

KATEDRA ELEKTROENERGETIKY

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V PRAZE**



**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
NÁHRADA STÁVAJÍCÍCH
PLYNOVÝCH OHŘEVŮ
OHŘEVEM ELEKTRICKÝM V
CHEMICKÉM PRŮMYSLU**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

KVĚTEN 2023

**BC. JAKUB
LINZMAJER**



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Linzmajer** Jméno: **Jakub** Osobní číslo: **483830**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra elektroenergetiky**
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**
Specializace: **Elektroenergetika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Náhrada stávajících plynových ohřevů ohřevem elektrickým v chemickém průmyslu

Název diplomové práce anglicky:

Replacement of existing gas heating systems with electric heating in the chemical industry

Pokyny pro vypracování:

- stručně představte současnou situaci v chemickém průmyslu v aspektu technologických ohřevů
- vyberte typický způsob ohřevu, kterému budete navrhovat náhradu
- sestavte matematický model stávajícího plynového a navrhovaného elektrického ohřevu
- posuďte výhodnost navrhovaného řešení

Seznam doporučené literatury:

RĚDR, Miroslav. Základy tepelné techniky: celost. vysokošk. učebnice pro hutnické fakulty. Praha: SNTL, 1991. ISBN 80-030-0366-0.
MICHEJEV, Michail Aleksandrovič. Základy sdílení tepla. Praha: Průmyslové vydavatelství, 1952. Knižnice energetického průmyslu.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Dr. Ing. Jan Kyncl katedra elektroenergetiky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **31.01.2023** Termín odevzdání diplomové práce: **26.05.2023**

Platnost zadání diplomové práce: **22.09.2024**

doc. Dr. Ing. Jan Kyncl
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Zdeněk Müller, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

PODĚKOVÁNÍ

Na prvním místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu práce, doc. Dr. Ing. Janu Kynclovi, za veškerý čas a trpělivost, kterou mi během konzultací věnoval. Dále bych chtěl poděkovat své manželce za veškerou podporu ze zázemí, kterou mi pro zpracování diplomové práce poskytla, své tchyni za pomoc s kontrolou formální stránky a své rodné rodině za jejich podporu a empatii.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 25. května 2023

.....

ABSTRAKT

Tato diplomová práce stručně představuje situaci technologických ohřevů v chemickém průmyslu, teorii sdílení tepla a navrhuje elektrické náhrady plynového technologického ohřevu pro chemický průmysl. Dále popisuje principy matematických modelů, které byly diplomantem sestaveny k posouzení vhodnosti takové náhrady. Nakonec představuje výsledky analýzy, která rozhoduje, zda jsou elektrické ohřevy vhodnou náhradou pro ohřevy plynové.

Klíčová slova: technologický ohřev, chemický průmysl, sdílení tepla, vedení, konvekce, záření, matematický model

ABSTRACT

This diploma thesis provides a brief introduction to technological heating systems in the chemical industry along with a theory of heat transfer and proposes electrical replacements of current gas heating systems. It also describes elementary principles of mathematical models made for evaluating relevance of such replacements. Eventually, results of an analysis examining this relevance and conclusions are presented.

Keywords: technological heating systems, heat transfer, conduction, convection, radiation, mathematical model

OBSAH

ÚVOD	1
KAPITOLA 1: OHŘEVY V CHEMICKÉM PRŮMYSLU	2
1.1 PARNÍ OHŘEVY	2
1.1.1 Regenerační výměníky	2
1.1.2 Rekuperační výměníky	3
1.1.3 Kondenzační výměníky	4
1.1.4 Výměníky souproudé a protiproudé.....	5
1.1.5 Výměníky pro parní ohřevy v průmyslu	5
1.2 PLYNOVÉ OHŘEVY	6
1.2.1 Plynná paliva umělá.....	6
1.2.2 Plynná paliva přírodní	6
1.2.3 Svítivé a nesvítivé plameny	7
1.2.4 Systémy plynových ohřevů v chemickém průmyslu.....	8
1.2.4.1 Přebytek vzduchu.....	9
1.3 TEPLoty V OHŘEVech CHEMICKÉHO PRŮMYSLU	10
KAPITOLA 2: ZÁKLADY TEORIE SDÍLENÍ TEPLA	12
2.1 SDÍLENÍ TEPLA VEDENÍM	12
2.1.1 Stacionární a nestacionární teplotní pole.....	12
2.1.2 Fourierův zákon vedení tepla	13
2.1.3 Podmínky jednoznačnosti při řešení vedení tepla.....	14
2.1.4 Základní geometrie v příkladech vedení tepla.....	14
2.1.4.1 Vedení tepla rovinnou stěnou.....	15
2.1.4.2 Vedení tepla válcovou (cylindrickou) stěnou.....	17
2.2 SDÍLENÍ TEPLA PROUDĚNÍM	19
2.2.1 Problematika součinitele přestupu tepla.....	20
2.2.2 Proudění nucené a přirozené.....	20
2.2.3 Teorie podobnosti	21
2.2.3.1 Nusseltovo číslo	21
2.2.3.2 Prandtlovo číslo	22
2.2.3.3 Reynoldsovo číslo.....	22
2.2.3.4 Grashofovo číslo.....	23
2.2.4 Problematika určení Nusseltova čísla	23
2.2.4.1 Proudění trubkami a kanály – volné proudění	23
2.2.4.2 Proudění trubkami a kanály – nucené proudění.....	24
2.2.4.3 Proudění kolmo k trubkám	25
2.2.5 Základní geometrie v příkladech konvekce	25
2.3 SDÍLENÍ TEPLA ZÁŘENÍM	26
2.3.1 Stefan–Boltzmannův zákon	28
2.3.2 Kirchhoffův zákon.....	28
2.3.3 Lambertův zákon (kosinový zákon).....	29
2.3.4 Výměna tepla sáláním	30
2.3.4.1 Sálavost (emisivita) plamene	30
2.4 ELEKTROTEPELNÁ ANALOGIE	31
KAPITOLA 3: MODEL PLYNOVÉHO OHŘEVU	33
3.1 VSTUPNÍ A VÝSTUPNÍ TEPLota	33

3.2	TEPELNÝ VÝKON	33
3.3	OHŘÍVANÉ MÉDIUM	33
3.3.1	Fiktivní uhlovodík.....	34
3.3.2	Některé stavové veličiny média – pracovní tlak a hustota.....	34
3.3.2.1	Hustota.....	35
3.3.3	Látkové fyzikální vlastnosti média.....	36
3.3.3.1	Měrná tepelná kapacita.....	37
3.3.3.2	Měrná tepelná kapacita směsi plynů	37
3.3.3.3	Dynamická viskozita.....	38
3.3.3.4	Součinitel tepelné vodivosti	41
3.3.3.5	Kinematická viskozita.....	42
3.3.3.6	Součinitel teplotní vodivosti	42
3.4	GEOMETRIE PLYNOVÉHO OHŘEVU	43
3.4.1	Uspořádání trubek.....	43
3.4.2	Spaliny a plamen.....	44
3.5	ŘEŠENÍ ÚLOHY PLYNOVÉHO OHŘEVU	44
KAPITOLA 4: MODEL ELEKTRICKÉHO OHŘEVU		46
4.1	VSTUPY PRO ELEKTRICKÝ OHŘEV	46
4.2	ŘEŠENÍ ÚLOHY ELEKTRICKÉHO OHŘEVU	46
KAPITOLA 5: VÝSLEDKY MODELOVÁNÍ PLYNOVÉHO A ELEKTRICKÝCH OHŘEVŮ .		50
5.1	VÝSLEDKY PRO PLYNOVÝ OHŘEV	50
5.1.1	Vliv rozlehlosti plamene.....	50
5.1.2	Vliv výstupní teploty.....	51
5.1.3	Vliv tepelného výkonu zařízení	51
5.1.4	Vliv typu ohřívaného média.....	51
5.1.5	Shrnutí výsledků plynového ohřevu	51
5.2	VÝSLEDKY PRO ELEKTRICKÝ OHŘEV	51
5.2.1	Rozdíl mezi jedním a druhým způsobem elektrického ohřevu.....	52
5.2.2	Hlavní rysy ve výsledcích elektrického ohřevu	52
5.3	CELKOVÉ SROVNÁNÍ PLYNOVÉHO A ELEKTRICKÉHO OHŘEVU	53
ZÁVĚR		55
LITERATURA		56

