

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ
KATEDRA GEOMATIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Zpřesnění určení prostorové polohy pomocí
opakovaných měření GNSS metodou RTK**

Refinement of spatial position determination using repeated GNSS
measurements by the RTK method

Vedoucí práce: doc. Ing. Jakub Kostecký, Ph.D.

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Sochor	Jméno: Miroslav	Osobní číslo: 487735
Zadávací katedra: 155 - geomatika		
Studijní program: geodézie a kartografie		
Studijní obor: inženýrská geodézie		

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Zpřesnění určení prostorové polohy pomocí opakovaných měření GNSS metodou RTK
Název diplomové práce anglicky: Refinement of Spatial Position Determination using Repeated GNSS Measurements by the RTK Method

Pokyny pro vypracování:

Cílem diplomové práce je porovnat opakované určení prostorové polohy pomocí GNSS metody RTK. Obsahem práce bude:

1. Provedení opakovaných měření GNSS metodou RTK a nivelačních měření na množině 10 bodů
2. Porovnání výsledků s referenčními souřadnicemi určenými jednak klasickými geodetickými metodami, jednak celodenní statickou metodou měření GNSS
3. Analýza rozdílů a otestování zvýšení přesnosti určení polohy a výšky při opakovaných měřeních RTK

V textu práce popište realizaci jednotlivých kroků včetně vhodného teoretického základu.

Seznam doporučené literatury:

Hoffmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E.: GNSS - Global Navigation Satellite Systems L GPS, GLONASS, Galileo and More. (2008)

Bae T. S., Kim M.: Performance Analysis of Network-RTK Techniques for Drone Navigation considering Ionospheric Conditions. Journal of Sensors (2018), Vol. 2018, No. 5154697, doi: 10.1155/2018/5154697

Paziewski J., Sieradzki R.: Enhanced wide-area multi-GNSS RTK and rapid static positioning in the presence of ionospheric disturbances. Earth Planets and Space (2020), Vol. 72, Issue: 1, No. 110, doi: 10.1086/s40623-020-01238-7

Pirti A.: Millimeter level accuracy point positioning in woodland area by using hybrid method. Forestry Ideas (2020), Vol. 26, Issue: 1, pp. 119-131

Studijní literatura k předmětům Geodézie a Teoretická geodézie

Jméno vedoucího diplomové práce: doc. Ing. Jakub Kostecký, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 20. 2. 2023

Termín odevzdání DP v IS KOS: 22. 5. 2023

Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

20. 2. 2023

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci s názvem „Zpřesnění určení prostorové polohy pomocí opakovaných měření GNSS metodou RTK“ vypracoval samostatně s výjimkou odborných konzultací s vedoucím diplomové práce doc. Ing. Jakubem Kosteckým, Ph.D. Veškerá použitá literatura a další zdroje jsou uvedeny v seznamu použitých zdrojů.

V Praze dne:

.....

Miroslav Sochor

Poděkování:

Chtěl bych v první řadě poděkovat vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Jakubovi Kosteckému, Ph.D. za pomoc při měření a také za jeho čas věnovaný odborným konzultacím. Děkuji také Ing. Zdeňkovi Vyskočilovi, Ph.D. za vypůjčení veškerého vybavení pro měření k diplomové práci, dále mojí rodině a přítelkyni za podporu v průběhu celého studia.

Abstrakt

Tato diplomová práce vznikla za účelem zpřesnění prostorové polohy několika bodů pomocí opakovaných měření GNSS metodou RTK. Na každém bodu byla provedena observace pět a třicet sekund. Bylo využito také nivelační měření, konkrétně technická nivelace, pro určení výškových anomálií v zájmovém území.

Souřadnice a výšky získané metodou RTK byly porovnány se souřadnicemi a výškami, které byly určeny klasickými geodetickými metodami a také statickou metodou GNSS. Dále byla provedena analýza přesností souřadnic a výšek, které byly určeny RTK metodou v různých dnech a hodinách.

Výsledkem jsou směrodatné odchylky souřadnic a výšek určené metodou RTK, klasickými geodetickými metodami a statickou metodou GNSS. Přesnosti souřadnic a výšek určené metodou RTK v různých dnech a hodinách byly analyzovány pomocí směrodatných odchylek. Dále byla vypočtena polohová a výšková přesnost pro observaci pět a třicet sekund. Dalším výstupem je graf zobrazující průběh kvazigeoidu, který je určen z našeho měření, a kvazigeoidu ZU2013 včetně odchylek výškových anomálií.

Klíčová slova:

GNSS, RTK, zpřesnění, poloha, výška, přesnost

Abstract

This diploma thesis aims to clarify 3D position of few points using repeated GNSS RTK method measurement. There was five and thirty seconds lasting observation done on each point. Technical levelling was used to define height anomaly too.

3D coordinates measured by GNSS RTK method were compared with 3D coordinates measured by classic geodetic methods and by GNSS static method. Then, analysis of accuracy of positions and heights measured in different days and times was made.

This thesis results are the differences of positions and heights measured by GNSS RTK method, classic geodetic method and GNSS static method. Accuracy of positions and heights measured by GNSS RTK method in different days and times were analysed using their standard deviations. Accuracy of position and height was computed for both observation times. Another result is chart displaying shapes of quasigeoid defined by our measurement and quasigeoid ZU2013 including height anomaly deviations.

Key words:

GNSS, RTK, refinement, position, height, accuracy

Obsah

Úvod	1
1. Lokalita	2
2. Experimentální bodové pole	3
2.1. Observační podmínky jednotlivých bodů	6
3. Přístrojové vybavení	8
4. Teoretický základ měřických metod	10
4.1. Metoda RTK	10
4.2. Statická metoda	11
4.3. Technická nivelace	11
5. Postup měření v terénu	12
5.1. Metoda RTK	12
5.2. Technická nivelace	14
6. Zpracování RTK měření	15
6.1. Test odlehých hodnot	15
6.2. Délka observace a její vliv na přesnost	16
6.3. Vliv počtu opakování na přesnost	19
6.4. Porovnání přesnosti se statickou metodou	21
6.6. Přesnost jednoho RTK měření	27
6.7. Přesnost RTK měření za celý den	28
7. Zpracování výšek	29
7.1. Přesnost jednoho RTK měření	29
7.1.1. Výpočet přesnosti ze statické metody	29
7.1.2. Výpočet přesnosti z nivelace	30
7.2. Přesnost měření RTK za celý den	31
7.2.1. Výpočet přesnosti ze statické metody	31
7.2.2. Výpočet přesnosti z nivelace	31
7.3. Porovnání použitých metod	32
7.4. Určení výškových anomálií	32
8. Výsledky	36
8.1. Délka observace a její vliv na přesnost	36
8.2. Vliv počtu opakování na přesnost	37
8.4. Porovnání přesnosti s klasickým měřením	38
8.5. Přesnost jednoho RTK měření	38

8.6. Přesnost RTK měření za celý den	39
8.7. Určení výškových anomálií	39
Závěr	40
Seznam použitých zdrojů.....	45
Seznam zkratk	46
Seznam obrázků.....	47
Seznam tabulek.....	48
Seznam grafů	49
Seznam příloh	50

Úvod

Od doby, kdy vznikly sítě permanentních stanic v České republice, se v rámci technologie GNSS nyní nejvíce využívá metoda RTK. Ovšem před vznikem sítí permanentních stanic se standardně používala statická metoda.

Vzhledem k dlouhé observační době statické metody, která trvá i několik hodin na bodě, jsou její výsledky nejpřesnější ze všech dostupných metod GNSS. Naopak metoda RTK, která je velice efektivní v porovnání se statickou metodou, je však nejméně přesnou metodou.

Rozhodli jsme se s vedoucím diplomové práce doc. Ing. Jakubem Kosteckým, PhD. porovnat výsledky těchto dvou metod na množině dvanácti bodů. Každý bod byl zaměřen statickou metodou po dobu dvaceti čtyř hodin a také metodou RTK po dobu dvou dní, kde každý bod byl zaměřen po dobu pěti a třiceti sekund, přičemž první den bylo měřeno v intervalu po šesti hodinách a druhý den v intervalu po osmi hodinách. Zajímalo nás, jestli budou výsledky získané pomocí RTK metody při opakovaném měření stejné nebo dokonce lepší než výsledky získané statickou metodou. Zajímalo nás také, zda bude mít delší observace na bodě vliv na přesnost a zda přesnost intervalového RTK měření během celého dne bude lepší než jedno RTK měření.

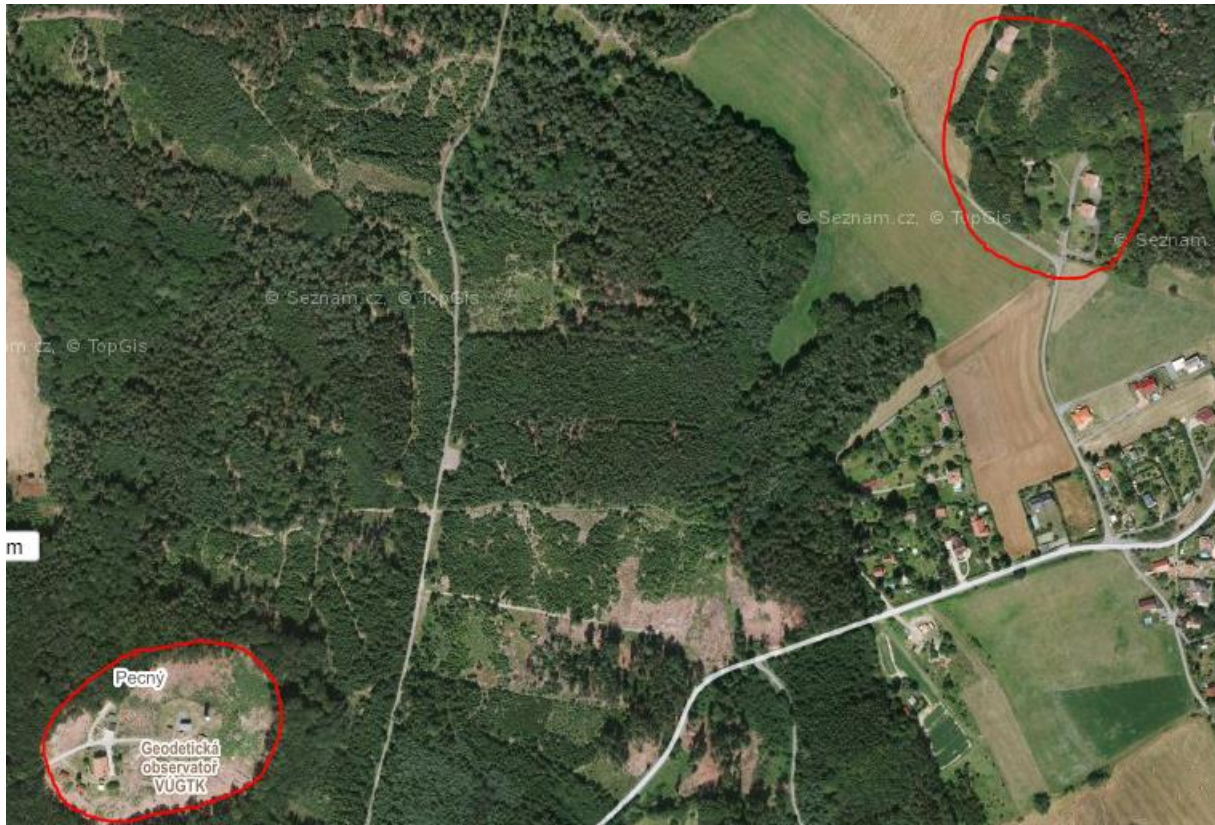
K dispozici máme souřadnice, které jsou určeny klasickými geodetickými metodami, tudíž nás zajímalo i porovnání těchto souřadnic s určením souřadnic pomocí RTK metody.

Bylo provedeno i nivelační měření pro účely získání výškových anomálií na všech bodech. Následně bylo cílem tyto výškové anomálie porovnat s nejpřesnějším modelem kvazigeoidu, který v současnosti existuje.

V rámci diplomové práce byl použit souřadnicový systém S-JTSK a výškový systém Bpv a referenční systém ETRS89.

1. Lokalita

Měření bylo provedeno v obci Ondřejov, konkrétně v areálu geodetické observatoře Pecný a také v areálu testovací základny Skalka. Oba tyto areály spadají pod Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v.v.i. Na obrázku (Obr. 1) vlevo je zvýrazněn areál Pecný a vpravo Skalka. Oba areály jsou obklopeny hustou vegetací.



Obr. 1 Umístění areálů Pecný a Skalka

2. Experimentální bodové pole

Experimentální bodové pole, které bylo použito pro měření, sestává celkem z dvanácti bodů. Na přehledkách (Obr. 2, Obr. 3, Obr. 4), které jsou k dispozici níže, je uvedena jejich přesná konfigurace. Body mají původně svůj způsob označení, nicméně z důvodu lepší přehlednosti byly v terénu číslovány 101 až 112 a toto číslování bude dále zachováno pro potřeby v rámci diplomové práce. Všechny body byly zaměřeny pracovníky VÚGTK statickou metodou a také pomocí klasického měření s připojením na trigonometrické a zhušťovací body. Společně s doc. Ing. Jakubem Kosteleckým, Ph.D. jsme zaměřili těchto dvanáct bodů pouze RTK metodou, jejíž výsledky jsou pro nás stěžejní.



Obr. 2 Přehledka bodového pole v areálu Pecný, body 101 až 106



Obr. 3 Přehledka bodového pole v areálu Skalka, body 107 až 111



Obr. 4 Přehledka bodového pole, bod 112

Body s číslem 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 112 jsou v terénu stabilizovány žulovým nebo betonovým mezníkem s vytesaným křížkem (Obr. 5). Body s číslem 109, 110, 111, které se využívají pro kalibraci aparatur GNSS, jsou stabilizovány pomocí měřického pilíře. Na něm je instalován závit, kam pouze stačí našroubovat rover (Obr. 6).



