP) dávalo smysl problémy stavebních inženýrů algoritmizovat pro opakovaný výpočet a optimalizaci. Právě urychlení a opakovaný návrh betonových prvků je motivací pro vytvoření algoritmu, který dokáže s využitím dnes již běžně dostupných technologií usnadnit efektivní a spolehlivý návrh betonových konstrukcí.

Motivací a praktickým cílem této práce je rozšíření dnes plně fungujících a používaných programů společnosti RIB Software GmbH z balíčku RIBtec. Společnost nabízí řadu programů specializovaných na různé nosné prvky různých materiálů, tato práce konkrétně cílí na program FERMO, software určený pro statické výpočty nejen předpjatých prefabrikovaných nosníků [15]. Následující kapitoly představí možný postup, jak teoretické principy v tomto programu uplatnit.



Obrázek 1.15: Funkce programu FERMO [15]

Princip (a tedy i algoritmus) výpočtu je nezávislý na použitém modelu dotvarování. Klíčem úspěchu je vyjádřit výpočet deformací (a popřípadě napětí) v závislosti na funkci poddajnosti. Přestože se jednotlivé modely a normy ve výpočtu funkce poddajnosti liší (vycházejí jejich nová vydání a v současné chvíli se dokonce připravuje nová generace Eurokódů), tak to nic nemění na použitém principu výpočtu, který bude i v budoucnu jistě aplikovatelný.

2 Výpočet přetvoření na spřaženém průřezu

2.1 Výpočet funkce poddajnosti

Jak již bylo řečeno v kapitole 1.9, princip výpočtu je důležité vyjádřit nezávisle na použité funkci poddajnosti. Vzhledem k původní okrajové podmínce zadání této práce jsme použili pro výpočet přetvoření na spřaženém průřezu s vlivem dotvarování funkci poddajnosti z Eurokódu 2 pro pozemní stavby [9], která je v něm nepřímo zmíněná skrz efektivní modul pružnosti. Myšlenka stojící za tímto přístupem je zmíněná v kapitole 1.6.3.2 a dále je také vyjádření funkce poddajnosti zřejmé ze vztahu 1.56. Nic to ale nemění na tom, že výpočet lze aplikovat na jakýkoliv model dotvarování a jeho specifickou funkci poddajnosti. Použitá funkce poddajnosti v našem výpočtu je tedy definována jako

$$J(t, t') = \frac{1 + \varphi(t, t')}{E_{cm}(t')} \quad (2.1)$$

V dalších podkapitolách souvisejících s výpočtem polohy těžiště, hodnot napětí a přetvoření se tedy bude výpočet opírat o tuto skutečnost.

2.2 Výpočet pracovního součinitele v čase

Pro zohlednění efektu dotvarování se nabízí nahradit moduly pružnosti materiálů efektivními moduly. Při uplatnění definice efektivního modulu zřejmého z rovnice 1.47 vyjádříme pracovní součinitel v čase.

$$\alpha_e(t, t'_1, t'_2) = \frac{E_{\text{eff},1}(t, t'_1)}{E_{\text{eff},2}(t, t'_2)} = \frac{J_2(t, t'_2)}{J_1(t, t'_1)} \quad (2.2)$$

Je nutností poznamenat, že použitý pracovní součinitel (popřípadě více pracovních součinitelů) se tedy bude měnit v čase, tak jako se budou měnit funkce poddajnosti v jeho čitateli a jmenovateli. To bude mít za následek posun těžiště a změnu nejen průřezových charakteristik, ale i změnu průběhu napětí po průřezu v čase.

2.3 Výpočet napětí

V našich úvahách budeme vycházet z teorie pružnosti (viz kapitola 1.3). Při výpočtu napětí budeme pro jednoduchost vycházet z bilineárního pracovního diagramu (viz obrázek 1.10), který popisuje chování průřezu jako ideálně pružnoplastické. Napětí v průřezu se bude pohybovat v počáteční pružné větvi, která je omezena určitou mezní hodnotou přetvoření. Tato hodnota je dle normy [9] označena jako ε_{c3} a její hodnota je pro betony běžných pevností (do třídy C50/60) dána jako $1,75 \cdot 10^{-3}$ [9].

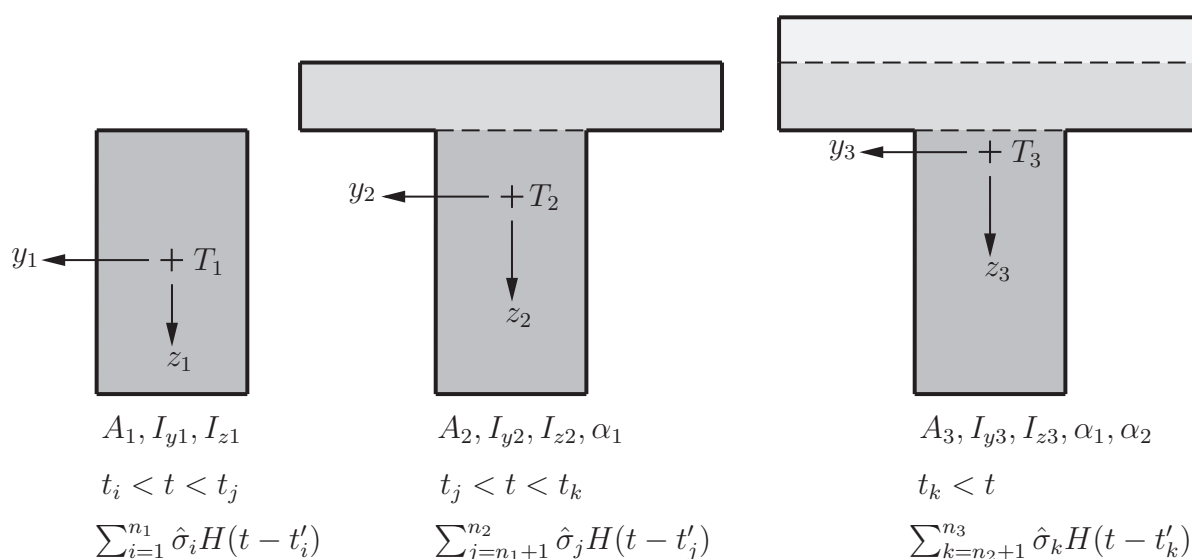
V kontextu s touto problematikou se nabízí také zmínit limitní hodnotu napětí, pro kterou se dá ještě uvažovat lineární dotvarování. Tato hodnota se opět bude lišit dle zdroje, ale obvykle se jedná o 40 – 50 % pevnosti betonu. Norma [9, 12] touto limitní hodnotou považuje $0,45f_{ck}(t_0)$, tedy 45 % charakteristické pevnosti betonu v tlaku ve stáří t_0 . Budeme předpokládat, že se pohybujeme v oblasti lineárního dotvarování.

Materiálové nelinearity v podobě obecnějších pracovních diagramů (jako například parabolicko-rektangulární) půjdou později aplikovat již s použitím principů osvojených na zjednodušeném bilineárním pracovním diagramu.

2.3.1 Součty napětí od jednotlivých zatížení na průřezu

V důsledku fází výstavby průřez podléhá nárůstům napětí v jednotlivých časech zatěžování. Nárůsty napětí se mohou týkat jednak změny průřezu vlivem přidání nosné vrstvy průřezu a tedy vlastní tíhy této vrstvy nebo se týkají přitížení vlivem takové vrstvy, která neplní statickou funkci. Dále můžeme zahrnout do zatížení také užitečná zatížení. Mají-li tato zatížení dlouhodobý charakter, projeví se ve výpočtu dotvarování svou kvazistálou složkou. Mají-li charakter krátkodobý, z praktického hlediska dotvarování neovlivňují.

Důležitým faktem, který je třeba zmínit je, že oproti teoretické sumě zatížení, která je definovaná v rovnicích 1.5 a 1.7 a tedy i na obrázku 1.2 se bude v čase měnit i průřez a jeho charakteristiky. Tudíž k historii zatěžování přibude ještě jistá historie průřezu.



Obrázek 2.1: Součty napětí v čase, historie průřezu

Celkový součet všech napětí v čase t postupně působících od časů t'_1, t'_2, t'_3, \dots vypočteme jako

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) = & \hat{\sigma}_1(A_1, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)H(t - t'_1) + \hat{\sigma}_2(A_1, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)H(t - t'_2) + \dots \\ & + \hat{\sigma}_3(A_2, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)H(t - t'_3) + \hat{\sigma}_4(A_2, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)H(t - t'_4) + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

Můžeme si všimnout, že různá napětí jsou závislá na různých průřezových charakteristikách a souřadnicích průřezu. Tato realita je důsledkem právě změny průřezu v čase. Například z rovnice 2.3 plyne, že určitá napětí σ_1 a σ_2 působí na průřezu s průřezovými charakteristikami A_1, I_{y1}, I_{z1} . Určitá napětí σ_3 a σ_4 poté působí na průřezu s průřezovými charakteristikami A_2, I_{y2}, I_{z2} . Napětí jsou také závislá na pracovních součinitelích $\alpha_1(t)$, popř $\alpha_2(t)$ (podrobnější vysvětlení viz kapitola 1.4.2).

2. VÝPOČET PŘETVOŘENÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU

Výpočet lze zapsat sumou přes všechna zatížení v dílčích úsecích průřezu.

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) = & \sum_{i=1}^{n_1} \hat{\sigma}_i(A_{c1}, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)H(t - t'_i) + \sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(A_{c2}, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)H(t - t'_j) + \\ & + \sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(A_{c3}, I_{y3}, I_{z3}, \alpha_1, \alpha_2, y_3, z_3)H(t - t'_k) + \dots \quad (2.4) \end{aligned}$$

Rovnici 2.4 bychom samozřejmě mohli rozvinout i pro nadcházející průřezy (tak jak by přibývaly další vrstvy průřezu), ale v praxi se většinou jedná pouze o průřez ze dvou materiálů (viz kapitola 1.2), tudíž vyjádření stačí takovouto formou.

2.3.2 Výpočet napětí na dílčích částech průřezu

V předchozí kapitole jsme principiálně stanovili proces výpočtu napětí, nyní stručně znázorníme, jak určit napětí na dílčích částech průřezu dle pravidel z kapitoly 1.4.2. Princip určení průběhu napětí na průřezu je zřejmý z obrázků 1.12 a 2.2.

	Napětí σ	Přetvoření ε
	$\sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(z_2) \frac{1}{\alpha_1}$	$\sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(z_2) \frac{1}{\alpha_1} J_2(t, t'_j)$
	$\sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(z_2)$	$\sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(z_2) J_1(t, t'_j)$
	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3) \frac{1}{\alpha_2}$	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3) \frac{1}{\alpha_2} J_3(t, t'_k)$
	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3) \frac{1}{\alpha_1}$	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3) \frac{1}{\alpha_1} J_2(t, t'_k)$
	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3)$	$\sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(z_3) J_1(t, t'_k)$

Obrázek 2.2: Proces výpočtu napětí a přetvoření v závislosti na poloze osy z

2.4 Výpočet přetvoření

K výpočtu přetvoření na průřezu nám schází pouze jeden krok, a tedy vynásobit působící napětí příslušnou funkcí poddajnosti podle toho v jaké části (v jakém materiálu) průřezu chceme přetvoření počítat. Je nezbytné podotknout, že se při výpočtu musíme držet principu superpozice (podrobněji viz kapitola 1.1.2). Tedy pro výpočet přetvoření v čase t od napětí působícího např. od času t_1 musíme použít funkci poddajnosti s argumenty t, t_1 . Pokud budeme chtít efekty sčítat, každé další napětí musíme přenásobit jinou funkcí poddajnosti se správnými argumenty.

Obdobně jako u napětí, sepíšeme součty dílčích přetvoření na průřezích abychom definovali celkovou sumu.

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \hat{\sigma}_1(A_{c1}, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)J(t, t'_1) + \hat{\sigma}_2(A_{c1}, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)J(t, t'_2) + \dots \\ & + \hat{\sigma}_3(A_{c2}, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)J(t, t'_3) + \hat{\sigma}_4(A_{c2}, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)J(t, t'_4) + \dots \end{aligned} \quad (2.5)$$

Výpočet opět zapíšeme sumou přes všechna zatížení v dílčích úsecích průřezu.

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \sum_{i=1}^{n_1} \hat{\sigma}_i(A_{c1}, I_{y1}, I_{z1}, y_1, z_1)J(t, t'_i) + \sum_{j=n_1+1}^{n_2} \hat{\sigma}_j(A_{c2}, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, y_2, z_2)J(t, t'_j) + \\ & + \sum_{k=n_2+1}^{n_3} \hat{\sigma}_k(A_{c2}, I_{y2}, I_{z2}, \alpha_1, \alpha_2, y_2, z_2)J(t, t'_k) + \dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

Princip určení průběhu přetvoření na průřezu je opět zřejmý z obrázku 2.2. Také připomeneme předpoklad zachování lineárního průběhu přetvoření po celé výšce průřezu.

2.5 Zjednodušení algoritmizace pro ruční výpočet

Vzhledem k osvojení a pochopení použitých principů je třeba zavést zjednodušení ve výpočtu tak, aby se výpočet dal provést v „ruční“ podobě. Železobeton je materiál se spoustou nelinearit – tyto nelinearity nejsou jednoduše zohlednitelné a pro ilustrační příklad by bylo moc komplikované některé z nich uvažovat.

2.5.1 Působení betonu v tahu, výztuž, trhliny

Beton je navrhován jako materiál působící převážně v tlaku, většina konvenčních přístupů nezohledňuje tahovou pevnost betonu vůbec. Pokud budeme v ručním výpočtu uvažovat teorii pružnosti, nabízí se uvážit i pevnost betonu v tahu. Výpočtově tak nebude docházet ke křehkým jevům, které by proces zbytečně komplikovaly. Výsledky ručního výpočtu díky tomu budou kontrolovatelné. Dle teorie pružnosti by se tedy jednalo o materiál homogenní, v tlačené části by chování betonu bylo popsáno ideálně pružnoplasticky, tahová větev pracovního diagramu by byla definována pouze pružně do meze pevnosti betonu v tahu f_{ct} . Abychom se přiblížili více realitě, můžeme do výpočtu zahrnout předpětí, které zabrání vzniku tahových napětí překračujících tahovou pevnost betonu. Z obdobného důvodu zanedbáme i další nelinearity jako působení výztuže a vliv vzniku trhlin – vzhledem k předpětí beton nepřesáhne svoji tahovou pevnost, a tudíž není prozatím třeba ani jedno uvažovat.

2.5.2 Dočasné návrhové situace, montážní podepření prefabrikátu, transport prefabrikátu

Skutečný proces výstavby zahrnuje i nutnou manipulaci prefabrikátu spojenou s dočasnými návrhovými situacemi. Spolu s transportem a osazením na podpory tyto jevy při návrhu vyžadují zahrnutí do výpočtu. Prefabrikát by se nemusel osazovat na finální podpory, a také by se v praxi mohly využít pomocné stojky, které by podpíraly prefabrikát v čase provádění a tuhnutí nabetonávky. Takováto změna statického systému v čase s uvažováním viskoelastičity materiálu vyžaduje značně komplikovaný a zdoluhavý výpočet, jak je zřejmé například z publikací [1] nebo [3]. Složitost takového výpočtu je také patrná např. z nastíněného postupu v kapitole 4.1. Pokud dochází ke změně statického schématu na velmi krátkou dobu (typicky při transportu a montáži), nosník je třeba posoudit z hlediska únosnosti – tedy efekt dotvarování nebude hrát dominantní roli. Podepření nosníku na delší časové období se ale na finálním působení konstrukce významně podepíše.

Přestože je změna statického systému pro prefabrikované či prefamonolitické systémy typická, v ručním výpočtu by nijak neznázorňovala problematiku spřaženého průřezu, a tudíž nebudeme takové změny v ručním výpočtu uvažovat.

Dílenské schéma:



Transportní schéma:



Montážní schéma:



Pomocné stojky:



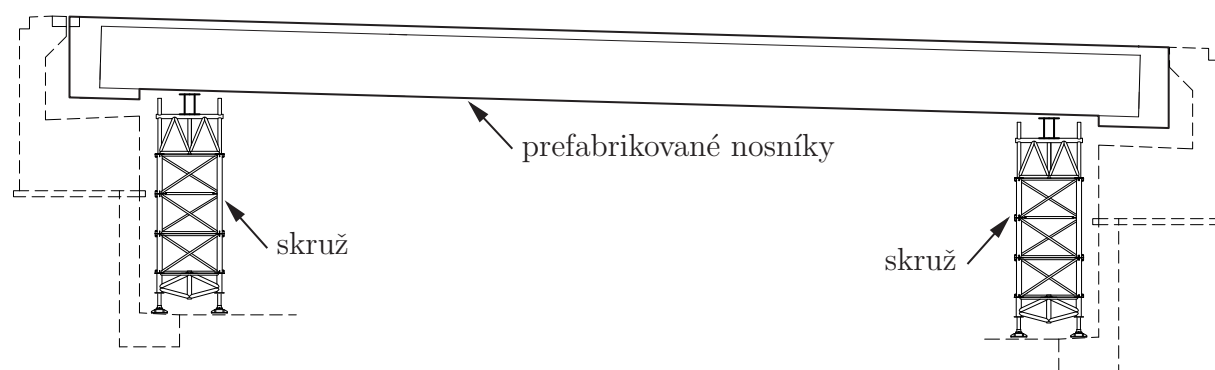
Provozní schéma:



Obrázek 2.3: Dočasné návrhové situace

2.5.3 Působení nabetonávky ve spřaženém průřezu

Po betonáži nabetonávky roste s časem její pevnost a tuhost, a tak se postupně vlivem dotvarování prefabrikátu začíná podílet na přenosu zatížení (pokud tedy není prefabrikát i s nabetonávkou po celé své délce podepřen). Okamžik aktivace nabetonávky není snadné určit, závisí na řadě faktorů – jednak na technologii výstavby, jednak na průběhu zrání betonu. Obzvlášť je třeba upozornit na technologii (proces) výstavby a efekty na konstrukci s ním spojené. Podílení se nabetonávky na přenosu napětí závisí zejména na tom zda, jakým způsobem a na jak dlouho bylo provedeno podstojkování prefabrikátu. Mohlo být provedeno po celé délce nosníku (teoretický příklad) nebo bylo použito omezené množství stojek (praktický příklad). Pokud by bylo provedeno podstojkování po celé délce nosníku (v praxi zajištěno dostatečným množstvím stojek), lze bez problému uvažovat skokovou aktivaci nabetonávky při jejich odstranění. S omezeným počtem stojek (popř. bez podstojkování) je náběh tuhosti nabetonávky postupný s tím jak zraje beton.



Obrázek 2.4: Příklad uložení prefabrikátu na dočasné podpory při výstavbě spřažené mostní konstrukce ¹

Přerozdělení napětí mezi prefabrikátem a nabetonávkou v čase se dá prokazatelně popsat kombinací relaxační funkce a funkce poddajnosti, popřípadě redistribuční funkcí. Tyto metody jsou ovšem pro ruční výpočet tak náročné, že je nebudeme zahrnovat. Přesto je nutno dodat, že fakt podílení se nabetonávky na přenosu zatížení ve spřaženém průřezu v čase mezi provedením nabetonávky a dalším přitížením je nezanedbatelný. V ručním výpočtu tedy budeme uvažovat, že spřažený průřez (a tedy i nabetonávka) se aktivuje skokově až v momentě přitížení od dalšího zatížení. Pevnost a tuhost nabetonávky je tak mezi betonáží a dalším přitížením uvažována nulová.

¹Za poskytnutí podkladů pro výstavbu spřaženého dálničního mostu na dálnici D3 děkuji panu Ing. Janovi Hamouzovi ze společnosti Sagasta.

