



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Ústav letadlové techniky

Statický tah vrtule

Static thrust of the propeller

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2023

Vojtěch ZÍKA

Studijní program: Dopravní a transportní technika
Studijní obor: Kolejová vozidla
Vedoucí práce: Ing. Jan KLESA, Ph.D.



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Zíka** Jméno: **Vojtěch** Osobní číslo: **484041**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**
Studijní program: **Dopravní a transportní technika**
Specializace: **Kolejová vozidla**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Statický tah vrtule

Název diplomové práce anglicky:

Static thrust of the propeller

Pokyny pro vypracování:

- Pro vypracování proveďte:
- rešerše metod pro určení statického tahu vrtule
 - porovnání výpočtových metod
 - návrh zkušebního zařízení

Seznam doporučené literatury:

dle pokynů vedoucího

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Jan Klesa, Ph.D. ústav letadlové techniky FS

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **28.04.2023** Termín odevzdání diplomové práce: **26.05.2023**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Jan Klesa, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Milan Dvořák, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

podpis

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu Ing. Janu Klesovi, Ph.D. za odborné vedení, ochotu, připomínky a doporučení při vypracovávání diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu při studiu.

Autor: Vojtěch Zíka

Název diplomové práce: Statický tah vrtule

Rok vyhotovení: 2023

Studijní program: Dopravní a transportní technika

Obor studia: Kolejová vozidla

Ústav: Ústav letadlové techniky

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Bibliografické údaje:

počet stran	96
počet obrázků	28
počet tabulek	20

Klíčová slova: Vrtule, rotor, statický tah, měření, výpočet

Anotace:

Úkolem této práce je představit měření statického tahu vrtule a výpočet statického tahu vrtule. V první části jsou prezentovány metody pro měření tahu vrtule a rotoru. Poté následuje část věnována výpočtu statického tahu vrtule a rotoru. Dále je prezentované prováděné měření statického tahu vrtule a výpočet tahu vrtule. Závěrem jsou získaná data porovnávána.

Author: Vojtěch Zíka

Title of diploma thesis: Static thrust of the propeller

Academic year: 2023

Study programme: Transportation and handling technology

Field of study: Rolling stocks

Departement: Departement of Aerospace Engineering

Supervisor: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Bibliografic data:

number of pages	96
number of images	28
number of tables	20

Key words: Propeller, rotor, static thrust, measurement, calculation

Annotation:

The task of this work is to present the measurement of the static thrust of the propeller and the calculation of the static thrust of the propeller. In the first part, methods for measuring propeller and rotor thrust are presented. This is followed by a section dealing with the calculation of the static thrust of the propeller and rotor. Furthermore, the measurement of the static thrust of the propeller and the calculation of the thrust of the propeller are presented. At the end, the obtained data are compared.

Abstrakt

Tato práce se zabývá statickým tahem vrtule a rotoru. Měřícími a výpočetními metodami. Poté se věnuje právě měření a výpočtu statického tahu vrtule. V první části byla provedena rešerše měřících metod, které lze použít pro statický tah, některé i pro dynamický. Představuje měření na motoru, v tunelu i na rotorové věži. Zmiňuje způsoby jejich aplikací a možné výhody. Dále jsou nastíněny výpočetní metody jednoduššího typu. Představeny jejich předpoklady, obecné vztahy a poté zaměřené na ideální geometrii listů. Částečně jsou v práci zmíněny i korekce na proudění. Ve druhé části je provedeno měření a výpočet dvou vrtulí. Měření porovnává tah vrtulí v horizontální i vertikální pozici, poukazuje na vliv země a zabývá se i vrtulí levého a pravého smyslu. Výpočet je pak proveden dle obecných vztahů a zaměřen na získání dat, které je možné porovnávat s naměřenými daty.

Měřením a výpočtem bylo dosaženo zjištění, že navržená měřící metoda se přibližně shoduje s použitými výpočetními metodami. U měření byla zjištěna nepatrná odlišnost pravé a levé vrtule a taktéž byl zaznamenán vliv měřící aparatury, který ovlivnil výsledná data. Jedná s vrtulí byla porovnána s vypočtenými daty výrobce a bylo zjištěno, že tato data jsou spíše méně věrohodná. Výsledky ukazují, že je možné používat představené výpočetní i měřící metody pro získávání dat.

Obsah

Seznam obrázků	11
Seznam tabulek.....	12
Seznam použitých programů	13
Seznam použitých zkratek a symbolů	14
1. Úvod.....	17
2. Metody pro měření statického tahu	18
2.1. Zkoušky na motoru ve zkušebně	18
2.2. Zkoušky v aerodynamickém tunelu	19
2.2.1. Měření aerodynamickými vahami	19
2.2.2. Měření snímači	21
2.3. Zkouška na rotorové věži.....	24
3. Metody výpočtu.....	25
3.1. Analýza elementu rotoru ve visu a dopředném letu.....	28
3.1.1. Tah a výkon rotoru	31
3.1.2. Přibližné vyjádření tahu	32
3.1.2.1. Rovnoměrné proudění a nezkroutené listy.....	32
3.1.2.2. Rovnoměrné proudění a lineárně zkroutené listy.....	34
3.1.3. Přibližné vyjádření výkonu / momentu.....	35
3.2. Hybnostní teorie elementu rotoru	35
3.2.1. Předpokládané radiální rozložení indukované rychlosti na listu rotoru.....	37
3.2.2. Rovnice radiálního rozložení.....	39
3.2.3. Ideální zkroutení listu	39
3.2.4. Optimální rotor pro vis	41
3.2.5. Vírová teorie	43
3.2.6. Stanovení výkonu rotoru	44
3.2.7. Prandtlova ztrátová funkce.....	45
3.2.8. Korekce vlivu stlačitelnosti	46
3.3. Vliv země.....	48
4. Návrh měřícího zařízení.....	50
4.1. Elektronické součásti	50
4.1.1. Elektromotor a regulátor	50
4.1.2. Váhový senzor	51

4.2.	Stojan	52
4.2.1.	Varianta pro horizontální měření	53
4.2.2.	Varianta pro vertikální měření.....	55
5.	Měření tahu vrtule.....	56
5.1.	Model motoru	56
5.2.	Aeronaut 11x5	57
5.2.1.	Horizontální pozice	57
5.2.1.1.	Pravá vrtule	58
5.2.1.2.	Levá vrtule.....	60
5.2.2.	Vertikální pozice.....	61
5.2.2.1.	Výška 20 cm	62
5.2.2.2.	Výška 40 cm	64
5.2.2.3.	Výška 60 cm	66
5.3.	APC 12x6E	68
5.3.1.	Horizontální pozice	68
5.3.2.	Vertikální pozice.....	70
5.3.2.1.	Výška 20 cm	70
5.3.2.2.	Výška 40 cm	72
5.3.2.3.	Výška 60 cm	74
6.	Výpočet tahu vrtule	76
6.1.	Získání parametrů vrtulí	76
6.1.1.	Vrtule Aeronaut 11x5.....	76
6.1.1.1.	Tětiva a úhel nastavení	76
6.1.1.2.	Stoupání vztlakové čáry	77
6.1.2.	Vrtule APC 12x6E	79
6.1.2.1.	Tětiva a úhel nastavení	79
6.1.2.2.	Stoupání vztlakové čáry	80
6.2.	Metody a vzorce k výpočtu.....	82
6.2.1.	Tah.....	82
6.2.2.	Výkon	84
6.3.	Výsledné hodnoty.....	85
6.3.1.	Aeronaut 11x5	85
6.3.1.1.	Tah.....	85

6.3.1.2. Výkon	87
6.3.2. APC 12x6E	89
6.3.2.1. Tah.....	89
6.3.2.2. Výkon	91
7. Porovnání a zhodnocení výsledných dat	93
7.1. Aeronaut 11x5	93
7.1.1. Horizontální měření	93
7.1.2. Vertikální měření	95
7.2. APC 12x6E	97
7.2.1. Horizontální měření	97
7.2.2. Vertikální měření	98
7.3. Vliv země.....	100
7.3.1. Aeronaut 11x5	100
7.3.2. APC 12x6E	101
8. Závěr	103
9. Reference.....	105

Seznam obrázků

Obrázek č. 1: Vrtule na motoru na měřícím stanovišti [2]	18
Obrázek č. 2: Měření vrtule v aero tunelu s aerodynamickými vahami [1]	19
Obrázek č. 3: Měření vrtule v aero tunelu se snímači [3]	21
Obrázek č. 4: Měření tahu siloměrem v aero tunelu [3]	22
Obrázek č. 5: Měření momentu snímači v aero tunelu [3]	22
Obrázek č. 6: Rotorová věž [4].....	24
Obrázek č. 7: Sběrací kroužek na rotorové věži [4]	25
Obrázek č. 8: Zobrazení veličin na listu rotoru [5].....	26
Obrázek č. 9: Zjednodušený vírový systém pro dvoulistou vrtuli [6]	27
Obrázek č. 10: Prstenec – hybnostní teorie [5]	36
Obrázek č. 11: Grafické zobrazení průběhu nastavení profilu [5].....	40
Obrázek č. 12: Průběh tětivy profilu po délce listu [5].....	42
Obrázek č. 13: Porovnání rychlostí na rotoru ve visu a dopředném letu [5]	48
Obrázek č. 14: Vliv země na rotor [5]	48
Obrázek č. 15: Grafické znázornění vlivu země [5]	49
Obrázek č. 16: Elektromotor Dualsky XM3542EA-6	50
Obrázek č. 17: Regulátor Mezon 120 [10]	51
Obrázek č. 18: Váhový senzor - 3 kg [11]	52
Obrázek č. 19: Arduino Uno [12]	52
Obrázek č. 20: Rám stojanu [13]	53
Obrázek č. 21: Al profil – dvoudrážkový – schéma [14]	53
Obrázek č. 22: Stojan pro horizontální měření	54
Obrázek č. 23: Detail stojanu pro horizontální měření	54
Obrázek č. 24: Detail stojanu pro vertikální měření.....	55
Obrázek č. 25: Měření v horizontální pozici	57
Obrázek č. 26: Měření ve vertikální pozici	62
Obrázek č. 27: Vrtule Aeronaut 11x5 – vstupní fotografie do PropellerScanner.....	76
Obrázek č. 28: Vrtule APC 12x6E – vstupní fotografie do PropellerScanner	79

Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Data elektromotoru Dualsky XM3542EA-6 [7].....	51
Tabulka č. 2: Atmosférická data při měření	56
Tabulka č. 3: Naměřená data v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – pravá.....	58
Tabulka č. 4: Naměřená data v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – levá	60
Tabulka č. 5: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 20 cm.....	62
Tabulka č. 6: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 40 cm.....	64
Tabulka č. 7: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 60 cm.....	66
Tabulka č. 8: Naměřená data v horizontální pozici vrtule APC 12x6E.....	68
Tabulka č. 9: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 20 cm.....	70
Tabulka č. 10: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 40 cm.....	72
Tabulka č. 11: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 60 cm.....	74
Tabulka č. 12: Výsledné vypočtené hodnoty tahu vrtule Aeronaut 11x5	85
Tabulka č. 13: Výsledné vypočtené hodnoty výkonu vrtule Aeronaut 11x5.....	87
Tabulka č. 14: Výsledné vypočtené hodnoty tahu vrtule APC 12x6E.....	89
Tabulka č. 15: Výsledné vypočtené hodnoty výkonu vrtule APC 12x6E.....	91
Tabulka č. 16: Data výrobce k vrtuli APC 12x6E [18]	97
Tabulka č. 17: Tahy vrtule Aeronaut 11x5 při 7500 ot/min	100
Tabulka č. 18: Porovnaná data vlivu země vrtule Aeronaut 11x5.....	100
Tabulka č. 19: Tahy vrtule APC 12x6E při 7500 ot/min	101
Tabulka č. 20: Porovnaná data vlivu země vrtule APC 12x6E.....	102

Seznam použitých programů

Autodesk Inventor Professional 2022

Microsoft Office 365 Excel

Microsoft Office 365 Word

PropellerScanner

WebPlotDigitizer

Xfoil

Zoner Photo Studio X

Seznam použitých zkratk a symbolů

a	[m/s]	rychlost zvuku
A_{disk}	[m ²]	plocha rotorového disku
$A_{prstenec}$	[m ²]	plocha prstence
A_{rot}	[m ²]	plocha rotoru
c_{profil}	[m]	tětiva profilu
$c_{profil_{sp}}$	[m]	tětiva profilu na špičce
C_D	[-]	součinitel odporu
C_{D0}	[-]	součinitel odporu při nulovém vztlaku
C_L	[-]	součinitel vztlaku
$C_{L_{šp}}$	[-]	součinitel vztlaku na špičce
C_L^α	[1/°], [1/rad]	sklon vztlakové čáry
C_T	[-]	součinitel tahu
C_P	[-]	součinitel výkonu
C_{P0}	[-]	součinitel profilového odporu listu
C_{Pi}	[-]	součinitel indukovaného výkonu
C_Q	[-]	součinitel momentu
d	[-]	experimentální odporový součinitel
D	[N]	odporová síla
D_{tun_0}	[N]	odpor měřícího tělesa
D_{tun_1}	[N]	síla generující moment
D_{tun_2}	[N]	odpor celé soustavy
D_v	[m]	průměr vrtule
D_{vp}	[in]	průměr vrtule v palcích
f	[-]	prandtlův pomocný součinitel
F	[-]	prandtlova ztrátová funkce
F_x	[N]	síla ve směru x
F_z	[N]	síla ve směru z
i	[A]	dodávaný proud v zátěži
i_0	[A]	dodávaný proud naprázdno
K_v	[rad·s ⁻¹ ·V ⁻¹]	motorová konstanta
l_{ram}	[m]	délka ramena vah
L	[N]	vztlaková síla

M	[-]	Machovo číslo
M_k	[Nm]	kroutící moment vrtule
$M_{\dot{s}p}$	[-]	Machovo číslo na špičce listu
n	[-]	součinitel nerovnoměrnosti proudu
n_{max}	[min ⁻¹]	maximální otáčky vrtule
n_v	[s ⁻¹]	otáčky vrtule
N_{list}	[-]	počet listů
p_{atm}	[Pa]	atmosférický tlak
P	[W]	výkon
P_v	[W]	výkon na vrtuli
q	[Pa]	dynamický tlak vzduchu
Q	[Nm]	kroutící moment
r	[-]	bezrozměrný poloměr
r_e	[-]	efektivní poloměr
r_{vzd}	[J/kgK]	specifická plynová konstanta
R	[N]	výsledná aerodynamická síla na profil
R_{disk}	[m]	poloměr rotorového disku
T	[N]	tah
T_{BVZ}	[N]	tah bez vlivu země
T_e	[N]	efektivní tah
T_{VZ}	[N]	tah s vlivem země
T_{vzd}	[K]	teplota vzduchu
U	[m/s]	výsledná rychlost nabíhajícího proudu
U_P	[m/s]	osová složka rychlosti
U_R	[m/s]	radiální složka rychlosti
U_T	[m/s]	tangenciální složka rychlosti
v	[m/s]	rychlost nabíhajícího proudu
v_i	[m/s]	indukovaná rychlost
$v_{\dot{s}p}$	[m/s]	obvodová rychlost rotoru
V_s	[m/s]	stoupací rychlost
y	[m]	obecný poloměr na rotorovém disku
$y_{prsteneč}$	[m]	poloměr prstence
z	[m]	vzdálenost rotoru od země
α	[°]	úhel náběhu proudu

α_0	[°]	úhel nulového vztlaku
α_1	[°]	ideální úhel náběhu
$\alpha_{\dot{s}p}$	[°]	úhel náběhu na špičce listu
β	[s ⁻¹]	úhlová rychlost indukovaná vázanými víry
Γ	[m ² /s]	cirkulace
$\hat{\Gamma}$	[-]	bezrozměrná cirkulace
η	[-]	účinnost vrtule
η_e	[-]	efektivní účinnost
θ	[°]	úhel nastavení profilu
θ_0	[°]	úhel nastavení profilu pro nezkroucené listy
θ_{75}	[°]	úhel nastavení profilu ve ¾
$\theta_{\dot{s}p}$	[°]	nastavení profilu na špičce listu
θ_{zk}	[°]	úhel zkroucení listu
κ	[-]	součinitel indukovaného odporu
λ	[-]	rychlostní součinitel
λ_i	[-]	indukovaný rychlostní součinitel
λ_s	[-]	rychlostní součinitel statického rotoru
$\lambda_{\dot{s}p}$	[-]	rychlostní součinitel na špičce listu
ρ_{vzd}	[kg/m ³]	hustota vzduchu
σ	[-]	součinitel plnosti rotoru
$\sigma_{\dot{s}p}$	[-]	součinitel plnosti rotoru na špičce
ϕ	[°]	úhel indukované rychlosti
$\phi_{\dot{s}p}$	[°]	úhel indukované rychlosti na špičce listu
ω	[s ⁻¹]	úhlová rychlost proudu
Ω	[s ⁻¹]	úhlová rychlost vrtulového listu

1. Úvod

Pro efektivní, respektive ekonomický, pohon letounů všech typů se již dlouhodobě používají vrtule, popřípadě rotory, instalované na pohonných jednotkách různých typů. Snahou je tedy dosahovat nejlepších charakteristik, aby byl co možná nejlépe využitý výkon motoru. Z toho důvodu probíhají neustálé výpočty nebo měření těchto charakteristik, aby bylo možné navrhovat či správně provozovat vrtule a rotory. Správným provozem je myšlena vhodná aplikace, neboť každý typ je vyhovující pro jiné výkony a rozdílné podmínky.

Toto plyne ze skutečnosti, že je snahou volit vrtule s nejvyšším možným tahem a nejnižším potřebným výkonem pro jejich pohon. Nicméně právě maximální produkovaný tah je důležitým aspektem, neboť nemá význam pohon letounu značně předimenzovávat, a samozřejmě je riskantní jej poddimenzovávat. Potřebný výkon je poté podstatný při volbě pohonné jednotky, aby bylo známo, jak výkonná má jednotka být.

Vrtule i rotory jsou charakterizované pro široké rozsahy rychlostí, od statického stavu až po maximální požadované letové rychlosti. Statický stav znamená, že disk, tvořený vrtulí či rotorem, je nehybný a stejně tak je nehybný i vzduch před ním, tedy je podmínkou bezvětří. V případě vrtule je možné si představit, v reálné aplikaci, letadlo stojící na dráze s aktivovanými brzdami postupně zvyšující přípust' motoru, čímž se zvyšuje tah, i potřebný výkon. Pokud je uvažován rotor, tak jde o vrtulník, či libovolný letoun, jako jsou například kvadrokoptéry, ve visu. Nicméně zde se nedá aplikovat příklad přibližující se měření či výpočtu statického tahu, jelikož ve visu je dána jedna konkrétní hodnota tahu, která zajistí podmínku visu. Při snížení, respektive zvýšení, tahu by letoun klesal, nebo stoupal.

V aktuální době může být snahou provozovat letouny typu kvadrokoptér, tedy s překlápnými rotory, různých velikostí. Jelikož tyto letouny nepotřebují vzletovou a přistávací dráhu, mohou být používány pro širokou škálu aplikací. Proto může být podstatné zabývat se vrtulemi, či rotory, pro tyto typy. Z toho plyne, že je nutné zabývat se vrtulí v její standardní horizontální poloze, ale i ve vertikální poloze, která odpovídá startům, přistáním nebo visům těchto letounů.

Prováděné měření v horizontální a vertikální poloze může ukázat nejen výsledné charakteristiky v polohách, ale i kvalitu použitého měřicího zařízení, popřípadě rozdílnosti ve zdánlivě stejných vrtulí. Proto lze proměřit i vrtule pravého a levého smyslu a tím si ověřit zpracování výrobce.

Nejprve budou představeny metody pro měření tahu, z nichž některé lze použít i na dynamickou zkoušku, ale všechny jsou aplikovatelné pro měření statického tahu. Dále budou ukázány výpočetní metody tahu, i výkonu, jednoduššího typu. V druhé části práce bude provedeno měření statického tahu a jeho výpočet dle představených metod. Tato data budou na konci porovnány a z toho vyvozeny závěry.

2. Metody pro měření statického tahu

Každý rotor, respektive vrtule, musí být před praktickým použitím na letounu řádně odzkoušena po všech stránkách. Je nutné odzkoušet jeho pevnost a bezpečnost za provozu, taktéž je nutné provádět aerodynamické a provozní zkoušky. Z toho plyne i rozdělení vrtulových zkoušek na pevnostní, zkoušky mechanismů, aerodynamické zkoušky a zkoušky příslušenství. [1]

Přímo vlastnosti rotoru je možné odzkoušet pouze na reálném letounu. Každá okolní součást může mít vliv na aerodynamiku listů a způsobovat mírné odchylky, proto není možné finální hodnoty určit již na pozemní zkušebně. Avšak zkoušení na letounu již nepatří mezi statické stanovování aerodynamických vlastností, taktéž pro instalaci na letoun musí být zjištěny alespoň základní parametry, aby byla zajištěna minimálně bezpečnost zkušebního letu. A proto se nadále zabýváme pouze pozemními statickými zkouškami. [1]

Na pozemní zkušebně se lze zabývat dvěma typy zkoušek, buďto přímo na motoru ve volném prostoru nebo v aerodynamickém tunelu s pohonem elektromotoru, či jiného leteckého motoru. [1]

2.1. Zkoušky na motoru ve zkušebně

První možnou variantou zkoušení rotoru je tedy na motoru. Pro nejefektivnější stanovení charakteristik a zjištění chování rotoru v souladu s motorem je vhodné používat pro zkoušku motor, na kterém bude později rotor instalován. To je bez ohledu na variantu pohonu, který bude použit. Je to z toho důvodu, že není možné napodobovat specifický chod pro každý motor, protože se mohou lišit budící frekvencí, či kmitočtem, což se později projevuje na provozu rotoru. Zdrojem kmitočtů jsou nerovnoměrnosti v chodu motoru a jistá nevyváženost rotujících součástí. To je pak přenášeno do rotoru, na kterém jsou takto způsobena náhlá zrychlení, čímž vznikají přídavná napětí. Tato přídavná napětí mohou ve výsledku způsobovat vyšší únavu rotoru a může dojít ke kritické poruše. Pak jsou prováděny dlouhodobé zkoušky, aby bylo možné určit, k jaké úrovni únavového poškození bude docházet. [1]



Obrázek č. 1: Vrtule na motoru na měřícím stanovišti [2]

Zkoušky je možné rozdělit na dlouhodobé zkoušky samotného rotoru a na zkoušky mechanismů. Při dlouhodobých zkouškách průběh odráží skutečný let. To znamená nižší časový podíl na jmenovitém a startovním režimu a vyšší časový podíl na cestovním režimu. Toto zkoušení je možné využít i pro zjištění dynamických vlastností mechanismů, pokud se jedná o stavitelnou vrtuli. [1]

Avšak právě toto zkoušení může být předchůdcem pro stanovení dat a pozdější osazení rotoru na zkušební letoun. Pro prvotní získání charakteristik je možné zanedbat torzní kmity od motoru, použít elektromotor a naměřit tak základní charakteristiky vrtule.

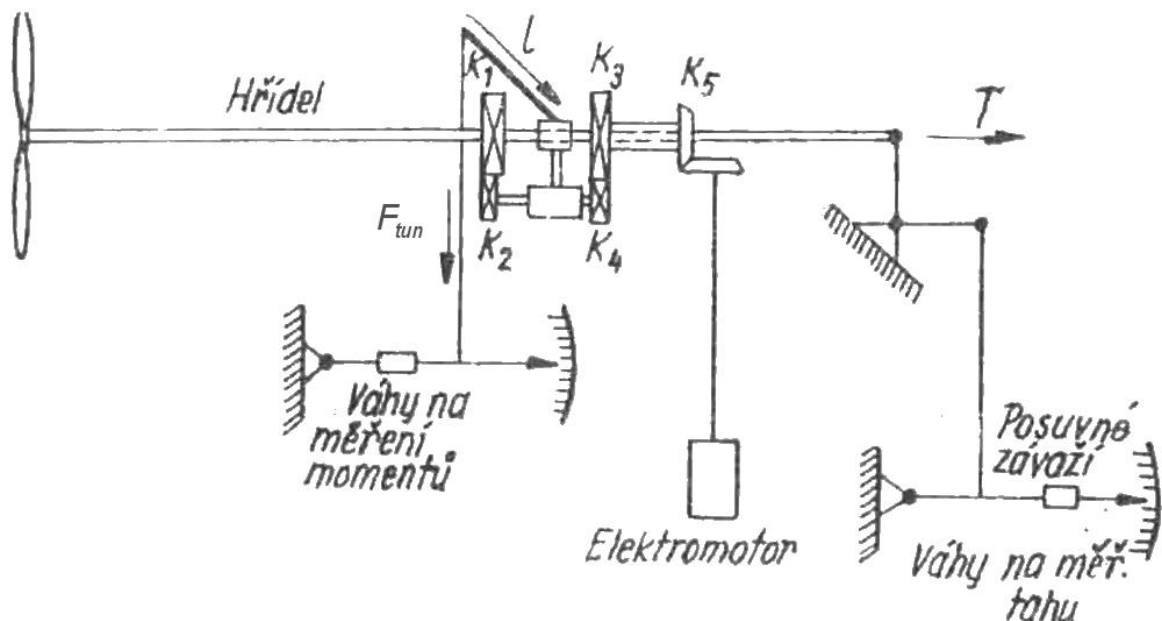
2.2. Zkoušky v aerodynamickém tunelu

Většinou se rotory, respektive vrtule, zkouší v aerodynamických tunelech na zmenšených modelech, oproti skutečným rozměrům. Je to proto, že nebývají k dispozici dostatečně velké tunely. Obecně se pro zkoušení hodí otevřené tunely, s doporučením, že průměr rotoru nemá přesáhnout poloměr tunelu, protože tok vzduchu tunelem by mohl značně ovlivnit výsledné hodnoty. [1]

Nejprve bude v rámci toho tématu proveden náhled na historickou metodu, měření pomocí aerodynamických vah a další část se zaměří na, převážně, používanou metodu měření pomocí elektronických snímačů.

2.2.1. Měření aerodynamickými vahami

Rotor může být v menší variantě poháněn elektromotorem, pro větší rozměry se pak volí spalovací motory. Je snahou, aby zkouška odrážela reálné poměry na letounu a později tak bylo možné vyřešit reálný tah a účinnost daného rotoru. Pokud se zkouší vrtule, která bude umístěna na letadlo, je model opatřen vrtulovým krytem a za vrtuli je umístěna motorová gondola na nosných plochách. Takto je možné zkoušet rotory, tažné i tlačné vrtule. [1]



Obrázek č. 2: Měření vrtule v aero tunelu s aerodynamickými vahami [1]

Při tomto měření je nutné měřit rychlost proudění v tunelu, to je obvykle realizováno Venturiho trubicemi a manometry, otáčky se pak měří otáčkoměry. Síly jsou pak dle obrázku č. 2 měřeny aerodynamickými vahami. Jejich konstrukce může být různá a data jsou odečítána buďto vizuálně nebo přístrojově. Aerodynamické váhy měří tah na vrtulovém hřídeli, momenty na hřídeli, odpor celé soustavy a odpor tělesa bez vrtule. Tyto údaje později umožní stanovit efektivní tah. To je tah, který umožňuje provádět výpočty bez uvažování vzájemné interakce zkoušené vrtule a zkušební konstrukce. Efektivní tah je tedy možné řešit jako [1]

$$T_e = T - (D_{tun_2} - T - D_{tun_0}) = 2 \cdot T - (D_{tun_2} - D_{tun_0}), \quad (1)$$

kde jsou veličiny

- T .. tah [N]
- T_e .. efektivní tah [N]
- D_{tun_0} .. odpor měřícího tělesa [N]
- D_{tun_2} .. odpor celé soustavy [N]

Dále je možné vyjádřit naměřený výkon na hřídeli jako [1]

$$P_{hr} = F_{tun} \cdot l_{ram} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_v, \quad (2)$$

kde jsou veličiny

- F_{tun} .. síla generující moment [N]
- l_{ram} .. délka ramena vah [m]
- n_v .. otáčky vrtule [s^{-1}]

a poté lze vyřešit efektivní účinnost [1]

$$\eta_e = \frac{T_e \cdot v}{P_{hr}}, \quad (3)$$

kde jsou veličiny

- η_e .. efektivní účinnost [-]
- v .. rychlost nabíhajícího proudu [m/s]

Toto měření aerodynamickými vahami pochází z historie, nicméně i dnes si najde své uplatnění, díky převodu na digitální signál a následnému odečítání z přístroje, nikoliv přímému odečtu ze stupnice.

2.2.2. Měření snímači

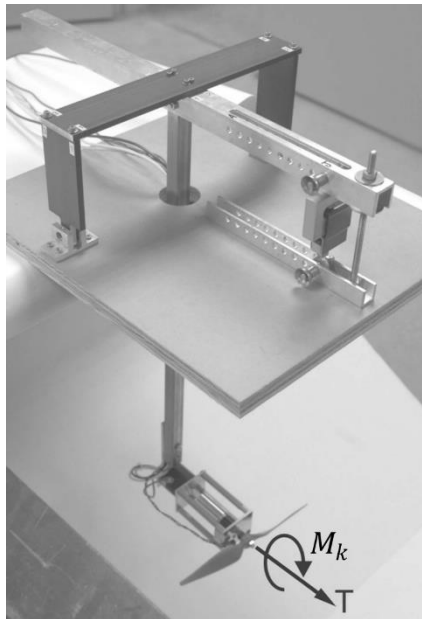
Obdobně jako u měření pomocí aerodynamických vah je možné do aerodynamického tunelu umístit rameno, respektive měřící zařízení, s motorem a vrtulí, které je osazeno snímači. Takto může být měřena vrtule o různých průměrech, nicméně je vždy nutné přizpůsobit tomu příslušné snímače. Proto je vhodné používat spíše zmenšené modelové vrtule, aby nebylo nutné aplikovat příliš výkonné a drahé snímače na vysoké hodnoty měřených veličin. [3]



Obrázek č. 3: Měření vrtule v aero tunelu se snímači [3]

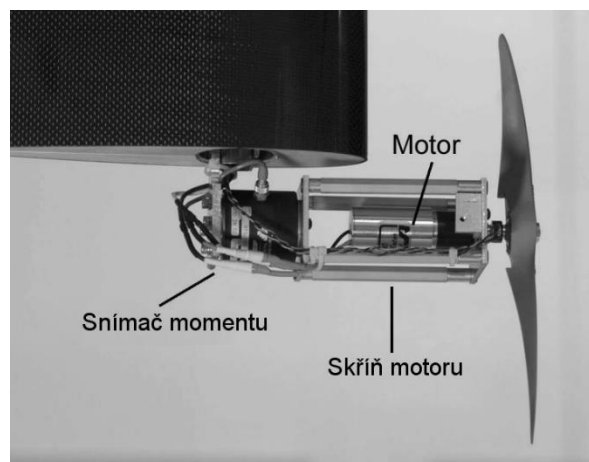
Na obrázku č. 3 je modelový aerodynamický tunel s rozměry 0,853 x 1,219 m a délkou 2,438 m. Po délce se tunel nepatrně rozšiřuje, přibližně o 1,3 cm, aby byl zohledněn nárůst mezní vrstvy podél stěn tunelu. Měřené vrtule potom byly v rozsahu 9 až 11 palců, tedy přibližně 230 až 280 mm. Tunel byl schopen generovat rychlost nabíhajícího proudu až do 71,5 m/s pomocí pětilistého ventilátoru s pohonem elektromotorem o výkonu 93 kW. Sání tunelu je osazeno hustou voštinou s protiturbulentními sítí, aby byla zajištěna rovnoměrnost proudu. Potom, v případě tunelu na obrázku č. 3 byla naměřena turbulence v prázdném tunelu menší než 0,1 %. [3]

Pro měření tahu vrtule je možné využít rameno, na kterém je motor s vrtulí zavěšen. Potom, lze sílu generovanou tahem měřit vně tunelu, za předpokladu, že rameno je kyvně uloženo na ohybových čepech. Ohybové čepy je vhodné použít, oproti konvenčním ložiskům, pro minimalizaci ztrát třením, protože lze říci, že se jedná o ložiska bez tření. Dále pro minimalizaci dopadu ramene na proudění v tunelu je možné použít kapotáž celé sestavy. Samotný tah je měřen tenzometrickým siloměrem typu S, na který působí síla od kyvného ramene. Je vhodné v tomto případě zajistit více možných poloh pro umístění siloměru, aby bylo možné měnit vyvažovací rameno vně tunelu a bylo vždy zajištěno využití celého rozsahu siloměru. Neboť snímače tohoto typu dosahují nejvyšší přesnosti právě v horní části svého měřícího rozsahu. [3]



Obrázek č. 4: Měření tahu siloměrem v aero tunelu [3]

Jak je možné vidět na obrázku č. 4, tak je realizováno i měření kroutícího momentu vrtule. Ten je měřen pomocí snímačů reakčního kroutícího momentu. Ty jsou umístěny mezi motorem a zkušebním ramenem. Jedná se o dva snímače síly, které jsou vhodně umístěny a kalibrovány, aby byly schopny měřit požadovaný kroutící moment. [3]



Obrázek č. 5: Měření momentu snímači v aero tunelu [3]

Měření otáček vrtule bylo realizováno pomocí snímače na principu světelné závory. Požadavkem bylo měřit do 7000 ot/min. Byl nastaven pevný časový interval na 0,75 s pro vyhodnocení počtu otáček, s tím, že obvod disponoval odezvou 5 μ s. Snímač byl umístěn od odrazného povrchu za vrtulí přibližně 13 mm. [3]

K měření rychlosti volného proudu je možné použít pitotovu trubici, která je připojena na převodník rozdílu tlaku, převodník absolutního rozdílu tlaku a termočlánek. Dynamický tlak je měřen pitotovo trubicí a atmosférický tlak je snímán vně tunelu. Termočlánek je využitý k měření teploty vzduchu na vstupu do tunelu. Pitotovu trubici je nutné vhodně umístit, proto v tomto případě byla přibližně 130 mm nad spodní stěnou tunelu a přibližně 640 mm před vrtulí ve středové rovině tunelu. [3]

Takto naměřená data je nutné dále zpracovat, aby bylo možné vyhodnotit výsledky. Je zřejmé, že výstupem snímačů je napětí či proud, který je nutné převést na požadované veličiny. Přímou z naměřených dat je potom možné počítat výkon vrtule, hustotu vzduchu a rychlost nabíhajícího proudu jako [3]

$$P_v = 2 \cdot \pi \cdot n_v \cdot M_k, \quad (4)$$

$$\rho_{vzd} = \frac{p_{atm}}{r_{vzd} \cdot T_{vzd}}, \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q}{\rho_{vzd}}}, \quad (6)$$

kde jsou veličiny [3]

P_v	.. výkon na vrtuli [W]
M_k	.. kroutící moment vrtule [Nm]
ρ_{vzd}	.. hustota vzduchu [kg/m ³]
p_{atm}	.. atmosférický tlak [Pa]
r_{vzd}	.. specifická plynová konstanta [J/kgK]
T_{vzd}	.. teplota vzduchu [K]
q	.. dynamický tlak vzduchu [Pa]

Takto naměřená data přímo neříkají nic o charakteristikách vrtule. Proto je nutné dále vypočítat rychlostní součinitel, součinitel tahu a výkonu a účinnost měřené vrtule [3]

$$\lambda = \frac{v}{n_v \cdot D_v}, \quad (7)$$

$$C_T = \frac{T}{\rho_{vzd} \cdot n_v^2 \cdot D_v^4}, \quad (8)$$

$$C_P = \frac{P_v}{\rho_{vzd} \cdot n_v^3 \cdot D_v^5}, \quad (9)$$

$$\eta = \lambda \cdot \frac{C_T}{C_P}, \quad (10)$$

kde jsou veličiny [3]

λ	.. rychlostní součinitel [-]
D_v	.. průměr vrtule [m]
C_T	.. součinitel tahu [-]
C_P	.. součinitel výkonu [-]
η	.. účinnost vrtule [-]

Tento typ měření a vyhodnocení je relativně snadný a v dnešní době používaný na zjišťování charakteristik vrtulí. Vyžaduje malé množství snímačů, tedy i investic, a lze jej jednoduše sestavit.