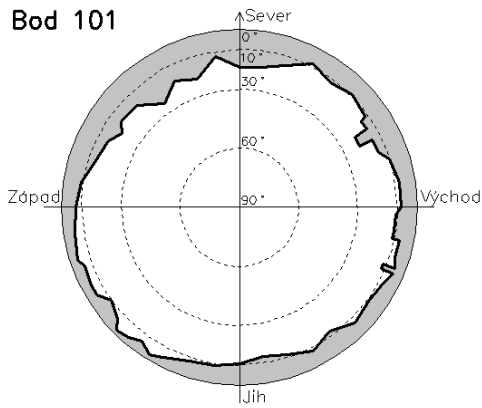
Obr. 5 Stabilizace bodu 112



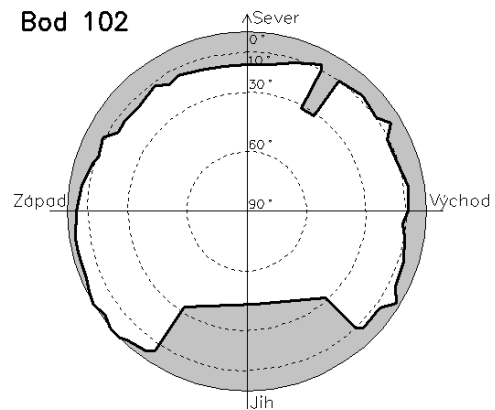
Obr. 6 Stabilizace bodu 110

2.1. Observační podmínky jednotlivých bodů

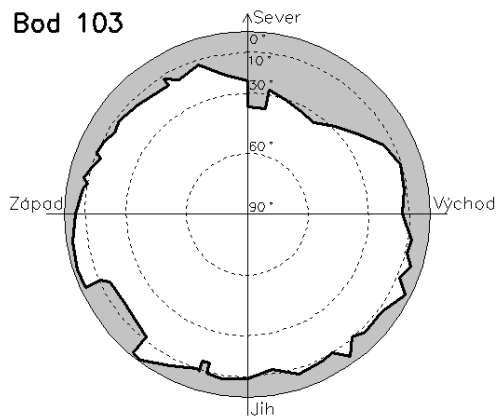
Níže uvedené obrázky, demonstrují zakrytí oblohy, resp. viditelnost družic z jednotlivých bodů. Obrázky byly zpracovány VÚGTK a byly mi poskytnuty od vedoucího práce doc. Ing. Jakuba Kosteckého, PhD. (Obr. 7 až Obr. 18).



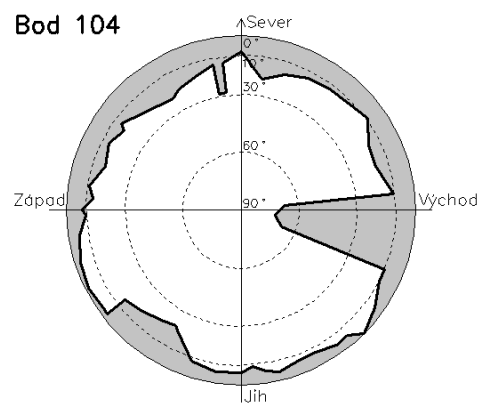
Obr. 8 Viditelnost na bodě 101



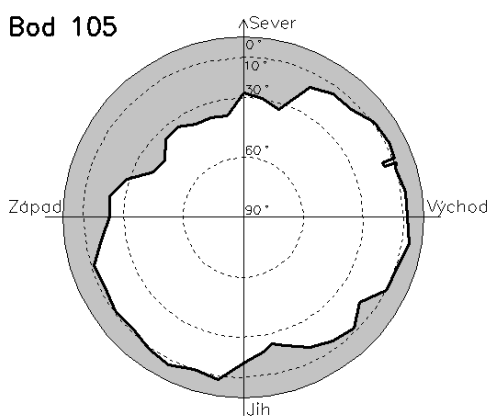
Obr. 7 Viditelnost na bodě 102



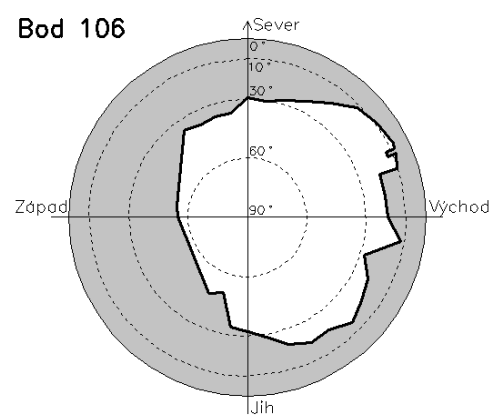
Obr. 10 Viditelnost na bodě 103



Obr. 9 Viditelnost na bodě 104

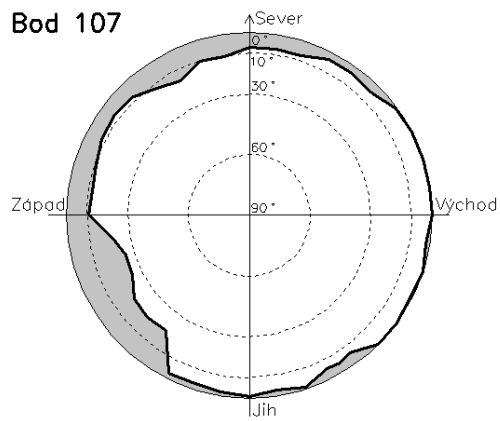


Obr. 12 Viditelnost na bodě 105



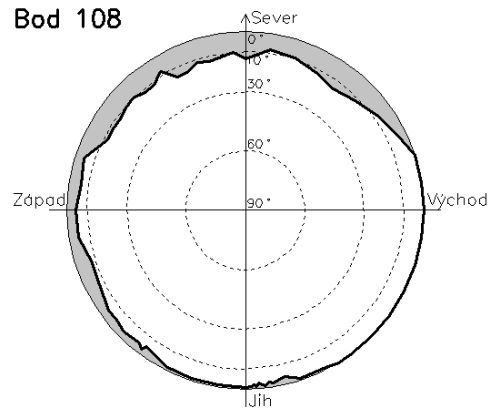
Obr. 11 Viditelnost na bodě 106

Bod 107



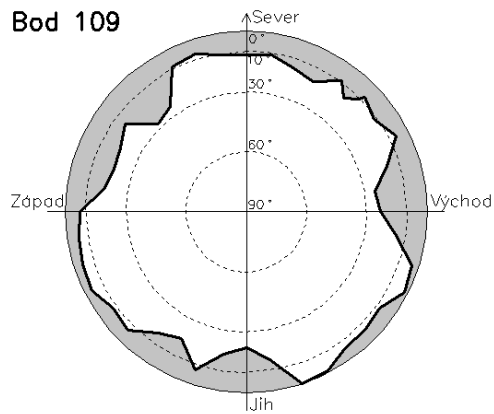
Obr. 15 Viditelnost na bodě 107

Bod 108



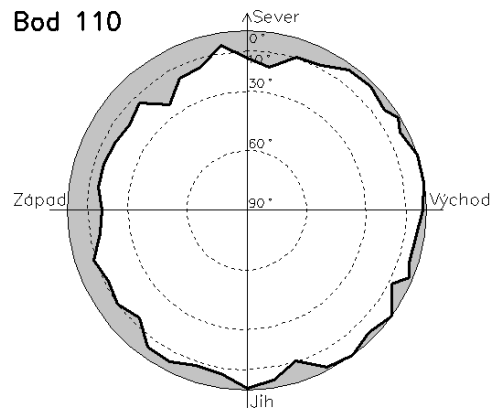
Obr. 14 Viditelnost na bodě 108

Bod 109



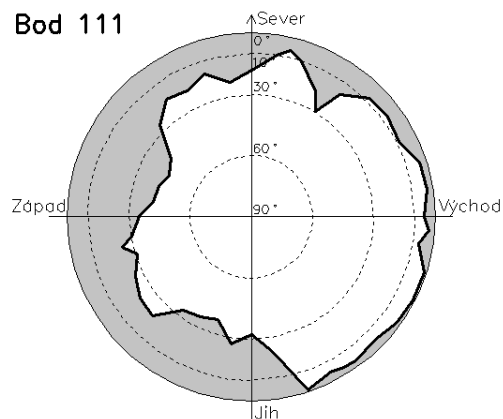
Obr. 18 Viditelnost na bodě 109

Bod 110



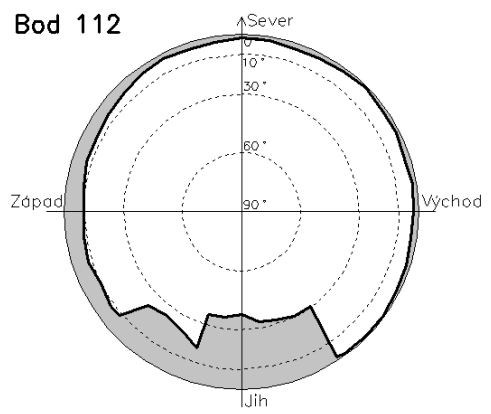
Obr. 13 Viditelnost na bodě 110

Bod 111



Obr. 16 Viditelnost na bodě 111

Bod 112



Obr. 17 Viditelnost na bodě 112

3. Přístrojové vybavení

Pro opakované měření RTK metodou byla využita GNSS aparatura Topcon Hiper + (Obr. 19), která disponuje přesnostmi [3] uvedenými níže (Tab.1):

	statická metoda	RTK metoda
poloha	3 mm + 0,5 ppm	10 mm + 1 ppm
výška	5 mm + 0,5 ppm	15 mm + 1 ppm

Tab.1 Přesnost GNSS aparatury Topcon Hiper +



Obr. 19 GNSS rover Topcon Hiper +

Technická nivelace byla provedena digitálním nivelačním přístrojem Leica DNA03 (Obr. 20), který při měření tam a zpět může dosáhnout přesností [4] uvedených níže (Tab.2). Přesnost je definována jako kilometrová směrodatná odchylka výšky podle způsobu cílení a typu lať.

	σ_{km} [mm]
elektronické měření (invarová lať)	0,3
elektronické měření (klasická lať)	1,0
optické měření (klasická lať)	2,0

Tab.2 Přesnost digitálního nivelačního přístroje Leica DNA03

Ze zmíněných způsobů cílení (Tab.2) bylo využito odečítání opticky na klasickou centimetrovou lať.



Obr. 20 Digitální nivelační přístroj Leica DNA03

4. Teoretický základ měřických metod

V této kapitole bude popsán princip fungování jednotlivých metod, které byly použity pro měření v rámci diplomové práce.

4.1. Metoda RTK

Při vzniku permanentních stanic pro technologii GNSS se výrazně zjednodušila práce v oblasti geodézie. Na území České republiky máme nyní k dispozici síť CZEPOS, která spadá pod Zeměměřický úřad ČÚZK, a soukromé sítě, například TopNET nebo Trimble VRS Now, přičemž jejich vznik sahá do období v letech 2004 až 2009. Jednotlivé permanentní stanice jsou rovnoměrně rozmístěny po celém území, případně se generuje virtuální permanentní stanice, která je vypočtena v blízkosti místa, kde právě měříme, a dochází k síťovému řešení.

Principem RTK metody je výpočet vektoru mezi permanentní stanicí, u které jsou známy souřadnice, a přijímačem, u kterého souřadnice určujeme. Pro ideální přesnost měření nesmí být tento vektor delší než padesát kilometrů z důvodu stejných troposférických podmínek [6] při příjmu signálu z družic na permanentní stanici a v přijímači. Zásadní podmínkou je internetové připojení přijímače, aby mohl získávat korekce z permanentní stanice. Dalším způsobem, jak získávat data metodou RTK, je připojení k referenční stanici, která je také umístěna na bodu o známých souřadnicích, avšak pro spolehlivou přesnost by měl být vektor kratší než u permanentní stanice, zhruba dvacet kilometrů. Korekce jsou v tomto případě přenášeny pomocí rádiových vln. Metoda RTK umožňuje uživateli získávat data v reálném čase, což je v geodézii obrovskou výhodou zejména pro vytyčování, tvorbu bodového pole nebo měření podkladů pro projekt. Vzhledem k tomu, že přijímač čerpá data průběžně, měření na bodě je velice rychlé a trvá obvykle tři až pět sekund. S dobou observace samozřejmě souvisí i přesnost, která u této metody není moc vysoká – jeden až pět centimetrů [1], avšak pro většinu praktických měření v geodézii je postačující.

4.2. Statická metoda

Než vznikla metoda RTK, byla využívána především statická metoda nebo rychlá statická metoda. Princip měření je naprosto identický, odlišuje se pouze dobou observace. Pro účely diplomové práce bude dále diskutována pouze statická metoda.

Princip této metody spočívá v měření dlouhých observací na bodě, které probíhají v řádu jednotek až desítek hodin. V závislosti na délce vektoru a délce observace je poté určována přesnost, která je obecně velmi vysoká a pohybuje se v rozmezí tři až pět milimetrů [1]. Data získaná statickou metodou jsou zpracovány až po měření tzv. postprocessingem. Využití nachází zejména v budování geodetických sítí, kde je požadována vysoká přesnost, nebo při zjišťování posunů.

4.3. Technická nivelace

Pro potřeby zjištění výškových anomálií v zájmovém území bylo potřeba provést technickou nivelaci za účelem získání nadmořských výšek na všech bodech. Tato metoda je nejméně přesná, avšak pro naše účely bohatě stačí.

Maximální délka záměry má být sto dvacet metrů, optimálně však čtyřicet až padesát metrů. Výška záměry nad terénem by neměla překročit třicet centimetrů z důvodu vysoké vegetace nebo případného chvění vzduchu nad zpevněným povrchem při vysokých teplotách. Optický nivelační přístroj využívá skládací lať s centimetrovou stupnicí. Mimoto jsou hojně využívány digitální nivelační přístroje, protože během odečítání kódu z latě se eliminuje chyba měřiče z odečítání. Při použití dvou latí se volí sudý počet přestav.

Kritérium přesnosti je dáno na základě délky nivelačního pořadu mezi daným a měřeným převýšením [2]:

$$\Delta_{max}^1 = 40 * \sqrt{L} [mm] \quad (1)$$

a mezi dvakrát měřeným převýšením [2]:

$$\Delta_{max}^2 = 0,67 * 40 * \sqrt{L} [mm] \quad (2)$$

5. Postup měření v terénu

V této kapitole bude podrobně popsáno, jakým způsobem v terénu probíhalo RTK měření a technická nivelace. Měření bylo provedeno ve dnech 22. a 23. října 2022.