2.5.4 Ztráty předpětí

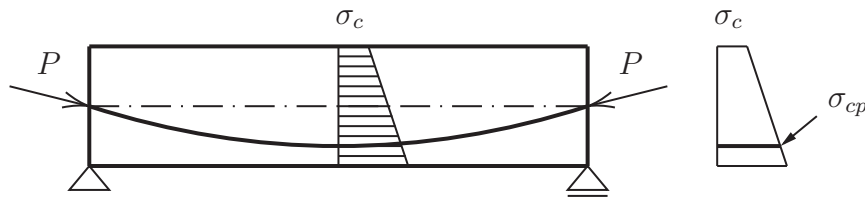
Na průběh napětí ve výztuži v čase mají samozřejmě zásadní vliv dlouhodobé ztráty předpětí mezi něž patří ztráty relaxací předpínací výztuže a ztráty dotvarováním a smršťováním betonu. Jak je známo, ztráty předpětí vychází z Hookova zákona, tedy ztráta od dotvarování $\Delta\sigma_{pc}$ je definována jako [16]

$$\Delta\sigma_{pc}(t) = E_p \varepsilon_{cc}(t) \quad (2.7)$$

Kde $\varepsilon_{cc}(t)$ je přetvoření betonu od dotvarování. Přetvoření od dotvarování nahradíme součinem pružného přetvoření $\varepsilon_{ci}(t')$ a součinitele dotvarování. E_p je modul pružnosti předpínací výztuže [16].

$$\Delta\sigma_{pc}(t) = E_p \varepsilon_{ci}(t') \varphi(t, t') = E_p \frac{\sigma_{cp}}{E(t')} \varphi(t, t') \quad (2.8)$$

Kde σ_{cp} je napětí na průřezu od zatížení (tedy i od předpětí) v místě předpínací výztuže. Jak je zřejmé, vlivem ztrát předpětí by se ale toto napětí měnilo, a to by zapříčilo znovu změnu ztrát předpětí. Jedná se tedy o cyklický výpočet, kde vstupní proměnná σ_{cp} závisí na proměnné výstupní $\Delta\sigma_{pc}$.



Obrázek 2.5: Označení napětí σ_{cp} [16]

Z výše uvedených důvodů se v ručním výpočtu ztrátami předpětí nebudeme zabývat, ostatně problematika ztrát předpětí není stěžejním tématem této práce. Výsledný výpočet přetvoření na průřezu tak bude ovlivněn tím, že se předpínací síla časem nemění a zůstává konstantní po celou uvažovanou dobu výpočtu.

3 Příklad výpočtu přetvoření na spřaženém průřezu

Pro snazší pochopení budou principy z předcházející kapitoly ilustrovány na příkladu spřaženého prostého nosníku. Tato kapitola tak bude používat zavedené algoritmy. Pro tento výpočet byl vyvinut výpočetní nástroj v aplikaci Excel, který pomocí programovacího jazyka VBA počítá časový výpočet přetvoření spřaženého průřezu, tak jak byl numericky definován v předchozí kapitole. Jednoduchý kód maker pro VBA je spolu se souborem aplikace Excel uveden v přílohách A a C této práce.

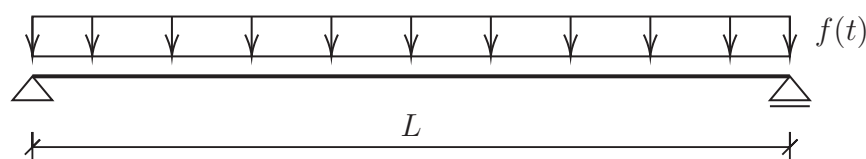
Zdrojový kód výpočtu průřezových charakteristik a napětí na homogenním spřaženém průřezu složeném ze dvou obdélníkových prvků s postupem výstavby je přiložen v rámci přílohy B. Důvodem pro zprogramování byla motivace k implementaci celého výpočtu přetvoření do software, jednalo se o první krok takového uplatnění, ale v samotné práci tento kód nebyl nijak využit.

3.1 Zadání příkladu

3.1.1 Statické schéma

Rozpon nosníku

$$L = 15 \text{ m}$$



Obrázek 3.1: Statické schéma

3.1.2 Materiály prefabrikátu a nabetonávky

Objemová tíha betonu

$$\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$$

3.1.2.1 Prefabrikát

Beton

C 50/60

Střední hodnota pevnosti betonu v tlaku

$$f_{cm,p} = 58 \text{ MPa}$$

Střední hodnota modulu pružnosti betonu

$$E_{cm,p} = 37 \text{ GPa}$$

Třída cementu

R

3.1.2.2 Nabetonávka

Beton

C 30/37

Střední hodnota pevnosti betonu v tlaku

$$f_{cm,m} = 38 \text{ MPa}$$

Střední hodnota modulu pružnosti betonu

$$E_{cm,m} = 32 \text{ GPa}$$

Třída cementu

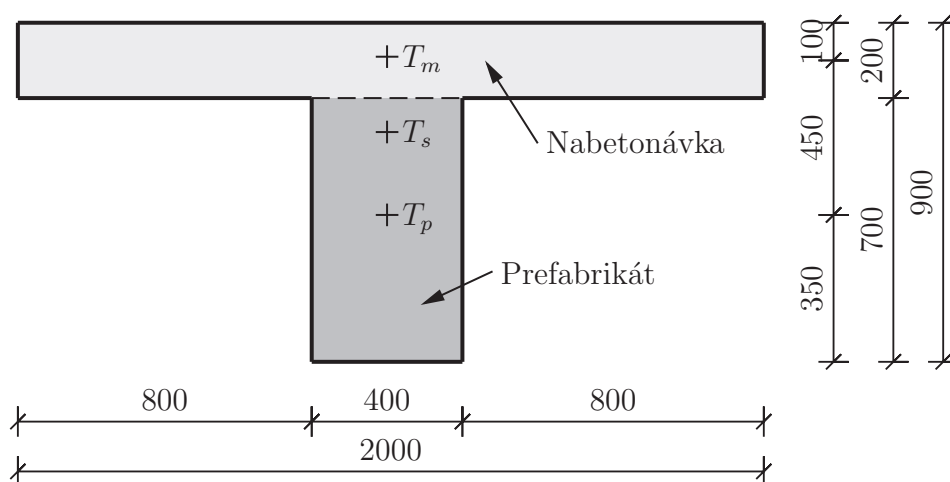
R

3. PŘÍKLAD VÝPOČTU PŘETVOŘENÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU

3.1.3 Průřez

Výška průřezu prefabrikátu	$h_p = 0,7 \text{ m}$
Šířka průřezu prefabrikátu	$b_p = 0,4 \text{ m}$
Tloušťka nabetonávky (konstantní)	$h_m = 0,2 \text{ m}$
Šířka nabetonávky	$b_m = 0,8 \text{ m}$
Celková výška průřezu	$h_{tot} = 0,9 \text{ m}$
Celková šířka průřezu	$b_{tot} = 2,0 \text{ m}$

Pracovní spára spočívá mezi prefabrikátem a nabetonávkou (monolitickou deskou).



Obrázek 3.2: Průřez

3.1.3.1 Průřezové charakteristiky prefabrikátu a nabetonávky

Plocha průřezu prefabrikátu	$A_p = 0,28 \text{ m}^2$
Plocha průřezu nabetonávky	$A_m = 0,4 \text{ m}^2$

Moment setrvačnosti prefabrikátu

$$I_{y,p} = 1/12 \cdot b_p \cdot h_p^3 = 0,0114\bar{3} \text{ m}^4$$

Moment setrvačnosti nabetonávky

$$I_{y,m} = 1/12 \cdot b_{tot} \cdot h_m^3 = 0,001\bar{3} \text{ m}^4$$

Náhradní rozměr průřezu prefabrikátu

$$h_{0,p} = \frac{2 \cdot A_p}{2 \cdot h_p + b_p} = 311,1 \text{ mm}$$

Náhradní rozměr průřezu nabetonávky

$$h_{0,m} = \frac{2 \cdot A_m}{2 \cdot b_{tot} - b_p + 2 \cdot h_m} = 200 \text{ mm}$$

Vzhledem ke skutečnosti, že se průřezové charakteristiky spřaženého průřezu jednak mění v čase a jednak jsou potřeba až při výpočtu napětí ve 3. fázi výstavby (viz dále), jejich výpočet je proveden až v kapitole 3.3.3.

3.1.4 Časové údaje

Předepnutí prefabrikátu, působení vlastní tíhy	$t_1 = 3$ dny
Betonáž nabetonávky	$t_2 = 28$ dní
Přítížení od ostatního stálého zatížení	$t_3 = 56$ dní
100 let	$t_\infty = 36\,500$ dní

3.1.5 Fáze výstavby (zjednodušeně)

Předepnutí prefabrikátu	Fáze výstavby 1
Osazení prefabrikátu	-
Betonáž nabetonávky	Fáze výstavby 2
Přítížení od ostatního stálého zatížení	Fáze výstavby 3

Dočasné návrhové situace (montážní stavy) prefabrikátu nejsou uvažovány. Prefabrikát je osazen na finální podpory a betonáž nabetonávky probíhá taktéž bez podstojkování (montážního podepření) prefabrikátu. Nabetonávka se provádí přímo na nosník, tedy například do dostatečně únosného ztraceného bednění. Nabetonávka tak spočívá celou svojí tíhou na prefabrikátu. Detailnější komentář k dočasným návrhovým situacím již byl popsán v kapitole 2.5.2.

3.1.6 Zatížení

Zatížení vlastní tíhou prefabrikátu	$g_{0,p} = A_p \cdot \gamma_c = 7$ kN/m
Zatížení vlastní tíhou nabetonávky	$g_{0,m} = A_m \cdot \gamma_c = 10$ kN/m
Zatížení ostatní stálé	$g_3 = 10$ kN/m

3.1.7 Vnitřní síly od zatížení konstrukce

Výpočet vnitřních sil, napětí i přetvoření bude proveden v nejvíce namáhaném průřezu, tedy v polovině rozpětí nosníku.

Moment od vlastní tíhy prefabrikátu

$$M_{0,p} = \frac{1}{8} \cdot g_{0,p} \cdot L^2 = 196,875 \text{ kNm}$$

Moment od vlastní tíhy nabetonávky

$$M_{0,m} = \frac{1}{8} \cdot g_{0,m} \cdot L^2 = 281,25 \text{ kNm}$$

Moment od ostatního stálého zatížení

$$M_3 = \frac{1}{8} \cdot g_3 \cdot L^2 = 281,25 \text{ kNm}$$

Moment celkový

$$M_{tot} = M_{0,p} + M_{0,m} + M_3 = 759,375 \text{ kNm}$$

3.1.8 Předpětí

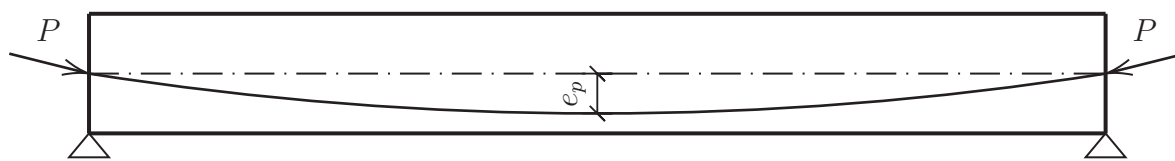
Trasa předpětí je uvažována jako parabolická (předpokládáme dodatečně předeprnutý prefabrikát), v příkladu se počítá zjednodušeně se silou od předpětí a excentricitou v nejvíce namáhaném průřezu. Ztráty předpětí nejsou uvažovány a předpínací síla je v čase konstantní, detailnější popis viz kapitola 2.5.4.

Síla předpětí

$$P = 1850 \text{ kN}$$

Excentricita předpětí vůči těžišti prefabrikátu

$$e_p = 0,2 \text{ m}$$



Obrázek 3.3: Jednoduché schéma předpětí

3.1.9 Spřažení prefabrikátu a nabetonávky

V souvislosti s problematikou nastíněnou v kapitole 1.2.4 je třeba rozhodnout počáteční podmínku spřažení prefabrikátu a nabetonávky. V našem případě je na místě uvažovat idealizovaný plně spřažený průřez, aby platila Bernouilli-Navierova hypotéza a nedocházelo tak k přerozdělení napětí vlivem pokluzu v pracovní spáře. Nutno dodat, že plné spřažení je ostatně obvyklým případem návrhu, takže tato idealizace odpovídá realitě.

3.1.10 Okrajové podmínky prostředí

Ve výpočtech dotvarování (ať už se jedná o komplexní modely či normy) je možné vzít v potaz vliv zvýšených nebo snížených teplot na zralost betonu. V normě [9] se upravuje stáří betonu s přihlédnutím k vlivu teploty, kterým se nahrazuje čas t v příslušných vztazích. Přestože by problematika neobvyklých teplot na působení konstrukce jistě měla vliv na zralost betonu, budeme respektovat zadání okrajové podmínky a budeme ve výpočtu uvažovat obvyklý předpoklad konstantní teploty. Stejně jako tomu je u teploty, i relativní vlhkost vzduchu se může v čase měnit a podílet se na prostředí, kterému je konstrukce vystavena. Pro jednoduchost budeme uvažovat po celou dobu konstantní teplotu i relativní vlhkost vzduchu.

Relativní vlhkost interiéru

$$RH = 50 \%$$

Teplota interiéru

$$T = 20^{\circ}C$$

3.2 Výpočet dotvarování

Výpočet dotvarování byl proveden dle Eurokódu 2 [9]. Bylo využito vztahů z kapitoly 1.7.

3.2.1 Výpočet součinitelů dotvarování prefabrikátu

3.2.1.1 Součinitele závislé na pevnosti betonu a relativní vlhkosti prostředí

Součinitele vlivu pevnosti betonu

$$\alpha_1 = 0,7022$$
$$\alpha_2 = 0,9039$$
$$\alpha_3 = 0,7768$$

Součinitel vystihující vliv pevnosti betonu na základní součinitel dotvarování

$$\beta(f_{cm}) = 2,2059$$

Součinitel vystihující vliv relativní vlhkosti na základní součinitel dotvarování

$$\varphi_{RH} = 1,3723$$

Součinitel závislý na relativní vlhkosti a na náhradním rozměru prvku

$$\beta_H = 660,919$$

3.2.1.2 Vliv času vnesení zatížení

Úprava stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení t_0 (vliv druhu cementu)

Čas vnesení zatížení 3 dny $t_{0,1} = 7,706$ dní

Čas vnesení zatížení 28 dní $t_{0,2} = 32,458$ dní

Čas vnesení zatížení 56 dní $t_{0,3} = 59,960$ dní

Součinitele vystihující vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení na základní součinitel dotvarování

Čas vnesení zatížení 3 dní $\beta(t_{0,1}) = 0,6233$

Čas vnesení zatížení 28 dní $\beta(t_{0,2}) = 0,4749$

Čas vnesení zatížení 56 dní $\beta(t_{0,3}) = 0,4224$

3.2.1.3 Základní součinitele dotvarování

Čas vnesení zatížení 3 dní $\varphi_{0,1} = 1,8868$

Čas vnesení zatížení 28 dní $\varphi_{0,2} = 1,4376$

Čas vnesení zatížení 56 dní $\varphi_{0,3} = 1,2786$

3.2.1.4 Součinitele časového průběhu dotvarování po zatížení

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 3$ dny $\beta_c(36500, 3) = 0,994630$

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 28$ dní $\beta_c(36500, 28) = 0,994627$

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 56$ dní $\beta_c(36500, 56) = 0,994623$

3.2.1.5 Součinitele dotvarování

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 3$ dny	$\varphi_1(36500, 3) = 1,8766$
Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 28$ dní	$\varphi_2(36500, 28) = 1,4299$
Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 56$ dní	$\varphi_3(36500, 56) = 1,2717$

3.2.2 Výpočet součinitele dotvarování nabetonávky**3.2.2.1 Součinitele závislé na pevnosti betonu a relativní vlhkosti**

Součinitele vlivu pevnosti betonu	$\alpha_1 = 0,9441$
	$\alpha_2 = 0,9837$
	$\alpha_3 = 0,9597$

Součinitel vystihující vliv pevnosti betonu na základní součinitel dotvarování
 $\beta(f_{cm}) = 2,7253$

Součinitel vystihující vliv relativní vlhkosti na základní součinitel dotvarování
 $\varphi_{RH} = 1,7777$

Součinitel závislý na relativní vlhkosti a na náhradním rozměru prvku
 $\beta_H = 539,959$

3.2.2.2 Vliv času vnesení zatížení

Úprava stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení t_0 (vliv druhu cementu)
 Čas vnesení zatížení 28 dní $t_0 = 32,458$ dní

Součinitel vystihující vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení na základní součinitel dotvarování
 Čas vnesení zatížení 28 dní $\beta(t_0) = 0,4749$

3.2.2.3 Základní součinitel dotvarování

Čas vnesení zatížení 28 dní $\varphi_0 = 2,3008$

3.2.2.4 Součinitele časového průběhu dotvarování po zatížení

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 28$ dní $\beta_c(36500, 28) = 0,995601$

3.2.2.5 Součinitel dotvarování

Čas $t = 36500$ dní, $t_0 = 28$ dní $\varphi(36500, 28) = 2,2907$

3.3 Výpočet napětí

3.3.1 Výpočet napětí od vlastní tíhy prefabrikátu, předpětí; fáze výstavby 1

Jak již bylo výše zmíněno:

Moment od vlastní tíhy prefabrikátu

$$M_{0,p} = 196,875 \text{ kNm}$$

Síla předpětí

$$P = 1850 \text{ kN}$$

Excentricita předpětí vůči těžišti prefabrikátu

$$e_p = 0,2 \text{ m}$$

Dosazením do rovnice 1.17 dostaneme:

Napětí od vlastní tíhy (krajní vlákna prefabrikátu)

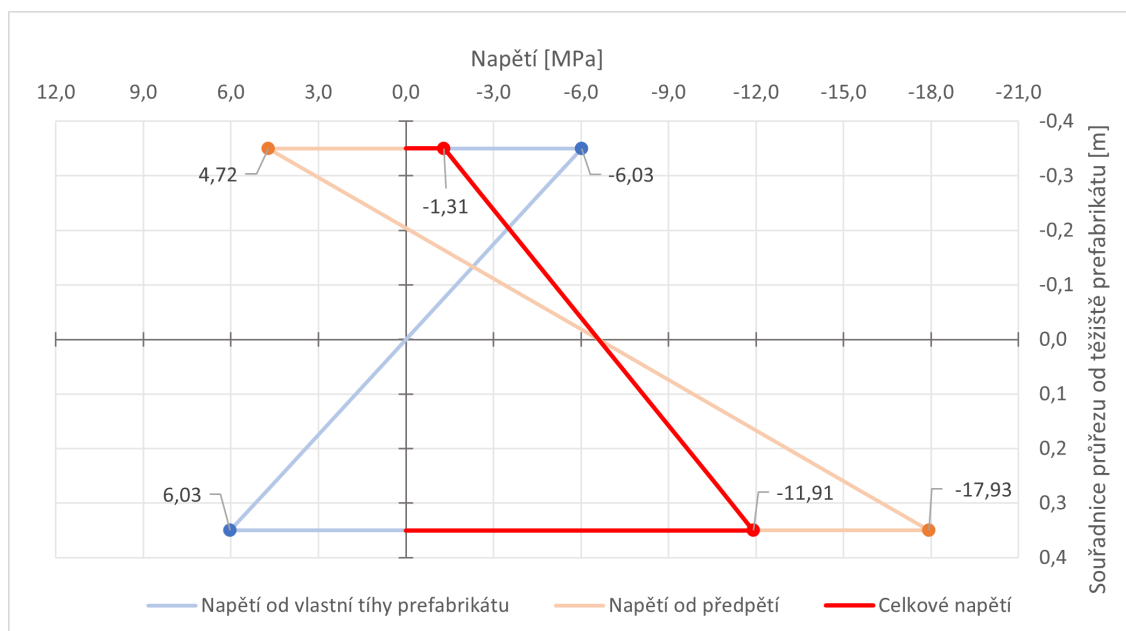
$$\sigma_{0,p} = \frac{M_{0,p}}{I_{y,p}} \cdot z = \frac{196,875}{0,011433} \cdot (\pm 0,35) = \pm 6,027 \text{ MPa}$$

Napětí od předpětí (horní vlákna prefabrikátu)

$$\sigma_p = \frac{-P}{A_c} + \frac{-P \cdot e_p}{I_{y,p}} \cdot z = \sigma_p = \frac{-1850}{0,28} + \frac{-1850 \cdot 0,2}{0,011433} \cdot (-0,35) = 4,719 \text{ MPa}$$

Napětí od předpětí (dolní vlákna prefabrikátu)

$$\sigma_p = \frac{-P}{A_c} + \frac{-P \cdot e_p}{I_{y,p}} \cdot z = \frac{-1850}{0,28} + \frac{-1850 \cdot 0,2}{0,011433} \cdot 0,35 = -17,934 \text{ MPa}$$



Obrázek 3.4: Napětí na průřezu od vlastní tíhy prefabrikátu a předpětí

3.3.2 Výpočet napětí od vlastní tíhy nabetonávky; fáze výstavby 2

V příkladu uvažujeme, že nabetonávka se provádí přímo na nosník bez montážního podpěření (viz kapitola 3.1.5).