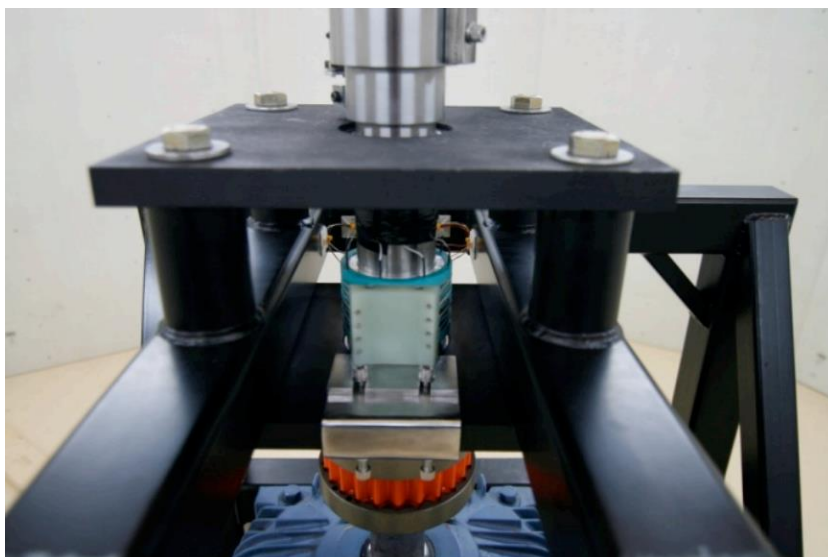
2.3. Zkouška na rotorové věži

Rotory pro vrtulníky se obvykle měří odlišně od vrtulí. Používají se měřicí věže, tedy rotor je umístěn s osou rotace kolmo k zemi, jak je zvyklostí u vrtulníku ve visu. Věž je možné realizovat v reálné velikosti nebo lze použít zmenšené modelové zařízení, na které se zaměří tato kapitola.



Obrázek č. 6: Rotorová věž [4]

Na obrázku č. 6 je možné vidět modelovou rotorovou věž, která je umístěna v komoře o průměru 4,57 m. Z tohoto rozměru plyne, že by bylo vhodné takto měřit rotory do průměru přibližně 2,3 m. Zařízení je poháněno elektromotorem o výkonu 45 kW s maximálními otáčkami 1800 ot/min. Pro redukci vibrací od motoru je hřídel poháněna přímo přes pružnou spojku a sestava je naladěna tak, aby vlastní frekvence nejnižšího režimu byla nad nominálními otáčkami 1550 ot/min. To zajistí možnost nepřetržitého měření z hlediska problematiky s frekvencemi. Síla od rotoru je v tomto případě měřena tenzometry se sběracím kroužkem s pomocí bezdrátového telemetrického systému v náboji rotoru, jak je možné vidět na obrázku č. 7, kde je též možné vidět pružnou spojku mezi motorem a hřídelí. [4]



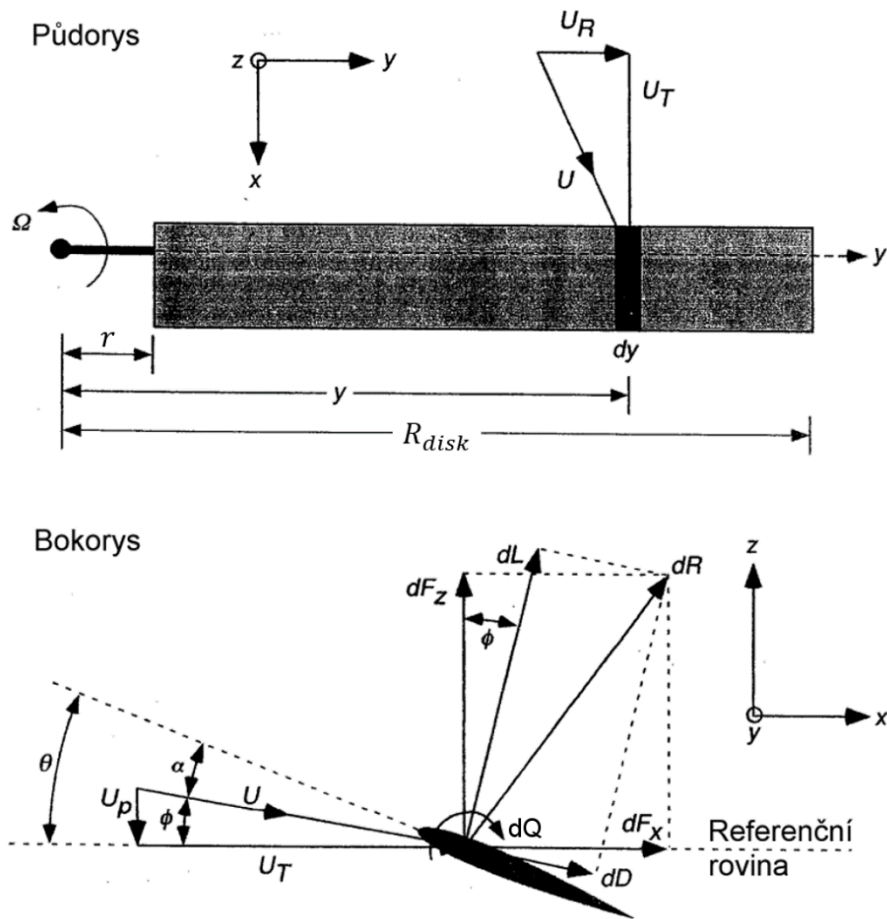
Obrázek č. 7: Sběrací kroužek na rotorové věži [4]

3. Metody výpočtu

Výpočetní metody umožňují stanovit charakteristické součinitele, zatížení a jiné typické ukazatele pro určení výkonu rotoru, popřípadě pro jejich porovnání. Některé slouží pro přibližné řešení problematiky, jiné jsou značně přesnější. Tyto jednodušší metody jsou založené na teorii izolovaného elementu listu rotoru. Tato teorie umožňuje určit rozložení zatížení na rotorovém disku. Je založena na předpokladu, že aerodynamický profil listu produkuje aerodynamické síly, respektive momenty. Tento předpoklad se týká pouze dvoudimenzionálního řešení, které může být do trojdimenzionálního rozšířeno, pokud jsou uvažovány například ztráty na špičce. [5]

V těchto jednodušších metodách se vždy předpokládá integrace sil po listu rotoru. Tato integrační analýza jednotlivých prvků listu a jejich sjednocení umožní přímé výsledné stanovení výkonnosti rotoru. Takto lze komplexně navrhovat rotorový disk, jeho parametry, ale i samotný aerodynamický profil. [6]

Pro náhled do metod výpočtu je nutné zavést zobrazení rychlostí, sil, úhlů a rozměrů na listu, respektive jeho prvku. [5]



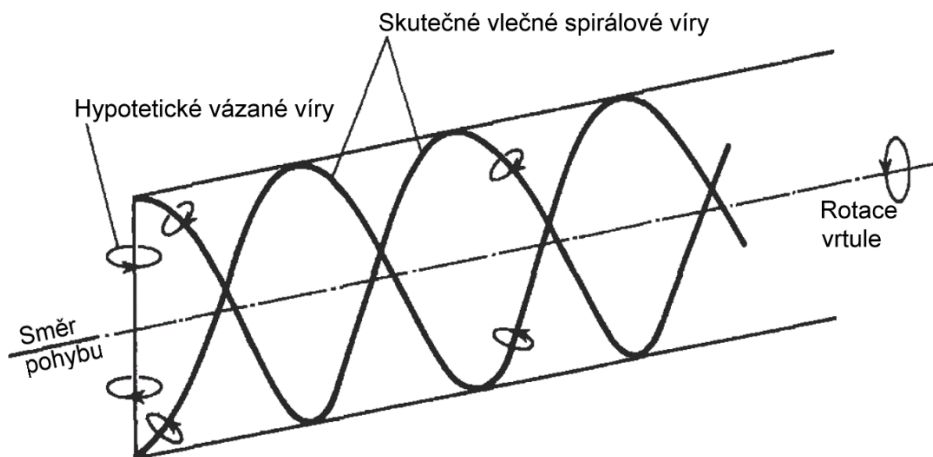
Obrázek č. 8: Zobrazení veličin na listu rotoru [5]

kde jsou veličiny

- U .. výsledná rychlost nabíhajícího proudu [m/s]
- U_R .. radiální složka rychlosti [m/s]
- U_T .. tangenciální složka rychlosti [m/s]
- U_P .. osová složka rychlosti [m/s]
- α .. úhel náběhu proudu [°]
- ϕ .. úhel indukované rychlosti [°]
- θ .. úhel nastavení profilu [°]
- F_x .. síla v tečném směru [N]
- F_z .. síla v osovém směru [N]
- L .. vztlačková síla [N]
- D .. odporová síla [N]
- R .. výsledná aerodynamická síla na profil [N]
- Q .. kroutící moment [Nm]

Obrázek č. 8 představuje přehled složek působících na list. První, čím je možné se zabývat jsou rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu. Výslednou rychlost „ U “ je možné rozložit do složek. Její radiální složka „ U_R “ je pro výpočet vztlaku obvykle zanedbávána, jelikož primárně ovlivňuje odpor listu rotoru při dopředném letu. Další složky rychlosti již přímo ovlivní vztlak profilu a spolu s měřeným úhlem náběhu „ ϕ “ definují výsledné síly na profilu. [5]

Dále spolu s těmito metodami, respektive přestavenou základní teorií, je možné hovořit o vírovém systému rotoru (vrtule). Vzhledem k tomu, že rotorový list je profilován obdobně, jako vztlakové křídlo, tak je možné jej nahradit hypotetickým vázaným vírem. Rovněž lze říci, že špička každého listu generuje koncový vír, což souvisí s předcházející zmínkou o ztrátách na špičce při rozšíření úvahy na trojdimenzionální proudění. Pokud je uvažován dvoulistý rotor, potom svými špičkami při rotaci vykresluje šroubovici, buďto při pohybu rotoru, respektive v tomto případě pro lepší představu vrtule, a při statickém okolním vzduchu nebo při statickém stavu rotoru a uvažovaném pohyblivém okolním vzduchu. Proto takový dvoulistý rotor je možné nahradit vířivým systémem ve tvaru šroubovice, jak je možné vidět na obrázku č. 9. [6]



Obrázek č. 9: Zjednodušený vírový systém pro dvoulistou vrtuli [6]

V souvislosti s obrázkem č. 9 je možné podotknout, že se jedná o rotační interferenci systému. Ta vychází z toho, že se proud vzduchu za vrtulí otáčí kolem osy vrtule ve stejném smyslu, jako je rotace vrtule. To je z části generováno cirkulací kolem listů, tedy hypotetickými vázanými víry. Zbytek je způsoben indukci od koncovým spirálových vírů. [6]

Na vrtuli je možné pracovat se třemi rovinami disku vrtule. První rovina je umístěna bezprostředně před vrtulí, druhá je v rovině listů a třetí za vrtulí. Před vrtulí je úhlová rychlost proudění nulová. To znamená, že se účinky vázaného a koncového víru vzájemně vyruší. V rovině na úrovni listů je úhlová rychlost zcela vytvořena koncovými spirálovými víry, protože hypotetické vázané víry nemohou ovlivňovat úhlovou rychlost ve své vlastní rovině. V poslední rovině, bezprostředně za listy vrtule, je úhlová rychlost generována vázanými víry rovna velikosti, jako v první rovině, nicméně je opačného smyslu. Potom jsou účinky koncových spirálových a vázaných vírů aditivní. Snadno to lze vysvětlit na pár vzorcích. Necht' úhlová rychlost vrtulového listu je „ Ω “, úhlová rychlost proudu v rovině listu je „ $b\Omega$ “ a úhlová rychlost indukovaná vázanými víry v rovinách před i za diskem je „ $\pm\beta$ “. Ještě předpokládejme, že roviny před a za diskem jsou ve stejné vzdálenosti od střední roviny a vzdálenosti mezi

rovinami jsou velmi malé, aby účinek koncových vírů byl v rovinách konstantní. Potom pro rovinu před listy platí

$$(b - \beta) \cdot \Omega = 0, \quad (11)$$

z čehož plyne, že $b = \beta$. V rovině za listy, pokud „ ω “ je úhlová rychlost proudu, potom

$$\omega = (b + \beta) \cdot \Omega = 2 \cdot b\Omega \quad (12)$$

a z toho plyne, že úhlová rychlost víru za vrtulí je dvojnásobkem úhlové rychlosti v rovině vrtule. [6]

V následujících částech bude tento úvod dále rozvinut do příslušných výpočtových metod, které jsou založeny na představené teorii. Pracují se základními prvky a silami na listu, nicméně mohou zohledňovat i představené vírové pole. Nejprve bude proveden náhled na jednodušší analýzu elementu vrtule a poté na hybnostní teorii elementu listu, která je založena na obecné hybnostní charakteristice.

3.1. Analýza elementu rotoru ve visu a dopředném letu

V rámci této části bude nahlédnuto primárně na element vrtule ve visu, avšak zohlední i dopředný let s rotorem, horizontálně situovanou vrtulí. Při úvaze, že výslednice lokální rychlosti proudu ve vzdálenosti „ y “ od osy otáčení má složku nabíhající rychlosti $U_p = V_s + v_i$, jako součet stoupací a indukované rychlosti a tangenciální složku $U_T = \Omega y$ (viz Obrázek č. 8), potom je výsledná rychlost [5]

$$U = \sqrt{U_T^2 + U_p^2}. \quad (13)$$

Relativní úhel náběhu, respektive indukovaný úhel náběhu na element při předpokladu malých úhlů bude [5]

$$\phi = \tan^{-1} \frac{U_p}{U_T} \approx \frac{U_p}{U_T}. \quad (14)$$

Poté, pokud uvažujeme „ θ “ jako úhel nastavení profilu, potom efektivní úhel náběhu bude [5]

$$\alpha = \theta - \phi = \theta - \frac{U_p}{U_T}. \quad (15)$$

Výsledný vztlak elementu na jednotku rozpětí bude [5]

$$dL = \frac{1}{2} \cdot \rho_{vzd} \cdot C_L \cdot c_{profil} \cdot U^2 \cdot dy, \quad (16)$$

kde jsou veličiny

C_L .. součinitel vztlaku profilu [-]

c_{profil} .. tětiva profilu [m]

Výsledný odpor elementu na jednotku rozpětí bude [5]

$$dD = \frac{1}{2} \cdot \rho_{vzd} \cdot C_D \cdot c_{profil} \cdot U^2 \cdot dy, \quad (17)$$

kde je veličina

C_D .. součinitel odporu profilu [-]

Vztlak i odpor profilu jsou síly, které jsou kolmé, respektive rovnoběžné, s nabíhajícím proudem vzduchu. S ohledem na obrázek č. 8 je možné řešit i síly kolmé, respektive rovnoběžné, na samotný rotor, to znamená vzhledem k jeho ose otáčení. Pak síla ve směru osy rotace bude z goniometrie [5]

$$dF_z = dL \cdot \cos \phi - dD \cdot \sin \phi \quad (18)$$

a síla kolmá na osu otáčení bude [5]

$$dF_x = dL \cdot \sin \phi + dD \cdot \cos \phi. \quad (19)$$

Při zohlednění počtu listů „ N_{list} “ rotoru a představených sil působících na profil, je možné zapisovat další veličiny rotoru, jako tah [5]

$$dT = N_{list} \cdot dF_z, \quad (20)$$

dále moment [5]

$$dQ = N_{list} \cdot dF_x \cdot y \quad (21)$$

a výkon [5]

$$dP = N_{list} \cdot dF_x \cdot \Omega y, \quad (22)$$

kde je

P .. výkon [W]

Do těchto rovnic pro jednotlivé výkonové členy je možné dosadit silové rovnice, čímž získáme [5]

$$dT = N_{list} \cdot (dL \cdot \cos \phi - dD \cdot \sin \phi), \quad (23)$$

$$dQ = N_{list} \cdot (dL \cdot \sin \phi + dD \cdot \cos \phi) \cdot y, \quad (24)$$

$$dP = N_{list} \cdot (dL \cdot \sin \phi + dD \cdot \cos \phi) \cdot \Omega y. \quad (25)$$

Pro rotor ve visu se mohou rovnice značně zjednodušit, protože lze uvažovat, že [5]

- Rychlost U_p je značně menší než tangenciální rychlost U_T , potom $U = \sqrt{U_T^2 + U_p^2} \approx U_T$, což platí kromě kořene rotoru
- Indukovaný úhel ϕ je velmi malý, tedy $\sin \phi = \phi$ a $\cos \phi = 1$
- Odpor je minimálně o jeden řád menší než vztlak, takže výsledné ovlivnění výpočtu součinem $dD \cdot \sin \phi$ je zanedbatelné

Zohledněním těchto předpokladů v rozšířených rovnicích získáme [5]

$$dT = N_{list} \cdot dL, \quad (26)$$

$$dQ = N_{list} \cdot (dL \cdot \phi + dD) \cdot y, \quad (27)$$

$$dP = N_{list} \cdot (dL \cdot \phi + dD) \cdot \Omega y. \quad (28)$$

S aerodynamickými silami na rotoru souvisí dále ještě jejich součinitele. Pro stanovení a zpřehlednění jejich řešení je nutné zavést součinitel plnosti rotoru „ σ “. Pro rotor se jeho hodnoty pohybují obvykle mezi 0,05 až 0,12 a jedná se o poměr plochy rotoru ku ploše rotorového disku. Pokud se zjednoduší listy rotoru na obdélníkový průřez, potom [5]

$$\sigma = \frac{A_{rot}}{A_{disk}} = \frac{N_{list} \cdot c_{profil} \cdot R_{disk}}{\pi \cdot R_{disk}^2} = \frac{N_{list} \cdot c_{profil}}{\pi \cdot R_{disk}}. \quad (29)$$

Dále je možné zavést [5]

$$r = \frac{y}{R_{disk}}, \quad (30)$$

$$\frac{U}{\Omega \cdot R_{disk}} = \frac{\Omega \cdot y}{\Omega \cdot R_{disk}} = \frac{y}{R_{disk}} = r. \quad (31)$$

Pro následující podkapitulu „3.1.2 Přibližné vyjádření tahu“ lze ještě z těchto vzorců vyvodit bezrozměrný rychlostní součinitel [5]

$$\lambda = \frac{V_s + v_i}{\Omega \cdot R_{disk}} = \frac{V_s + v_i}{\Omega \cdot y} \cdot \left(\frac{\Omega \cdot y}{\Omega \cdot R_{disk}} \right) = \frac{U_p}{U_T} \cdot \frac{y}{R_{disk}} = \phi \cdot r. \quad (32)$$

Nyní je možné vyjádřit přírůstek součinitele tahu jako [5]

$$\begin{aligned}
 dC_T &= \frac{N_{list} \cdot dL}{\rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk}^2)} = \\
 &= \frac{N_{list} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho_{vzd} \cdot C_L \cdot c_{profil} \cdot U^2 \cdot dy\right)}{\rho_{vzd} \cdot \pi \cdot R_{disk}^2 \cdot (\Omega \cdot R_{disk}^2)} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N_{list} \cdot c_{profil}}{\pi \cdot R_{disk}}\right) \cdot C_L \cdot \left(\frac{y}{R_{disk}}\right)^2 \cdot d\left(\frac{y}{R_{disk}}\right) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N_{list} \cdot c_{profil}}{\pi \cdot R_{disk}}\right) \cdot C_L \cdot r^2 \cdot dr = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L \cdot r^2 \cdot dr .
 \end{aligned} \tag{33}$$

Obdobně lze vyjádřit i momentový součinitel, který pro rotor přibližně odpovídá výkonovému součiniteli [5]

$$\begin{aligned}
 dC_Q \equiv dC_P &= \frac{dQ}{\rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk}^2) \cdot R_{disk}} = \\
 &= \frac{N_{list} \cdot (dL \cdot \phi + dD) \cdot y}{\rho_{vzd} \cdot \pi \cdot R_{disk}^2 \cdot (\Omega \cdot R_{disk}^2) \cdot R_{disk}} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N_{list} \cdot c_{profil}}{\pi \cdot R_{disk}}\right) \cdot (C_L \cdot \phi + C_D) \cdot r^3 \cdot dr = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot (C_L \cdot \phi + C_D) \cdot r^3 \cdot dr .
 \end{aligned} \tag{34}$$

3.1.1. Tah a výkon rotoru

Pro vyjádření představených součinitelů tahu a výkonu, respektive momentu, je nutné příslušné rovnice integrovat po délce listu, to znamená od kořene po špičku. Avšak pro zjednodušení bude prováděna integrace na intervalu [0;1], protože středovou část listu, která neregeneruje žádný tah je možné zanedbat. Důvodem je, že tato část nespotřebovává ve visu téměř žádný výkon, a proto tato chyba ovlivní výsledek pouze nepatrně. Tato úvaha bude využívána i u dalších integrací podobného typu. Při uvažování obdélníkové lopatky lze získat tahový součinitel [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \int_0^1 C_L \cdot r^2 \cdot dr . \tag{35}$$

Obdobně lze získat i výkonový součinitel [5]

$$C_Q \equiv C_P = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \int_0^1 (C_L \cdot \phi + C_D) \cdot r^3 \cdot dr =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \int_0^1 (C_L \cdot \lambda \cdot r^2 + C_D \cdot r^3) \cdot dr . \quad (36)$$

3.1.2. Přibližné vyjádření tahu

S ohledem na ustálenou a lineární aerodynamiku lze místní koeficient vztlaku na listu rotoru zapsat jako [5]

$$C_L = C_L^\alpha \cdot (\alpha - \alpha_0) = C_L^\alpha \cdot (\theta - \alpha_0 - \phi) , \quad (37)$$

kde jsou veličiny

C_L^α .. sklon vztlakové čáry [1/°], [1/rad]

α_0 .. úhel nulového vztlaku [°]

Je známo, že v nestlačitelném proudění, respektive nízkorychlostní aerodynamice, na profilu malé tloušťky je hodnota sklonu vztlakové křivky C_L^α blízká 2π radiánu. Tato hodnota je brána jako konstantní po celé délce listu, i přes to, že reálný průběh bude záviset na lokálním Machově a Reynoldsovo čísle. Je možné tedy dosadit do rovnice (38) za koeficient vztlaku C_L , kde úhel nulového vztlaku α_0 lze vložit do úhlu θ , pak získáme [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \int_0^1 C_L \cdot r^2 \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 (\theta - \phi) \cdot r^2 \cdot dr . \quad (38)$$

Dále lze ještě použít úvahu rovnice (32), $\phi = \lambda/r_{rot}$, a výsledný obecný součinitel tahu zapsat jako [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr . \quad (39)$$

3.1.2.1. Rovnoměrné proudění a nezkroucené listy

Pro nezkroucené listy platí, že úhel nastavení profilu $\theta = \theta_0 = \text{konst}$ a pro rovnoměrné rozdělení rychlosti náběhu $\lambda = \text{konst}$. Potom lze integrovat součinitel tahu po délce lopatky a získat [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_0 \cdot r^3}{3} - \frac{\lambda \cdot r^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_0}{3} - \frac{\lambda}{2} \right] , \quad (40)$$

kde je

θ_0 .. úhel nastavení profilu pro nezkroucené listy [°]

Pro další úpravu výsledné rovnice je třeba zavést další souvislosti, jako je výpočet indukované rychlosti na profilu [5]

$$v_i = \sqrt{\frac{T_{rot}}{2 \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk}}} \quad (41)$$

Stejně tak je možné zapsat indukovanou rychlost na profilu pro statický rotor pomocí rychlostního součinitele jako [5]

$$v_i = \lambda_s \cdot \Omega \cdot R_{disk} \quad (42)$$

kde je

λ_s .. rychlostní součinitel statického rotoru [-]

Součinitel tahu je pro rotor ve visu formálně definován [5]

$$C_T = \frac{T}{\rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot v_{šp}^2} = \frac{T}{\rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2} \quad (43)$$

kde je

$v_{šp}$.. obvodová rychlost rotoru [m/s]

Poté je možné vyjádřit rychlostní součinitel [5]

$$\begin{aligned} \lambda_s \equiv \lambda_i &= \frac{v_i}{\Omega \cdot R_{disk}} = \frac{1}{\Omega \cdot R_{disk}} \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk}}} = \\ &= \sqrt{\frac{T}{2 \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2}} = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \end{aligned} \quad (44)$$

kde je

λ_i .. indukovaný rychlostní součinitel [-]

Nyní pro přímý vztah mezi koeficientem tahu a nastavením profilu lze použít vztah mezi C_T a λ [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_0}{3} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_T}{2}} \right] \quad (45)$$

Pro přímé řešení úhlu nastavení profilu ze součinitele tahu lze po úpravě použít [5]

$$\theta_0 = \frac{6 \cdot C_T}{\alpha \cdot C_L^\alpha} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_T}{2}}. \quad (46)$$

Tím je získán úhel nastavení listu rotoru potřebný pro generování požadovaného tahu, to se týká první části rovnice a ve druhé části rovnice je člen, který zohledňuje kompenzaci toku vzduchu vznikající od tahu. [5]

3.1.2.2. Rovnoměrné proudění a lineární zkroucené listy

Protože většina rotorových listů jsou z aerodynamických důvodů zkroucené, je potřeba tento fakt zohlednit. Zkroucení přináší značné zlepšení výkonnostních vlastností, nicméně vnáší do výpočetních rovnic nepatrné ztížení. Lineární zkroucení po délce listu lze zapsat jako $\theta(r) = \theta_0 + r \cdot \theta_{zk}$ a po dosazení [5]

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 [(\theta_0 + r \cdot \theta_{zk}) \cdot r^2 - \lambda \cdot r] \cdot dr = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_0 \cdot r^3}{3} + \frac{\theta_{zk} \cdot r^4}{4} - \frac{\lambda \cdot r^2}{2} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_0}{3} + \frac{\theta_{zk}}{4} - \frac{\lambda}{2} \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

Vzhledem k tomu, že standartně se prezentuje řez listu ve 3/4 poloměru, tak to lze taktéž zohlednit v rovnici, tedy $\theta(r) = \theta_{75} + (r_{rot} - 0,75) \cdot \theta_{zk}$ a poté [5]

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 \{[\theta_{75} + (r - 0,75) \cdot \theta_{zk}] \cdot r^2 - \lambda \cdot r\} \cdot dr = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 (\theta_{75} \cdot r^2 + \theta_{zk} \cdot r^3 - 0,75 \cdot \theta_{zk} \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_{75}}{3} + \frac{\theta_{zk}}{4} - \frac{\theta_{zk}}{4} - \frac{\lambda}{2} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_{75}}{3} - \frac{\lambda}{2} \right], \end{aligned} \quad (48)$$

kde je

θ_{75} .. úhel nastavení profilu ve 3/4 [°]

Tím byla získána rovnice pro vyjádření součinitele vztahu v závislosti na lineárním zkroucení listu. To znamená, že takto lze řešit standartní problémy z praxe, kde je, jak již bylo zmíněno, zvykem listy zkroutit pro jejich vyšší výsledný tah. Stejně tak je možné pozorovat souvislost této výsledné rovnice s rovnicí (48) pro nezkroutené listy. Do té, pokud bude dosažen za úhel θ_0 úhel θ_{75} , tak výsledek bude shodný.

3.1.3. Přibližné vyjádření výkonu / momentu

Po dosazení λ do rovnice (34) z části obecné analýzy elementu je možné získat [5]

$$\begin{aligned} dC_P &= \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot \phi \cdot r^3 \cdot dr + \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_D \cdot r^3 \cdot dr = \\ &= \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot \lambda \cdot r^2 \cdot dr + \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_D \cdot r^3 \cdot dr = dC_{P_i} + dC_{P_0}, \end{aligned} \quad (49)$$

kde jsou veličiny

C_{P_0} .. součinitel profilového odporu listu [-]

C_{P_i} .. součinitel indukovaného výkonu [-]

Lze provést integraci této rovnice po délce lopatky a získat [5]

$$C_P = \int_0^1 \lambda \cdot dC_T + \frac{1}{2} \cdot \int_0^1 \sigma \cdot C_D \cdot r^3 \cdot dr, \quad (50)$$

Uvažujme rovnoměrné proudění a $C_D = C_{D_0} = konst$, poté lze zapsat, že [5]

$$C_P = \lambda \cdot C_T + \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot C_{D_0}, \quad (51)$$

kde je

C_{D_0} .. součinitel odporu při nulovém vztlaku [-]

Dříve byl vysvětlena souvislost mezi rychlostním součinitelem a tahovým součinitelem, pokud je toto aplikováno na rovnici, tak lze získat [5]

$$C_P = \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot C_{D_0}, \quad (52)$$

Takto byla získána rovnice pro vyjádření součinitele výkonu, respektive momentu. Tento součinitel závisí na součiniteli tahu, jehož člen vychází z výsledku momentové teorie a zároveň závisí na součiniteli odporu, který vyjadřuje přidaný výkon, dle teorie izolovaného elementu, pro překonání odporu profilu.

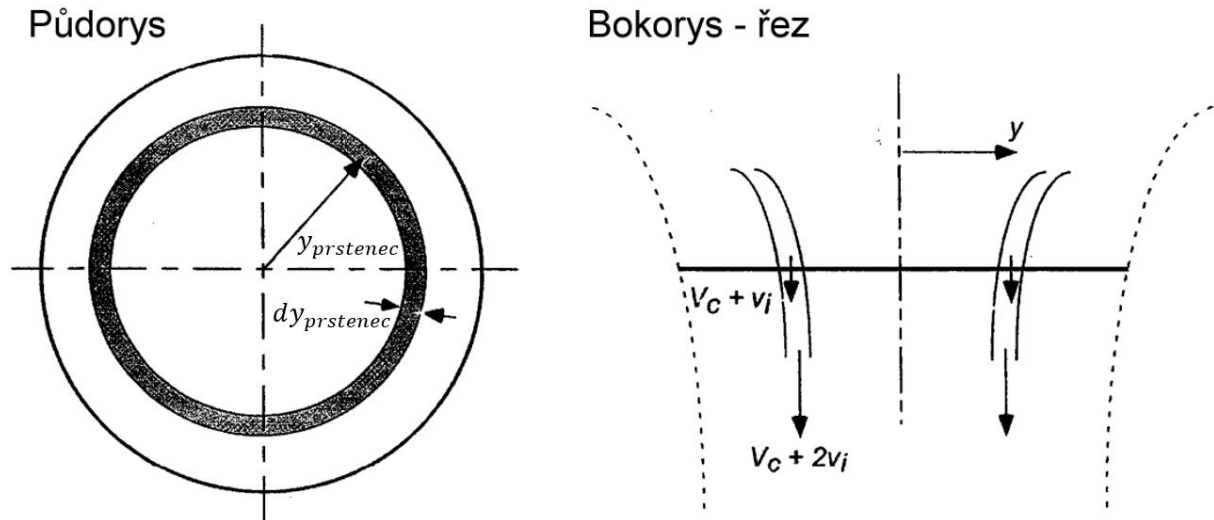
Závěrečné stanovení absolutní hodnoty výkonu vychází z formálního stanovení součinitele výkonu a poté je výkon [5]

$$P = C_P \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot v_{sp}^3 = C_P \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^3. \quad (53)$$

3.2. Hybnostní teorie elementu rotoru

Hybnostní teorie elementu je metoda, která pro svůj výpočet kombinuje základní principy z elementu rotoru a hybnostní teorie. Ve výsledku se jedná o rovnost mezi hybnostní a cirkulační teorií vztlaku. Po zavedení několika předpokladů k tomuto základu, lze vyřešit rozložení proudu na listu rotoru. [5]

Pro jednoduchou ukázkou metody je možné uvažovat aplikaci na tenkém prstenci, což vychází z vrtulové diferenciální teorie. [5]



Obrázek č. 10: Prstenec – hybnostní teorie [5]

Obrázek č. 10 jasně vysvětluje o jaký prstenec se jedná. Jeho poloměr je „ $y_{prstenec}$ “ a šířka „ $dy_{prstenec}$ “. Výslednou plochu prstence je poté možné zapsat jako $dA_{prstenec} = 2 \cdot \pi \cdot y_{prstenec} \cdot dy_{prstenec}$. Přírůstek tahu je na tomto obrázci možno vyjádřit jednoduchou hybnostní teorií a toto přiblížení je relativně přesně, kromě zohlednění ztrát na špičce rotoru. Je tedy možné vyřešit přírůstek tahu prstence jako součin hmotnostního průtoku vzduchu prstencem a dvou indukovaných rychlostí v daném místě. Hmotností průtok vzduchu lze zapsat [5]

$$\begin{aligned} d\dot{m}_{prstenec} &= \rho_{vzd} \cdot dA_{prstenec} \cdot (V_s + v_i) = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \rho_{vzd} \cdot (V_s + v_i) \cdot y_{prstenec} \cdot dy_{prstenec} \cdot \end{aligned} \quad (54)$$

Z toho poté vychází přírůstek tahu [5]

$$\begin{aligned} dT_{prstenec} &= 2 \cdot \rho_{vzd} \cdot (V_s + v_i) \cdot v_i \cdot dA_{prstenec} = \\ &= 4 \cdot \pi \cdot \rho_{vzd} \cdot (V_s + v_i) \cdot v_i \cdot y_{prstenec} \cdot dy_{prstenec} \cdot \end{aligned} \quad (55)$$

Z této rovnice pro přírůstek tahu je možné vyjít pro další úpravy. Je možné vyjádřit přírůstek součinitele tahu, nicméně již využít i bezrozměrné veličiny.