5.1. Metoda RTK

Měření bylo rozděleno do dvou dnů. První den, 22. října, bylo všech dvanáct bodů zaměřeno v intervalu po šesti hodinách. Jednotlivé série měření probíhaly v následujících časech (SEČ, středoevropský čas):

- 1. série - 7:45 až 9:15
- 2. série - 13:00 až 14:15
- 3. série - 19:10 až 20:30
- 4. série - 01:00 až 02:30 (dalšího dne)

Druhý den, 23. října, bylo měření analogické k prvnímu dni s tím rozdílem, že byly měřeny jednotlivé série v intervalu po osmi hodinách:

- 1. série - 8:00 až 9:15
- 2. série - 16:00 až 17:15
- 3. série - 00:00 až 01:20 (dalšího dne)

Měření bylo provedeno v pořadí, v jakém jsou body číslovány, tzn. postupně od 101 do 112. Každý bod byl zaměřen po dobu pět a třicet sekund, aby byl ověřen předpoklad, že delší observace znamená vyšší přesnost. Na bodech stabilizovaných kamenným nebo betonovým mezníkem byla aparatura GNSS upevněna do stojánku z důvodu eliminace nestálého držení měřiče (Obr. 21).



Obr. 21 Aparatura GNSS stabilizovaná ve stojánku

5.2. Technická nivelace

Technická nivelace byla provedena za účelem získání nadmořských výšek tak, aby byly výšky všech bodů 101 až 112 vztaženy k výškovému systému Bpv. Niveláčnīm měřeními byly určeny všechny body kromě 102 a 104, které už nadmořskou výšku měly (jedná se o body základního výškového bodového pole). Měření bylo provedeno tam a zpět a jednalo se vždy o volný niveláčnīm pořad. Výchozí niveláčnīm body byly stabilizovány v rostlé skále, niveláčnīm kamenem nebo čepovou značkou na budově.

V blízkosti každého určovaného bodu bylo potřeba vyhledat niveláčnīm bod, ze kterého bylo možné převést nadmořskou výšku pomocí měřeného převýšení. Při určování výšek bodů 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112 se jednalo o maximálně dvě niveláčnīm sestavy, protože u každého bodu byl poblíž k dispozici niveláčnīm bod, ovšem pro body 107, 108, 109 byl k dispozici pouze jeden niveláčnīm bod. V tomto případě byl zaměřený niveláčnīm pořad skrz všemi body a byl tedy nejdelší.

Pro přehlednost je níže (Tab.3) uveden seznam niveláčnīm bodů, které byly použity jako výchozí, a jejich návaznost na určované body. V levém sloupci je uvedeno oficiální označení výchozích bodů a vpravo je moje označení určovaných bodů:

výchozí bod	určovaný bod
Jac76	107, 108, 109
Jac91	110
Jac87	111
15 C	112
Jac68a	105
Jac72	106
Jac69 (102)	101, 103
1727 (104)	

Tab.3 Výchozí a určované body pro technickou nivelaci

Největší rozdíl mezi dvakrát měřeným převýšením tam a zpět byl čtyři milimetry. Přesnost všech pořadů byla testována pomocí mezního uzávěru [2] a byla splněna.

6. Zpracování RTK měření

V této kapitole bude popsána metodika a postup zpracování RTK měření. Přestože některé vzorce v této kapitole obsahují pouze souřadnici Y, pro zpracování RTK dat jsou uvažovány všechny složky prostorové polohy bodu, tzn. výpočty jsou provedeny pro souřadnice Y, X a výšku Z.

Souřadnice byly zpracovány v systému S-JTSK a výšky v systému Bpv. Elipsoidické výšky v systému ETRS89 byly potřeba pro výpočet výškových anomálií.

6.1. Test odlehlých hodnot

Test odlehlých hodnot byl proveden v programu MATLAB. Hodnoty byly selektovány pomocí robustní metody podle normy L1 [5], která funguje na principu výpočtu vah. Hodnotu, která má výrazně nižší váhu a zároveň vyšší normovanou opravu než všechny ostatní hodnoty, považujeme za odlehlou.

$$v_{norm} \leq c, \text{ pak } w = 1$$

$$v_{norm} > c, \text{ pak } w = \frac{c}{v_{norm}}$$

(3)

Normovaná oprava v_{norm} se počítá jako podíl opravy od průměru v_y a směrodatné odchylky σ (4). Konstanta c se volí zpravidla 2.

$$v_{norm} = \frac{v_y}{\sigma}$$

(4)

Směrodatná odchylka σ se volí v závislosti na stupni požadované přesnosti.

V prvním dni bylo vyloučeno celé měření z první série na bodě 112 (Tab.4). Ve druhém dni byla vyloučena pouze výška na bodě 109 z druhé série (Tab.5).

č.b.	5 sek.			30 sek.		
	Y [m]	X [m]	Z [m]	Y [m]	X [m]	Z [m]
101	719465,802	1065640,387	540,705	719465,799	1065640,382	540,706
102	719430,259	1065646,387	544,524	719430,257	1065646,386	544,520
103	719418,241	1065647,851	544,460	719418,241	1065647,847	544,458
104	719414,792	1065619,213	545,316	719414,789	1065619,212	545,315
105	719512,198	1065628,175	536,342	719512,199	1065628,168	536,328
106	719562,772	1065651,838	528,570	719562,769	1065651,836	528,567
107	718557,702	1065400,108	491,637	718557,703	1065400,108	491,632
108	718493,521	1065334,788	494,060	718493,518	1065334,792	494,057
109	718518,332	1065289,494	498,546	718518,331	1065289,492	498,545
110	718543,669	1065140,050	519,006	718543,669	1065140,052	519,005
111	718521,490	1065108,910	518,276	718521,490	1065108,911	518,276
112	717508,187	1065291,593	366,453	717508,189	1065291,591	366,465

Tab.4 Vyloučené měření na bodě 112 z první série prvního dne

č.b.	5 sek.			30 sek.		
	Y [m]	X [m]	Z [m]	Y [m]	X [m]	Z [m]
101	719465,800	1065640,397	540,718	719465,800	1065640,396	540,716
102	719430,249	1065646,380	544,509	719430,250	1065646,377	544,506
103	719418,249	1065647,838	544,461	719418,246	1065647,840	544,459
104	719414,794	1065619,207	545,310	719414,794	1065619,207	545,314
105	719512,196	1065628,161	536,327	719512,195	1065628,160	536,326
106	719562,766	1065651,835	528,580	719562,763	1065651,824	528,563
107	718557,707	1065400,107	491,642	718557,711	1065400,108	491,637
108	718493,520	1065334,786	494,063	718493,521	1065334,787	494,066
109	718518,333	1065289,495	496,607	718518,329	1065289,492	498,540
110	718543,669	1065140,045	519,012	718543,668	1065140,045	519,012
111	718521,485	1065108,907	518,285	718521,488	1065108,905	518,292
112	717507,008	1065291,776	368,565	717507,003	1065291,776	368,554

Tab.5 Vyloučená výška na bodě 109 z druhé série druhého dne

6.2. Délka observace a její vliv na přesnost

Tento experiment byl navržen proto, abychom zjistili, zda bude mít delší observace v rámci RTK měření vliv na lepší přesnost či nikoliv. Rozhodli jsme se tedy, že provedeme na každém bodě observaci po dobu pěti a třiceti sekund a data budeme testovat.

Z měření, které bylo zbaveno hrubých chyb, byly vytvořeny aritmetické průměry n opakování pro každý den zvlášť pro obě doby observace (5):

$$Y_{pr} = \frac{\sum Y_i}{n} \quad (5)$$

kde Y_i je souřadnice konkrétního měření, n je počet opakování a Y_{pr} vyjadřuje aritmetický průměr.

Pro každý den byly vytvořeny rozdíly průměrů souřadnic a výšek (6):

$$\Delta y = Y_{pr}^{30} - Y_{pr}^5 \quad (6)$$

kde Y_{pr}^{30} , Y_{pr}^5 jsou průměrované souřadnice pro oba časy, Δy vyjadřuje jejich rozdíl.

V tabulce níže (Tab.6) jsou uvedeny rozdíly pro oba dny.

číslo bodu	odchylky průměru, sobota			odchylky průměru, neděle		
	30 sek. - 5 sek.			30 sek. - 5 sek.		
	Y [mm]	X [mm]	Z [mm]	Y [mm]	X [mm]	Z [mm]
101	-1,5	-3,7	0,3	-0,7	-0,3	-1,7
102	0,5	0,5	-3,0	1,3	-1,7	0,7
103	-1,2	-2,0	0,0	0,3	1,7	2,0
104	0,2	0,5	-3,5	0,3	-0,3	2,7
105	0,8	-2,5	-5,5	-1,3	-2,0	1,0
106	-1,7	-2,0	9,0	-2,7	-0,7	-3,0
107	0,5	-1,5	-1,5	1,0	-2,0	-1,3
108	-1,2	1,5	-0,5	-0,3	2,0	-0,7
109	0,0	-1,3	0,0	-2,0	-3,3	0,8
110	-1,0	0,0	-2,7	-0,3	0,3	-1,0
111	0,7	0,5	1,0	1,0	-2,3	1,3
112	0,7	-1,7	0,7	-2,0	1,0	-1,3

Tab.6 Rozdíly průměrů pro observace pět a třicet sekund

Pro n opakování byly spočteny opravy od průměru Δy , jejich kvadráty, suma kvadrátů a následně výběrová směrodatná odchylnka průměru σ_{yi} pro konkrétní bod (7):

$$\sigma_{yi} = \sqrt{\frac{\sum \Delta y_i^2}{n - 1}} \quad (7)$$

Kvadraticky byly zprůměrovány výběrové směrodatné odchylnky σ_{yi} a σ_{xi} . Tím byla získána souřadnicová směrodatná odchylnka σ_{yxi} podle (8):

$$\sigma_{yxi} = \sqrt{\frac{\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2}{2}} \quad (8)$$

Pro přesnost výšky se nic nemění, tu definuje výběrová směrodatná odchylnka průměru σ_{zi} (7).

Tím byly vypočteny ke každému bodu 101 až 112 směrodatné odchylnky průměru pro polohu a výšku (Tab.7):

číslo bodu	sobota				neděle			
	souřad. odchylnka		výšková odchylnka		souřad. odchylnka		výšková odchylnka	
	5 sek.	30 sek.	5 sek.	30 sek.	5 sek.	30 sek.	5 sek.	30 sek.
	σ_{yx} [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_z [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_z [mm]
101	6,7	7,0	9,1	7,5	5,6	5,7	6,0	2,0
102	4,2	4,1	8,3	6,8	5,0	3,3	4,6	2,3
103	5,2	5,5	6,0	4,7	4,1	3,9	4,2	4,3
104	5,0	4,3	5,9	3,3	2,6	2,3	3,6	4,0
105	6,0	4,1	4,7	3,1	1,9	3,5	4,7	4,1
106	6,7	4,6	16,4	6,7	4,0	5,7	3,5	14,9
107	3,7	5,0	2,5	3,4	2,9	5,9	8,5	5,8
108	7,3	7,0	6,3	5,2	6,2	5,6	3,8	6,8
109	2,4	3,1	12,6	8,6	1,4	3,1	0,7	7,1
110	1,6	3,6	5,3	2,9	2,7	2,4	4,5	1,0
111	4,5	4,4	10,7	10,7	4,0	4,0	9,5	14,6
112	11,9	11,0	9,5	5,5	3,1	4,0	6,0	10,9

Tab.7 Směrodatné odchylnky průměru pro observace 5 a 30 sekund

V rámci každého dne byly kvadraticky zprůměrovány směrodatné odchylky průměru všech bodů (9), aby byla zjištěna celková charakteristika přesnosti z hlediska délky observace. Pro souřadnicovou směrodatnou odchylku tedy platí:

$$\sigma_{yx}^{pr} = \sqrt{\frac{\sum \sigma_{xyi}^2}{n}} \quad (9)$$

kde σ_{xyi} je souřadnicová směrodatná odchylka průměru konkrétního bodu, n definuje počet bodů a σ_{yx}^{pr} udává kvadratický průměr směrodatné souřadnicové odchylky pro konkrétní observaci a konkrétní den.

Pro výškovou směrodatnou odchylku platí to samé, tedy (10):

$$\sigma_h^{pr} = \sqrt{\frac{\sum \sigma_{hi}^2}{n}} \quad (10)$$

kde σ_{hi} je výšková směrodatná odchylka průměru konkrétního bodu, n definuje počet bodů a σ_h^{pr} vyjadřuje kvadratický průměr výškové směrodatné odchylky pro konkrétní observaci a konkrétní den.

6.3. Vliv počtu opakování na přesnost

V této části zpracování RTK měření je testován počet opakování a jeho vliv na přesnost. Porovnání je provedeno mezi jednotlivými dny, jelikož v sobotu byly zaměřeny čtyři série a v neděli pouze tři. Kromě první série byla měření provedena v odlišných denních časech, což je zajímavé z hlediska konfigurace družic. Níže jsou uvedeny časy jednotlivých sérií pro sobotu:

- 1. série - 7:45 až 9:15
- 2. série - 13:00 až 14:15
- 3. série - 19:10 až 20:30
- 4. série - 01:00 až 02:30 (dalšího dne)

a pro neděli:

- 1. série - 8:00 až 9:15
- 2. série - 16:00 až 17:15
- 3. série - 00:00 až 01:20 (dalšího dne)

Byly spočteny aritmetické průměry (5) pro každý den zvlášť a vytvořeny jejich rozdíly (Tab.8). Zpracování je provedeno pouze pro třicetisekundovou observaci.

rozdíly průměrů (sobota - neděle)			
č. b.	dY [mm]	dX [mm]	dZ [mm]
101	-1	-3	-1
102	6	6	2
103	-5	2	4
104	-3	1	-3
105	-1	1	4
106	3	5	-2
107	2	2	3
108	-2	7	3
109	2	4	10
110	0	5	-5
111	1	7	1
112	8	-3	20

Tab.8 Rozdíly průměrů (sobota - neděle)

Z kvadrátů oprav jednotlivých měření od aritmetického průměru byla vypočtena výběrová směrodatná odchylka (7) pro všechny složky prostorové polohy. Pro charakteristiku přesnosti polohy bodu byla vypočtena ještě souřadnicová směrodatná odchylka (8). Následně byly tyto směrodatné odchylky porovnány.

