

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

---

Fakulta stavební  
Katedra mechaniky



**Zvýšení únosnosti kruhových betonových sloupů  
vlivem pasivního sevření příčnou výztuží v  
mimostředném tlaku**

**Increase in strength of circular concrete columns due  
to passive confinement by lateral reinforcement  
under eccentric compression**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Studijní program: Stavební inženýrství  
Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

Vedoucí práce: Ing. Petr Havlásek, Ph.D.

**Alena Plačková**

**Praha 2023**



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Plačková Jméno: Alena Osobní číslo: 495043  
 Zadávací katedra: Katedra mechaniky K132  
 Studijní program: Stavební inženýrství  
 Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

### II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Zvýšení únosnosti kruhových betonových sloupů vlivem pasivního sevření příčnou výztuží při mimostředném tlaku

Název bakalářské práce anglicky: Increase in strength of circular concrete columns due to passive confinement by lateral reinforcement under eccentric compression

Pokyny pro vypracování:

(1) Ve vybraných normách a doporučeních pro navrhování a analýzu betonových konstrukcí budou vyhledány relevantní vztahy pro výpočet únosnosti sloupů s kruhovým průřezem a spirálovým vyzužením, u kterých lze uvážit vliv sevření příčnou výztuží na zlepšení mechanických vlastností betonu. Bude specifikován obor platnosti těchto vztahů v závislosti na velikosti excentricity působící síly, příp. materiálových vlastnostech betonu a výztuže.

(2) Podobným způsobem bude zpracována stručná literární rešerše, jejímž cílem bude shromáždit relevantní experimentální data.

(3) V programu OOFEM bude vytvořen výpočetní model kruhového betonového sloupu se spirálovou výztuží, který s ohledem na jednodušší interpretaci výsledků bude: i) vystihovat pouze reprezentativní část sloupu, podélná výztuž nebude uvažována, ii) uvažovat ideální roznoš příčného sevření betonu a uvažovat ideální kohezi mezi betonem a výztuží, iii) zanedbávat krycí vrstvu, iv) uvažovat zjednodušený popis chování výztuže, pro beton bude použit komplexní model CDPM2. Nelineárními výpočty metodou konečných prvků bude analyzováno rozložení normálového napětí v příčném a podélném směru v závislosti na excentricitě působící síly.

Bude provedena diskuze výsledků z (3) a porovnání s výsledky z (1) a (2). Bude snaha o formulování zjednodušeného vztahu vhodného pro inženýrskou praxi, jehož tvar bude vycházet z (1) a bude zohledňovat výsledky z (3).

Seznam doporučené literatury:

Normy a doporučení fib MC 2010, ACI 318, draft EC2 apod.

Vědecké články týkající se problematiky

Dokumentace k programu OOFEM.org

Jméno vedoucího bakalářské práce: Petr Havlásek

Datum zadání bakalářské práce: 23. 2. 2023 Termín odevzdání bakalářské práce: 22. 5. 2023

*Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku*

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

24. 2. 2023

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)



## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma „Zvýšení únosnosti kruhových betonových sloupů vlivem pasivního sevření příčnou výztuží v mimostředném tlaku“ vypracovala samostatně pod odborným vedením Ing. Petra Havlásky, Ph.D., a že jsem uvedla veškeré použité zdroje informací.

Alena Plačková

Praha, květen 2023



## **Poděkování**

Ráda bych poděkovala vedoucímu práce Ing. Petru Havláskovi, Ph.D. za odborné vedení a cenné rady, které mi v průběhu zpracování práce poskytnul, především ale za jeho trpělivost, vstřícnost a veškerý poskytnutý čas. Dále patří díky prof. Dr. Ing. Danielu Ryplovi za poskytnutí programu T3D.

Práce vznikla za podpory Technologické agentury ČR, v rámci projektu TM04000013.





## Abstrakt

Pro zlepšení mechanických vlastností betonu je v seizmicky aktivních oblastech hojně užíváno ovinutí sloupů spirálovou výztuží. Konvenčně vyztužené sloupy jsou navrhovány na kombinaci tlakové síly a ohybu, zatímco v případě ovinutých sloupů je normami popisováno pouze namáhání centrickým tlakem. V této práci byl pro vyšetření chování excentricky namáhaného ovinutého sloupu s kruhovým průřezem vytvořen model pro numerickou analýzu pomocí metody konečných prvků (MKP). Hlavním cílem práce bylo analyzovat nárůst únosnosti sloupu při mimostředním tlakovém zatížení v důsledku jeho ovinutí a prezentovat tuto závislost ve formě interakčního diagramu. Druhým cílem bylo sestavení algoritmu pro ruční výpočet interakčního diagramu, který primárně vychází z poznatků z norem a také z výsledků analýzy MKP. Analýza MKP potvrdila navýšení únosnosti sloupu při excentrickém zatížení v důsledku ovinutí a výsledky navrženého postupu pro ruční výpočet prokázaly výbornou shodu s numerickými výsledky. Je také zjištěno, že konstitutivní vztah pro popis chování ovinutého betonu v centrickém tlaku v použitých normách neodpovídá skutečnému chování materiálu.

## Klíčová slova

Kruhový sloup, spirálová výztuž, sevřený beton, mimostřední tlak, metoda konečných prvků, interakční diagram.



## **Abstract**

To improve the mechanical properties of concrete, confinement with spiral reinforcement is widely used in seismically active areas. Conventionally reinforced column elements are designed for a combination of compressive force and bending, whereas in the case of confined columns, only concentric compression is described by design codes. In this thesis a finite element model was developed to investigate the behavior of an eccentrically loaded confined. The main objective of the work was to analyze the increase in the column load carrying capacity under eccentric compressive loading stemming from the enhanced strength of confined concrete and to present this relation by means of an interaction diagram. The second objective was to develop an algorithm for the hand calculation of the interaction diagram based primarily on the knowledge from the design codes and also on the results of the FEM analysis. The FEM analysis confirmed the increase in column capacity under eccentric loading due to confinement and the results of the manual calculation showed excellent agreement with the numerical results. It is also found that the stress-strain relationship used in design codes to describe the behaviour of confined concrete in concentric compression does not correspond to the actual behaviour of the material.

## **Keywords**

Circular column, spiral reinforcement, confined concrete, eccentric compression, finite element method, interaction diagram.



# Obsah

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Úvod a motivace</b>                                       | <b>15</b> |
| <b>2</b> | <b>Ovinutý beton</b>   | <b>17</b> |
| 2.1      | Princip chování ovinutého betonu . . . . .                   | 17        |
| 2.2      | Excentrické namáhání ovinutých sloupů v literatuře . . . . . | 20        |
| 2.3      | Návrh prvků s vlivem ovinutí dle norem . . . . .             | 24        |
| 2.3.1    | EN 1992-1-1 . . . . .  | 24        |
| 2.3.2    | Draft EN 1992-1-1, 2018 . . . . .                            | 25        |
| 2.3.3    | <i>fib</i> Model Code 2010 . . . . .                         | 27        |
| 2.3.4    | ACI 318-19 . . . . .   | 28        |
| 2.4      | Shrnutí . . . . .  | 30        |
| <b>3</b> | <b>Numerická analýza</b>                                     | <b>31</b> |
| 3.1      | Tvorba výpočetního modelu . . . . .                          | 31        |
| 3.2      | Výsledky numerické analýzy . . . . .                         | 34        |
| 3.2.1    | Interakční diagram . . . . .                                 | 34        |
| 3.2.2    | Hlavní napětí v příčném směru . . . . .                      | 35        |
| 3.2.3    | Osové napětí . . . . .                                       | 38        |
| 3.2.4    | Deformace-normálová síla . . . . .                           | 40        |
| <b>4</b> | <b>Zjednodušený výpočet</b>                                  | <b>43</b> |
| <b>5</b> | <b>Porovnání a diskuze</b>                                   | <b>45</b> |
| <b>6</b> | <b>Závěr</b>   | <b>49</b> |



# 1 Úvod a motivace

Sloupy vyztužené spirálovou výztuží se chováním zásadně liší od tradičně vyztužených sloupů. Hlavní výhodou spirálové výztuže je významný efekt tzv. ovinutí. Při namáhání sloupu v tlaku dochází k rozpínání betonu v příčném směru, což vede ke vzniku tahového napětí v příčné výztuži. Výztuž zpětně působí na beton a svírá tak betonové jádro průřezu, čímž značně navyšuje pevnost a duktilitu materiálu. Vlastností ovinutého betonu je proto využíváno především v seizmicky aktivních oblastech. Ovinutí umožňuje vytvoření plastických kloubů, a s tím spojenou redistribucí vnitřních sil. Při použití spirálové výztuže s nízkým stoupáním také dochází ke zkracování vzpěrné délky podélné výztuže, což znesnadňuje její vybočení.

Výhodou tohoto typu vyztužení, jež stojí za zmínku, je nižší dopad na životní prostředí, který je patrný především pro průřezy využívající více překrývajících se spirál. Díky zvýšené efektivitě spirálové výztuže je třeba menšího množství příčné výztuže pro dosažení stejných výsledků jako při vyztužení třmínky. Pro sloupy vyztužené více spirálami je hlavní výhodou možnost automatizace výroby armokošů, čímž je značně snížena pracnost a časová náročnost při umísťování výztuže, což vede k nižším stavebním nákladům. Využití spirálové výztuže má tedy jak ekologické, tak i ekonomické přínosy.

Je obecně známo, že sloupové prvky jsou v reálných konstrukcích namáhány kombinací normálové síly a ohybu. Tento typ namáhání je při návrhu konvenčně vyztužených sloupů brán v potaz, zatímco pro kruhové sloupy se spirálovou výztuží uvádí normové předpisy pouze vztahy pro centrický tlak.

Tato práce se proto zabývá analýzou chování excentricky namáhaného ovinutého sloupu. Pro tento účel byl vytvořen výpočetní model pro numerickou analýzu metodou konečných prvků v programu OOFEM [15]. Pro popis chování betonu byl využitý komplexní nelineární materiálový model kombinující plasticitu a poškození CDPM2 (Concrete-Damage-Plastic-Model), vyvinutý Petrem Grasslem a kol. [9].

V první části práce je představeno chování ovinutého betonu a zjednodušené konstitutivní modely navržené k jeho popisu. Dále jsou představeny dosavadní poznatky v problematice excentricky namáhaných ovinutých sloupů. Následuje rozbor návrhových přístupů pro sloupy ovinuté kruhovými třmínky nebo spirálovou výztuží pro různé normové předpisy.

V druhé části je popsán proces vytváření výpočetního modelu a předpoklady, které byly při vytváření modelu zaujaty. Následuje rozbor výsledků numerické analýzy soustředící se především na rozložení podélného a příčného napětí po průřezu. Je snaha vyhledat skutečnosti, které by mohly přispět k vytvoření zjednodušeného výpočtu.

Třetí část představuje algoritmus pro zjednodušený ruční výpočet únosnosti excentricky namáhaných kruhových sloupů s ovinutím. Výpočet je navržen s ohledem na poznatky uvedené v odborné literatuře zmíněné v první části a na výsledky z numerické analýzy. Je představen postup výpočtu a předpoklady, které byly zaujaty.

Na závěr práce jsou oba zvolené přístupy porovnány a je zhodnocena přesnost na-

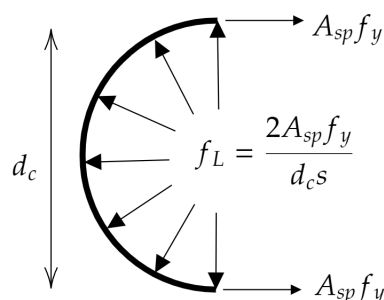
vrhovaného ručního výpočtu. Je provedena diskuze ohledně nesrovnalostí způsobených použitím konstitutivního modelu z normy EC2 [20].



## 2 Ovinutý beton

### 2.1 Princip chování ovinutého betonu

Při zatížení betonu v tlaku dochází k rozpínání materiálu kolmo na směr působení tlakové síly. Pokud je tomuto rozpínání bráněno, vzniká v betonu tlakové napětí, tj. sevření či ovinutí. Ovinutí lze vyvodit pomocí příčné výztuže, ve které při rozpínání betonu vzniká tah, viz Obr. 1. Z důvodu rovnováhy sil výztuž vyvíjí příčný tlak na betonové jádro, čímž značně navyšuje jeho pevnost v tlaku a duktilitu. K porušení prvku dochází, pokud příčná výztuž dosáhne maximálního možného přetvoření a poruší se. Pro sloup ovinutý betonářskou výztuží dochází k dosažení maximální únosnosti ještě před porušením tělesa, zatímco pro ovinutí vláknovými kompozity únosnost stoupá až do porušení příčného vztužení.



**Obrázek 1:** Podmínka rovnováhy pro výpočet velikosti příčného tlakového napětí.

Sevření lze dělit na pasivní a aktivní. Ke vzniku pasivního sevření je třeba příčných deformací svíraného betonu. Aktivní sevření působí bez ohledu na deformaci betonu a je charakteristické pro laboratorní experimenty sloužící pro popis betonu za trojosé napjatosti. Mezi prostředky pro vyvození pasivního sevření můžeme zařadit betonářskou výztuž v podobě uzavřených obdélníkových nebo kruhových těmínků a spirál, vláknové kompozity jako např. FRP (Fibre Reinforced Polymer) nebo GFRP (Glass Fibre Reinforced Polymer) a uzavřené ocelové profily. Dle typu použité výztuže se mění efektivita výsledného sevření.

V následujících vztacích popisujících chování ovinutého betonu jsou použity střední hodnoty pevnosti pro beton a ocel. Popisem chování sevřeného betonu se poprvé zabýval Richart a kol. (1928) [17]. Popisuje sevření pomocí aktivního hydrosatického tlaku kapaliny vztahy:

$$f_{c,c} = f_c + k_1 \sigma_L \quad (1)$$

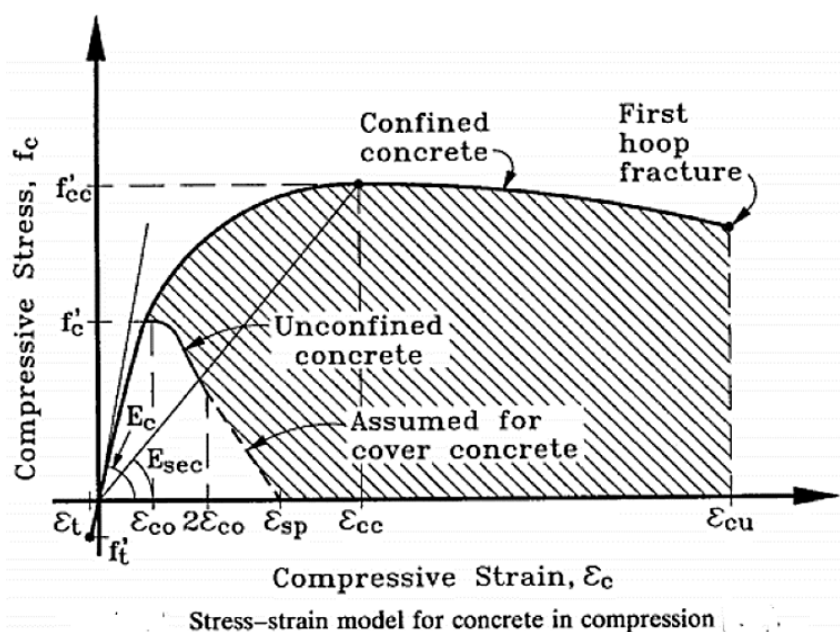
$$\varepsilon_{c,c} = \varepsilon_c \left( 1 + k_2 \frac{\sigma_L}{f_c} \right) \quad (2)$$

kde  $f_{c,c}$  je tlaková pevnost ovinutého betonu,  $f_c$  je pevnost prostého betonu v jednoosém tlaku a  $\sigma_L$  je velikost příčného tlakového napětí. Koeficienty  $k_1$  a  $k_2$  jsou funkcí betonové

směsi a příčného tlaku. Poměrné přetvoření ovinutého betonu je označeno  $\varepsilon_{c,c}$  a  $\varepsilon_c$  se rozumí přetvoření prostého betonu.