To lze zapsat jako [5]

$$\begin{aligned}
 dC_{T_{prstenec}} &= \frac{dT_{prstenec}}{\rho_{vzd} \cdot (\pi \cdot R_{disk}^2) \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2} = \\
 &= \frac{2 \cdot \rho_{vzd} \cdot (V_s + v_i) \cdot v_i \cdot dA_{prstenec}}{\rho_{vzd} \cdot \pi \cdot R_{disk}^2 \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2} = \\
 &= \frac{2 \cdot \rho_{vzd} \cdot (V_s + v_i) \cdot v_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot y_{prstenec} \cdot dy_{prstenec})}{\rho_{vzd} \cdot \pi \cdot R_{disk}^2 \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2} = \\
 &= 4 \cdot \frac{V_s + v_i}{\Omega \cdot R_{disk}} \cdot \frac{v_i}{\Omega \cdot R_{disk}} \cdot \frac{y}{R_{disk}} \cdot d \frac{y}{R_{disk}} = 4 \cdot \lambda \cdot \lambda_i \cdot r \cdot dr .
 \end{aligned} \tag{56}$$

Potom, pokud se jedná o statický rotor, platí, že $\lambda_i = \lambda$ a lze psát [5]

$$dC_{T_{prstenec}} = 4 \cdot \lambda \cdot \lambda_i \cdot r \cdot dr = 4 \cdot \lambda^2 \cdot r \cdot dr . \tag{57}$$

Z toho lze vyjádřit i přírůstek indukovaného výkonu [5]

$$dC_{P_i} = \lambda \cdot dC_{T_{prstenec}} = 4 \cdot \lambda^3 \cdot r \cdot dr . \tag{58}$$

Oba součinitele lze získat integrací příslušných rovnic. Pro součinitel tahu [5]

$$C_T = \int_0^1 dC_{T_{prstenec}} = 4 \cdot \int_0^1 \lambda^2 \cdot r \cdot dr . \tag{59}$$

Poté pro součinitel výkonu [5]

$$C_{P_i} = \int_0^1 \lambda \cdot dC_{T_{prstenec}} = 4 \cdot \int_0^1 \lambda^3 \cdot r \cdot dr . \tag{60}$$

Tím byly stanoveny součinitele tahu a indukovaného výkonu pro jednoduchý prstenec a je možné tuto jednoduchou teorii používat pro rychlé přiblížení požadovaných hodnot.

3.2.1. Předpokládané radiální rozložení indukované rychlosti na listu rotoru

Z předchozích rovnic lze vyjít pro výpočet rozložení proudu, pokud lze odhadnout jeho rovnoměrnost, respektive nerovnoměrnost. V případě, že lze takto předpovědět proud, poté lze zapsat obecný rychlostní součinitel [5]

$$\lambda(r) = \lambda_{\check{s}p} \cdot r^n \text{ pro } n \geq 0 , \tag{61}$$

kde je

$\lambda_{\check{s}p}$.. rychlostní součinitel na špičce listu [-]

n .. součinitel nerovnoměrnosti proudu [-]

Dosazení do rovnice (59) lze dostat [5]

$$C_T = 4 \cdot \int_0^1 \lambda^2 \cdot r \cdot dr = 4 \cdot \lambda_{\dot{s}p}^2 \cdot \int_0^1 r^{2n+1} \cdot dr = \frac{4 \cdot \lambda_{\dot{s}p}^2}{2 \cdot n + 1} = \frac{2 \cdot \lambda_{\dot{s}p}^2}{n + 1}. \quad (62)$$

Řešením této rovnice je poté možné dostat rychlostní součinitel na špičce vyjádřený pomocí součinitele tahu [5]

$$\lambda_{\dot{s}p} = \sqrt{n + 1} \cdot \sqrt{\frac{C_T}{2}}. \quad (63)$$

Obdobně pro součinitel indukovaného výkonu [5]

$$C_{P_i} = 4 \cdot \int_0^1 \lambda^3 \cdot r \cdot dr = 4 \cdot \lambda_{\dot{s}p}^3 \cdot \int_0^1 r^{3n+1} \cdot dr = \frac{4 \cdot \lambda_{\dot{s}p}^3}{3 \cdot n + 2}. \quad (64)$$

A dosazením rychlostního součinitele na špičce [5]

$$C_{P_i} = \frac{2 \cdot (n + 1)^{3/2} \cdot C_T^{3/2}}{(3 \cdot n + 2) \cdot \sqrt{2}}. \quad (65)$$

Pomocí součinitele indukovaného odporu lze součinitel indukovaného odporu zapsat [5]

$$C_{P_i} = \frac{\kappa \cdot C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}, \quad (66)$$

kde součinitel indukovaného odporu je

$$\kappa = \frac{2 \cdot (n + 1)^{3/2}}{(3 \cdot n + 2)}. \quad (67)$$

Pro $n = 0$ je možné vyřešit, že $\kappa = 1$. To platí pro rovnoměrné proudění a ideální případ. Pokud se zvyšuje „n“, to znamená $n > 1$, poté i $\kappa > 1$. Z toho je možné vidět, že když se stává proud více nerovnoměrných, tak roste i součinitel indukovaného odporu, tedy je předpokládán nárůst ztrát na špičce listu. Nicméně se pro první odhady uvažuje součinitel indukovaného odporu $\kappa = 1,15$. Z toho plyne úvaha drobné nerovnoměrnosti proudu, kdy součinitel $n \doteq 1,1$ a z počátku takto lze pokrýt většinu výkonových ztrát na rotoru. [5]

3.2.2. Rovnice radiálního rozložení

Nyní bude proveden náhled na rovnici, která pracuje s obecným stavem a není třeba provádět odhady proudu, jako tomu bylo v předchozí části. Řešení bude nalezeno rovností mezi cirkulační a hybnostní teorií vztlaku. Lze vyjít z rovnice (33) představené v rozboru elementu rotoru pro přírůstek součinitele tahu [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L \cdot r^2 \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr. \quad (68)$$

Tuto rovnici je možné položit rovnou rovnici (57) pro přírůstek součinitele vztlaku dle hybnostní teorie pro prsteneček a úprava bude provedena pro statický rotor [5]

$$\begin{aligned} 4 \cdot \lambda^2 \cdot r \cdot dr &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr \\ \lambda^2 + \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \lambda - \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \theta \cdot r &= 0. \end{aligned} \quad (69)$$

Po vyjádření řešení naznačené kvadratické rovnice je možné dostat [5]

$$\lambda(r) = \frac{1}{16} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{32}{\sigma \cdot C_L^\alpha} \cdot \theta \cdot r} - 1 \right). \quad (70)$$

Tato výsledná rovnice umožňuje řešit jakýkoliv list, bez ohledu na zkroucení, nastavení či délku tětiny. Takto získaný součinitel rychlosti je poté možné dosadit do některého z představených integrálů a provést výpočet po délce lopatky.

3.2.3. Ideální zkroucení listu

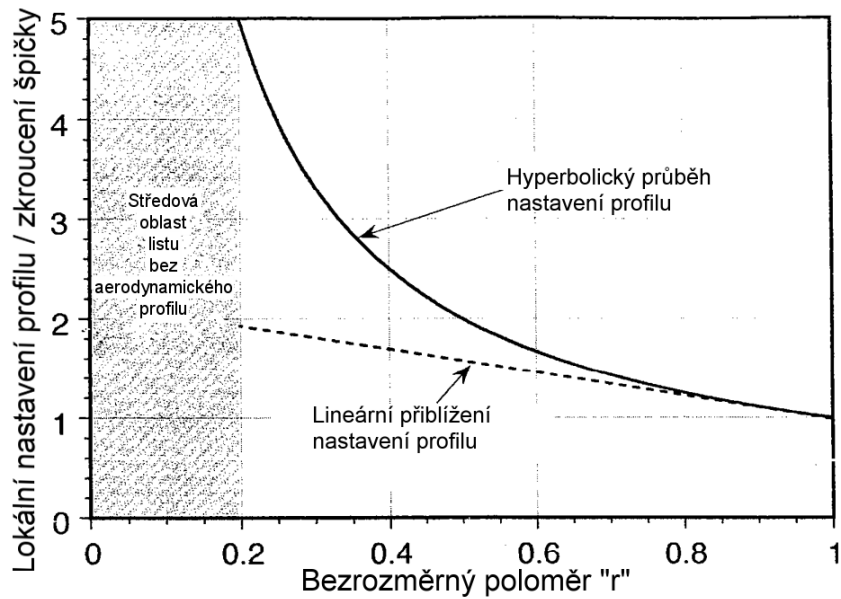
V této části bude stanovena rovnice pro součinitel tahu při ideálním zkroucení listu. Je dáno, že $\theta \cdot r_{rot} = konst$ a poté lze psát, že $\theta \cdot r_{rot} = \theta_{\dot{s}p}$. Z toho plyne [5]

$$\theta(r) = \frac{\theta_{\dot{s}p}}{r}, \quad (71)$$

kde je

$\theta_{\dot{s}p}$.. nastavení profilu na špičce listu [°]

Právě takovéto rozložení nastavení profilu je ideálním zkroucením. Vychází z toho, že rovnoměrné proudění vždy odpovídá minimálnímu indukovanému výkonu rotoru. Avšak takto vznikne hyperbolický průběh nastavení profilu a u kořene lopatky je poté neproveditelný. Proto je možné provést lineární průběh zkroucení, protože to může být blízké hyperbolickému průběhu, jak je možné vidět na obrázku č. 11 [5]



Obrázek č. 11: Grafické zobrazení průběhu nastavení profilu [5]

Většina vrtulí je pro vysoký výkon v praxi značně zkroucena. Nicméně s rotory u vrtulníku je to poněkud obtížnější. Pro statický stav je zkroucení vyhovující, avšak pro dopředný let nikoliv. Proto dochází ke kompromisu, protože vrtulník operuje dlouhodobě ve visu i v letu. Úvahu je možné poté dosadit do rovnice (68) a dostat [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 (\theta_{\dot{s}p} - \lambda) \cdot r \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left(\frac{\theta_{\dot{s}p}}{2} - \frac{\lambda}{2} \right). \quad (72)$$

Obdobně lze vyjít z toho, že $\lambda = r_{rot} \cdot \phi = \phi_{\dot{s}p} = konst$, tedy po dosazení lze získat [5]

$$C_T = \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \phi_{\dot{s}p}) = \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_{\dot{s}p}, \quad (73)$$

kde jsou veličiny

$\alpha_{\dot{s}p}$.. úhel náběhu na špičce listu [°]

$\phi_{\dot{s}p}$.. úhel indukované rychlosti na špičce listu [°]

Pro součinitel rychlosti je možné vyjít z rovnice (70) [5]

$$\lambda(r) = \frac{1}{16} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{32}{\sigma \cdot C_L^\alpha} \cdot \theta_{\dot{s}p} \cdot r} - 1 \right) = konst = \sqrt{\frac{C_T}{2}}. \quad (74)$$

Potom řešením nastavení profilu na špičce je [5]

$$\theta_{\dot{s}p} = 4 \cdot \frac{C_T}{\sigma \cdot C_L^\alpha} + \sqrt{\frac{C_T}{2}}. \quad (75)$$

V této rovnici první člen vyjadřuje nastavení profilu pro generování tahu a druhý člen vyjadřuje přídavné zkroucení pro kompenzaci indukovaného proudění. Dále je možné zapsat přírůstek součinitele tahu jako [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \lambda) \cdot r \cdot dr . \quad (76)$$

Díky konstantnímu součiniteli rychlosti se rozložení tahu na listu mění v poměru k „r“. Další možností, jak rovnici pro přírůstek součinitele tahu zapsat, pomocí úhlu náběhu na špičce, je [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_{\dot{s}p} \cdot r \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_{L_{\dot{s}p}} \cdot r \cdot dr , \quad (77)$$

kde je

$C_{L_{\dot{s}p}}$.. součinitel vztlaku na špičce [-]

Po jednoduché integraci po délce lopatky by bylo možné získat [5]

$$C_T = \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot C_{L_{\dot{s}p}} = \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_{\dot{s}p} . \quad (78)$$

Tímto bylo shrnuto, jak může vypadat ideální zkroucení listu, ke kterému se praxe přibližuje, nicméně ho nedosahuje.

3.2.4. Optimální rotor pro vis

V předchozích částech již bylo naznačeno, že pro dosažení minimálního indukovaného výkonu je vyžadováno rovnoměrné proudění. Je to z toho důvodu, že indukovaný výkon lze označit ztrátovým výkonem, zbytečně vynaloženým na překonávání vírů vznikajících cirkulací kolem listů, jak bylo naznačeno v úvodní části výpočetních metod (3). Proto, aby bylo dosaženo minima ztrátového výkonu je snaha o maximální poměr součinitele vztlaku ku součiniteli odporu C_L/C_D . Pro minimální indukovaný výkon potom platí $\theta = \theta_{\dot{s}p}/r_{rot}$ a uvažujme, že na každém elementu listu je úhel náběhu α_1 , který odpovídá úhlu náběhu při maximálním poměru C_L/C_D . Poté lze zapsat [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \left(\frac{\theta_{\dot{s}p}}{r} - \frac{\lambda}{r} \right) \cdot r^2 \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_1 \cdot r^2 \cdot dr . \quad (79)$$

Obdobně je možné zapsat i pro prstenec [5]

$$dC_T = 4 \cdot \lambda^2 \cdot r \cdot dr . \quad (80)$$

Řešením těchto rovnic lze vyjádřit rychlostní součinitel jako [5]

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_1 \cdot r}{8}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\dot{s}p} \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_1}{8}} , \quad (81)$$

kde je

$\sigma_{\dot{s}p}$.. součinitel plnosti rotoru na špičce [-]

Tento rychlostní součinitel je konstantní po celém rotorovém disku. Uvažujme, že α_1 je stejný pro všechny elementy po délce listu a nezávislý na Reynoldsově a Machově čísle. Potom pro rovnoměrné proudění musí být [5]

$$\sigma \cdot r = \frac{N_{list}}{\pi \cdot R_{disk}} \cdot c_{profil} \cdot r = konst. \quad (82)$$

To vyžaduje, aby průběh tětivy po délce lopatky byl [5]

$$c_{profil}(r) = \frac{c_{profil_{\dot{s}p}}}{r}, \quad (83)$$

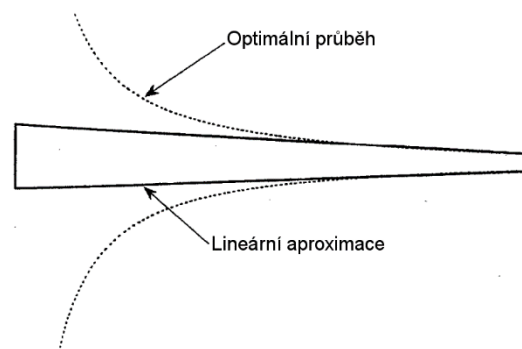
kde je

$c_{profil_{\dot{s}p}}$.. délka tětivy na špičce [m]

a součinitel plnosti rotoru byl [5]

$$\sigma(r) = \frac{\sigma_{\dot{s}p}}{r}, \quad (84)$$

V těchto průbězích dochází ke stejné problematice, jako u ideálního zkroucení listu, průběh je hyperbolický. Protože není možné dosáhnout u kořene nekonečné délky tětivy profilu, je nutné provést lineární aproximaci průběhu. To je možné provést z důvodu, že výsledný poměr C_L/C_D výrazně nepoklesne, při změně místního úhlu náběhu a vždy takovýto průběh bude lepší, nežli pouze obdélníkový list. [5]



Obrázek č. 12: Průběh tětivy profilu po délce listu [5]

Ideální úhel náběhu pro rovnoměrné proudění je možné získat jako [5]

$$\alpha = \left(\theta - \frac{\lambda}{r} \right) = \alpha_1 = konst, \quad (85)$$

respektive [5]

$$\theta(r) = \alpha_1 + \frac{\lambda}{r} = \alpha_1 + \sqrt{\frac{\sigma_{\dot{s}p} \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_1}{8}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (86)$$

V tomto případě je výsledný součinitel tahu rotoru lineárního průběhu a lze součinitel zapsat [5]

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot C_L^\alpha \cdot \int_0^1 \sigma \cdot \alpha_1 \cdot r^2 \cdot dr = \frac{1}{4} \cdot \sigma_{\dot{s}p} \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha_1 \cdot \quad (87)$$

Lze vyjádřit i průběh součinitele plnosti rotoru [5]

$$\sigma(r) = 4 \cdot \frac{C_T}{C_L^\alpha \cdot \alpha_1} \cdot \frac{1}{r} \quad (88)$$

a nastavení profilu [5]

$$\theta(r) = \alpha_1 + \frac{\lambda}{r} = \alpha_1 + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \cdot \frac{1}{r} \quad (89)$$

Takto lze sestavit optimální statický rotor, nicméně ve finále bude záviset primárně na součiniteli tahu. [5]

3.2.5. Vírová teorie

Tato teorie je založena na Kutta-Žukovského teorému a je předpokládáno, že místní vázaná cirkulace na listu je konstantní. Taktéž vychází z lineárního průběhu vztlaku a potom lze psát [5]

$$dL = \rho_{vzd} \cdot \Omega y \cdot \Gamma \cdot dy = \frac{1}{2} \cdot \rho_{vzd} \cdot \Omega y \cdot c_{profil} \cdot C_L \cdot dy, \quad (90)$$

kde je

Γ .. cirkulace [m²/s]

Lze zapsat pomocí cirkulace přírůstek součinitele tahu [5]

$$dC_T = \frac{N_{list} \cdot \rho_{vzd} \cdot \Omega y \cdot \Gamma \cdot dy}{\rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2} = \frac{N_{list} \cdot \Gamma \cdot r \cdot dr}{\Omega \cdot \pi \cdot R_{disk}^2} = \frac{\sigma \cdot C_{L\dot{s}p}}{2} \cdot r \cdot dr \quad (91)$$

a vyjádřit průběh cirkulace po délce lopatky, který ukazuje, že ideální zkroucení listu dá lineární průběh tahu, respektive vztlaku, a konstantní vázanou cirkulaci. Tedy [5]

$$\Gamma(r) = \frac{\sigma \cdot C_{L\dot{s}p} \cdot \Omega \cdot \pi \cdot R_{disk}^2}{2 \cdot N_{list}} = \frac{c_{profil} \cdot R_{disk} \cdot C_{L\dot{s}p} \cdot \Omega}{2} = konst. \quad (92)$$

Pro výsledný přírůstek tahu je možné zapsat [5]

$$dL = \rho_{vzd} \cdot \Omega y \cdot \Gamma \cdot dy \quad (93)$$

a provést integraci po poloměru disku, potom [5]

$$L = \rho_{vzd} \cdot \Omega \cdot \Gamma \cdot \int_0^{R_{disk}} y \cdot dy = \rho_{vzd} \cdot \Omega \cdot \Gamma \cdot \frac{R^2}{2}. \quad (94)$$

Obdobně i součinitel tahu [5]

$$C_T = \frac{N_{list} \cdot \Gamma}{2 \cdot \Omega \cdot (\pi \cdot R_{disk})^2}. \quad (95)$$

Po dosazení součinitele plnosti rotoru do cirkulace lze získat [5]

$$\Gamma = 2 \cdot \Omega \cdot R_{disk} \cdot c_{profil} \cdot \frac{C_T}{\sigma}. \quad (96)$$

A tuto rovnici lze převést na bezrozměrný tvar cirkulace [5]

$$\hat{\Gamma} = \frac{\Gamma}{\Omega \cdot R_{disk} \cdot c_{profil}} = 2 \cdot \frac{C_T}{\sigma}. \quad (97)$$

Tím byla získána výsledná rovnice pro bezrozměrnou cirkulaci. Výsledky jsou stále uvažovány pro ideální statický rotor.

3.2.6. Stanovení výkonu rotoru

Pro reálný rotor není rovnoměrně rozložený rychlostní součinitel, proto musí být součinitel indukovaného výkonu řešen numericky [5]

$$C_{P_i} = \int_0^1 \lambda \cdot dC_T \approx \sum_1^N \lambda_n \cdot \Delta \cdot C_{T_n}. \quad (98)$$

Taktéž je možné na základě zjištěného součinitele vyřešit součinitel indukovaného odporu [5]

$$\kappa = \frac{\sqrt{2} \cdot C_{P_i}}{C_T^{3/2}}. \quad (99)$$

Pro přesnější výpočet je možné navrhnout řešení pro přiblížení součinitele odporu pomocí součinitelů, které lze získat z experimentálního měření, jako [5]

$$C_D = C_{D_0} + d_1 \cdot \alpha + d_2 \cdot \alpha^2, \quad (100)$$

kde je

d .. experimentální odporový součinitel [-]

Obecně lze řešit součinitel výkonu rotoru jako [5]

$$C_{P_0} = \frac{\sigma}{2} \cdot \int_0^1 C_D \cdot r^3 \cdot dr. \quad (101)$$

Do rovnice je možné dosadit předchozí úvahu [5]

$$\begin{aligned} C_{P_0} &= \frac{\sigma}{2} \cdot \int_0^1 C_{D_0} + d_1 \cdot (\theta - \phi) + d_2 \cdot (\theta - \phi)^2 \cdot r^3 \cdot dr = \\ &= \frac{\sigma}{2} \cdot \int_0^1 \left[C_{D_0} + d_1 \cdot \left(\theta - \frac{\lambda}{r} \right) + d_2 \cdot \left(\theta - \frac{\lambda}{r} \right)^2 \right] \cdot r^3 \cdot dr. \end{aligned} \quad (102)$$

Lze provést řešení pro ideální zkroucení listu, $\lambda = \text{konst}$ a $\theta \cdot r = \theta_{sp}$, tedy [5]

$$\begin{aligned} C_{P_0} &= \frac{\sigma}{8} \cdot C_{D_0} + \frac{\sigma}{6} \cdot d_1 \cdot (\theta_{sp} - \lambda) + \frac{\sigma}{4} \cdot d_2 \cdot (\theta_{sp} - \lambda)^2 = \\ &= \frac{\sigma}{8} \cdot C_{D_0} + \frac{2 \cdot d_1}{3 \cdot C_L^\alpha} \cdot C_T + \frac{4 \cdot d_2}{\sigma \cdot C_L^{\alpha^2}} \cdot C_T^2. \end{aligned} \quad (103)$$

Z toho lze získat [5]

$$\theta_{sp} - \lambda = 4 \cdot \frac{C_T}{\sigma \cdot C_L^\alpha}. \quad (104)$$

Takto přesněji získaný součinitel výkonu rotoru téměř vždy vede k přesnějšímu a vyššímu stanovení součinitele tahu.

3.2.7. Prandtlova ztrátová funkce

Prandtlova ztrátová funkce vyjadřuje ztráty na špičce, které souvisí s konečným počtem listů. Metoda je založena na skupině 2-D vírů a předpokládá velký poloměr křivky na konci listu. Samotnou prandtlovu opravnou funkci je možné zapsat jako [5]

$$F = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^{-1}(\exp(-f)), \quad (105)$$

kde je [5]

$$f = \frac{N_{list}}{2} \cdot \frac{1-r}{r \cdot \phi}. \quad (106)$$

Tuto ztrátovou funkci je možné využít pro korekci výsledného součinitele tahu. Pokud se korekce aplikuje, pak lze přírůstek součinitele tahu pro vis zapsat jako [5]

$$dC_T = 4 \cdot F \cdot \lambda^2 \cdot r \cdot dr. \quad (107)$$

Takto vyjádřený přírůstek součinitele tahu je možné položit do rovnosti s rovnicí (68), rovnicí radiální rovnováhy a tím získat [5]

$$\frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha \cdot (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) = 4 \cdot F \cdot \lambda^2 \cdot r. \quad (108)$$

Nyní lze vyjádřit rychlostní součinitel, jako řešení kvadratické rovnice,

$$\lambda(r) = \frac{\sigma \cdot C_L^\alpha}{16 \cdot F} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{32 \cdot F}{\sigma \cdot C_L^\alpha} \cdot \theta \cdot r} - 1 \right). \quad (109)$$

Jelikož „F“ je funkcí „λ“, tak není možné řešit rovnici přímo, je nutné ji iterovat. Nejdříve se předpokládá prandtlovou ztrátovou funkci rovnou jedné a výsledného rychlostní součinitele se dosáhne iterativně. [5]

3.2.8. Korekce vlivu stlačitelnosti

Pro malé obvodové rychlosti není nutné provádět korekci na stlačitelnost. Nicméně většina rotorů či vrtulí se otáčí při otáčkách, kdy je již dosahováno značně vyšších obvodových rychlostí, než pouze $M = 0,3$, kdy je ještě možné stlačitelnost zanedbávat. Proto lze obecně zapsat sklon vztlakové čáry pomocí sklonu naměřeného při $M = 0,1$ jako [5]

$$C_L^\alpha(M) = \frac{C_L^\alpha(M = 0,1)}{\sqrt{1 - M^2}}, \quad (110)$$

kde je

M .. Machovo číslo [-]

Místní Machovo číslo na listu potom bude [5]

$$M(y) = \frac{U_T}{a} = \frac{\Omega y}{a}, \quad (111)$$

kde je

a .. rychlost zvuku [m/s]

Korekci vzhledem k Machovu číslu na špičce listu lze zapsat [5]

$$\frac{1}{\sqrt{1 - M^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Omega}{a}\right)^2 \cdot y^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_{sp}^2 \cdot r^2}}, \quad (112)$$

kde je

M_{sp} .. Machovo číslo na špičce listu [-]

Přírůstek součinitele tahu je pak možné psát jako [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \frac{C_L^\alpha(M = 0,1)}{\sqrt{1 - M_{\dot{s}p}^2 \cdot r^2}} \cdot (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \cdot dr. \quad (113)$$

Při úvaze, že existuje ideálně zkroucený rotor s rovnoměrným rozložením proudu, lze upravit [5]

$$dC_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha(M = 0,1) \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \lambda) \cdot \frac{r}{\sqrt{1 - M_{\dot{s}p}^2 \cdot r^2}} \cdot dr. \quad (115)$$

Výsledný součinitel tahu po integraci je [5]

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha(M = 0,1) \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \lambda) \cdot \int_0^1 \frac{r}{\sqrt{1 - M_{\dot{s}p}^2 \cdot r^2}} \cdot dr = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot C_L^\alpha(M = 0,1) \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \lambda) \cdot \left[\frac{1}{1 + \sqrt{1 - M_{\dot{s}p}^2}} \right] = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot K \cdot C_L^\alpha(M = 0,1) \cdot (\theta_{\dot{s}p} - \lambda). \end{aligned} \quad (116)$$

A součinitel „K“ znamená [5]

$$K = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - M_{\dot{s}p}^2}}. \quad (117)$$

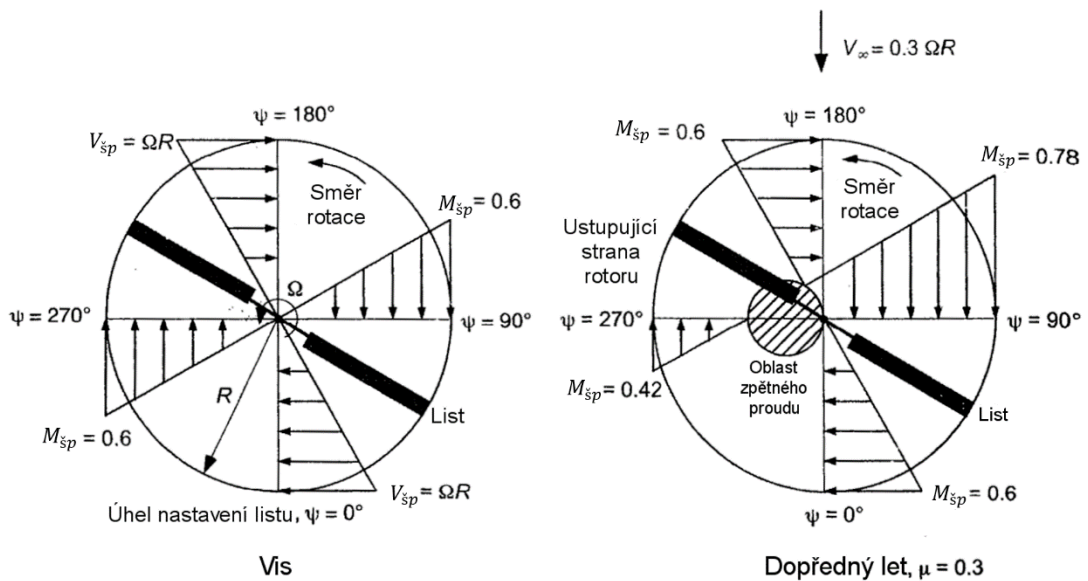
Pokud je Machovo číslo blízké nule, pak K je blízké jedné, což odpovídá nestlačitelnému proudění. Za předpokladu, že průměrný sklon křivky stlačitelného proudění může být použit pro celý rotor, pak [5]

$$C_L^\alpha = \frac{C_L^\alpha(M = 0,1)}{\sqrt{1 - (r_e \cdot M_{\dot{s}p})^2}}, \quad (118)$$

kde je

r_e .. efektivní poloměr [-]

Tímto byly získány korekce na stlačitelné proudění. Avšak primárně jsou podstatné u dynamických rotorů, tedy těch v pohybu. V případě rotoru ve visu mohou být zanedbány, protože mají značně menší efekt. Porovnání těchto dvou případů je možné vidět na obrázku č. 13. [5]



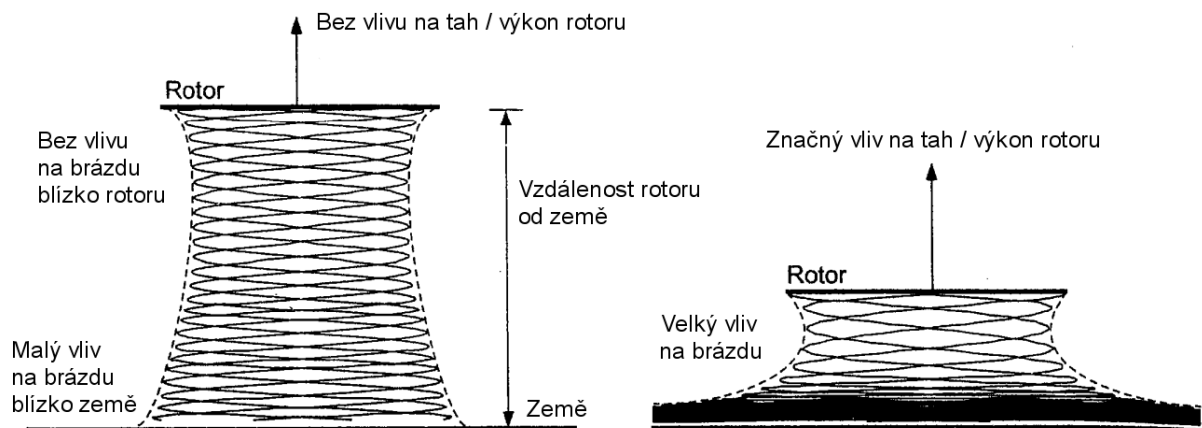
Obrázek č. 13: Porovnání rychlostí na rotoru ve vísu a dopředném letu [5]

3.3. Vliv země

Výkon rotoru může být ovlivněn zemí nebo jakýmkoliv jiným podkladem, či překážkou, které ovlivní proudění vzduchu za (pod) rotorem. [5]

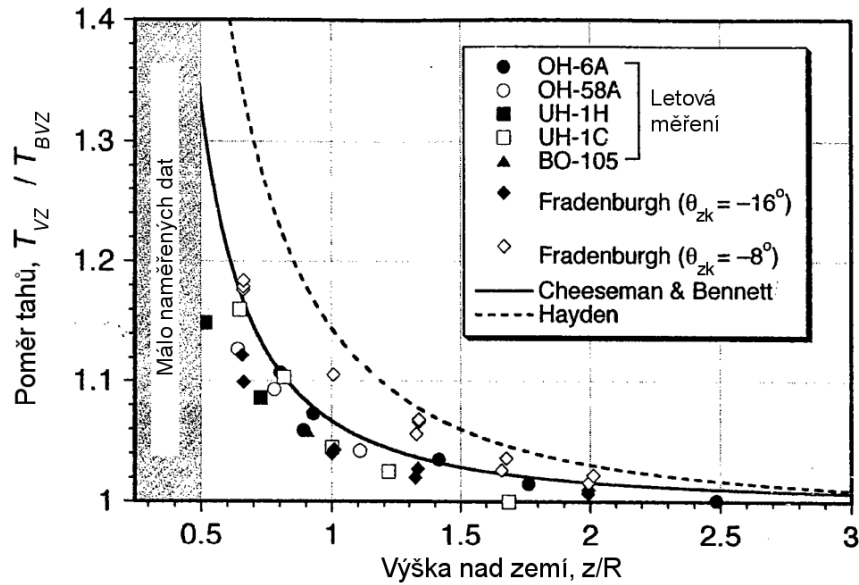
Bez vlivu země

S vlivem země



Obrázek č. 14: Vliv země na rotor [5]

Jak je možné vidět na obrázku č. 14, tak při přiblížení k zemi se má proud pod rotorem tendenci rozvíjet. To je proto, že výsledné proudnice se musí zarovnávat se zemí. Tento efekt je nejsilnější právě při pozici rotoru ve vísu, avšak je zaznamenatelný i při dopředném letu, ovšem s menším účinkem. Na následujícím obrázku je znázorněn graf, který prezentuje naměřená data vlivu země na rotor. Jedná se o závislost poměru tahů na vzdálenosti od země. [5]



Obrázek č. 15: Grafické znázornění vlivu země [5]

Výsledky naměřených dat jsou zřejmé, čím blíže je rotor k zemi, tím vyšší je i tah. Avšak data závisí i na zatížení disku, zkroucení listů a štíhlosti listů. Vliv země je možné vyjádřit i analyticky a to jako [5]

$$\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=\text{konst}} = \frac{1}{1 - \frac{(R_{rot}/4 \cdot z)^2}{1 + (\mu/\lambda_i)^2}}, \quad (119)$$

kde jsou veličiny

- T_{VZ} .. tah s vlivem země [N]
- T_{BVZ} .. tah bez vlivu země [N]
- z .. vzdálenost od země [m]

Rovnice je platná pro $z/R_{rot} \geq 0,5$, proto je nutné zahrnout zatížení listu [5]

$$\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=\text{konst}} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma \cdot C_L^\alpha \cdot \lambda_i \cdot (R_{rot}/4 \cdot z)^2}{4 \cdot C_T \cdot (1 + (\mu/\lambda_i)^2)}}. \quad (120)$$

Avšak poměr C_T/σ má malý vliv a pro rotor ve visu se rovnice značně zjednoduší na [5]

$$\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=\text{konst}} = \frac{1}{1 - (R_{rot}/4 \cdot z)^2}. \quad (121)$$

Alternativně by bylo možné stanovit i vliv země na výkon, avšak primárně je podstatný vliv země na tah.

4. Návrh měřícího zařízení

Pro zjišťování statického tahu vrtule, popřípadě i rotoru, je nutné navrhnout vhodné měřící zařízení. Takové, které je schopno poskytovat data o tahu, otáčkách a kroutícím momentu. Měření těchto dat, je možno realizovat více způsoby. Některé z nich byly zmíněny v části „Metody pro měření statického tahu“, z čehož bude čerpáno pro návrh takového jednoduchého zařízení.

Je zřejmé, že se má jednat o modelové zařízení, to znamená, že omezením je cena součástí. Tedy i výsledná naměřená data, z takového zařízení, nebudou co možná nejpřesnější. Ovšem bude snahou skloubit nízké náklady s odhadovanou přijatelnou přesností.