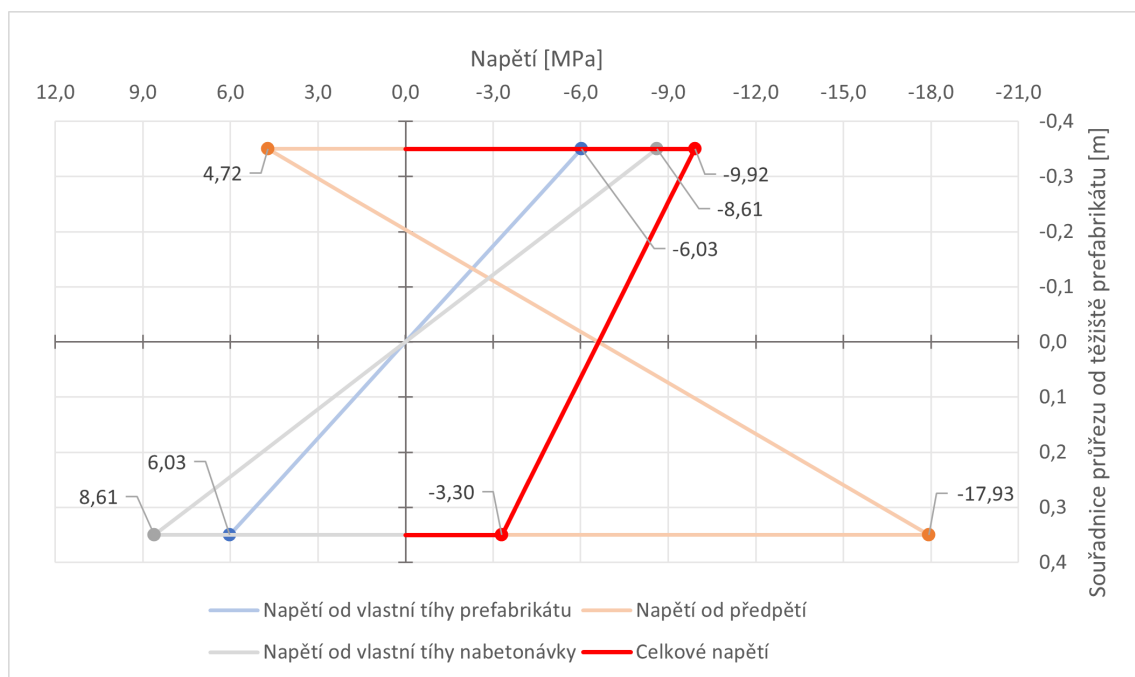
Moment od tíhy nabetonávky

$$M_{0,m} = 281,25 \text{ kNm}$$

Dosažením do rovnice 1.17 dostaneme:

Napětí od vlastní tíhy nabetonávky (krajní vlákna prefabrikátu)

$$\sigma_{0,m} = \frac{M_{0,m}}{I_{y,p}} \cdot z = \frac{281,25}{0,011433} \cdot (\pm 0,35) = \pm 8,610 \text{ MPa}$$



Obrázek 3.5: Napětí na průřezu od vlastní tíhy prefabrikátu, předpětí a tíhy nabetonávky

3.3.3 Výpočet napětí od přetížení a celkové napětí na spřaženém průřezu; fáze výstavby 3 (finální)

Jak bylo popsáno detailněji v kapitolách 1.4.2 a 2.2, v důsledku změn efektivních modulů pružnosti prefabrikátu a nabetonávky se výpočet napětí ve fázi výstavby 3 mění v čase. Výpočet tedy demonstrováme v časech t_3 a t_∞ (konkrétní časy viz kapitola 3.1.4) pro porovnání.

3.3.3.1 Průřezové charakteristiky spřaženého průřezu v časech t_3 a t_∞

Vzhledem k tomu, že se tuhosti nabetonávky a prefabrikátu obecně liší (konkrétně jejich funkce poddajnosti při zvažování dlouhodobého chování), je třeba zavést pracovní součinitel (detailněji viz kapitola 2.2).

Pracovní součinitel v časech

$$\alpha_e(t_3) = \frac{E_{\text{eff},p}(56, 56)}{E_{\text{eff},m}(28, 28)} = \frac{37}{32} = 1,15625$$

$$\alpha_e(t_\infty) = \frac{E_{\text{eff},p}(36500, 56)}{E_{\text{eff},m}(36472, 28)} = \frac{16,287}{9,725} = 1,6749$$

Plocha ideálního spřaženého průřezu

$$A_s(t_3) = A_p + \frac{1}{\alpha_e(t_3)} \cdot A_m = 0,625946 \text{ m}^2$$

$$A_s(t_\infty) = 0,51882 \text{ m}^2$$

Těžiště ideálního spřaženého průřezu (od spodních vláken prefabrikátu)

$$T_s(t_3) = \frac{A_p \cdot \frac{h_p}{2} + \frac{1}{\alpha_e(t_3)} \cdot A_m \cdot (h_p + \frac{h_m}{2})}{A_p + \frac{1}{\alpha_e(t_3)} \cdot A_m} = 0,5987 \text{ m}$$

$$T_s(t_\infty) = 0,5571 \text{ m}$$

Moment setrvačnosti ideálního spřaženého průřezu

$$I_{y,s,\alpha}(t_3) = I_{y,p} + A_p \cdot (T_s(t_3) - h_p/2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_e(t_3)} [I_{y,m} + A_m \cdot (h_p - T_s(t_3) + h_m/2)^2] = 0,043923 \text{ m}^4$$

$$I_{y,s,\alpha}(t_\infty) = 0,038329 \text{ m}^4$$

3.3.3.2 Napětí na spřaženém průřezu průřezu v časech t_3 a t_∞

Moment od ostatního stálého zatížení $M_3 = 281,25$ kNm

Dosažením do rovnice 1.17 s uvážením ideálního průřezu dostaneme:

Napětí od přitížení v nabetonávce (horní vlákna)

$$\sigma_3(t_3) = \frac{M_3}{I_{y,s,\alpha}(t_3)} \cdot z \cdot \frac{1}{\alpha_e(t_3)} = \frac{281,25}{0,043923} \cdot (-0,3013) \cdot \frac{1}{1,15625} = -1,669 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(t_\infty) = \frac{281,25}{0,038329} \cdot (-0,3429) \cdot \frac{1}{1,6749} = -1,502 \text{ MPa}$$

Napětí od přitížení v nabetonávce (pracovní spára)

$$\sigma_3(t_3) = \frac{M_3}{I_{y,s,\alpha}(t_3)} \cdot z \cdot \frac{1}{\alpha_e(t_3)} = \frac{281,25}{0,043923} \cdot (-0,1013) \cdot \frac{1}{1,15625} = -0,561 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(t_\infty) = \frac{281,25}{0,038329} \cdot (-0,1429) \cdot \frac{1}{1,6749} = -0,626 \text{ MPa}$$

Napětí od přitížení v prefabrikátu (pracovní spára – horní vlákna prefabrikátu)

$$\sigma_3(t_3) = \frac{M_3}{I_{y,s,\alpha}(t_3)} \cdot z = \frac{281,25}{0,043923} \cdot (-0,1013) = -0,649 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(t_\infty) = \frac{281,25}{0,038329} \cdot (-0,1429) = -1,048 \text{ MPa}$$

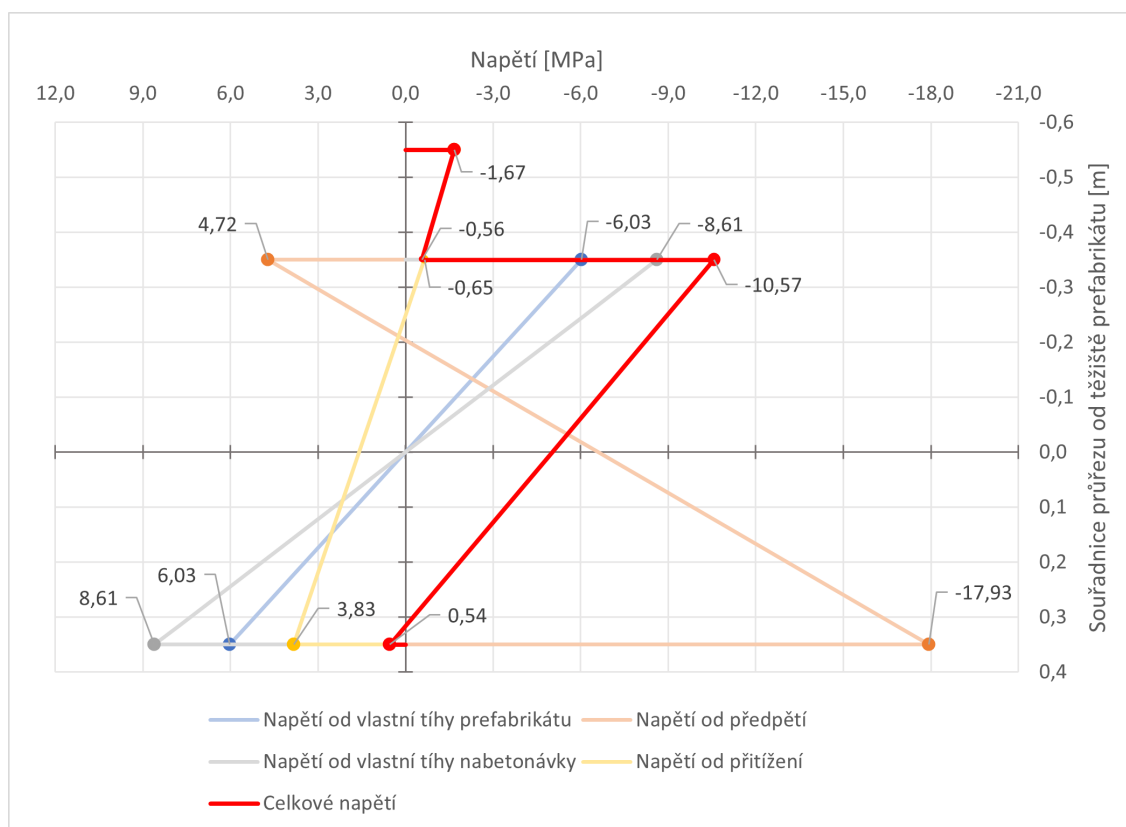
Napětí od přitížení v prefabrikátu (dolní vlákna)

$$\sigma_3(t_3) = \frac{M_3}{I_{y,s,\alpha}(t_3)} \cdot z = \frac{281,25}{0,044084} \cdot 0,5987 = 3,834 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(t_\infty) = \frac{281,25}{0,038329} \cdot 0,5571 = 4,088 \text{ MPa}$$

Celková napětí na spřaženém průřezu dostaneme prostým součtem výše spočítaných napětí.

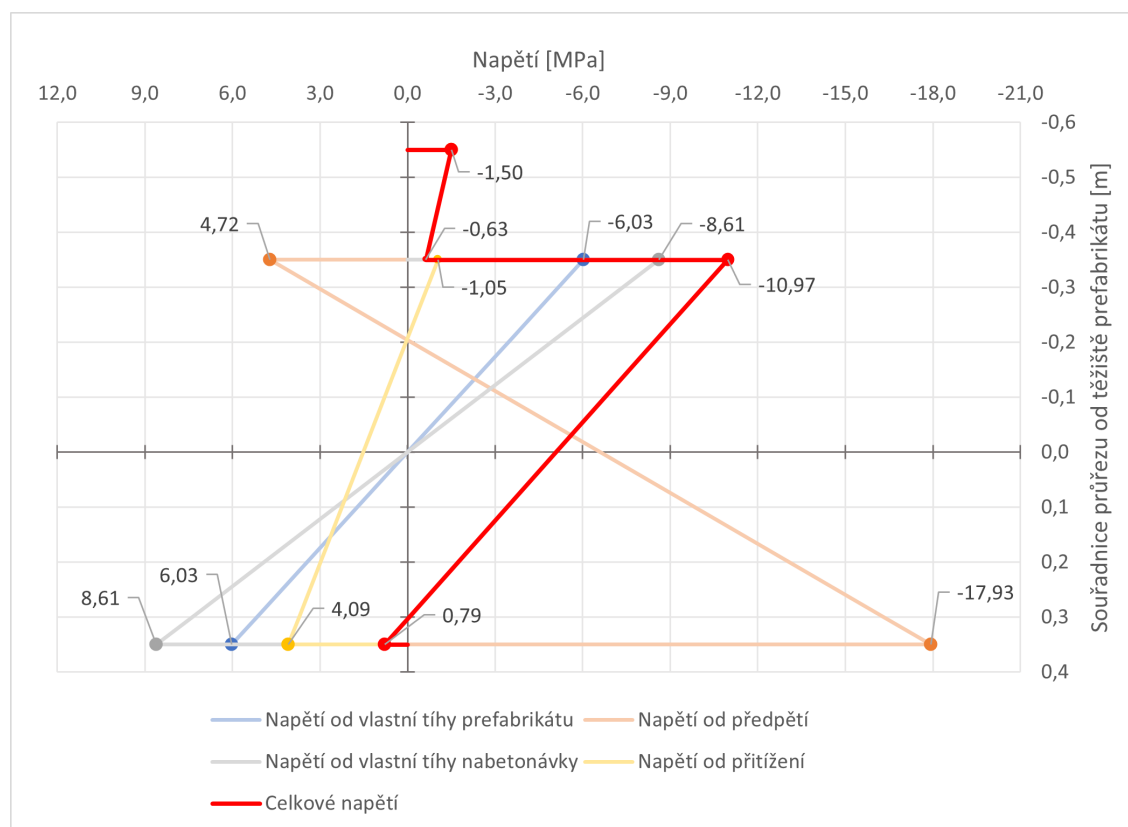
3. PŘÍKLAD VÝPOČTU PŘETVOŘENÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU



Obrázek 3.6: Celkové napětí od všech zatížení na spřaženém průřezu, čas 56 dní

z_{tp}	$\sigma_{0,p}$	σ_p	$\sigma_{0,m}$	σ_3	$\sigma_{x,celk}$
[m]	[MPa]				
-0,550	-	-	-	-1,669	-1,669
-0,350	-	-	-	-0,561	-0,561
-0,350	-6,027	4,719	-8,610	-0,649	-10,566
-0,249	-4,283	1,441	-6,118	0,000	-8,959
0,000	0,000	-6,607	-0,000	1,593	-5,015
0,316	5,444	-16,839	7,778	3,617	0,000
0,350	6,027	-17,934	8,610	3,834	0,536

Tabulka 3.1: Napětí na průřezu od jednotlivých zatížení, fáze výstavby 3 (finální), čas 56 dní



Obrázek 3.7: Celkové napětí od všech zatížení na spráženém průřezu, čas 36500 dní

z_{tp}	$\sigma_{0,p}$	σ_p	$\sigma_{0,m}$	σ_3	$\sigma_{x,celk}$
[m]	[MPa]				
-0,550	-	-	-	-1,502	-1,502
-0,350	-	-	-	-0,626	-0,626
-0,350	-6,027	4,719	-8,610	-1,048	-10,965
-0,249	-4,283	1,441	-6,118	0,000	-8,959
0,000	0,000	-6,607	-0,000	1,593	-5,015
0,303	5,216	-16,410	7,451	3,743	0,000
0,350	6,027	-17,934	8,610	4,088	0,791

Tabulka 3.2: Napětí na průřezu od jednotlivých zatížení, fáze výstavby 3 (finální), čas 36500 dní

Spočítali jsme dílčí průběhy napětí od jednotlivých složek ve dvou zvolených časech. Tři složky napětí $\sigma_{0,p}$, σ_p a $\sigma_{0,m}$ jsou neměnné, protože napětí působí pouze na prefabrikátu, a tudíž se zde neprojeví efekt změny pracovního součinitele v čase. Ten se projeví až u napětí σ_3 vlivem poklesu efektivních modulů (funkcí poddajnosti). Ve výsledku je patrné, že

3. PŘÍKLAD VÝPOČTU PŘETVOŘENÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU

v čase roste napětí v prefabrikátu a klesá v nabetonávce, protože pracovní součinitel v čase stoupá. V konkrétním studovaném případě je rozdíl malý v důsledku velmi podobných materiálových vlastností obou materiálů. Uvedený příklad však dobře ilustruje princip řešené problematiky.

3.3.4 Výpočet rovnováhy napětí na spřaženém průřezu v čase t_3

Pro kontrolu lze také spočítat rovnováhu sil v průřezu, z obrázku 3.6 nebo tabulky 3.1 lze odečíst všechny potřebné hodnoty. Výpočet rovnováhy bude proveden v čase t_3 .

V tlačené části průřezu působí tlaková síla v nabetonávce a prefabrikátu. V tažené části průřezu (ta je díky předpětí jen velmi malá) působí pouze tahová síla v prefabrikátu. Aby byla zachována rovnováha v průřezu, musíme ještě započítat předpínací (tlakovou) sílu. Jednotlivé síly se rovnají součinu napětí a plochy, která je v průřezu ve skutečnosti namáhána.

Tlaková síla v nabetonávce

$$F_1 = \frac{(-1,6685 - 0,5610) \cdot 1000}{2} \cdot 0,4 = -445,902 \text{ kN}$$

Tlaková síla v prefabrikátu

$$F_2 = \frac{-10,5657 \cdot 1000}{2} \cdot (0,5649 + 0,1013) \cdot 0,4 = -1407,726 \text{ kN}$$

Předpínací síla (opačné znaménko)

$$F_3 = P = 1850,000 \text{ kN}$$

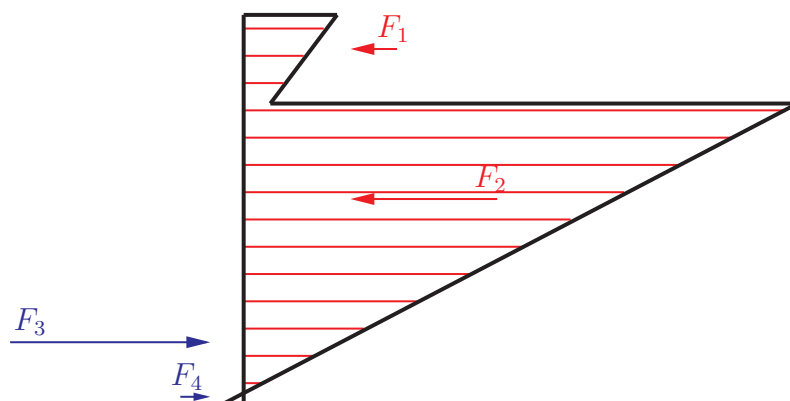
Tahová síla v prefabrikátu

$$F_4 = \frac{0,5364 \cdot 1000}{2} \cdot (0,5987 - 0,5649) \cdot 0,4 = 3,629 \text{ kN}$$

Z podmínky rovnováhy na průřezu vzejde:

Tlakové síly + Tahové síly + Předpínací síla = 0

$$-445,902 - 1407,726 + 3,629 + 1850,000 = 0,001 \text{ kN} \approx 0 \text{ kN} \rightarrow \text{Vyhovuje}$$



Obrázek 3.8: Rovnováha sil na spřaženém průřezu (stádium 3)

3.4 Výpočet přetvoření

Dle postupu výpočtu uvedeného v kapitole 2.4 dosadíme do vzorců pro výpočet přetvoření. Použijeme hodnoty napětí spočítané v předchozí kapitole.