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1-1. Příčný řez příkladu regeneračního výměníku.....
Obr. 1-2. Průběh teplot podél velikosti teplosměnné plochy výměníku (tj. v závislosti na délce výměníku). Vlevo pro sou proud, vpravo pro protiproud; W_1 a W_2 jsou teplosměnné plochy, index 1 značí teplejší tekutinu, index 2 značí studenější tekutinu, dvoučárkované veličiny jsou výstupními veličinami, jednočárkované veličiny jsou vstupními veličinami. (Přejato z: [2].)
Obr. 1-3. Určení optimální hodnoty součinitele přebytku vzduchu <i>nopt</i> . (Přejato z: [4].).....
Obr. 2-1. Znázornění vývoje teploty podél tloušťky stěny – vlevo: jednoduché, vpravo: složené (převzato z: [2])......
Obr. 2-2. Grafické řešení teplot t_2 a t_3 (převzato z: [2])......
Obr. 2-3. Znázornění vývoje teploty podél poloměru x válcové stěny – vlevo: jednoduché, vpravo: složené. (Převzato z: [2].).....
Obr. 2-4. Ilustrační obrázek pro přestup tepla. (Přejato z autorových osobních poznámek z [3].)
Obr. 2-5. Přestup tepla, respektive vývoj Nusseltova čísla při přechodu z laminárního do turbulentního proudění. (Přejato z: [2].).....
Obr. 2-6. Grafické vyjádření Planckova zákona. (Přejato z [4].)
Obr. 2-7. Schéma výměny záření mezi dvěma plochami. (Přejato z [4].).....
Obr. 3-1. Zobecněný diagram viskozity plynu. (Přejato z: [7].).....
Obr. 3-2. Příklad modelace průběhu teplot plynového ohřevu v souřadnici délky.
Obr. 3-3. Příklad modelace průběhu teplot plynového ohřevu podél délky trubky.
Obr. 4-1. Řešení průběhu teplot pro elektrický ohřev při výstupní teplotě 650 °C.
Obr. 4-2. Řešení průběhu teplot pro elektrický ohřev při výstupní teplotě 1150 °C.....
Obr. 4-3. Schematický příčný řez ohřevu pomocí kanthalového drátu.....
Obr. 4-4. Schematický příčný řez ohřevu v eliptickém válci.
Obr. 5-1. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty 650 °C.....
Obr. 5-2. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty 900 °C.....

SEZNAM TABULEK

Tab. 1-1. Obvyklé hodnoty místních součinitelů přestupu tepla pro různé jevy. (Přejato z: [4].)
Tab. 1-2. Obvyklé hodnoty místních součinitelů přestupu tepla pro různé jevy. (Přejato z: [4].)
Tab. 2-1. Podobnostní čísla, na kterých je závislé Nusseltovo číslo, pro ten který druh proudění.
Tab. 2-2. Hodnoty konstant ve vzorci pro Nusseltovo číslo pro volné proudění. (Přejato z: [2].).....
Tab. 2-3. Hodnoty konstant ve vzorci pro Nusseltovo číslo pro proudění plynů kolmo na svazek trubek. (Přejato z: [2].).....
Tab. 2-4. Pohltivost plamene ϵf pro nekonečně silnou vrstvu. (Přejato z: [2].).....
Tab. 3-1. Pravá měrná tepelná kapacita c_p [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] plynů v závislosti na teplotě. (Přejato z: [4].).....
Tab. 3-2. Hodnoty ϵ_k a σ pro plyny použité v modelu. (Přejato z: [7].).....
Tab. 3-3. Hodnoty kolizního integrálu pro dynamickou viskozitu (a zároveň pro tepelnou vodivost) při daných bezrozměrových teplotách. (Přejato z: [4].)
Tab. 5-1. Výsledné průměrné hodnoty velikostí zařízení pro různé výstupní teploty a výkony zařízení.

Obr. 5-3. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty 1150 °C.....

ÚVOD

Situace českého průmyslu, respektive celého hospodářství a obchodu se od roku 2021 razantně změnila. Dříve byla tendence spíše suroviny dovážet, kdežto nyní je již všem jasné, že na dovoz některých klíčových surovin, zvláště ze zemí, s jejichž politikou se politika České republiky neshoduje nebo neslučuje, se nelze spoléhat a je třeba mít záložní řešení. Je s podivem, že otázka dovozní závislosti České republiky byla v minulosti politicky tolik opomíjená.

Zlom v tomto vnímání ani tak nepřinesla pandemie onemocnění covid-19 způsobená koronavirem SARS-CoV-2, jejíž průběh byl nejdramatičtější v letech 2020–2021. Tento zlom způsobila ruská agrese vůči Ukrajině ústící ve válečný konflikt. Téměř celá Evropa uznala Rusko jako neoprávněného agresora a důsledkem bylo uvalení mj. hospodářských sankcí na Rusko. Nejvýraznějším dopadem těchto sankcí bylo a je omezení dovozu ropy a zemního plynu z Ruska do Evropy. Omezení toku plynu do Evropy z Ruska, levného v porovnání s ostatními dodavateli plynu, vyústilo v rapidní růst ceny plynu na trhu. Tento růst cen byl ještě podpořen nejistotou ohledně dalšího vývoje situace a případných alternativních řešeních. Za rok se jeho cena na vnitrodenním trhu zpětinasobila – na jaře roku 2021 stál plyn kolem 20 €/MWh a na jaře roku 2022 osciloval kolem 100 €/MWh [1].

Nárůst ceny plynu ovlivnil více odvětví. Cenu elektřiny tím, že zrovna plynové elektrárny byly závěrovým zdrojem elektřiny¹. Mnoho průmyslových závodů tím, že tyto závody využívají zemní plyn jako technologickou surovinu. A některé z průmyslových závodů plyn využívají, kromě dalších podobných paliv, pro technologický ohřev.

Tato práce má za cíl reflektovat výše nastíněnou situaci a navrhnout jiný způsob ohřevu, který by nevyužíval zemní plyn. V první části si diplomová práce klade za cíl poskytnout základní přehled a informace o ohřevech v chemickém průmyslu celkově. Jedná se o ohřevy parní a plynové. V druhé části je prezentována základní teorie sdílení tepla, o kterou se celá práce opírá, spolu s lehkou exkurzí do teorie proudění tekutin. Třetí část práce představuje modelovou situaci plynového ohřevu a je v ní popsán způsob modelování tohoto způsobu ohřevu. V předposlední, čtvrté části se práce zaměří na představení navrhovaných elektrických náhrad plynového ohřevu. V poslední části je diskutována možnost náhrady zvolených způsobů elektrických ohřevů za plynový. Toto srovnání je provedeno pro různé velikosti jmenovitých výkonů.

Důvod, proč byl vybrán elektrický ohřev, přestože v současné době určuje cenu elektřiny právě plyn, tkví ve strategii energetiky, kterou přijala spolu s většinou Evropy i Česká republika. Tato strategie zahrnuje stát se co nejdříve uhlíkově neutrální – využívat co možná největší množství obnovitelných zdrojů energie (OZE) – a dosáhnout co nejdříve energetické soběstačnosti na úrovni státu. K přechodu z tehdejšího, respektive současného stavu energetiky do stavu uhlíkové neutrality měly být využity právě plynové elektrárny. V souvislostech dynamických změn týkajících se plynu však dochází k zintenzivňování investování do rozvoje OZE, nikoliv k vrácení se k menším cílům a udržení uhelných elektráren po delší dobu, než bylo plánováno. Zároveň byly jaderné elektrárny uznány jako čistý zdroj energie, což speciálně má pro českou energetiku, která má v instalaci OZE, oproti ostatním státům EU, přírodní limity poněkud více svazující, velký význam. Na základě započatého rozvoje elektroenergetiky, spočívajícího v diverzifikaci zdrojů a zajištění energetické soběstačnosti, spolu s dobře rozvinutou infastrukturou přenosu a rozvodu elektrické energie, lze vyvozovat perspektivnost využití elektřiny v průmyslu, a to právě také k technologickým ohřevům, i do budoucna.

V Praze dne 25. května 2023

Bc. Jakub Linzmajer, autor

¹ Více o tvorbě ceny elektřiny na trhu k nalezení na internetu pod klíčovým slovem „merit order“.

KAPITOLA 1: OHŘEVY V CHEMICKÉM PRŮMYSLU

Chemický průmysl se zaměřuje na výrobu nejrůznějších chemických látek. Tyto látky jsou dále používány v ostatních průmyslových odvětvích například jako technologické suroviny, nebo mohou být přímo cílovými produkty, které se přepravují do místa komerční distribuce a cílové spotřeby. Ve většině případů se jedná o tekutiny, zpravidla plyny. Plyny, pokud mají být dále přepravovány, se po přípravě zpravidla stlačují, někdy i zkapalňují.

Pro výrobu těchto tekutin je ve výrobním postupu častým klíčovým procesem technologický ohřev – například syntézních plynů. Ten se provádí na určité žádané teploty, které bývají i poměrně vysoké, byť je pravda, že potřebná teplota se může celkem výrazně lišit v závislosti na konkrétní chemikálii. Teplotní rozdíl, přes který je nutno danou látku ohřát, bývá velmi velký. Proto není s podivem, že se využívá vícestupňového ohřevu, čili látka se ohřívá více různými způsoby. Jelikož ohřívány látkami jsou zpravidla tekutiny, děje se ohřívání v systému potrubí, které danou látku přes ohřev vede. Tento fakt napomáhá též jednoduchosti technického řešení vícestupňového ohřevu: trubky, vedoucí ohřívanou tekutinu, prochází například nejprve prostředím s ohřevem parním a pak prostředím s ohřevem plynovým. Tato prostředí jsou pochopitelně náležitě oddělena, přičemž vedení ohřívané tekutiny trubkou je výborné k transportu této tekutiny z jednoho prostředí do druhého.