Průměrné hodnoty koeficientů  $k_1 = 4,1$  a  $k_2 = 5k_1$  byly zjištěny experimentálně. Richart dále zjistil, že účinky aktivního sevření vzniklého hydrostatickým tlakem kapaliny jsou přibližně stejné, jako účinky pasivního sevření vyvolaného spirálovou výztuží s nízkým stoupáním závitů.

Mander a kol. (1988) [14] vytvořil jednotný pracovní diagram sevřeného betonu při pomalém monotónním zatěžování platný pro kruhové i obdélníkové průřezy, viz Obr. 2. Jeho model je založený na rovnici navržené Popovičem (1973) [16].



**Obrázek 2:** Pracovní diagram ovinutého betonu dle Mandera [14].

Mander uvádí, že velikost příčného tlakového napětí  $\sigma_L$  můžeme dopočítat z rovnováhy sil na polovině kruhového průřezu při dosažení meze kluzu v příčné výztuži:

$$2f_y A_{sp} = \sigma_L s d_c \quad (3)$$

kde  $f_y$  je mez kluzu příčné výztuže,  $A_{sp}$  je plocha výztuže,  $s$  je rozteč třmínek a  $d_c$  je průměr třmínku či spirály vztažený k ose prutu.

Velikost příčného tlakového napětí lze tedy vyjádřit následovně:

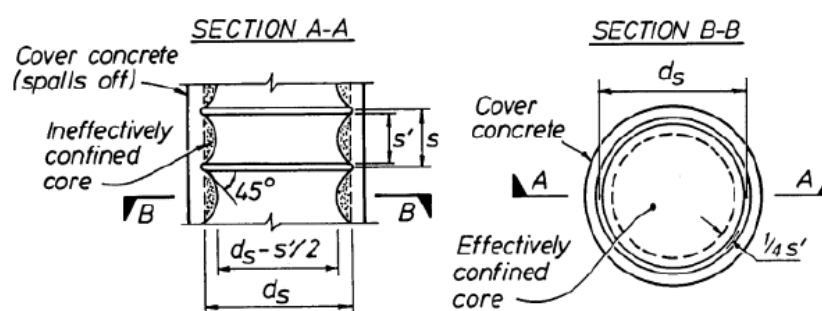
$$\sigma_L = \frac{2f_y A_{sp}}{s d_c} \quad (4)$$

Při působení výztuže na betonové jádro ale dochází k nedokonalému roznosu příčného tlakového napětí. To je způsobeno tím, že příčná výztuž není průběžná po celé délce prvku na rozdíl třeba od ocelobetonových kruhových sloupů (kde navíc přímo přispívá k tuhosti a únosnosti v axiálním směru). Mezi jednotlivými třmínky, příp. závitů spirály, vznikají

oblasti s neefektivně sevřeným betonem. Příčné napětí se mezi nimi roznáší přibližně parabolicky se sklonem počáteční tečny  $45^\circ$  a vzepětím  $\frac{s'}{4}$ , viz Obr. 3. Mander tento poznatek zahrnuje pomocí koeficientu efektivity ovinutí  $k_e$ , kterým redukuje ideální příčné tlakové napětí  $\sigma_L$ . Hodnota koeficientu se liší podle užitého typu výztuže a je definována jako poměr efektivně sevřené plochy jádra vůči celkové ploše jádra průřezu

$$k_e = \frac{A_e}{A_c} \quad (5)$$

kde  $A_e$  je efektivně sevřená plocha jádra a  $A_c$  je plocha jádra průřezu.



**Obrázek 3:** Efektivně a neefektivně sevřené oblasti pro kruhový sloup vyztužený třmínky [14].

Pro vyztužení kruhovými třmínky lze dopočítat koeficient  $k_e$

$$k_e = \frac{A_e}{A_c} = \frac{\frac{\pi}{4} (d_c - \frac{s'}{2})^2}{\frac{\pi}{4} d_c^2} = \frac{\frac{\pi}{4} d_c^2 (1 - \frac{s'}{2d_c})^2}{\frac{\pi}{4} d_c^2} = \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)^2 \quad (6)$$

kde je  $s'$  je světlý rozpon třmínků a  $d_c = d_s$  je průměr výztuže k ose. Stejným způsobem je možné vyjádřit  $k_e$  pro spirálovou výztuž.

$$k_e = \frac{A_e}{A_c} = \frac{\frac{\pi}{4} (d_c - \frac{s'}{4})^2}{\frac{\pi}{4} d_c^2} \approx \frac{\frac{\pi}{4} d_c^2 (1 - \frac{s'}{2d_c})}{\frac{\pi}{4} d_c^2} = 1 - \frac{s'}{2d_c} \quad (7)$$

Efektivita typu příčné výztuže je tedy zahrnuta pomocí koeficientu  $k_e$ , čímž lze získat velikost efektivního příčného tlakového napětí

$$\sigma'_L = \frac{2f_y A_{sp} k_e}{s d_c} \quad (8)$$

Je vhodné podotknout, že koeficient  $k_e$  neuvažuje vliv odklonu síly od vodorovné roviny.

Výpočet pevnosti betonu v sevření popisuje Mander komplexním vztahem

$$f_{c,c} = f_c \left( -1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94\sigma'_L}{f_c}} - 2 \frac{\sigma'_L}{f_c} \right) \quad (9)$$

Tomu odpovídající přetvoření

$$\varepsilon_{c,c} = \varepsilon_c \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{c,c}}{f_c} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

vychází z (2) od Richarta.

I když je tento vztah velice přesný, je pro praxi příliš komplikovaný. Normové předpisy pro navrhování betonových konstrukcí (např Eurokód 2 [20] nebo *fib* Model Code 2010 [8]) proto využívají pro výpočet pevnosti betonu v ovinutí jednodušší vztahy typově odpovídající těm, které navrhl Richart.

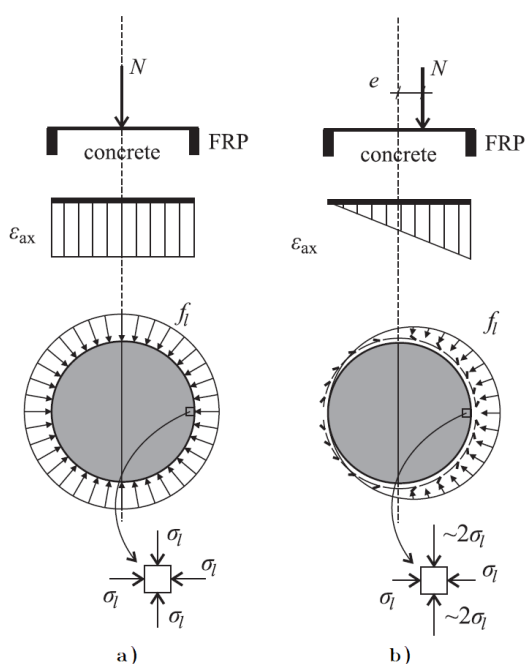
## 2.2 Excentrické namáhání ovinutých sloupů v literatuře

Ovinuté betonové sloupy namáhané kombinací normálové síly a momentu jsou v posledních letech předmětem řady studií. Drtivá většina prací na toto téma se ale zabývá ovinutím vzniklém pomocí vláknových kompozitů mezi které řadíme např. FRP [22], GFRP [12] či CFRP [10]. Hlavními důvody pro volbu těchto materiálů je jejich korozi-vzdornost a vysoký poměr pevnosti vůči vlastní váze. I přes odlišné materiálové vlastnosti prostředků pasivního ovinutí je základní princip chování ovinutého betonu v excentrickém tlaku shodný pro všechny.

Chování ovinutého betonu při excentrickém namáhání ve své práci zkoumá Tijani a kol. [19]. Provádí testování na 100 betonových kostkách o straně 150 mm pro různé hodnoty excentricity a různé stavy napjatosti. Seveření bylo dosaženo pomocí protilehlých desek spojených hliníkovými tyčemi simulujícími chování FRP. Tijani uvádí, že při tomto typu namáhání dochází ke vzniku nerovnoměrného sevření v příčném směru. Toto je zapříčiněno působením proměnného tlakového napětí na beton vyvolaného příčnou výztuží. Dále podotýká, že pro podrobné vyšetření průběhu napětí není vhodné testování celých sloupů. Výsledkem je totiž pouze globální mechanická odezva sloupu, jež je kombinací více různých vlivů. Testy potvrdily, že při zvyšující se excentricitě klesá dosažená pevnost.

Nerovnoměrné sevření zkoumá pomocí numerické simulace Csuka a Kollár [6]. Autoři vytvořili rovinný numerický model průřezu kruhového sloupu ovinutého FRP. Chování betonu bylo posáno plastickým modelem vytvořeným Papanikolaou a Kapoposem. Cílem práce bylo navrhnout nový pracovní diagram, který odráží vliv nerovnoměrného sevření při excentrickém namáhání, viz. Obr. 4. Důvodem bylo značné nadhodnocení únosnosti při využití pracovních diagramů pro centricky namáhaný sevřený beton v tlačené části průřezu (např. z EC2 [20] nebo Lam a Teng [13]). Numerická analýza odhalila tyto

skutečnosti: 1) axiální napětí směrem od krajních tlačných vláken klesá mnohem rychleji, než předpokládá pracovní diagram pro centricky zatížený beton ovinutý FRP; 2) i přes nerovnoměrné sevření dosahují axiální napětí při centrickém i excentrickém namáhání podobných maximálních hodnot. Autoři proto mohli zvolit jednodušší přístup jako při rovnoměrném sevření a navrhli tři nové pracovní diagramy. Po porovnání s experimentálními daty byly dva shledány přípustné. Autoři dále připouští, že je třeba toto téma dále prozkoumat.

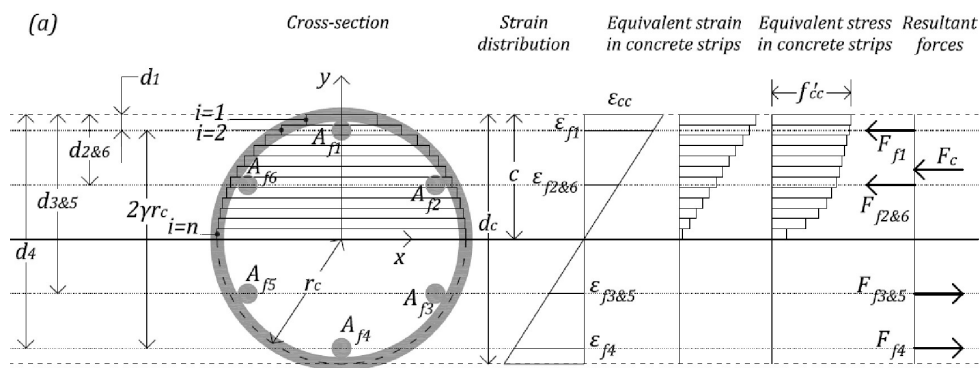


**Obrázek 4:** Příčné napětí při a) centrickém tlaku b) excentrickém tlaku [6].

Na práci [6] navazují Lin a Teng. Vytváří komplexní numerický model betonového sloupu ovinutého FRP. K výpočtu je využit program ABAQUS. Pro popis chování betonu byl zvolen model CDPM upravený speciálně pro FRPCC (FRP Confined Concrete). Tento model má na rozdíl od modelů použitých v předchozích pracích lépe vystihnout chování betonu při trojosé napjatosti. Nutno podotknout, že představený materiálový model se neshoduje s modelem použitým v této práci. Ověření správnosti numerického modelu bylo provedeno porovnáním s experimentálními výsledky, kde se model projevil jako velice přesný. Cílem práce bylo ověřit možnost využití vztahů pro centricky tlačené prvky při excentrickém namáhání. Autoři potvrzují, že se zvyšující excentricitou klesá únosnost, ale značně narůstá duktilita. Bylo prozkoumáno rozložení napětí v příčném a osovém směru. Osové napětí v tlačené oblasti směrem od neutrální osy prudce roste, rovnoběžně s ní ale zůstává vcelku konstantní. Díky tomu může být průběh napětí popsán 2D pracovním diagramem, který průměruje hodnoty napětí rovnoběžně s neutrální osou. Byla vypočtena únosnost průřezu využitím upraveného pracovního diagramu a původního pracovního diagramu pro FRPCC. Výsledky byly porovnány s výstupy z numerické analýzy. Autoři

uvádí, že pro nižší excentricity je přípustné využití původního diagramu pro FRPCC, pro vyšší excentricity dochází ale ke značnému podhodnocení pevnosti a maximálního přetvoření.

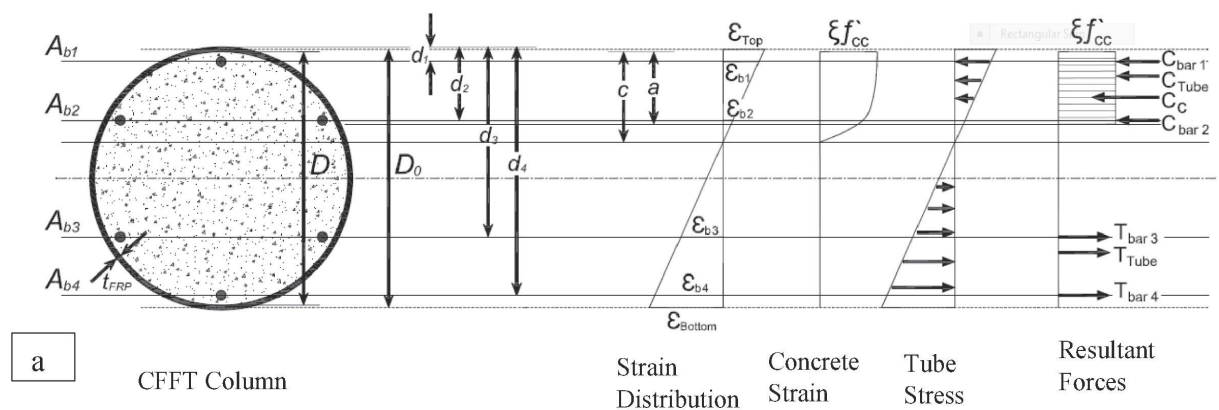
Karim a kol. ve své práci [12] zkoumají chování sloupů vyztužených spirálami a pruty z GFRP. Představuje zjednodušené řešení pro výpočet interakčního diagramu pomocí „proužkové metody“ (layer-by-layer-integration method). Při výpočtu byly zaujaty tyto předpoklady: 1) průřez zůstává rovinný (přetvoření je lineární); 2) působení betonu v tahu je zanedbáno; a 3) soudržnost výztuže a betonu je dokonalá. Průřez je rovnoběžně s neutrální osou rozdělen na jednotlivé pruhy, viz Obr. 5. Krajním vláknům v tlaku je předepsána maximální deformace pro sevřený beton  $\varepsilon_{cu2,c}$ , pro zbylé pruhy je deformace dopočtena pomocí podobnosti trojúhelníků. Velikost napětí je vyjádřena v závislosti na deformaci podle materiálového modelu vytvořeného pro FRPCC. Výsledná síla v pruhu je vypočtena jako součin plochy prutu a daného napětí. Hodnota normálové síly a momentu na mezi únosnosti prvku je získána sečtením příspěvků z jednotlivých proužků a přičtením sil z podélné výztuže. Výsledky zjednodušeného řešení byly porovnány s experimentálními výsledky pro celkem 12 vzorků s rozdílnými excentricitami. Zjednodušené řešení se zespoda dostatečně přiblížilo experimentálním výsledkům až na případ prostého ohybu, který byl značně podhodnocen. Práce obecně zkoumá spíše mechanickou odezvu sloupů a parametry, které ji ovlivňují, nežli rozložení napětí a vliv nerovnoměrného sevření.