3.4.1 Výpočet přetvoření od dílčích napětí

Prefabrikát

Přetvoření prefabrikátu od vlastní tíhy (krajní vlákna)

$$\varepsilon_{0,p} = \sigma_{0,p} J_p(t, 3) = \sigma_{0,p} \frac{1 + \varphi(t, 3)}{E_{cm,p}(3)} = \pm 6,027 \frac{1 + \varphi(t, 3)}{32,708}$$

$$\varepsilon_{0,p}(t = 36500) = \pm 6,027 \frac{1 + 1,8766}{32,708} = \pm 0,530 \text{ ‰}$$

Přetvoření prefabrikátu od předpětí (horní vlákna – budoucí pracovní spára)

$$\varepsilon_p = \sigma_p J_p(t, 3) = \sigma_p \frac{1 + \varphi(t, 3)}{E_{cm,p}(3)} = 4,719 \frac{1 + \varphi(t, 3)}{32,708}$$

$$\varepsilon_p(36500) = 4,719 \frac{1 + 1,8766}{32,708} = 0,415 \text{ ‰}$$

Přetvoření prefabrikátu od předpětí (dolní vlákna)

$$\varepsilon_p = \sigma_p J_p(t, 3) = \sigma_p \frac{1 + \varphi(t, 3)}{E_{cm,p}(3)} = -17,934 \frac{1 + \varphi(t, 3)}{32,708}$$

$$\varepsilon_p(36500) = -17,934 \frac{1 + 1,8766}{32,708} = -1,577 \text{ ‰}$$

Přetvoření prefabrikátu od vlastní tíhy nabetonávky (krajní vlákna)

$$\varepsilon_{0,m} = \sigma_{0,m} J_p(t, 28) = \sigma_{0,m} \frac{1 + \varphi(t, 28)}{E_{cm,p}(28)} = \pm 8,610 \frac{1 + \varphi(t, 28)}{37}$$

$$\varepsilon_{0,m}(36500) = \pm 8,610 \frac{1 + 1,4299}{37} = \pm 0,565 \text{ ‰}$$

Přetvoření prefabrikátu od přitížení (pracovní spára)

$$\varepsilon_{3,p} = \sigma_{3,p} J_p(t, 56) = \sigma_{3,p} \frac{1 + \varphi(t, 56)}{E_{cm,p}(56)} = -1,048 \frac{1 + \varphi(t, 56)}{37}$$

$$\varepsilon_{3,p}(36500) = -1,048 \frac{1 + 1,2717}{37} = -0,0644 \text{ ‰}$$

Přetvoření prefabrikátu od přitížení (spodní vlákna)

$$\varepsilon_{3,p} = \sigma_{3,p} J_p(t, 56) = \sigma_{3,p} \frac{1 + \varphi(t, 56)}{E_{cm,p}(56)} = 4,088 \frac{1 + \varphi(t, 56)}{37}$$

$$\varepsilon_{3,p}(36500) = 4,088 \frac{1 + 1,2717}{37} = 0,251 \text{ ‰}$$

Nabetonávka

Přetvoření nabetonávky od přetížení (horní vlákna)

$$\varepsilon_{3,m} = \sigma_{3,m} J_m(t, 28) = \sigma_{3,m} \frac{1 + \varphi(t, 28)}{E_{cm,m}(28)} = -1,502 \frac{1 + \varphi(t, 28)}{32}$$

$$\varepsilon_{3,m}(36500) = -1,502 \frac{1 + 2,2907}{32} = -0,154 \text{ ‰}$$

Přetvoření nabetonávky od přetížení (pracovní spára)

$$\varepsilon_{3,m} = \sigma_{3,m} J_m(t, 28) = \sigma_{3,m} \frac{1 + \varphi(t, 28)}{E_{cm,m}(28)} = -0,626 \frac{1 + \varphi(t, 28)}{32}$$

$$\varepsilon_{3,m}(36500) = -0,626 \frac{1 + 2,2907}{32} = -0,0644 \text{ ‰}$$

Jak je zřejmé z předpokladu Bernoulli-Navierovy hypotézy, který jsme si vytyčili v předchozích teoretických kapitolách, přetvoření v pracovní spáře mezi nabetonávkou a prefabrikátem musí vycházet ve vláknech obou částí průřezu totožné, což je dle výsledků splněno.

3.4.2 Výpočet celkových přetvoření v časech**Prefabrikát**

Celková suma přetvoření na prefabrikátu v globálním čase $3 < t < 28$

$$\varepsilon(3 < t < 28) = \sigma_{0,p} J_p(t, 3) + \sigma_p J_p(t, 3)$$

Celková suma přetvoření na prefabrikátu v globálním čase $28 < t < 56$

$$\varepsilon(28 < t < 56) = \sigma_{0,p} J_p(t, 3) + \sigma_p J_p(t, 3) + \sigma_{0,m} J_p(t, 28)$$

Celková suma přetvoření na prefabrikátu v globálním čase $t > 56$

$$\varepsilon(t > 56) = \sigma_{0,p} J_p(t, 3) + \sigma_p J_p(t, 3) + \sigma_{0,m} J_p(t, 28) + \sigma_{3,p} J_p(t, 56)$$

Celková suma přetvoření na prefabrikátu v globálním čase $t = 36500$ (pracovní spára)

$$\varepsilon(36500) = -0,530 + 0,415 - 0,565 - 0,0644 = -0,75 \text{ ‰}$$

Celková suma přetvoření na prefabrikátu v globálním čase $t = 36500$ (spodní vlákna)

$$\varepsilon(36500) = 0,530 - 1,577 + 0,565 + 0,251 = -0,231 \text{ ‰}$$

Nabetonávka

Celková suma přetvoření na nabetonávce v globálním čase $28 < t < 56$

$$\varepsilon(28 < t < 56) = 0$$

Jak bylo stanoveno v kapitole 2.5.3, předpokládáme, že nabetonávka v čase mezi betonáží a dalším přitížením nepřenáší žádné napětí a tudíž v ní není vyvozeno ani žádné přetvoření.

Celková suma přetvoření na nabetonávce v globálním čase $t > 56$

$$\varepsilon(t > 56) = \sigma_{3,m} J_m(t, 28)$$

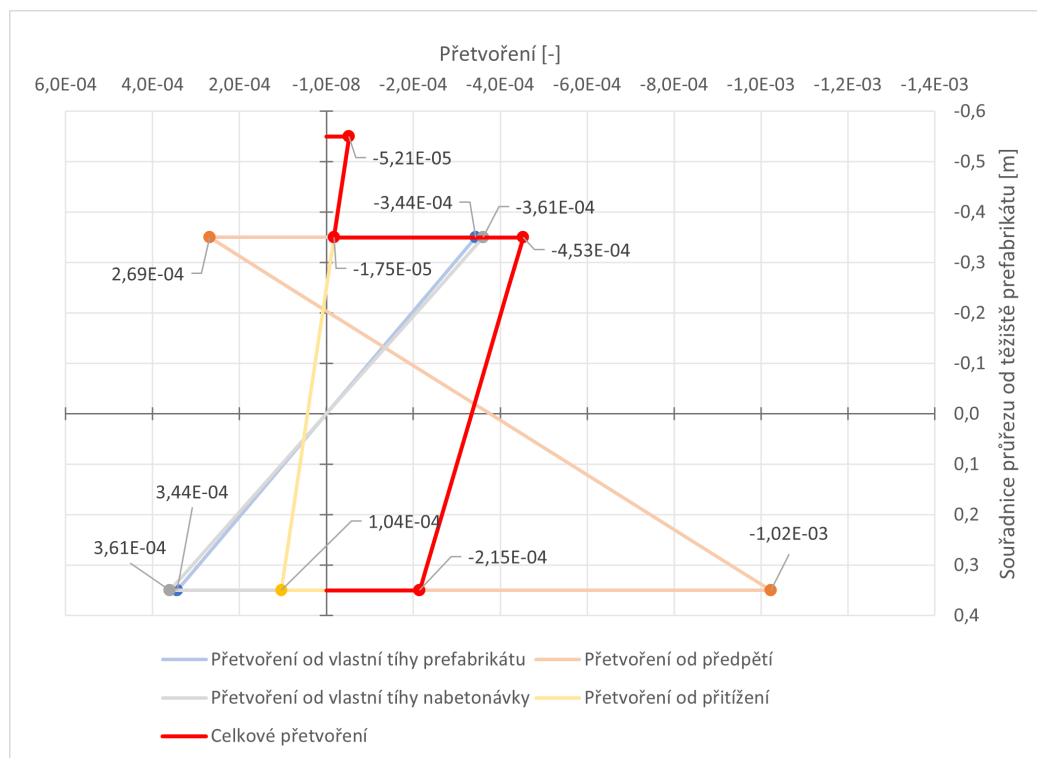
Po dosazení konkrétních hodnot jsme získali číselné výsledky, které jsou uvedeny v následující kapitole.

3.5 Výsledky

Výsledkem v tomto případě jsou výše zmíněná přetvoření, která zobrazíme jako průběhy na průřezu.

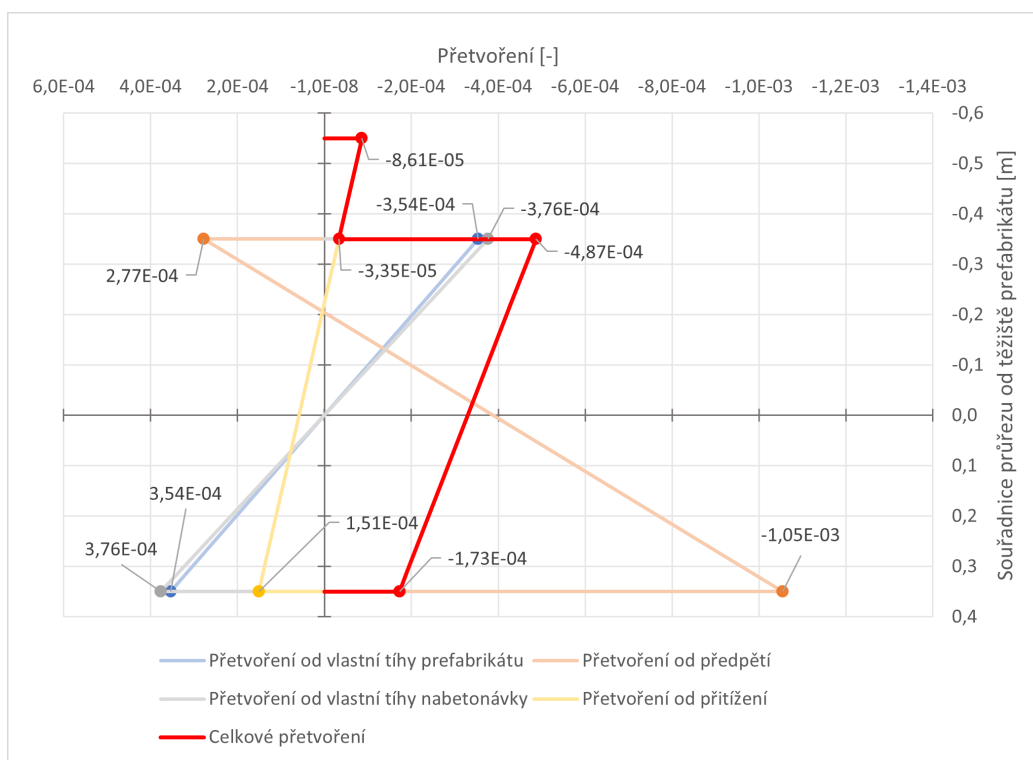
3.5.1 Průběhy přetvoření na průřezu ve významných časech

V nadcházejících obrázcích 3.9, 3.10 a 3.12 vidíme vývoj přetvoření na průřezu v čase. Je zřejmé, že největší přírůstek bude probíhat do zhruba jednoho až dvou let od prvního zatížení konstrukce (globálního času). Tuto skutečnost potvrzují i průběhy zobrazené na těchto obrázcích. Od 56 do 70 dní se přetvoření v nabetonávce zvětšilo o 65 až 90 %, v prefabrikátu můžeme pozorovat méně prudký nárůst v rozmezí od 10 do 24 %. V globálním čase 1 rok sledujeme pozvolnější nárůst odpovídající zhruba 50 % oproti stavu v čase 70 dní u nabetonávky a 28 % oproti stavu v čase 70 dní u prefabrikátu. U spodních vláken prefabrikátu jsme si schopni všimnout opačného trendu vývoje přetvoření než tomu bylo v čase mezi 56 a 70 dny. Podrobnější komentář s vyznačeným průběhem přetvoření v tomto bodě je na straně 65. Za zbylých 99 let životnosti konstrukce přetvoření na celém průřezu vzroste o zhruba 20 %, což poukazuje v porovnání s nárůsty v raném stáří konstrukce na klesající trend.

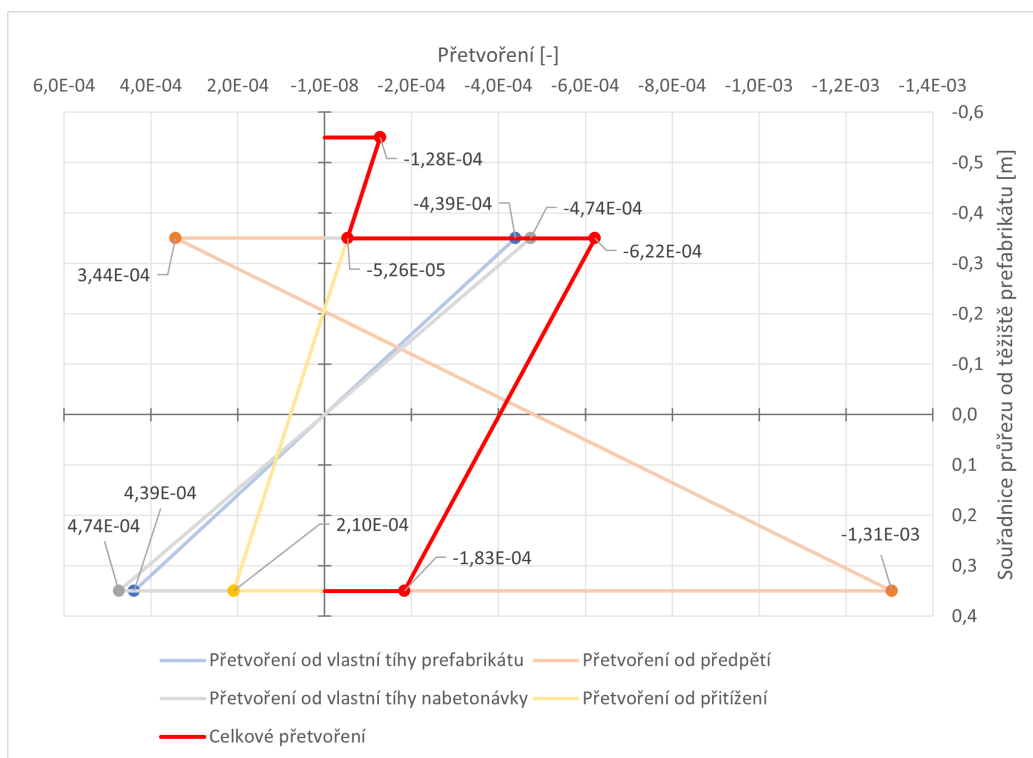


Obrázek 3.9: Přetvoření průřezu v čase 56 dní

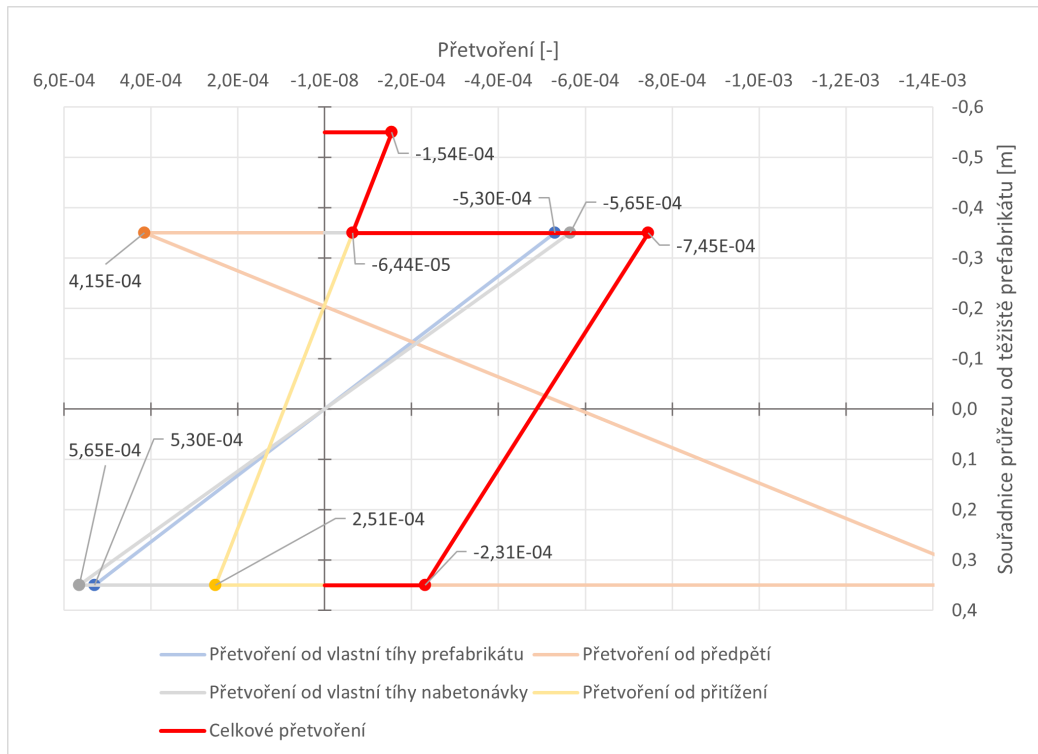
3. PŘÍKLAD VÝPOČTU PŘETVOŘENÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU



Obrázek 3.10: Přetvoření průřezu v čase 70 dní



Obrázek 3.11: Přetvoření průřezu v čase 365 dní

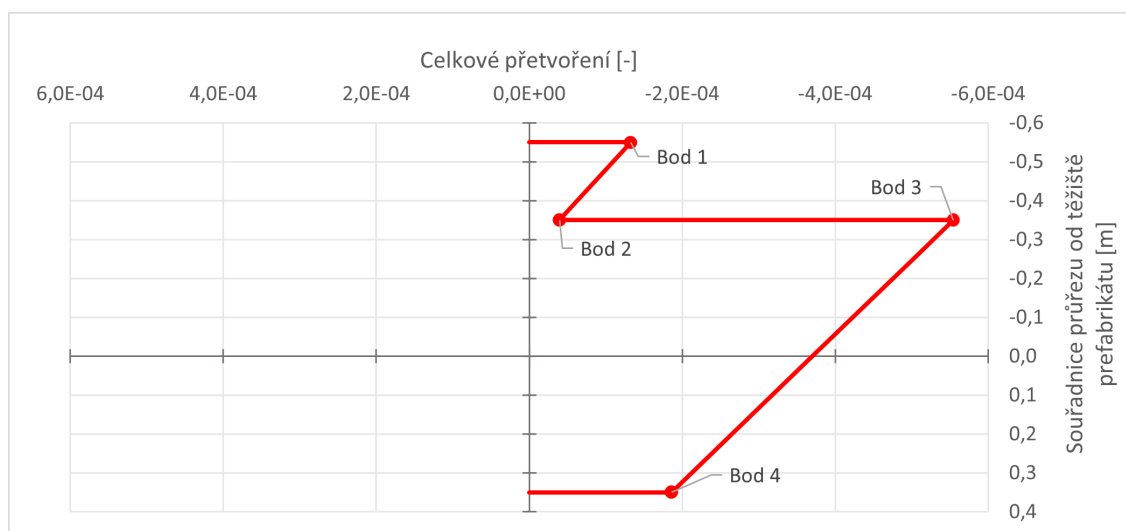


Obrázek 3.12: Přetvoření průřezu v čase 36500 dní

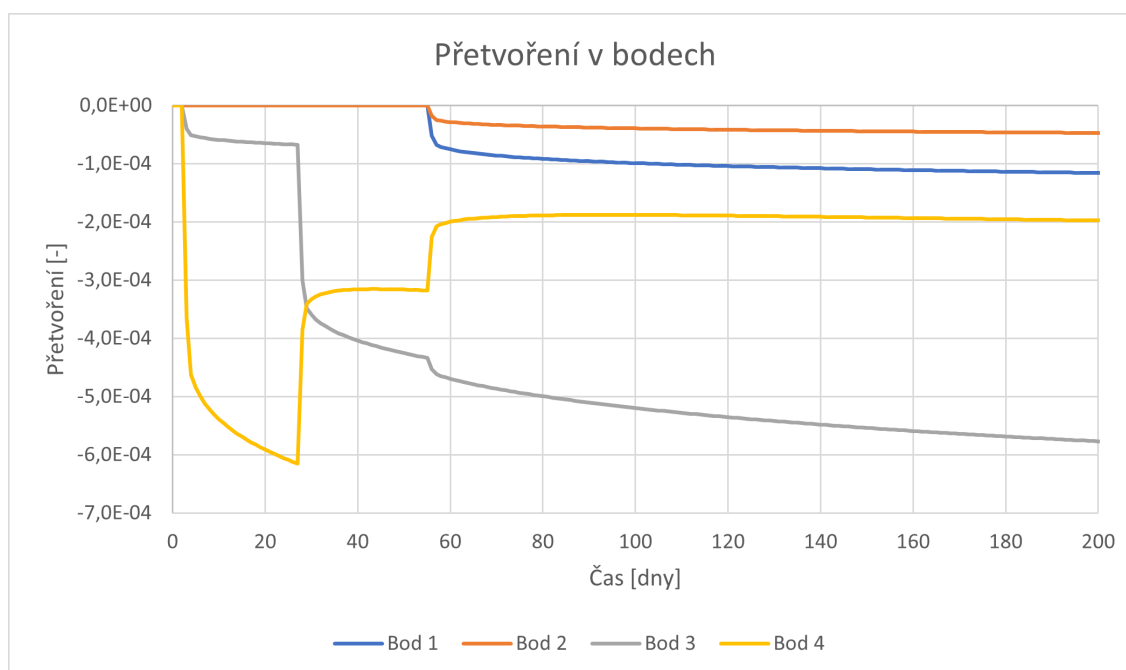
Ani na konci životnosti konstrukce přetvoření na průřezu nepřekročí limitní hodnoty přetvoření uvedené v kapitole 2.3. Náš předpoklad limitního přetvoření pro uvážení lineárně pružných vlastností betonu tak byl splněn.