Tato práce se zaměřuje na náhradu ohřevu plynového. Jak již bylo nastíněno, v chemickém průmyslu se využívá více způsobů ohřevu, a pro ohřev v rozmezí nižších teplot se zpravidla využívá parní ohřev. V chemickém průmyslu je častým jevem, že pára vzniká v továrně jako odpadní produkt, a proto je často využíváno její entalpie pro ohřev. Jedná se tedy o zdroj nízkopotenciálového (odpadního) tepla. Využití tohoto tepla je velmi výhodné, proto pochopitelně není třeba ani uvažovat o nahrazování takového způsobu ohřevu. O náhradě následujících způsobů ohřevu v jeho dalších stupních však už smysl uvažovat má. Těmi jsou nejčastěji ohřevy plynové.

1.1 Parní ohřevy

Přestože se tato práce soustřeďuje na náhradu plynových ohřevů, je namístě povědět i něco o ohřevěch parních. Parní ohřevy se realizují zpravidla v tepelných výměnících. Tepelných výměníků je více druhů a i více způsobů rozdělení. Základním způsobem rozdělení je podle pracovního pochodu: *regenerační* výměníky, *rekuperační* výměníky a *směšovací* výměníky. Regenerační a rekuperační výměníky jsou výměníky povrchovými, protože ohřívaná a ohřívací tekutina proudí vzájemně odděleně. Směšovací tepelné výměníky kombinují přenos tepla i s přímým smísením oněch dvou různě teplých tekutin; těmi se zde zabývat nebudeme. V této práci ještě oddělují výměníky kondenzační, které spadají svým zařazením do rozdělení výměníků dle účelu, a dávám jim místo vedle regeneračních a rekuperačních typů výměníků. Důvod uvádím v příslušné podkapitole [2].

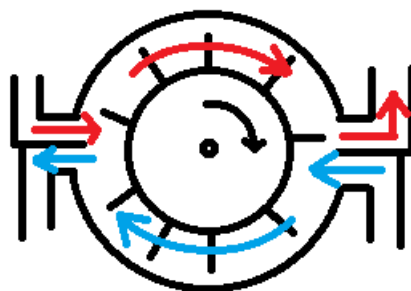
Druhým způsobem rozdělení tepelných výměníků je podle míry souběžnosti proudění tekutin (ohřívané a ohřívací) ve výměníku. Jsou to výměníky *souproudé* nebo *protiproudé*, případně *křížové* a další složitější druhy. Pro potřeby této práce budou popsány základní rozdíly mezi chováním souproudého a chováním protiproudého výměníku, a to zvláště v tom, jaký je průběh teplot podél rozměru délky výměníku.

1.1.1 Regenerační výměníky

Regenerační výměníky jsou charakteristické tím, že k ohřevu jednoho média druhým dochází prostřednictvím pouze jedné a té samé teplosměnné plochy. Tyto výměníky jsou založeny na principu akumulace tepelné energie materiálem. Význačnou veličinou je tedy měrná tepelná kapacita materiálu, ze kterého je teplosměnná plocha, respektive objem materiálu, který na svém povrchu tvoří teplosměnnou plochu, vytvořena. Její optimální velikost, pochopitelně v součinnosti s poměrem teplosměnné plochy vůči objemu, který tuto plochu zajišťuje, je

samozřejmě závislá na konkrétních podmínkách dané aplikace. Zřetelněji to bude vidět na příkladu.

Představme si válec s například hliníkovými tyčinkami či jakýmsi podélnými pásky na svém povrchu. Tento válec má ze své osy vyvedeny krátké tyčky jako hřídelku. Nyní ho uložíme do uzavřeného prostoru, opět válcovitého; v tomto válci se menší válec s pásky nedotýká pláště velkého válce, je v něm uložen za hřídelky do ložisek, které si představme v podstavách většího válce. Následně válec pomyslně podélně rozdělme na dvě poloviny a v ose rozdělení si na každé straně představme dvojí přívod – ohříváního média a ohřívacího média. Následně nechme přívody proudit příslušná média. Válec se roztočí a teplo (nebo jeho část), které předává páskům na válci médium ohřívací, si po jejich otočení do druhé poloviny válce vezme médium ohřívání. Na příkladu je vidět, že se jedná pouze o jednu teplosměnnou plochu. Představu tohoto příkladu v příčném řezu znázorňuje obrázek. V praxi by samozřejmě oproti obrázku byly „pásky“ mnohem hustěji [3].



Obr. 1-1. Příčný řez příkladu regeneračního výměníku.

Podobným příkladem může být keramika, tedy porézní materiál, skrz který se nechají proudit horké plyny. Tím se „tepelně nabije“ jeho tepelná kapacita, zvýší se teplota a v druhé fázi procesu, když přestanou proudit plyny, začne tou samou keramikou proudit ohříváního médium – například vzduch. Zde se tedy také jedná o jedinou teplosměnnou plochu, kolem které proudí obě média. Regenerační výměníky se používají převážně v hutnictví [3].

1.1.2 Rekuperační výměníky

Hlavním principem rekuperačních výměníků je tepelná výměna probíhající mezi médiem ohřívacím a ohříváním současně. Z toho vyplývá, že základním rysem těchto výměníků jsou 2 teplosměnné plochy. Zpravidla se jedná o typ výměníků, který si představí běžný člověk neodborník, jelikož se s ním snad každý člověk v domácnosti setkal. Rekuperačním výměníkem je totiž například radiátor. Na jedné straně kov, ze kterého je radiátor vyroben, slouží jako vodící trubka pro horkou vodu, na druhé straně slouží jako těleso v prostoru, tedy ve vzduchu, který je snaha ohřát. Pro vodu je tedy stále stejná jedna teplosměnná plocha, pro vzduch je zase teplosměnná plocha jiná, nicméně opět v čase neproměnná [3].

Význačnou veličinou zde tedy není měrná tepelná kapacita, nýbrž tepelná vodivost. Cílem pevného materiálu, který tvoří teplosměnné plochy, totiž nyní není tepelnou energii akumulovat, ale co nejnázne umožnit průchod tepelného toku skrz jeho objem. Jinými slovy je snaha, aby tepelný odpor R_{ϑ} materiálu výměníku byl co nejmenší. Selským rozumem lze předpokládat, že tepelný odpor bude tím menší, čím větší bude součinitel tepelné vodivosti λ . Stejným způsobem lze předpokládat, že bude tím větší, čím delší bude dráha d , kterou bude muset tepelný tok projít. Nakonec lze dovodit, že čím větší plochou S bude teplo procházet, tím více ho při daném tepelném toku projde, čili tím menší bude tepelný odpor. Lze tedy psát

$$R_{\vartheta} \sim \frac{d}{S \cdot \lambda} \quad (1-1)$$

Důslednější odvození bude ještě provedeno v dalších kapitolách.

Pro rekuperační výměníky z toho, co bylo řečeno, vyplývá, že tepelná výměna probíhá v následujícím sledu: konvekce z ohřívacího média na teplosměnnou plochu, vedení materiálem výměníku a konvekce z druhé teplosměnné plochy do ohřívajícího média. Jelikož tepelný odpor zahrnuje i plochu, zavádí se u tepelných výměníků pro jejich charakterizaci nezávislou na velikosti teplosměnné plochy tepelný průchodný koeficient²³ k , který zahrnuje charakter obou médií v koeficientech přestupu tepla α_1 a α_2 a navíc charakter materiálu výměníku. Pro rovinnou geometrii výměníku součinitel k vypadá:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (1-2)$$

Převrácená hodnota součinitele tepelného průchodu se nazývá tepelný průchodní odpor. Obecně se tedy obvykle píše pro výměníky rovnice

$$Q = k \cdot S \cdot \Delta T \quad (1-3)$$

kde Q je tepelná energie a ΔT je teplotní rozdíl mezi jedním a druhým médiem. V závislosti na geometrii výměníku samozřejmě to, co se skrývá pod součinitelem tepelného průchodu k , může vypadat jinak, než bylo uvedeno v rovnici výše [2]-[3].

1.1.3 Kondenzační výměníky

Kondenzační výměníky jsou zpravidla jednou z podmnožin rekuperačních výměníků. Důvod, proč byly uvedeny v textu výše zvláště vedle rekuperačních a regeneračních, je ten, že oproti obecným rekuperačním výměníkům má kondenzátor jednu výraznou odlišnost. V jeho tepelném průchodovém koeficientu se neuplatňuje jen koeficient přestupu tepla při proudění, ale hlavně koeficient přestupu tepla při změně látkového skupenství. Tyto koeficienty přestupu tepla se číselně liší na úrovni řádů [4].