**Obrázek 5:** Analýza průřezu pomocí proužkové metody [12].

Abdallah a kol. ve své práci [4] představuje dvě metody pro zjednodušené řešení interakčního diagramu. Předpoklady pro výpočet jsou shodné s těmi uvedenými Karimem a kol. Metoda A využívá postupu uvedeného v ACI-318-19 [5], který převádí nelineární průběh napětí v betonu na obdélníkové rozložení (Equivalent rectangular stress block method). Pro tento účel je zaveden koeficient  $\beta_1$ , který definuje efektivní výšku tlačené oblasti  $a = \beta_1 \cdot c$ , viz Obr. 5. Výpočet pevnosti sevřeného betonu byl proveden pomocí materiálového modelu pro centricky zatížené FRPCC. Pevnost betonu je dále redukována koeficientem  $\xi = 0,85$ , který zohledňuje plochu betonu nahrazenou podélnou výztuží. Krajním vláknům v tlaku je přiřazena maximální deformace pro sevřený beton  $\varepsilon_{cu2,c}$ , ostatní hodnoty jsou dopočteny pomocí podobnosti trojúhelníků. Dále jsou vypočteny

síly v podélné výztuži. Normálová únosnost je sumou všech sil působících v průřezu. Momentová únosnost je vztažena k ose průřezu. Metoda B je shodná s "proužkovou metodou" uvedenou v [12]. Metody A a B se tedy liší uvažovaným průběhem napětí v tlačené části průřezu - pro A je konstantní, pro B je nelineární. Výsledky obou metod byly porovnány s experimentálními daty. Bylo zjištěno, že se obě metody dostatečně zesepoda přibližují k sestavenému experimentálnímu interakčnímu diagramu, přičemž metoda B podává přesnější výsledky. Rozdíl mezi vypočtenými a experimentálními výsledky byl pro metodu A přibližně okolo 20 %, pro metodu B maximálně 10 %.



**Obrázek 6:** Analýza průřezu pomocí blokové metody [4].

## 2.3 Návrh prvků s vlivem ovinutí dle norem

Tato kapitola popisuje návrhové přístupy jednotlivých předpisů pro návrhování betonových konstrukcí.

### 2.3.1 EN 1992-1-1

Aktuálně platná evropská norma EN 1992-1-1 Navrhování betonových konstrukcí popisuje chování ovinutého betonu velmi stručně. Připouští navýšení pevnosti a mezního přetvoření a uvádí modifikovaný parabolicko-rektangulární pracovní diagram, viz Obr. 7. Ostatní materiálové vlastnosti považuje za neovlivněné. Jsou uvedeny pouze vztahy pro zvýšenou pevnost betonu vlivem příčného sevření a tomu odpovídající poměrné přetvoření. Tyto vztahy přímo závisí na hodnotě příčného sevření, dle rovnic

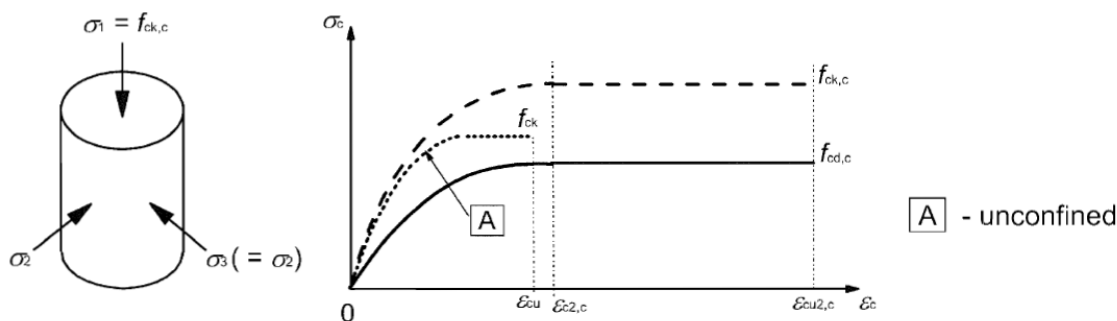
$$f_{c,c} = f_c + 5\sigma'_L \quad \text{pro } \sigma'_L \leq 0,05f_c \quad (11)$$

$$f_{c,c} = 1,125f_c + 2,5\sigma'_L \quad \text{pro } \sigma'_L > 0,05f_c \quad (12)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left( \frac{f_{c,c}}{f_c} \right)^2 \quad (13)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \frac{\sigma_L}{f_c} \quad (14)$$

kde  $\varepsilon_{c2,c}$  je přetvoření při dosažení pevnosti a  $\varepsilon_{cu2,c}$  je maximálním poměrné přetvoření. Norma samotná však neuvádí žádné doporučení, jak hodnotu příčného sevření stanovit. Předpis doporučuje použití těchto vztahů pro příčnou výztuž tvořenou uzavřenými třmínky nebo spirálou. Vzhledem ke stručnosti kapitoly neuvádí norma žádné řešení příčného sevření v ohybu, popř. přípustné excentricity zatížení.



**Obrázek 7:** Modifikovaný pracovní diagram pro ovinutý beton [20].



### 2.3.2 Draft EN 1992-1-1, 2018

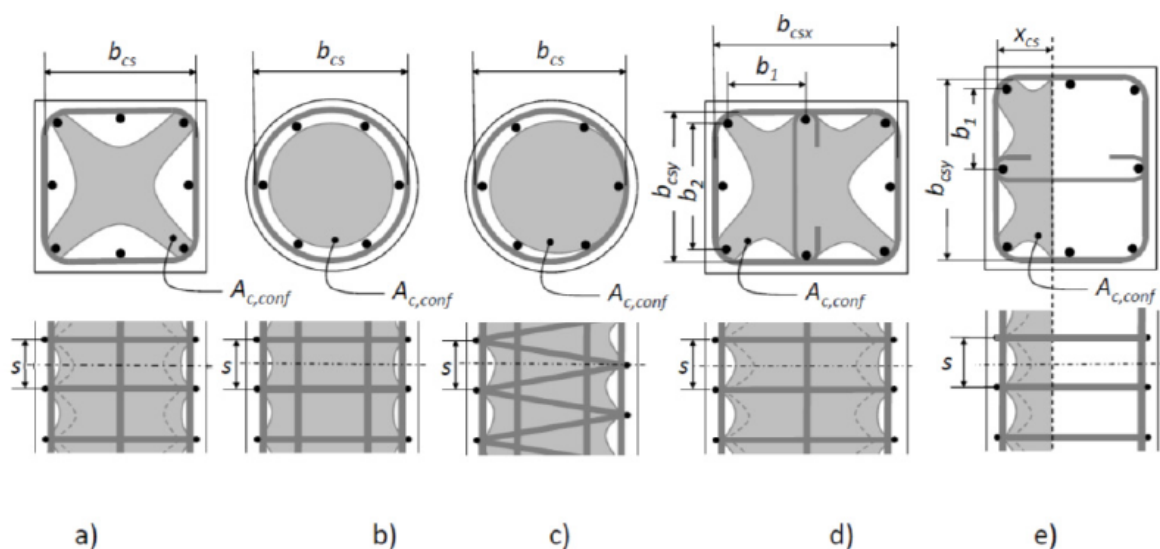
Pracovní verze eurokódu z roku 2018 [1] rozšiřuje dosavadní návrhové doporučení o poznatky z normy EN 1998-1-1 [21], *fib* Model Code [8] a Fardis [7]. Na rozdíl od minulé verze EC2 uvádí vztahy pro výpočet velikosti příčného tlakového napětí, navíc pro různé typy průřezů, viz Obr. 8. Navýšení pevnosti betonu a výpočet přetvoření byl mírně pozměněn pro rozšíření oblasti platnosti jednotlivých vztahů (15)-(18), princip ale zůstává stejný. Na rozdíl od Mandera [14], který zavádí efektivitu ovinutí redukcí příčného tlaku, je zde redukována plocha jádra průřezu, pro kterou lze uvažovat s nárůstem pevnosti dle Fardise [7].

$$f_{c,c} = f_c + 4\sigma_L \quad \text{pro } \sigma_L \leq 0,6f_c \quad (15)$$

$$f_{c,c} = f_c + 3,5\sigma_L^{3/4} f_c^{1/4} \quad \text{pro } \sigma_L > 0,6f_c \quad (16)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{c,c}}{f_c} - 1 \right) \right] \quad (17)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \frac{\sigma_L}{f_c} \quad (18)$$



**Obrázek 8:** Uspořádání výztuže pro sevření a efektivně sevřené oblasti.

Pro kruhový průřez se spirálovou výztuží je dle normy vztah pro efektivně sevřenou plochu následující:

$$A_e = \frac{\pi}{4} \left( d_c - \frac{s}{4} \right)^2 \quad (19)$$

Velikost příčného tlakového napětí pro spirálovou výztuž je vyjádřena pomocí vztahu (3).

Na Obrázku 8e lze vidět, že norma zahrnuje i případ pro ohyb obdélníkového průřezu s částečným sevřením. Vztah pro výpočet velikosti efektivně sevřené plochy  $A_e$  vychází ze vztahu pro centricky tlačенý průřez.

$$A_e = \left( b_x b_y - \frac{1}{6} \Sigma b_i^2 \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_y} \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_x} \right) \quad (20)$$

Fardis (ze kterého tato verze normy vychází) tento vztah upravuje pro ohyb nahrazením jednoho z rozměrů jádra průřezu velikostí tlačенé oblasti  $x_c$  (bez krycí vrstvy) a úpravou členu zahrnujícího faktor efektivity ovinutí v podélném směru, viz Obr. 9.

$$A_e = \left( x b_{c,y} - \frac{1}{6} \Sigma b_i^2 \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_{c,y}} \right) \left( 1 - \frac{s}{4x_c} \right) \quad (21)$$

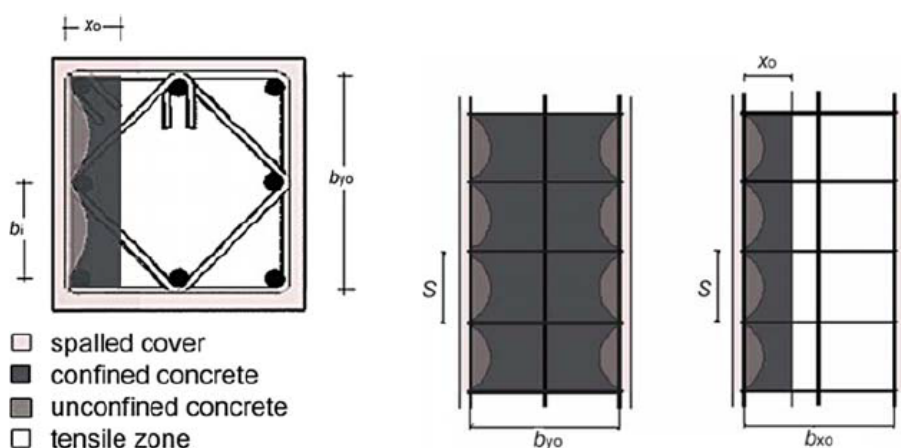
Norma tento vztah nadále modifikuje snížením faktoru efektivity ovinutí v příčném směru kolmo na neutrální osu.

$$A_e = \left( x b_{c,y} - \frac{1}{6} \Sigma b_i^2 - \frac{1}{3} x^2 \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_{c,y}} \right) \left( 1 - \frac{s}{4x_c} \right) \quad (22)$$

Z tohoto vztahu vyplývá podmínka pro minimální velikost tlačенé oblasti.

$$\left( 1 - \frac{s}{4x_c} \right) \geq 0 \quad \text{pak} \quad x_c \geq \frac{s}{4} \quad (23)$$

kde  $x_c$  má stejný význam jako  $x_0$  v Obr. 9.



**Obrázek 9:** Znázornění efektivně sevřené plochy v ohýbaném prvku dle Fardise [7].

Vztah pro velikost příčného tlakového napětí je řešen obdobně. V původním vztahu pro obdélníkový centricky tlačенý průřez

$$\sigma_L = \min \left( \frac{\Sigma A_{s,x}}{b_{c,y}}; \frac{\Sigma A_{s,y}}{b_{c,x}} \right) \frac{f_y}{s} \quad (24)$$

je nahrazen jeden rozměr jádra průřezu velikostí tlačené oblasti  $x_c$ .

$$\sigma_L = \min \left( \frac{\Sigma A_{s,x}}{b_{c,y}}; \frac{\Sigma A_{s,y}}{x_c} \right) \frac{f_y}{s} \quad (25)$$

V roce 2022 byla vydána nová aktualizovaná verze tohoto dokumentu [3]. Výpočet poměrného přetvoření a příčného tlakového napětí je shodný s minulou verzí. Stejně jako minulá verze uvádí vztahy pro částečné sevření pouze pro prizmatické průřezy. Liší se ale způsob zahrnutí efektivitu sevření. Namísto redukování plochy tlačené části průřezu jsou zavedeny koeficienty  $k_{conf,s}$  a  $k_{conf,b}$ , kterými je redukován nárůst pevnosti. Pro vztah

$$f_{c,c} = f_c + k_{conf,s} \cdot k_{conf,b} \cdot 4\sigma_L \quad \text{pro } \sigma_L \leq 0,6f_c \quad (26)$$

kde je nárůst pevnosti lineární funkcí, je přístup totožný s tím od Mandera, zatímco pro

$$f_{c,c} = f_c + k_{conf,s} \cdot k_{conf,b} \cdot 3,5\sigma_L^{3/4} f_c^{1/4} \quad \text{pro } \sigma_L > 0,6f_c \quad (27)$$

je nárůst nižší než u Mandera.

Koeficient  $k_{conf,s}$  zahrnuje efektivitu sevření po výšce průřezu,  $k_{conf,b}$  po jeho šířce. Velikost  $k_{conf,b}$  vychází z koeficientu efektivitu ovinutí  $k_e$  dle Mandera a je pro částečně sevřený obdélníkový průřez definován následovně:

$$k_{conf,b} = \frac{A_{c,conf} - \frac{1}{6}\Sigma b_i^2}{A_{c,c}} \quad (28)$$

kde  $A_{c,conf}$  je plocha jádra průřezu ohraničená osou příčné výztuže a neutrální osou,  $A_{c,c}$  je tlačená oblast průřezu a  $b_i$  je dle Obr. 8.

Takto redukována pevnost betonu s vlivem ovinutí má umožnit zahrnout do výpočtu celou neredukovanou plochu tlačené oblasti průřezu (bez krycí vrstvy). Předpis blíže nespecifikuje postup stanovení polohy neutrální osy.

### 2.3.3 *fib* Model Code 2010

Model Code 2010 [8] byl vydán společností *fib* (International Federation for Structural Concrete) a slouží jako podklad pro vytváření norem. Jelikož z něj vychází nově připravovaná verze normy EN 1992-1-1, liší se jejich přístup jen málo. Nárůst pevnosti vlivem sevření se vypočte dle (16). Na rozdíl od Eurokódu není definován obor platnosti dle velikosti příčného tlakového napětí. Vztahy pro poměrné přetvoření jsou totožné s (17) a (18). Předpis využívá k zahrnutí vlivu roznosu sevření koeficient efektivitu ovinutí  $k_e$  dle Mandera. [14] Příčné tlakové napětí popisuje těmito vztahy:

$$\sigma'_L = \omega_c f_c k_e = \omega_c f_c \left( 1 - \frac{s}{d_c} \right) \quad \text{pro kruhové průřezy s třmínky} \quad (29)$$

$$\sigma'_L = \omega_c f_c k_e = \omega_c f_c \left(1 - \frac{s}{d_c}\right)^2 \quad \text{pro kruhové průřezy se spirálovou výztuží} \quad (30)$$

kde  $\omega_c$  je mechanický stupeň vyztužení dle vztahu:

$$\omega_c = \frac{2A_{sp}f_y}{sd_c f_c} \quad (31)$$

Ve vztazích (29) a (30) můžeme vidět, že Model Code pracuje s jednodušším lineárním roznosem příčného tlakového napětí pod úhlem  $45^\circ$ , místo parabolického roznosu využívaného Eurokódem dle Mandera. Výsledkem je tedy menší příčné efektivní tlakové napětí a menší nárůst pevnosti v porovnání s draftem EN 1992-1-1. Předpis neuvádí žádné řešení příčného sevření v ohybu, ani případné přípustné excentricity zatížení.