3.5.2 Průběhy přetvoření v čase v bodech průřezu

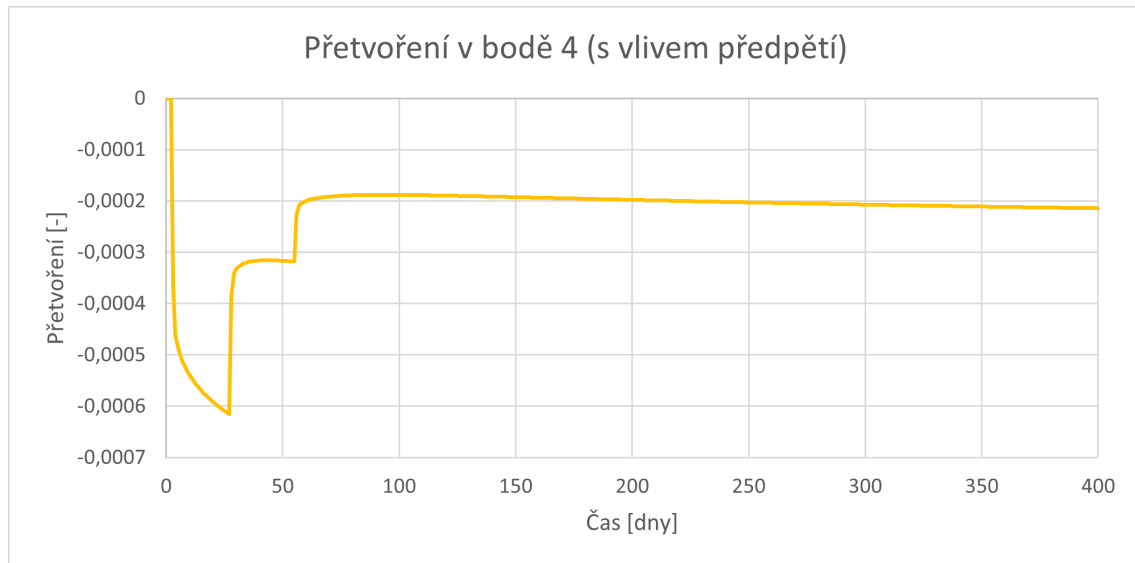
Následující obrázky názorně ukazují vývoj napětí v čase v reprezentativních bodech průřezu. Je patrné, že výpočetní postup respektuje předpoklad o postupném nárůstu demonstrováný na obrázku 1.3.



Obrázek 3.13: Označení bodů pro výpočet přetvoření v čase

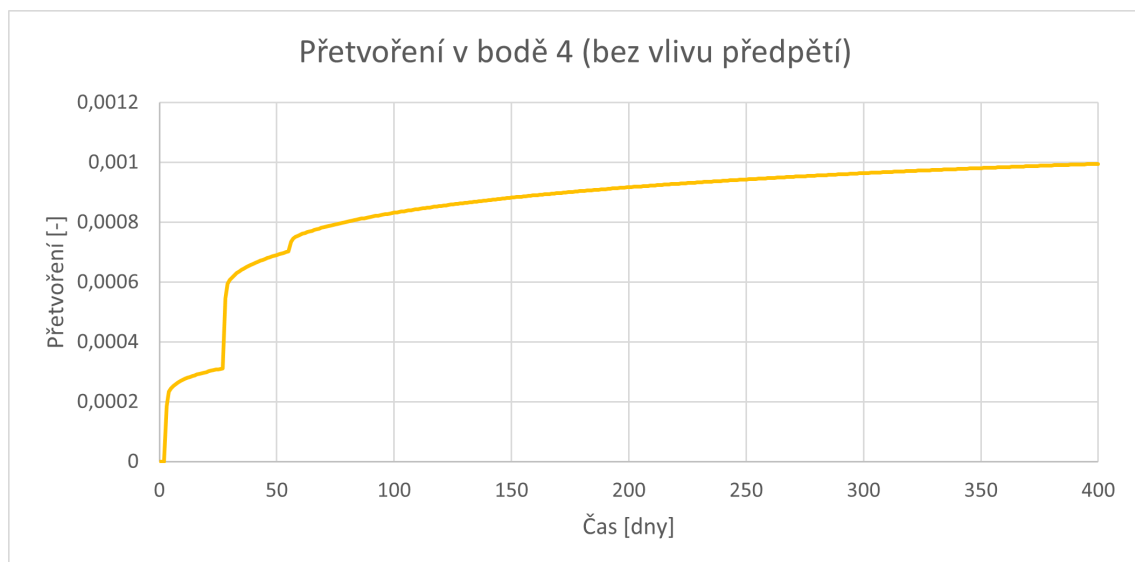


Obrázek 3.14: Přetvoření v bodech průřezu



Obrázek 3.15: Přetvoření v bodě 4

Na průběhu přetvoření v bodě 4 průřezu (u spodních vláken průřezu) se promítá typický průběh výstavby, přetvoření zprvu jde do záporných hodnot z důvodu předepnutí prefabrikátu, poté je tlaková rezerva v průřezu postupně vyčerpávána vlivem přitížení od nabetonávky a ostatních zatížení. V průběhu se projevuje efekt nezahrnutí ztrát předpětí, a proto přetvoření po globálním čase přibližně 100 dní nestoupá, nýbrž klesá – v reálném případě (po zahrnutí ztrát předpětí) by přetvoření stoupalo. Pokud zobrazíme přetvoření v bodě 4 bez vlivu předpětí, průběh se shoduje s předpokladem z obrázku 1.3, tedy stoupá superpozičně.



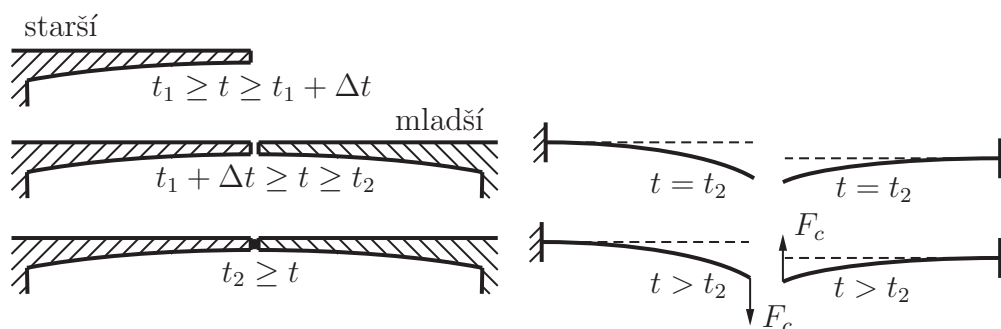
Obrázek 3.16: Přetvoření v bodě 4 bez vlivu předpětí

4 Výpočet redistribuce napětí na spřaženém průřezu

V předchozí kapitole této práce jsme se věnovali výpočtu celkového přetvoření na průřezu s vlivem dotvarování, ovšem efekt přerozdělení napětí mezi prefabrikátem a nabetonávkou v čase v rámci zohlednění postupu výstavby jsme zanedbali, viz kapitola 2.5.3. Tuhost nabetonávky v čase mezi jejím provedením a dalším zatížením průřezu je tak uvažována nulová – nabetonávka nepřenáší žádné napětí, působí pouze jako zatížení prefabrikátu. Tato kapitola bude tedy pojednávat o efektu takového přerozdělení napětí mezi dvěma prvky spřaženého průřezu. Bude třeba definovat všechny použité metody a postupy, které by mohly vést k řešení.

4.1 Analogický problém spřažení dvou konzol různého stáří

Prvním přístupem k uchopení problému přerozdělení napětí se nabízí využít inženýrský přístup spřažení dvou konstrukcí jiného stáří. Typicky se jedná o problém letmo betonovaných mostů, kde je třeba uprostřed rozpětí spojit dvě konzoly rozdílného stáří. Každá konzola dotvaruje vlivem různého stáří jinak a tomu i modelově odpovídá zavedená síla $F_c(t)$, která jejich spojením vzniká. Síla působí na mladší konzolu jako "podpora", na starší konzolu působí stejná síla opačného směru, tedy ve směru dolů (rovnováha je tímto zachována). Směr a polohu sil označuje obrázek 4.1 [1].

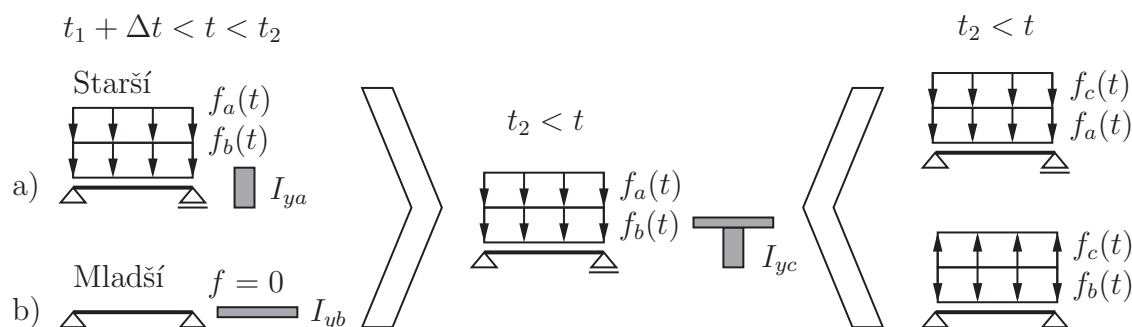


Obrázek 4.1: Spojení dvou konzol rozdílného stáří [1]

Koncepčně zachováme myšlenku problému a budeme uvažovat dva různé prosté nosníky, které byly v čase t_2 spřaženy dohromady. První nosník *a*) reprezentující prefabrikovanou část spřaženého betonového průřezu je starší o čas Δt než druhý nosník *b*) reprezentující monolitickou nabetonávku spřaženého průřezu. Globální čas t se počítá od betonáže nosníku *a*). V čase t_1 začne na nosník *a*) působit jeho vlastní tíha. V čase $t_1 + \Delta t$ je na nosníku *a*) vybetonován nosník *b*), jehož vlastní tíha v tomto okamžiku začne působit na nosník *a*). V čase $t < t_2$ působí oba nosníky nezávisle, resp. předpokládáme nulovou tuhost nosníku *b*), který se tak nezapojuje do přenosu zatížení. V čase t_2 jsou oba nosníky plně spřaženy – jejich průřezy působí dohromady a přenášejí zatížení společně.

4. VÝPOČET REDISTRIBUCE NAPĚTÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU

Pro vyjádření tohoto spolupůsobení nosníků místo dvojice sil na koncích konzol použijeme dvojici spojitých zatížení $f_c(t)$. Směry působení dvojice zatížení $f_c(t)$ odpovídají směrum působení dvojice sil $F_c(t)$.



Obrázek 4.2: Pokus o zohlednění rozdílného stáří dvou částí průřezu

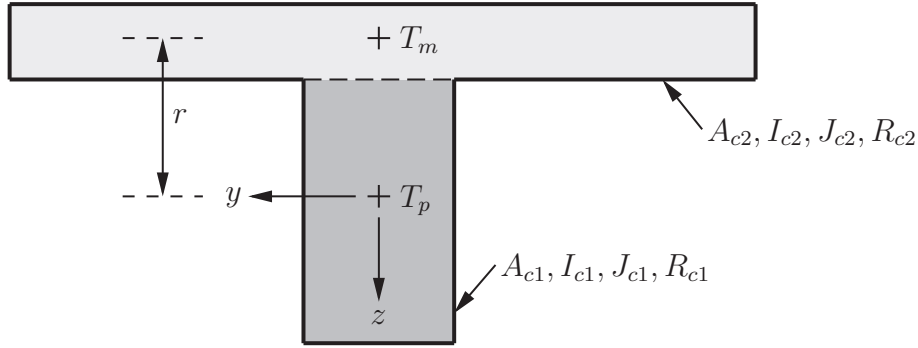
V příkladu dvou konzol můžeme superpozičně vyjádřit jejich průhyb (konkrétně průhyb jejich konců) od vlastní tíhy $f(t)$ a síly $F_c(t)$, který se od času t_2 musí navzájem rovnat. Pomocí redistribuční funkce by tedy nebyl problém popsat jednak průběh síly F_c v čase, ani celkový průhyb spojené konstrukce v čase $t > t_2$.

Ovšem co se týče implementace na příklad se dvěma spojitými nosníky, musíme poukázat na některá úskalí.

Prvním z nich je změna průřezových charakteristik spřaženého nosníku po spřažení, která v případě spojení dvou konzol nenastává. Výpočet by tedy bylo třeba rozdělit na dva časové úseky. Dalším problémem je průběh smykového napětí po délce nosníku vlivem spřažení obou částí průřezu, které odpovídá průběhu posouvající síly na prostě podepřeném nosníku. Smykové napětí mezi oběma částmi průřezu má neopomenutelný efekt a vnáší do průřezu nezanedbatelné namáhání. Z těchto důvodů jsme usoudili, že bude srozumitelnějším a čistším řešením pokusit se o vyjádření přerozdělení napětí v rámci průřezu.

4.2 Výpočet pro víceřadovou historii zatížení

Zavedeme příklad spřaženého průřezu s postupnou výstavbou a vyjádříme skrz podmínky rovnováhy na průřezu průběh celkového přetvoření průřezu. Definujme tedy prefabrikát s plochou průřezu A_{c1} , momentem setrvačnosti I_{c1} a materiálem definovaným viskoelastickými funkcemi J_{c1} a R_{c1} a dále nabetonávku (desku) s plochou průřezu A_{c2} , momentem setrvačnosti I_{c2} a materiálem definovaným viskoelastickými funkcemi J_{c2} a R_{c2} . Prefabrikát je zatížen v čase t_1 a nabetonávka je provedena v čase t_2 . Počátek souřadnicového systému zvolíme do těžiště prefabrikátu. Vzdálenost těžišť prefabrikátu a nabetonávky se rovná r (pozn. vzhledem k volbě souřadnicového systému je třeba vzdálenost r uvažovat jako zápornou). Postup byl odvozen na základě příkladu ocelobetonového průřezu z publikace od panů profesorů Bažanta a Jiráka [1].



Obrázek 4.3: Zadání průřezu pro výpočet přerozdělení napětí

Analogicky s postupem v publikaci [1] vyjádříme relaxační operátory průřezových charakteristik odpovídající tuhostem EA , ES a EI .

$$\mathcal{R}_A = \int_A \mathcal{R} dA = A_{c1}\mathcal{R}_{c1} + A_{c2}\mathcal{R}_{c2} \quad (4.1)$$

$$\mathcal{R}_S = \int_A z\mathcal{R} dA = rA_{c2}\mathcal{R}_{c2} \quad (4.2)$$

$$\mathcal{R}_I = \int_A z^2\mathcal{R} dA = I_{c1}\mathcal{R}_{c1} + (I_{c2} + r^2A_{c2})\mathcal{R}_{c2} \quad (4.3)$$

Podmínky rovnováhy na průřezu pro viskoelastický materiál jsou shodné s postupem v publikaci [1]. U těchto podmínek rovnováhy je zřejmá analogie s postupem teorie pružnosti viz rovnice 1.33, 1.34 a 1.35, zde jsme pouze omezili namáhání průřezu na ohyb okolo osy y .

$$N = \mathcal{R}_A\{\varepsilon_a\} + \mathcal{R}_S\{\kappa\} \quad (4.4)$$

$$M = \mathcal{R}_S\{\varepsilon_a\} + \mathcal{R}_I\{\kappa\} \quad (4.5)$$

Pomocí operátorů z rovnic 4.1, 4.2 a 4.3 rozepíšeme podmínky rovnováhy

$$N = A_{c1}\mathcal{R}_{c1}\{\varepsilon_a\} + A_{c2}\mathcal{R}_{c2}\{\varepsilon_a\} + rA_{c2}\mathcal{R}_{c2}\{\kappa\} \quad (4.6)$$

$$M = rA_{c2}\mathcal{R}_{c2}\{\varepsilon_a\} + I_{c1}\mathcal{R}_{c1}\{\kappa\} + (I_{c2} + r^2A_{c2})\mathcal{R}_{c2}\{\kappa\} \quad (4.7)$$

V tento moment musíme definovat rozklad relaxačních operátorů. Použijeme k tomu vztahy uvedené v kapitole 1.1.4. Následně pro obecný spojitý průběh přetvoření v čase můžeme zapsat vývoj napětí integrálem. Dále jej dle pravidel klasického Riemannova integrálu rozdělíme na součet skokové složky v čase t_1 a integrálu od času t_1^+ [1]. Stejně tak jako pro přetvoření ε , obdobně rozložíme relaxační operátory i pro křivost κ .

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t, t') d\varepsilon(t') \quad (4.8)$$

$$\sigma(t) = R(t, t_1)\varepsilon_1 + \int_{t_1^+}^t R(t, t')\dot{\varepsilon}(t') dt' \quad (4.9)$$

$$\frac{M(t)}{I} = R(t, t_1)\kappa_1 + \int_{t_1^+}^t R(t, t')\dot{\kappa}(t') dt' \quad (4.10)$$

Dle výše uvedených pravidel rozložíme relaxační operátory na členy s pružným přetvořením $\varepsilon(t_1^+)$, $\kappa(t_1^+)$ a členy integrální s vyjádřením změn ε_a a κ v čase t [1]. Členy s pružným přetvořením (první sčítance pravých stran) se mění jen na základě změny relaxační funkce v čase, a proto nezasahují do výpočtu neznámých přetvoření v čase. Neznámá přetvoření tak jsou skryta v členech integrálních. Obě podmínky rovnováhy tak tvoří soustavu dvou rovnic pro dvě neznámá přetvoření $\varepsilon_a(t)$ a $\kappa(t)$. Pokud by se jednalo o namáhání průřezu dvojicí ohybových momentů okolo obou os y i z , podmínky rovnováhy by byly tři (pro dvojici momentů a normálovou sílu). Tím pádem by mezi neznámými byly kromě přetvoření v počátku souřadnicového systému $\varepsilon_a(t)$ také obě křivosti $\kappa_y(t)$ a $\kappa_z(t)$.

$$\begin{aligned} N = & A_{c1}R_{c1}(t, t_1)\varepsilon_a(t_1^+) + A_{c1} \int_{t_1^+}^t R_{c1}(t, t')\dot{\varepsilon}_a(t') dt'_1 + \\ & + A_{c2}R_{c2}(t, t_2)\varepsilon_a(t_2^+) + A_{c2} \int_{t_2^+}^t R_{c2}(t, t')\dot{\varepsilon}_a(t') dt'_2 + \\ & + rA_{c2}R_{c2}(t, t_2)\kappa(t_2^+) + rA_{c2} \int_{t_2^+}^t R_{c2}(t, t')\dot{\kappa}(t') dt'_2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} M = & rA_{c2}R_{c2}(t, t_2)\varepsilon_a(t_2^+) + rA_{c2} \int_{t_2^+}^t R_{c2}(t, t')\dot{\varepsilon}_a(t') dt'_2 + \\ & + I_{c1}R_{c1}(t, t_1)\kappa(t_1^+) + I_{c1} \int_{t_1^+}^t R_{c1}(t, t')\dot{\kappa}(t') dt'_1 + \\ & + (I_{c2} + r^2A_{c2})R_{c2}(t, t_2)\kappa(t_2^+) + (I_{c2} + r^2A_{c2}) \int_{t_2^+}^t R_{c2}(t, t')\dot{\kappa}(t') dt'_2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Zobrazené podmínky rovnováhy tedy reflektují nejen postupný proces výstavby, vícekrokovou historii zatížení a nárůst tuhosti průřezu vlivem přidání nabetonávky, ale také nárůst přetvoření a křivosti průřezu vlivem dotvarování. Analogickým postupem by tedy šlo vyjádřit i komplikovanější problém s více částmi průřezu, které mají tvar bližší praxi (prefabrikované nosníky s užší stojinou apod.).