V tabulce níže (Tab.9) jsou uvedeny směrodatné odchylky včetně jejich rozdílů:

směrodatné odchylky průměru a jejich rozdíly						
číslo bodu	RTK (sobota), 30s		RTK (neděle), 30s		rozdíl (sobota - neděle)	
	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]
101	7,0	7,5	5,7	2,0	1,3	5,5
102	4,1	6,8	3,3	2,3	0,8	4,5
103	5,5	4,7	3,9	4,3	1,6	0,4
104	4,3	3,3	2,3	4,0	2,0	-0,7
105	4,1	3,1	3,5	4,1	0,6	-1,0
106	4,6	6,7	5,7	14,9	-1,1	-8,2
107	5,0	3,4	5,9	5,8	-0,9	-2,4
108	7,0	5,2	5,6	6,8	1,4	-1,6
109	3,1	8,6	3,1	7,1	0,0	1,5
110	3,6	2,9	2,4	1,0	1,2	1,9
111	4,4	10,7	4,0	14,6	0,4	-3,9
112	11,0	5,5	4,0	10,9	7,0	-5,4

Tab.9 Rozdíly směrodatných odchylek průměru

Celkovou charakteristiku přesnosti pro konkrétní den udává kvadratický průměr souřadnicových směrodatných odchylek (9) a výškových směrodatných odchylek (10) všech bodů.

6.4. Porovnání přesnosti se statickou metodou

Jak už bylo zmíněno, statická metoda v rámci GNSS technologií slouží suverénně k nejpresnějšímu způsobu určování prostorové polohy bodů. Cílem této části zpracování je zjistit, zda může být intervalové RTK měření během celého dne stejně přesné nebo dokonce přesnější než statická metoda, která byla použita pro několik dvaceti čtyř hodinových kampaní na jednom bodě.

Body 101 až 106 byly zaměřeny v roce 2022 a body 107 až 112 v roce 2010 statickou metodou za účelem určení nových referenčních souřadnic pro potřeby VÚGTK. V rámci postprocessingu statické metody byly vypočteny směrodatné odchylky průměru pouze na bodech 101 až 106, které budou dále porovnávány. K ostatním bodům je přidružena také přesnost, která je ale pouhým odhadem.

Na bodech 101 až 106 je přesnost v poloze lepší než jeden milimetr, ve výšce lepší než čtyři milimetry. Na bodech s nucenou centrací uvnitř areálu Skalka 109 až 111 je přesnost v poloze dva milimetry, ve výšce tři milimetry. Ve vnější části základny je pro body 107, 108, 112 polohová přesnost čtyři milimetry, u výšky šest milimetrů.

V následující tabulce (Tab.10) jsou shrnuty směrodatné odchytky průměru z několika dvaceti čtyř hodinových kampaní získané statickou metodou na bodech 101 až 106:

statická metoda, 24h kampaně				
číslo bodu	σ_N [mm]	σ_E [mm]	σ_Z [mm]	σ_{NE} [mm]
101	0,0	0,0	1,6	0,0
102	0,1	0,2	0,7	0,2
103	0,4	0,3	2,0	0,4
104	0,3	0,3	1,7	0,3
105	0,4	0,1	0,0	0,3
106	0,6	0,6	3,5	0,6

Tab.10 Směrodatné odchytky průměru získané statickou metodou (body 101 až 106)

kde σ_N je polohová směrodatná odchytky ve směru sever-jih, σ_E je polohová směrodatná odchytky ve směru východ-západ, σ_Z je směrodatná odchytky výšky. Tyto odchytky se vztahují k prostorové poloze bodu v systému ERTS-89, uvedené hodnoty tedy neobsahují chybu z transformačního klíče. Souřadnicová směrodatná odchytky σ_{NE} je získána jako kvadratický průměr z hodnot σ_N a σ_E , která definuje přesnost polohy.

Co se týká určení směrodatných odchylek průměru RTK měření, pro každý bod byly spočteny aritmetické průměry (5) a následně výběrová směrodatná odchytky z oprav od aritmetického průměru (7) pro každou složku prostorové polohy. V rámci polohy byla spočtena ještě souřadnicová směrodatná odchytky pomocí kvadratického průměru (8). Výpočet byl proveden zvlášť pro sobotu, neděli a také pro oba dny dohromady. V tomto případě byla analyzována data pouze pro observaci třicet sekund.

V tabulce níže (Tab.11) jsou uvedeny přesnosti pro body 101 až 106 zaměřené RTK:

směrodatné odchytky průměru pro RTK						
číslo bodu	RTK (sobota), 30s		RTK (neděle), 30s		RTK (oba dny), 30s	
	σ_{YX} [mm]	σ_Z [mm]	σ_{YX} [mm]	σ_Z [mm]	σ_{YX} [mm]	σ_Z [mm]
101	7,0	7,5	5,7	2,0	6,1	5,4
102	4,1	6,8	3,3	2,3	4,6	5,1
103	5,5	4,7	3,9	4,3	4,9	4,8
104	4,3	3,3	2,3	4,0	3,6	4,0
105	4,1	3,1	3,5	4,1	3,5	3,9
106	4,6	6,7	5,7	14,9	5,0	9,5

Tab.11 Směrodatné odchytky průměru RTK (body 101 až 106)

Pro celkovou přesnost statické a RTK metody byl vypočten kvadratický průměr ze směrodatných odchylek pro souřadnice (9) a výšku (10) na všech bodech, abychom mohli přesnost těchto dvou metod navzájem porovnat.

Vzhledem k tomu, že předpokládáme lepší přesnost statické metody, jsou její přesnosti vzaty jako referenční. Byly spočteny rozdíly směrodatných odchylek (Tab.12) podle pravidla „má být - jest“, tedy statická metoda - RTK (sobota, neděle):

rozdíly směrodatných odchylek průměru						
číslo bodu	statika - RTK (sobota)		statika - RTK (neděle)		statika - RTK (oba dny)	
	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]
101	-7,0	-5,9	-5,7	-0,4	-6,1	-3,8
102	-3,9	-6,1	-3,1	-1,6	-4,4	-4,4
103	-5,1	-2,7	-3,5	-2,3	-4,5	-2,8
104	-4,0	-1,6	-2,0	-2,3	-3,3	-2,3
105	-3,8	-3,1	-3,2	-4,1	-3,2	-3,9
106	-4,0	-3,2	-5,1	-11,4	-4,1	-5,3

Tab.12 Rozdíly směrodatných odchylek průměru (statika – RTK)

Hodnocení výsledků bude ponecháno až na závěr, nicméně na první pohled je zřejmé, že pro hodnoty je ověřen předpoklad vyšší přesnosti bodů určené statickou metodou.

Mimo jiné byly spočteny i rozdíly souřadnic mezi statickou metodou a RTK měřením (Tab.13). Porovnání výšek bude zpracováno později.

rozdíly souřadnic (statika – RTK)						
číslo bodu	statika - RTK (sobota)		statika - RTK (neděle)		statika - RTK (oba dny)	
	ΔY [mm]	ΔX [mm]	ΔY [mm]	ΔX [mm]	ΔY [mm]	ΔX [mm]
101	19	-17	18	-20	18	-19
102	16	-23	22	-17	19	-20
103	20	-19	15	-17	17	-18
104	22	-20	19	-19	20	-20
105	21	-21	20	-20	20	-21
106	27	-22	30	-17	28	-20
107	19	-12	21	-10	20	-11
108	21	-16	19	-9	20	-13
109	20	-17	22	-13	21	-15
110	19	-18	19	-13	19	-16
111	22	-18	23	-11	22	-15
112	16	-6	24	-9	20	-8

Tab.13 Rozdíly souřadnic (statika – RTK)

Z tabulky (Tab.13) je patrné, že v rozdílech figuruje systematická chyba, neboť pro rozdíl u souřadnice Y je znaménko u všech bodů kladné a pro rozdíl u souřadnice X je znaménko záporné. Na první pohled můžeme říct, že jde o konstantní velikost chyby.

Souřadnice a výšky určené statickou metodou byly zaměřeny v systému ETRF2000, proto v rámci postprocessingu musela být provedena transformace souřadnic do systému S-JTSK/05 a transformace výšek do systému Bpv.

Přijímač při RTK měření generuje souřadnice, resp. výšky, do systému S-JTSK/05, resp. Bpv, neboť má v sobě zabudovaný transformační klíč a transformace mezi systémy se tedy provede během měření v GNSS aparatuře. Výhodou pro uživatele je okamžité získání potřebných dat. Každý přijímač však může disponovat odlišným výpočtem transformačního klíče, tudíž každá transformace může mít různý vliv na výsledné souřadnice.

Platí to i pro zpracování statické metody, kde je potřeba v rámci postprocessingu vypočítat transformační klíč, který může být odlišný v porovnání s transformačním klíčem v přijímači během RTK měření. Tím bychom mohli vysvětlit systematickou chybu v rozdílech, které jsou uvedeny v tabulce (Tab.13).

Aby bylo možné dále pracovat se souřadnicemi statické metody, byl tento systematický posun odstraněn jako kvadratický průměr ze všech rozdílů (11), v našem případě 36, pro obě souřadnice Y, X:

$$\Delta_y^{pr} = \sqrt{\frac{\sum \Delta_{yi}^2}{n}} \quad (11)$$

kde Δ_{yi} je rozdíl souřadnic konkrétního bodu, n je počet rozdílů souřadnic a Δ_y^{pr} je hodnota udávající celkový systematický posun.

Zjištěný systematický posun transformačního klíče v obou složkách polohy byl připočten k souřadnicím všech bodů určené statickou metodou (12), aby byl posun pro další zpracování eliminován:

$$Y_i^{opr} = Y_i + \Delta_y^{pr} \quad (12)$$

kde Y_i je původní souřadnice konkrétního bodu, Δ_y^{pr} je systematický posun, Y_i^{opr} je opravená souřadnice konkrétního bodu o systematický posun.

Hodnoty posunu, které byly vypočteny pro obě souřadnice (Tab.14):

systematický posun souřadnic	
dY [mm]	dX [mm]
-21	17

Tab.14 Hodnoty systematického posunu souřadnic

6.5. Porovnání přesnosti s klasickým měřením

Od VÚGTK mi byly poskytnuty souřadnice bodů 101 až 112 určené klasickým měřením, tudíž jsem se rozhodl zpracovat porovnání souřadnic RTK vůči těmto souřadnicím. K dispozici jsou i přesnosti, avšak pouze pro body 101 až 106. Přesnosti bodů 107 až 112 se mi bohužel nepodařilo zjistit, takže v rámci přesností budou porovnány pouze body 101 až 106. Zpracování bylo provedeno pouze se souřadnicemi, které byly určeny třicetisekundovou observací pomocí RTK.

Máme vypočteny aritmetické průměry (5) všech bodů pro sobotu, neděli a zároveň pro oba dny dohromady, které byly zaměřeny RTK metodou. Byly vypočteny rozdíly souřadnic určené klasickým měřením a RTK.

V tabulce níže (Tab.15) jsou rozdíly uvedeny:

rozdíly souřadnic (klasické měření – RTK)						
číslo bodu	klas. měř. - RTK (sobota)		klas. měř. - RTK (neděle)		klas. měř. - RTK (oba dny)	
	ΔY [mm]	ΔX [mm]	ΔY [mm]	ΔX [mm]	ΔY [mm]	ΔX [mm]
101	1	1	0	-2	0	-1
102	-10	1	-4	7	-7	4
103	4	1	-1	3	1	2
104	21	8	18	9	19	8
105	-12	3	-13	4	-13	3
106	-5	10	-2	15	-4	12
107	-12	6	-10	8	-11	7
108	-5	11	-7	18	-6	14
109	-11	7	-9	11	-10	9
110	-11	7	-11	12	-11	9
111	-7	8	-6	15	-7	11
112	-6	-12	2	-15	-2	-14

Tab.15 Rozdíly souřadnic určené klasickým měřením a RTK metodou

Směrodatné souřadnicové odchylky získané klasickým měřením a RTK jsou uvedeny (Tab.17) a následně vzájemně porovnány (Tab.16) pro body 101 až 106:

souřadnicové odchylky [mm]				
č. b.	RTK (sobota)	RTK (neděle)	RTK (oba dny)	klas. měření
101	7,0	5,7	5,6	2,1
102	4,1	3,3	4,2	1,7
103	5,5	3,9	4,6	1,9
104	4,3	2,3	3,4	1,1
105	4,1	3,5	3,3	2,6
106	4,6	5,7	4,7	3,4

Tab.17 Souřadnicové odchylky na bodech 101 až 106

rozdíly souřadnicových odchylek klasického měření a RTK [mm]			
č. b.	sobota	neděle	oba dny
101	-4,9	-3,6	-3,5
102	-2,4	-1,6	-2,5
103	-3,6	-2,0	-2,7
104	-3,2	-1,2	-2,3
105	-1,5	-0,9	-0,7
106	-1,2	-2,3	-1,3

Tab.16 Rozdíly souřadnicových odchylek na bodech 101 až 106

Na první pohled můžeme opět vidět, že souřadnicové odchylky na všech bodech získané klasickým měřením jsou menší než souřadnicové odchylky získané RTK měřením. Finální hodnocení bude ponecháno na závěr, nicméně předpoklad, že klasické měření je přesnější než RTK, je ověřen v rámci jednotlivých bodů.

Celková přesnost obou porovnávaných metod je charakterizována kvadratickým průměrem souřadnicových odchylek na jednotlivých bodech (9).

6.6. Přesnost jednoho RTK měření

Dalším tématem v rámci zpracování je výpočet přesnosti pro jedno RTK měření za účelem toho, abychom zjistili, zda dokáže být jedno RTK měření stejně přesné jako celodenní RTK měření (6.7) v několika sériích. Zpracování bylo provedeno pro každý den zvlášť a pouze pro souřadnice. Do výpočtu byla zahrnuta data získaná pouze třicetisekundovou observací, který byl proveden pro všechny body 101 až 112.

Vzhledem k tomu, že souřadnice určené statickou metodou byly určeny s vyšší přesností než data získaná pomocí RTK, byly tyto souřadnice a výšky využity jako referenční k výpočtu směrodatné odchylky jednoho RTK měření. Před samotným výpočtem přesnosti byly souřadnice statické metody opraveny o systematický posun, který byl zjištěn při porovnání s RTK měřením (6.4).

Byly vypočteny opravy Δ_{yi} jednotlivých měření n od statické metody, jejich kvadráty, suma kvadrátů a následně směrodatná odchylka jednoho měření σ_{yi}^{jm} (13):

$$\sigma_{yi}^{jm} = \sqrt{\frac{\sum \Delta_{yi}^2}{n}} \quad (13)$$

Abychom definovali celkovou přesnost pro polohu, byly kvadraticky zprůměrovány směrodatné odchylky pro souřadnici Y a X (9).