### 2.3.4 ACI 318-19

Předpis Building Code Requirement for Structural Concrete [5] vydaný Americkým institutem betonu (ACI) slouží jako podklad pro navrhování betonových konstrukcí v USA. Principu fungování ovinutého betonu není věnována samostatná kapitola, ale je spíše zahrnut do konstrukčních zásad návrhu příčné výztuže. Rozhodujícím kritériem při návrhu je objemový stupeň vyztužení  $\rho_s$ . Vypočten je dle vztahu:

$$\rho_s = \frac{A_{sp}\pi d_c}{\frac{\pi}{4}d_c^2 s} = \frac{4A_{sp}}{d_c s} \quad (32)$$

a musí pro něj platit:

$$\rho_s \geq 0,45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y} \quad (33)$$

$$\rho_s \geq 0,12 \frac{f_c}{f_y} \quad (34)$$

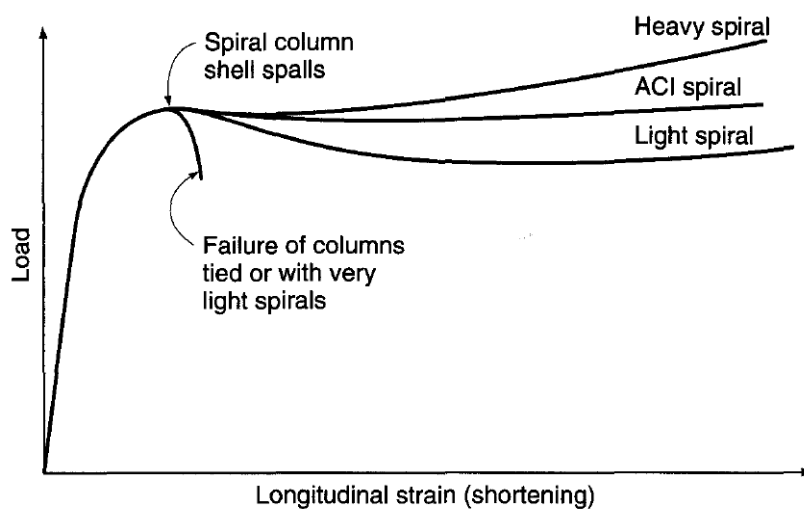
kde  $A_g$  je plocha betonového průřezu,  $A_{ch}$  je plocha jádra průřezu měřena k vnějším okrajům příčné výztuže.

Zahrnutí vlivu efektivity ovinutí je v ACI zanedbáno díky správně zvoleným konstrukčním zásadám. Jak uvedl Richart [17] - pokud má spirálová výztuž dostatečně nízké stoupání, je účinek přibližně stejný jako pro idelání hodnotu sevření z (4). Navržená spirálová výztuž musí dále splňovat tyto parametry:

- Stoupání spirálové výztuže musí být větší než 1 palec (2,5 cm) nebo  $4/3d_{agg}$  ( $d_{agg}$  = max. velikost zrna kameniva) a zároveň menší než 3 palce (7,6 cm).
- Průměr prutu spirály může být nejméně  $3/8$  palce (0,95 cm).

Při návrhu spirálové výztuže dle ACI zůstává únosnost prvku téměř beze změny. Výztuž je navržena tak, aby nárůst pevnosti vlivem ovinutí byl přibližně stejný jako ztráta pevnosti průřezu způsobená odprýsknutím krycí vrstvy. Výztuž ale aktivně přispívá ke změně způsobu porušení zvýšením duktility prvku. Chování tohoto prvku lze vidět na Obrázku 10.

Norma neuvádí žádné řešení příčného sevření pro spirálovou výztuž v ohybu, ani případné dovolené excentricity zatížení.



**Obrázek 10:** Chování prvků s rozdílným objemovým stupněm vyztužení [5].

## 2.4 Shrnutí

V této kapitole byly uvedeny doporučené návrhové postupy jednotlivých norem a předpisů zpracovávající téma ovinutého betonu. V normách bylo vyhledáno zda umožňují:

- návrh prvku s vlivem ovinutí,
- zvýšení únosnosti prvku vlivem ovinutí,
- řešení ohýbaného prvku s částečným sevřením.

Důraz byl kladen především na návrh spirálové výztuže, neboť tou se tato práce zabývá.

Většina norem uvádí návrhové doporučení pouze pro centricky tlačené průřezy. Pokud se jedná o ohýbaný průřez, jediný předpis, který připouští možnost částečného sevření v tlačené oblasti průřezu, je draft EN 1992-1-1. Tento přístup naznačuje velikost aktivně sevřené plochy dle Obrázku 8e. Bohužel ani ten neuvádí další specifika potřebná pro návrh. Přístup se může jevit sporný, jelikož ke vzniku pasivního sevření je třeba deformací, kterých nemůže být v blízkosti neutrální osy dosaženo. Pokud by tedy tímto způsobem byl navržen nějaký konstrukční prvek, mohlo by dojít k nadhodnocení jeho reálné únosnosti.

Následující tabulka shrnuje, které z uvedených návrhových přístupů jednotlivé normy uvažují.

| Předpis           | Návrh s vlivem ovinutí | Zvýšení únosnosti vlivem ovinutí | Řešení pro ohyb |
|-------------------|------------------------|----------------------------------|-----------------|
| EN 1992-1-1       | ✓                      | ✓                                | ✗               |
| draft EN 1992-1-1 | ✓                      | ✓                                | ✗               |
| Model Code 2010   | ✓                      | ✓                                | ✓               |
| ACI 318-19        | ✓                      | ✗                                | ✗               |

**Tabulka 1:** Shrnutí návrhových přístupů.

### 3 Numerická analýza

Hlavním cílem této práce je sestavení interakčního digramu za předpokladu ideálního roznosu sevření z výztuže do betonu a se zanedbáním smyku pro kruhové sloupy vyztužené pouze spirálovou výztuží. Jsou představeny dva přístupy. První přístup, popsáný v této kapitole, užívá numerický výpočet metodou konečných prvků, ve kterém jsou uplatněny pokročilé nelineární materiálové modely pro popis chování betonu a oceli. Druhý přístup, prezentovaný v kapitole 4, představuje zjednodušený výpočet využívající vztahů uvedených v normách.

#### 3.1 Tvorba výpočetního modelu

V této části je popsán postup vytváření a parametry výpočetního modelu pro numerickou analýzu metodou konečných prvků (MKP) v programu OOFEM [15]. Při vytváření modelu byly zavedeny tyto zjednodušující předpoklady:

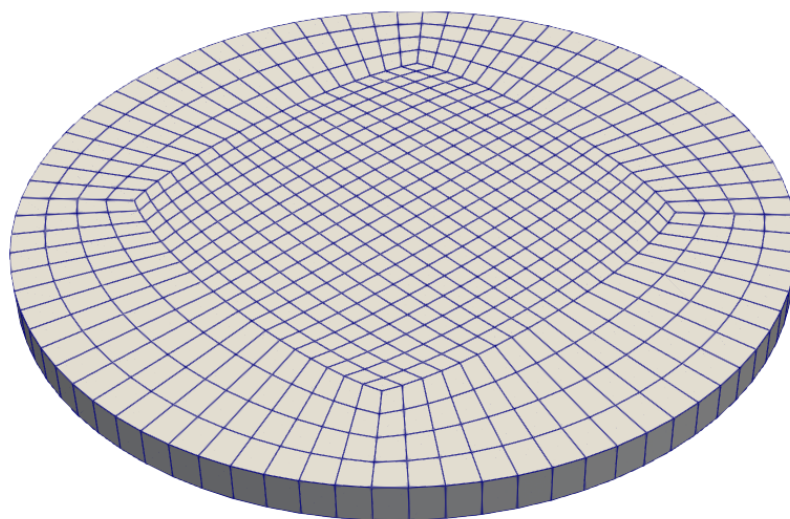
- model popisuje pouze reprezentativní část sloupu,
- podélná výztuž není uvažována,
- příčné sevření se v betonu v podélném směru rovnoměrně roznáší,
- soudržnost mezi výztuží a betonem je ideální,
- krycí vrstva není uvažována,
- chování výztuže je ideálně pružnoplastické bez zpevnění.

Modelovaný výřez sloupu je kruhového průřezu průměru  $D = 400$  mm a výšky  $h = 20$  mm. Průměr byl zvolen tak, aby odpovídal velikosti sloupů reálných konstrukcí. Výška modelu souvisí s volbou konečněprvkové sítě. Příčná výztuž sloupu byla definována jako dvojice kruhových třmínků na horním a dolním okraji modelu. Byly vytvořeny tři varianty modelu pro různé stupně vyztužení - jedna bez výztuže a dvě s rozsáhlým stupněm vyztužení. Plocha prutů výztuže byla dopočtena dle rovnice (3) tak, aby při centrickém tlaku hodnota sevření odpovídala předepsané hodnotě 5 MPa, resp. 10 MPa. Pro tyto hodnoty sevření je plocha průřezu výztuže jednotlivého prutu  $20 \text{ mm}^2$ , resp.  $40 \text{ mm}^2$ .

Výpočet pomocí MKP vyžaduje vytvoření konečněprvkové sítě. Pro tento model byla definice sítě betonu a výztuže provedena odděleně. Nejprve byla vytvořena síť pro betonovou část v programu T3D mesh generator [18]. Byla zvolena diskretizace šestistěny s lineární aproximací posunu a geometrie. Při definování sítě byl kladen důraz na dodržení maximálního poměru stran prvku 1:2. Podmínka byla dodržena rozdělením kruhového průřezu na pět částí – čtyři okrajové a jednu středovou, viz Obr. 11. Základní velikost strany prvku byla zvolena 20 mm, čemuž odpovídá i výška modelu. Právě díky tomu, že výška modelu je tvořena pouze jedním prvkem, lze uvažovat rovnoměrný roznos příčného

sevrění po výšce modelu, tudíž  $k_e = 1$ . Výstupem z programu byl textový soubor se souřadnicemi jednotlivých uzlů a prvků, které bylo nutné převést na vhodný formát pro program OOFEM. Převedení proběhlo v konvertoru T3D2oofem pomocí řídicího souboru. Řídicí soubor tvoří dvě části – řídicí data pro analýzu v OOFEMu, jako například parametry řešiče či použité materiálové modely, a dále data přiřazující vlastnosti prvkům a uzlům sítě.

Výztuž je v modelu definována pomocí prutových elementů (truss) s lineární aproximací posunu a geometrie. Uzly elementů výztuže jsou shodné s okrajovými uzly betonového průřezu, čímž je v modelu zajištěno dokonalé spolupůsobení mezi betonem a výztuží. Pro nalezení okrajových uzlů sítě a následné spárování nejbližších dvojic byl v jazyce Python3 vytvořen program.



**Obrázek 11:** Konečněprvková síť výpočetního modelu.

Souřadný systém byl zaveden tak, aby osa  $z$  byla shodná s osou sloupu. V osovém (axiálním) směru se tedy rozumí ve směru osy  $z$  a v příčném směru ve směru osy  $x$  či  $y$ . Při zatěžování byla podepřena dolní podstava modelu, čímž bylo zamezeno posunu ve svislém směru. Na spodní podstavě byly dále podepřeny dva uzly ve vodorovném směru tak, aby bylo dosaženo statické určitosti celého výpočetního modelu. Tím je zamezeno volnému otáčení okolo osy  $z$ , přičemž příčnému posunu není v ostatních uzlech nijak bráněno. Pro horní podstavu bylo cílem zavést okrajové podmínky tak, aby bylo rozložení deformace po průřezu ve směru osy  $z$  lineární, ale posuny v příčném směru kopírovaly příčné posuny uzlů dolní podstavy. Bylo třeba také zavést působiště excentrické tlakové síly způsobem, který by umožňoval snadnou změnu polohy působiště pro různé modely.

V modelu byly tyto požadavky implementovány pomocí předepsání okrajových podmínek a vztahu leader-follower. Pro zamezení posunů dolní podstavy bylo třeba pouze předepsat okrajovou podmínku pro svislý posun uzlů dolní podstavy roven nule. Okra-

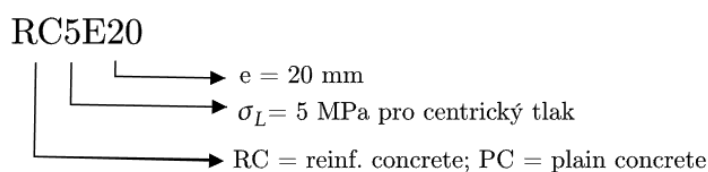


nové podmínky uzlů horní podstavy byly zavedeny vztahem leader-follower. Tento vztah předepisuje pro řízený uzel (follower) jeden či více řídicích uzlů (leader), jež řídí jeho stupně volnosti. Pokud má řízený uzel více řídicích uzlů, je jejich vliv určen dle jejich předepsané váhy. Pro řízení posunů uzlů horní podstavy bylo využito tří leader uzlů, z čehož dva byly manuálně doplněny do sítě konečných prvků pouze pro řízení zatěžování modelu. Leader uzly byly předepsány následovně:

- Uzel  $U_L$  na dolní podstavě se shodnými souřadnicemi  $x$  a  $y$  jako řízený uzel. Váha follower uzlu je 1,0.
- Uzel  $U_\kappa$  na horním okraji sloupu zahrnující vliv křivosti. Váha follower uzlu je definována lineárním vztahem v závislosti na vzdálenosti uzlu od osy  $y$ .
- Uzel  $U_\varepsilon$  ve středu horní podstavy zahrnující vliv osově (podélné) deformace. Váha follower uzlu je 1,0.

Působíště tlakové síly  $F$  bylo předepsáno pomocí zavěšeného uzlu (hanging node). Tento typ uzlu nemá sám o sobě žádné stupně volnosti a je přímo napojen na řídicí element, ve kterém se nachází. Analýza byla provedena pro různé hodnoty excentricity, přičemž normovaná excentricita  $\bar{e} = \frac{e}{D/2}$  nabírá hodnot od 0 do 1, kde  $\bar{e} = 0$  odpovídá prostému tlaku a  $\bar{e} = 1$  krajním vláknům. Preprocessing konečněprvkové sítě byl proveden pomocí programu v jazyce Python3. Algoritmus vyhledává pro každý uzel horní podstavy řídicí uzel  $U_L$ , dopočítává váhu u uzlu  $U_\kappa$  a poté uspořádává získané informace podle syntaxe vhodné pro OOFEM.

Značení numerických modelů pro rozdílné excentricity a různé stupně vyztužení bylo zavedeno následovně:



**Obrázek 12:** Značení modelů.

Výpočet byl proveden ve statickém modulu typem analýzy nelineární statika. Tento typ analýzy umožňuje mj. nepřímé řízení posunem řídicích uzlů. Jako řídicí uzly byly zvoleny uzly  $U_\varepsilon$  a  $U_\kappa$ , přičemž součet posunu ve směru osy  $z$  musí být záporný. Pro vyšší excentricity byla tato podmínka upravena a výpočet byl řízen pouze posunem uzlu  $U_\kappa$ .

Pro popis chování betonu byl zvolen materiálový model CDPM2 (Concrete damage-plastic model) [9]. Třída betonu byla uvažována C30/37. Volba třídy betonu proběhla s ohledem na četnost jejího výskytu v reálných konstrukcích. Hodnoty základních parametrů byly dopočteny pomocí vzorců uvedených v MC 2010 a jsou uvedeny v Tabulce 2.