Integrální členy by mohly být vyřešeny numericky, pokud bychom je aproximovali pomocí konečných sum.

$$\begin{aligned}
 N = & A_{c1}R_{c1}(t, t_1)\varepsilon_a(t_1^+) + A_{c1} \sum_{i=1}^n R_{c1}(t, t_i)\Delta\varepsilon_a(t_i) + \\
 & + A_{c2}R_{c2}(t, t_2)\varepsilon_a(t_2^+) + A_{c2} \sum_{i=2}^n R_{c2}(t, t_i)\Delta\varepsilon_a(t_i) + \\
 & + rA_{c2}R_{c2}(t, t_2)\kappa(t_2^+) + rA_{c2} \sum_{i=2}^n R_{c2}(t, t_i)\Delta\kappa(t_i)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned}
 M = & rA_{c2}R_{c2}(t, t_2)\varepsilon_a(t_2^+) + rA_{c2} \sum_{i=2}^n R_{c2}(t, t_i)\Delta\varepsilon_a(t_i) + \\
 & + I_{c1}R_{c1}(t, t_1)\kappa(t_1^+) + I_{c1} \sum_{i=1}^n R_{c1}(t, t_i)\Delta\kappa(t_i) + \\
 & + (I_{c2} + r^2A_{c2})R_{c2}(t, t_2)\kappa(t_2^+) + (I_{c2} + r^2A_{c2}) \sum_{i=2}^n R_{c2}(t, t_i)\Delta\kappa(t_i)
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Výpočet by bylo třeba časově diskretizovat z důvodu řešení soustavy v jednotlivých časových krocích. Každá změna přetvoření vyvolaná dotvarováním pro odpovídající časový krok by tedy byla vyjádřena členy $\Delta\varepsilon_a$, popř. $\Delta\kappa$. Počet změn přetvoření by rostl shodně s počtem časových kroků a jednalo by se tedy o historický výpočet. Všechny předešlé změny $\Delta_1 - \Delta_i$ by tak zasahovaly do výpočtu ve kroku Δ_{i+1} . Dílčí výsledky $\Delta_1 - \Delta_i$ by bylo třeba ukládat do paměti pro následující kroky tak, jak by se výpočet posouval z kroku $i + 1$ do kroku n . Nutno dodat, že předešlé výsledky $\Delta_1 - \Delta_i$ by se neměnily, pouze relaxační funkce $R(t, t_1) - R(t, t_i)$ by klesaly tak, jak by by se měnily jejich argumenty t a t_i .

Pro názornost výpočtu proto přistoupíme ke zjednodušení vícekrokového problému na problém jednokrokový.

4.3 Výpočet pro jednokrokovou historii zatížení

Tak jako jsme v předchozí kapitole odvozovali postup pro vícezkrokovou historii zatížení včetně procesu výstavby odpovídajícího výstavbě spřažené konstrukce nosník a nabe-tonávka, zjednodušíme postup a popíšeme přerozdělení napětí na nehomogenním průřezu bez procesu výstavby. Tudíž oproti předchozímu příkladu budeme uvažovat nehomogenní průřez ze dvou různých betonů stejného stáří zatížených ve stejný časový okamžik t_1 . Ostatní vstupní hodnoty jsou s předchozím příkladem shodné.

Tak abychom nemuseli integrální členy aproximovat pomocí konečných sum a následně diskretizovat v časových úsecích, aproximujeme je pomocí AAEM metody [1].

$$\sigma(t) = R(t, t_1)\varepsilon_1 + \int_{t_1^+}^t R(t, t')\dot{\varepsilon}(t') dt' \quad (4.15)$$

$$\sigma(t) \approx R(t, t_1)\varepsilon_1 + E''(t, t_1)\Delta\varepsilon(t) \quad (4.16)$$

$$\sigma(t) \approx R(t, t_1)\varepsilon_1 + E''(t, t_1)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t_1^+)] \quad (4.17)$$

Rovnice 4.11 a 4.12 tedy upravíme na tento tvar:

$$\begin{aligned} N &= A_{c1}R_{c1}(t, t_1)\varepsilon_a(t_1^+) + A_{c1}E_1''(t, t_1)[\varepsilon_a(t) - \varepsilon_a(t_1^+)] + \\ &+ A_{c2}R_{c2}(t, t_1)\varepsilon_a(t_1^+) + A_{c2}E_2''(t, t_1)[\varepsilon_a(t) - \varepsilon_a(t_1^+)] + \\ &+ rA_{c2}R_{c2}(t, t_1)\kappa(t_1^+) + rA_{c2}E_2''(t, t_1)[\kappa(t) - \kappa(t_1^+)] \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} M &= rA_{c2}R_{c2}(t, t_1)\varepsilon_a(t_1^+) + rA_{c2}E_2''(t, t_1)[\varepsilon_a(t) - \varepsilon_a(t_1^+)] + \\ &+ I_{c1}R_{c1}(t, t_1)\kappa(t_1^+) + I_{c1}E_1''(t, t_1)[\kappa(t) - \kappa(t_1^+)] + \\ &+ (I_{c2} + r^2A_{c2})R_{c2}(t, t_1)\kappa(t_1^+) + (I_{c2} + r^2A_{c2})E_2''(t, t_1)[\kappa(t) - \kappa(t_1^+)] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Jak je zřejmé z podstaty problému, členy $\varepsilon_a(t_1^+)$ a $\kappa(t_1^+)$ jsou konstantní a neznámými tedy jsou přetvoření $\varepsilon_a(t)$ a křivost $\kappa(t)$. Jednoduchou úpravou dostaneme řešení soustavy rovnic.

$$\begin{bmatrix} N - A_{c1}\varepsilon_a(t_1^+)[R_{c1}(t, t_1) - E_1''(t, t_1)] \\ -A_{c2}\varepsilon_a(t_1^+)[R_{c2}(t, t_1) - E_2''(t, t_1)] \\ -rA_{c2}\kappa(t_1^+)[R_{c2}(t, t_1) - E_2''(t, t_1)] \\ M - rA_{c2}\varepsilon_a(t_1^+)[R_{c2}(t, t_1) - E_2''(t, t_1)] \\ -I_{c1}\kappa(t_1^+)[R_{c1}(t, t_1) - E_1''(t, t_1)] \\ -(I_{c2} + r^2A_{c2})\kappa(t_1^+)[R_{c2}(t, t_1) - E_2''(t, t_1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{c1}E_1''(t, t_1) + & rA_{c2}E_2''(t, t_1) \\ +A_{c2}E_2''(t, t_1) & I_{c1}E_1''(t, t_1) + \\ rA_{c2}E_2''(t, t_1) & +(I_{c2} + r^2A_{c2})E_2''(t, t_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_a(t) \\ \kappa(t) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Opět zde můžeme vidět analogii s postupem teorie pružnosti viz rovnice 1.33, 1.34 a 1.35. Modul pružnosti E byl nahrazen E'' a členy u konstant N a M vyjadřují přerozdělení napětí na průřezu.

4.3.1 Výpočet napětí

Výpočet napětí odvodíme na elementárním příkladu průřezu z viskoelastického materiálu namáhaného na kombinaci tlaku/tahu a ohybu. Jak je dobře známo, křivost a přetvoření takto namáhaného průřezu můžeme dle teorie pružnosti vyjádřit jednoduchými vzorci:

$$\kappa = \frac{M}{EI} \quad (4.21)$$

$$\varepsilon_a = \frac{N}{EA} \quad (4.22)$$

Pro viskoelastický materiál můžeme modul pružnosti nahradit převrácenou hodnotou funkce poddajnosti.

$$\kappa = \frac{MJ(t, t')}{I} \quad (4.23)$$

$$\varepsilon_a = \frac{NJ(t, t')}{A} \quad (4.24)$$

Výše uvedené vztahy dosadíme do rovnice $\varepsilon(z) = \varepsilon_a + \kappa \cdot z$, vyjde

$$\varepsilon(z) = \frac{NJ(t, t')}{A} + \frac{MJ(t, t')}{I} \cdot z \quad (4.25)$$

Pokud celou rovnici vydělíme funkcí poddajnosti, vyjde na pravé straně rovnice vztah pro napětí $\sigma(z)$ a na levé straně jeho výpočet z přetvoření $\varepsilon(z)$. Tudíž pro výpočet napětí z roviny přetvoření musíme hodnoty vydělit příslušnými funkcemi poddajnosti dle toho, v jakém bodě průřezu napětí počítáme.

$$\frac{\varepsilon(z)}{J(t, t')} = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot z \quad (4.26)$$

$$\sigma_i(z) = \frac{\varepsilon(z)}{J_i(t, t')} \quad (4.27)$$

4.3.2 Výpočet viskoelastických funkcí

V rámci výpočtu z matice 4.20 se nabízí stručný komentář k vyjádření viskoelastických funkcí $J(t, t')$, $R(t, t')$ a $E''(t, t')$ jakožto proměnných ovládajících přerozdělení napětí v průřezu. Jak již bylo popsáno v kapitolách 1.5.5 a 1.6, výpočet relaxační funkce v normových modelech popsán není. Z toho důvodu jsme pro výpočet přerozdělení využili komplexního modelu B3 [13], který umožňuje aproximovat relaxační funkci z funkce poddajnosti – konkrétně jsme využili vylepšený odhad z periodika Journal of Engineering Mechanics [17].

$$R(t, t') = \frac{1}{J(t, t')} \left[1 + \frac{c_1 \alpha(t, t') J(t, t')}{q J(t, t - \eta)} \right]^{-q} \quad (4.28)$$

$$\alpha(t, t') = \frac{J(t' + \xi, t')}{J(t, t - \xi)} - 1 \quad (4.29)$$

$$\xi = \frac{t - t'}{2}; \quad \eta = 1 \text{ den} \quad (4.30)$$

$$c_1 = 0,0119 \ln t' + 0,08; \quad q = 10 \quad (4.31)$$

Funkci poddajnosti $J(t, t')$ jsme vypočítali tak, jak je definována v modelu B3 [13]. Jak je zřejmé z výše uvedených vzorců, bylo třeba ji spočítat několikrát pro různé argumenty t, t' . Modul pružnosti AAEM (E'') jsme počítali ze vzorce 1.48.

4.3.3 Výpočet pružných členů v soustavě rovnic

Pro výpočet soustavy rovnic z matice 4.20 je třeba kromě vyjádření všech viskoelastických funkcí R a AAEM E'' vyjádřit také pružná přetvoření $\varepsilon_a(t_1^+)$ a $\kappa(t_1^+)$. Nic nám nebrání v tom provést tento pružný výpočet s využitím nehomogenní matice průřezu, tak jak bylo definováno v kapitole 1.4.1. Dílčí výpočet modulů pružnosti $E(t_1)$ provedeme pomocí funkce poddajnosti J [1].

$$E(t_1) = \frac{1}{J(t_1 + \Delta t_s, t_1)} \quad (4.32)$$

Hodnota Δt_s je časová konstanta zvolená tak, že deformace, která proběhla v čase menším než Δt_s je považována za okamžitou. Obvykle se volí $\Delta t_s \approx 0,01$ dne ≈ 15 min [1].

Podmínky rovnováhy 1.24, 1.25 a 1.26 přepíšeme pro tento problém.

$$N = \varepsilon_a(t_1^+) \sum_{i=1}^n E_i(t_1) A_i + \kappa(t_1^+) \sum_{i=1}^n E_i(t_1) S_i \quad (4.33)$$

$$M = \varepsilon_a(t_1^+) \sum_{i=1}^n E_i(t_1) S_i + \kappa(t_1^+) \sum_{i=1}^n E_i(t_1) I_i \quad (4.34)$$

$$N = [A_{c1} E_{c1}(t_1) + A_{c2} E_{c2}(t_1)] \varepsilon_a(t_1^+) + r A_{c2} E_{c2}(t_1) \kappa(t_1^+) \quad (4.35)$$

$$M = r A_{c2} E_{c2}(t_1) \varepsilon_a(t_1^+) + [I_{c1} E_{c1}(t_1) + (I_{c2} + r^2 A_{c2}) E_{c2}(t_1)] \kappa(t_1^+) \quad (4.36)$$

Opět nám vyšla soustava dvou rovnic pro dvě neznámá přetvoření $\varepsilon_a(t_1^+)$ a $\kappa(t_1^+)$. Máme tedy všechny potřebné vstupy pro výpočet matice 4.20.

5 Příklad výpočtu redistribuce napětí na spřaženém průřezu

Pro tento výpočet byl opět vyvinut výpočetní nástroj v aplikaci Excel, který pomocí VBA počítá časový výpočet přerozdělení napětí na spřaženém průřezu, tak jak byl numericky definován v předchozí kapitole. Tento soubor aplikace Excel je uveden v elektronické příloze D.

5.1 Zadání konkrétních hodnot pro výpočet

Většinu zadání převezmeme z předchozí kapitoly a primárně doplníme hodnoty pro výpočet dotvarování z modelu B3. Průřez zatížíme pouze ohybovým momentem a vynecháme efekt předpětí. Průřez tedy bude namáhán čistě ohybově. Dalším zjednodušením bude uvážení působení betonu v tahu – beton bude působit i přes svoji tahovou pevnost. Vzhledem k povaze problematiky tato zjednodušení nebudou překážkou. Geometrie průřezu je zřejmá z obrázku 3.2, pouze zavedeme novou konvenci značení průřezových charakteristik.

5.1.1 Průřezové charakteristiky

Plocha průřezu prefabrikátu	$A_{c1} = 0,28 \text{ m}^2$
Plocha průřezu nabetonávky	$A_{c2} = 0,4 \text{ m}^2$
Moment setrvačnosti prefabrikátu	$I_{c1} = 0,0114\bar{3} \text{ m}^2$
Moment setrvačnosti nabetonávky	$I_{c2} = 0,001\bar{3} \text{ m}^2$
Vzdálenost těžiště prefabrikátu a nabetonávky	$r = 0,45 \text{ m}$

(pozn. při výpočtu statického momentu nabetonávky je vzdálenost r dosazována jako záporná z důvodu volby souřadnickového systému.)

5.1.2 Vstupní hodnoty pro výpočet modelu B3

Vlastnosti betonů použitých v tomto příkladu se shodují se zadáním v kapitole 3.1.2. Doplníme recepturu a ostatní vstupy pro výpočet.

Prefabrikát

Druh cementu	Typ III
Množství vody ve směsi	$w_1 = 150 \text{ kg}$
Množství cementu ve směsi	$c_1 = 400 \text{ kg}$
Množství kameniva ve směsi	$a_1 = 1750 \text{ kg}$
Tvar průřezu	Hranol

Nabetonávka

Druh cementu	Typ I
Množství vody ve směsi	$w_2 = 100 \text{ kg}$
Množství cementu ve směsi	$c_2 = 200 \text{ kg}$
Množství kameniva ve směsi	$a_2 = 1900 \text{ kg}$
Tvar průřezu	Deska

5.1.3 Zatížení průřezu, časové údaje, okrajové podmínky prostředí a ošetřování

Normálová síla	$N = 0$ kN
Ohybový moment	$M = 200$ kNm
Okamžik vnesení zatížení	$t_1 = 7$ dní
Relativní vlhkost prostředí	$h = 50$ %
Obvod prefabrikátu vystavený okolnímu prostředí	$s_1 = 1800$ mm
Obvod nabetonávky vystavený okolnímu prostředí	$s_2 = 4000$ mm
Doba ošetřování betonu	$t_0 = 3$ dny
Způsob ošetřování	Normální

5.2 Výsledky

5.2.1 Pružná přetvoření v čase t_1

Dosazením do vzorce 4.32 nám vyjdou moduly pružnosti prefabrikátu i nabetonávky v čase zatížení t_1 .

Modul pružnosti prefabrikátu v čase zatížení $E_{c1}(t_1) = 28800,34 \text{ MPa}$

Modul pružnosti nabetonávky v čase zatížení $E_{c2}(t_1) = 21209,50 \text{ MPa}$

Dosazením průřezových charakteristik a hodnot vnitřních sil dostaneme soustavu rovnic pro neznámá pružná přetvoření.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16547896,4 & -3817710,2 \\ -3817710,2 & 2075532,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_a(t_1^+) \\ \kappa(t_1^+) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Vychází vektor přetvoření $[\varepsilon_a(t_1^+), \kappa(t_1^+)] = [3,862 \cdot 10^{-5}; 1,674 \cdot 10^{-4}]$. Dostáváme rovinu přetvoření a napětí v závislosti na souřadnici z .

$$\begin{aligned} \varepsilon(t_1^+)(z) &= 3,862 \cdot 10^{-5} + 1,674 \cdot 10^{-4} \cdot z \\ \sigma(t_1^+)(z) &= E_{ci}(t_1)(z) \cdot \varepsilon(t_1^+)(z) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Výsledky jsou zřejmé z obrázků 5.1 a 5.2.

5.2.2 Výpočet v čase $t = 3000$ dní

Výpočet provedeme v čase $t = 3000$ dní vzhledem k tomu, že v tomto čase dochází k největšímu absolutnímu rozdílu oproti stavu v čase zatížení. Dle již zmíněných vzorců spočítáme $J(t, t')$, $R(t, t')$ a $E''(t, t')$ pro obě části průřezu.