Tím byly získány směrodatné souřadnicové odchylky pro jednotlivé body v sobotu i v neděli, které jsou uvedeny v tabulce níže (Tab.18):

číslo bodu	směrodatná odchylka jednoho měření RTK	
	sobota - σ_{yx} [mm]	neděle - σ_{yx} [mm]
101	6,1	5,6
102	6,6	3,2
103	5,2	4,9
104	4,9	3,0
105	4,9	4,1
106	7,4	8,4
107	5,2	6,5
108	6,1	6,4
109	2,9	3,0
110	3,4	3,2
111	4,5	5,1
112	10,2	5,3

Tab.18 Směrodatné souřadnicové odchytky jednoho RTK měření

Abychom dostali představu o celkové přesnosti, byly směrodatné odchytky na všech bodech kvadraticky zprůměrovány, přičemž pro souřadnice platí (9).

6.7. Přesnost RTK měření za celý den

Referenčními body pro zpracování jsou opět body zaměřené statickou metodou opravené o systematický posun (6.4). Byly vypočteny aritmetické celodenní průměry RTK měření pro sobotu a neděli zvlášť (5). Dále rozdíly souřadnic mezi statickou metodou a celodenním průměrem RTK (14), tedy:

$$\Delta_{yi} = Y_i^{sm} - Y_i^{pr} \quad (14)$$

kde Y_i^{sm} je souřadnice konkrétního bodu určená statickou metodou, Y_i^{pr} je celodenní průměr souřadnice z RTK měření pro konkrétní bod a Δ_{yi} udává jejich rozdíl pro konkrétní bod.

Dalším krokem bylo umocnění rozdílů Δ_{yi} na druhou, vypočtena suma čtverců rozdílů a následně směrodatná souřadnicová odchytky (13) celodenního měření rovnou pro všechny body dohromady, v našem případě byl výpočet proveden pro $n = 12$.

7. Zpracování výšek

V předchozích částech zpracování GNSS měření (6.6, 6.7) byly porovnávány přesnosti souřadnic, nicméně tato kapitola bude zaměřena pouze na zpracování a porovnání výšek. Cílem je analyzovat, zda může být jedno RTK měření stejně přesné jako celodenní měření RTK v několika sériích. Rozhodl jsem se tedy zpracovat přesnost výškové složky více podrobně, protože vliv troposféry se zde projeví určitě více než u souřadnic. Vzhledem k tomu, že máme k dispozici výšky získané nivelací a GNSS na všech bodech, jsou zpracovány také odchylky výškových anomálií vůči dosud nejpřesnějšímu modelu kvazigeoidu ZU13.

Troposféra je nejnižší část atmosféry, která obsahuje 80% veškeré její hmotnosti a 99% vlhkosti. Rádiový signál se v tomto pásmu šíří pomalu, tudíž dorazí za delší čas a dochází k tzv. troposférickému zpoždění [6].

7.1. Přesnost jednoho RTK měření

Tento experiment byl proveden pouze v rámci souřadnic (6.6), nicméně ze zpracování výškové složky jsou očekávány zajímavější výsledky. Jak už bylo zmiňováno v úvodu této kapitoly (7), zásadní vliv na přesnost výšky má troposféra [6]. Výpočet přesnosti vychází z výšek určené statickou metodou a nivelací.

7.1.1. Výpočet přesnosti ze statické metody

Vzhledem k tomu, že během porovnání přesnosti RTK se statickou metodou (6.4) byl ověřen předpoklad vyšší přesnosti statické metody (Tab.12), byly tyto výšky vzaty jako referenční pro výpočet přesnosti. Pro každý den zvlášť, ale i oba dny dohromady, byly vypočteny rozdíly jednotlivých měření od statické metody a následně směrodatné výškové odchylky měření (13). V tabulce níže (Tab.19) jsou uvedeny spočtené směrodatné odchylky jednoho RTK měření pro konkrétní bod:

číslo bodu	směrodatná odchylka výšky σ_z [mm]		
	sobota	neděle	oba dny
101	10,5	9,1	9,9
102	5,9	2,4	4,7
103	7,6	4,9	6,6
104	7,1	10,3	8,6
105	4,6	3,7	4,2
106	12,9	18,1	15,3
107	7,4	6,1	6,8
108	5,0	7,6	6,3
109	22,7	13,8	19,4
110	15,0	20,3	17,5
111	33,1	33,2	33,1
112	16,6	6,0	14,8

Tab.19 Směrodatné výškové odchylky jednoho RTK měření (vůči statice)

Pro charakteristiku celkové přesnosti byly kvadraticky zprůměrovány směrodatné výškové odchylky všech bodů (10).

7.1.2. Výpočet přesnosti z nivelace

Tato varianta výpočtu byla zvolena, abychom mohli navzájem porovnat přesnosti získané jak z nivelace, tak ze statické metody. Pro každý den zvlášť, ale i oba dny dohromady, byly vypočteny rozdíly výšek jednotlivých RTK měření od výšek získaných pomocí technické nivelace. Následně byla vypočtena směrodatná výšková odchylka měření (13). V tabulce níže (Tab.20) jsou uvedeny přesnosti pro jednotlivé body:

číslo bodu	směrodatná odchylka výšky σ_z [mm]		
	sobota	neděle	oba dny
101	6,6	2,4	5,3
102	5,9	2,4	4,7
103	8,5	5,5	7,4
104	5,3	3,9	4,8
105	11,1	8,2	9,9
106	25,2	29,3	27,0
107	21,9	19,5	20,9
108	22,2	19,8	21,2
109	15,4	7,5	12,7
110	2,8	4,4	3,5
111	17,4	18,3	17,8
112	21,2	8,3	16,1

Tab.20 Směrodatné výškové odchylky jednoho RTK měření (vůči nivelaci)

Pro získání celkové přesnosti, která charakterizuje tento experiment, byly kvadraticky zprůměrovány směrodatné výškové odchylky na všech bodech (10).

7.2. Přesnost měření RTK za celý den

Tento způsob určení přesnosti budeme později porovnávat s přesností jednoho RTK měření. Účelem porovnání je, zda má smysl pro získání přesnějších výsledků měřit více sérií za jeden den, nebo postačí pouze jedno RTK měření (7.1). Výchozími hodnotami pro výpočet rozdílů, resp. přesností, jsou výšky získané statickou metodou a technickou nivelací, které jsou určeny velice přesně.

7.2.1. Výpočet přesnosti ze statické metody

Byly vypočteny rozdíly, resp. přesnosti, pro každý den zvlášť, ale také pro oba dny dohromady. Výchozími hodnotami jsou výšky určené statickou metodou vzhledem k vysoké přesnosti určení (Tab.10). Pro jednotlivé dny, ale i oba dny dohromady, byly spočteny aritmetické průměry (5) z příslušných sérií zaměřené RTK metodou. Následně byly průměry RTK odečteny od referenčních výšek určené statickou metodou (14). Rozdíly byly spočítány pro každý bod. Máme k dispozici pouze jeden rozdíl pro jeden bod, tudíž nedává smysl počítat přesnost pro každý bod zvlášť, ale je rovnou vypočtena celková přesnost pro každý den a oba dny dohromady, která charakterizuje všechny body (11) a bude uvedena později.

7.2.2. Výpočet přesnosti z nivelace

Výpočet je analogický ke statické metodě (7.2.1), ovšem referenčními výškami pro výpočet jsou v tomto případě výšky získané pomocí technické nivelace. Byly vypočteny aritmetické průměry pro každý den zvlášť, ale také pro oba dny dohromady a dále rozdíly průměrů RTK od nivelace na každém bodě. Jak už bylo zmíněno, nelze spočítat směrodatnou odchylku pro každý bod vzhledem k tomu, že máme pouze jeden rozdíl pro jeden bod. Celková přesnost je tedy charakterizována pomocí rozdílů ze všech bodů (13).

7.3. Porovnání použitých metod

Tato část zpracování výšek obsahuje porovnání výšek v podobě relativních rozdílů všech použitých metod. Porovnání je provedeno pro všechny body a týká se:

- průměrovaných výšek RTK z obou dní dohromady, resp. ze sedmi sérií
- výšek určených několika dvaceti čtyř hodinovými kampaněmi statickou metodou
- výšek získaných technickou nivelací

V tabulce níže (Tab.21) jsou uvedeny rozdíly výšek určené zmíněnými metodami:

číslo bodu	porovnání výšek - rozdíly [mm]		
	RTK - niv.	RTK - statika	niv. - statika
101	2	9	7
102	0	0	0
103	6	5	-1
104	-2	9	11
105	9	2	-7
106	26	13	-13
107	21	6	-15
108	21	-3	-24
109	9	17	8
110	2	18	16
111	15	32	17
112	11	9	-2

Tab.21 Rozdíly výšek všech použitých metod

Z rozdílů je patrné, že RTK výšky jsou téměř všechny vyšší vůči statické metodě i nivelaci. Rozdíly mezi nivelací a statikou jsou různorodé.

7.4. Určení výškových anomálií

Máme k dispozici nejpresnější model kvazigeoidu ZU2013, který v současné době existuje. Rozhodli jsme se tedy s vedoucím diplomové práce určit výškové anomálie v zájmovém území, tedy na bodech 101 až 112, které jsou analyzovány po celou dobu práce, a porovnat je s výškovými anomáliemi dosud nejpresnějšího modelu. Průběh kvazigeoidu byl určen na profilu dlouhém dva kilometry.

K určení našeho „měřeného“ kvazigeoidu bylo potřeba na každém bodě zaměřit elipsoidickou výšku v systému ETRS89 pomocí GNSS. Výšky byly zaměřeny statickou metodou, která generuje souřadnice a výšky přímo v systému ETRS89, navíc velmi přesně, a dále metodou RTK z důvodu porovnání, který způsob GNSS měření generuje přesnější výškové anomálie vzhledem k anomáliím kvazigeoidu ZU2013. Aby bylo možné vytvořit rozdíly výšek, musela být na každém bodě určena i nadmořská výška v systému Bpv pomocí nivelačního měření. Některé body, které byly zaměřeny statickou metodou, měly současně i nadmořskou výšku, ale většinou bylo potřeba najít nejbližší nivelační bod a z něj zaměřit převýšení k určovanému bodu. V kapitole o technické nivelaci (5.2) je podrobněji popsáno, jakým způsobem nivelační měření probíhalo a z jakých bodů se vycházelo.

Kvazigeoid ZU2013 je v současnosti nejpřesnějším modelem, o který se stará ČÚZK. Slouží jako transformační plocha pro převod nadmořských výšek v systému Bpv a elipsoidických výšek v systému ETRS89 pomocí výškových anomálií [7]. Transformační vztah pro převod mezi výškami je následující (15):

$$h = H + \zeta \quad (15)$$

kde H značí nadmořskou výšku v systému Bpv, ζ vyjadřuje výškovou anomálii a h je elipsoidická výška v systému ETRS89.

Datový obsah modelu tvoří výškové anomálie v pravidelné síti 3 x 3" zeměpisných souřadnic v systému ETRS89. Z rozsáhlé množiny bodů musely být interpolovány výškové anomálie pro vybrané body 101 až 112 pomocí programu INTQGZU, který mi byl poskytnut vedoucím práce (Obr. 22).

```
* PROGRAM INTQGZU *
ZADEJ JMENO VSTUPNIHO SOUBORU:
QGZUsochor.txt
ZADEJ JMENO VYSTUPNIHO SOUBORU:
interpolace.txt
ZADEJ FORMAT VSTUPNICH DAT:
1=OZNACENI Y-JTSK[M] X-JTSK[M]
2=OZNACENI FI-ETRS89[STUP] LA-ETRS89[STUP]
3=OZNACENI FI-ETRS89[STUP] [MIN] [VTE] LA-ETRS89[STUP] [MIN] [VTE]
4=OZNACENI X-ETRS89[M] Y-ETRS89[M] Z-ETRS89[M]
```

Obr. 22 Ukázka interpolačního programu INTQGZU

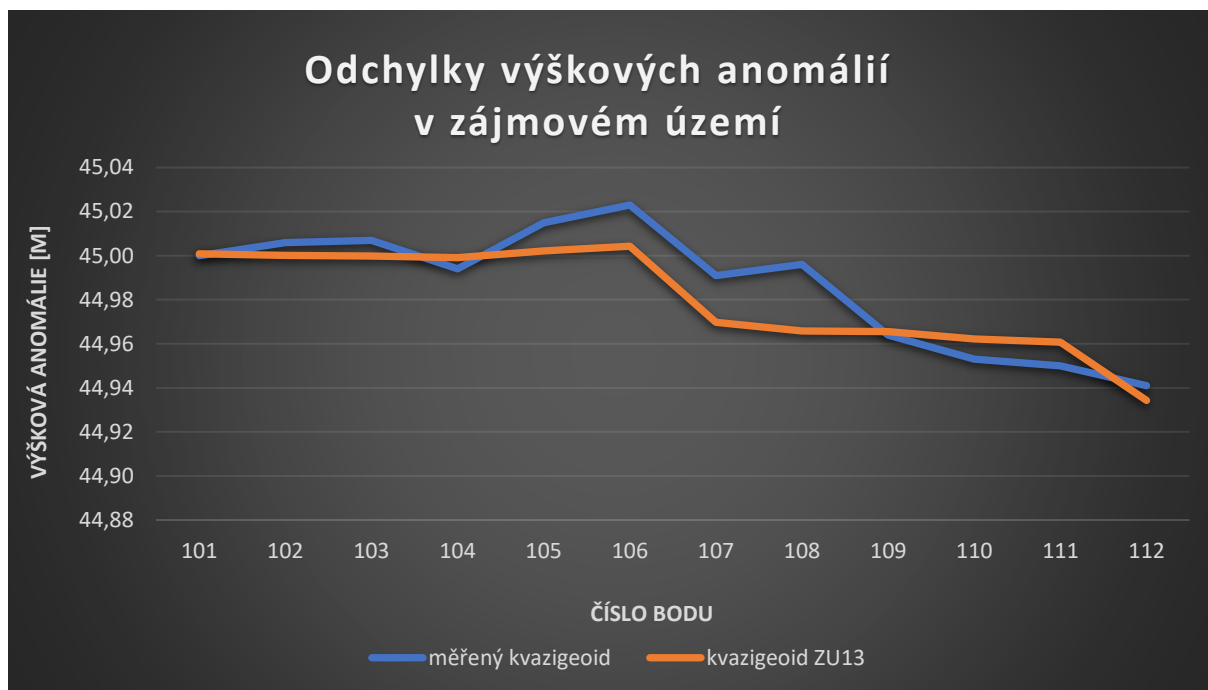
Střední chyba výškové anomálie v rámci kvazigeoidu ZU2013 činí na území České republiky jeden centimetr, v horských a příhraničních oblastech do deseti kilometrů to mohou být nejvýše tři centimetry. Mimo jiné model vychází z podrobných bodů, které byly určeny gravimetrickým mapováním v letech 1950 až 2010 za účelem geofyzikálního průzkumu. Nachází uplatnění zejména pro místní transformace při ztotožnění výšek terénu v systémech Bpv a ETRS89, které byly zaměřeny technologií GNSS nebo jinými geometrickými metodami [7].