Z důvodu malé výšky zkušebního tělesa byl zaveden parametr *helem*, jenž upravuje velikost elementu materiálového modelu. Důvodem zavedení je věrnější popis skutečného chování prvku vzhledem k disipaci energie a vzniku trhlin. Hodnota parametru byla zvolena  $helem = 0,10$  m. Hodnoty ostatních parametrů byly zanechány výchozí. Chování výztuže bylo popsáno pružnoplastickým materiálovým modelem MisesMat bez zpevnění a s mezí kluzu  $f_y = 500$  MPa.

| Vlastnost betonu        | Vzorec  | Hodnota                 |
|-------------------------|---|-------------------------|
| Střední pevnost v tlaku | $f_{cm} = f_{ck} + 8$   | 38 MPa                  |
| Střední pevnost v tahu  | $f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}}$   | 2,896 MPa               |
| Tečný modul pružnosti   | $E_{cm} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$ | 33550,551 MPa           |
| Lomová energie          | $G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0,18}$  | 140,502 N/m             |
| Maximální šířka trhliny | $w_f = 5,14 \frac{G_f}{f_{ctm}}$  | $2,155 \cdot 10^{-4}$ m |
| Poissonovo číslo        | -   | 0,2                     |

**Tabulka 2:** Materiálové parametry CDPM2

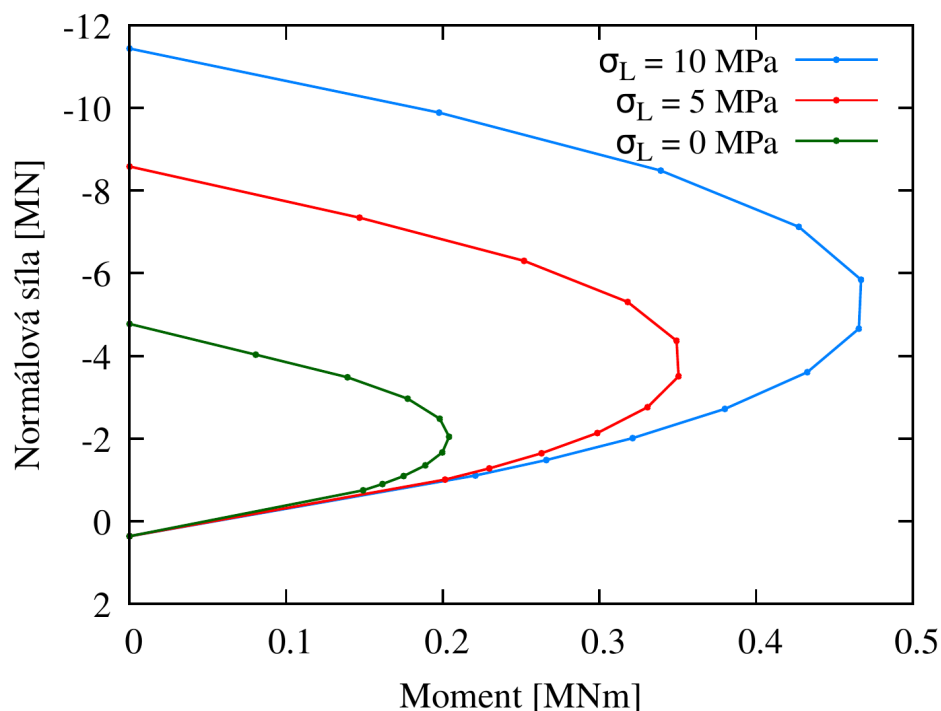
## 3.2 Výsledky numerické analýzy

V této části kapitoly jsou vyšetřeny výsledky z provedené numerické analýzy. Nejprve je prezentován interakční diagram určený k porovnání výsledků ručního výpočtu a numerické analýzy. Dále bylo prostudováno rozložení osových a příčných napětí po průřezu a velikost osových napětí ve výztuži. Je zobrazen průběh deformace v závislosti na zatížení pro různé hodnoty excentricity. Pro zobrazení rozložení napětí byl zvolen model namáhaný tlakovou silou s excentricitou  $e = 60$  mm. Tato hodnota byla zvolena opět vzhledem k reálnému namáhání sloupových konstrukčních prvků, přičemž měla být dostatečně velká, aby byl zřetelný její vliv na průběhy napětí.

### 3.2.1 Interakční diagram

Hlavním výstupem sloužícím k porovnání s ručním výpočtem je interakční diagram (ID) zobrazený na Obr. 13. Pro vytvoření ID proběhlo 11 numerických simulací pro různé hodnoty sevření s normovanou excentricitou  $\bar{e} = \frac{e}{D/2}$  pohybující se od 0 do 1, která byla během jednotlivých simulací neměnná. Pro úplnost, ale zejména pro výpočet ID mezi maximální excentricitou a čistým ohybem, byla hodnota únosnosti v prostém tahu dopočtena ručně dle vztahu

$$N_t = f_{ctm} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (35)$$

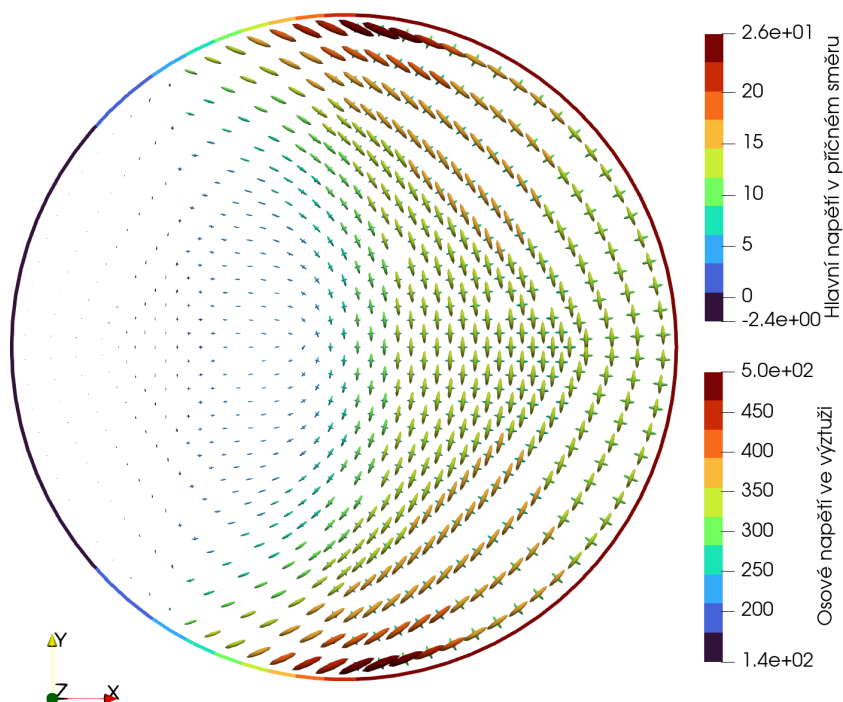


**Obrázek 13:** Interakční diagram vypočtený numericky MKP v programu OOFEM.

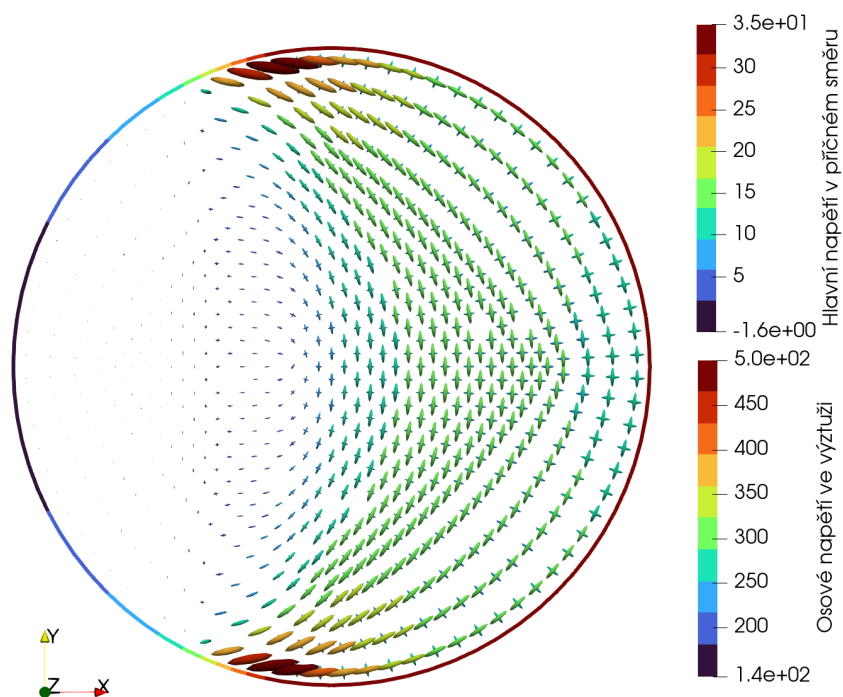
### 3.2.2 Hlavní napětí v příčném směru

Jevem, který bylo zapotřebí prozkoumat, je mechanismus sevření při excentrickém tlakovém zatížení. Na rozdíl od centrického zatížení, kde jsou velikosti hlavních napětí v tangenciálním a radiálním směru shodné, tomu v případě excentrického zatížení není. Tento poznatek byl již vysloven v práci [6] zmíněné v kapitole 2.2, kde autor uvádí poměr hlavních napětí v příčném směru přibližně 1:2. V prvku tedy dochází k nerovnoměrnému sevření betonu, což je situace, kterou jednoduché vztahy pro výpočet pevnosti sevřeného betonu v normách nepostihují.

Pro zobrazení velikostí a směrů hlavních napětí byla vytvořena vizualizace v programu Paraview [2]. Tlakové napětí v betonu je uvedeno s kladným znaménkem, tahové se záporným. Průběh napětí je zobrazen pro model RC10E60 při dosažení pevnosti na Obr. 14 a pro maximální možné přetvoření dle rovnice (18)  $\varepsilon_{cu2,c} = 5,61\%$  na Obr. 15.



**Obrázek 14:** Průběh hlavních napětí v rovině průřezu při dosažení únosnosti sloupu RC10E60.



**Obrázek 15:** Průběh hlavních napětí v rovině průřezu při maximálním přetvoření v krajních tlačných vláknech  $\varepsilon_{cu2,c} = 5,61\%$ .

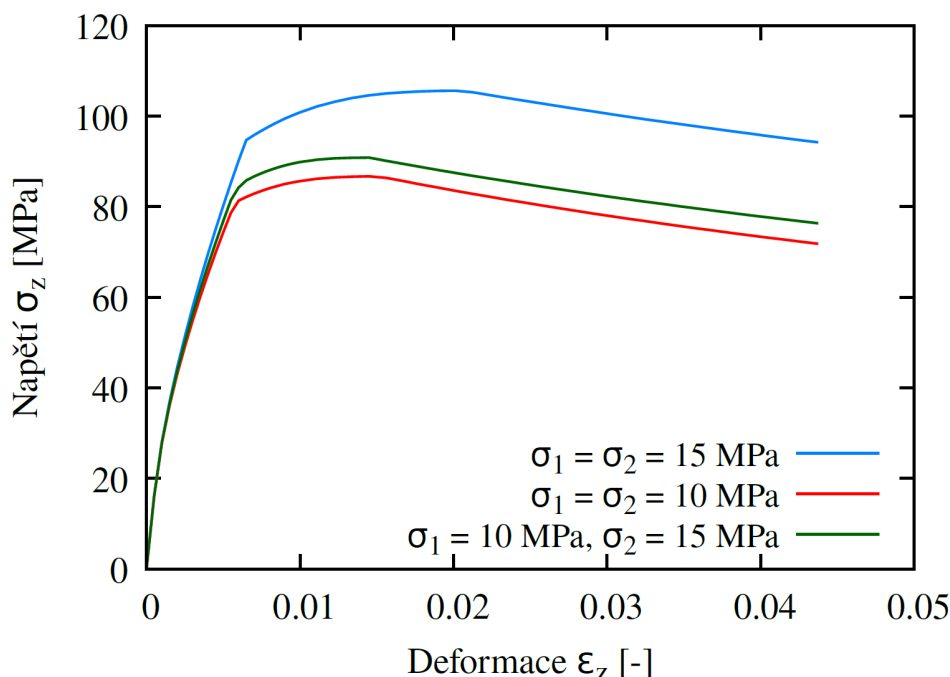
Z Obr. 14 je patrné, že poměr radiálního a tangenciálního napětí  $\sigma_r:\sigma_t$  není po průřezu konstantní. Jejich poměr po obvodu prvku od krajních tlačných vláken až k neutrální ose postupně narůstá. Velikost napětí  $\sigma_r$  se od krajních vláken k neutrální ose postupně zmenšuje a jeho směr se mění z čistě radiálního až na téměř rovnoběžný s neutrální osou. Tangenciální napětí  $\sigma_t$  nabývá u vnějšího okraje neutrální osy velmi vysokých hodnot. Tato skutečnost by se dala zjednodušeně osvětlit zavedením podmínky rovnováhy v této oblasti v tangenciálním směru. Napětí ve výztuži dosahuje po většině tlačné oblasti meze kluzu, ale při přiblížení se k neutrální ose dochází k značnému poklesu napětí. Pro vyrovnání změny napětí ve výztuži proto musí vznikat výrazné tlakové napětí v betonu. Lze si také povšimnout, že směr tangenciálního napětí po průřezu výrazně opisuje tvar klenby. Pro vyšší hodnoty excentricity jsou směry hlavních napětí v příčném směru obdobné, ale dochází k nárůstu jejich poměru u krajních tlačných vláken až na  $\sigma_r:\sigma_t = 1:2,5$ .

Při výpočtu byla zafixována poloha excentrické síly a tudíž i hodnota poměru momentu a normálové síly. Nelineární chování betonu má za následek redistribuci vnitřních sil, a tím i posun neutrální osy, tak aby byla zachována rovnováha v axiálním směru. Na Obr. 15 lze vidět, že i pro vysoké axiální deformace se distinktivní klenbový průběh zachoval. Pokles napětí ve výztuži je ale prudší, dochází tedy k vyššímu nárůstu tangenciálního napětí. Lze si také povšimnout, že hodnota radiálního napětí se téměř nezměnila. V tangenciálním směru na druhou stranu proběhla redistribuce napětí, po které jsou v oblasti krajních tlačných vláken hodnoty sevření v obou směrech téměř stejné.

Pro účely této práce je vhodné vyšetřit, jak velký nárůst pevnosti vlivem nerovnoměrného sevření lze očekávat. Pokud není brána v potaz oblast okolo neutrální osy, je poměr hlavních tlakových napětí přibližně 1:1,5. Velikost radiálního napětí víceméně odpovídá hodnotě příčného tlakového napětí pro centrický tlak vypočtené z (4), pro tento případ  $\sigma_r \approx 10$  MPa. Tangenciální napětí  $\sigma_t$  nabývá hodnot přibližně 12 – 15 MPa. Pro vyšetření vlivu nerovnoměrného sevření byl vytvořen prostý numerický model tvořený jediným šestistěnem o velikosti hrany  $a = 100$  mm. Na horní a dolní podstavě byla zdefinována příčná výztuž pomocí prutových prvků. Průřezová plocha výztuže byla vypočtena ze vztahu (3) pro vznik sevření  $\sigma_L = 10$  příp 15 MPa ve dvou na sebe kolmých směrech. Byly vyzkoušeny tři konfigurace příčné výztuže:

1. výztuž pro vznik  $\sigma_L = 10$  MPa v obou směrech
2. výztuž pro vznik  $\sigma_L = 10$  MPa ve směru osy  $x$  a výztuž pro vznik  $\sigma_L = 15$  MPa ve směru osy  $y$  (osy  $x$  a  $y$  jsou kolmé ke střednici prutu)
3. výztuž pro vznik  $\sigma_L = 15$  MPa v obou směrech

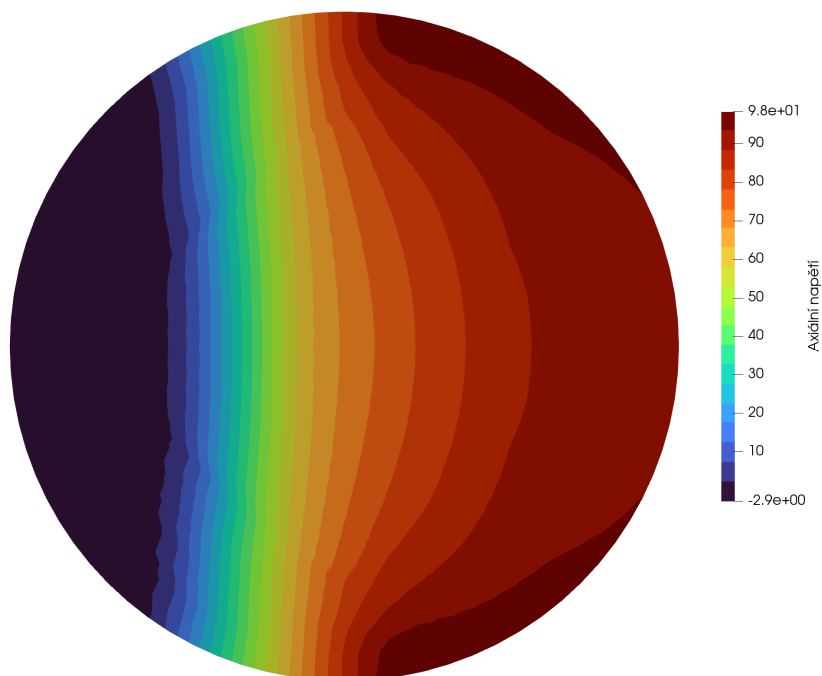
Model byl zatížen předepsaným posunem. Výsledkem simulace je pracovní diagram, jehož tři verze můžeme vidět na Obr. 16. Je na první pohled zřetelné, že se při nerovnoměrném sevření odezva prvku chováním přibližuje stavu pro nižší hodnotu rovnoměrného sevření. Pokud tedy bude pro zjednodušený výpočet uvedený dále v práci uvažováno navýšení pevnosti betonu pro menší hodnotu rovnoměrné sevření, měl by výpočet být dostatečně přesný a konzervativní.