Pro zajímavost je uvedeno srovnání obvyklých hodnot (místního) součinitele přestupu tepla pro různé jevy:

Tab. 1-1. Obvyklé hodnoty místních součinitelů přestupu tepla pro různé jevy. (Přejato z: [4].)

jev	α_k [$W \cdot m^2 \cdot K^{-1}$]
plyny při přirozené konvekci	5 až 100
voda při přirozené konvekci	100 až 1000
plyny při proudění v trubkách a mezi trubkami	10 až 5000
voda při proudění v trubkách	50 až 10000
voda při bublinkovém varu	2000 až 40000
pára při blánové kondenzaci	4000 až 15000
pára při kapénkové kondenzaci	30000 až 140000

V tabulce výše jsou zmíněné dva typy kondenzace: kondenzace blánová a kondenzace kapénková. Blánová kondenzace je běžným jevem a má nižší koeficient přestupu tepla, kapénková je méně častá a její koeficient přestupu tepla je enormní. Jaký je rozdíl mezi podmínkami vzniku pro tyto dva druhy? Pro kapénkovou kondenzaci musí být kapalina vůči povrchu nesmáčivá. To vyžaduje dobře vyleštěné povrchy, případně v případě páry, naolejované či namaštěné. Přesto u dynamičtějších procesů, kdy například pára kolem povrchů proudí rychle, nemusí kapénková kondenzace nastat, byť jsou tyto podmínky dodrženy, a nastává

² Alternativním názvem je součinitel prostupu tepla – situaci „konvekce–kondukce–konvekce“ se říká prostup tepla [2].

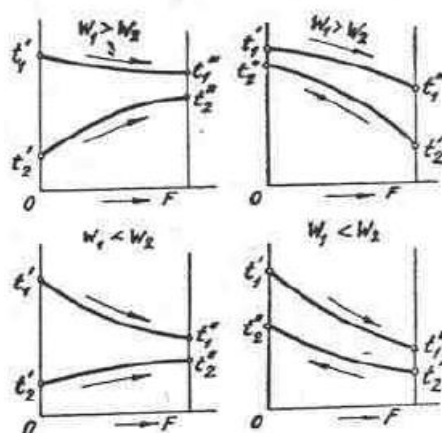
³ Poznámka: slova *koeficient* a *součinitel* jsou významově shodná. V textu budou tyto pojmy zaměňovány.

kondenzace blánová. Vysvětlení je nasnadě – velká rychlost částic znamená větší energii vytvářejících se kapiček. V důsledku to znamená větší pravděpodobnost spojování kapiček a vytvoření blány [2].

V praxi tedy může nastávat ve výměnících smíšená kondenzace, kdy v různých místech výměníku kondenzuje pára někde kapénkově, jinde blánově. Pro technické výpočty se proto na kapičkovou kondenzaci nespolehá a zařízení se dimenzují s úvahou pouze kondenzace blánové [2].

1.1.4 Výměníky souprroudé a protiproudé

Průběh teploty ve výměníku, ať už se jedná o souprroudý, nebo protiproudý, je ovlivněn poměrem hmotnostních toků ohřivací a ohřivané tekutiny a poměrem velikostí teplosměnných ploch. Tyto faktory ovlivňují konstanty v předpisu funkcí popisujících průběh teploty podél délky výměníku, respektive podél teplosměnné plochy, avšak neovlivňují jeho charakter. Typový průběh vývoje teploty v souprroudém a v protiproudém tepelném výměníku podél délky výměníku je znázorněn na obrázcích níže.



Obr. 1-2. Průběh teplot podél velikosti teplosměnné plochy výměníku (tj. v závislosti na délce výměníku). Vlevo pro souprroud, vpravo pro protiproud; W_1 a W_2 jsou teplosměnné plochy, index 1 značí teplejší tekutinu, index 2 značí studenější tekutinu, dvoučárkované veličiny jsou výstupními veličinami, jednočárkované veličiny jsou vstupními veličinami. (Přejato z: [2].)

Je zřetelné, že tekutinu v protiproudém výměníku lze ohřát na vyšší teplotu než je výstupní teplota ohřivací tekutiny. To lze z toho důvodu, že právě tekutiny proudí proti sobě, takže na výstupu ohřivané tekutiny je tekutina ohřívána vstupující tekutinou ohřivací – nikoli vystupující tekutinou ohřivací, která už mnoho tepla odevzdala a tedy ztratila svou teplotu, jak je tomu u souprroudého výměníku. Naopak u souprroudého výměníku je výstupní teplota ohřivané tekutiny vždy menší než výstupní teplota ohřivací tekutiny. Pro ohřev na určitou teplotu tedy stačí rozměrově menší protiproudý výměník oproti odpovídajícímu souprroudému [2].

Ještě je dobré uvést, jak by situace vypadala, kdyby ohřívání probíhalo čistě skrze změnu látkového skupenství. V takovém případě se teplota ohřivací tekutiny nemění, z čehož přímo vyplývá, že nebude záležet na tom, zda se jedná o souprroud, nebo o protiproud. Teplotní rozvoj v délce výměníku bude stále stejný. Při kombinaci změny teploty a následné látkové skupenské změny (například zchlazení páry a její následná kondenzace) však opět vychází rozměrově úsporněji a celkově výhodněji protiproudý výměník (a to zpravidla i vzhledem k využití gravitace v konstrukčním uspořádání) [2].

1.1.5 Výměníky pro parní ohřevy v průmyslu

Z výše uvedeného je tedy zřetelné, že v parních ohřevech se s velkou výhodou využívá kondenzačního přestupu tepla, tedy typ tepelného výměníku je v těchto aplikacích kondenzátor. Kondenzátor se zpravidla konstruuje tak, že ohřivané médium proudí v trubkách, které jsou přivedeny do uzavřeného prostoru. Z něho jsou po ohřevu opět vyvedeny. Přívod i vývod jsou

utěsněny, aby vnitřní prostředí bylo stálé. Ve vnitřním prostředí probíhá tepelná výměna, je do něj vyústěno potrubí vedoucí páru. Pára se kontaktem s povrchem potrubí vedoucího ohřívane médium prudce zchlazuje, čímž dochází k adiabatické kondenzaci. Tvoří se kapičky stékají po površích dolů (případně se shlukují a přímo dolů odkapávají), kde je vytvořen shromažďovací bazén. Z bazénu je vyvedeno potrubí odvádějící zkondenzovanou vodu pryč k dalšímu využití nebo přímo odvedení do zpracovny odpadní vody, kde je prováděna její kontrola a případné chemické čištění před přímým vypuštěním do řeky.

1.2 Plynové ohřevy

Předtím, než se práce bude zabývat přímo náhradou plynového ohřevu jiným, je namístě alespoň v krátkosti pojednat o možnostech plynových ohřevů jako takových. Pojem plynové ohřevy je vcelku široký. Topnými plyny je totiž široké spektrum plynných směsí, které se v základu rozdělují do dvou skupin: *plynná paliva přírodní* a *plynná paliva umělá*. Tyto skupiny jsou představeny v následujících podkapitolách [4].

Dalším aspektem širší pojmu plynových ohřevů je, že pro všechny druhy topných plynů neplatí jednotné hodnoty v každém parametru. Jednotlivé zdroje daného druhu topného plynu poskytují tyto topné plyny například se vzájemně odlišným poměrem složek ve svém složení, s mírně odlišnou výhřevností, hustotou a všemi dalšími souvisejícími parametry [4]. Pro obecné úvahy se tedy uvažuje určená průměrná hodnota v těchto parametrech, pro konkrétní úvahy se mohou použít, pokud je ta informace k dispozici, specifitější parametry podle toho, jaký konkrétní plyn je do daného místa dopravován.

1.2.1 Plynná paliva umělá

V této kapitole jsou krátce představeny různé typy umělých plynných paliv. Umělými plynnými palivy rozumíme takové, které vznikají v přímém důsledku lidské činnosti. Prakticky to znamená, že daný topný plyn vznikl v důsledku určitého technologického výrobního či zpracovatelského procesu, zpravidla v hutním průmyslu [4]. Zdroje umělých topných plynů tedy zpravidla nacházíme v průmyslových oblastech a zde také zpravidla nacházejí svá uplatnění.

Jedním ze zmíněných procesů může být například výroba surového železa ve vysoké peci. Při ní vzniká tzv. *vysokopecní plyn*, na jehož složení má významný podíl vzduch, potažmo dusík; navíc je v něm velké množství nečistot, prachu. Dalším, takřka navazujícím procesem, při kterém vzniká další umělý topný plyn, je výroba oceli v kyslíkových konvertorech. Během tohoto procesu vznikající *konvertorový plyn* obsahuje již minimální množství dusíku, také jeho výstupní teplota při odchodu z konvertoru je výrazně vyšší [4].

Při zpracování černého uhlí vzniká *koksárenský plyn*, který má vysokou výhřevnost. Nevýhodou pro topné účely u něj je nesvítivý plamen, který způsobuje nízkou efektivitu přenosu tepla zářením. Z toho důvodu se u něj běžně provádí úprava, která má za cíl způsobit svítivost plamenu při hoření koksárenského plynu. Tou je karburace (tedy přidavek uhlíku v nějaké formě), a to například topným olejem rozprášeným v plynu, práškovým uhlím či dehtem [4].