Úkolem měřícího zařízení bude naměřit tah, otáčky a kroutící moment malé modelové vrtule s průměrem přibližně 10 palců, tedy 254 mm, která by mohla být použita pro letouny s překlopnými rotory. Proto by mělo takové zařízení být schopno naměřit tah v horizontálním směru a po nepatrné úpravě i ve vertikálním směru, kdy může být zjišťován vliv země na výsledný tah. Pro pohon vrtule bude sloužit malý elektromotor.

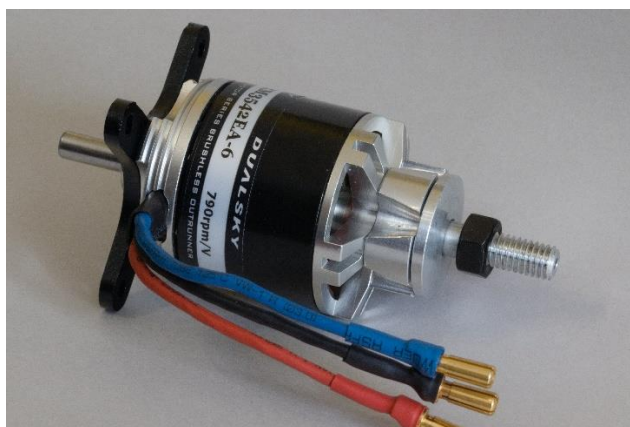
Z důvodu, že má být měřen pouze statický tah, není proto třeba využívat aerodynamického tunelu a měření může probíhat ve volném prostoru. Z toho plyne, že by takové zařízení bude inspirováno představenou rotorovou věží, kde byl tenzometry měřen statický tah a zároveň měření v aerodynamickém tunelu s tenzometrickým siloměrem.

4.1. Elektronické součásti

Zprvu je vhodné zvolit a zajistit vyhovující elektronické součásti, kterými následně bude osazen měřící stojan, aby bylo možné definovat jeho výsledné rozměry a spojovací prvky.

4.1.1. Elektromotor a regulátor

Pro pohon modelových vrtulí bude použitý malý elektromotor, konkrétně Dualsky XM3542EA-6.



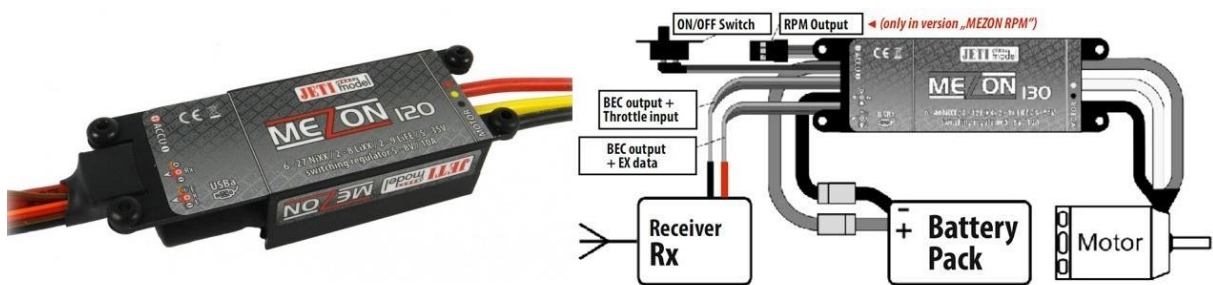
Obrázek č. 16: Elektromotor Dualsky XM3542EA-6

Otáčky / volt [KV]	Průměr [mm]	Délka [mm]	Průměr hřídele [mm]	Proud naprázdno @10 V [A]	Odpor [mΩ]	Špičkový výkon (8 min) [W]
790	34,5	40	5,0	2,1	31	302

Tabulka č. 1: Data elektromotoru Dualsky XM3542EA-6 [7]

Tento motor by dle dat měl bezproblémově dostačovat pro měření malých vrtulí, s průměrem okolo 254 mm.

Regulátor k motoru bude zvolen „Mezon 120“. Ten umožňuje snímání dat, jako otáčky a proud, která budou taktéž měřeny. Jeho napájecí napětí je 6 až 35 V a umožňuje maximální trvalý proud 120 A.



Obrázek č. 17: Regulátor Mezon 120 [10]

4.1.2. Váhový senzor

Pro měření tahu bude použitý nosíkový váhový senzor. Ten umožňuje na jedné straně jej připevnit šroubem k pevné konstrukci a na druhé straně, opět šroubem, připevnit k měřenému prvku. Princip spočívá v tom, že jeho střed je odlehčený, tam by mělo docházet k ohybu nosníku a okolí je osazeno tenzometry v uspořádání do můstku, díky kterým z deformace získáme zatížení senzoru.

Pro konkrétní měření bude použitý váhový senzor s jmenovitým zatížením 3 kg. To je hodnota, která přibližně odpovídá zatížení 30 N. Po nahlédnutí do veřejných naměřených dat vrtulí lze zjistit, že takový rozsah by měl dostačovat pro průměr vrtule do 254 mm s různým stoupáním, nicméně maximálně do 10000 ot/min. Avšak tato hodnota by měla být dostačující, neboť z poskytnutých dat výrobce vrtulí vychází vzorec pro maximální otáčky pro multikoptéry jako [8][9]

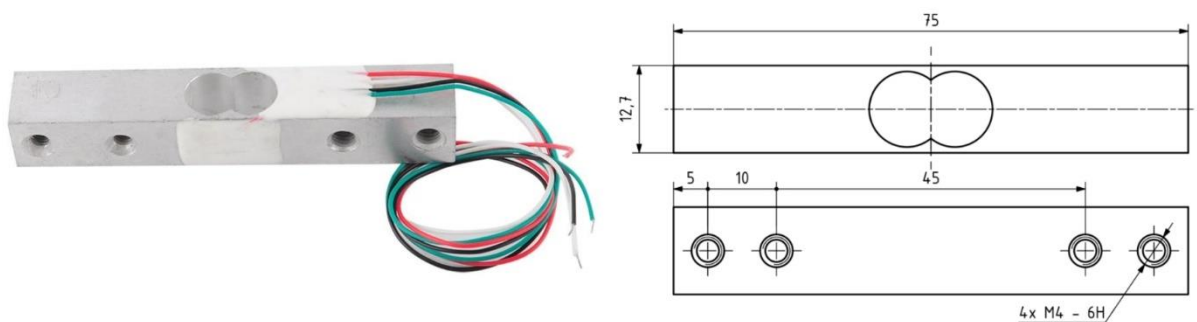
$$n_{max} = \frac{105000}{D_{vp}} = \frac{105000}{10} = 10500 \text{ min}^{-1}, \quad (122)$$

kde jsou veličiny

n_{max} .. maximální otáčky vrtule [min^{-1}]

D_{vp} .. průměr vrtule v palcích [in]

Zvolený váhový senzor – 3 kg je model YZC – 131 s doporučeným stejnosměrným pracovním napětím 5 V. Výstupní napětí je $1,0 \pm 0,15$ mV/V. [11]



Obrázek č. 18: Váhový senzor - 3 kg [11]

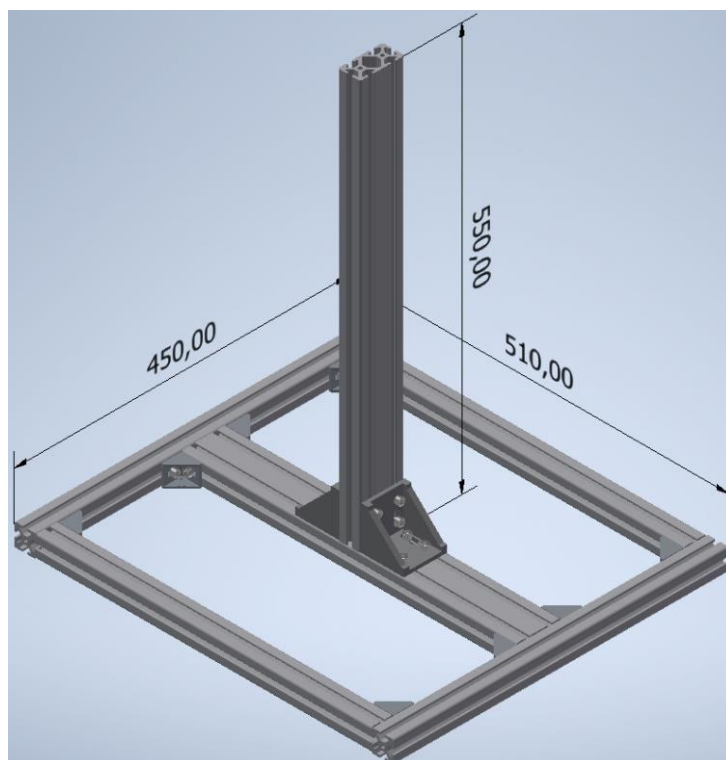
Výstup ze senzoru je v analogové formě, proto bude nutné jej převést do digitální formy a mít možnost z něj data odečítat. K tomu poslouží Arduino Uno, které již obsahuje AD převodník a bude díky němu možné číst data ze senzoru. Stejně tak k němu bude připojen regulátor motoru a bude tak možné získávat data z regulátoru i jej řídit. Deska má 14 digitálních a 6 analogových pinů a USB vstup pro snadné propojení s počítačem. Napájení desky je realizováno napětím 12 V a má dva piny pro napájení připojených zařízení, 3,3 V a 5 V. [12]



Obrázek č. 19: Arduino Uno [12]

4.2. Stojan

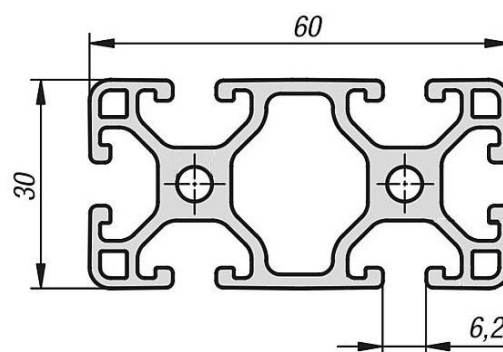
Pro výsledné měřicí zařízení bude použitý již postavený stojan, který je k dispozici a bude upraven pro měření statického tahu. Základem, který lze převzít, je rám z hliníkových profilů, na který je připevněn kolmo další profil, který poslouží k usazení části se senzorem a motorem. Tento, na kolmo usazený profil, je možné následně vhodně využít pro měření vertikálního tahu v různých vzdálenostech od podkladu, respektive země. [13]



Obrázek č. 20: Rám stojanu [13]

Kolmo usazený dvoudrážkový profil bude následně osazen blokem, respektive L profilem, pro upevnění váhového senzoru. K tomu budou využity příslušné šrouby a kameny do drážek, které budou zmíněny konkrétně u připevňovaných prvků.

Během měření je riziko, že stabilita stojanu nebude dostatečná, hlavně v případě měření v horizontálním směru. Proto bude muset být rám buďto zatížen nebo kolmý profil bude přesunutý na jinou pozici vůči vodorovnému rámu, aby bylo dosaženo bezpečné stability.



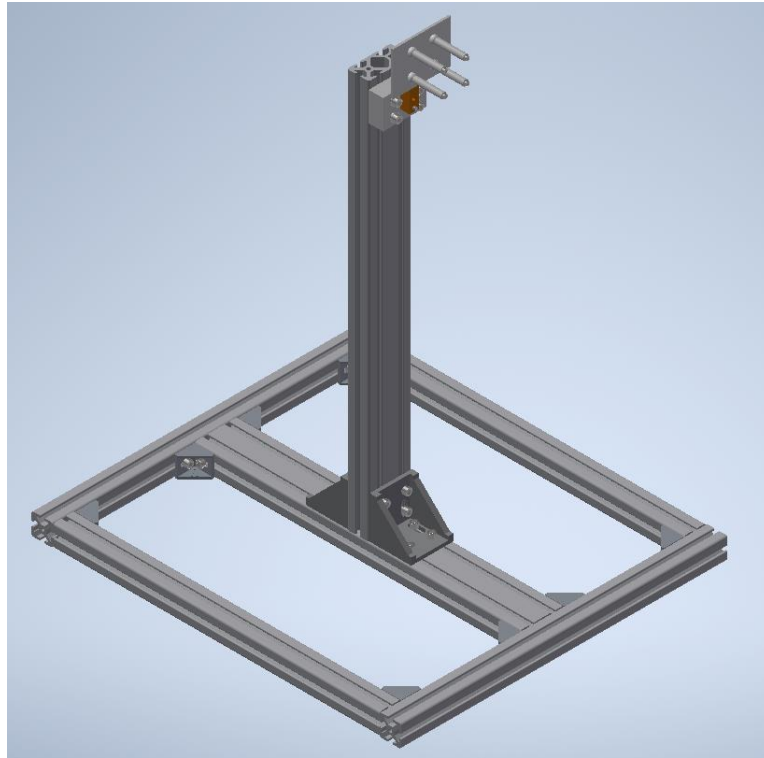
Obrázek č. 21: Al profil – dvoudrážkový – schéma [14]

4.2.1. Varianta pro horizontální měření

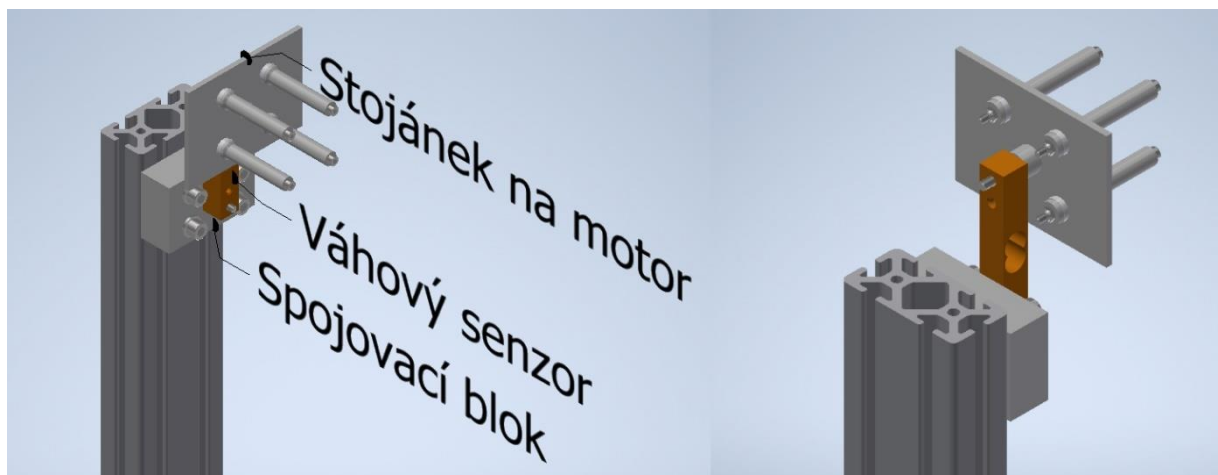
Horizontální měření odpovídá dopřednému letu letounu. Je snahou zde proměřit statický tah vrtule pro různé hodnoty otáček, proto budou proměnné pouze ty. Poloha vrtule bude neměnná.

To znamená, že aby byla vrtule co nejméně ovlivněna okolím, měřícím zařízením, tak bude snaha ji umístit co možná nejvýše na kolmém profilu. Druhým řešením by mohlo být umístit vrtuli do strany od kolmého profilu. Avšak takto by mohlo být proudové pole za vrtulí ovlivněno ve více směrech, neboť by váhový senzor byl umístěn kolmo na profil. Při prvním nastíněném řešení bude senzor rovnoběžně s profilem, a proto by mělo být proudové pole ovlivněno pouze v jednom směru.

Pro spojení váhového senzoru s pevným rámem bude použitý navržený blok, který bude k profilu připevněn čtyřmi šrouby M6 s příslušnými kameny do drážek. Spojení bloku s váhovým senzorem bude realizováno šroubem M4. Na druhé straně bude k senzoru připojen, opět šroubem M4 přes kruhovou distanční podložku, motorový stojan. Použitý bude motorový stojan, který je k dispozici z jiné práce, jako rám stojanu, a bude náležitě upraven pro potřeby měření. Tento motorový stojan umožní uchytit motor ve čtyřech bodech a zajistí tak jeho dostatečnou stabilitu. [13]



Obrázek č. 22: Stojan pro horizontální měření

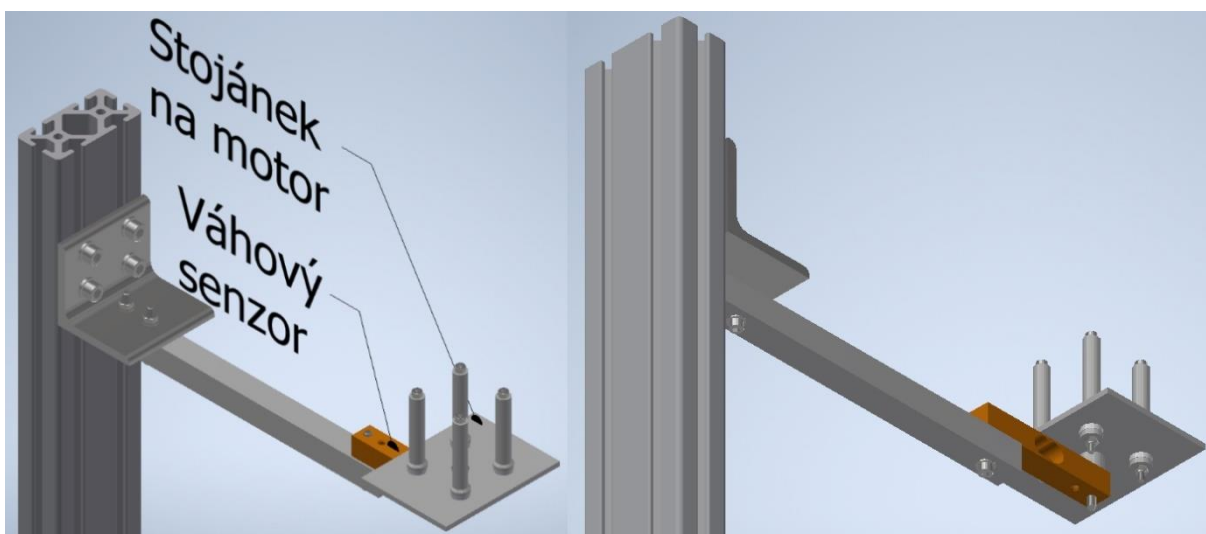


Obrázek č. 23: Detail stojanu pro horizontální měření

4.2.2. Varianta pro vertikální měření

Vertikální měření odpovídá kolmým startům a přistáním, eventuálně visu, letounů s překlopnými rotory. Snahou je, v tomto případě, proměřit statický tah pro různé hodnoty otáček, stejně jako ve variantě horizontálního měření, avšak s proměnnou vzdáleností od země, respektive podkladu.

Proto bude použité obdobné řešení jako u horizontálního měření. Spojení váhového senzoru s pevným rámem bude realizováno přes L profil, do kterého budou navrtány čtyři díry pro spojení šrouby M6 s kameny do drážek. Na L profil navazuje prodlužovací rameno připevněno dvěma šrouby M4, na jehož druhém konci je připevněn, opět šroubem M4, váhový senzor. Dále je řetězec mezi váhovým senzorem a motorem stejný, jako u horizontálního měření.



Obrázek č. 24: Detail stojanu pro vertikální měření

5. Měření tahu vrtule

Měření bylo provedeno v horizontálním i vertikálním směru. Ve svislé pozici byly zaznamenány 3 polohy vzdálenosti od země, pro zjištění vlivu země na tah. Pro korektní porovnání s výpočtem byly zaznamenány atmosférická data, za kterých bylo měření provedeno.

Tlak	753 Torr
	100391 Pa
Teplota	21,5 °C

Tabulka č. 2: Atmosférická data při měření

Data jsou v této kapitole pouze prezentována. Jejich zhodnocení a shrnutí bude uvedeno v části „Porovnání a zhodnocení výsledných dat“.

5.1. Model motoru

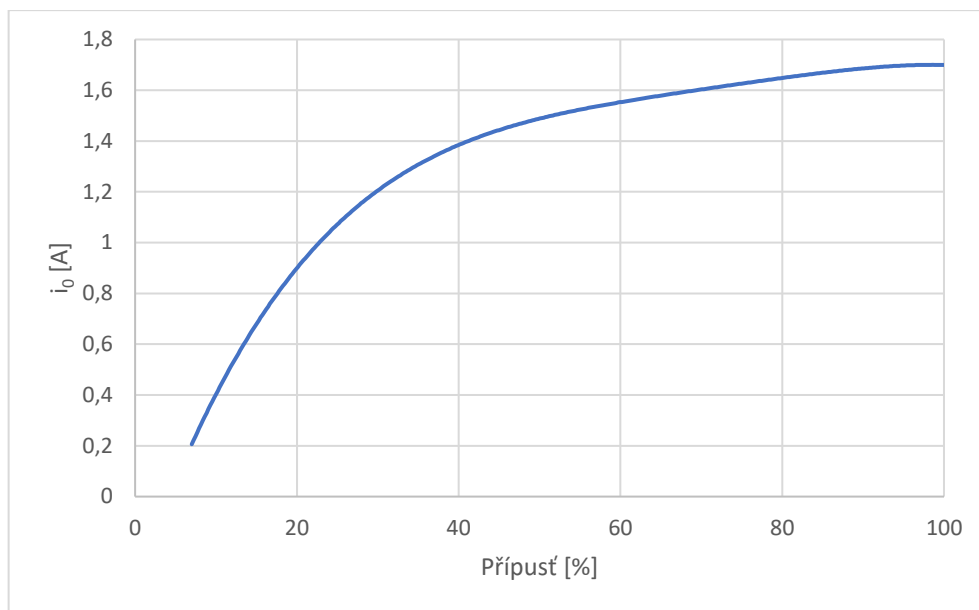
Pro stanovení výsledného výkonu na vrtuli je nutné pracovat i s motorem. Neboť výkon bude stanoven z otáček motoru / vrtule a z dodávaného proudu. Proto je nutné představit výpočetní vztah, který pracuje s charakteristikou motoru a naměřenými daty. Výkon je poté možné zapsat jako [17]

$$P = M_k \cdot \Omega = \frac{i - i_0}{K_v} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_v}{60}, \quad (123)$$

kde jsou veličiny

- i .. dodávaný proud v zátěži [A]
- i_0 .. dodávaný proud naprázdno [A]
- K_v .. motorová konstanta [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$]

Během měření vrtule tedy lze získat proud v zátěži a otáčky, ostatní členy jsou známé konstanty. Proto je nutné ještě doplnit proud naprázdno. Ten lze získat měřením dodávaného proudu motoru bez nasazené vrtule, tedy naprázdno. A poté lze aplikovat úvahu, že tento proud je při konstantní přípušti motoru vždy stejný, bez ohledu na zátěž. Proto lze proměřit dodávaný proud naprázdno v závislosti na přípušti motoru a s touto charakteristikou později pracovat při výpočtu naměřeného výkonu.



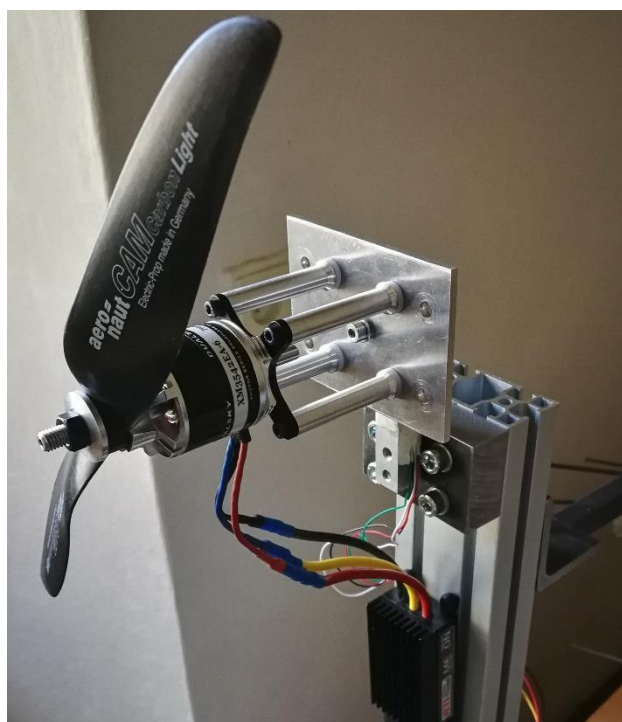
Graf č. 1: Naměřený proud naprázdno v závislosti na přípusti motoru

5.2. Aeronaut 11x5

Tato vrtule byla proměřena v horizontální i vertikální pozici. Navíc v horizontální pozici byly proměřeny vrtule pravého i levého smyslu.

5.2.1. Horizontální pozice

V této části budou představeny výsledky z horizontálního měření vrtule Aeronaut 11x5, pravého i levého smyslu. Hodnoty jsou zaznamenány do tabulek a graficky zpracovány do příslušných křivek.



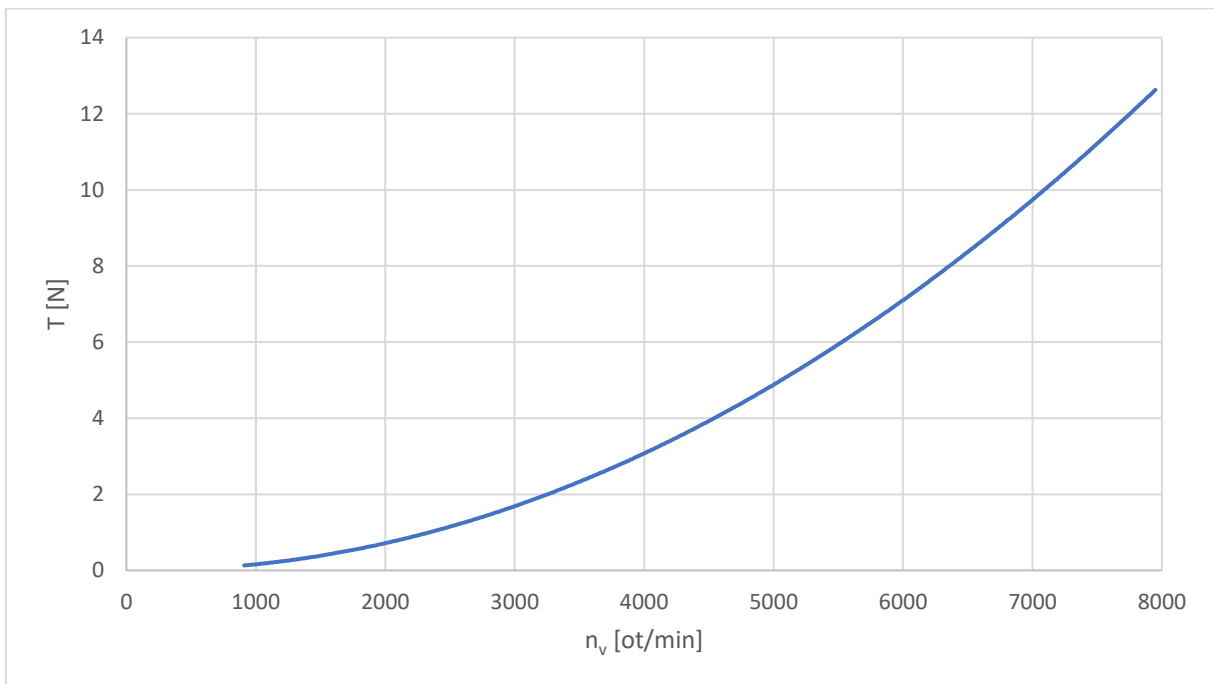
Obrázek č. 25: Měření v horizontální pozici

5.2.1.1. Pravá vrtule

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
910	0,1	0,05
1540	0,4	0,14
2090	0,8	0,61
2540	1,2	1,16
3000	1,7	2,43
3540	2,4	5,65
4050	3,2	10,51
4540	4	17,01
5030	4,9	25,85
5530	6	39,41
6060	7,3	58,38
6560	8,5	80,96
7050	9,7	106,46
7540	11,4	145,17
7950	12,7	182,15

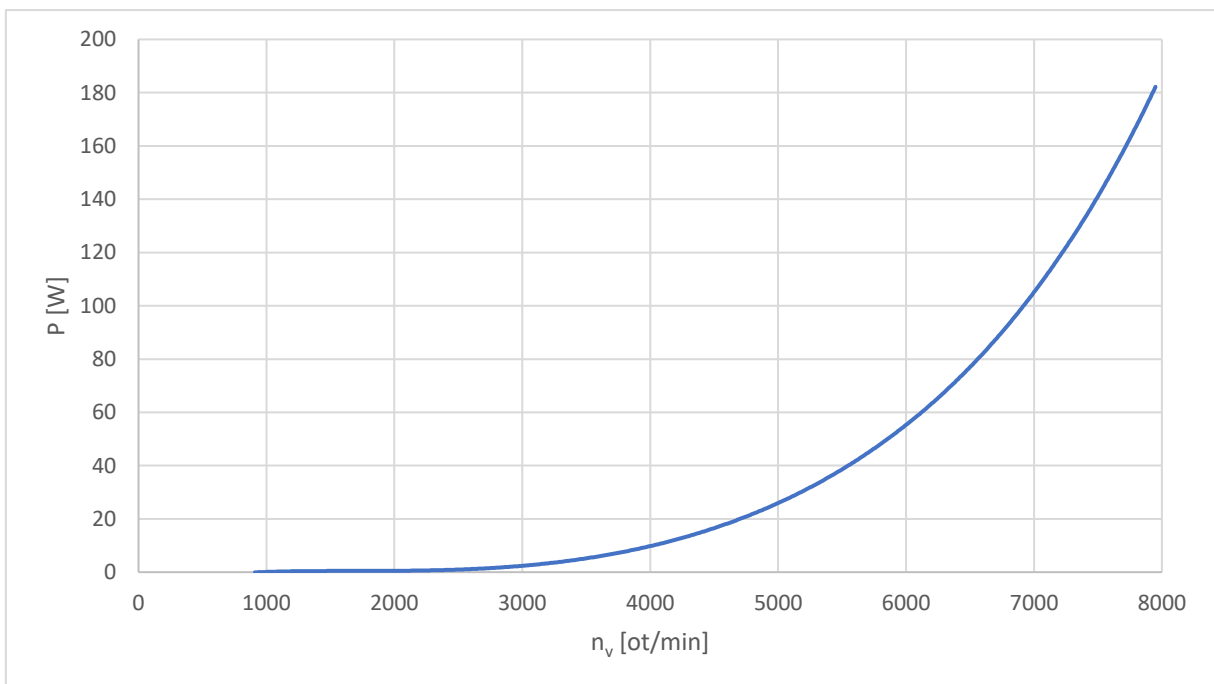
Tabulka č. 3: Naměřená data v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – pravá

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 2: Tahová křivka v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – pravá

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



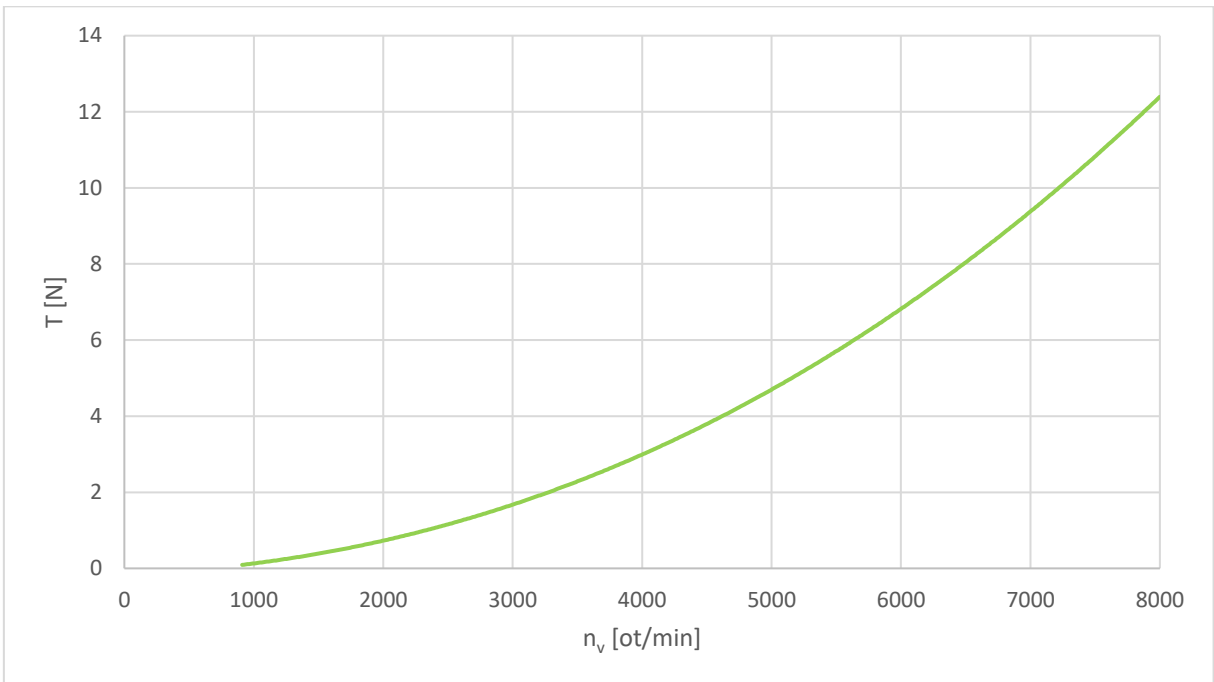
Graf č. 3: Výkonová křivka v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – pravá

5.2.1.2. Levá vrtule

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
910	0,1	0,05
1560	0,4	0,04
2030	0,8	0,08
2490	1,1	0,85
2990	1,7	2,23
3540	2,3	4,88
4010	3	8,73
4520	3,8	15,45
5010	4,8	24,61
5530	5,8	37,38
6000	6,8	52,63
6500	8	72,98
7050	9,5	104,23
7550	11	137,72
8000	12,4	177,22

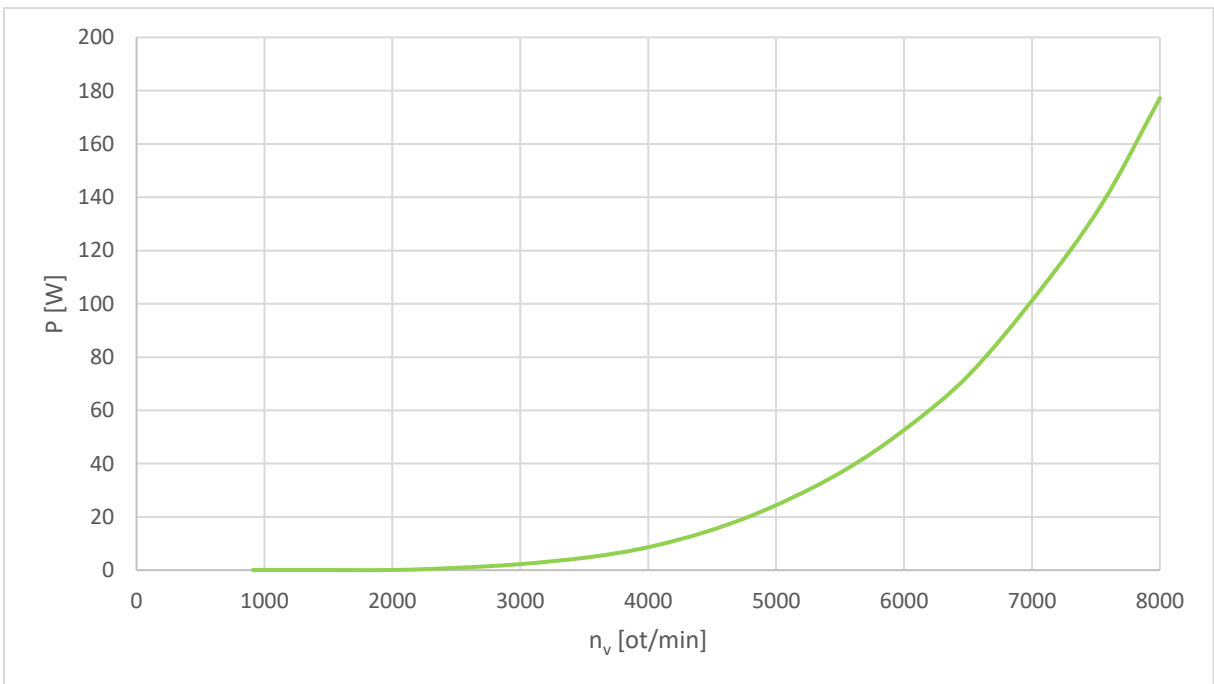
Tabulka č. 4: Naměřená data v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – levá

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 4: Tahová křivka v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – levá

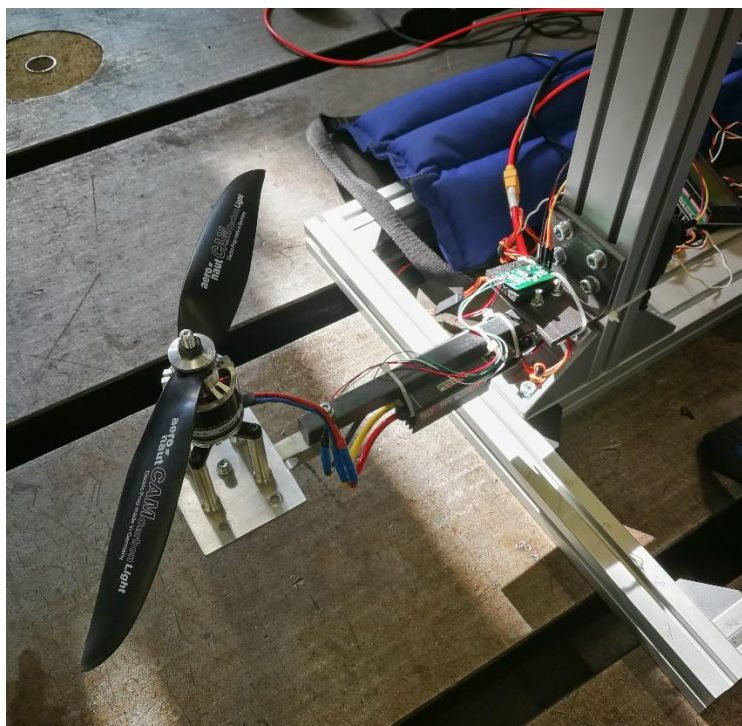
Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 5: Výkonová křivka v horizontální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – levá

5.2.2. Vertikální pozice

Ve svislé poloze byly zaznamenány 3 polohy, výška 20 cm, 40 cm a 60 cm od země. Měřena byla vrtule pravého smyslu.