Funkce poddajnosti prefabrikátu $J_{c1}(3000, 7) = 111,36 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$

Relaxační funkce prefabrikátu $R_{c1}(3000, 7) = 3384,42 \text{ MPa}$

AAEM prefabrikátu $E_1''(3000, 7) = 11515,63 \text{ MPa}$

Funkce poddajnosti nabetonávky $J_{c2}(3000, 7) = 161,77 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$

Relaxační funkce nabetonávky $R_{c2}(3000, 7) = 3630,34 \text{ MPa}$

AAEM nabetonávky $E_2''(3000, 7) = 7230,87 \text{ MPa}$

Dosazením všech hodnot do matice 4.20 vyjde

$$\begin{bmatrix} 35,06 \\ 240,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6116725,97 & -1301557,41 \\ -1301557,41 & 727004,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_a(3000) \\ \kappa(3000) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

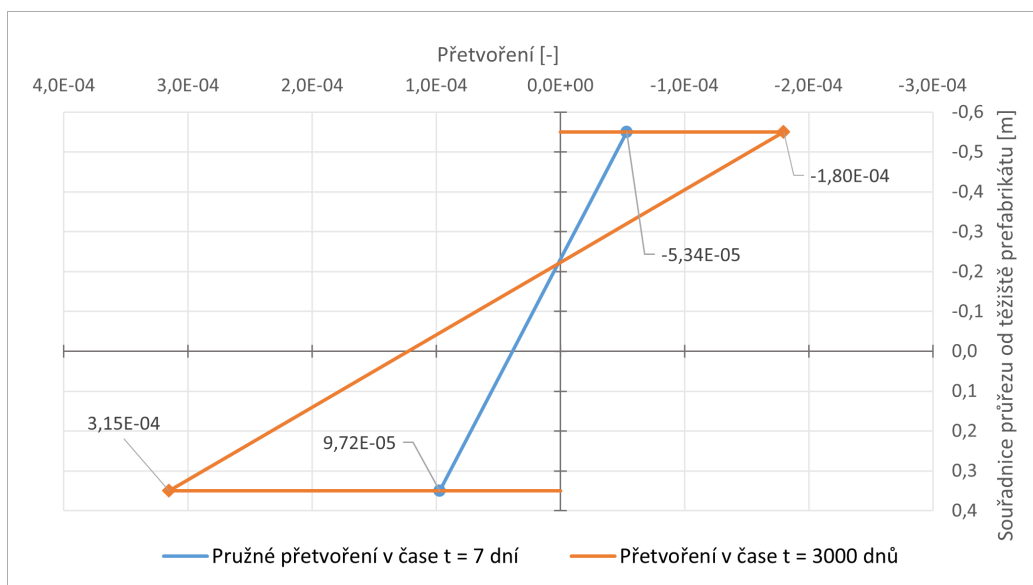
Opět vychází vektor přetvoření $[\varepsilon_a(3000), \kappa(3000)] = [1,228 \cdot 10^{-4}; 5,502 \cdot 10^{-4}]$. A opět dostáváme rovinu přetvoření v závislosti na souřadnici z .

$$\varepsilon(3000)(z) = 1,228 \cdot 10^{-4} + 5,502 \cdot 10^{-4} \cdot z \quad (5.4)$$

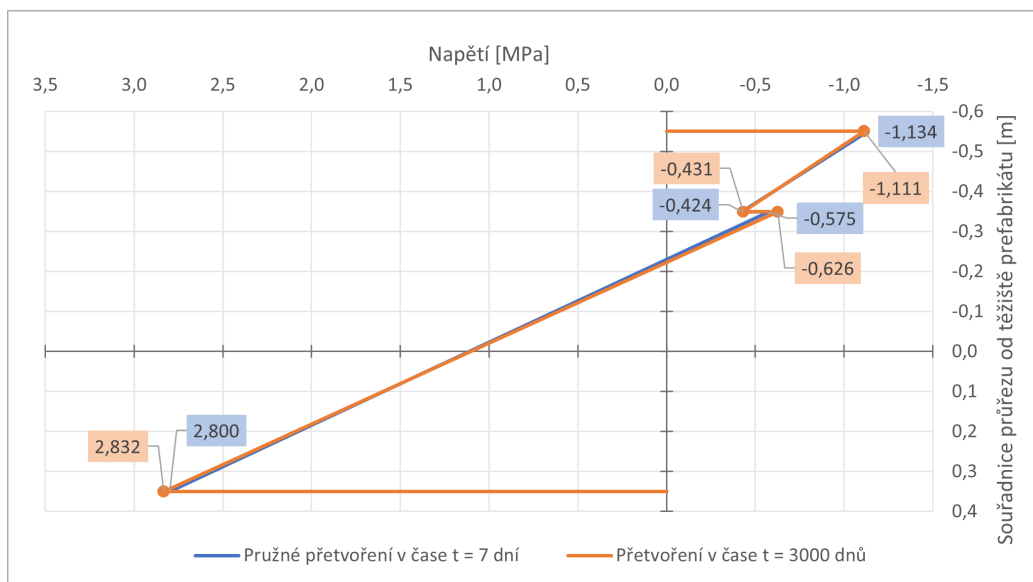
Pro výpočet napětí využijeme odvození z kapitoly 4.3.1 a vydělíme rovinu přetvoření příslušnými funkcemi poddajnosti. Průběhy přetvoření i napětí jsou opět zřejmé z obrázků 5.1 a 5.2.

5.2.3 Průběhy přetvoření a napětí po průřezu v čase $t = 3000$ dní

Přetvoření na průřezu typicky roste tak, jak je u dotvarování betonu obvyklé. Jak je zřejmé z obrázku 5.2, absolutní rozdíl napětí na průřezu v časech $t = 3000$ dní a $t_1 = 7$ dní se pohybuje mezi 0,007 MPa a 0,051 MPa. Procentuálně se tyto hodnoty liší okolo 1 – 8 % vůči napětí působícímu v čase t_1 .



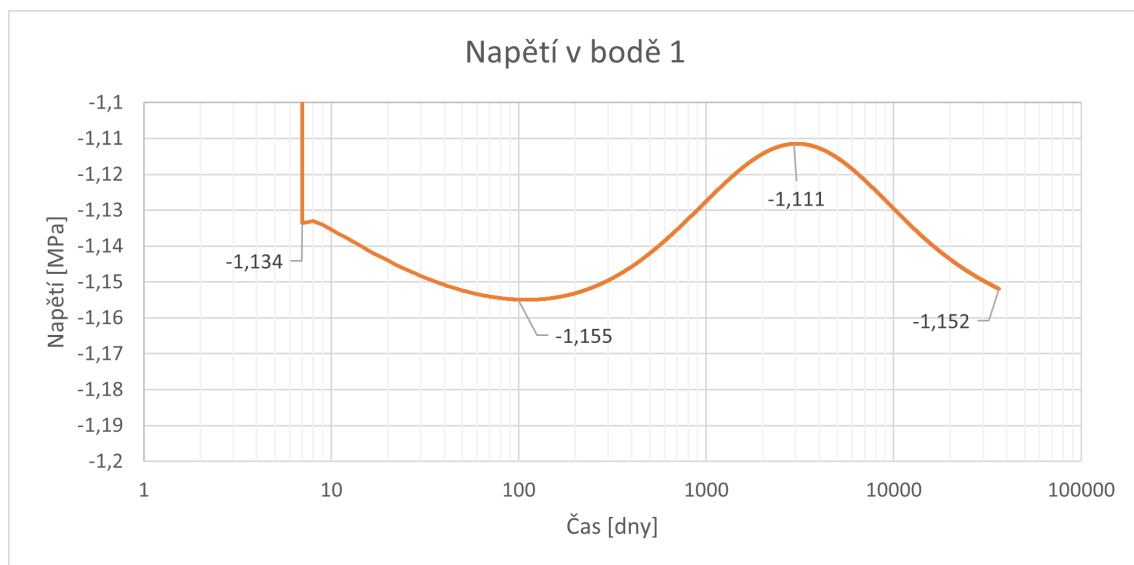
Obrázek 5.1: Porovnání přetvoření na průřezu v časech $t = 7$ dní a $t = 3000$ dní



Obrázek 5.2: Porovnání napětí na průřezu v časech $t = 7$ dní a $t = 3000$ dní

5.2.4 Průběhy napětí v čase v bodech průřezu

Stejně tak jako jsme v kapitole 3.5.2 znázornili průběhy přetvoření v bodech v čase, zobrazíme ve stejných bodech tentokrát průběhy napětí v čase. Pro větší názornost použijeme semilogaritmické měřítko. Největší rozdíly v napětí lze pozorovat zhruba v časech 100, 3000 a 36500 dní. Rozptyl hodnot napětí nabývá okolo 1 – 2 % původních hodnot pružného napětí v čase zatížení. Jak je zřejmé z obrázků 5.3, 5.4 a 5.5, v čase 36500 dní se napětí dostane na obdobné hodnoty jako v čase 100 dní. V obrázcích jsou zobrazeny extrémní napětí v příslušných bodech.

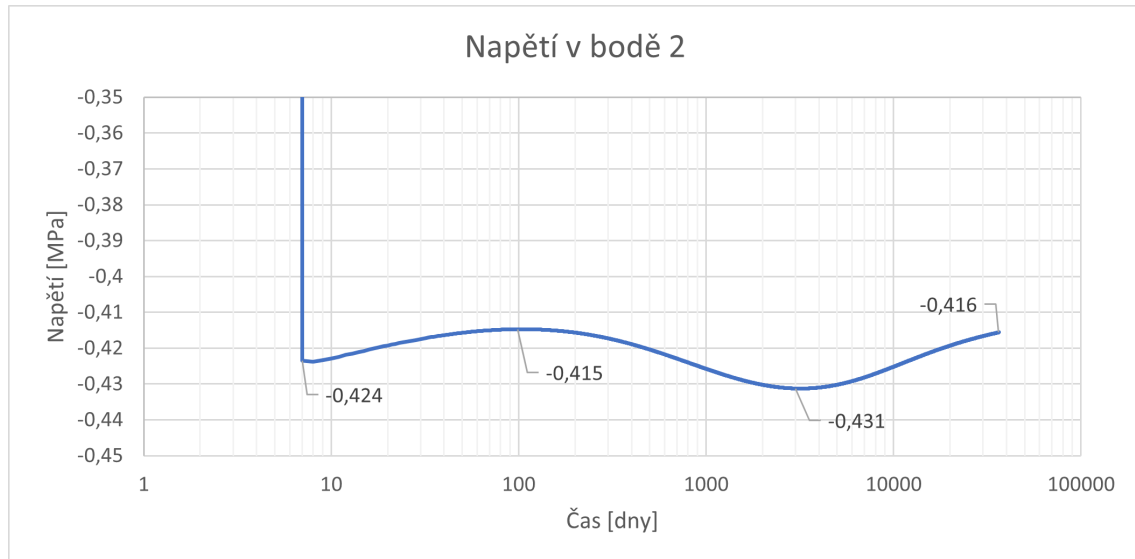


Obrázek 5.3: Napětí v bodě 1 v čase

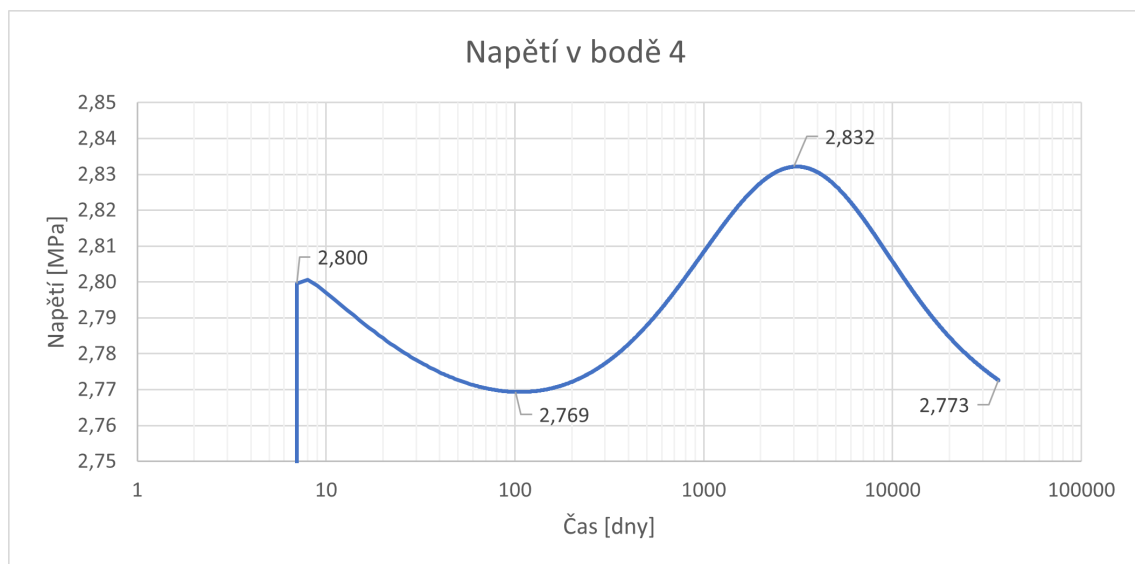
Vidíme, že průběhy napětí v čase nejsou monotónní a dochází k lokálním extrémům napětí v čase. Nejednoznačnou tendenci výsledků můžeme přisoudit vlivu sčítání jednotlivých protichůdných jevů na levé straně soustavy rovnic 4.20. Rozdílné poklesy relaxační funkce a AAEM v čase pro dva různé materiály mají za důsledek proměnný vývoj levé strany této soustavy rovnic a z tohoto důvodu není trend vývoje napětí v čase jednoznačný.

Můžeme diskutovat nad tím, do jaké míry je uvažování redistribuce u podobných konstrukcí nezbytné. Přestože jsme v postupu výpočtu přerozdělení aplikovali určitá zjednodušení, mezi která patří například jednokroková historie zatížení nebo aproximace metodou AAEM, absolutní velikosti rozdílů v napětí se pohybují v rámci jednotek procent. Je tedy očividné, že v poměru s náročností výpočtu se nabízí efekt přerozdělení napětí mezi jednotlivými prvky zanedbat. Demonstrováný výpočet samozřejmě nezahrnuje všechny případy návrhu, a proto jistě existují také konstrukce, které budou na tento faktor citlivé a bude třeba redistribuci napětí zohlednit.

5. PŘÍKLAD VÝPOČTU REDISTRIBUCE NAPĚTÍ NA SPŘAŽENÉM PRŮŘEZU



Obrázek 5.4: Napětí v bodě 2 v čase



Obrázek 5.5: Napětí v bodě 4 v čase

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo vytvoření postupu výpočtu přetvoření spřaženého průřezu s vlivem dotvarování. Dalším cílem bylo podrobné teoretické prozkoumání celé problematiky ohledně dotvarování spřažených konstrukcí beton-beton. Postup výpočtu měl být ukázán na příkladu, aby čtenář porozuměl problematice a pochopil souvislosti.

Přestože byl ve druhé kapitole vytyčen postup výpočtu přetvoření, bylo zanedbáno přerozdělení napětí mezi jednotlivými částmi průřezu. I přes toto zjednodušení byl úspěšně vytvořen použitelný výpočetní postup spolu s nástrojem v aplikaci Excel, který umožňuje počítat přetvoření v čase na jednoduchém spřaženém průřezu sestávajícím ze dvou obdélníkových prvků. Výpočetní postup ukazuje na možná úskalí při tvorbě obecného algoritmu použitelného pro implementaci do software a teoretická část této práce definuje potřebné předpoklady takového výpočtu. Ačkoli byl ve výpočetním postupu zanedbán efekt přerozdělení napětí, ve čtvrté kapitole této práce byl odvozen postup pro znázornění tohoto efektu spolu s výsledky, které poukazují na vliv takového účinku pro jednoduchou konstrukci podléhající jednorázové historii zatížení. Hlavní cíl práce byl tedy zdárně splněn.

Z práce je zřejmé, že některé nástroje použité ve druhé kapitole jako např. použití pracovních součinitelů nebo volba funkce poddajnosti nejsou vhodné pro řešení výpočtu přetvoření na spřaženém průřezu. Jednalo se o vývojový krok práce, při jehož realizaci bylo zjištěno, že by byl tento postup vyhovující pro inženýrské použití, ale v jeho využitelnosti pro obecnou algoritmizaci by bylo vhodnější aplikovat výpočetní metody ze čtvrté kapitoly, mezi které patří zejména výpočet napětí a přetvoření skrz nehomogenní matici průřezu. Z tohoto hlediska je stále prostor na rozšíření práce, zdokonalení výpočetního postupu a zohlednění přerozdělení napětí ve výpočtu přetvoření. Z praktické stránky by šlo také práci obohatit o pohled návrhu spřažených mostních konstrukcí z praxe, kde je třeba rychlý, efektivní a zejména bezpečný návrh takového typu konstrukce.

Hlavním přínosem této práce je bezpochyby popis postupu výpočtu, který ukazuje všechna úskalí problematiky výpočtu přetvoření spřažených konstrukcí beton-beton, a který bude moci společnost RIB Software GmbH v případě zájmu využít pro vytvoření nadstavby softwaru FERMO věnující se výpočtu dotvarování prefabrikátu s nabetonávkou. Vzhledem ke skutečnosti, že v literatuře bylo dohledáno jen minimum zdrojů věnujících se dané problematice, je také nutno poukázat na unikátnost teoretické části práce.

Literatura

- [1] Zdeněk P. Bažant a Milan Jirásek. *Creep and hygrothermal effects in concrete structures*. 1st ed. Dordrecht: Springer, 2018. ISBN: 978-94-024-1136-2.
- [2] Jan Soška a Lukáš Vráblík. *POROVNÁNÍ MATEMATICKÝCH MODELŮ PRO VÝPOČET SMRŠŤOVÁNÍ A DOTVAROVÁNÍ BETONU*. URL: https://www.ebeton.cz/wp-content/uploads/2011-6-58_0.pdf (cit. 20.06.2022).
- [3] Milan Jirásek a Jan Zeman. *Přetváření a porušování materiálů. Dotvarování, plasticita, lom a poškození*. 2. vyd. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2012. ISBN: 978-80-01-05064-4.
- [4] Martina Eliášová. *NAVRHOVÁNÍ NOSNÝCH KONSTRUKCÍ – OCEL 134NNKO. Spřažené ocelobetonové konstrukce*. URL: https://ocel-drevo.fsv.cvut.cz/cz/?wpfb_dl=383 (cit. 21.01.2023).
- [5] PRASAD. *Prestressed Composite Beams [design aspects]*. URL: <https://www.structuralguide.com/prestressed-composite-beams/> (cit. 22.06.2022).
- [6] Petra Komárková. *Spřažené konstrukce krok po kroku*. URL: <https://www.ideastatica.com/cz/blog/sprazene-konstrukce-krok-po-kroku> (cit. 22.06.2022).
- [7] Radek Štefan a Jaroslav Procházka. *Přednáška B12 Spřažené konstrukce*. URL: https://people.fsv.cvut.cz/www/stefarad/vyuka/133PSBZ/133PSBZ_Prednaska_B12.pdf (cit. 20.09.2022).
- [8] Jiří Šejnoha a Jitka Bittnarová. *Pružnost a pevnost 10*. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN: 80-010-2742-2.
- [9] *ČSN EN 1992-1-1. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ed. 2. Praha: Český normalizační institut, 2019.
- [10] C. Hartsuijker a J.W. Welleman. *Engineering Mechanics Volume 2. Stresses, Strains, Displacements*. 1st ed. Dordrecht: Springer, 2007. ISBN: 978-1-4020-4123-5.
- [11] *Model Code 2010 Final draft. Volume 1*. Germany: International Federation for Structural Concrete (fib), 2012. ISBN: 978-2-88394-105-2.
- [12] *ČSN EN 1992-2. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 2: Betonové mosty - Navrhování a konstrukční zásady*. ed. 1. Praha: Český normalizační institut, 2007.
- [13] Zdeněk Bažant a Sandeep Baweja. *Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3*. URL: <http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/PDFs/Papers/S39.pdf> (cit. 08.11.2022).
- [14] *Model Code 2010 Final draft. Volume 2*. Germany: International Federation for Structural Concrete (fib), 2012. ISBN: 978-2-88394-106-9.
- [15] *FERMO rozšíření*. URL: <https://www.rib.cz/reseni/konstrukcni-prvky-a-prefabrikace/fermo-rozsireni> (cit. 28.01.2023).

- [16] Jaroslav Navrátil. *Předpjaté betonové konstrukce*. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN: 978-80-7204-561-7.
- [17] Zdeněk Bažant, Mija Hubler a Milan Jirásek. „Improved Estimation of Long-Term Relaxation Function from Compliance Function of Aging Concrete“. In: *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 139, No. 2. American Society of Civil Engineers, 2013. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000339.