Směsný plyn je směs vysokopecního a koksárenského plynu, *svítiplyn* vzniká v plynárnách při karbonizaci černého uhlí za vysoké teploty. *Generátorový plyn* vzniká při zplynování tuhých paliv a *štěpný plyn* vzniká štěpením přírodních topných plynů, čímž je dosažena menší rychlost hoření při udržení vysoké výhřevnosti [4].

Pro chemický průmysl jsou z výše uvedených topných plynů k ohřevům relevantní hlavně ty, které jsou pro svou aplikaci dobře dostupné. V praxi se ze zmíněných realizuje k technologickému ohřevu spíše jen generátorový plyn.

1.2.2 Plynná paliva přírodní

Přírodními topnými plyny rozumíme ty, které vznikly přírodními procesy. Zpravidla se jedná o plyny doprovázející výskyt uhlí či ropy. Základním zástupcem je samozřejmě *zemní plyn*, který doprovází ropu a vzniká spolu s ní. Avšak stejně se v širším smyslu slova označují jakékoli „zemní plyny“, čili i plyny, které nevznikaly spolu s ropou, ale například s uhlím či jinými látkami,

a v jejichž složení velmi dominuje methan. Plynům doprovázejícím výskyt uhlí se říká *karbonské plyny* [4].

Zemní plyn, myšleno v užším významu slova, je dominantou dnešního energetického odvětví průmyslu, jelikož je ho dostatek a těží se již relativně dlouho. Od druhé poloviny 19. století probíhala těžba i spotřeba a ve 20. století se rozvinula přeprava plynovody, čímž se umožnilo plyn využívat jako palivo v průmyslových továrnách. Během druhé světové války už byly vybudované sítě plynovodů a v padesátých letech dvacátého století zaznamenal obchod s plynem ještě větší rozvoj [5]. Do dnešní doby se udržuje, vylepšuje a rozvíjí veškerá infrastruktura pro přepravu plynu na dlouhé vzdálenosti a s plynem probíhá čilý obchod. V souvislosti s válkou na Ukrajině a podobnými geopolitickými událostmi se obchod s plynem pochopitelně mění; než že by se však umenšoval, spíše se pouze mění obchodní toky mezi státy.

Zemní plyn se využívá v mnoha oborech, ať už je to energetika se svými plynovými a paroplynovými elektrárnami, chemický či jakýkoliv další zpracovatelský průmysl se svými technologickými ohřevy, mobilita, kde spatřujeme uplatnění zemního plynu v podobě CNG – *Compressed Natural Gas*, nebo spotřeba v domácnostech, kde se používají plynové hořáky na vaření a plynové kotle na ohřev teplé vody či vytápění. Z toho důvodu je vybudována a rozvinuta infrastruktura pro přepravu zemního plynu, a plyn je proto dobře dostupný takřka v kterékoli obydlené oblasti. A právě i proto je hlavně zemní plyn využíván, jako hlavní a nejdostupnější zástupce topných plynů, pro technologické ohřevy v chemickém průmyslu.

Jeho využití v hořákových aplikacích je ale znevýhodněno nesvítivostí plamene. Tato nesnáze může být, podobně jako u koksárenského plynu, eliminována dodatečným zajištěním svítivosti plamene. To se provádí rozprášením kapiček topného oleje do objemu zemního plynu [4]. Avšak ne vždy se toto opatření provádí.

1.2.3 Svítivé a nesvítivé plameny

V předchozím textu byla zmíněna svítivost nebo nesvítivost plamene. V této podkapitole bude vysvětleno, v čem je tento jev důležitý a čím je způsoben. Začneme však ilustrací na příkladu.

Jistě si každý někdy všiml rozdílu mezi plamenem dřeva a plamenem například plynového hořáku. Nejen, že se liší barvou, nýbrž dá se říci, že u plamene dřeva je takřka celý plamen žlutooranžový, kdežto plamen plynového hořáku je z nezanedbatelné části čirý, takřka neviditelný. Vlastně podobný jev se dá pozorovat i na jednom plameni svíčky. V dolní části plamene není vlastně plamen ani vidět, ale v jeho krajních oblastech se již jeví žlutooranžově. Dále je možno provést pokročilejší pozorování. Kdybychom nad plamen svíčky v dostatečné vzdálenosti od plamene upevnili stínítko odolné teplotám, kterých bude v daném místě dosahováno, a po jisté době ho z upevnění sejmuli, zpozorovali bychom, že stínítko se zakalilo. Po bližším zkoumání by se ukázalo, že hlavní část zákalu způsobily saze.

Nyní si rozeberme, jak funguje hořící svíčka. Zapálením knotu se vosku dodá teplo, které způsobí jeho tání a vztlínání knotem. V hořícím knotu také podléhá oxidaci a hoří. Tím, jak do knotu vztlíná vosk, se knot sám ochlazuje a neprobíhá tak jeho oxidace, protože je k ní třeba mnohem větší energie než k oxidaci kapalného vosku. Tam, kam vosk nedovzlíná, protože shoří, uhořívá pochopitelně i knot. Oxidace uhlovodíků je, jak obecně známo, exotermní reakce a v jádru hoření a jeho blízkosti je tedy dostatek energie ke spalování dokonalému, tj. ke spalování uhlovodíků za vzniku oxidu uhličitého (CO_2). Jiná situace však je ve svrchnějších částech plamene, kde se plamen dostává do užšího styku s okolním, výrazně chladnějším prostředím. Toto prostředí plameni odebírá (tepelnou) energii, a tak probíhá nedokonalé, resp. smíšené spalování uhlovodíků. Výslednými produkty oxidace jsou tedy nejen oxid uhličitý, ale i oxid uhelnatý (CO) a saze (C)^{4,5}.

⁴ Produkty spalování, které jsou zároveň hořlavinami, se nazývají nedopal [4].

⁵ Jde o tzv. *chemický nedopal* [4].

U dynamičtějších procesů hoření (zpravidla tuhých paliv), než jaké pozorujeme u poklidné svíčky, navíc zpravidla dochází také k únosu makroskopických částic paliva. Během hoření dochází k strukturálnímu rozkladu materiálu paliva. Mechanické vazby se hrouť a v proudu plamene, který je díky termodynamice vytvořen, nezůstávají všechny částice paliva v klidu. Pokud je makročástice paliva vůči tahu plamene dostatečně malá, stane se, že ji tah plamene prostě vezme a unáší pryč. Během toho se částice samozřejmě ohřívá, jednak vlivem okolního tepla, zadruhé sama oxiduje na svém povrchu⁶ [3].

Kdybychom uvažovali, že palivo obsahující pouze čisté (kyslíkaté) uhlovodíky hoří dokonalým spalováním, měl by odcházet v plameni pouze oxid uhličitý a vodní pára. Jelikož oxid uhličitý je plyn bezbarvý, i plamen by měl být bezbarvý. Pokud ale vezmeme v potaz spalování nedokonalé, v plameni budou odcházet kromě oxidu uhličitého a vodní páry i oxid uhelnatý (který je však také bezbarvý), saze a makroskopické částice. Saze a makroskopické částice jsou však ve své podstatě pevné látky, a navíc jsou ohřáté na vysoké teploty. Tyto teploty způsobují mimo jiné excitaci elektronů, které zpětně přecházejí zpět i zářivými přechody, dále ionizaci částic, jejich srážky. To vše ústí ve vyzařování elektromagnetického záření sazí a makroskopických částic ve spojitém spektru. Jinými slovy, probíhá tepelné vyzařování tuhých těles, které je známé ve své nezákladnější podobě jako Stefan-Boltzmannův zákon [3].

Nyní se dostáváme k tomu, proč je svítivost plamene důležitým parametrem. Ze Stefan-Boltzmannova zákona je známo, že intenzita vyzařování, čili de facto tepelný tok q , je úměrná přibližně čtvrté mocnině termodynamické teploty T :

$$q \sim T^4, \quad (1-4)$$

Při zahřívání čehokoli plamenem má tedy způsob sdílení tepla vyzařováním podstatný vliv na velikost tepelného toku, jelikož při uvažování druhého způsobu sdílení tepla realizovaného při plamencových ohřevech, kterým je konvekce, závisí velikost tepelného toku pouze na první mocnině rozdílu teplot mezi ohříváním a ohřívajícím tělesem. Tím je tedy implicitně vysvětleno, proč se v textu výše píše o nesvítivosti plamene jako o nevýhodě. Teorie sdílení tepla bude ještě podrobněji uvedena dále.