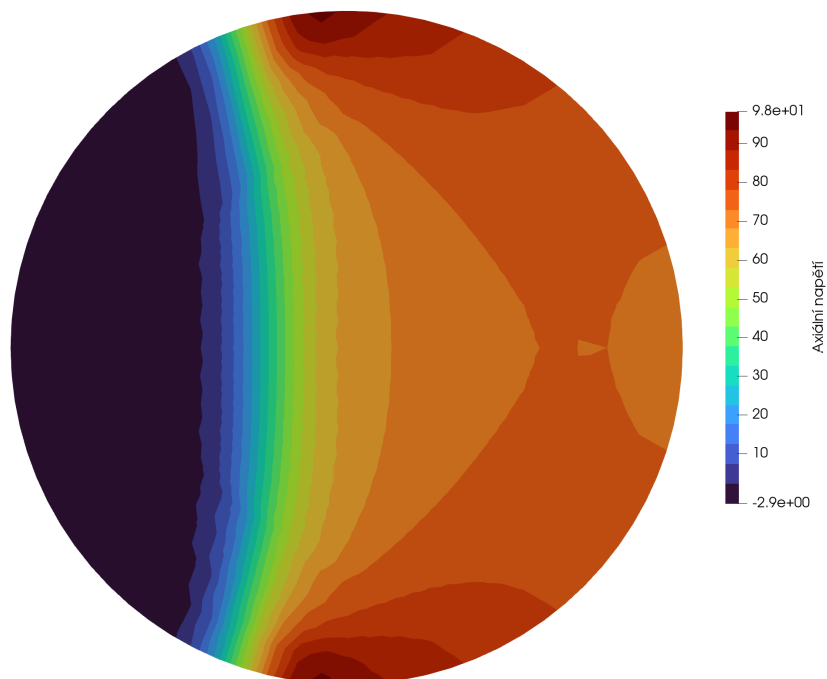
**Obrázek 16:** Chování betonu pro různé hodnoty sevření.

### 3.2.3 Osově napětí

Na Obr. 17 a 18 je zobrazeno rozložení axiálního napětí po průřezu pro model RC10E60 při dosažení pevnosti a pro maximální přetvoření  $\epsilon_{cu2,c} = 5,61\%$ . Je vidět, že tlakové napětí směrem od neutrální osy prudce narůstá a poté se jeho narůst postupně zpomaluje. Model potvrdil, že při excentrickém zatížení dosahuje maximální napětí podobných hodnot jako při centrickém zatížení (pro RC10E0  $\sigma_{z,max} = 91$  MPa, pro RC10E60  $\sigma_{z,max} = 98$  MPa). Tento poznatek byl vysloven v kapitole 2.2. Bylo dále uvedeno, že průběh napětí rovnoběžně s neutrální osou ve směru osy sloupu je víceméně konstantní. Z obrázku je ale patrné, že tomu tak zcela není. Při dosažení únosnosti opisují izoplochy napětí tvar klenby. V okamžiku maximálního přetvoření lze vidět, že došlo k redistribuci napětí a nejvyšší hodnoty jsou soustředěny v blízkosti neutrální osy u okraje průřezu.



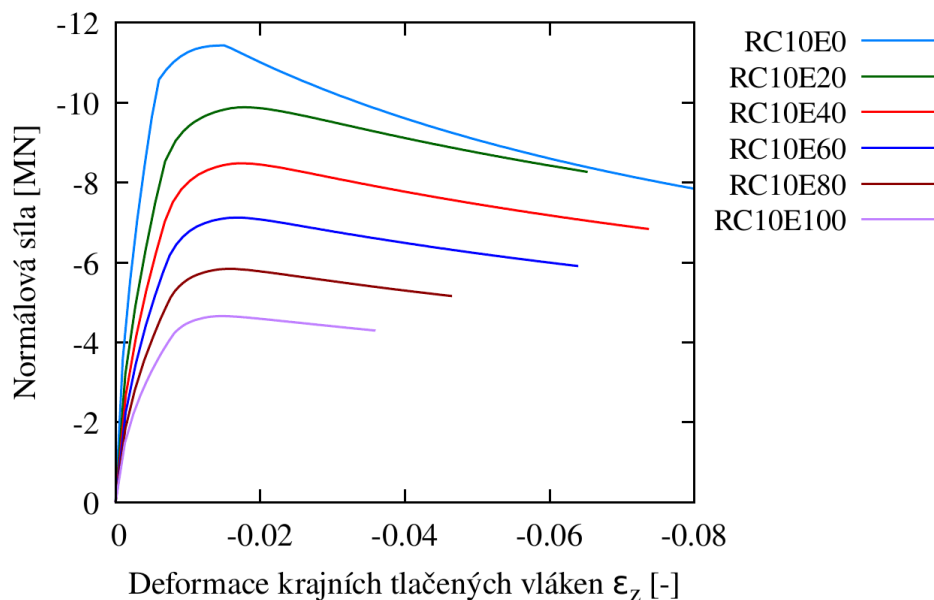
**Obrázek 17:** Průběh axiálního napětí při dosažení pevnosti (napětí v MPa). Tlakové napětí uvažováno jako kladné.



**Obrázek 18:** Průběh axiálního napětí při maximálním přetvoření v krajních tlačných vláknech (napětí v MPa). Tlakové napětí uvažováno jako kladné.

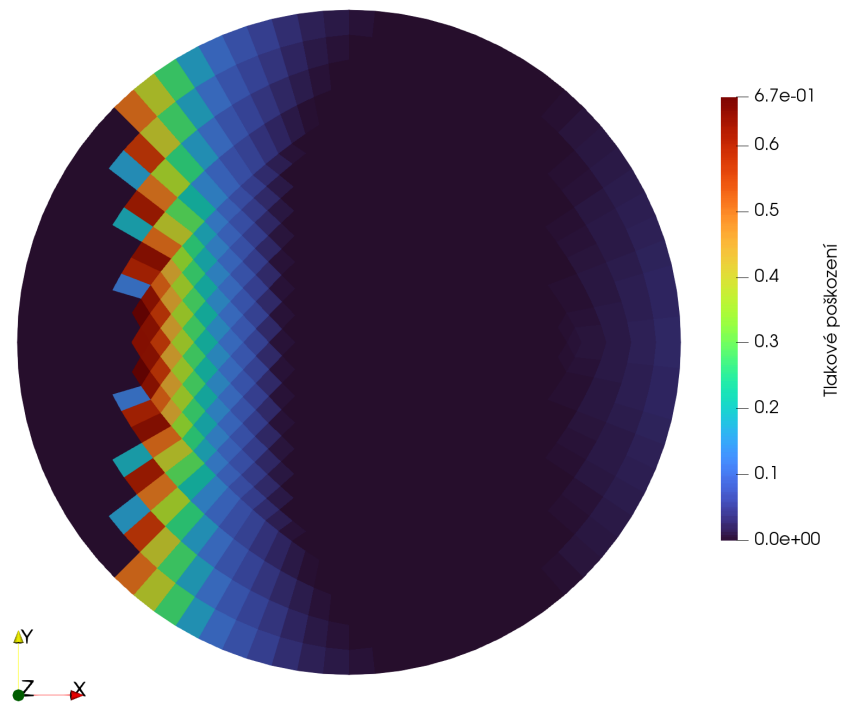
### 3.2.4 Deformace-normálová síla

Na Obr. 19 je zobrazen průběh deformace krajních tlačných vláken (s nejvyšší zápornou deformací) v závislosti na normálové síle pro různé hodnoty excentricity. Lze vidět, že při zvyšování excentricity dochází ke snižování dosažené pevnosti. Rostoucí větev diagramu je nejdříve přibližně lineární a poté dochází k výraznému poklesu rychlosti nárůstu síly, což je zapříčiněno plastizací příčné výztuže v tlačné oblasti. Po dosažení pevnosti dochází ke změkčování v důsledku rozvoje tlakového poškození betonu v tlačné oblasti průřezu. Tlakové porušení je bezrozměrná veličina nabývající hodnot od 0 (neporušeno) do 1 (plně porušeno). Na Obr. 20 a 21 je zobrazeno rozložení tlakového poškození po průřezu pro model RC10E60 při dosažení pevnosti a pro maximální přetvoření  $\varepsilon_{cu2,c} = 5,61\%$ .

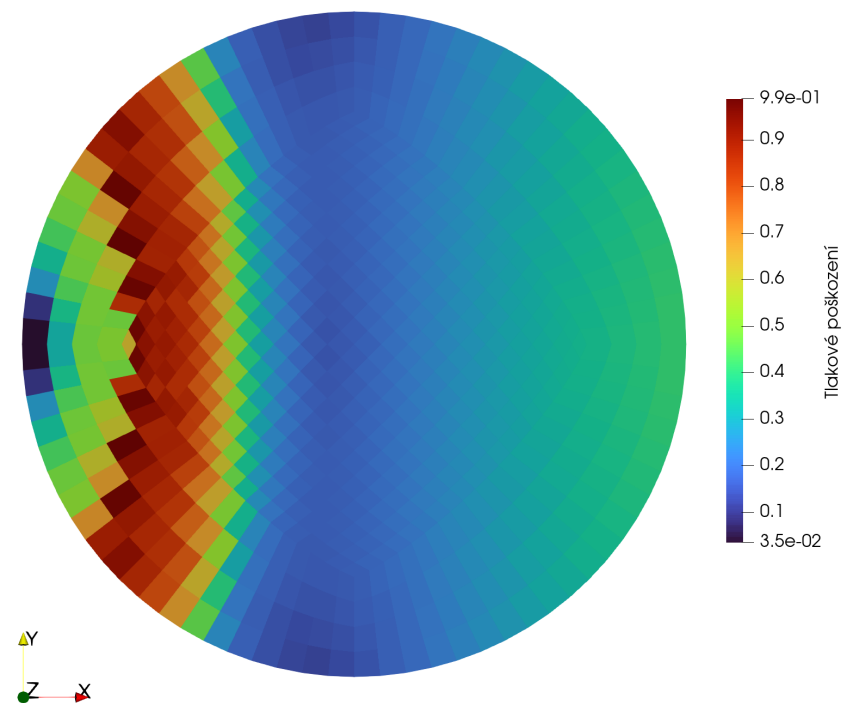


**Obrázek 19:** Osová deformace krajních vláken v závislosti na normálové síle.





**Obrázek 20:** Průběh tlakového poškození při dosažení pevnosti.



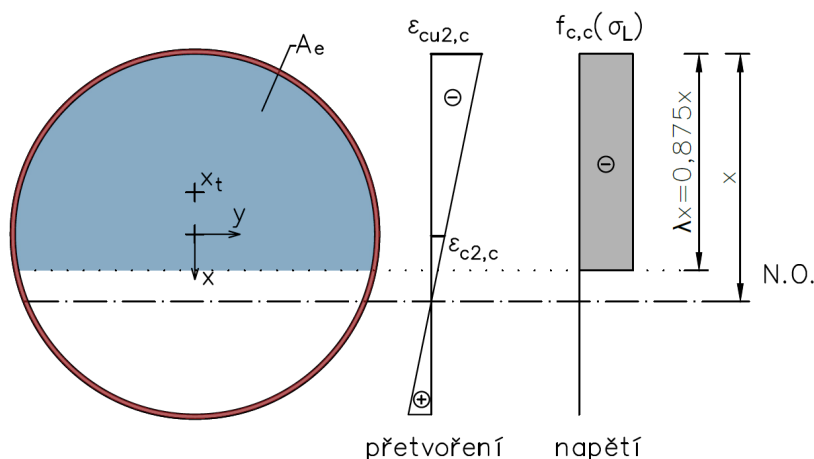
**Obrázek 21:** Průběh tlakového poškození při maximálním přetvoření v krajních tlačných vláknech.



## 4 Zjednodušený výpočet

Jedním z cílů této práce je vytvoření zjednodušeného postupu pro výpočet únosnosti průřezu namáhaného kombinací ohybového momentu a normálové síly vhodného pro inženýrskou praxi. Vztah by měl co nejlépe popisovat chování prvku namáhaného kombinací momentu a normálové síly a zároveň by měl být dostatečně jednoduchý pro ruční výpočet nebo implementaci v tabulkovém procesoru (Microsoft Excel aj.). Pro jednoduchost analytického řešení byly zavedeny tyto předpoklady: 1) průběh přetvoření je lineární; 2) působení betonu v tahu je zanedbáno; a 3) roznos příčného tlakového napětí je dokonalý ( $k_e = 1$ ). Dokonalý roznos příčného napětí je zde zaveden z důvodu jednoduchosti výpočtu a snadnějšího porovnání s výsledky MKP. Pro využití v praxi by bylo možné zpřesnit výpočet zahrnutím  $k_e \leq 1$  dle užitého typu příčné výztuže. Pro zajištění co nejbližší shody s výpočtem MKP zde nebyla uvažována podélná výztuž ani krycí vrstva, stejně jako v numerickém modelu. Nárůst pevnosti sevřeného betonu byl vypočten z MC 2010 dle rovnice (16).

Jelikož je napětí po průřezu rozděleno nerovnoměrně, je třeba stanovit plochu tlačené oblasti, kterou lze předpokládat jako efektivně sevřenou, kde je konstantní velikost příčného sevření a napětí v osovém směru. Pro tento účel byla přejata myšlenka z MC 2010, kde je nelineární průběh napětí převeden na obdélníkové rozdělení pomocí součinitele  $\lambda$ , který definuje účinnou výšku tlačené oblasti. V našem případě bylo pro sevřený beton dosaženo iterativním postupem hodnoty  $\lambda = 0,875$ . Tento přístup byl přejat z MaLCoLM [11] a jeho princip je blízký blokové metodě zmíněné v kapitole 2.2.



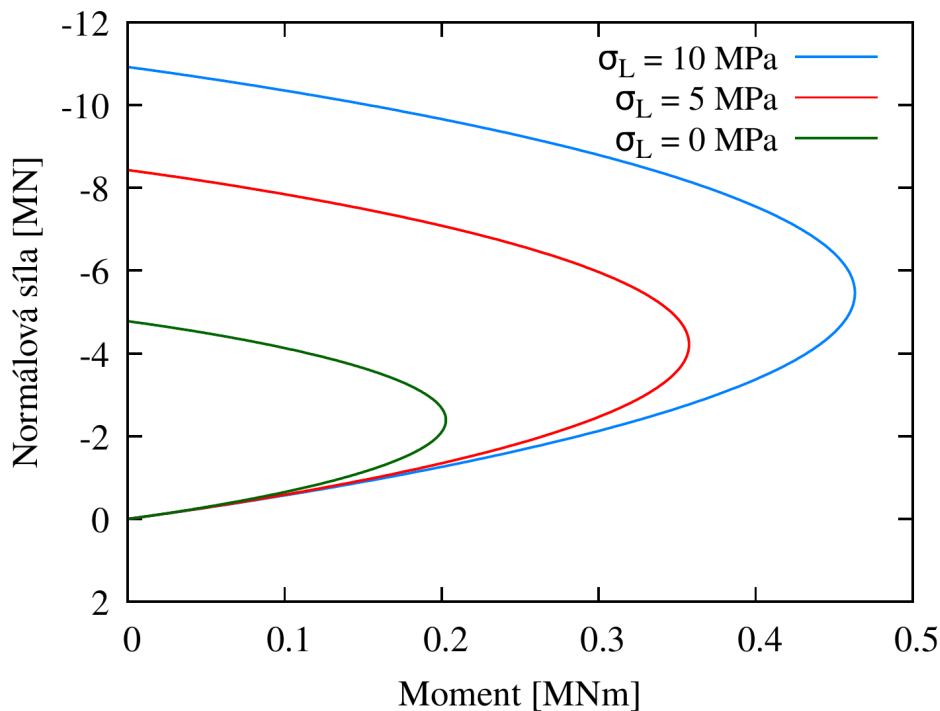
**Obrázek 22:** Uvažované rozdělení přetvoření a napětí v průřezu namáhaném kombinací N+M.