Byl tedy určen průběh našeho „měřeného“ kvazigeoidu, resp. získány výškové anomálie, z rozdílů výšek elipsoidických, určené statickou metodou, a nadmořských, určené technickou nivelací. Anomálie z modelu ZU2013 máme již interpolované, takže stačí tyto dvě hodnoty porovnat v rámci každého bodu a získáme požadované odchylky (Tab.22):

porovnání výškových anomálií (statika - nivelace) vzhledem k ZU2013					
číslo bodu	výšky [m]		anomálie [m]		odchylky anomálií [mm]
	statika (ETRS89)	nivelace	měření	ZU13	
101	585,715	540,715	45,000	45,0009	0,9
102	589,516	544,510	45,006	45,0001	-5,9
103	589,463	544,456	45,007	44,9998	-7,2
104	590,309	545,315	44,994	44,9991	5,1
105	581,334	536,319	45,015	45,0022	-12,8
106	573,575	528,552	45,023	45,0043	-18,7
107	536,604	491,613	44,991	44,9697	-21,3
108	539,035	494,039	44,996	44,9659	-30,1
109	543,503	498,539	44,964	44,9656	1,6
110	563,96	519,007	44,953	44,9622	9,2
111	563,213	518,263	44,950	44,9608	10,8
112	413,503	368,562	44,941	44,9343	-6,7

Tab.22 Porovnání výškových anomálií (statika - nivelace) vs. ZU13

Pro vizualizaci odchylek výškových anomálií, jejichž porovnání vychází z měření statickou metodou, byl vytvořen graf (Graf 1):



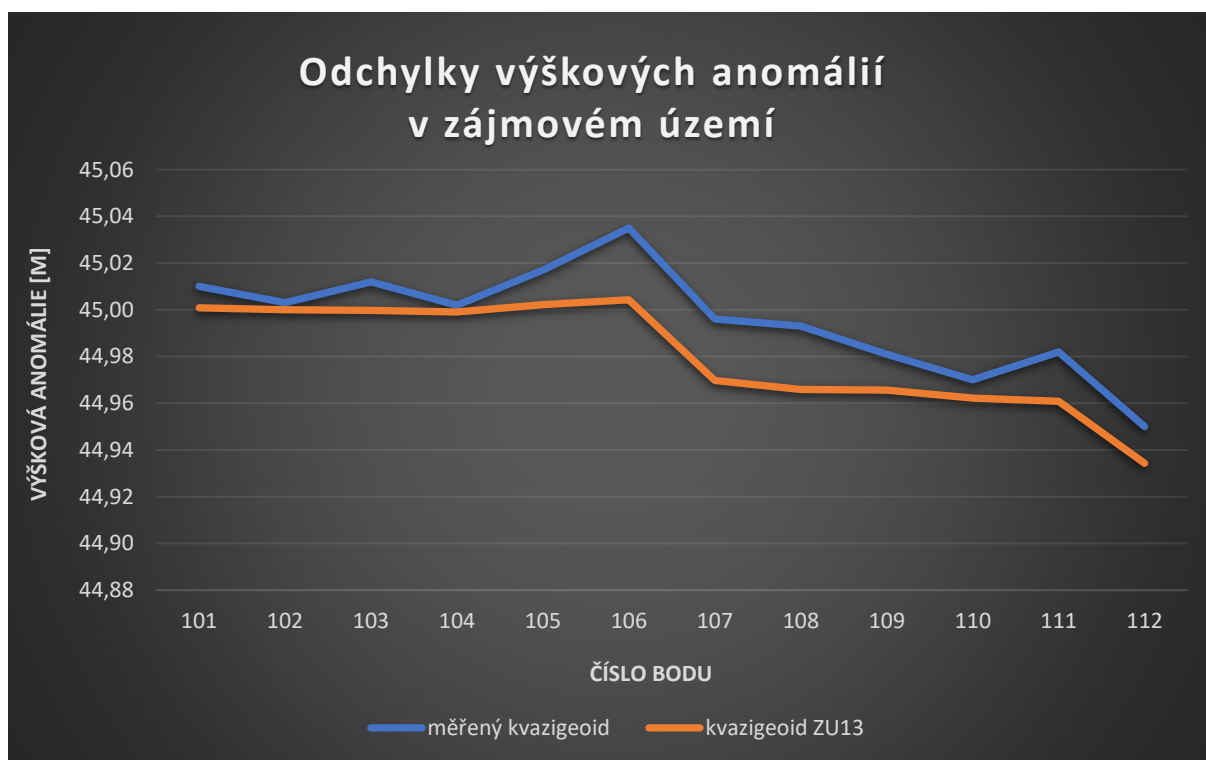
Graf 1 Odchylky výškových anomálií (statika - nivelace) vs. ZU13

Pro porovnání, které GNSS měření (statika, RTK) sedí k výškovým anomáliím kvazigeoidu ZU2013 lépe, byly vypočteny rozdíly výšek z RTK měření, jehož hodnotu udává průměr ze všech, resp. sedmi zaměřených sérií, a nivelace. Elipsoidické výšky RTK měření jsou v systému ETRS89. Tímto rozdílem byly vypočteny výškové anomálie našeho „měřeného“ kvazigeoidu, které jsou analogicky (Tab.22) porovnány s interpolovanými hodnotami výškových anomálií kvazigeoidu ZU2013 (Tab.23).

porovnání výškových anomálií (RTK - nivelace) vzhledem k ZU2013					
číslo bodu	výšky [m]		anomálie [m]		odchylky anomálií [mm]
	RTK (WGS84)	nivelace	měření	ZU13	
101	585,725	540,715	45,010	45,0009	-9,1
102	589,513	544,510	45,003	45,0001	-2,9
103	589,468	544,456	45,012	44,9998	-12,2
104	590,317	545,315	45,002	44,9991	-2,9
105	581,336	536,319	45,017	45,0022	-14,8
106	573,587	528,552	45,035	45,0043	-30,7
107	536,609	491,613	44,996	44,9697	-26,3
108	539,032	494,039	44,993	44,9659	-27,1
109	543,520	498,539	44,981	44,9656	-15,4
110	563,977	519,007	44,970	44,9622	-7,8
111	563,245	518,263	44,982	44,9608	-21,2
112	413,512	368,562	44,950	44,9343	-15,7

Tab.23 Porovnání výškových anomálií (RTK - nivelace) vs. ZU13

Také byl vytvořen graf porovnání, které vychází z měření RTK (Graf 2):



Graf 2 Odchytky výškových anomálií (RTK - nivelace) vs. ZU13

8. Výsledky

Zde budou shrnuty nejdůležitější výsledky, které byly vypočteny v rámci kapitoly „Zpracování RTK měření“ (6) a „Zpracování výšek“ (7).

8.1. Délka observace a její vliv na přesnost

Cílem této analýzy je zjistit, zda se vyplatí provádět třicetisekundovou observaci při měření RTK, která by dle předpokladů měla zajistit vyšší přesnost, než by tomu mělo být u observace, která je dlouhá pět sekund. Zatím byly uvedeny pouze směrodatné odchylky pro každý bod zvlášť (Tab.7), nicméně pomocí kvadratického průměru ze všech bodů byla vypočtena celková přesnost pro každou dobu observace (Tab.24).

	5 sek.		30 sek.	
	σ_{vx} [mm]	σ_z [mm]	σ_{vx} [mm]	σ_z [mm]
sobota	6,0	8,9	5,7	6,2
neděle	3,9	5,4	4,3	7,9

Tab.24 Výsledná přesnost závisující na době observace

8.2. Vliv počtu opakování na přesnost

Tento test byl proveden z důvodu zjištění, zda sobotní čtyři série RTK udávají vyšší přesnost než tři série RTK zaměřené v neděli. V sobotu bylo měřeno v intervalu po šesti hodinách, v neděli po osmi hodinách. Pro každý den byly spočteny směrodatné odchylky na všech bodech pouze z měření třicetisekundovou observací (Tab.9). Aby mohla být charakterizována přesnost každého dne, směrodatné odchylky všech bodů byly pro každý den zvlášť kvadraticky zprůměrovány (Tab.25).

	σ_{vx} [mm]	σ_z [mm]
sobota	5,7	6,2
neděle	4,3	7,9

Tab.25 Výsledná přesnost závisující na dni měření

8.3. Porovnání přesnosti se statickou metodou

Účelem bylo porovnat směrodatné odchylky průměru z RTK a statické metody a případně zjistit, jestli přesnost RTK dokáže konkurovat přesnosti statické metody či nikoliv. Výpočet vycházel z doby observace třicet sekund pro jedno měření RTK. Souřadnice a výšky bodů pomocí statické metody byly určeny několika dvaceti čtyř hodinovými kampaněmi v rámci VÚGTK. Byly hodnoceny pouze body 101 až 106, kde pro každý bod byla vypočtena směrodatná odchylka průměru (Tab.10, Tab.11). Pro celkovou přesnost byly hodnoty všech bodů kvadraticky zprůměrovány (Tab.26).

	σ_{vx} [mm]	σ_z [mm]
RTK (sobota)	5,7	6,2
RTK (neděle)	4,3	7,9
RTK (oba dny)	5,0	7,3
statika	0,5	3,1

Tab.26 Porovnání celkové přesnosti se statickou metodou

8.4. Porovnání přesnosti s klasickým měřením

Souřadnice RTK byly porovnány se souřadnicemi získané klasickým geodetickým měřením, ovšem byly uvažovány pouze body 101 až 106. K souřadnicím klasického měření byly k dispozici také směrodatné souřadnicové odchylky, které byly porovnávány s odchylkami spočítanými z RTK měření (Tab.16, Tab.17). Abychom mohli charakterizovat tento experiment v podobě přesnosti, byl vypočítán kvadratický průměr směrodatných odchylek ze všech šesti bodů (Tab.27).

RTK [mm]			klasické měření [mm]
sobota	neděle	oba dny	
5,0	4,3	4,7	2,3

Tab.27 Porovnání celkové přesnosti s klasickým měřením

8.5. Přesnost jednoho RTK měření

Byly vypočteny směrodatné souřadnicové (Tab.18) a výškové odchylky (Tab.19, Tab.20) pro body 101 až 112. Při výpočtu se vycházelo ze souřadnic a výšek, které byly určeny statickou metodou, proto jsou brány jako pevné vzhledem k vysoké přesnosti, která byla ověřována vůči RTK měření (Tab.10). Dále bylo vycházeno z výšek, které byly zaměřené technickou nivelací, abychom mohli nezávisle porovnat, ze kterých výchozích hodnot bude přesnost lepší. Celková přesnost byla získána jako kvadratický průměr ze všech bodů (Tab.28).

	statika		nivelace
	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_z [mm]
sobota	5,9	14,8	15,6
neděle	5,1	14,1	13,7
oba dny	5,7	14,7	14,7

Tab.28 Celková přesnost jednoho RTK měření

Po kvadratickém zprůměrování z přesností pro sobotu, neděli a oba dny dohromady byly zjištěny konkrétní přesnosti pro obě metody:

- $\sigma_{yx} = 5,6$ mm
- $\sigma_z = 14,5$ mm (vypočteno ze statické metody)
- $\sigma_z = 14,7$ mm (vypočteno z nivelace)

8.6. Přesnost RTK měření za celý den

Zpracování této analýzy je k nahlédnutí v části diplomové práce „Přesnost RTK měření za celý den“ (6.7), které výjimečně nebylo provedeno pro každý bod zvlášť, ale rovnou byla vypočtena celková přesnost charakterizující celé měření, protože není příliš vhodné počítat výběrovou směrodatnou odchylku z rozdílu dvou hodnot, v našem případě tedy průměru RTK za celý den a referenčních souřadnic, resp. výšek. Byly tedy vypočítány směrodatné souřadnicové a výškové odchylky, které interpretují přesnost průměru RTK za celý den, resp. obou dnů dohromady. Výchozími, resp. referenčními hodnotami pro výpočet byla statická metoda a nivelace. Celkové přesnosti byly určeny pro sobotu, neděli a oba dny dohromady (Tab.29).

	statika		nivelace
	σ_{yx} [mm]	σ_z [mm]	σ_z [mm]
sobota	3,8	14,3	14,9
neděle	4,0	12,7	12,1
oba dny	3,4	13,1	13,3

Tab.29 Celková přesnost RTK měření za celý den

V rámci každé metody ještě byly kvadraticky zprůměrovány směrodatné odchylky:

- $\sigma_{yx} = 4,1$ mm
- $\sigma_z = 11,7$ mm (vypočteno ze statické metody)
- $\sigma_z = 13,5$ mm (vypočteno z nivelace)

8.7. Určení výškových anomálií

Úkolem bylo zaměřit výšky technologií GNSS (statika, RTK) a nivelací a následně z rozdílů určit výškové anomálie v zájmovém území, konkrétně na profilu mezi body 101 až 112. Anomálie z našeho měření byly určeny dvakrát, tj. z výšek ETRS89 (RTK, statická metoda). Dvojí výškové anomálie z našeho „měřeného“ kvazigeoidu byly následně porovnány s anomáliemi interpolovanými z nejpřesnějšího modelu kvazigeoidu v současnosti [7]. Odchylky jsou vizualizovány pomocí grafů (Graf 1, Graf 2), samozřejmě jsou také k dispozici v tabulkové podobě (Tab.22, Tab.23).