Je dobré ještě podotknout, že nesvítivé plameny mají i jednu výhodu, kterou je jejich čistota. Je jistě zřetelné, že jakékoli zařízení, kde probíhá spalování nedokonalé, je postupem času znečišťováno. To zpravidla vede k nutnosti údržby a pravidelnější a náročnější kontroly stavu toho zařízení. U zařízení s ohřevy nesvítivými plameny je tato nutná údržba nesrovnatelně menší a kontroly jsou jednodušší a nejsou třeba provádět tak často. Řešení pro zařízení svítivosti přirozeně nesvítivého plamene, jak bylo zmíněno v předchozím textu, existuje, umenšuje však jednoduchost takového ohřevu po technologické stránce a činí ho tak i logisticky náročnějším po stránce dopravy a zajištění přídatných surovin. To je i důvod, proč se toto řešení někdy neuplatňuje.

1.2.4 Systémy plynových ohřevů v chemickém průmyslu

Jak již bylo uvedeno, v chemickém průmyslu jsou prováděny technologické ohřevy zpravidla tekutin, nejčastěji plynů. Tato média jsou vedena v systémech potrubí vždy k žádané technologii. Stejně je tomu i u technologického ohřevu. Jak si tedy takový ohřev představit? V principu jde o pec, která je od okolí tepelně izolovaná. V této peci jsou v dolní části umístěny plynové hořáky například tak, aby jejich plameny tvořily víceméně rovnoměrnou plochu. Nad tyto hořáky je umístěn systém potrubí vedoucí ohřívanou tekutinu. Tento systém je tvořen hlavním přívodem a hlavním odvodním potrubím. Z hlavního přívodu vycházejí podél jeho délky kolmo menší trubičky, které na svém konci ústí do odvodního potrubí. Tímto způsobem lze efektivně využít plochu nad hořáky k tepelnému přenosu. Trubek mezi hlavním přívodem a odvodním potrubím, tvořících tak jakýsi rošt, může být i několik nad sebou.

⁶ Zde jde o tzv. *mechanický nedopal* [4].

Když byla řeč o plynových hořácích, je namístě poznamenat, že pro hoření plynu správným způsobem je třeba přivádět jak plyn, tak zpravidla i vzduch, zdroj kyslíku, a to tak, aby se plamen vyvinul směrem z hořáku a nikoliv směrem dovnitř. Řešením je zpravidla přimísení vzduchu k plynu v jedné z částí hořáku, a to regulovaným způsobem⁷. Tomuto způsobu spalování se říká kinetické hoření. Jeho výhodou je dobrá možnost regulace hoření. Hoření se reguluje nastavením parametrů: přebytku vzduchu, tlaku a teploty směsi; na těchto parametrech závisí rychlost a kinetika hoření [4]. Prvotní impuls k zapálení plamene se zpravidla realizuje elektrickým výbojem. Ten lokálně dodá velké množství energie vzhledem k objemu, do kterého je energie dodána. Tím se přesáhne práh aktivační energie a započne exotermní oxidace, která se velmi rychle vlivem svého exotermního charakteru rozšíří po celém objemu proudící hořlavé směsi a vzniká plamen.

1.2.4.1 Přebytek vzduchu

Při vysvětlování výhod kinetického hoření byl zmíněn pojem přebytek vzduchu. Přebytek vzduchu, respektive součinitel přebytku vzduchu n se určuje jako podíl skutečného, použitého množství spalovacího vzduchu, resp. kyslíku L_{skut} , resp. O_{skut} ku minimálnímu množství spalovacího vzduchu, resp. kyslíku, potřebnému k dokonalému spalování L_{min} , resp. O_{min} .

$$n = \frac{L_{skut}}{L_{min}} = \frac{O_{skut}}{O_{min}} \quad (1-5)$$

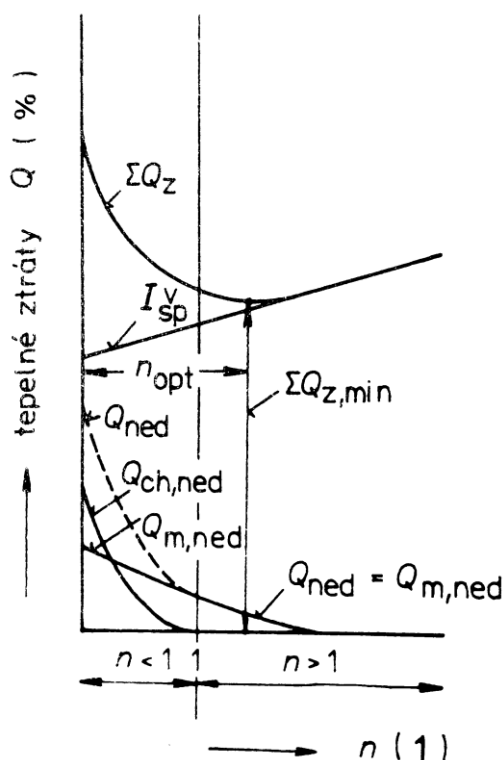
Dokonalé spalování je charakterizováno tím, že nastane spálení všech hořlavých složek. Díky stechiometrickým výpočtům při znalosti přesného složení paliva⁸ lze najít minimální teoretické množství kyslíku (potažmo vzduchu) které je k dokonalému spálení třeba. Avšak předpokládat, že spálení proběhne doopravdy podle teoretického výpočtu dokonale, je možné pouze tehdy, dojde-li během hoření k dokonalému promísení paliva se vzduchem, a navíc dodrží-li se během procesu hoření zcela ideální spalovací podmínky. Pokud bychom tedy spalovali za reálných podmínek palivo s minimálním množstvím spalovacího vzduchu, zcela určitě by došlo k spalování nedokonalému [4].

Pro paliva se určují tabulkové hodnoty součinitele přebytku vzduchu, respektive rozmezí jejich optimálních hodnot. Ty se dále využívají v inženýrských výpočtech. Jak se ale získají, když jejich hodnota závisí na skutečném množství spalovacího vzduchu? Pro technickou praxi je vždy cílem dělat věci úsporně – ekonomicky i energeticky – a ne jinak je tomu i v tomto případě. Z vysvětlení pojmu minimální množství spalovacího vzduchu je jasné, že existuje nějaká spodní mez pro přívod spalovacího vzduchu, když chceme spalovat efektivně. Pro rozmezí je třeba určit ještě horní mez. Tu lze určit změřením celkových ztrát v závislosti na přebytku vzduchu jako minimum této závislosti. Toto minimum existuje, protože při dosažení chemického⁹ dokonalého spalování se, se zvyšujícím se množstvím spalovacího vzduchu (a pozor, i kyslíku), přebytečné množství u oxidace neuplatňuje, nepodílí se tedy na uvolnění tepla, ale jelikož tvoří jednu směs, odebírá ostatním složkám směsi teplo na to, aby se v zájmu termodynamické rovnováhy ohřálo na stejnou výslednou ustálenou teplotu. Grafické znázornění tohoto řešení je na následujícím obrázku, kde $\sum Q_z$ jsou celkové ztráty tepla spalovacího procesu, Q_{ned} jsou ztráty nedopalem (zde index m a ch rozlišuje nedopal mechanický a chemický) a I_{sp}^V je entalpie vlhkých spalin, odcházejících z pracovního prostoru topeniště, určující část celkových ztrát [4].

⁷ Ke smísení vzduchu a plynu může dojít také až ve spalovacím prostoru, přičemž spalovací vzduch a plyn jsou přiváděny odděleně či se využívá pouze okolního vzduchu, který ve spalovací komoře je přirozeně. Tomuto způsobu hoření se říká **difúzní hoření**, protože vzduch k tzv. *frontě hoření difunduje* z okolního prostředí či bočního přívodu vzduchu [4].

⁸ Při jeho neznalosti se minimální množství kyslíku, potažmo vzduchu, nalezne řešením empirických rovnic v závislosti na výhřevnosti paliva [4].

⁹ Mechanický nedopal není eliminován, na rozdíl od chemického nedopalu, při $n = 1$, ale při $n > 1$ [4].



Obr. 1-3. Určení optimální hodnoty součinitele přebytku vzduchu n_{opt} . (Přejato z: [4].)

Pro zajímavost je ještě uvedena tabulka s rozmezími optimálních hodnot součinitele přebytku vzduchu n_{opt} pro některá (nejen plynová) paliva. Z tabulky je hezky vidět, jak se projevuje velikost částic hořlavých látek na velikosti optimálního přebytku vzduchu.

Tab. 1-2. Obvyklé hodnoty místních součinitelů přestupu tepla pro různé jevy. (Přejato z: [4].)

n_{opt}	druh paliva
1,05 až 1,10	koksárenský plyn, zemní plyn
1,10 až 1,15	vysokopecní plyn, generátorový plyn
1,10 až 1,30	topný olej
1,15 až 1,35	práškové uhlí černé, hnědé
1,30 až 1,50	kusové uhlí, topeniště mechanizované
1,50 až 2,00	kusové uhlí, topeniště obsluhované ručně

1.3 Teploty v ohřevch chemického průmyslu

V této krátké kapitole se přiblížíme ke konkrétnějším hodnotám teplot, kterých se při ohřevch v chemickém průmyslu dosahuje. Zpravidla se jedná o ohřev parní s návazností na ohřev plynový, který je pro dosažení cílové teploty ohříváné tekutiny dostačující.