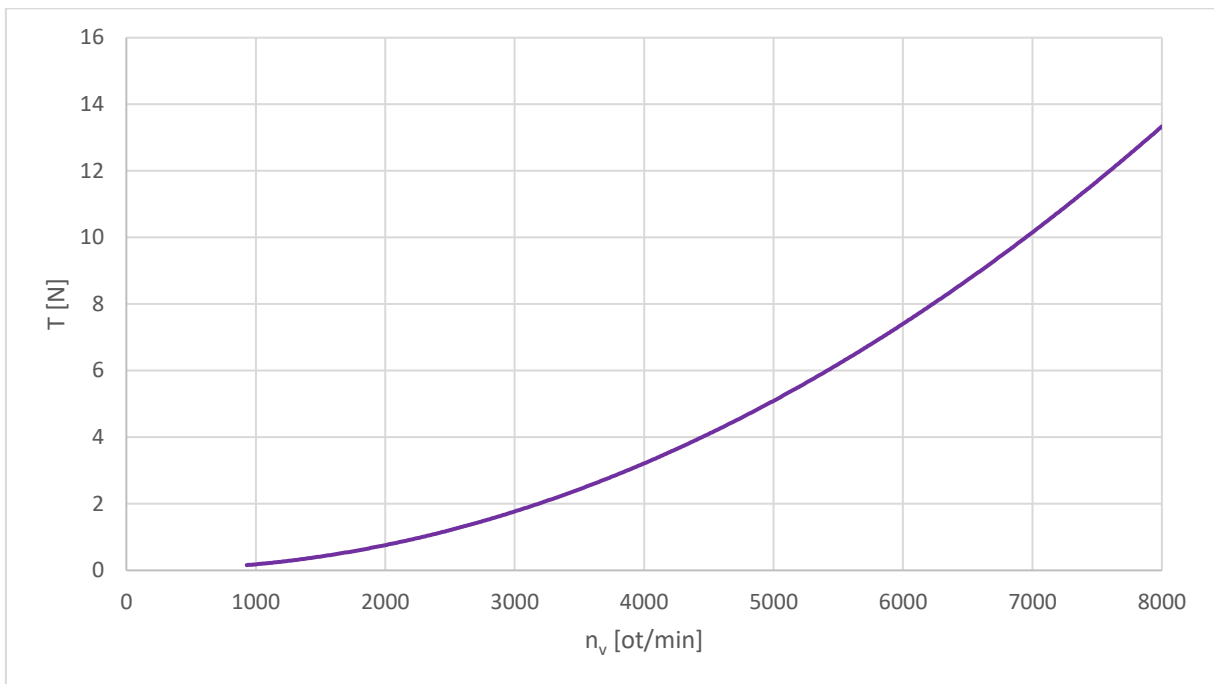
Obrázek č. 26: Měření ve vertikální pozici

5.2.2.1. Výška 20 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
930	0,1	0,05
1470	0,4	0,19
2010	0,8	0,33
2560	1,3	1,20
3020	1,8	2,83
3570	2,6	5,69
4020	3,3	9,77
4520	4,1	16,48
5010	5,1	25,75
5530	6,2	39,13
6050	7,4	56,44
6530	8,8	77,37
7100	10,6	111,71
7560	11,9	140,77
8000	13,3	183,29

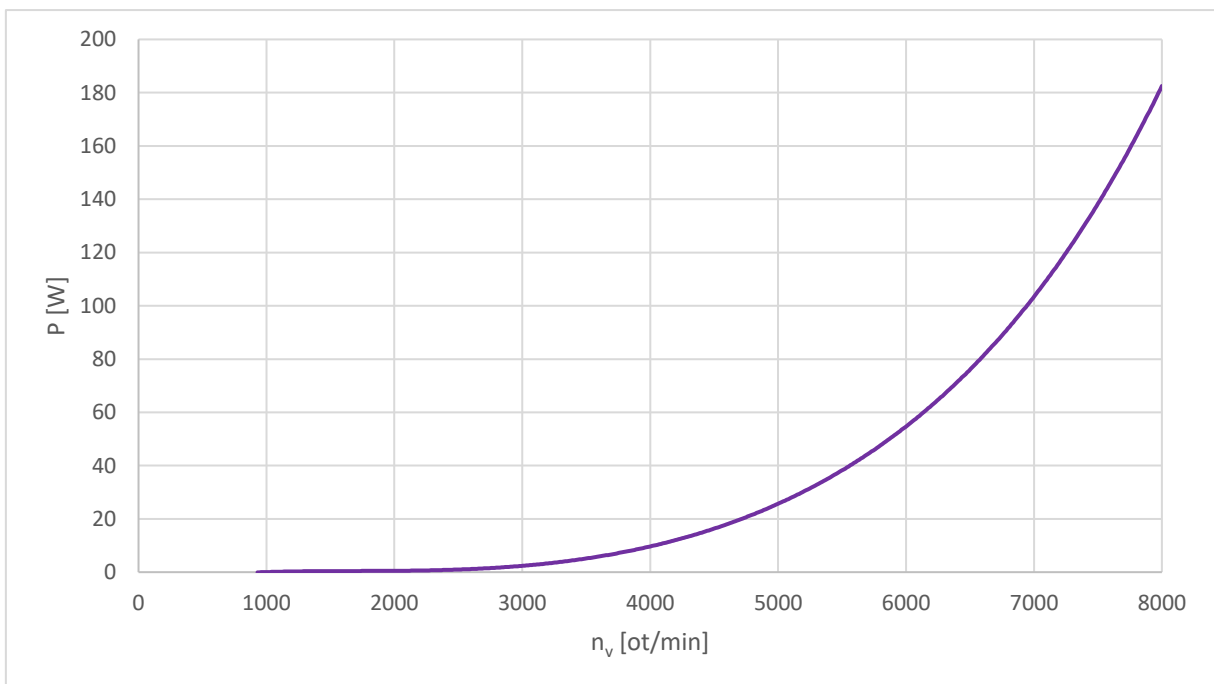
Tabulka č. 5: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 20 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 6: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 20 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



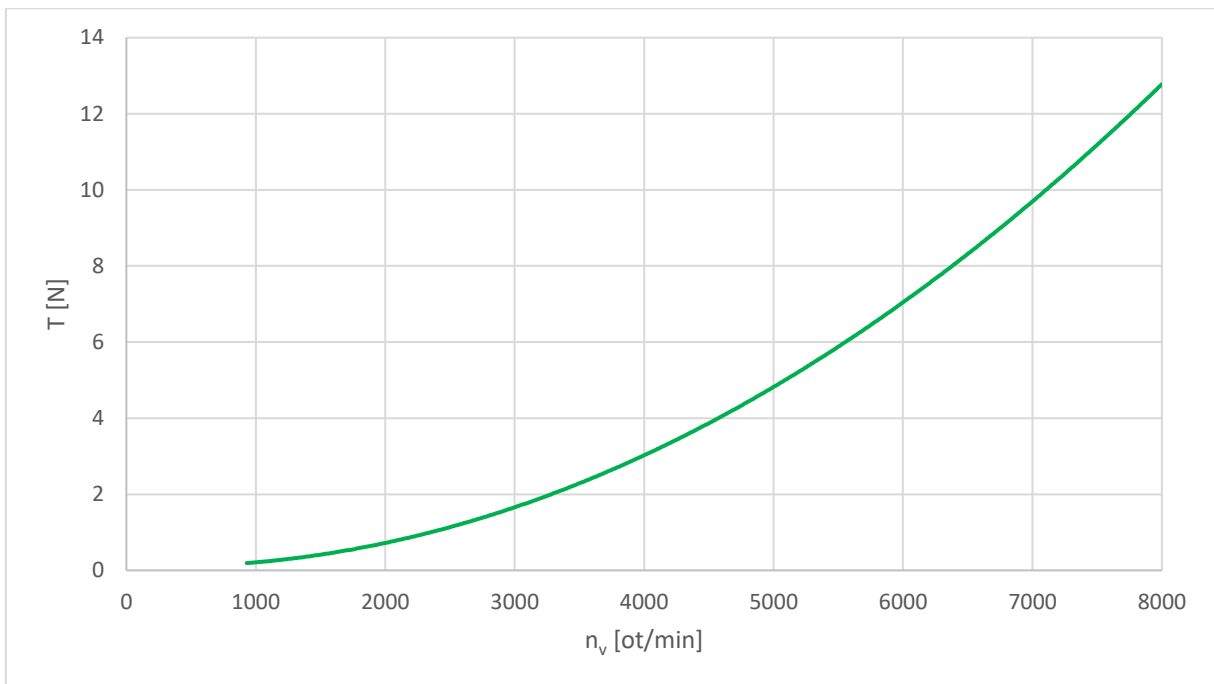
Graf č. 7: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 20 cm

5.2.2.2. Výška 40 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
930	0,1	0,05
1570	0,4	0,14
2020	0,8	0,33
2570	1,3	1,04
3040	1,8	2,46
3530	2,3	5,32
4050	3,1	9,84
4500	3,9	15,95
5030	4,9	25,91
5500	5,9	38,22
6000	6,9	54,08
6530	8,3	77,37
7060	9,8	103,93
7560	11,4	142,68
8000	12,9	181,27

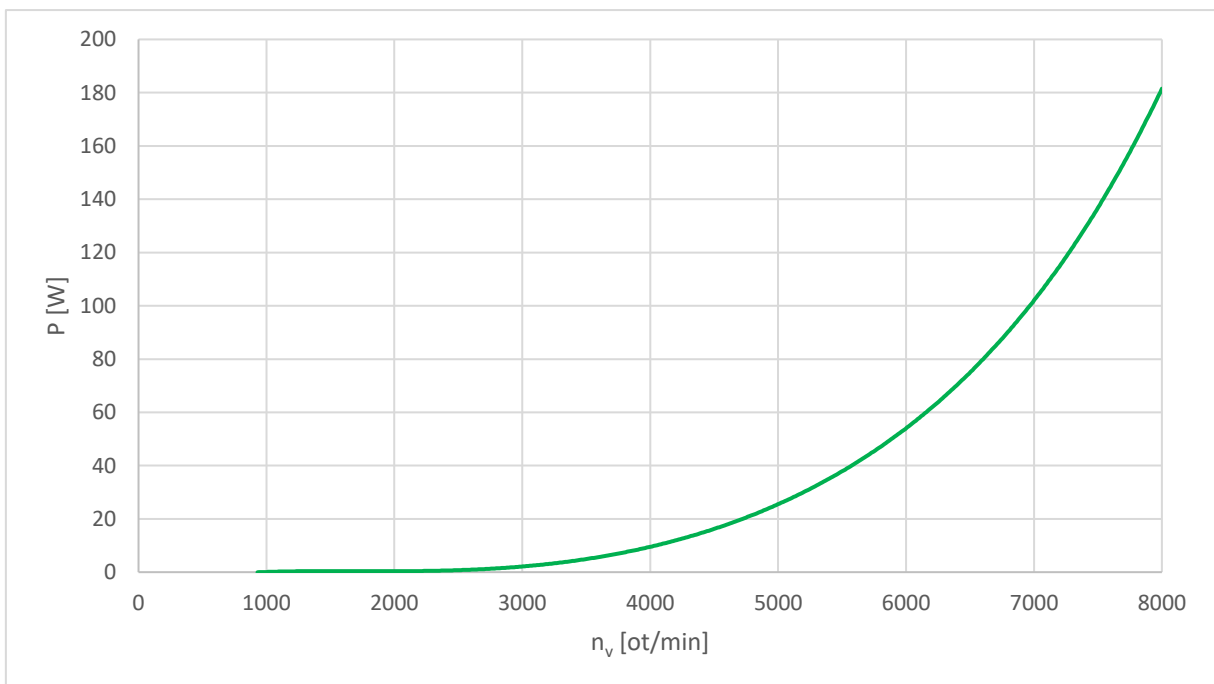
Tabulka č. 6: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 40 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 8: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 40 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



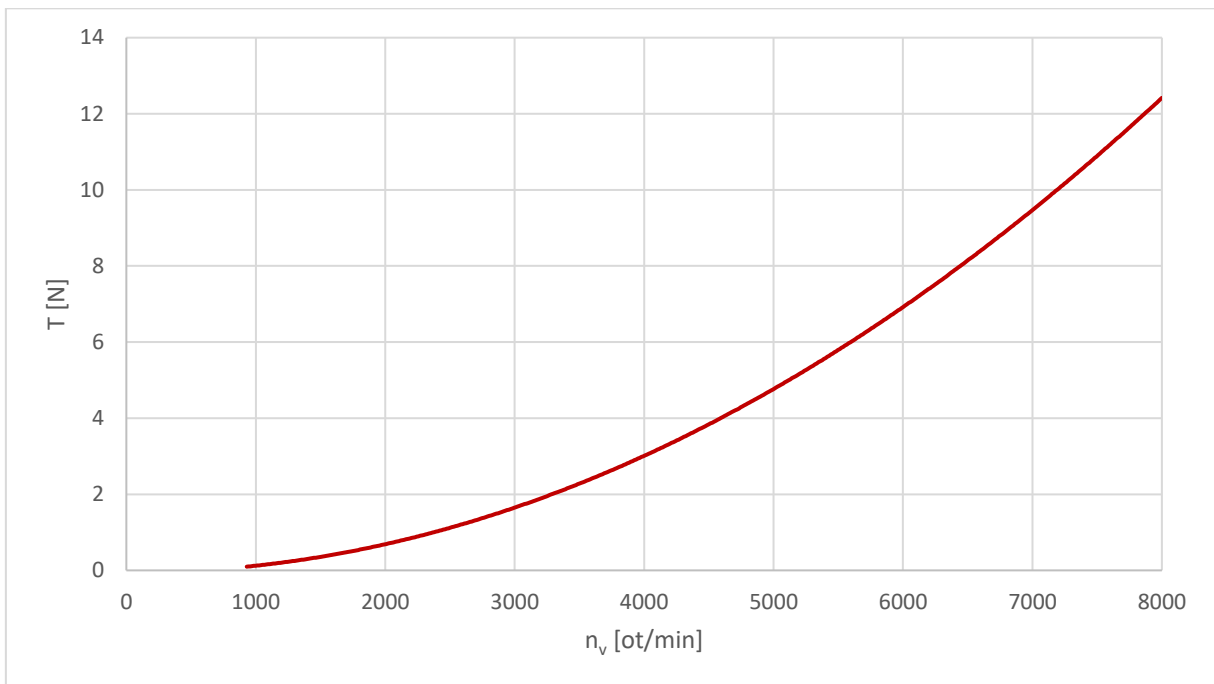
Graf č. 9: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 40 cm

5.2.2.3. Výška 60 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
930	0,1	0,05
1580	0,4	0,14
2030	0,7	0,33
2570	1,2	1,04
3030	1,7	2,84
3510	2,3	5,29
4080	3,1	10,33
4530	3,9	16,51
5020	4,8	25,54
5500	5,8	38,22
6010	6,9	54,93
6500	8,2	77,84
7010	9,5	104,09
7500	10,9	138,70
8000	12,4	181,27

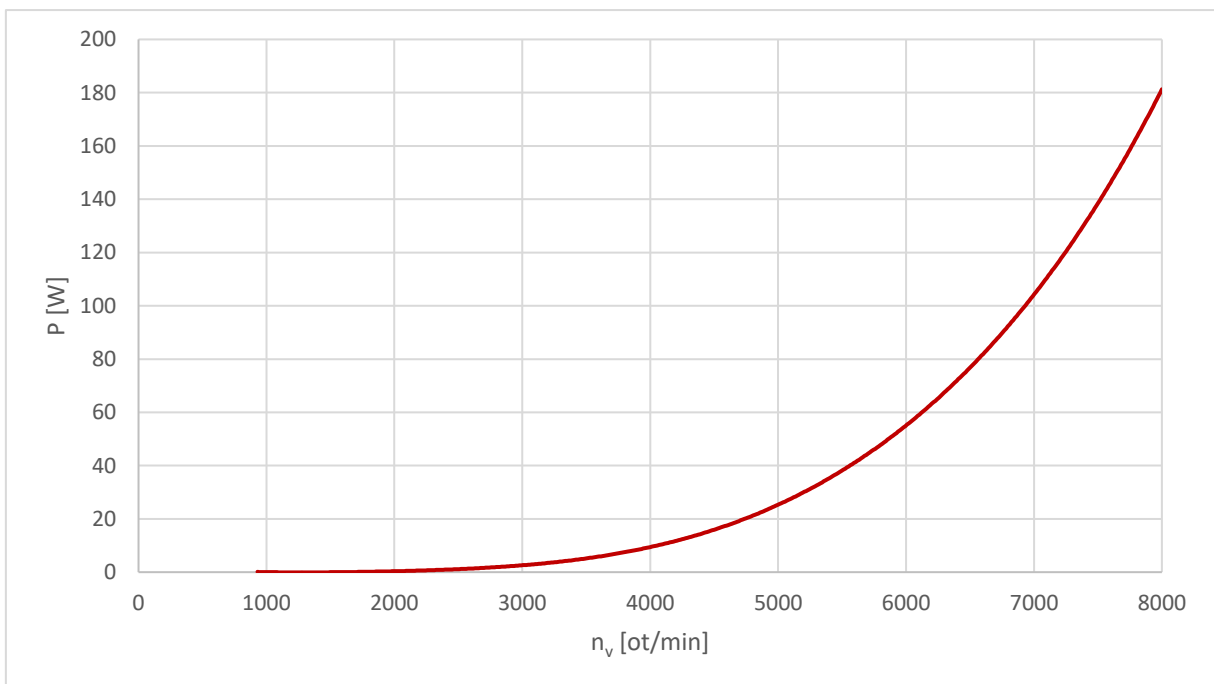
Tabulka č. 7: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 60 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 10: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 60 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 11: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule Aeronaut 11x5 – výška 60 cm

5.3. APC 12x6E

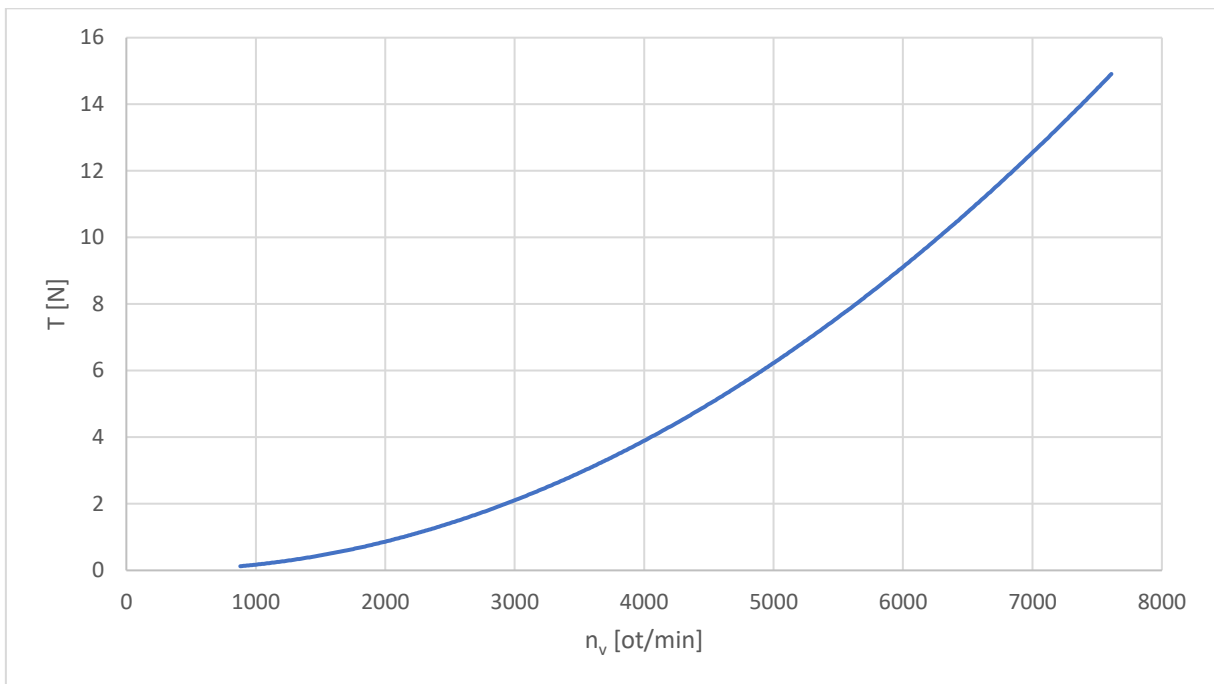
5.3.1. Horizontální pozice

V této části budou představeny výsledky z horizontálního měření vrtule APC 12x6E, pravého smyslu. Hodnoty jsou zaznamenány do tabulek a graficky zpracovány do příslušných křivek.

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
880	0,1	0,04
1580	0,5	0,12
2060	0,9	0,73
2540	1,5	1,67
3010	2,1	3,70
3540	3,1	7,93
4040	4	13,96
4530	5,1	22,99
5000	6,2	34,94
5500	7,6	52,84
6030	9,1	76,94
6560	10,9	109,19
7040	12,7	149,44
7610	15	211,92

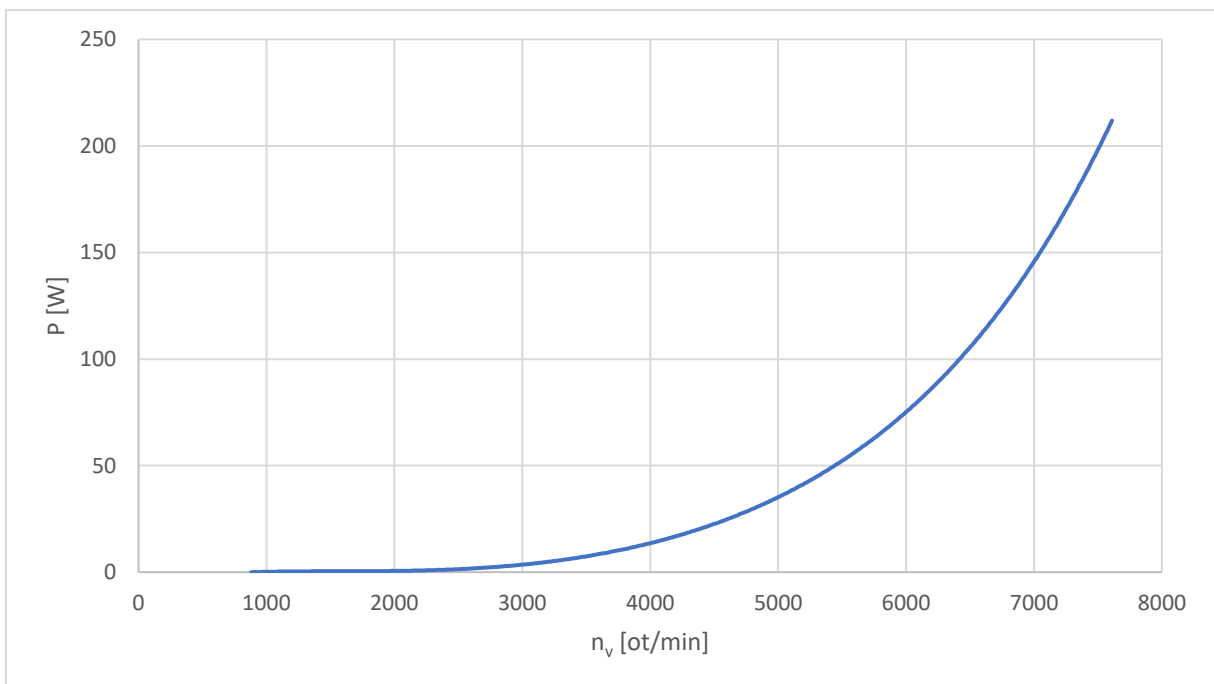
Tabulka č. 8: Naměřená data v horizontální pozici vrtule APC 12x6E

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 12: Tahová křivka v horizontální pozici vrtule APC 12x6E

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 13: Výkonová křivka v horizontální pozici vrtule APC 12x6E

5.3.2. Vertikální pozice

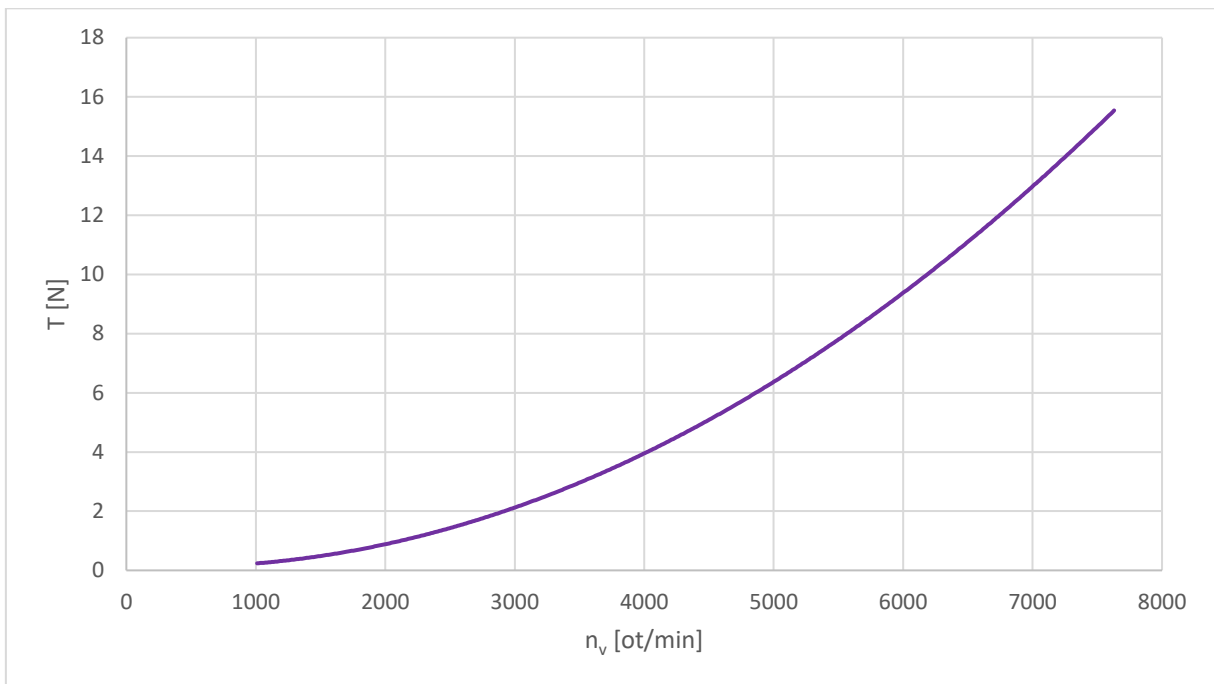
Ve svislé poloze byly zaznamenány 3 polohy, výška 20 cm, 40 cm a 60 cm od země. Měřena byla vrtule levého smyslu. Stand byl sestaven stejně jako v případě pro měření vrtule Aeronaut 11x5, viz Obrázek č. 26.