A Zdrojový kód maker pro časový výpočet přetvoření spráženého průřezu v prostředí Visual Basic

```
Sub Plus1()  
  
Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value + 1  
  
Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value  
= Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value + 1  
  
Sheets("Strain").Range("B2").Value  
= Sheets("Strain").Range("B2").Value + 1  
  
Sheets("Output").Range("B2").Value  
= Sheets("Output").Range("B2").Value + 1  
  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 0).Value  
= Sheets("Strain").Range("B2").Value 'Global Time  
  
'Creep of precast (phi & E)  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 1).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value 'Time  
  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 2).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("B7").Value 'phi 1  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 3).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("B37").Value 'E 1  
  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 4).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("F7").Value 'phi 2  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 5).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("F37").Value 'E 2  
  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 6).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("J7").Value 'phi 3  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 7).Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("J37").Value 'E 3  
  
'Creep of slab (phi & E)  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 8).Value  
= Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value 'Time  
  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 9).Value  
= Sheets("Creep of slab").Range("B7").Value 'phi 1  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 10).Value  
= Sheets("Creep of slab").Range("B37").Value 'E 1  
  
'Strain on cross section  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 11).Value  
= Sheets("Strain").Range("G5").Value 'Point1  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 12).Value  
= Sheets("Strain").Range("G6").Value 'Point2  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 13).Value  
= Sheets("Strain").Range("G7").Value 'Point3  
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value, 14).Value  
= Sheets("Strain").Range("G10").Value 'Point4
```

A. ZDROJOVÝ KÓD MAKER PRO ČASOVÝ VÝPOČET PŘETVOŘENÍ SPŘAŽENÉHO PRŮŘEZU Z PROSTŘEDÍ VISUAL BASIC

```
'Strain on cross section (without prestressing)
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,15).Value
= Sheets("Strain").Range("H5").Value 'Point1
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,16).Value
= Sheets("Strain").Range("H6").Value 'Point2
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,17).Value
= Sheets("Strain").Range("H7").Value 'Point3
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,18).Value
= Sheets("Strain").Range("H10").Value 'Point4

'Different moduli of elasticity (precast)
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,20).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B29").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,21).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B30").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,22).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B31").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,23).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B32").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,24).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B33").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,25).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B35").Value
Sheets("Output").Range("A6").Offset(Sheets("Output").Range("B2").Value,26).Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B37").Value
End Sub

Sub RunPlusMacro(ByRef Times)
    Do
        Application.Run "F1_DP_2023_Petrik_Matous_priloha_C_Vypocet_pretvoreni_
            na_sprazenem_prurezu.xlsm!ThisWorkbook.Plus1"
        Times = Times - 1
        DoEvents
    Loop Until Times = 0
End Sub

Sub Calculate()
Call RunPlusMacro(Sheets("Inputs").Range("P18").Value)
End Sub

Sub Plus50()
Call RunPlusMacro(50)
End Sub

Sub Minus1()
Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value
= Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value - 1
Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value
= Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value - 1
Sheets("Strain").Range("B2").Value
= Sheets("Strain").Range("B2").Value - 1
Sheets("Output").Range("B2").Value
= Sheets("Output").Range("B2").Value - 1
End Sub
```

```
Sub Minus50()  
Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value  
= Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value - 50  
Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value  
= Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value - 50  
Sheets("Strain").Range("B2").Value  
= Sheets("Strain").Range("B2").Value - 50  
Sheets("Output").Range("B2").Value  
= Sheets("Output").Range("B2").Value - 50  
End Sub
```

```
Sub Start()  
Sheets("Creep of precast").Range("B2").Value = "0"  
Sheets("Creep of slab").Range("B2").Value = -Sheets("Inputs").Range("B22").Value  
Sheets("Strain").Range("B2").Value = "0"  
Sheets("Output").Range("B2").Value = "0"  
Sheets("Output").Range("A7:AA40000").Value = ""  
End Sub
```


B Zdrojový kód výpočtu napětí na T průřezu s postupem výstavby z prostředí C++

Každá kapitola či podkapitola je pojmenována po hlavičkovém nebo zdrojovém souboru projektu výpočtu napětí. Název hlavního zdrojového souboru je "StressCalculation.cpp" (viz část přílohy B.8). V tomto zdrojovém souboru se nachází funkce main(), která je při výpočtu volána jako první.

B.1 Inputs

Inputs.h

```
#pragma once
class Inputs
{
public:
    Inputs();
    void setL(double L);
    double getL() const;
private:
    double m_L;
};
```

Inputs.cpp

```
#include "Inputs.h"
Inputs::Inputs()
{
    m_L = 0.0;
}
void Inputs::setL(double L)
{
    m_L = L;
}
double Inputs::getL() const
{
    return m_L;
}
```

B.2 CrossSection

CrossSection.h

```
#pragma once
class CrossSection
{
public:
    virtual double getArea() const = 0;
    virtual double getMomentOfInnertiaY() const = 0;
    virtual double getMomentOfInnertiaZ() const = 0;
    virtual double getCenterOfGravity() const = 0;
};
```

B.3 Loads

Loads.h

```
#pragma once
class Loads
{
public:
    Loads();
    void setDistributedLoadY(double fy);
    double getfy() const;
    void setDistributedLoadZ(double fz);
    double getfz() const;
private:
    double m_fy;
    double m_fz;
};
```

Loads.cpp

```
#include "Loads.h"
Loads::Loads()
{
    m_fy = 0.0;
    m_fz = 0.0;
}
void Loads::setDistributedLoadY(double fy)
{
    m_fy = fy;
}
double Loads::getfy() const
{
    return m_fy;
}

void Loads::setDistributedLoadZ(double fz)
{
    m_fz = fz;
}
double Loads::getfz() const
{
    return m_fz;
}
```


B.4 InnerForces

InnerForces.h

```
#pragma once
#include "Loads.h"
#include "Inputs.h"
class InnerForces
{
public:
    InnerForces();
    void calculateN(double N);
    void calculateMy(const Loads& loadY, const Inputs& span);
    double calculateMz(const Loads& loadZ, const Inputs& span);
    double getN() const;
    double getMy() const;
    double getMz() const;
private:
    double m_N;
    double m_My;
    double m_Mz;
};
```

InnerForces.cpp

```
#include "InnerForces.h"
#include "Inputs.h"
InnerForces::InnerForces()
{
    m_N = 0.0;
    m_My = 0.0;
    m_Mz = 0.0;
}
void InnerForces::calculateN(double N)
{
    m_N = N;
}
void InnerForces::calculateMy(const Loads& loadY, const Inputs& span)
{
    auto fy = loadY.getfy();
    auto L = span.getL();
    m_My = 1.0 / 8.0 * fy * L * L;
}
double InnerForces::calculateMz(const Loads& loadZ, const Inputs& span)
{
    auto fz = loadZ.getfz();
    auto L = span.getL();
    double Mz = 1.0 / 8.0 * fz * L * L;
    return Mz;
}
double InnerForces::getN() const
{
    return m_N;
}
double InnerForces::getMy() const
{
    return m_My;
}
double InnerForces::getMz() const
{
    return m_Mz;
}
```

B.5 TCrossSection

TCrossSection.h

```
#pragma once
#include "CrossSection.h"
class TCrossSection : public CrossSection
{
public:
    TCrossSection();
    void setBeamHeight(double beamheight);
    void setBeamWidth(double beamwidth);
    void setSlabThickness(double slabthickness);
    void setSlabWidth(double slabwidth);
    double getBeamHeight() const;
    double getBeamWidth() const;
    double getSlabThickness() const;
    double getSlabWidth() const;
    double getAreaSlab() const;
    double getAreaBeam() const;
    double getArea() const override;
    double getCenterOfGravity() const override;
    double getMomentOfInnertiaBeamY() const;
    double getMomentOfInnertiaSlabY() const;
    double getMomentOfInnertiaY() const override;
    double getMomentOfInnertiaBeamZ() const;
    double getMomentOfInnertiaSlabZ() const;
    double getMomentOfInnertiaZ() const override;
    /*Set of axis Z for stress calculation: 1-upper fibers, 2-construction joint
       (slab), 3-construction joint (precast), 4-center of gravity of T section,
       5-center of gravity of precast, 6-lower fibers*/
    enum class AxisZPosition
    {
        eUpperFibers,
        eJointSlab,
        eJointPrecast,
        eCenterOfGravityTCross,
        eCenterOfGravityPrecast,
        eLowerFibers,
        eNotDefined
    };
    double getAxisZTCross(AxisZPosition axisZchoise) const;
    double getAxisZRCCross(AxisZPosition axisZchoise) const;
    /*Set of axis Y for stress calculation: 1-(+)edge of the slab, 2-(+)edge of
       the precast, 3-center fo gravity, 4-(-)edge of the precast, 5-(-)edge of
       the slab*/
    enum class AxisYPosition
    {
        ePlusEdgeSlab,
        ePlusEdgeBeam,
        eCenterOfGravity,
        eMinusEdgeBeam,
        eMinusEdgeSlab,
        eNotDefined
    };
    double getAxisYTCross(AxisYPosition axisYchoise) const;
    double getAxisYRCCross(AxisYPosition axisYchoise) const;
private:
    double m_slabthickness;
    double m_slabwidth;
    double m_beamheight;
    double m_beamwidth;
};
```

TCrossSection.cpp

```
#include "TCrossSection.h"
#include <cmath>
TCrossSection::TCrossSection()
{
    m_slabthickness = 0.0;
    m_slabwidth = 0.0;
    m_beamheight = 0.0;
    m_beamwidth = 0.0;
}
void TCrossSection::setBeamHeight(double beamheight)
{
    m_beamheight = beamheight;
}
void TCrossSection::setBeamWidth(double beamwidth)
{
    m_beamwidth = beamwidth;
}
void TCrossSection::setSlabThickness(double slabthickness)
{
    m_slabthickness = slabthickness;
}
void TCrossSection::setSlabWidth(double slabwidth)
{
    m_slabwidth = slabwidth;
}
double TCrossSection::getBeamHeight() const
{
    return m_beamheight;
}
double TCrossSection::getBeamWidth() const
{
    return m_beamwidth;
}
double TCrossSection::getSlabThickness() const
{
    return m_slabthickness;
}
double TCrossSection::getSlabWidth() const
{
    return m_slabwidth;
}
double TCrossSection::getAreaSlab() const
{
    double area = m_slabthickness * m_slabwidth;
    return area;
}
double TCrossSection::getAreaBeam() const
{
    double area = m_beamheight * m_beamwidth;
    return area;
}
double TCrossSection::getArea() const
{
    double area = getAreaSlab() + getAreaBeam();
    return area;
}
```

B. ZDROJOVÝ KÓD VÝPOČTU NAPĚTÍ NA T PRŮŘEZU S POSTUPEM VÝSTAVBY Z PROSTŘEDÍ C++

```
double TCrossSection::getCenterOfGravity() const
{
    double centerofgravity = (getAreaBeam() * getBeamHeight() * 0.5 + getAreaSlab
        () * (getSlabThickness() * 0.5 + getBeamHeight())) / getArea();
    return centerofgravity;
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaBeamY() const
{
    double Iy = 1.0 / 12.0 * m_beamwidth * pow(m_beamheight, 3.0);
    return (Iy);
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaSlabY() const
{
    double Iy = 1.0 / 12.0 * m_slabwidth * pow(m_slabthickness, 3.0);
    return (Iy);
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaY() const
{
    double Iy = getMomentOfInnertiaBeamY() + getAreaBeam() * pow(
        getCenterOfGravity() - getBeamHeight() * 0.5, 2)
        + getMomentOfInnertiaSlabY() + getAreaSlab() * pow(getBeamHeight() -
            getCenterOfGravity() + getSlabThickness() * 0.5, 2);
    return (Iy);
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaBeamZ() const
{
    double Iz = 1.0 / 12.0 * m_beamheight * pow(m_beamwidth, 3.0);
    return (Iz);
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaSlabZ() const
{
    double Iz = 1.0 / 12.0 * m_slabthickness * pow(m_slabwidth, 3.0);
    return (Iz);
}
double TCrossSection::getMomentOfInnertiaZ() const
{
    double Iz = getMomentOfInnertiaBeamZ() + getMomentOfInnertiaSlabZ();
    return (Iz);
}

/*Set of axis Z for stress calculation: 1-upper fibers, 2-construction joint
    (slab), 3-construction joint (precast), 4-center of gravity of T section,
    5-center of gravity of precast, 6-lower fibers*/
double TCrossSection::getAxisZTCross(AxisZPosition axisZChoise) const
{
    double axisZ = 0.0;
    switch (axisZChoise)
    {
        case AxisZPosition::eUpperFibers:
            axisZ = -getSlabThickness() - getBeamHeight() + getCenterOfGravity();
            return axisZ;
            break;
        case AxisZPosition::eJointSlab:
            axisZ = -getBeamHeight() + getCenterOfGravity();
            return axisZ;
            break;
        case AxisZPosition::eJointPrecast:
            axisZ = -getBeamHeight() + getCenterOfGravity();
            return axisZ;
            break;
    }
}
```

```
    case AxisZPosition::eCenterOfGravityTCross:
        axisZ = 0.0;
        return axisZ;
        break;
    case AxisZPosition::eCenterOfGravityPrecast:
        axisZ = getCenterOfGravity() - getBeamHeight() / 2.0;
        return axisZ;
        break;
    case AxisZPosition::eLowerFibers:
        axisZ = getCenterOfGravity();
        return axisZ;
        break;
    case AxisZPosition::eNotDefined:
        break;
    default:
        break;
}
}

double TCrossSection::getAxisZRCross(AxisZPosition axisZChoise) const
{
    double axisZ = 0.0;
    switch (axisZChoise)
    {
        case AxisZPosition::eUpperFibers:
            axisZ = 0.0;
            break;
        case AxisZPosition::eJointSlab:
            axisZ = 0.0;
            break;
        case AxisZPosition::eJointPrecast:
            axisZ = -getBeamHeight() / 2.0;
            break;
        case AxisZPosition::eCenterOfGravityTCross:
            axisZ = -getCenterOfGravity() + getBeamHeight() / 2.0;
            break;
        case AxisZPosition::eCenterOfGravityPrecast:
            axisZ = 0.0;
            break;
        case AxisZPosition::eLowerFibers:
            axisZ = getBeamHeight() / 2.0;
            break;
        case AxisZPosition::eNotDefined:
            break;
        default:
            break;
    }
    return axisZ;
}
```

B. ZDROJOVÝ KÓD VÝPOČTU NAPĚTÍ NA T PRŮŘEZU S POSTUPEM VÝSTAVBY Z PROSTŘEDÍ C++

```
/*Set of axis Y for stress calculation: 1-(+)edge of the slab, 2-(+)edge of the
   precast, 3-center fo gravity, 4-(-)edge of the precast, 5-(-)edge of the
   slab*/
double TCrossSection::getAxisYTCross(AxisYPosition axisYChoise) const
{
    double axisY = 0.0;
    switch (axisYChoise)
    {
        case AxisYPosition::ePlusEdgeSlab:
            axisY = getSlabWidth() * 0.5;
            return axisY;
            break;
        case AxisYPosition::ePlusEdgeBeam:
            axisY = getBeamWidth() * 0.5;
            return axisY;
            break;
        case AxisYPosition::eCenterOfGravity:
            axisY = 0.0;
            return axisY;
            break;
        case AxisYPosition::eMinusEdgeBeam:
            axisY = -getBeamWidth() * 0.5;
            return axisY;
            break;
        case AxisYPosition::eMinusEdgeSlab:
            axisY = -getSlabWidth() * 0.5;
            return axisY;
            break;
        case AxisYPosition::eNotDefined:
            break;
        default:
            break;
    }
}
double TCrossSection::getAxisYRCCross(AxisYPosition axisYChoise) const
{
    double axisY = 0.0;
    switch (axisYChoise)
    {
        case AxisYPosition::ePlusEdgeSlab:
            axisY = 0.0;
            break;
        case AxisYPosition::ePlusEdgeBeam:
            axisY = getBeamWidth() * 0.5;
            break;
        case AxisYPosition::eCenterOfGravity:
            axisY = 0.0;
            break;
        case AxisYPosition::eMinusEdgeBeam:
            axisY = -getBeamWidth() * 0.5;
            break;
        case AxisYPosition::eMinusEdgeSlab:
            axisY = 0.0;
            break;
        case AxisYPosition::eNotDefined:
            break;
        default:
            break;
    }
    return axisY;
}
```

B.6 CalcStressTCross.h

```
#pragma once

#include "InnerForces.h"
#include "TCrossSection.h"

double calculateTCrossSectionStress(const InnerForces& forces, const
    TCrossSection& Tsection, TCrossSection::AxisZPosition axisZ, TCrossSection::
    AxisYPosition axisY)
{
    auto N = forces.getN();
    auto My = forces.getMy();
    auto Mz = forces.getMz();

    auto sectionArea = Tsection.getArea();
    auto sectionMomentOfInnertiaY = Tsection.getMomentOfInnertiaY();
    auto sectionMomentOfInnertiaZ = Tsection.getMomentOfInnertiaZ();

    auto sectionZ = Tsection.getAxisZTCross(axisZ);
    auto sectionY = Tsection.getAxisYTCross(axisY);

    if (axisZ != TCrossSection::AxisZPosition::eNotDefined && axisY !=
        TCrossSection::AxisYPosition::eNotDefined)
    {
        double sigmax = N / sectionArea + My / sectionMomentOfInnertiaY * sectionZ -
            Mz / sectionMomentOfInnertiaZ * sectionY;
        return sigmax;
    }
    else
    {
        std::cout << "You havent defined position of axis Z or axis Y" << std::endl;
    }
}
```

B.7 CalcStressRCCross.h

```
#pragma once

#include "InnerForces.h"
#include "TCrossSection.h"

double calculateRCCrossSectionStress(const InnerForces& forces, const
    TCrossSection& Tsection, TCrossSection::AxisZPosition axisZ, TCrossSection::
    AxisYPosition axisY)
{
    auto N = forces.getN();
    auto My = forces.getMy();
    auto Mz = forces.getMz();

    auto sectionArea = Tsection.getAreaBeam();
    auto sectionMomentOfInnertiaY = Tsection.getMomentOfInnertiaBeamY();
    auto sectionMomentOfInnertiaZ = Tsection.getMomentOfInnertiaBeamZ();

    auto sectionZ = Tsection.getAxisZRCCross(axisZ);
    auto sectionY = Tsection.getAxisYRCCross(axisY);
}
```

B. ZDROJOVÝ KÓD VÝPOČTU NAPĚTÍ NA T PRŮŘEZU S POSTUPEM VÝSTAVBY Z PROSTŘEDÍ C++

```
if (axisZ != TCrossSection::AxisZPosition::eNotDefined && axisY !=
    TCrossSection::AxisYPosition::eNotDefined)
{
    double sigmax = N / sectionArea + My / sectionMomentOfInnertiaY * sectionZ -
        Mz / sectionMomentOfInnertiaZ * sectionY;
    return sigmax;
}
else
{
    std::cout << "You havent defined position of axis Z or axis Y" << std::endl;
}
}
```

B.8 StressCalculation.cpp

```
#include <iostream>
#include "Inputs.h"
#include "CrossSection.h"
#include "Loads.h"
#include "InnerForces.h"
#include "TCrossSection.h"
/*Calculation of stress on T cross-section*/
#include "CalcStressTCross.h"
/*Calculation of stress on rectangular cross-section*/
#include "CalcStressRCCross.h"

int main()
{
    //Input
    Inputs inputs1;
    inputs1.setL(15.0);

    TCrossSection TCross;
    TCross.setBeamHeight(0.7);
    TCross.setBeamWidth(0.4);
    TCross.setSlabThickness(0.2);
    TCross.setSlabWidth(2.0);

    Loads deadLoadBeam;
    deadLoadBeam.setDistributedLoadY(7.0);
    deadLoadBeam.setDistributedLoadZ(0.0);

    Loads additionalLoad;
    additionalLoad.setDistributedLoadY(10.0);
    additionalLoad.setDistributedLoadZ(0.0);

    InnerForces innerForcesDeadLoadBeam;
    innerForcesDeadLoadBeam.calculateN(0.0);
    innerForcesDeadLoadBeam.calculateMy(deadLoadBeam, inputs1);
    innerForcesDeadLoadBeam.calculateMz(deadLoadBeam, inputs1);

    InnerForces innerForcesAdditionalLoad;
    innerForcesAdditionalLoad.calculateN(0.0);
    innerForcesAdditionalLoad.calculateMy(additionalLoad, inputs1);
    innerForcesAdditionalLoad.calculateMz(additionalLoad, inputs1);
}
```



```
TCrossSection::AxisZPosition getAxisZPosition = TCrossSection::AxisZPosition::
    eLowerFibers;
TCrossSection::AxisYPosition getAxisYPosition = TCrossSection::AxisYPosition::
    eCenterOfGravity;

std::cout << "The position of the Z axis is: " << TCross.getAxisZTCross(
    getAxisZPosition) << std::endl;
std::cout << "The position of the Y axis is: " << TCross.getAxisYTCross(
    getAxisYPosition) << std::endl;

std::cout << "Stress on T cross-section is" << calculateTCrossSectionStress(
    innerForcesAdditionalLoad, TCross, getAxisZPosition, getAxisYPosition) <<
    std::endl;
std::cout << "Stress on rectangular cross-section is" <<
    calculateRCCrossSectionStress(innerForcesDeadLoadBeam, TCross,
    getAxisZPosition, getAxisYPosition) << std::endl;
return 0;
```


C Soubor aplikace Excel pro výpočet přetvoření na spřaženém průřezu

Soubor je přiložen jako elektronická příloha této práce a byl z převážné části přeložen do anglického jazyka z důvodu prezentace pro kolegy z firmy RIB Software GmbH.

D Soubor aplikace Excel pro výpočet přerozdělení napětí na spřaženém průřezu

Soubor je taktéž přiložen jako elektronická příloha této práce, opět byl z převážné části přeložen do anglického jazyka z důvodu zmíněného výše.