U parního ohřevu záleží na tom, jakým způsobem pára vznikla. Podle toho z technologie vystupuje s určitými termodynamickými parametry, tedy zejména teplotou a tlakem. Výstupní hodnotu teploty páry, která odchází z technologie, kde vznikla jako vedlejší produkt, samozřejmě nelze považovat za teplotu, na kterou můžeme ohřát něco jiného. Závisí jednak na poměru hmotnostních průtoků ohříváné tekutiny a páry, zadruhé závisí na typu výměníku v aspektu souběžnosti proudění tekutin. Avšak s ohledem na to, co bylo již řečeno v textu o souprroudých a protiproudých výměnících, lze říci, že při využití protiproudého kondenzačního výměníku nemusí být teplotní spád mezi vstupní párou a výstupní ohřívánou tekutinou příliš

velký. V konkrétních číslech lze tedy počítat, že párou můžeme ohřívat tekutiny na přibližně 450 °C.

Plynové ohřevy se zpravidla nevyužívají tam, kde lze ohřívat párou. Jelikož je zpravidla pára dostupná v chemických průmyslových závodech jako odpadní produkt, plynové ohřevy vidíme využité povětšinou k ohřevům od teplot, jako je 400 až 450 °C, výše. Co se týče výstupní teploty ohřívání tekutiny, na kterou lze pomocí plynového ohřevu tekutinu ohřívat, je určení jakékoliv hranice velmi složité. Důvodem je nejednoznačnost určení spalné teploty plynného paliva. Spalná teplota totiž závisí nejen na vlastnostech paliva jako takového, ale i na spalovacích podmínkách. Vzhledem k tomu existují spalné teploty různého druhu. Přes rozdílnosti výsledků, které poskytují různé metody určení spalné teploty (různě respektující spalovací podmínky), nejsou tyto odlišnosti svou velikostí zas tolik významné. Ve výsledku se rozlišují základní tři druhy spalných teplot, které se pro dané palivo určují [4].

Je to tzv. *adiabatická* teplota, která charakterizuje vlastnosti paliva. Adiabatická teplota respektuje vlastnosti samotného paliva tím, že uvažuje adiabatické podmínky jak v přívodu, tak v odvodu tepla, a to při součiniteli přebytku vzduchu $n = 1$. Přitom je také uvažováno dokonalé promísení paliva a spalovacího vzduchu. Tato teplota tedy vychází z podmínek dokonalého spalování [4].

Druhou ze spalovacích teplot je *teoretická* teplota (*s disociací*). Tato teplota je opět teoreticky vypočtená. V jejím způsobu výpočtu tentokrát lze zahrnout součinitel přebytku vzduchu a také vstupní entalpie paliva i spalovacího vzduchu. Využívá se tedy zpravidla ke srovnání různých podmínek spalovacího procesu. Určení teoretické teploty s disociací navíc respektuje vliv disociace spalin, která se děje zpravidla při teplotě nad 1500 °C, spotřebovává energii a připojuje se k efektu mechanického nedopalu [4].

Konečně posledním druhem spalovací teploty je teplota *praktická*. Mimo efekty, které zohledňuje i teplota teoretická, zohledňuje teplota praktická další vlivy, jako je například odvod tepla do vsázky a do okolí. Řešení je složité, proto se výpočet zjednodušuje na vynásobení teoretické teploty s disociací pyrometrickým efektem η_{pyr} , který charakterizuje tepelné ztráty pro základní typy pecí. Takový způsob řešení je však dostupný pouze pro omezenou množinu zařízení [4].

Z uvedeného je jasné, že nelze teoreticky určit horní hranici možností plynových ohřevů. Na základě [4] (konkrétně v příkladu uvedeném v druhé kapitole té knihy) však lze usuzovat, že praktické teploty plynových ohřevů budou určitě kolem 1500 °C či i více. Pro aplikaci technologických ohřevů v chemickém průmyslu tedy plynový ohřev svými možnostmi ve významné většině případů zcela dostačuje.

KAPITOLA 2: ZÁKLADY TEORIE SDÍLENÍ TEPLA¹⁰

Snad v každém úvodu do fyzikální teorie sdílení tepla je na prvním místě rozlišení základních způsobů tohoto procesu. Nejinak tomu bude i zde. Sdílením tepla se rozumí přenos energie, který se děje z míst o vyšší teplotě do míst s nižší teplotou. Prvním způsobem sdílení tepla se nazývá *vedení*, cizím slovem *kondukce*. Druhý způsob se realizuje *prouděním*, čili *konvekcí* a posledním způsobem je sdílení tepla *zářením*, neboli *sáláním* či *radiací*. První dva způsoby mají společné to, že jsou přímo vázány na částice hmoty, kdežto třetí způsob je možné realizovat i skrz prostředí bez hmotných částic, jelikož je zprostředkován pohybem fotonů, tedy elektromagnetickým zářením, ježto považujeme za formu energie.

2.1 Sdílení tepla vedením

Sdílení tepla vedením se vyznačuje tím, že probíhá díky vzájemnému mechanickému působení částic hmoty. Je založeno na tom, co je vlastně teplota. Teplota je statistická veličina a souvisí u plynů se střední kinetickou energií částic, u pevných látek, v nichž jsou mezi sebou částice vázány chemickými vazbami, s vnitřní energií. Její původ je tedy mikroskopického charakteru, ačkoliv její pravá podstata spočívá právě v makroskopickém pohledu. Ať tak či tak, teplota znamená tepelný pohyb molekul, atomů, zkrátka částic. Vedení tepla znamená, že se tento tepelný pohyb přenáší v prostoru skrze (hlavně) mechanické vazby mezi částicemi z jednoho místa na druhé. Tím se teplota na daném prostoru vyrovnává [6]. Tento proces, jak zřejmě vyplývá, je dominantou hlavně pevných látek, nikoliv kapalin ani plynů, kde mechanické vazby nejsou příliš pevné.

Je zřejmé, že mikroskopický popis procesu vedení tepla je nepraktický. Navíc, jak již bylo řečeno, teplota rozhodně není v pravém smyslu mikroskopická veličina, byť mnohdy hovoříme o teplotě v bodě. Teplotou v bodě je zpravidla myšlena teplota v malém prostoru, obsahujícím dostatek částic, aby teplota byla určitelná [3]. K popisu sdílení tepla vedením tedy v technické praxi vždy přistupujeme makroskopicky. Z toho důvodu na hmotu hledíme nikoliv jako na částice, nýbrž jako na látky či materiály, kontinuální prostředí. Každý materiál pak charakterizujeme pro různé jevy určitými vlastnostmi a sdílení tepla vedením toho není výjimkou. Touto vlastností vedení tepla je součinitel tepelné vodivosti λ . Při praktickém řešení vedení tepla zpravidla hledíme na teploty povrchů tuhého tělesa, přičemž průtok tepla skrze těleso ovlivňuje těleso jako takové skrze svůj součinitel tepelné vodivosti.

Je dobré ještě upozornit, že tento přístup má pochopitelně své meze platnosti. Přestává platit například pro příliš zředěné plyny nebo pro velmi nízké teploty. V takových mezích se totiž začíná projevovat diskrétnost jevů, jež jsou zdrojem veličiny teploty, a statistické chování pokulhává [3].

2.1.1 Stacionární a nestacionární teplotní pole

Popis sdílení tepla vedením je založen na rozložení teplotního pole. Teplotní pole popisujeme v prostoru a čase:

$$T = f(x, y, z, t), \quad (2-1)$$

kde T je teplota, x, y, z jsou prostorové souřadnice a t je čas. Pokud je teplotní pole na čase nezávislé, tedy v čase se teplota v každém bodě prostoru nemění, pak tomuto poli říkáme stacionární. V opačném případě se jedná o pole nestacionární. Stacionární pole se popisuje způsobem

$$T = f(x, y, z). \quad (2-2)$$

¹⁰ V této celé kapitole je čerpáno hlavně ze zdrojů: [2] a [4], proto tyto v textu nebudou podrobněji citovány.

V dynamických procesech se většinou lze setkat s nestacionárním teplotním polem. Avšak při ustálených stavech lze teplotní pole považovat za stacionární. V technologických ohřevech se jedná zpravidla o kontinuální procesy, kde je ohřátá hmota odnášena pryč a které probíhají zpravidla za ustáleného stavu, a tak se geometrické rozložení teploty v prostoru nemění – teplotní pole lze považovat za stacionární. Jelikož i zaměření této práce je na takové procesy, následující text se bude věnovat hlavně teplotnímu poli stacionárnímu.

Teplotní pole je skalární a musí být z povahy věci spojitě. Existují tedy spojitě plochy, které spojují místa se stejnou teplotou; těm se říká izotermické plochy. Izotermami jsou nazývány křivky spojující místa se stejnou teplotou. Takové křivky vznikají z izotermických ploch redukcí trojrozměrného teplotního pole do dvourozměrného.