5.3.2.1. Výška 20 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
1010	0,2	0,18
1480	0,4	0,13
2060	1	0,73
2530	1,5	1,67
3010	2,2	3,70
3550	3,1	7,95
4000	4	13,32
4550	5,2	23,10
5030	6,4	35,72
5580	8	55,38
6010	9,3	75,16
6520	11,2	106,47
7020	13	146,35
7540	15,1	201,38
7630	15,7	215,38

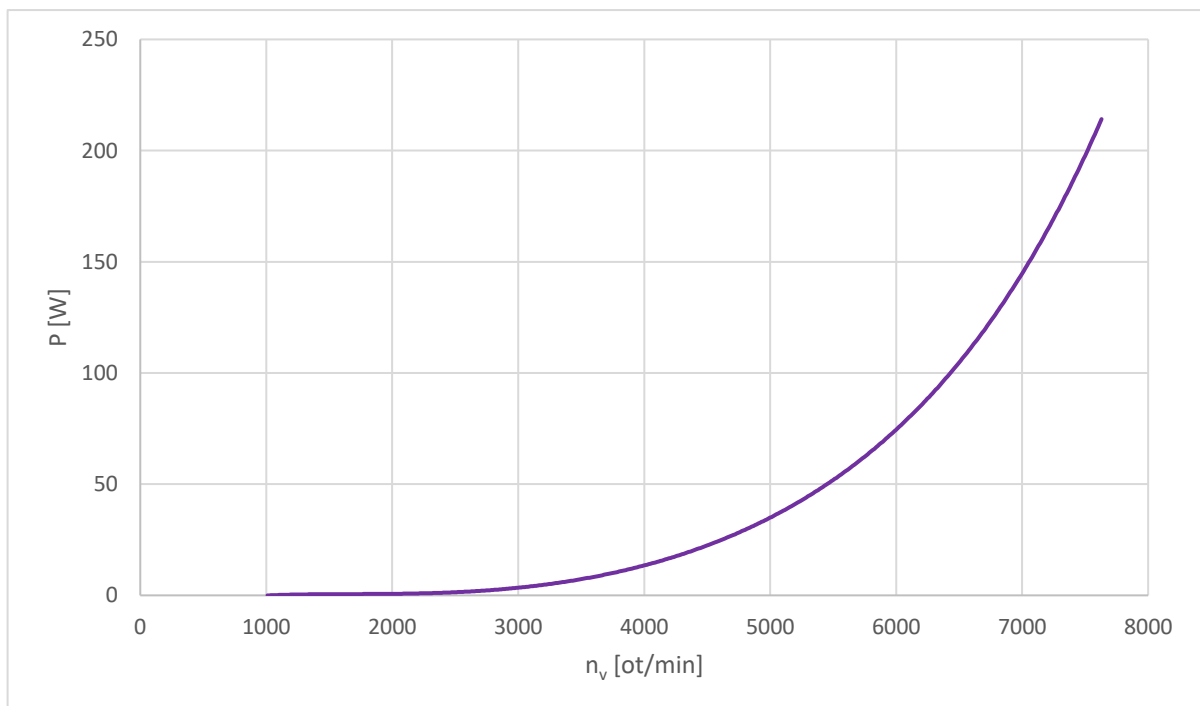
Tabulka č. 9: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 20 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 14: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 20 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



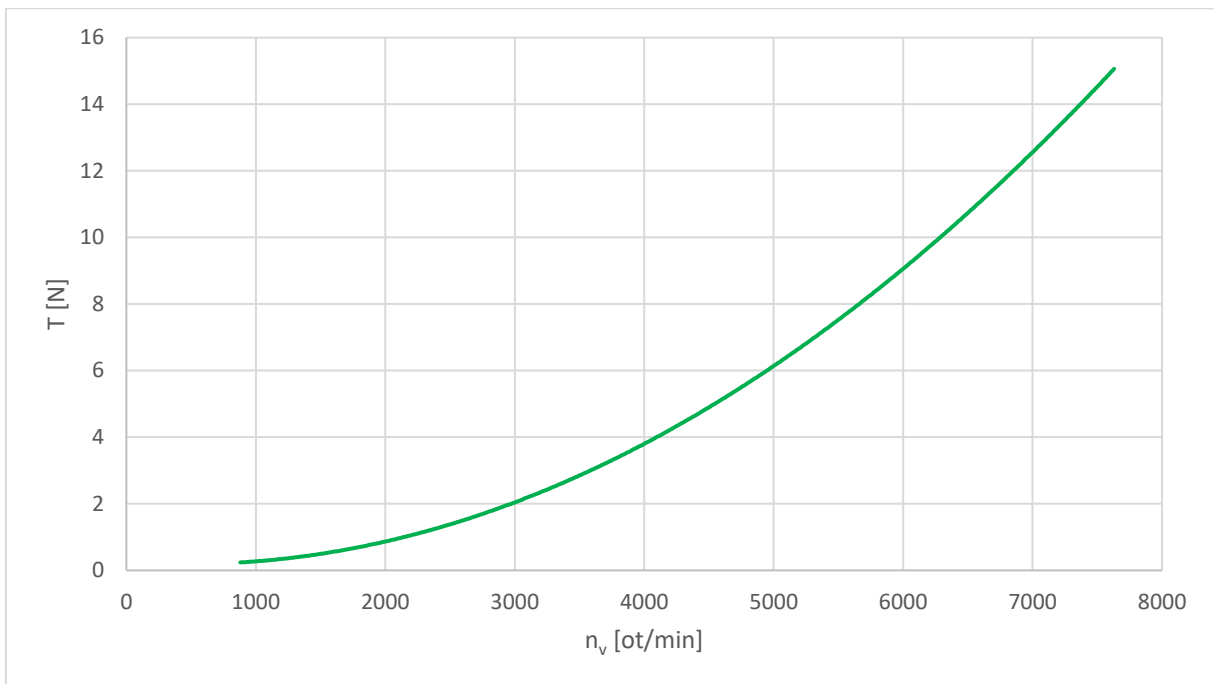
Graf č. 15: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 20 cm

5.3.2.2. Výška 40 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
880	0,1	0,04
1470	0,5	0,13
2070	1	0,73
2540	1,5	1,67
3030	2,1	3,72
3490	2,9	7,29
4000	3,9	13,32
4560	5	23,15
5040	6,2	35,79
5500	7,5	52,49
6040	9,1	76,69
6520	10,7	106,05
7060	12,6	149,42
7530	14,8	199,21
7630	15,2	214,41

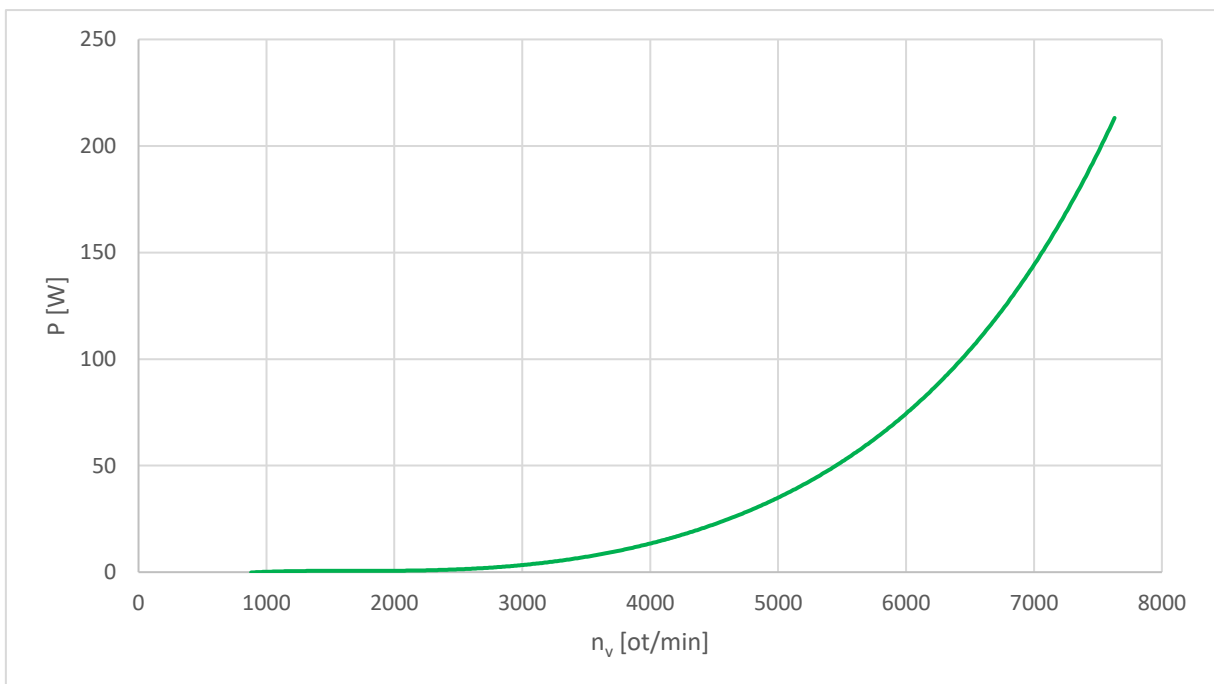
Tabulka č. 10: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 40 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 16: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 40 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



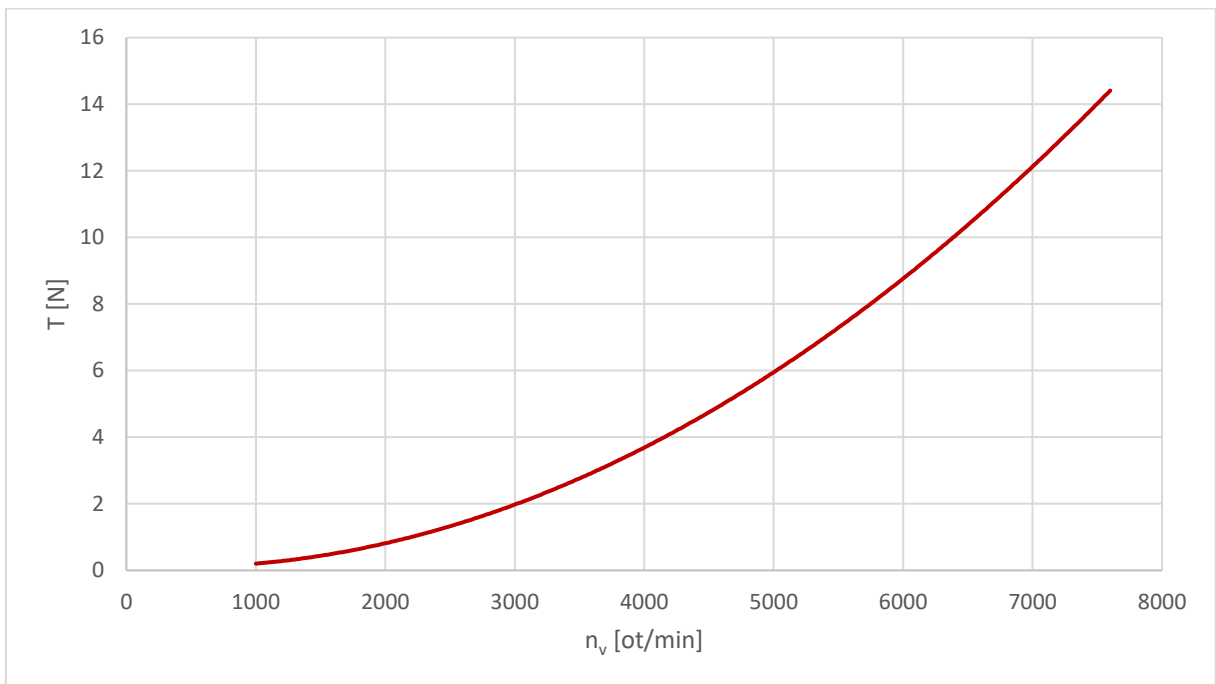
Graf č. 17: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 40 cm

5.3.2.3. Výška 60 cm

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
1000	0,1	0,18
1570	0,5	0,24
2060	0,9	0,73
2530	1,4	1,67
3090	2,2	4,19
3550	2,9	7,95
4050	3,8	14,00
4520	4,8	22,37
5010	5,9	35,01
5500	7,2	51,10
6000	8,7	74,66
6520	10,4	106,05
7000	12,2	144,61
7530	14,1	198,26
7600	14,5	209,72

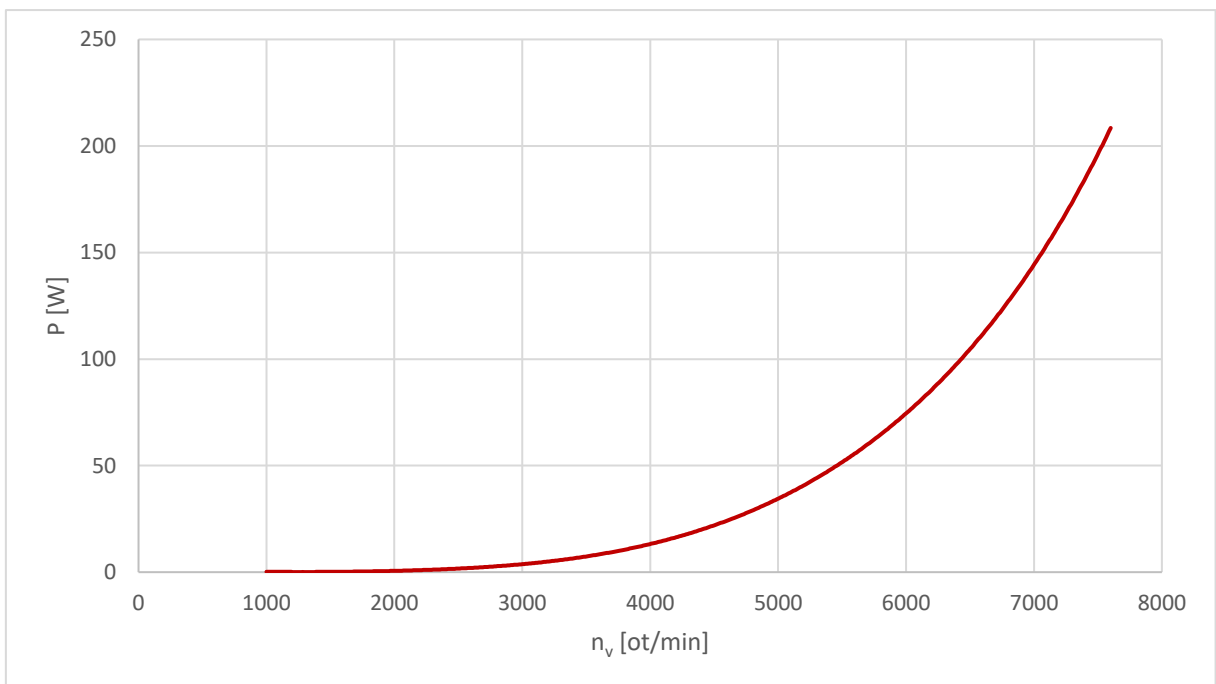
Tabulka č. 11: Naměřená data ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 60 cm

Nyní je možné zpracovat závislost tahu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 18: Tahová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 60 cm

Dále zpracování závislosti výkonu na otáčkách do grafické podoby.



Graf č. 19: Výkonová křivka ve vertikální pozici vrtule APC 12x6E – výška 60 cm

6. Výpočet tahu vrtule

Výpočet tahu vrtule bude proveden dle metod uvedených v rešeršní části. Tato data by měli být kontrolou pro naměřená data a lze je vzájemně porovnávat. Ať už z pohledu přesnosti měření nebo z pohledu přesnosti výpočtu, neboť představené jednoduché metody nemusí být absolutně přesné. Navíc je pro výpočet nutné získat parametry vrtule, které výrobce neuvádí. To je proces, který může zanechat další chybu.

6.1. Získání parametrů vrtulí

Pro získání parametrů vrtule, jako je třetiva v jednotlivých řezech a úhel nastavení, bude použita metoda analýzy vrtule z fotografie. Metoda uvádí relativně malou chybu, proto je vhodné ji použít. Fotografie jsou pořízeny v půdorysu a bokorysu, poté jsou nahrány do programu „PropellerScanner“, s doplněním požadovaných parametrů a software poté vyhodnotí požadované parametry vrtule. [15]

Dále bude nutné vyhodnotit stoupání vztlakové čáry profilů vrtulí. Jelikož výrobci neuvádí konkrétní použité profily, ani jejich souřadnice, je nutné je opět přibližně vyhodnotit. Na to bude použita metoda, kdy se přibližně v 80 % poloměru vrtule profil obalí poddajným materiálem, například drátem, získaný obrazec se digitalizuje a vytvoří se z něj souřadnice profilu. Ty je nutné poté vložit do programu „Xfoil“ a nechat vygenerovat potřebná data profilu. [16]

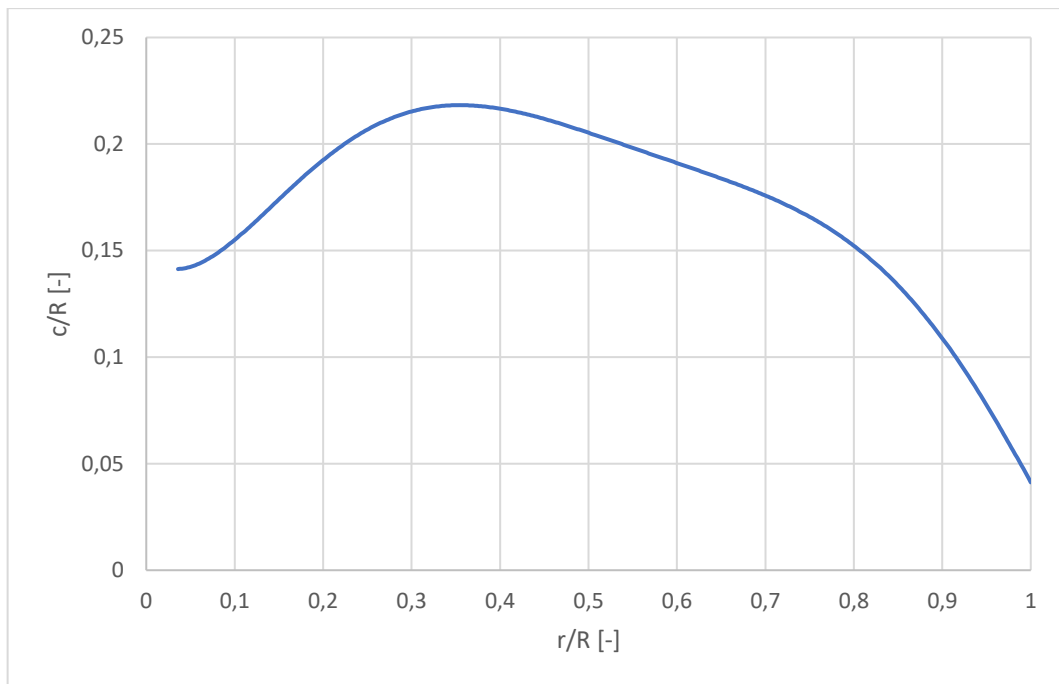
6.1.1. Vrtule Aeronaut 11x5

6.1.1.1. Třetiva a úhel nastavení

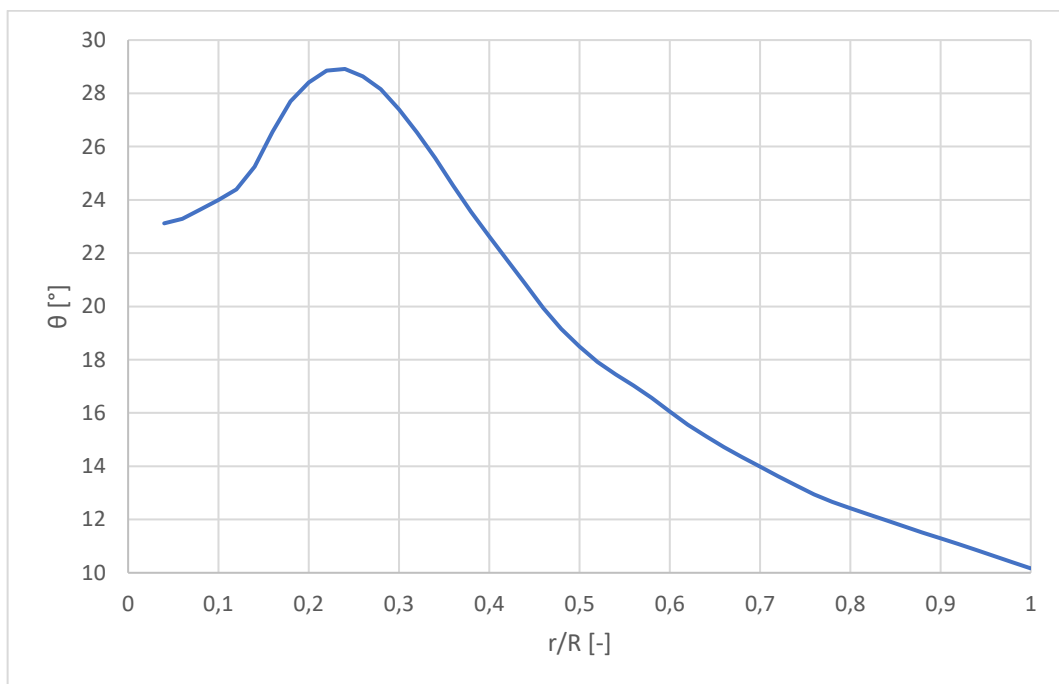


Obrázek č. 27: Vrtule Aeronaut 11x5 – vstupní fotografie do PropellerScanner

Do programu „PropellerScanner“ byly nahrány fotografie z obrázku č. 27, ten následně vyhodnotil parametry a graficky je zpracoval. Avšak tyto grafy nemají hladké křivky, jak by se dalo očekávat, z důvodu možných chyb při skenování fotografií softwarem. Proto z křivek byly odečteny body, pomocí programu „WebPlotDigitizer“, a z nich následně vytvořeny grafy s plynulejšími přechody.



Graf č. 20: Relativní těživa vrtule Aeronaut 11x5

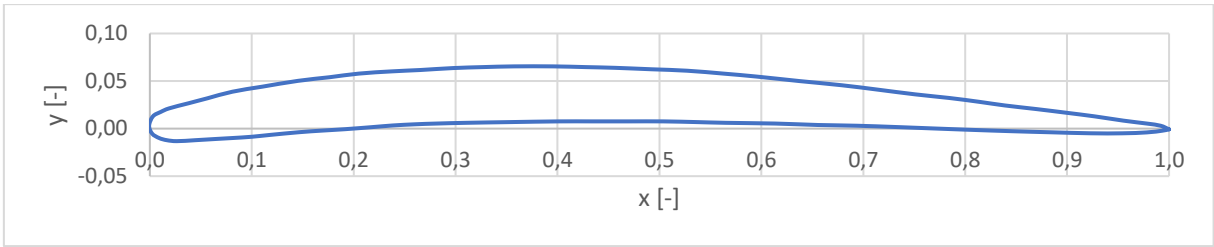


Graf č. 21: Úhel nastavení vrtule Aeronaut 11x5

Takto získaná data byla ještě přibližně ověřena vizuálně, s pomocí posuvného měřítka, a lze říci, že reflektují skutečnost.

6.1.1.2. Stoupání vztlakové čáry

Pro získání stoupání vztlakové čáry profilu vrtule bylo nutné nejdříve získat souřadnice profilu. Proto byl profil, asi v 80 % poloměru vrtule, obalen drátem ve směru těživy. Ten byl následně opatrně sundán, vyfotografován a vnitřní křivka, kterou drát vytvořil byla převedena na digitální křivku, v programu „WebPlotDigitizer“. Tím byl získán profil.



Graf č. 22: Aerodynamický profil vrtule Aeronaut 11x5

Získané souřadnice byly následně nahrány do programu „Xfoil“. Pro vyhodnocení je nutné znát Reynoldsovo číslo, které lze vypočítat na 75 % poloměru při 9000 ot/min. Tedy nejprve obvodová rychlost

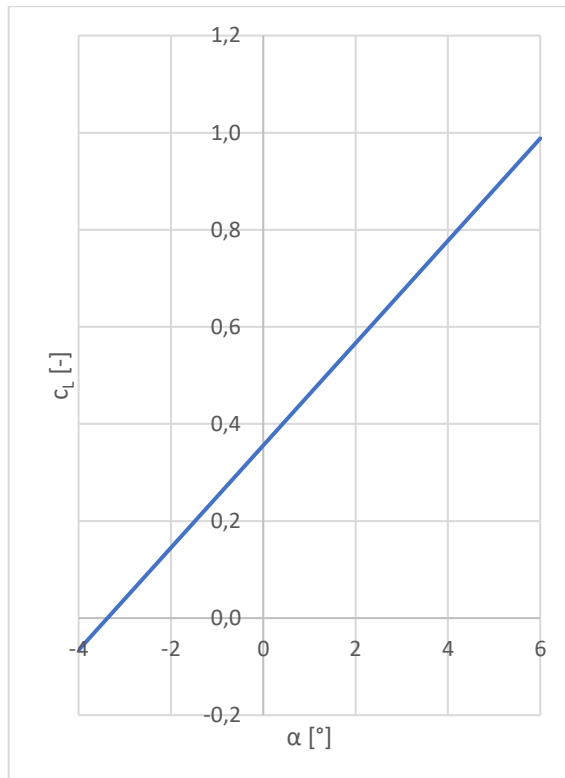
$$v_{\dot{s}p} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot R_{disk} \cdot 0,75 \cdot n_v}{60} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 0,1525 \cdot 0,75 \cdot 9000}{60} = \quad (124.1)$$

$$= 98,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a Reynoldsovo číslo je

$$Re = 69000 \cdot c_{profil} \cdot v_{\dot{s}p} = 69000 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \cdot 98,96 = 152953. \quad (125.1)$$

Dále došlo standartním způsobem k vyhodnocení charakteristik profilu. Důležitý parametr je závislost součinitele vztlaku (Graf č. 23) a součinitele odporu (Graf č. 24) na úhlu náběhu.

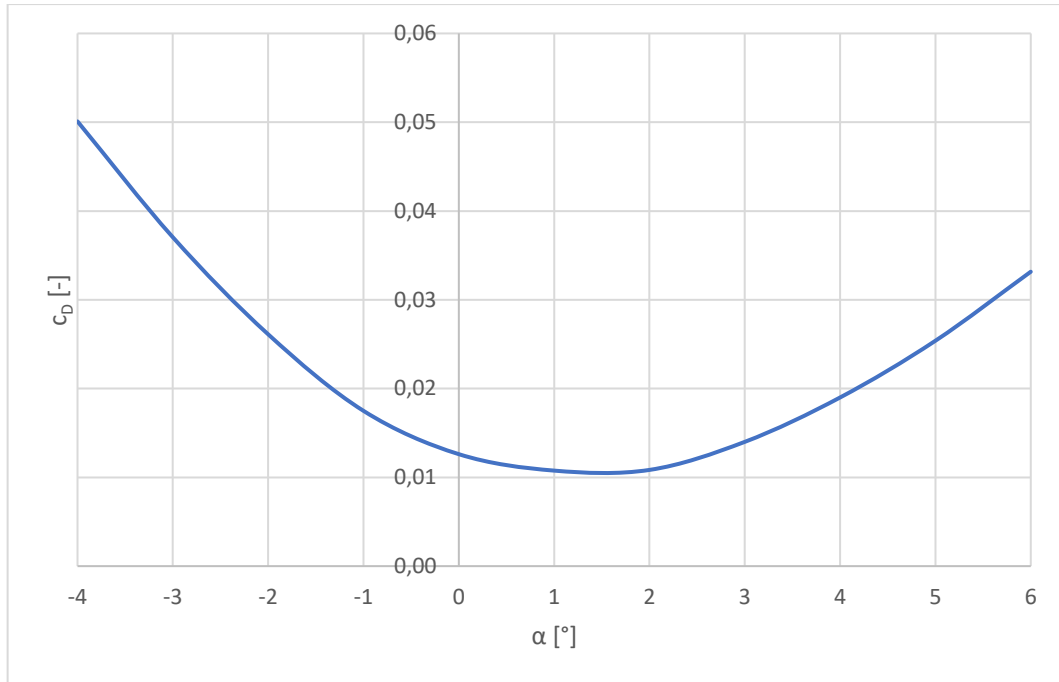


Graf č. 23: Stoupání vztlakové čáry profilu vrtule Aeronaut 11x5

Z grafu č. 21 je možné snadno výpočtem získat stoupání vztlakové čáry

$$C_L^\alpha = \arctan \frac{\Delta C_L}{\Delta \alpha} = \arctan \frac{0,883 - 0,356}{5 - 0} = 0,105 \text{ } 1/^\circ \quad (126.1)$$
$$= 6,017 \text{ } 1/\text{rad} .$$

Dále je možné vyjádřit i součinitel odporu v závislosti na úhlu náběhu



Graf č. 24: Závislost součinitele odporu na úhlu náběhu profilu vrtule Aeronaut 11x5

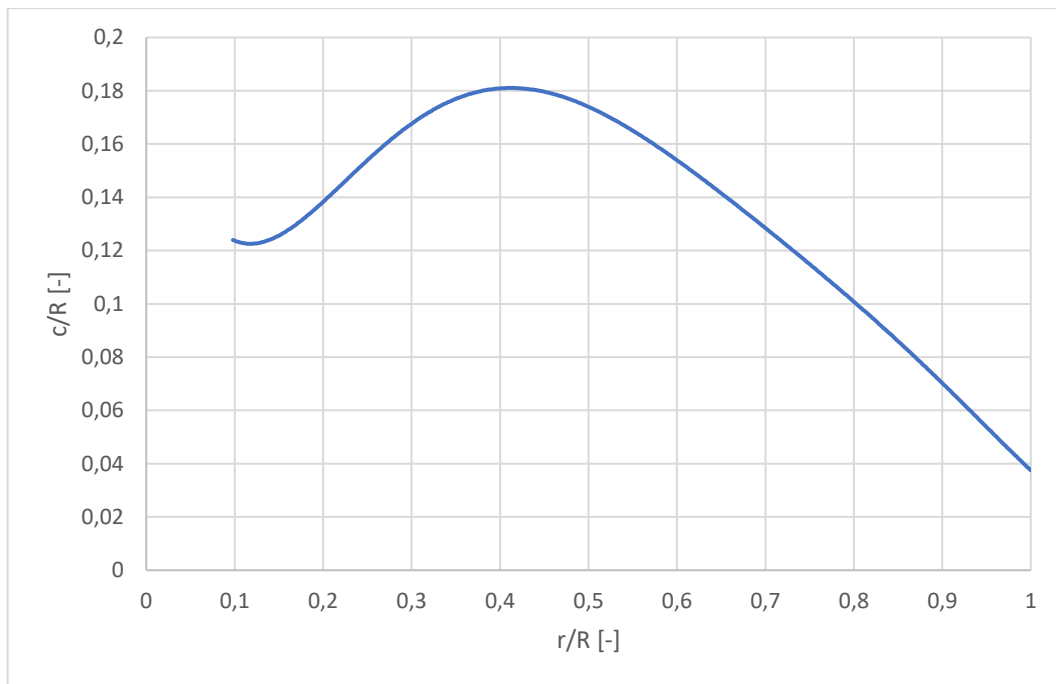
6.1.2. Vrtule APC 12x6E

6.1.2.1. Tětiva a úhel nastavení

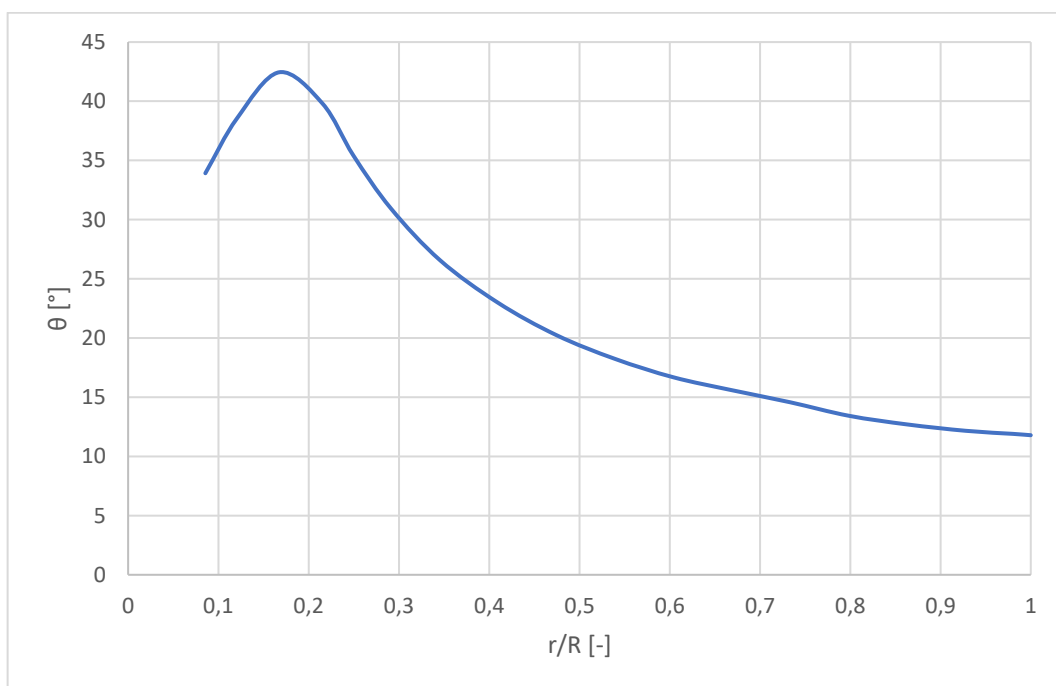


Obrázek č. 28: Vrtule APC 12x6E – vstupní fotografie do PropellerScanner

U této vrtule byl aplikován stejný postup, jako u předchozí. Nejprve byly nahrány fotografie z obrázku č. 28 a následně bylo provedeno vyhodnocení.



Graf č. 25: Relativní těživa vrtule APC 12x6E

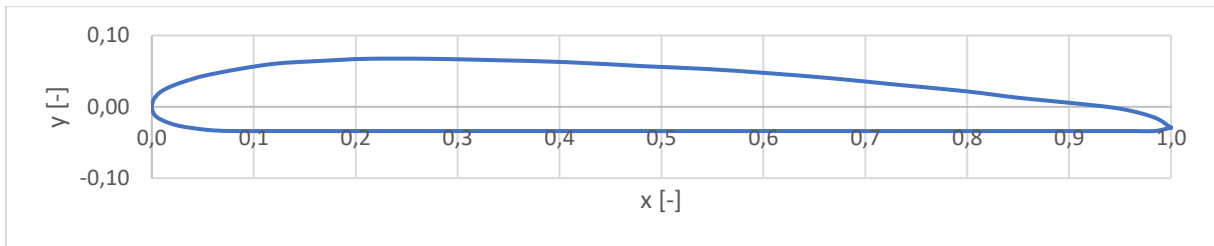


Graf č. 26: Úhel nastavení vrtule APC 12x6E

Takto získaná data byla ještě přibližně ověřena vizuálně, s pomocí posuvného měřítka, a lze říci, že reflektují skutečnost.

6.1.2.2. Stoupání vztlakové čáry

Pro vrtuli APC 12x6E byl použit identický způsob dosažení sklonu vztlakové čáry jako u předešlé vrtule Aeronaut 11x5. Nejprve byly získány souřadnice profilu



Graf č. 27: Aerodynamický profil vrtule APC 12x6E

Stejně jako u předchozí vrtule byl aplikován stejný postup pro zpracování v programu „Xfoil“. Tedy nejprve obvodová rychlost

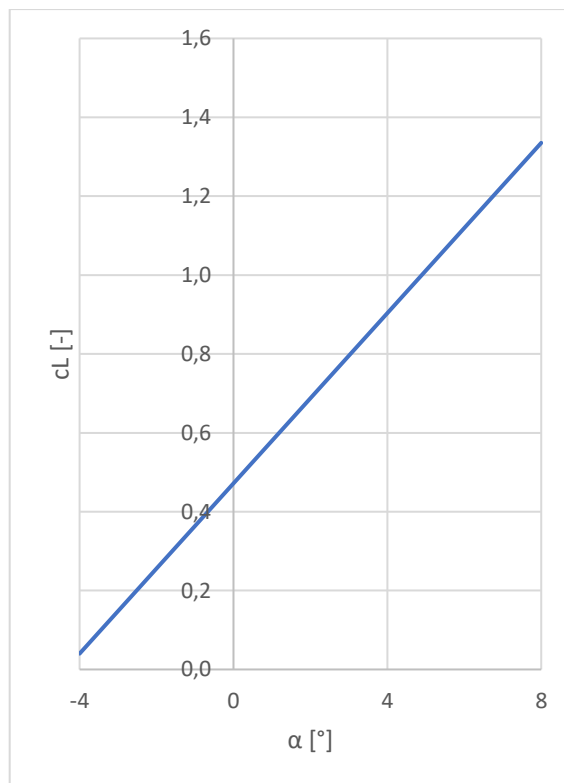
$$v_{\dot{s}p} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot R_{disk} \cdot 0,75 \cdot n_v}{60} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 0,140 \cdot 0,75 \cdot 9000}{60} = \quad (124.2)$$

$$= \mathbf{107,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

a Reynoldsovo číslo je

$$Re = 69000 \cdot c_{profil} \cdot v_{\dot{s}p} = 69000 \cdot 18,1 \cdot 10^{-3} \cdot 107,80 = \mathbf{134478} . \quad (125.2)$$

Dále došlo standartním způsobem k vyhodnocení charakteristik profilu. Důležitý parametr je závislost součinitele vztlaku (Graf č. 28) a součinitele odporu (Graf č. 29) na úhlu náběhu.



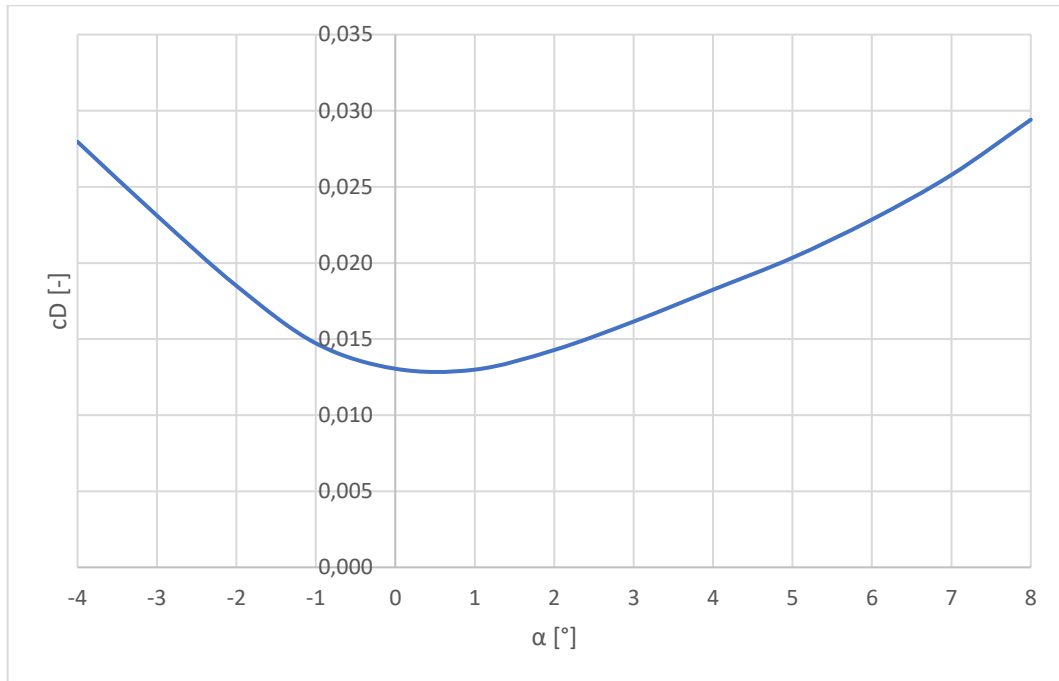
Graf č. 28: Stoupání vztlakové čáry profilu vrtule APC 12x6E

Z grafu č. 26 je možné snadno výpočtem získat stoupání vztlakové čáry

$$C_L^\alpha = \arctan \frac{\Delta C_L}{\Delta \alpha} = \arctan \frac{1,011 - 0,472}{5 - 0} = 0,108 \text{ 1/}^\circ = \quad (126.2)$$

$$= 6,160 \text{ 1/rad .}$$

Dále je možné vyjádřit i součinitel odporu v závislosti na úhlu náběhu



Graf č. 29: Závislost součinitele odporu na úhlu náběhu profilu vrtule APC 12x6E

6.2. Metody a vzorce k výpočtu

Pro výpočet parametrů prezentovaných vrtulí v závislosti na otáčkách budou použity obě výpočetní metody, které byly představeny v rešeršní části. První metodou je Teorie izolovaného elementu a druhou Hybnostní teorie. Řešeny budou parametry s korekcí, ale i bez korekce, aby bylo možné porovnat jejich odlišnost a smysl korigování dat.