Abychom dostali představu o tom, která technologie GNSS se při rozdílu s nivelací více přimyká modelu kvazigeoidu, byly odchylky pro obě varianty kvadraticky zprůměrovány:

- (RTK - nivelace) vs. ZU2013 = 17,9 mm
- (statika - nivelace) vs. ZU2013 = 13,6 mm

Závěr

Primárním cílem této diplomové práce bylo zjistit, zda dokáže konkurovat opakované, resp. intervalové RTK měření v průběhu celého dne statické metodě a klasickému geodetickému měření z hlediska přesnosti. Byly spočítány směrodatné odchylky pro všechny způsoby určení a vzájemně porovnány (8.3, 8.4).

Chtěli jsme také zjistit, zda opakované, resp. intervalové RTK měření v průběhu celého dne bude mít vyšší přesnost než pouze jedno RTK měření a zda má tedy smysl měřit vícekrát za den pro získání lepších výsledků. Byly spočteny směrodatné odchylky pro měření RTK v průběhu celého dne a také právě jednoho RTK měření. Odchylky byly navzájem porovnány (8.5, 8.6).

Byly určeny výškové anomálie našeho „měřeného“ kvazigeoidu pomocí měření GNSS a nivelace a porovnány s anomáliemi interpolovanými z dat nejpřesnějšího modelu kvazigeoidu ZU2013. Měření GNSS bylo provedeno dvěma způsoby a bylo testováno, která metoda GNSS generuje při rozdílu s nivelací přesnější výškové anomálie vzhledem k modelu kvazigeoidu ZU2013 (8.7).

Byla zaměřena observace pět a třicet sekund pomocí RTK a chtěli jsme ověřit předpoklad, zda delší observace znamená vyšší přesnost, byť to není tak znatelný rozdíl observační doby. Nicméně byly spočítány směrodatné odchylky pro obě doby observace a vzájemně porovnány (8.1).

Poslední analýzou bylo spočítat směrodatné odchylky RTK pro oba dny a zjistit, který den bylo měření přesnější. Zajímavé je to z hlediska počtu opakování a odlišné konfigurace družic, protože kromě první série bylo každý den měřeno v odlišných časech (8.2).

Porovnání přesnosti se statickou metodou

Při porovnání přesností jednotlivých bodů 101 až 106 získaných statickou metodou můžeme pozorovat, že přesnost bodu 106 odpovídá observačním podmínkám, resp. z bodu je nejhorší viditelnost družic, vykazuje tedy nejhorší přesnost. Směrodatná souřadnicová odchylka na tomto bodě činí 0,6 mm, směrodatná odchylka výšky 3,5 mm. Naopak nejlepší přesnost pro polohu je vypočtena na bodě 101, kde směrodatná souřadnicová odchylka vykazuje přesnost 0,0 mm, nejlepší přesnost výšky se nachází na bodě 105, kde směrodatná odchylka činí 0,0 mm.

Nejrelevantnější hodnocení přesnosti v rámci RTK je z obou dnů dohromady, protože směrodatná odchylka je spočítána ze všech sedmi sérií měření. Nejlepší přesnost je na bodě 105, kde směrodatná souřadnicová odchylka činí 3,5 mm a směrodatná odchylka výšky 3,9 mm. Naopak nejhorší souřadnicová odchylka byla spočtena pro bod 101, jejíž přesnost činí 6,1 mm a nejhorší směrodatná výšková odchylka se nachází na bodě 106, která vykazuje přesnost 9,5 mm, což mimo jiné potvrzuje i nejhorší viditelnost družic v rámci bodů 101 až 106, protože tento problém má vliv zejména na určení výškové složky.

Všechny rozdíly směrodatných odchylek na jednotlivých bodech mezi statickou metodou a RTK vykazují výrazně lepší přesnost ve prospěch statické metody. Na bodě 105 je nejmenší rozdíl mezi směrodatnými odchylkami polohy 3,2 mm, na bodě 104 je nejmenší rozdíl výškových odchylek 2,3 mm. Naopak největší rozdíl směrodatných odchylek polohy můžeme najít na bodě 101, kde rozdíl činí 6,1 mm a největší rozdíl výškových odchylek byl zjištěn na bodě 106 a činí 5,3 mm. V rámci RTK uvažujeme opět hodnoty vypočtené pro oba dny dohromady.

Ze statické metody byla spočtena celková směrodatná souřadnicová odchylka, která činí 0,5 mm, výšková odchylka 3,1 mm. V rámci RTK pro oba dny dohromady byla zjištěna celková souřadnicová odchylka 5,0 mm, výšková odchylka 7,3 mm.

Můžeme tedy říct, že opakované RTK měření během obou dnů, kdy proběhlo dohromady sedm sérií, nemůže splnit požadovanou přesnost statické metody a zároveň je potvrzen předpoklad, že statická metoda je suverénně nejpřesnější metoda z technologie GNSS. Příčinou může být chyba z transformace, omezená přesnost přijímače nebo také krátká doba observace.

Porovnání přesnosti s klasickým měřením

V tomto porovnání jsou analyzovány pouze souřadnice bodu, nikoliv výšky, a týká se bodů 101 až 106. Jsou tedy porovnány směrodatné souřadnicové odchylky mezi RTK a klasickým měřením.

Při porovnání v rámci jednotlivých bodů jsou všechny souřadnicové odchylky získané klasickým měřením menší než souřadnicové odchylky určené RTK měřením.

Co se týká celkové přesnosti, směrodatná souřadnicová odchylka z klasického měření činí 2,3 mm, z měření RTK pro oba dny vykazuje přesnost 4,7 mm.

Můžeme konstatovat, že ani RTK se nemůže srovnávat vůči klasickému měření, co se týká přesnosti. Důvody mohou být stejné jako při srovnání se statickou metodou, tzn. chyba v transformačním klíči, omezená přesnost přijímače nebo krátká doba observace.

Přesnost jednoho RTK měření vs. měření RTK v průběhu dne

Celková přesnost jednoho RTK měření byla vypočtena pro sobotu, neděli a také pro oba dny dohromady. Výsledky všech tří variant vyšly téměř podobně, proto byly zprůměrovány a vyšly tyto hodnoty:

- $\sigma_{yx} = 5,6$ mm
- $\sigma_z = 14,5$ mm (vypočteno ze statické metody)
- $\sigma_z = 14,7$ mm (vypočteno z nivelace)

Přesnost charakterizující měření RTK během celého dne byla určena opět pro sobotu, neděli a oba dny dohromady. Výsledky vyšly také velmi podobně, tudíž byly přesnosti všech tří variant zprůměrovány a výslednými hodnotami jsou:

- $\sigma_{yx} = 4,1$ mm
- $\sigma_z = 11,7$ mm (vypočteno ze statické metody)
- $\sigma_z = 13,5$ mm (vypočtená z nivelace)

Z výsledků lze můžeme vyvodit závěr, že přesnost opakovaného RTK měření v průběhu dne, resp. dvou dní, vychází lépe než přesnost jednoho RTK měření. Pro zvýšení přesnosti se tedy vyplatí zaměřit tři a více sérií pomocí třicetisekundové observace během jednoho dne. Co se týká výšky, přesnost v obou případech vychází lépe z výpočtu pro statickou metodu než z výpočtu pro nivelaci, nicméně pro jedno RTK měření vychází přesnost obou způsobů určení téměř totožně.

Určení výškových anomálií

Byly získány odchylky pomocí kvadratického průměru pro každý způsob určení výškových anomálií. Budou ještě jednou uvedeny zde:

- (RTK - nivelace) vs. ZU2013 = 17,9 mm
- (statika - nivelace) vs. ZU2013 = 13,6 mm

Můžeme konstatovat, že statická metoda při rozdílu s nivelací je vůči modelu kvazigeoidu ZU2013 přesnější, resp. výškové anomálie jsou si v tomto případě bližší. Důvodem může jednoduše být přesnější způsob určení bodů, kterým je bezpochyby statická metoda oproti RTK.

Délka observace a její vliv na přesnost

Pro sobotu byl předpoklad, že delší observace znamená vyšší přesnost, potvrzen a byly zjištěny následující směrodatné odchylky:

- $\sigma_{yx} = 6,0$ mm (5 vteřin)
- $\sigma_{yx} = 5,7$ mm (30 vteřin)
- $\sigma_z = 8,9$ mm (5 vteřin)
- $\sigma_z = 6,2$ mm (30 vteřin)

V neděli tomu bylo naopak, pro pětivteřinovou observaci byly vypočteny lepší směrodatné odchylky než pro observaci třicet sekund:

- $\sigma_{yx} = 3,9$ mm (5 vteřin)
- $\sigma_{yx} = 4,3$ mm (30 vteřin)
- $\sigma_z = 5,4$ mm (5 vteřin)
- $\sigma_z = 7,9$ mm (30 vteřin)

Závěrem této analýzy můžeme říct, že se vyplatí měřit čtyři série a více, aby měření po dobu třiceti sekund mělo smysl pro získání lepší přesnosti.

Vliv počtu opakování na přesnost

Pro sobotu byla vypočtena směrodatná souřadnicová odchylka 5,7 mm, výšková odchylka 6,2 mm. Pro nedělní sérii měření vyšla souřadnicová odchylka 4,3 mm, výšková odchylka 7,9 mm.

Směrodatné odchylky jsou rozptýlené, tudíž nemůžeme jednoznačně určit, zda je lepší měřit tři, resp. čtyři série. Nicméně z mého pohledu jsou obecně relevantnější přesnosti výšek a mají větší vypovídací hodnotu než přesnosti souřadnic, co se týká GNSS, proto bych si dovolil tvrdit, že ze sobotních čtyř sérií je vypočtena lepší přesnost, ostatně dle předpokladu.

Seznam použitých zdrojů

[1] *Katedra speciální geodézie, FSv, ČVUT v Praze* [online]. Copyright © [cit. 21.05.2023]. Dostupné z: https://k154.fsv.cvut.cz/wp-content/uploads/2022/01/GNSS_obs.pdf

[2] 11.5. *Metody nivelace. Katedra geomatiky, Fakulty aplikovaných věd, Západočeské univerzity v Plzni* [online]. Copyright © [cit. 21.05.2023]. Dostupné z: <https://kgm.zcu.cz/studium/gen1/html/ch11s05.html>

[3] *Topcon Hiper Plus GNSS Rover | Xpert Survey Equipment. Xpert Survey Equipment* [online]. Copyright © 2012 Xpert Survey Equipment Store. All Rights Reserved. [cit. 21.05.2023]. Dostupné z: <https://www.xpertsurveyequipment.com/topcon-hiper-plus-gps-glonass-410-430-mhz-rover-receiver.html>

[4] *EDI Surveys* [online]. Copyright © [cit. 21.05.2023]. Dostupné z: https://www.edisurveys.co.uk/wp-content/uploads/Leica_DNA03-Brochure.pdf

[5] SOCHOR, Miroslav. *Testování přesnosti a využitelnosti GNSS přijímače Trimble R12i* [online]. Praha, 2021 [cit. 21.05.2023]. Bakalářská práce. ČVUT, Fakulta stavební, Katedra speciální geodézie. Vedoucí práce doc. Ing. Rudolf Urban, PhD.

[6] BĚLOCH, Lukáš. *Návrh autonomního sensoru polohy druhotného určení parametrů atmosféry s využitím low cost GNSS přijímače* [online]. Praha, 2022 [cit. 21.05.2023]. Diplomová práce. ČVUT, Fakulta stavební, Katedra geomatiky. Vedoucí práce Ing. Zdeněk Vyskočil, PhD.

[7] ČÚZK: Geoportál. *Object moved* [online]. Copyright © 2010 ČÚZK, Všechna práva vyhrazena [cit. 21.05.2023]. Dostupné z: [https://geoportal.cuzk.cz/\(S\(k4lzivutz4jm0rvf35jkw1zs\)\)/Default.aspx?mode=TextM eta&side=bodpole&metadataID=CZ-CUZK-QGZU&head_tab=sekce-02-gp&menu=275](https://geoportal.cuzk.cz/(S(k4lzivutz4jm0rvf35jkw1zs))/Default.aspx?mode=TextM eta&side=bodpole&metadataID=CZ-CUZK-QGZU&head_tab=sekce-02-gp&menu=275)

Seznam zkratek

GNSS - globální navigační satelitní systém

RTK - real time kinematic

S-JTSK - Systém jednotné trigonometrické sítě katastrální

Bpv - Balt po vyrovnání

ETRS89 - Evropský terestrický referenční systém 1989

VÚGTK - Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický

ČÚZK - Český ústav zeměměřický a katastrální

ppm - parts per million

Seznam obrázků

Obr. 1 Umístění areálů Pecný a Skalka

Obr. 2 Přehledka bodového pole v areálu Pecný, body 101 až 106

Obr. 3 Přehledka bodového pole v areálu Skalka, body 107 až 111

Obr. 4 Přehledka bodového pole, bod 112

Obr. 5 Stabilizace bodu 112

Obr. 6 Stabilizace bodu 110

Obr. 7 Viditelnost na bodě 102

Obr. 8 Viditelnost na bodě 101

Obr. 9 Viditelnost na bodě 104

Obr. 10 Viditelnost na bodě 103

Obr. 11 Viditelnost na bodě 106

Obr. 12 Viditelnost na bodě 105

Obr. 13 Viditelnost na bodě 110

Obr. 14 Viditelnost na bodě 108

Obr. 15 Viditelnost na bodě 107

Obr. 16 Viditelnost na bodě 111

Obr. 17 Viditelnost na bodě 112

Obr. 18 Viditelnost na bodě 109

Obr. 19 GNSS rover Topcon Hiper +

Obr. 20 Digitální nivelační přístroj Leica DNA03

Obr. 21 Aparatura GNSS stabilizovaná ve stojánku

Obr. 22 Ukázka interpolačního programu INTQGZU

Seznam tabulek

- Tab.1 Přesnost GNSS aparatury Topcon Hiper +
- Tab.2 Přesnost digitálního nivelačního přístroje Leica DNA03
- Tab.3 Výchozí a určované body pro technickou nivelaci
- Tab.4 Vyloučené měření na bodě 112 z první série prvního dne
- Tab.5 Vyloučená výška na bodě 109 z druhé série druhého dne
- Tab.6 Rozdíly průměrů pro observace pět a třicet sekund
- Tab.7 Směrodatné odchylky průměru pro observace 5 a 30 sekund
- Tab.8 Rozdíly průměrů (sobota - neděle)
- Tab.9 Rozdíly směrodatných odchylek průměru
- Tab.10 Směrodatné odchylky průměru získané statickou metodou (body 101 až 106)
- Tab.11 Směrodatné odchylky průměru
- Tab.12 Rozdíly směrodatných odchylek průměru (statika – RTK)
- Tab.13 Rozdíly souřadnic (statika – RTK)
- Tab.14 Hodnoty systematického posunu souřadnic
- Tab.15 Rozdíly souřadnic určené klasickým měřením a RTK metodou
- Tab.16 Rozdíly souřadnicových odchylek na bodech 101 až 106
- Tab.17 Souřadnicové odchylky na bodech 101 až 106
- Tab.18 Směrodatné souřadnicové odchylky jednoho RTK měření
- Tab.19 Směrodatné výškové odchylky jednoho RTK měření (vůči statice)
- Tab.20 Směrodatné výškové odchylky jednoho RTK měření (vůči nivelaci)
- Tab.21 Rozdíly výšek všech použitých metod
- Tab.22 Porovnání výškových anomálií (statika - nivelace) vs. ZU13
- Tab.23 Porovnání výškových anomálií (RTK - nivelace) vs. ZU13
- Tab.24 Výsledná přesnost závisující na době observace
- Tab.25 Výsledná přesnost závisující na dni měření
- Tab.26 Porovnání celkové přesnosti se statickou metodou
- Tab.27 Porovnání celkové přesnosti s klasickým měřením
- Tab.28 Celková přesnost jednoho RTK měření
- Tab.29 Celková přesnost RTK měření za celý den