Výpočet byl proveden pomocí programu v jazyce Python3 a jeho kroky jsou následující:

1. Stanovení materiálových vlastností betonu a výztuže, definice rozměrů sloupu.
2. Z rovnice (4) je stanovena velikost příčného tlakového napětí  $\sigma_L$  pro centricky tlačенý průřez.

3. Výpočet navýšené pevnosti vlivem sevření dle (16).
4. Určení maximálního přetvoření sevřeného betonu dle rovnice (18), které je poté přiřazeno krajním vláknům v tlaku.
5. Dále jsou pro každou polohu neutrální osy v intervalu  $x \in \langle 0, D \rangle$  vypočteny:
  - Účinná výška tlačené oblasti  $\lambda x = 0,875x$ .
  - Průřezové charakteristiky kruhové úseče, na které je uvažováno konstantní roložení napětí: středový úhel  $\alpha$ , plocha  $A_e$  a poloha těžiště  $x_t$ .
  - Normálová únosnost  $N = A_e f_{c,c}$ , momentová únosnost  $M = Nx_t$  a excentricita  $e = \frac{M}{N}$ .
6. Výpočet únosnosti pro prostý tlak  $N_c = f_{c,c} \cdot \frac{\pi D^2}{4}$
7. Únosnost v prostém tahu je uvažována  $N_t = 0$

Rozměry prvku a základní materiálové vlastnosti byly zvoleny shodné s těmi použitými v modelu pro numerickou analýzu:  $D = 400$  mm,  $H = 20$  mm,  $f_{cm} = 38$  MPa,  $f_y = 500$  MPa a  $A_{sp} = 40$  mm<sup>2</sup>, resp. 80 mm<sup>2</sup>. Výsledky výpočtu pro hodnoty sevření  $\sigma_L = 0, 5$  a 10 MPa jsou zobrazeny na Obrázku 23.



**Obrázek 23:** Interakční diagram stanovený zjednodušeným výpočtem.

## 5 Porovnání a diskuze

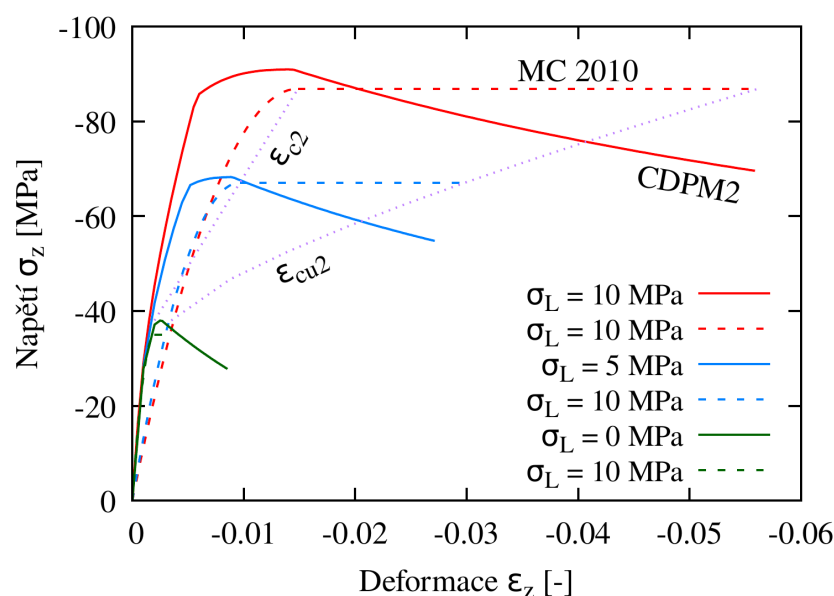
V této kapitole jsou porovnány výsledky numerické analýzy z programu OOFEM prezentované v kapitole 3 a navrženého ručního výpočtu v kapitole 4. Je zhodnocena přesnost navrženého výpočtu a jsou analyzovány příčiny nesrovnalostí mezi oběma přístupy.

Použitý zjednodušený rektangulární průběh napětí pro ruční výpočet vychází z parabolicko-rektangulárního pracovního diagramu (PD) použitého v EC2 [20] a MC 2010 [8] definovaného vztahem

$$\sigma(\varepsilon_c) = f_{c,c} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{c,c}}{\varepsilon_{c2,c}} \right)^2 \right] \quad \text{pro } 0 \leq \varepsilon_{c,c} \leq \varepsilon_{c2,c} \quad (36)$$

$$\sigma(\varepsilon_c) = f_{c,c} \quad \text{pro } \varepsilon_{c2,c} \leq \varepsilon_{c,c} \leq \varepsilon_{cu2,c} \quad (37)$$

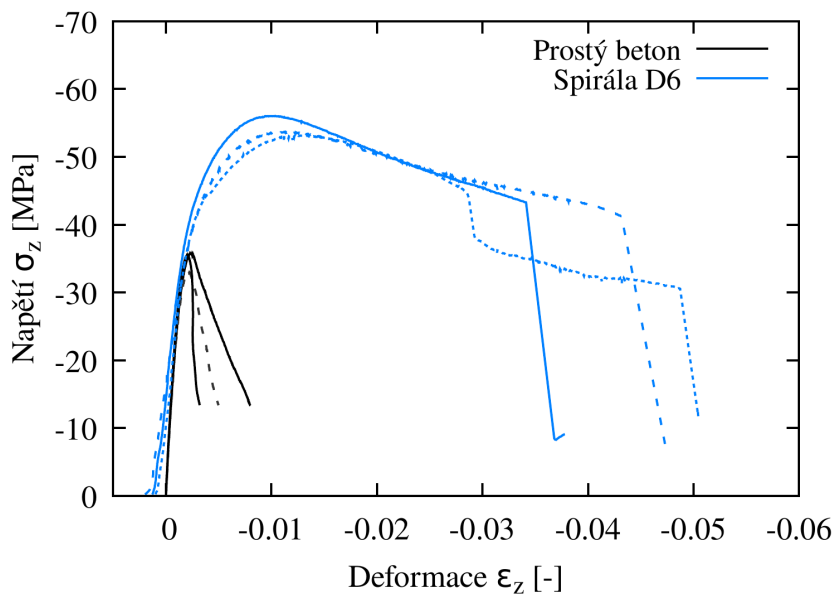
který je zobrazen na Obr. 7. Navýšení pevnosti je v něm zavedeno pouhým nahrazením hodnot pro beton bez sevření za hodnoty pro sevřený beton. I přes to, že jsou tyto hodnoty správné a odpovídají reálnému chování materiálu, tak to, jakým způsobem je předepsán PD neodpovídá průběhu napětí získanému z experimentálních dat. Na Obr. 24 je zobrazen pracovní diagram vypočtený MKP pro centricky tlačené modely RC10E0, RC5E0 a PCE0 a pracovní diagram dle EC2 pro odpovídající hodnoty sevření. Vztah z EC2 podhodnocuje počáteční tuhost sevřeného betonu a nezohledňuje klesající větev po dosažení únosnosti.



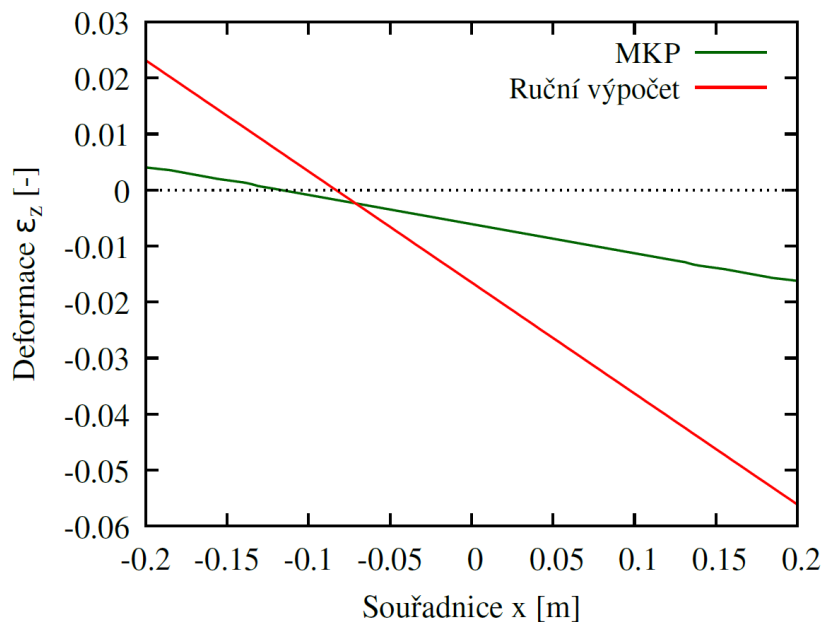
**Obrázek 24:** Porovnání pracovního diagramu z EC2 a z výsledků numerické analýzy MKP.

Pro porovnání je zde zobrazen experimentální pracovní diagram válce o průměru  $D = 150$  mm a výšce  $h = 300$  mm ovinutého spirálovou výztuží D6 se stoupáním 30 mm

a nulovým krytím, který byl vyzkoušen v rámci projektu CeSTar 2. Je zřetelné, že průběh experimentálního PD se dobře shoduje s PD získaným MKP.



**Obrázek 25:** Experimentální pracovní diagram pro válec ovinutý spirálovou výztuží

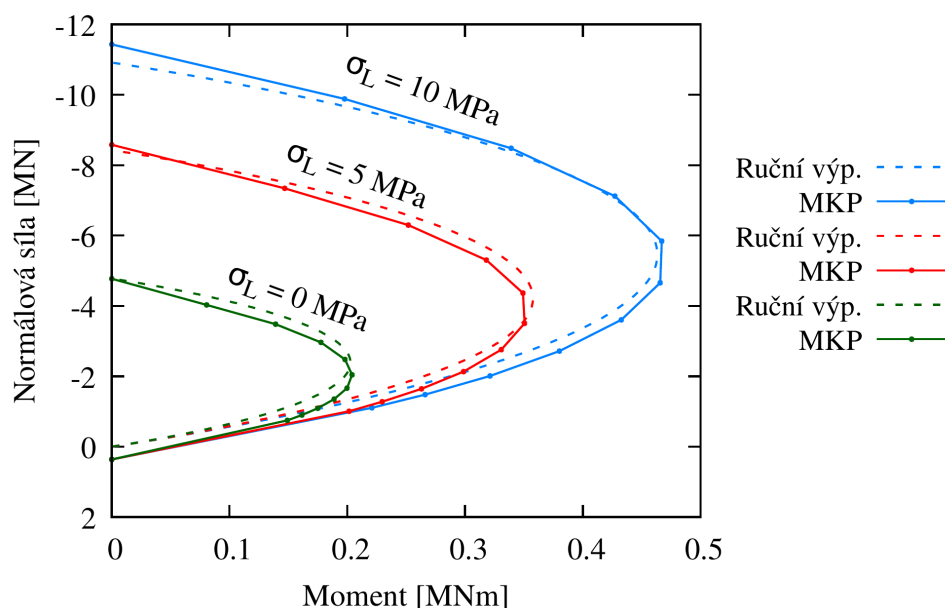


**Obrázek 26:** Průběh přetvoření po průřezu pro MKP a ruční výpočet při dosažení únosnosti.

Nesrovnalosti jsou také zřejmé, pokud je porovnán průběh přetvoření v podélném směru osy sloupu při dosažení únosnosti, viz Obr. 26. V ručním výpočtu bylo předepsáno maximální přetvoření v krajních tlačných vláknech, kterého ale zdaleka není v okamžiku maximální únosnosti při výpočtu MKP dosaženo.

Hlavním úskalím výpočtu je tedy srovnávání dvou neslučitelných pracovních diagramů. Jelikož PD dle EC2 neuvažuje po dosažení únosnosti změkčování, dochází při dosažení maximálního přetvoření k nadhodnocení únosnosti. Např. pro model RC10E0 je maximální zatížení  $F_{max} = 90,98$  MN a zatížení při dosažení maximálního přetvoření  $F_{\varepsilon, cu2c} = 69,82$  MN, což činí rozdíl téměř 25%. V budoucnu by tedy bylo vhodné přehodnotit způsob, jakým je v EC2 předepsaný PD pro sevřený beton.

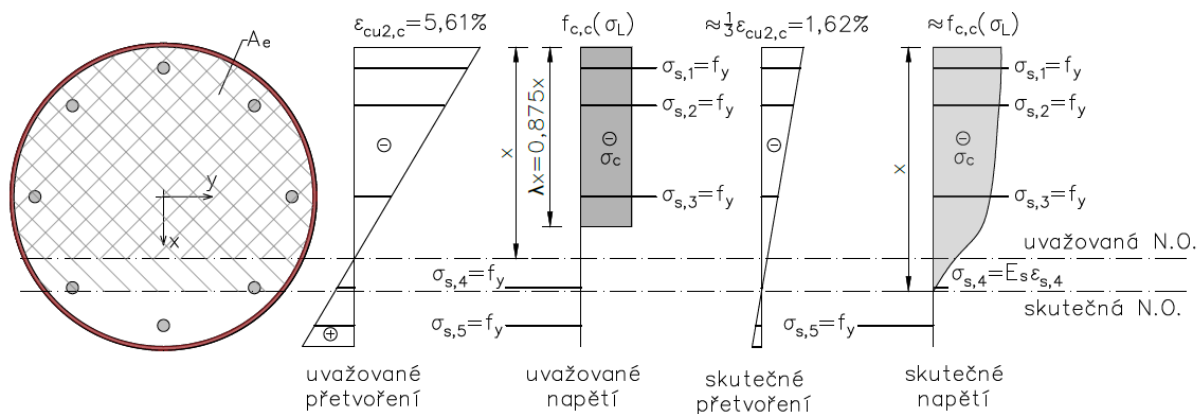
Na Obr. 27 je zobrazeno porovnání ID pro výsledky numerické analýzy a pro ruční výpočet. Ukazuje se, že mezi jednotlivými přístupy panuje velmi dobrá shoda. Pro případ prostého tahu byla při ručním výpočtu uvažována nulová pevnost v tahu. To vysvětluje odchylku v dolní části ID. Pro horní část ID, kde je průřez namáhán vyššími tlaky, dochází pro nižší hodnoty sevření k mírnému nadhodnocení únosnosti. Pro vyšší hodnoty sevření už ID dle ručního výpočtu odpovídá výsledkům z MKP téměř přesně. Toto je zapříčiněno rozdílnou rychlostí růstu pevnosti betonu v sevření pro beton dle modelu CDPM2 a pro model dle EC2, viz. Obr. 24.