6.2.1. Tah

Pro výpočet součinitele tahu bude použita rovnice radiální rovnováhy, tedy rovnice (68)

$$C_T = \frac{1}{2} \cdot \int_0^1 C_L^\alpha \cdot \sigma \cdot (\theta \cdot r^2 - \lambda_s \cdot r) \cdot dr . \quad (68.2)$$

I přes to, že je předpokládáno rovnoměrné proudění, tak zkroucení listů, ani u jedné vrtule, není lineární. Bylo by možné rovnici pro lineární průběh zkroucení použít, vyjít z úhlu nastavení u kořene a provést integraci po malých intervalech, na kterých by byly buďto kladné nebo záporné přírůstky, nicméně by se metoda zbytečně ztížila. Proto je nutné použít výchozí rovnici a uvažovat nastavení profilu na jednotlivých malých intervalech, po kterých lze rovnici

integrovat. Avšak oproti výchozí rovnici je nutné uvažovat proměnnou i plnost rotoru, která se bude v jednotlivých intervalech měnit, dle tělivy.

To znamená, že je nutné řešit dle rovnice (29)

$$\sigma = \frac{N_{list} \cdot C_{profil}}{\pi \cdot R_{disk}}. \quad (29.2)$$

Dále je nutné do integrálu vyřešit rychlostní součinitel. Ten, protože se jedná o statický tah bude odpovídat součiniteli ve visu. Nicméně pro přesnější určení tahu bude ještě aplikována prandtlova ztrátová funkce (pro výpočet bez korekce je uvažována prandtlova ztrátová funkce rovna jedné). Tedy dle rovnice (109)

$$\lambda_s(r) = \frac{\sigma \cdot C_L^\alpha}{16 \cdot F} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{32 \cdot F}{\sigma \cdot C_L^\alpha} \cdot \theta \cdot r} - 1 \right). \quad (109.2)$$

Prandtlova ztrátová funkce bude řešena dle rovnice (105)

$$F = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^{-1}(\exp(-f)) \quad (105.2)$$

a prandtlův pomocný součinitel odpovídá rovnici (106)

$$f = \frac{N_{list}}{2} \cdot \frac{1-r}{r \cdot \phi}, \quad (106.2)$$

kde lze součin relativního poloměru a úhlu indukované rychlosti lze nahradit rychlostním součinitelem, poté

$$f = \frac{N_{list}}{2} \cdot \frac{1-r}{\lambda_s}. \quad (106.3)$$

Do rovnice pro rychlostní součinitel, i do integrálu pro součinitel tahu je nutné dosazovat stoupání vztlakové čáry. Ten byl pro nestlačitelné proudění pro jednotlivé profily vyřešen, avšak ve výpočtu bude uvažován jako proměnný (to neplatí pro výpočet bez korekce, kde bude konstantní), a to dle obvodové rychlosti rotoru, respektive elementu rotoru. Obvodová rychlost je proměnná s otáčkami, které budou zahrnuty a výsledné stoupání vztlakové čáry bude korigováno dle rovnice (118)

$$C_L^\alpha = \frac{C_L^\alpha(M=0,1)}{\sqrt{1 - (r_e \cdot M_{šp})^2}}. \quad (118.2)$$

Výsledný tah lze poté vyřešit dle rovnice (43), jako

$$T = C_T \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^2. \quad (43.2)$$

6.2.2. Výkon

Pro výpočet součinitele výkonu lze použít rovnici (50)

$$C_P = \int_0^1 \lambda \cdot dC_T + \frac{1}{2} \cdot \int_0^1 \sigma \cdot C_D \cdot r^3 \cdot dr, \quad (50.2)$$

do které bude dosazován, již vypočtený, součinitel tahu a rychlostní součinitel. Plnost rotoru je taktéž vyřešena, z části pro výpočet tahu. Jediný neznámý člen je součinitel odporu, který je dán charakteristikou profilu. Pro jeho odečtení je nutné znát místní úhel náběhu, který lze vyřešit dle rovnice (15) a rovnice (32)

$$\alpha = \theta - \phi = \theta - \frac{\lambda}{r}. \quad (15.2)$$

Poté již lze řešit výsledný výkon dle rovnice (53)

$$P = C_P \cdot \rho_{vzd} \cdot A_{disk} \cdot (\Omega \cdot R_{disk})^3. \quad (53.2)$$

6.3. Výsledné hodnoty

Vypočtené parametry vrtulí jsou uvedeny v následujících tabulkách a grafech.

6.3.1. Aeronaut 11x5

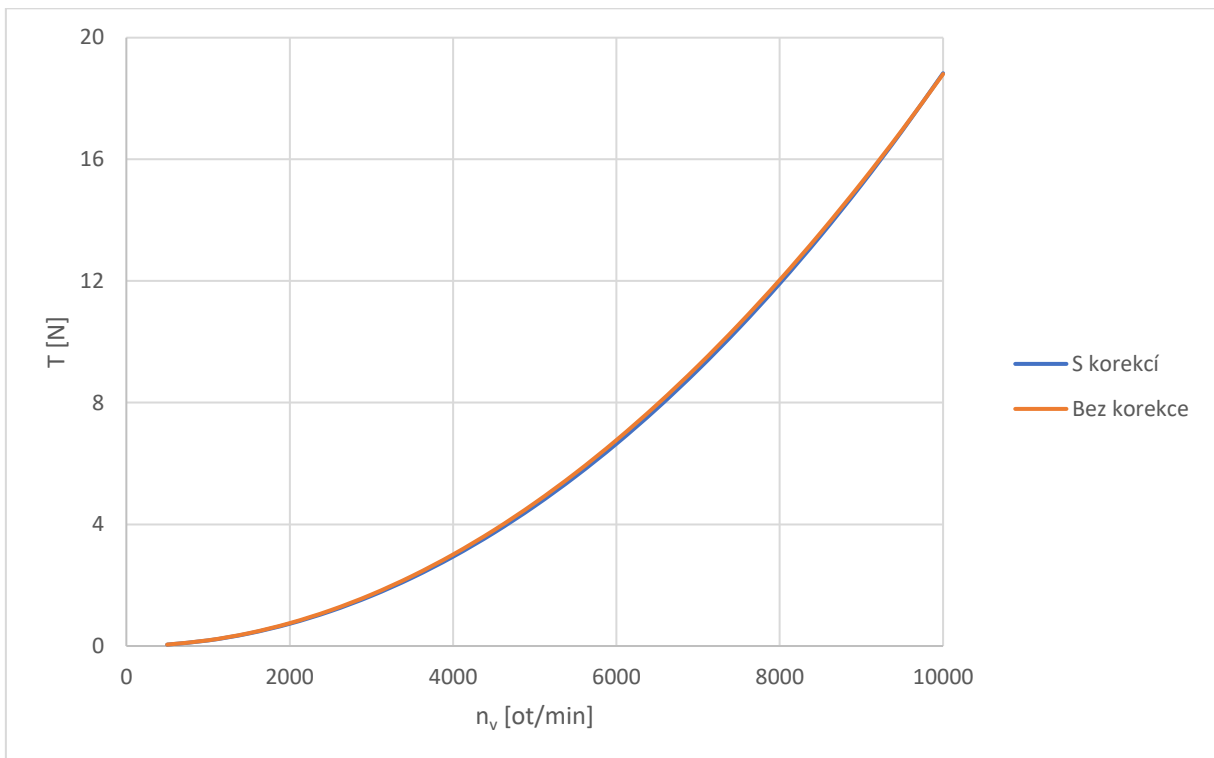
6.3.1.1. Tah

Následující tabulka představuje vypočtené hodnoty tahu a porovnává korigované a nekorigované hodnoty.

n_v [ot/min]	C_T [-]		T [N]	
	Bez korekce	S korekcí	Bez korekce	S korekcí
500	0,01207	0,01174	0,05	0,05
1000		0,01174	0,19	0,18
1500		0,01174	0,42	0,41
2000		0,01175	0,75	0,73
2500		0,01176	1,18	1,14
3000		0,01177	1,69	1,65
3500		0,01178	2,30	2,25
4000		0,01179	3,01	2,94
4500		0,01180	3,81	3,72
5000		0,01182	4,70	4,60
5500		0,01184	5,69	5,58
6000		0,01186	6,77	6,65
6500		0,01188	7,94	7,82
7000		0,01190	9,21	9,08
7500		0,01193	10,58	10,45
8000		0,01196	12,03	11,92
8500		0,01199	13,59	13,49
9000		0,01202	15,23	15,16
9500		0,01205	16,97	16,94
10000	0,01209	18,80	18,83	

Tabulka č. 12: Výsledné vypočtené hodnoty tahu vrtule Aeronaut 11x5

Obdobně zpracováno graficky.



Graf č. 30: Vypočtená tahová křivka vrtule Aeronaut 11x5

Je možné vidět, že hodnoty tahu s korekcí a bez korekce se téměř neliší. Jejich nejvyšší odlišnost je přibližně 2,8 %.

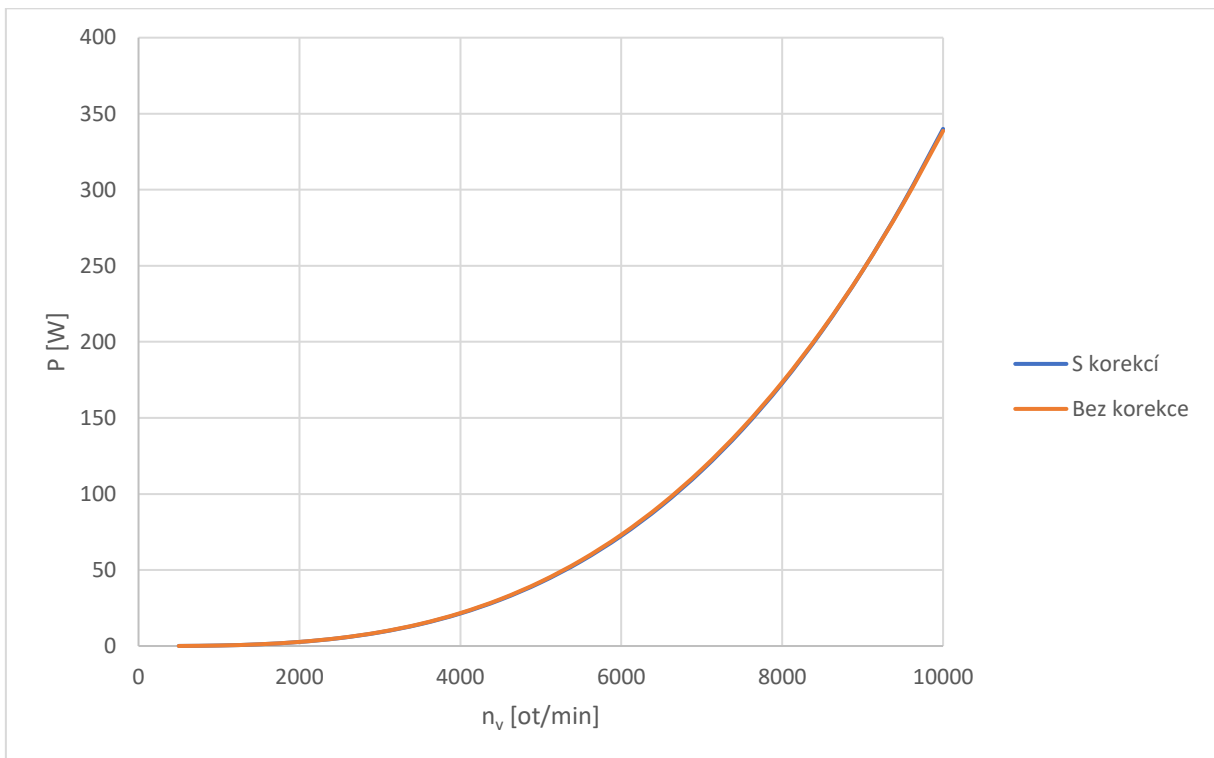
6.3.1.2. Výkon

Následující tabulka představuje vypočtené hodnoty výkonu a porovnává korigované a nekorigované hodnoty.

n_v [ot/min]	C_p [-]		P [N]	
	Bez korekce	S korekcí	Bez korekce	S korekcí
500	0,00149	0,00146	0,04	0,04
1000		0,00146	0,34	0,33
1500		0,00146	1,14	1,12
2000		0,00146	2,71	2,67
2500		0,00146	5,29	5,21
3000		0,00146	9,14	9,00
3500		0,00146	14,52	14,31
4000		0,00147	21,68	21,37
4500		0,00147	30,86	30,45
5000		0,00147	42,33	41,82
5500		0,00147	56,35	55,72
6000		0,00147	73,15	72,42
6500		0,00147	93,01	92,20
7000		0,00148	116,17	115,32
7500		0,00148	142,88	142,06
8000		0,00148	173,40	172,69
8500		0,00148	207,99	207,51
9000		0,00149	246,89	246,81
9500		0,00149	290,37	290,88
10000		0,00149	338,67	340,03

Tabulka č. 13: Výsledné vypočtené hodnoty výkonu vrtule Aeronaut 11x5

Obdobně zpracováno graficky.



Graf č. 31: Vypočtená výkonová křivka vrtule Aeronaut 11x5

Je možné vidět, že hodnoty výkonu s korekcí a bez korekce se téměř neliší. Jejich nejvyšší odlišnost je přibližně 1,7 %.

6.3.2. APC 12x6E

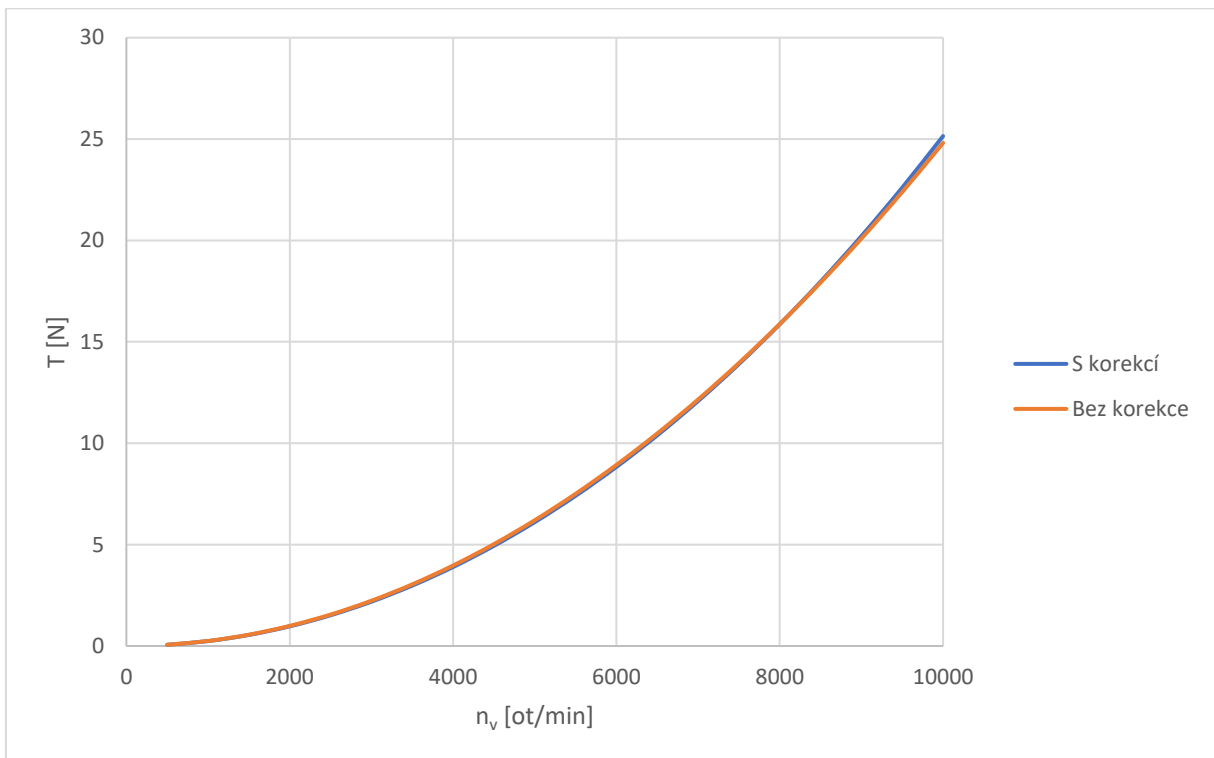
6.3.2.1. Tah

Následující tabulka představuje vypočtené hodnoty tahu a porovnává korigované a nekorigované hodnoty.

n _v [ot/min]	C _T [-]		T [N]	
	Bez korekce	S korekcí	Bez korekce	S korekcí
500	0,01125	0,01098	0,06	0,06
1000		0,01098	0,25	0,24
1500		0,01099	0,56	0,54
2000		0,01099	0,99	0,96
2500		0,01100	1,54	1,51
3000		0,01101	2,22	2,17
3500		0,01103	3,02	2,96
4000		0,01104	3,95	3,87
4500		0,01106	5,00	4,91
5000		0,01108	6,17	6,07
5500		0,01110	7,46	7,36
6000		0,01112	8,88	8,78
6500		0,01115	10,42	10,33
7000		0,01118	12,09	12,01
7500		0,01121	13,88	13,83
8000		0,01124	15,79	15,78
8500		0,01128	17,82	17,87
9000		0,01132	19,98	20,10
9500		0,01136	22,26	22,48
10000		0,01140	24,67	25,01

Tabulka č. 14: Výsledné vypočtené hodnoty tahu vrtule APC 12x6E

Obdobně zpracováno graficky.



Graf č. 32: Vypočtená tahová křivka vrtule APC 12x6E

Je možné vidět, že hodnoty tahu s korekcí a bez korekce se téměř neliší. Jejich nejvyšší odlišnost je přibližně 2,4 %.

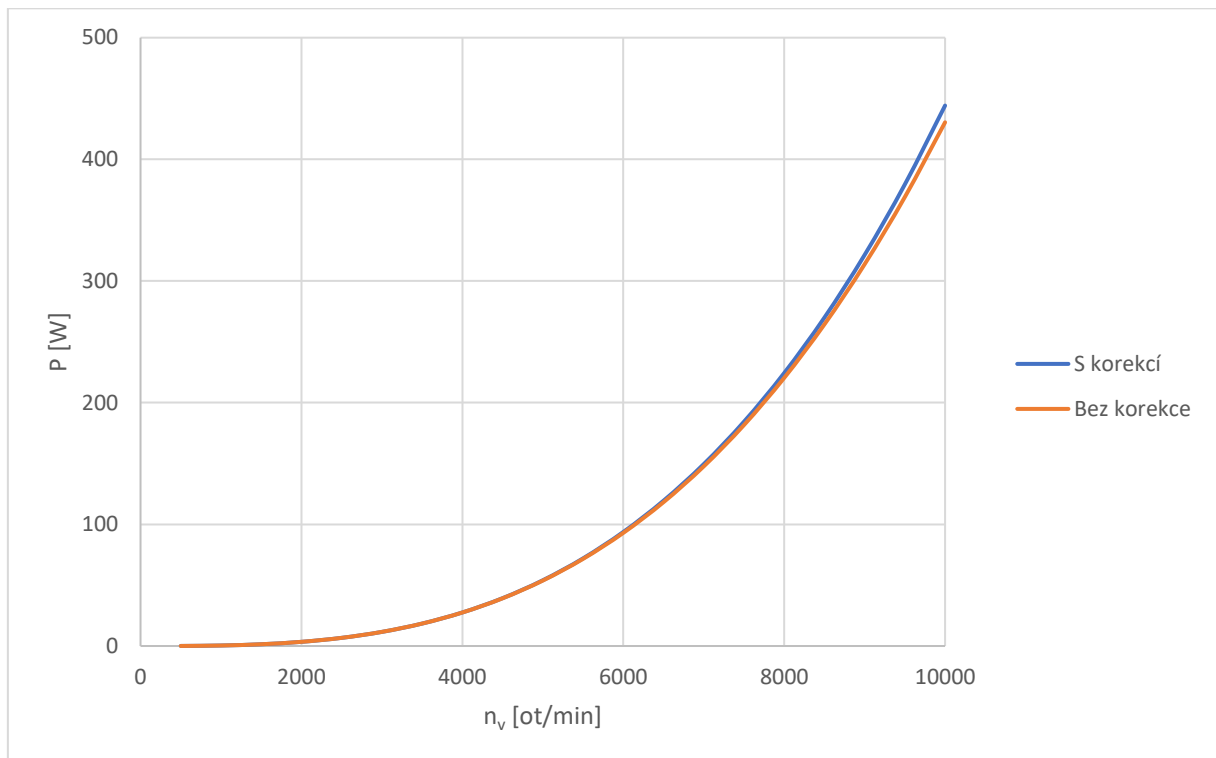
6.3.2.2. Výkon

Následující tabulka představuje vypočtené hodnoty výkonu a porovnává korigované a nekorigované hodnoty.

n_v [ot/min]	C_p [-]		P [N]	
	Bez korekce	S korekcí	Bez korekce	S korekcí
500	0,00122	0,00122	0,05	0,05
1000		0,00122	0,43	0,43
1500		0,00122	1,44	1,44
2000		0,00122	3,42	3,41
2500		0,00122	6,69	6,67
3000		0,00122	11,56	11,54
3500		0,00122	18,35	18,35
4000		0,00122	27,39	27,43
4500		0,00123	39,00	39,11
5000		0,00123	53,50	53,73
5500		0,00123	71,21	71,64
6000		0,00123	92,46	93,19
6500		0,00124	117,55	118,74
7000		0,00124	146,82	148,66
7500		0,00124	180,58	183,32
8000		0,00124	219,15	223,10
8500		0,00125	262,87	268,42
9000		0,00125	312,04	319,67
9500		0,00126	366,99	377,29
10000		0,00126	428,04	441,72

Tabulka č. 15: Výsledné vypočtené hodnoty výkonu vrtule APC 12x6E

Obdobně zpracováno graficky.



Graf č. 33: Vypočtená výkonová křivka vrtule APC 12x6E

Je možné vidět, že hodnoty výkonu s korekcí a bez korekce se téměř neliší. Jejich nejvyšší odlišnost je přibližně 3,2 %.

7. Porovnání a zhodnocení výsledných dat

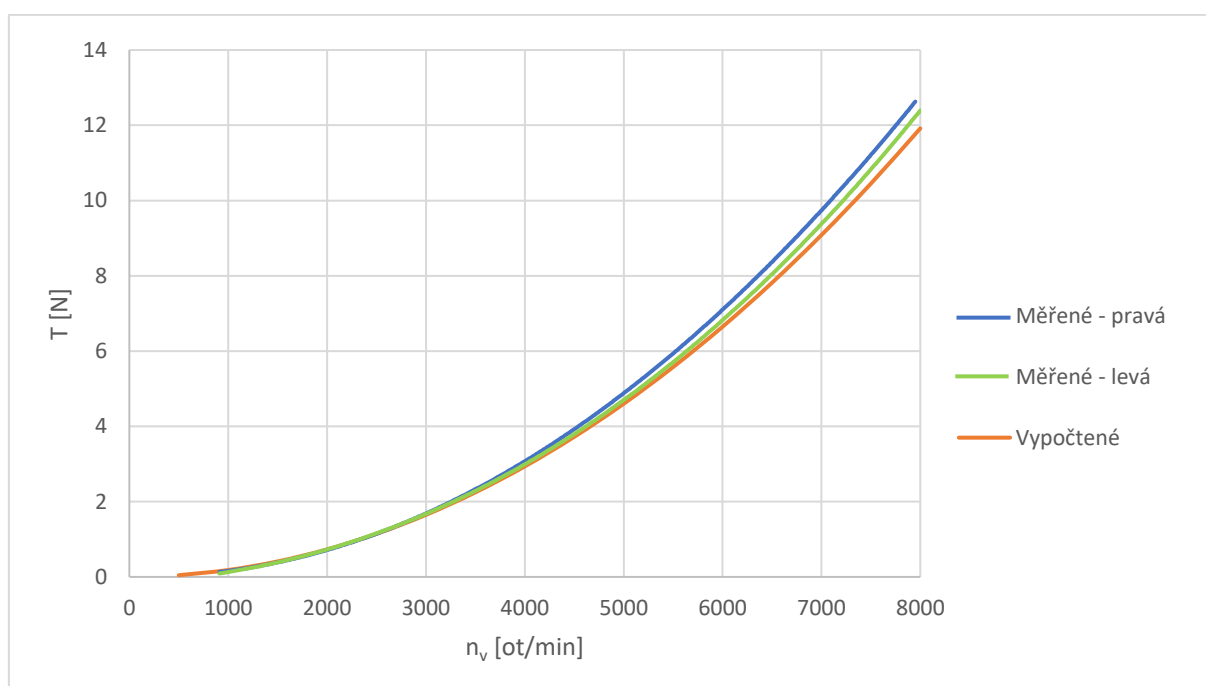
V kapitolách „Měření tahu vrtule“ a „Výpočet tahu vrtule“ byly představeny výsledky výpočtů a měření tahu, respektive výkonu, vrtulí. Tato část bude věnována jejich porovnání. To bude realizováno pouze prostřednictvím grafů, ve kterých jsou rozdíly zřejmé. Konkrétní hodnoty zde nebudou uvedeny a je nutné je dohledat.

7.1. Aeronaut 11x5

V následujících částech budou zhodnoceny data z měření vrtule Aeronaut 11x5, porovnány data levé a pravé vrtule v horizontálním směru a výsledná data z vertikálního měření.

7.1.1. Horizontální měření

Nejprve bylo provedeno měření této vrtule v horizontální pozici. Snahou je tedy porovnat naměřená data v horizontální pozici pravé a levé vrtule s vypočtenými daty. To je provedeno pro tah v následujícím grafu.

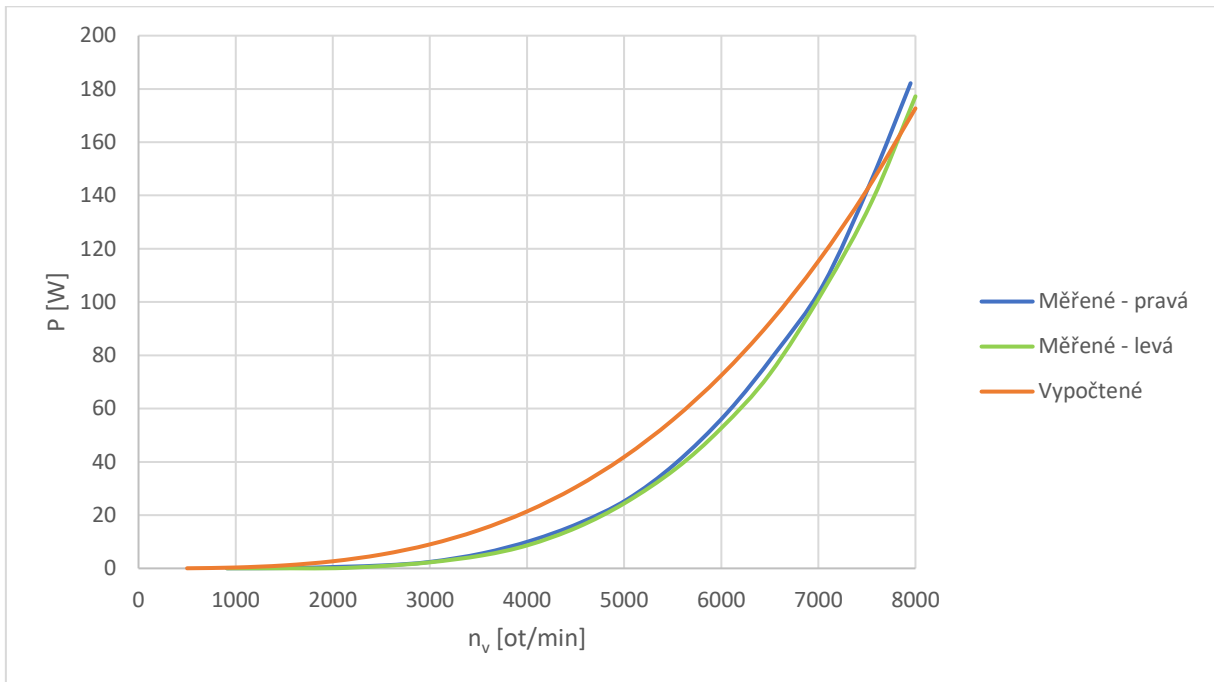


Graf č. 34: Porovnání tahové křivky z horizontálního měření vrtule Aeronaut 11x5

Z tahové křivky je možné vidět, že se všechny hodnoty nepatrně liší. Odlišnost je pozorovatelná pro vyšší otáčky, přibližně od 5000 otáček za minutu. Nicméně, i v případě nejvyšších otáček rozdíl mezi měřenou levou vrtulí a vypočtenými daty nepřekračuje hodnotu tahu 1 newton. To je odchylka nižší než 10 %, která s ohledem na použité výpočetní i měřicí metody je velmi dobrým výsledkem.

Odlišnost mezi levou a pravou vrtulí je taktéž nepatrná a mohla být očekávaná. I přes to, že vrtule pochází od renomovaného výrobce, může být problematické vyrobit vrtule opačného smyslu s identickými parametry. Avšak zaznamenaný rozdíl by byl v praktickém užití neznatelný.

V dalším grafu je naznačena výkonová křivka z horizontálního měření.



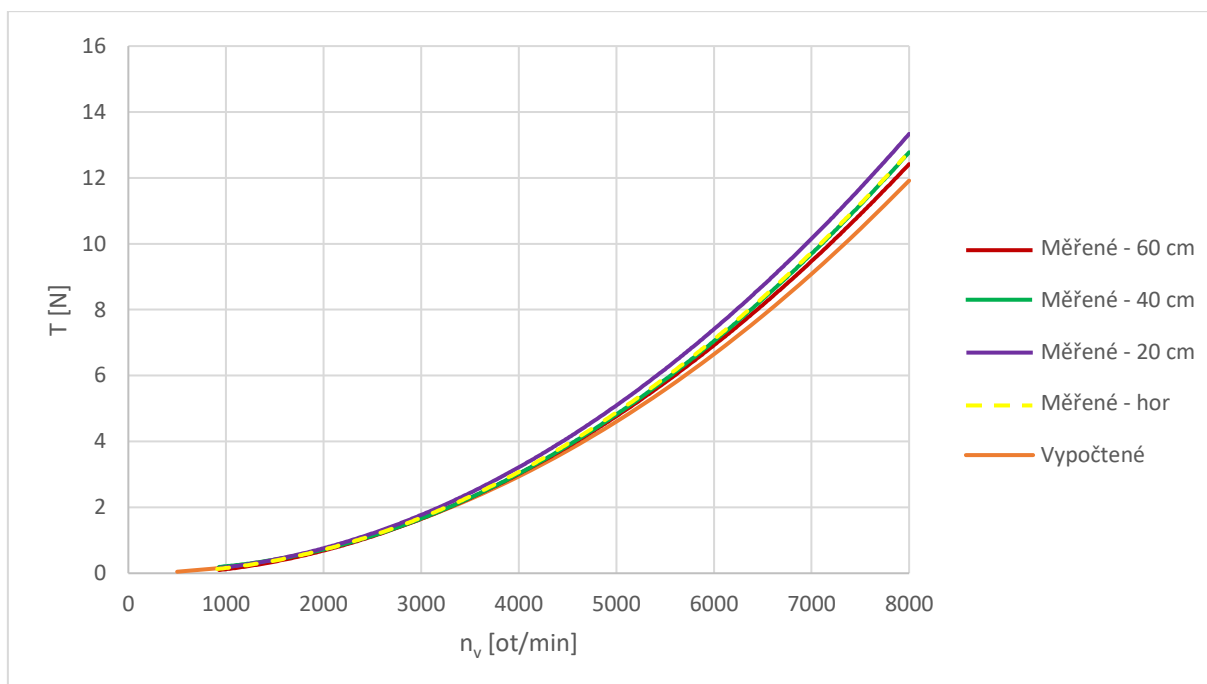
Graf č. 35: Porovnání výkonové křivky z horizontálního měření vrtule Aeronaut 11x5

Z křivky výkonu je opět možné vidět nepatrné rozdíly, jako u tahové křivky. Avšak zde lze vidět odlišnost primárně ve středních otáčkách, pro vyšší otáčky se křivky přibližují. To je způsobeno použitím jednodušších výpočetních metod, které nemusí vždy reflektovat skutečná data. Nejvyšší odlišnost mezi naměřenými a vypočtenými daty je možné pozorovat při přibližně 5000 otáčkách za minutu, kde je rozdíl téměř 20 wattů a jedná se o odchylku takřka 100 %. To je výrazné, nicméně při úvaze, že je požadavkem získat informace o maximálním potřebném výkonu, lze toto zanedbat, neboť právě pro nejvyšší otáčky je odlišnost minimální a nižší otáčky nejsou poté pro volbu motoru stěžejní.

I u výkonové křivky lze pozorovat rozdíl pravé a levé vrtule, který se opět projevuje při vyšších otáčkách. Tento rozdíl byl již odůvodněn.

7.1.2. Vertikální měření

V následujících grafech budou porovnány křivky z vertikálního měření, komentován vliv země a taktéž jsou mezi křivky zařazeny i ty z horizontálního měření.