Seznam grafů

Graf 1 Odchyly výškových anomálií (statika - nivelace) vs. ZU13

Graf 2 Odchyly výškových anomálií (RTK - nivelace) vs. ZU13

Seznam příloh

Příloha 1: Seznam souřadnic RTK měření

Příloha 2: Seznam souřadnic určených statickou metodou

Příloha 3: Seznam souřadnic určených klasickým měřením

Příloha 4: Ukázka zpracování nivelačního měření v programu Excel

Příloha 5: Ukázka zpracování RTK měření v programu Excel

Příloha 1: Seznam souřadnic RTK měření

č. b.	Y [m]	X [m]	Z [m]
101.1	719465.802	1065640.387	540.705
101.1.d	719465.799	1065640.382	540.706
102.1	719430.259	1065646.387	544.524
102.1.d	719430.257	1065646.386	544.520
103.1	719418.241	1065647.851	544.460
103.1.d	719418.241	1065647.847	544.458
104.1	719414.792	1065619.213	545.316
104.1.d	719414.789	1065619.212	545.315
105.1	719512.198	1065628.175	536.342
105.1.d	719512.199	1065628.168	536.328
106.1	719562.772	1065651.838	528.570
106.1.d	719562.769	1065651.836	528.567
107.1	718557.702	1065400.108	491.637
107.1.d	718557.703	1065400.108	491.632
108.1	718493.521	1065334.788	494.060
108.1.d	718493.518	1065334.792	494.057
109.1	718518.332	1065289.494	498.546
109.1.d	718518.331	1065289.492	498.545
110.1	718543.669	1065140.050	519.006
110.1.d	718543.669	1065140.052	519.005
111.1	718521.490	1065108.910	518.276
111.1.d	718521.490	1065108.911	518.276
112.1	717508.187	1065291.593	366.453
112.1.d	717508.189	1065291.591	366.465
101.2	719465.803	1065640.408	540.724
101.2.d	719465.804	1065640.400	540.724
102.2	719430.261	1065646.390	544.511
102.2.d	719430.265	1065646.389	544.509
103.2	719418.244	1065647.852	544.467
103.2.d	719418.245	1065647.852	544.462
104.2	719414.783	1065619.213	545.307
104.2.d	719414.784	1065619.213	545.307
105.2	719512.195	1065628.161	536.334
105.2.d	719512.194	1065628.161	536.327

106.2 719562.766 1065651.840 528.568
106.2.d 719562.761 1065651.837 528.577
107.2 718557.710 1065400.109 491.636
107.2.d 718557.713 1065400.101 491.636
108.2 718493.535 1065334.794 494.055
108.2.d 718493.536 1065334.793 494.061
109.2 718518.335 1065289.496 498.538
109.2.d 718518.336 1065289.496 498.546
110.2 718543.671 1065140.051 519.004
110.2.d 718543.673 1065140.050 519.004
111.2 718521.491 1065108.914 518.271
111.2.d 718521.492 1065108.915 518.274
112.2 717507.026 1065291.788 368.583
112.2.d 717507.026 1065291.786 368.583
101.3 719465.804 1065640.390 540.712
101.3.d 719465.800 1065640.385 540.718
102.3 719430.253 1065646.379 544.515
102.3.d 719430.253 1065646.383 544.509
103.3 719418.241 1065647.839 544.457
103.3.d 719418.238 1065647.837 544.469
104.3 719414.792 1065619.204 545.321
104.3.d 719414.794 1065619.206 545.310
105.3 719512.190 1065628.157 536.331
105.3.d 719512.192 1065628.156 536.330
106.3 719562.759 1065651.830 528.546
106.3.d 719562.756 1065651.831 528.580
107.3 718557.700 1065400.108 491.633
107.3.d 718557.700 1065400.109 491.632
108.3 718493.519 1065334.803 494.070
108.3.d 718493.521 1065334.803 494.068
109.3 718518.333 1065289.501 498.563
109.3.d 718518.330 1065289.500 498.556
110.3 718543.667 1065140.051 519.016
110.3.d 718543.664 1065140.052 519.010
111.3 718521.485 1065108.923 518.292
111.3.d 718521.485 1065108.923 518.293

112.3 717506.997 1065291.771 368.591
112.3.d 717507.000 1065291.769 368.588
101.4 719465.806 1065640.396 540.723
101.4.d 719465.806 1065640.399 540.717
102.4 719430.255 1065646.386 544.504
102.4.d 719430.255 1065646.386 544.504
103.4 719418.247 1065647.854 544.470
103.4.d 719418.244 1065647.852 544.465
104.4 719414.782 1065619.207 545.312
104.4.d 719414.783 1065619.208 545.310
105.4 719512.196 1065628.163 536.334
105.4.d 719512.197 1065628.161 536.334
106.4 719562.754 1065651.842 528.586
106.4.d 719562.758 1065651.838 528.582
107.4 718557.710 1065400.109 491.639
107.4.d 718557.708 1065400.110 491.639
108.4 718493.527 1065334.787 494.060
108.4.d 718493.522 1065334.790 494.057
109.4 718518.332 1065289.499 498.563
109.4.d 718518.335 1065289.497 498.563
110.4 718543.666 1065140.050 519.008
110.4.d 718543.663 1065140.048 519.004
111.4 718521.489 1065108.920 518.268
111.4.d 718521.491 1065108.920 518.268
112.4 717507.013 1065291.777 368.572
112.4.d 717507.012 1065291.776 368.577
101.5 719465.802 1065640.401 540.713
101.5.d 719465.800 1065640.401 540.716
102.5 719430.255 1065646.377 544.512
102.5.d 719430.255 1065646.379 544.511
103.5 719418.247 1065647.843 544.459
103.5.d 719418.249 1065647.845 544.465
104.5 719414.791 1065619.211 545.315
104.5.d 719414.791 1065619.209 545.318
105.5 719512.199 1065628.165 536.329
105.5.d 719512.199 1065628.158 536.331

106.5 719562.759 1065651.830 528.580
106.5.d 719562.755 1065651.837 528.585
107.5 718557.699 1065400.107 491.633
107.5.d 718557.698 1065400.099 491.633
108.5 718493.530 1065334.779 494.057
108.5.d 718493.529 1065334.783 494.053
109.5 718518.331 1065289.497 498.543
109.5.d 718518.332 1065289.490 498.552
110.5 718543.668 1065140.042 519.017
110.5.d 718543.668 1065140.043 519.011
111.5 718521.489 1065108.913 518.276
111.5.d 718521.489 1065108.910 518.276
112.5 717507.004 1065291.782 368.570
112.5.d 717507.003 1065291.781 368.574
101.6 719465.800 1065640.397 540.718
101.6.d 719465.800 1065640.396 540.716
102.6 719430.249 1065646.380 544.509
102.6.d 719430.250 1065646.377 544.506
103.6 719418.249 1065647.838 544.461
103.6.d 719418.246 1065647.840 544.459
104.6 719414.794 1065619.207 545.310
104.6.d 719414.794 1065619.207 545.314
105.6 719512.196 1065628.161 536.327
105.6.d 719512.195 1065628.160 536.326
106.6 719562.766 1065651.835 528.580
106.6.d 719562.763 1065651.824 528.563
107.6 718557.707 1065400.107 491.642
107.6.d 718557.711 1065400.108 491.637
108.6 718493.520 1065334.786 494.063
108.6.d 718493.521 1065334.787 494.066
109.6 718518.333 1065289.495 496.607
109.6.1 718518.333 1065289.495 498.545
109.6.d 718518.329 1065289.492 498.540
110.6 718543.669 1065140.045 519.012
110.6.d 718543.668 1065140.045 519.012
111.6 718521.485 1065108.907 518.285

111.6.d 718521.488 1065108.905 518.292
112.6 717507.008 1065291.776 368.565
112.6.d 717507.003 1065291.776 368.554
101.7 719465.808 1065640.388 540.725
101.7.d 719465.808 1065640.388 540.719
102.7 719430.249 1065646.389 544.503
102.7.d 719430.252 1065646.385 544.509
103.7 719418.245 1065647.849 544.453
103.7.d 719418.247 1065647.850 544.455
104.7 719414.788 1065619.210 545.308
104.7.d 719414.789 1065619.211 545.309
105.7 719512.199 1065628.164 536.320
105.7.d 719512.196 1065628.166 536.322
106.7 719562.757 1065651.829 528.586
106.7.d 719562.756 1065651.831 528.589
107.7 718557.702 1065400.107 491.625
107.7.d 718557.702 1065400.108 491.626
108.7 718493.528 1065334.793 494.056
108.7.d 718493.527 1065334.794 494.055
109.7 718518.334 1065289.495 498.542
109.7.d 718518.331 1065289.495 498.538
110.7 718543.666 1065140.049 519.008
110.7.d 718543.666 1065140.049 519.011
111.7 718521.490 1065108.917 518.266
111.7.d 718521.490 1065108.915 518.263
112.7 717507.010 1065291.780 368.558
112.7.d 717507.010 1065291.784 368.561

Příloha 2: Seznam souřadnic určených statickou metodou

Transformace ETRF2000 --> S-JTSKxx (Program etrf00-jtsk_v1801.for)

Bod	B(ETRF)	L(ETRF)	H(el)	Y(S-JTSK)	X(S-JTSK)	H(niv)
101	49 54 50.2346	14 47 10.3909	585.72	719465.821	1065640.375	540.708
102	49 54 50.1937	14 47 12.1967	589.52	719430.274	1065646.363	544.510
103	49 54 50.1979	14 47 12.8033	589.46	719418.262	1065647.828	544.457
104	49 54 51.1315	14 47 12.7861	590.31	719414.810	1065619.190	545.304
105	49 54 50.4297	14 47 8.0047	581.33	719512.217	1065628.141	536.326
106	49 54 49.4547	14 47 5.6477	573.58	719562.788	1065651.814	528.565
107	49 55 1.8079	14 47 53.9353	536.60	718557.725	1065400.095	491.628
108	49 55 4.1766	14 47 56.6948	539.03	718493.545	1065334.779	494.063
109	49 55 5.5248	14 47 55.1637	543.50	718518.353	1065289.479	498.531
110	49 55 10.2127	14 47 52.9206	563.96	718543.686	1065140.033	518.991
111	49 55 11.3060	14 47 53.8177	563.21	718521.512	1065108.899	518.246
112	49 55 9.7476	14 48 45.4404	413.50	717507.029	1065291.771	368.564

Příloha 3: Seznam souřadnic určených klasickým měřením

VYSLEDNE SOURADNICE PEVNYCH BODU V GO PECNY

VYBER Z KATALOGU PRO DP M. SOCHORA

BOD OZNACENI Y-JTSK X-JTSK My Mx V [mm] VUCI TB 10/2207/

101 Jac68.3 719465.803 1065640.393 2.5 1.6

102 Jac69 719430.248 1065646.387 1.8 1.6

103 10.3 719418.246 1065647.848 2.5 1.0

104 1727 719414.809 1065619.218 1.1 1.0

105 611 719512.184 1065628.165 2.8 2.4

106 614 719562.756 1065651.846 3.7 3.1

Příloha 4: Ukázka zpracování nivelačního měření v programu Excel

NIVELACE										
	číslo bodu		čtení na lati			délka záměry [m]	vzad - vpřed [m]	T - Z [m]	mezí uzávěr [m]	průměr převýšení [m]
	přestavového	bočního	vzad [m]	vpřed [m]	bočně [m]					
TAM	76		0,561			30				
				2,590		30				
			0,315			24				
				3,045		24				
			0,250			12				
	109			1,205		21				
Σ			1,126	6,840			-5,714			
ZPĚT	109		1,200			21				
				0,244		12				
			3,069			24				
				0,441		24				
			2,635			30				
	76			0,504		35				
Σ			6,904	1,189			5,715			
							0,001	0,010	-5,714	

Příloha 5: Ukázka zpracování RTK měření v programu Excel

č.b.	1. série, 7:45 - 9:15					
	5 sek.			30 sek.		
	Y [m]	X [m]	Z [m]	Y [m]	X [m]	Z [m]
101	719465,802	1065640,387	540,705	719465,799	1065640,382	540,706
102	719430,259	1065646,387	544,524	719430,257	1065646,386	544,520
103	719418,241	1065647,851	544,460	719418,241	1065647,847	544,458
104	719414,792	1065619,213	545,316	719414,789	1065619,212	545,315
105	719512,198	1065628,175	536,342	719512,199	1065628,168	536,328
106	719562,772	1065651,838	528,570	719562,769	1065651,836	528,567
107	718557,702	1065400,108	491,637	718557,703	1065400,108	491,632
108	718493,521	1065334,788	494,060	718493,518	1065334,792	494,057
109	718518,332	1065289,494	498,546	718518,331	1065289,492	498,545
110	718543,669	1065140,050	519,006	718543,669	1065140,052	519,005
111	718521,490	1065108,910	518,276	718521,490	1065108,911	518,276
112	717508,187	1065291,593	366,453	717508,189	1065291,591	366,465