**Obrázek 27:** Porovnání interakčních diagramů z ručního výpočtu a z MKP.

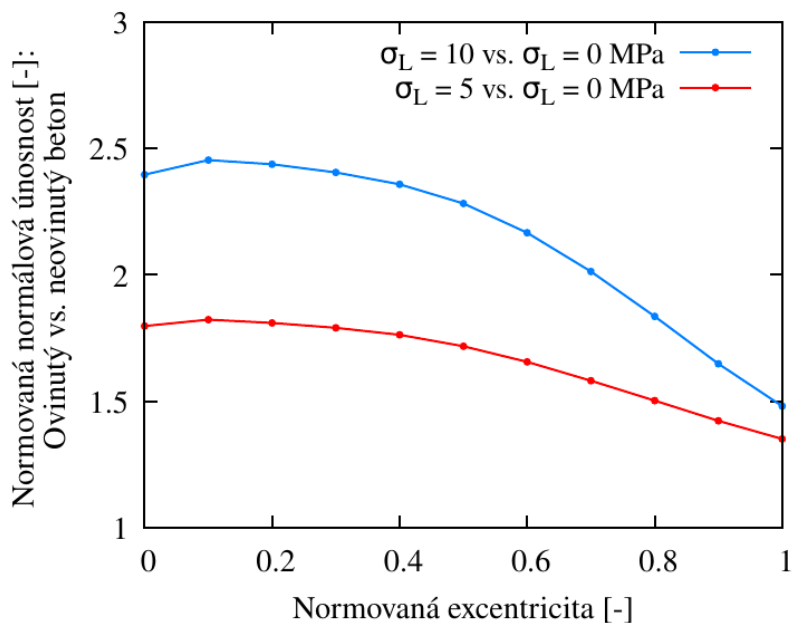
Pro budoucí užití ručního výpočtu by bylo vhodné upravit určité předpoklady pro zvýšení jeho přesnosti. Je třeba redukovat předpokládané přetvoření v krajních tlačných vláknech přibližně na 1/3 maximálního přetvoření dle (18) nebo přímo využít hodnotu přetvoření pro maximální únosnost dle (17). Dále by bylo vhodné pro bližší shodu polohy neutrální osy upravit hodnotu koeficientu  $\lambda$ , jelikož její nesprávné umístění by mohlo vést

k předpokladu tahu v prutech podélné výztuže blízko neutrální osy, čímž by byla snížena výsledná únosnost průřezu, viz Obr. 28. Pro nižší hodnoty sevření by bylo třeba zavést redukci pevnosti betonu v sevření (např.  $\alpha_1 f_{c,c} = 0,95 f_{c,c}$ ).



**Obrázek 28:** Uvažovaná poloha neutrální osy a přetvoření po průřezu dle ručního výpočtu a MKP

Bylo ukázáno, že i přes excentrické namáhání tlakovou silou má ovinutí příčnou výztuží vliv na nárůst únosnosti sloupu. Tento poznatek je graficky znázorněn na Obr. 29, který zobrazuje poměr normálové únosnosti sloupu s ovinutím a bez něj v závislosti na normované excentricitě. Nejvyšší nárůst únosnosti je zaznamenán pro nižší hodnoty excentricity, což je vhodné s přihlédnutím na namáhání sloupových prvků v reálných konstrukcích, které jsou namáhány především tlakovými silami s nižší excentricitou.



**Obrázek 29:** Nárůst únosnosti vlivem ovinutí.



## 6 Závěr

Tato práce se zabývá analýzou chování excentricky namáhaného ovinutého sloupu kruhového průřezu. Pro tento účel byl vytvořen výpočetní model pro numerickou analýzu metodou konečných prvků v programu OOFEM [15]. Model byl zatěžován tlakovou silou s rozdílnými hodnotami excentricity, pro které poté bylo analyzováno rozložení napětí v podélném a příčném směru vedoucí ke vzniku sevření. Model ukázal, že při excentrickém namáhání dochází k nerovnoměrnému sevření, jehož poměr s narůstající excentricitou roste. Bylo ukázáno, že ovinutí příčnou výztuží má vliv na nárůst únosnosti sloupu i při excentrickém namáhání. Bylo zjištěno, že se nerovnoměrně sevřený beton chováním přibližuje betonu rovnoměrně sevřenému nižší hodnotou tlaku z dvojice hlavních napětí v příčném směru. Díky tomu byl zaujat předpoklad, že pro ruční výpočet únosnosti excentricky zatíženého sloupu lze využít pracovní diagram pro rovnoměrné sevření uvedený v normách.

Na základě těchto znalostí a poznatků z odborné literatury a norem byl navržen zjednodušený postup k výpočtu odezvy sloupu zatíženého v excentrickém tlaku. Výsledky numerické analýzy a ručního výpočtu byly porovnány prostřednictvím interakčního diagramu. I přes znatelné zjednodušení, které byly v ručním výpočtu zavedeny, se výsledky výborně shodují.

Při diskusi výsledků byla odhalena výrazná nesrovnalost mezi reálným průběhem pracovního diagramu získaného pomocí MKP a tím, jež je uveden v normě EC 1992-1-1. Přílišná míra zjednodušení má za následek nesprávný popis chování sevřeného betonu. Bylo by tedy vhodné upravit průběh pracovního diagramu tak, aby více odpovídal skutečnosti a výpočet dle normy byl konzervativní.



## Reference

- [1] *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures, Final Version of PT1-draft prEN 1992-1-1 2018 D3*. 2018.
- [2] Paraview user's guide - paraview documentation 5.11.0 documentation, 2020.
- [3] *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures, FrpEN 1992-1-1:2022*. 2022.
- [4] M. H. Abdallah, H. M. Mohamed, R. Masmoudi, and A. Moussa. Analytical modeling of moment-curvature behavior of steel and CFRP RC circular confined columns. *Composite Structures*, 189:473–487, 2018.
- [5] American Concrete Institute. *ACI 318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. American Concrete Institute, 2019.
- [6] B. Csuka and L. P. Kollár. FRP-confined circular columns subjected to eccentric loading. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 30(14):1167–1178, 2011.
- [7] M. N. Fardis. *Seismic design, assessment and retrofitting of concrete buildings: Based on EN-Eurocode 8*. Springer, 2012.
- [8] Fédération Internationale du Béton. *Model Code 2010*. Number vol. 65 in fib Bulletin. International Federation for Structural Concrete (fib), 2012.
- [9] P. Grassl, D. Xenos, U. Nyström, R. Rempling, and K. Gylltoft. Cdpm2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 50(24):3805–3816, 2013.
- [10] A. Hadhood, H. M. Mohamed, and B. Benmokrane. Axial load–moment interaction diagram of circular concrete columns reinforced with CFRP bars and spirals: Experimental and theoretical investigations. *Journal of Composites for Construction*, 21(2), 2017.
- [11] P. Havlásek. MaLCoLM, multi-spiral column simulation module version 2.0., 2022.
- [12] H. Karim, M. N. Sheikh, and M. N. S. Hadi. Load and moment interaction diagram for circular concrete columns reinforced with GFRP bars and GFRP helices. *Journal of Composites for Construction*, 21:04016076, 2017.
- [13] L. Lam and J.G. Teng. Design-oriented stress– strain model for FRP-confined concrete. *Construction and Building Materials*, 17:471–489, 09 2003.
- [14] J. B. Mander, M. J. Priestley, and R. Park. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering*, 114(8):1804–1826, 1988.

- 
- [15] B. Patzák. Oofem - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. *Acta Polytechnica*, 52(6):59–66, 2012.
- [16] S. Popovics. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and Concrete Research*, 3(5):583–599, 1973.
- [17] F. E. Richart, A. Brandtæg, and R. L. Brown. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. Technical report, University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering, 1928.
- [18] D. Rypl. T3d mesh generator, 2004.
- [19] I. A. Tijani, Ch. Jiang, C. W. Lim, and Y. Wu. Eccentrically loaded concrete under nonuniform passive confinement. *Journal of Structural Engineering*, 148(1), 2022.
- [20] Český normalizační institut. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Český normalizační institut, 1996.
- [21] Český normalizační institut. *Eurokód 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení - Část 1: Obecná pravidla, seizmická zatížení a pravidla pro pozemní stavby*. Český normalizační institut, 2016.
- [22] W. Wang, P. R. Martin, M. N. Sheikh, and M. N. Hadi. Eccentrically loaded FRP confined concrete with different wrapping schemes. *Journal of Composites for Construction*, 22(6), 2018.

# Příloha 1

## Vstupní soubor pro analýzu MKP v programu OOFEM

```
confined_concrete_e0.06.out
Simulation for circular column with ties, D = 400 mm, H = 20 mm
#
NonLinearStatic nmodules 2 nsteps 300 reqiterations 20 MaxIter 200 stepLength 2.000e-05
minStepLength 1.00e-06 rtol 1.e-4 controlmode 0 hpc 4 1000000 3 1000001 3 hpcw 2 -1. -1.
Psi 0.0 stiffmode 2 lstype 4 smtype 8 renumber 1 initialGuess 1
#
# concrete
vtkxml tstep_all domain_all vars 2 1 4 cellvars 6 2 27 13 124 125 126 primvars 1 1 stype 1
regionsets 1 2
# steel ties
vtkxml tstep_all domain_all vars 2 1 4 cellvars 1 27 primvars 1 1 stype 1 regionsets 1 3
#
domain 3D
#
OutputManager tstep_all dofman_output {1000000 1000001}
#
#
ndofman 1525 nelem 880 ncrosssect 2 nmat 2 nbc 2 nic 0 nltf 1 nset 3
#
node 1 coords 3 2.000000e-01 0.000000e+00 0.000000e+00 bc 3 1 1 1
node 2 coords 3 0.000000e+00 2.000000e-01 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
node 3 coords 3 -2.000000e-01 0.000000e+00 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
node 4 coords 3 0.000000e+00 -2.000000e-01 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
node 5 coords 3 1.400000e-01 0.000000e+00 0.000000e+00 bc 3 0 1 1
node 6 coords 3 0.000000e+00 1.400000e-01 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
node 7 coords 3 -1.400000e-01 0.000000e+00 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
node 8 coords 3 0.000000e+00 -1.400000e-01 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
slavenode 9 coords 3 2.000000e-01 0.000000e+00 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan 3
1000001 1000000 1 weights 3 1.000000e+00 1.0 1.0
slavenode 10 coords 3 0.000000e+00 2.000000e-01 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 2 weights 3 0.000000e+00 1.0 1.0
slavenode 11 coords 3 -2.000000e-01 0.000000e+00 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 3 weights 3 -1.000000e+00 1.0 1.0
slavenode 12 coords 3 0.000000e+00 -2.000000e-01 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 4 weights 3 0.000000e+00 1.0 1.0
slavenode 13 coords 3 1.400000e-01 0.000000e+00 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 5 weights 3 7.000000e-01 1.0 1.0
slavenode 14 coords 3 0.000000e+00 1.400000e-01 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 6 weights 3 0.000000e+00 1.0 1.0
slavenode 15 coords 3 -1.400000e-01 0.000000e+00 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 7 weights 3 -7.000000e-01 1.0 1.0
slavenode 16 coords 3 0.000000e+00 -1.400000e-01 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2 masterDofMan
3 1000001 1000000 8 weights 3 0.000000e+00 1.0 1.0
node 17 coords 3 1.993846e-01 1.567742e-02 0.000000e+00 bc 3 0 0 1
...
slavenode 1522 coords 3 -1.311790e-01 4.336809e-19 2.000000e-02 doftype 3 2 2 2
masterDofMan 3 1000001 1000000 933 weights 3 -6.558950e-01 1.0 1.0
#
# hanging node for applying nodal load
hangingNode 1523 coords 3 0.06 0.000000e+00 2.000000e-02 dofType 3 2 2 2 load 1 2
#master nodes
```

```

# axial compression
node 1000000 coords 3 0.000000e+00 0.000000e+00 2.000000e-02 bc 3 1 1 0
# bending around y axis
node 1000001 coords 3 2.000000e-01 0.000000e+00 2.000000e-02 bc 3 1 1 0
#
LSpaceBB 1 nodes 8 5 13 335 171 93 257 972 383
...
LSpaceBB 720 nodes 8 915 1504 313 149 150 314 16 8
#
Truss3D 721 nodes 2 1 17
...
Truss3D 880 nodes 2 256 9
#
#concrete
SimpleCS 1 material 1 set 2
#steel ties D = 6 mm
SimpleCS 2 area 40.0e-6 material 2 set 3
#
Con2DPM 1 d 0. talpha 0. E 33550.551 n 0.200 fc 38.000 ft 2.896 wf 2.1557e-04 ecc 0.525
kinit 0.300 Hp 0.010 dilation 0.850 Ahard 8.0000e-02 Bhard 3.0000e-03 Chard 2.0000e+00
Dhard 1.0000e-06 Asoft 15.000 efc 1.0000e-04 stype 1 wf1 0.150 ft1 0.300 helem 0.10
MisesMat 2 d 0. talpha 0. E 210.e3 n 0.3 sig0 500 H 0. omega_crit 1. a 0.
#
BoundaryCondition 1 loadTimeFunction 1 prescribedvalue 0.0
NodalLoad 2 loadTimeFunction 1 Components 3 0. 0. -1.
#
ConstantFunction 1 f(t) 1.0
#
set 1 nodes 1 1523
set 2 elementranges { (1 720) }
set 3 elementranges { (721 880) }
#
#%BEGIN_CHECK%
#TIME
#LOADLEVEL
#NODE number 1000000 dof 3 unknown d
#NODE number 1000001 dof 3 unknown d
#%END_CHECK%

```

## Příloha 2

### Skript programu pro ruční výpočet ID v jazyce Python3

```
import math

output = 'ID_RV_ties_10.txt'
# confinement efficiency is not taken into account (ke = 1)!
# input values #
# diameter [mm]
D = 400.
# height between ties [mm]
H = 20.
# mean compression strength [MPa]
fcm = 38.
# area of transverse reinforcement [mm2]
A_sp = 80.
# yield value of transverse reinforcement [MPa]
fyh = 500.
pi = math.pi
r = D / 2.0
Lambda = 0.875
# auxiliary value for for loop
B = 400

def area_of_segment(radius, angle):
    # calculate the area of circular segment
    area_of_sector = pi * (radius * radius) * (angle / 360.)
    area_of_triangle = 0.5 * (radius * radius) * math.sin((angle * pi) / 180.)
    return area_of_sector - area_of_triangle

def find_center_of_mass(angle, radius):
    # coordinates of the center of mass of circular segment - angle in radians!
    x_c = 0.
    z_c = radius - (4. * radius * math.sin(angle / 2.) ** 3.) / (3. * (angle -
math.sin(angle)))
    return x_c, z_c

def increased_strength_fib(confinement, compress_str):
    # increased compressive strength caused by confinement - from fib
    increase = 3.5 * math.pow(confinement, 0.75) * math.pow(compress_str, 0.25)
    return compress_str + increase

def max_strain(confinement, compress_str):
    # maximum strain - from fib
    maxi_strain = 0.0035+0.2*confinement/compress_str
    return maxi_strain

def max_load_strain(confinement, compress_str):
    # strain when maximal load is reached - from fib
    maxi_load_strain = 0.002*(1+5*((3.5 * math.pow(confinement, 0.75) *
math.pow(compress_str, 0.25)+compress_str)/compress_str-1))
    return maxi_load_strain
```

```

with open(output, 'a') as o:
    # value of confinement
    sig_L = 2*A_sp*fyh/(H*D)
    for x in range(1, B):
        # position of neutral axis
        x_eff = x*D/B
        print(x_eff)
        # cross-section parameters
        alpha_rad = 2.0 * math.acos((r - x_eff) / r)
        alpha_deg = math.degrees(alpha_rad)
        area = area_of_segment(D / 2., alpha_deg)
        coord_center = find_center_of_mass(alpha_rad, r)
        # normal force and bending moment
        N = increased_strength_fib(sig_L, fcm) * area
        M = N * (r - coord_center[1])
        # eccentricity
        e = M/N
        o.write(f'{x_eff / Lambda / 1000.:.3f} {N / 1000000.:.6f} {M / 1000000000.:.6f} {e / 1000.:.6f}' + '\n')
    # plain compression
    point_0 = increased_strength_fib(sig_L, fcm) * pi * D ** 2. * 0.25 / 1000000.
    # plain tension assumed N = 0, M = 0
    o.write(f'{0.:.3f} {point_0:.6f} {0.:.6f} {0.:.6f}')
    print(-max_strain(sig_L, fcm))
    print(increased_strength_fib(sig_L, fcm))
    print(-max_load_strain(sig_L, fcm))

```