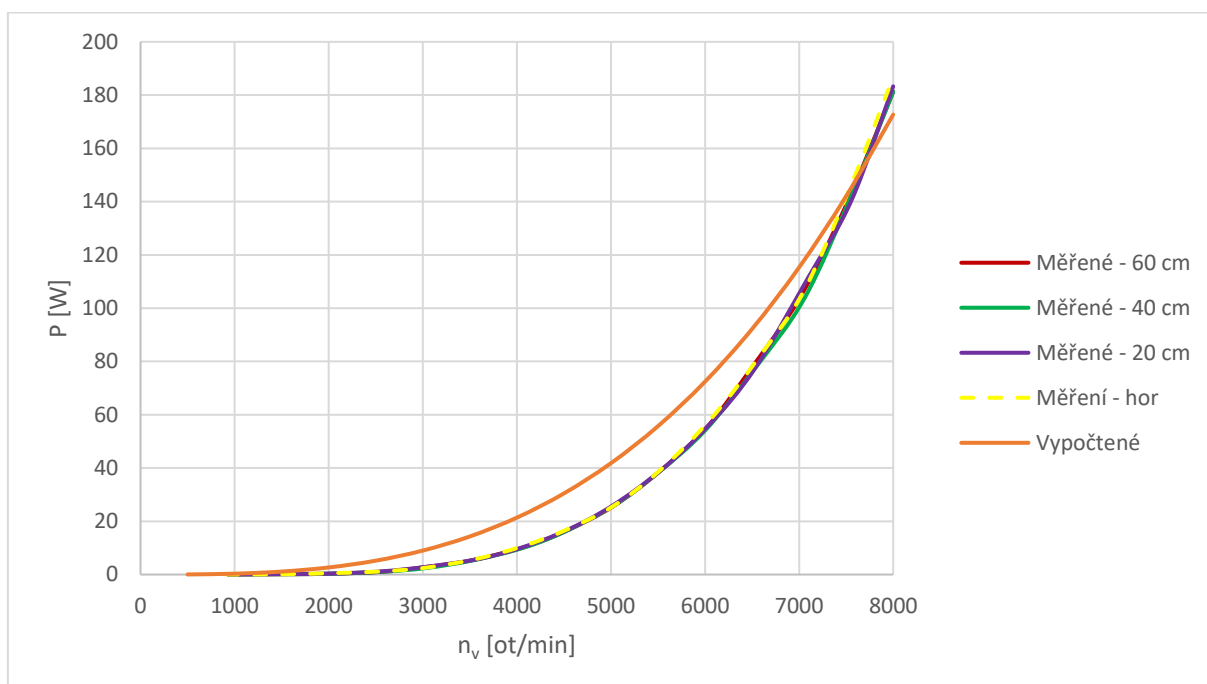


Graf č. 36: Porovnání tahové křivky z vertikálního měření vrtule Aeronaut 11x5

Z této tahové křivky je možné pozorovat více aspektů. Opět, stejně jako u horizontálního měření je možné si všimnout, že odlišnost pro nízké otáčky není, nebo je nepatrná, a od přibližně 5000 otáček za minutu se začínají křivky lišit. Vypočtený tah je znovu nejnižší, což je vyhovující aspekt, který aplikací staví na stranu bezpečnosti. Ve vysokých otáčkách je již možné pozorovat vliv země a nárůst tahu mezi nejvyšší a nejnižší polohou asi o 1 newton, tedy přibližně 8 %. To není výrazná hodnota, ale může být znatelná.

Důležitý může být zaznamenaný tah v horizontální poloze, který je v grafu naznačen čárkovaně a kontrastní žlutou barvou. Díky tomu je možné pozorovat, že tento tah není nejnižší, naopak se shoduje s naměřenými daty ve výšce 40 cm nad zemí. To je nejpravděpodobněji způsobeno tím, že svislý hliníkový profil působil při měření v horizontální pozici jako znatelná překážka a bylo by nutné vrtuli měřit s dostatečnou vzdáleností od profilu. Ale i přes to je možné na data aplikovat korekční funkce, která by překážku zohlednila a příslušně by ponížily výsledný tah. Avšak se jedná o poměrně složitou záležitost, a proto v této práci nebude tato korekce aplikována.

V následujícím grafu je naznačena výkonová křivka, opět včetně dat z horizontálního měření.



Graf č. 37: Porovnání výkonové křivky z vertikálního měření vrtule Aeronaut 11x5

V křivce výkonu je opět výrazná odlišnost pro střední otáčky vypočtených a naměřených dat, stejně jako u horizontálního měření. Avšak znovu lze říci, že důležitá je přibližná shoda ve vysokých otáčkách, pro výběr motoru. Naměřená data jsou poté téměř shodná, což je i očekávaný výsledek a jejich odlišnost jsou jednotky wattů. To je způsobeno chybou odečtu měřených dat, popřípadě drobnými odchylkami vlivu okolí během měření.

7.2. APC 12x6E

V následujících částech budou zhodnoceny data z měření vrtule APC 12x6E.

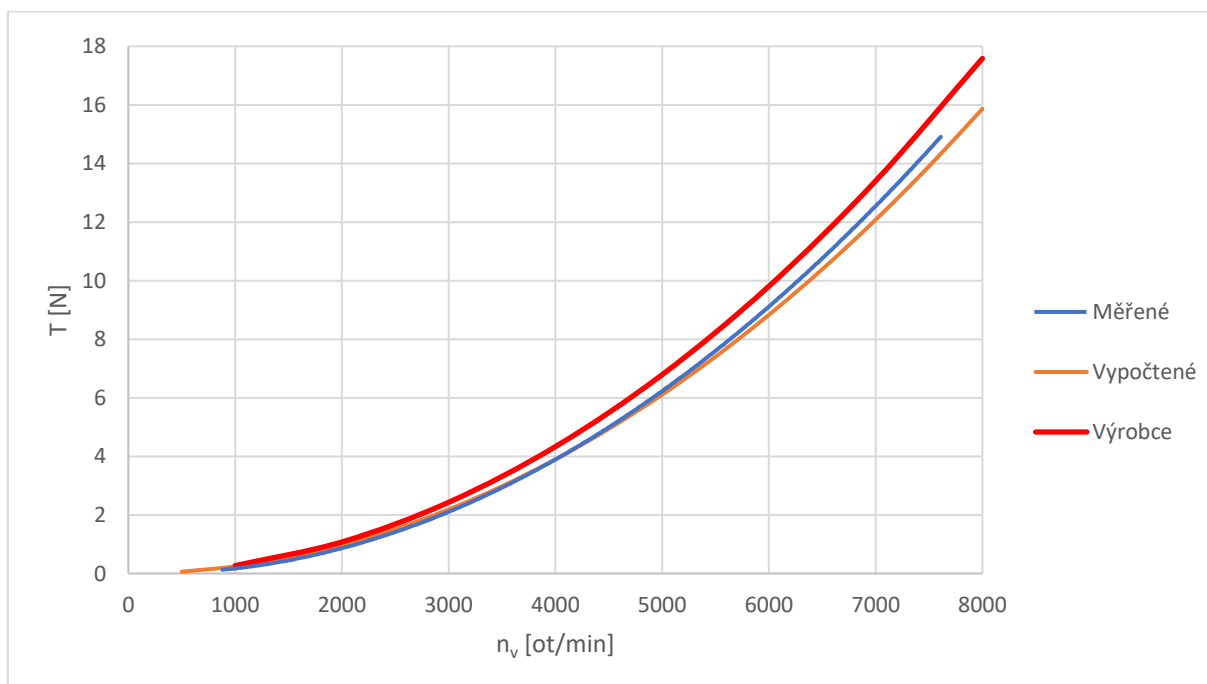
7.2.1. Horizontální měření

Pro tuto vrtuli bylo taktéž první provedeno měření v horizontální poloze. Proto je zde prezentována opět tahová křivka a poté výkonová křivka. Díky tomu, že výrobce vrtule uvádí svá data (viz Tabulka č. 16) budou do grafů pro horizontální pozici k porovnání zahrnuty i tyto hodnoty. Nejprve tedy data od výrobce

n_v [ot/min]	T [N]	P [W]
1000	0,3	0,59
2000	1,1	4,28
3000	2,4	13,74
4000	4,3	31,63
5000	6,8	60,60
6000	9,8	103,41
7000	13,4	162,88
8000	17,6	241,99

Tabulka č. 16: Data výrobce k vrtuli APC 12x6E [18]

Nyní tedy porovnání tahových křivek v následujícím grafu.

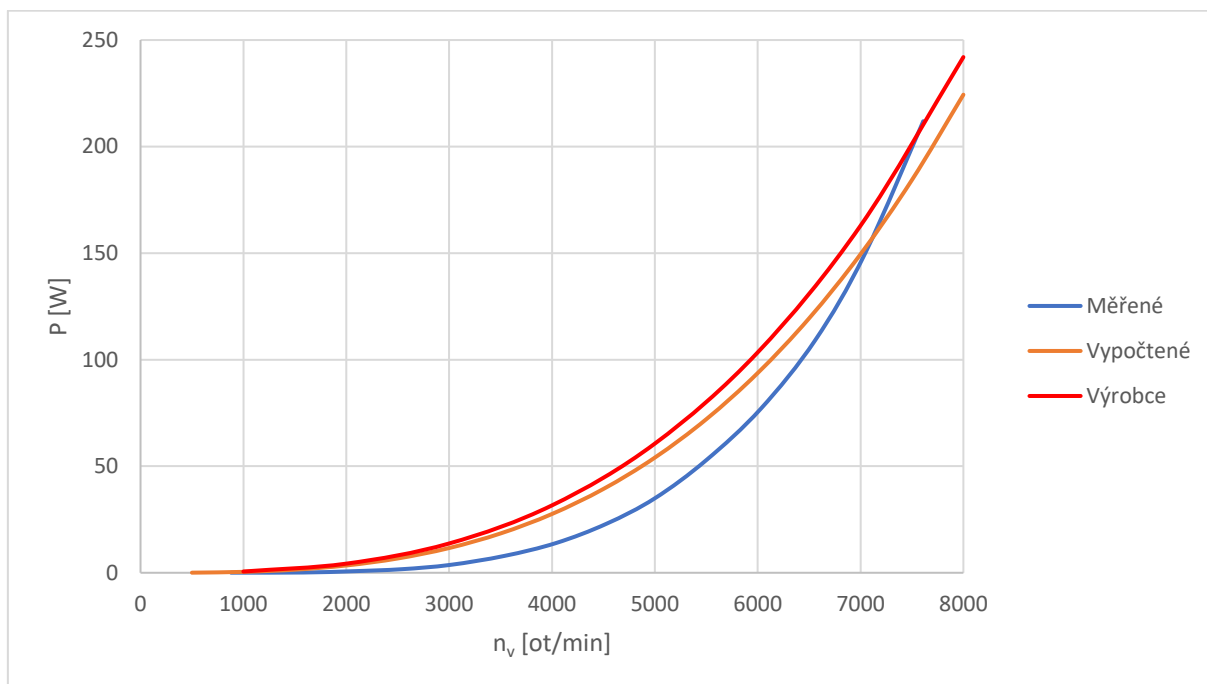


Graf č. 38: Porovnání tahové křivky z horizontálního měření vrtule APC 12x6E [18]

V tomto případě si lze všimnout minimální odchylky naměřených a vypočtených dat. Při maximálních otáčkách je to přibližně 1 newton, tedy méně než 10 %. Avšak data výrobce mají

již vyšší odchylku od vypočtených i naměřených dat, a to už od nízkých otáček. Jelikož výrobce uvádí pouze to, že data získává výpočtem přes software, který provádí analýzu vrtule a provádí výpočet pomocí vírové teorie, tak není zcela jasné, zda jsou tato data věrohodná. Neboť i výpočty výrobce mohou být ovlivněny chybou při výpočtu. Ale taktéž je možné, že výrobce aplikuje do výpočtu korekce, které takto ovlivní výsledky. Nicméně vzhledem k tomu, že data výrobce jsou vyšší, nežli naměřená i vypočtená data, tak je výpočet i měření, oproti výrobci, na straně bezpečnosti. Tedy z těchto křivek lze vyvodit primárně to, že provedené měření i výpočet si jsou blízké.

V následujícím grafu je uvedena výkonová křivka, opět včetně dat výrobce.



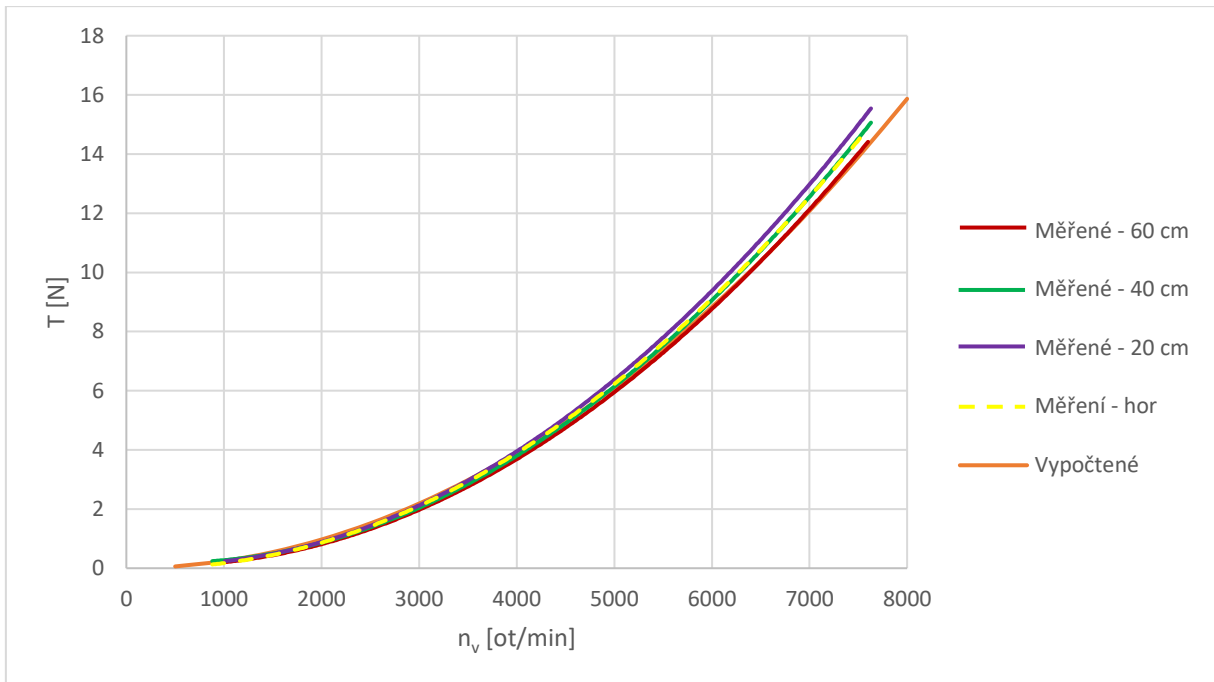
Graf č. 39: Porovnání výkonové křivky z horizontálního měření vrtule APC 12x6E [18]

U této křivky výkonu si lze povšimnout stejného vývoje, jako u předchozí vrtule. Ve středních otáčkách je odlišnost výrazná, avšak ve vysokých otáčkách se křivky protínají, což je důležitý aspekt pro volbu motoru. Ovšem zde jsou opět i data výrobce. Je vidět podobnost mezi vypočtenými daty výrobce a vypočtenými daty v rámci této práce. To je možné očekávat, vzhledem k použité teorii výrobcem.

Poněvadž výrobce uvádí vyšší tah vrtule, tak je dle očekávání vyšší i výkon. Ale s přihlédnutím k tomu, co bylo prezentováno u předchozí vrtule Aeronaut 11x5, že tah v horizontální pozici byl pravděpodobně navýšen překážkou za vrtulí a reálně by byl nižší, tak je provedené měření bližší výpočtu v této práci nežli výpočtu výrobce.

7.2.2. Vertikální měření

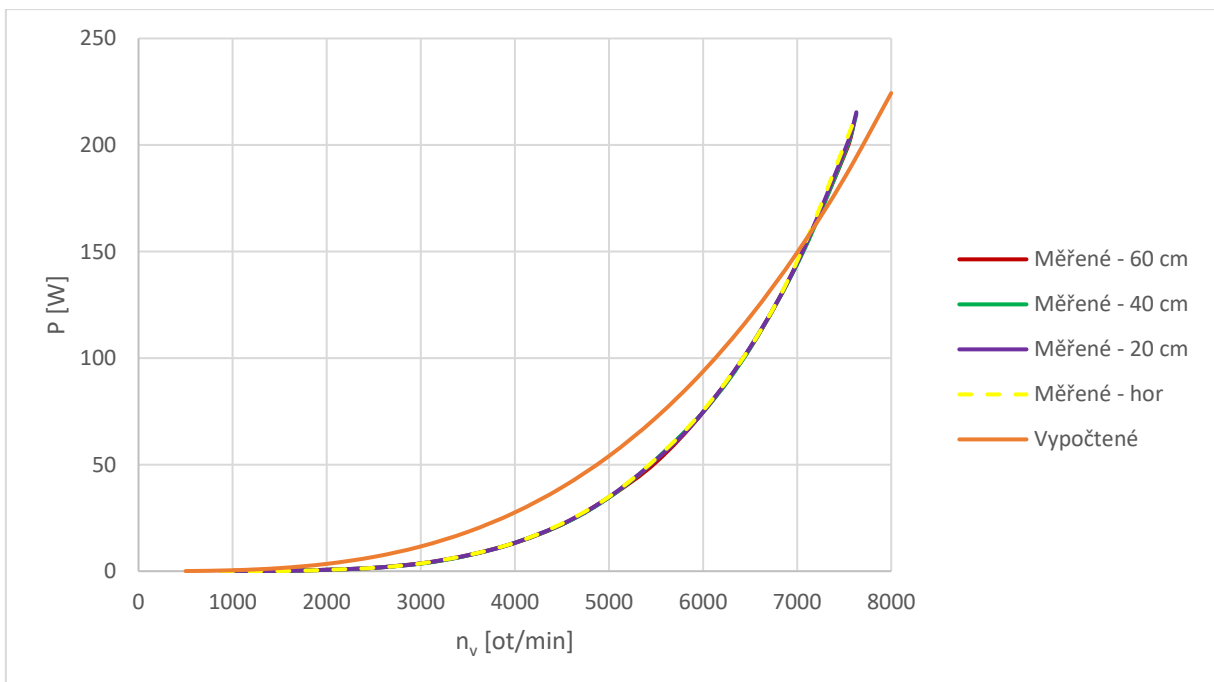
V následujících grafech budou porovnány křivky z vertikálního měření, komentován vliv země a taktéž jsou mezi křivky zařazeny i ty z horizontálního měření. Zde již nejsou prezentována data výrobce, která byla komentována v předchozí části. Nejprve tedy tahová křivka v následujícím grafu.



Graf č. 40: Porovnání tahové křivky z vertikálního měření vrtule APC 12x6E

Z této tahové křivky opět lze pozorovat vliv země, tedy zvyšující se tah se snižující se výškou. Stejně, jako u předchozí vrtule Aeronaut 11x5, je zde tah z horizontálního měření vyšší, než tah naměřený v nejvyšší poloze. Jak již bylo komentováno, je to způsobeno hliníkovým profilem za vrtulí a bylo by nutné aplikovat korekce na naměřená data. Zajímavější je zde téměř dosažená shoda naměřených dat v nejvyšší poloze s vypočtenými hodnotami. Znamená to, že při zpřesnění měření by byla možná absolutní shoda s vypočtenými daty a pak by bylo možné prohlásit odečet geometrie vrtule i výpočet za korektní.

V následujícím grafu je uvedena výkonová křivka.



Graf č. 41: Porovnání výkonové křivky z vertikálního měření vrtule APC 12x6E

Na těchto křivkách výkonu lze pozorovat již představený trend. Ve středních otáčkách je rozdíl značný a pro vysoké otáčky se rozdíly snižují. A opět se křivky pro naměřená data téměř shodují, dle očekávání, tedy odchylky jsou způsobené odečítáním dat během měření nebo vlivem okolí během měření.

7.3. Vliv země

V následující části bude naznačen vliv země z naměřených dat a porovnán s vypočtenými daty, dle kapitoly „Vliv země“. Bude to provedeno pro obě vrtule při 7500 otáčkách za minutu, aby bylo dosaženo výraznějších odlišností v tahu. Avšak, jak již bylo prezentováno v předchozí kapitole, data budou zkresleny, protože naměřený tah v horizontální pozici by měl být menší, nežli tahy získané při vertikálním měření a tomu tak není.

7.3.1. Aeronaut 11x5

Pro tuto vrtuli jsou tahy naměřené při 7500 otáčkách za minutu následující

	T [N]
Horizontální měření	11,2
Vertikální měření	
Výška [cm]	
20	11,7
40	11,2
60	10,9

Tabulka č. 17: Tahy vrtule Aeronaut 11x5 při 7500 ot/min

Dále je třeba získat vypočtená data. Vzorovým výpočtem pro výšku 20 cm dle rovnice (121) je možné získat

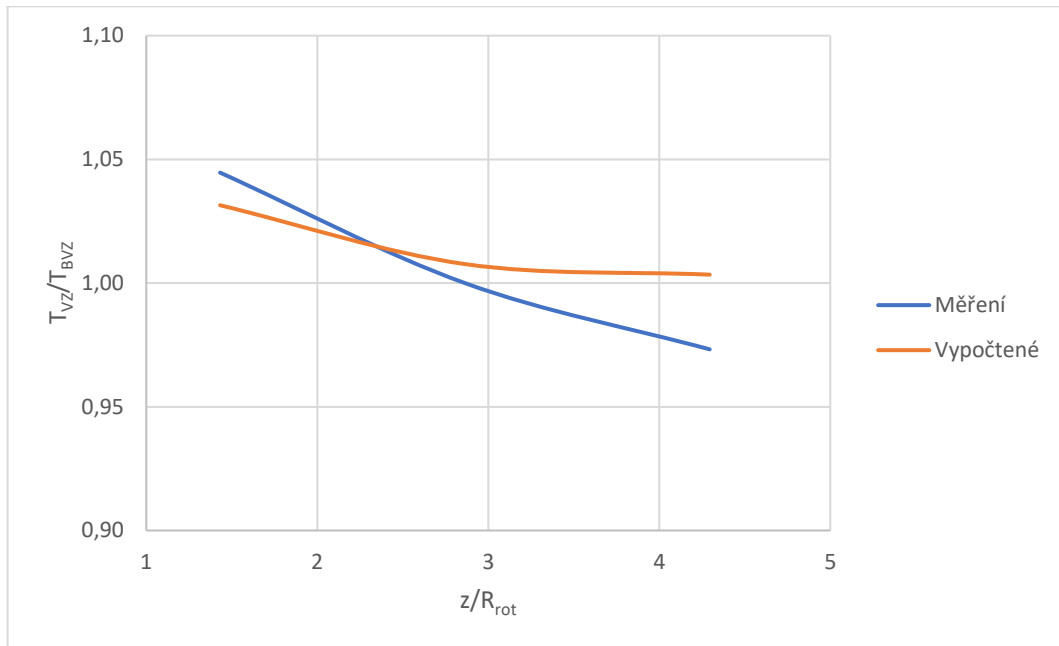
$$\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=konst} = \frac{1}{1 - \left(R_{rot}/4 \cdot z \right)^2} = \frac{1}{1 - \left(0,1397/4 \cdot 0,2 \right)} = 1,031. \quad (121.2)$$

Výsledná naměřená a vypočtená data jsou v následující tabulce

Výška	z/R_{rot}	Naměřené $\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=konst}$	Vypočtené $\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=konst}$
20	1,43	1,045	1,031
40	2,86	1,0	1,008
60	4,29	0,973	1,003

Tabulka č. 18: Porovnaná data vlivu země vrtule Aeronaut 11x5

Grafické zpracování hodnot v grafu



Graf č. 42: Vliv země vrtule Aeronaut 11x5

Z výsledného grafu je možné vidět, že vypočtená data jsou relevantní, avšak měřená data jsou dle očekávání, vzhledem k předchozím komentářům, odlišná. Nicméně alespoň lze pozorovat, že s přibývajícím poměrem z/R_{rot} by gradient tahu klesal a naopak, což je správné.

7.3.2. APC 12x6E

Pro tuto vrtuli jsou tahy naměřené při 7500 otáčkách za minutu následující

	T [N]
Horizontální měření	11,2
Vertikální měření	
Výška [cm]	
20	11,7
40	11,2
60	10,9

Tabulka č. 19: Tahy vrtule APC 12x6E při 7500 ot/min

Dále je potřeba získat vypočtená data. Vzorovým výpočtem pro výšku 20 cm dle rovnice (121) je možné získat

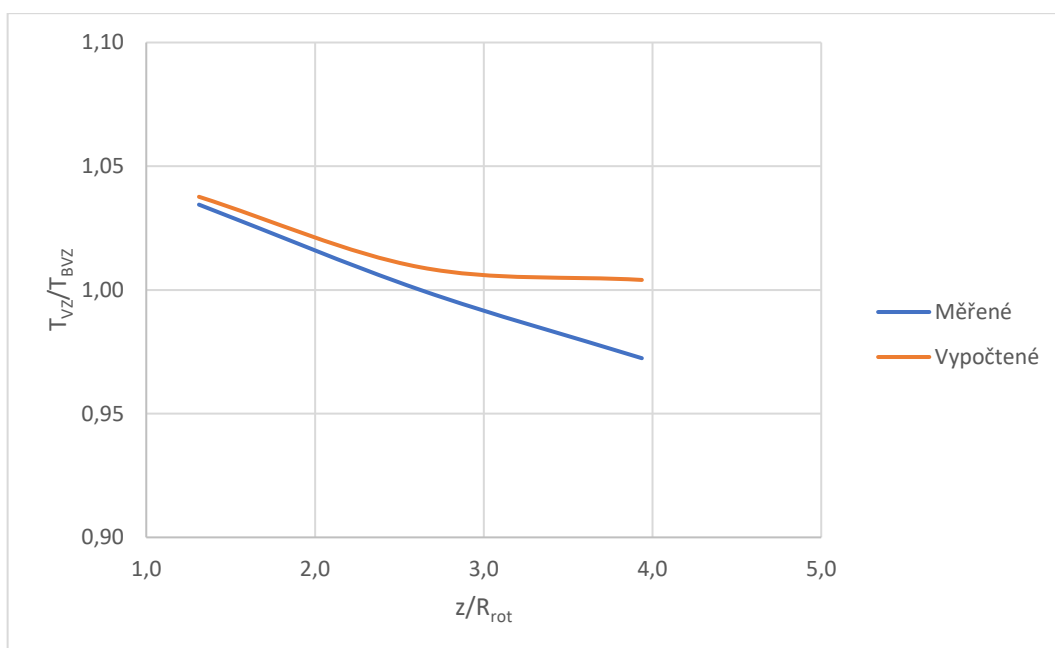
$$\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}} \right]_{P=konst} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R_{rot}}{4 \cdot z} \right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{0,1524}{4 \cdot 0,2} \right)^2} = 1,038. \quad (121.3)$$

Výsledná naměřená a vypočtená data jsou v následující tabulce

Výška	z/R_{rot}	Naměřené $\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}}\right]_{P=konst}$	Vypočtené $\left[\frac{T_{VZ}}{T_{BVZ}}\right]_{P=konst}$
20	1,31	1,034	1,038
40	2,62	1,0	1,009
60	3,94	0,972	1,004

Tabulka č. 20: Porovnaná data vlivu země vrtule APC 12x6E

Grafické zpracování hodnot v grafu



Graf č. 43: Vliv země vrtule APC 12x6E

Obdobně jako u předchozí vrtule je patrné, že poměr naměřených tahů je z části menší než jedna. To je opět způsobeno zmíněnou problematikou u měření. Vypočtené hodnoty je možné prohlásit za věrohodné a gradient naměřených dat přibližně taktéž.

8. Závěr

Tato práce byla věnována měření statického tahu vrtule, či rotoru, vzhledem k aplikaci na letouny schopné kolmého startu. Rešeršní část je věnována možnostem a způsobům měření tahu a poté výpočetním metodám pro statický tah. V části o měření byly zmíněny různé metody. První byla zkouška přímo na motoru, která může posloužit ke kombinování konkrétní vrtule s konkrétním motorem. Následně byly představeny metody měření v aerodynamickém tunelu. První je spíše historická, ale stále reálně proveditelná. Využívá pro odečítání sil aerodynamické váhy a je schopna relativně přesně měřit tah, statický i dynamický. Druhou variantou bylo měření modelové vrtule v tunelu s motorem zavěšeným na kyvném rameni. To bylo připevněno k siloměru a otáčky vrtule byly snímány světelnou závorou. Z toho lze vyvodit, že se jedná o moderní měření s využitím výpočetní techniky vhodné pro statický i dynamický tah. Poslední zmíněnou metodou je měření na rotorové věži, kde se jedná, již konkrétně o statický tah.

Část věnovaná výpočetním metodám byla zaměřena na jednodušší metody založené na teorii izolovaného elementu listu a hybnostní teorii. Na základě těchto teorií byly prezentovány metody výpočtu obecného listu, ale s jejich úpravou byly vyjádřeny způsoby pro návrh a výpočet ideálního listu. Ten vychází z lineárních průběhů zkroucení a délky tělivity po délce listu. Ke konci byly ještě představeny jednoduché korekční metody a způsob výpočtu vlivu země na výsledný statický tah.

Druhá část práce je věnována samotnému měření a výpočtu statického tahu a výkonu dvou modelových vrtulí. Nejdříve byl proveden návrh měřicího stojanu a byly popsány použité aparáty pro pohon vrtule, měření tahu a další. Samotné měření bylo provedeno ve dvou osách, nejprve horizontální a poté vertikální. U vertikálního směru byly proměřeny tři polohy s rozdílnou vzdáleností od země. Následně byly provedeny výpočty obou vrtulí. V této části bylo provedeno i porovnání dat bez korekce a s korekcí. Výsledná rozdílnost dat je minimální, v jednotkách procent, a proto je sporné, zda je nutné korekce aplikovat. Nicméně, složitost použití korekce v tomto případě není tak značná, tedy je možné říci, že je vhodné korekce použít, ale pro první nástin lze počítat bez nich.

V závěru práce bylo provedeno porovnání dat. V případě vrtule Aeronaut 11x5 byly porovnávány data naměřené v horizontální pozici, pro levou a pravou vrtuli, a data naměřená ve vertikální pozici. Výsledkem bylo zjištění, že levá a pravá vrtule se nepatrně liší, což je částečně očekávané, že výrobce nedokáže plnohodnotně replikovat geometrii. V případě vertikálního měření byl zaznamenán růst tahu s přibližující se zemí, avšak bylo též zjištěno, že tah v horizontální poloze odpovídá spíše tahu ve střední poloze. To znamená, že měření v horizontální pozici bylo ovlivněno aparaturou a bylo by nutné aplikovat korekce na naměřená data. Výkony vrtule se téměř nelišili, to je očekávané a odlišnosti jsou způsobené pouze chybným odečtem dat. Ještě byla naměřená data porovnána s vypočtenými, která byla u tahu nejnižší, ale odlišnost při maximálních otáčkách je v jednotkách procent. Druhá byla měřena vrtule APC 12x6E. U té byla zaznamenána stejná problematika horizontálního měření a stejné trendy křivek. Nicméně, zde ještě bylo možné porovnat data s napačtenými daty výrobce. Výsledkem je, že data výrobce vykazují vyšší hodnoty tahu, než jsou naměřené. Ale vzhledem ke skutečnosti, že kdyby byly na měření aplikovány korekce na aparaturu, tah by

poklesl, tak je možné říci, že se naměřeným datům přibližují spíše vypočtená data v této práci, nežli data výrobce. Poslední částí bylo zhodnocení vlivu země, kde se projevila problematika horizontálního měření, avšak trendy křivek odpovídají očekávání.

Výsledkem jsou tedy naměřená a vypočtená data, která byla porovnána a bylo zjištěno, že měření přibližně odpovídá výpočtům. Pro dosažení lepších výsledků při měření by bylo možné sestavit aerodynamicky přívětivější aparaturu, která by méně ovlivnila měření a popřípadě aplikovat zmíněné korekce. V případě výpočtu by bylo možné použít složitější metody a taktéž efektivněji popsat geometrii vrtulí.

9. Reference

- [1] ALEKSANDROV, Vladimír Leont'jevič. *Letecké vrtule*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1954. Řada energetické strojírenské literatury.
- [2] Engine with a propeller on a test stand. In: *ResearchGate* [online]. ResearchGate, 2022 [cit. 2022-12-04]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Engine-with-a-propeller-on-a-test-stand_fig8_320443692
- [3] *Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers* [online]. Orlando, FL, 2011 [cit. 2022-12-12]. Dostupné z: <https://m-selig.ae.illinois.edu/pubs/BrandtSelig-2011-AIAA-2011-1255-LRN-Propellers.pdf>. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [4] *Review of Active Rotor Control Research in Canada* [online]. Ottawa, Canada, 2011 [cit. 2022-12-29]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/253659742_Review_of_Active_Rotor_Control_Research_in_Canada. Carleton University.
- [5] LEISHMAN, J. Gordon. *Principles of helicopter aerodynamics*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2006. ISBN 978-0-521-85860-1.
- [6] HOUGHTON, E.L. a P.W. CARPENTER. *Aerodynamics for Engineering Students*. 5. Oxford, Velká Británie: Butterworth-Heinemann, 2003. ISBN 0 7506 5111 3.
- [7] Xmotor XM3542EA-6. *Horejsi* [online]. Plzeň: Hořejší, 2010 [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <https://horejsi.cz/pages/DetailProdukt.aspx?objcislo=1709>
- [8] APC Propeller Performance Data. *APC Propellers* [online]. Kalifornie, USA [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <https://www.apcprop.com/technical-information/performance-data/>
- [9] RPM Limits. *APC Propellers* [online]. Kalifornie, USA [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <https://www.apcprop.com/technical-information/rpm-limits/>
- [10] MEZON 120. *Jetimodel* [online]. Příbor: JETI model [cit. 2023-04-06]. Dostupné z: <https://shop.jetimodel.cz/mezon-120.htm>
- [11] Váhový senzor 3 kg. *GMElectronic* [online]. GM electronic [cit. 2023-04-02]. Dostupné z: <https://www.gme.cz/v/1509017/vahovy-senzor-3kg>
- [12] Arduino UNO R3 – vývojová deska s ATmega328P-AU. *Sharplayers* [online]. Buštěhrad: Sharplayers [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <https://eshop.sharplayers.cz/p/arduino-uno-r3-vyvojova-deska-s-atmega328p-au>
- [13] KORNEL, Vincenc. *Měření akustického pole vrtule* [online]. Praha, 2017 [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/73393>. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní.
- [14] Aluminium profiles 30x60 light. *Norelem* [online]. norelem Normelemente GmbH & Co. [cit. 2023-04-01]. Dostupné z: <https://www.norelem.com/us/en/Products/Product-overview/Mounting-technology/10000-Aluminium-profiles-Connectors-Covers-Special-elements/Aluminium-profiles/10025-Aluminium-profiles-30x60-light-Type-I.html>
- [15] Measuring the Geometry of Propellers. *Mh-aerotoools* [online]. Martin Hepperle, 1996 [cit. 2023-04-05]. Dostupné z: <https://www.mh-aerotoools.de/airfoils/propgeo5.htm>
- [16] Propeller Characterization for QPROP. *MIT* [online]. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology [cit. 2023-04-09]. Dostupné z: https://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/prop_measure.pdf

- [17] *DC Motor / Propeller Matching* [online]. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology [cit. 2023-05-17]. Dostupné z: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/motorprop.pdf>
- [18] 12x6E. *APC Propellers* [online]. Kalifornie, USA [cit. 2023-05-07]. Dostupné z: https://www.apcprop.com/files/PER3_12x6E.dat