2.1.2 Fourierův zákon vedení tepla

Na počátku 19. století byla experimentálně zjištěna úměrnost tepelného toku na teplotě. Vypozoroval ji francouzský fyzik Fourier. Tato závislost byla nazvána prvním Fourierovým zákonem vedení tepla a matematicky ji lze vyjádřit následovně:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T, \quad (2-3)$$

kde \vec{q} je vektor hustoty tepelného toku, λ je součinitel tepelné vodivosti a $\overrightarrow{\text{grad}} T$ je vektor gradientu teploty, čili vektor tepelného spádu. Jak známo z matematiky, vektor gradientu určuje směr nejprudšího nárůstu dané veličiny. Fourierův zákon vedení tepla tedy popisuje, že teplo se šíří kolmo k izotermickým plochám, konkrétně z míst vyšší teploty do míst teploty nižší (což v rovnici značí znaménko mínus). Velikost hustoty tepla, které se takto šíří, je přímo úměrná velikosti tohoto teplotního rozdílu, a to přes součinitel teplotní vodivosti, charakteristický pro dané prostředí, látku.

Hustota tepelného toku q je definována jako tepelný tok dP procházející elementární plochou dS :

$$dP = q \cdot dS, \quad (2-4)$$

respektive přesněji vektorově:

$$dP = \vec{q} \cdot \overrightarrow{dS}. \quad (2-5)$$

Pro stacionární případy lze tedy celkový tepelný tok určitým povrchem, respektive plochou, získat integrací rovnice 2-5, kde levou stranu integrujeme od 0 do P a pravou stranu přes plochu (S). Je jistě zřejmé, že takový přístup je matematický a pro praxi mnoho neúčinný.

Vedle prvního Fourierova zákona vedení tepla, který popisuje procesy ve stacionárním teplotním poli, existuje ještě druhý Fourierův zákon vedení tepla, zpravidla nazývaný *Fourierova rovnice vedení tepla*. Ta popisuje nestacionární případ, ve kterém kromě součinitele tepelné vodivosti hrají roli další faktory – měrná tepelná kapacita látky c_p , vnitřní zdroje tepla v objemu látky q_V – například chemické reakce uvnitř objemu tělesa, které teplo uvolňují (či naopak spotřebovávají, což se ale příliš nevyskytuje) a hustota látky ρ . Tento zákon už je oproti předchozímu mnohem složitější, nehledě na to, že platí pouze za určitých zjednodušujících předpokladů. Vychází ze zákona zachování energie a platí za podmínek, že:

- těleso je homogenní a izotropní,
- fyzikální vlastnosti tělesa (jako součinitel tepelné vodivosti či měrná tepelná kapacita) se s teplotou nemění,
- změna objemu tělesa vlivem změny teploty je v porovnání s celkovým objemem tělesa zanedbatelná,
- vnitřní zdroje tepla jsou v tělese rovnoměrně rozmístěny a
- proces probíhá za konstantního tlaku.

Tvar Fourierovy rovnice vedení tepla je níže. Ze zákona zachování energie postupnými úpravami vyplývá

$$\varrho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q} + q_V. \quad (2-6)$$

Dosazením za \vec{q} z prvního Fourierova zákona vedení tepla pak, jelikož je uvažováno těleso izotropní a homogenní, a tedy můžeme vytknout jednotný součinitel tepelné vodivosti před diferenciály, plyne:

$$\varrho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \nabla^2 T + q_V, \quad (2-7)$$

kde ∇^2 je Laplaceův operátor¹¹. Fourierova rovnice vedení tepla v obvyklém tvaru, kde je vyjádřena časová změna teplotního pole, pak vypadá následovně:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\varrho \cdot c_p} \cdot \nabla^2 T + \frac{q_V}{\varrho \cdot c_p}, \quad (2-8)$$

nebo při zavedení *součinitele teplotní vodivosti* a jako $a = \frac{\lambda}{\varrho \cdot c_p}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 T + \frac{q_V}{\varrho \cdot c_p}. \quad (2-9)$$

2.1.3 Podmínky jednoznačnosti při řešení vedení tepla

Jelikož Fourierovy zákony jsou diferenciálními rovnicemi, je pro jednoznačné řešení nutné doplnit systém o počáteční a povrchové podmínky¹². Počáteční podmínka je stav systému v počátečním čase. Tato podmínka se týká pouze Fourierovy rovnice vedení tepla, protože první Fourierův zákon nezahrnuje jakýkoli vývoj systému v čase. Povrchové podmínky, tedy podmínky související s diferenciálem podle prostorových souřadnic, se však týkají zákonů obou.

Povrchové podmínky existují celkem čtyři, avšak zde zmíním základní dvě, respektive tři. Pro jednoznačnost řešení postačuje vždy jedna z nich. První, nejznámější ze školních příkladů, je podmínka Dirichletova (podmínka I. druhu). Ta udává rozložení teploty na povrchu tělesa. Podmínka Neumannova (II. druhu) se ve školních příkladech používá málo, popisuje rozložení hustoty tepelného toku na povrchu tělesa. Zpravidla se udává buď podmínka I. druhu, nebo podmínka II. druhu. Kdy se nepoužívá ani jedna z těchto podmínek, je kontakt dvou různých těles, které jsou „vprostřed“ procesu vedení tepla. Tam přichází na scénu podmínka IV. druhu. Podmínka IV. druhu je velmi intuitivní – předpokládá dokonalý kontakt na rozhraní dvou těles, čili ze spojitosti teplotního pole i stejnou povrchovou teplotu těles na tomto rozhraní¹³.

2.1.4 Základní geometrie v příkladech vedení tepla

Základní geometrická uspořádání těles při řešení vedení tepla jsou tři: rovinná stěna, válcová (cylindrická) stěna a kulová (sférická) stěna. Pro tuto práci má význam rozebrat pouze stěnu rovinnou a válcovou. V následujících oddílech bude ukázáno vyšetření průběhu teploty v tělese stěny rovinné, respektive válcové, a to pro stěnu nejprve jednoduchou a následně pro stěnu složenou. Řešené případy budou stacionární, bez vnitřních zdrojů tepla a geometrické podmínky zvolíme tak, že se teplota bude vyvíjet pouze v jedné souřadnici – pro rovinnou stěnu x , pro

¹¹ Zápis rovnice pomocí Laplaceova operátoru je obecný – platí jak v kartézských, tak i cylindrických či sférických souřadnicových systémech. Jen je nutné použít opravdu správný tvar Laplaceova operátoru odpovídající danému souřadnicovému systému.

¹² Literatura [4] ještě uvádí podmínky fyzikální a geometrické, které jsou však velmi intuitivní. Fyzikální podmínky jsou určeny fyzikálními vlastnostmi látek – pro Fourierovu rovnici vedení tepla tedy součinitelem tepelné vodivosti, měrnou tepelnou kapacitou, hustotou a vydatností vnitřních zdrojů. Geometrické podmínky jsou udány pochopitelně geometrií úlohy; je pravdou, že i tu lze volit z různých úhlů pohledu, a je snaha ji zvolit, aby úloha byla co nejjednodušší.

¹³ Podmínka III. druhu se nazývá Fourierova a více o ní lze nalézt v [4] na str. 469 a 470.

válcovou stěnu r . Závislost součinitelů tepelné vodivosti na teplotě je v těchto příkladech pominuta.

2.1.4.1 Vedení tepla rovinnou stěnou

Mějme rovinnou stěnu o tloušťce d a stálém součiniteli tepelné vodivosti λ . Teploty stěn jsou udržovány na konstantních teplotách T_1 a T_2 . Tím jsou dány geometrické podmínky takové, že teplota se mění jen v ose x . Vývoj teplot v čase nenastává, proto lze pro popis situace použít první Fourierův zákon vedení tepla:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T. \quad (2-10)$$

Jelikož teploty stěn jsou konstantní, Fourierova rovnice přejde do jednoduššího tvaru:

$$q = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}. \quad (2-11)$$

Taková rovnice je lineární obyčejná diferenciální rovnice, která se obvykle řeší metodou separace proměnných a následnou integrací. Použitím integrálu určitého namísto integrálu neurčitého rovnou získáme partikulární řešení:

$$\int_{T_1}^{T_2} dT = \int_0^d -\frac{q}{\lambda} \cdot dx, \quad (2-12)$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{q}{\lambda} \cdot (d - 0). \quad (2-13)$$

Z této rovnice pak lze vyjádřit neznámou q jako

$$q = -\frac{\lambda}{d} \cdot (T_2 - T_1). \quad (2-14)$$

Jelikož součinitel tepelné vodivosti, vzdálenost i teploty stěn byly uvažovány konstantní, je i hustota tepelného toku konstantní.

Obecně lze provést integraci pro meze od teploty T_1 do teploty T a od nulové tloušťky do nějaké tloušťky stěny x :

$$\int_{T_1}^T dT = \int_0^x -\frac{q}{\lambda} \cdot dx, \quad (2-15)$$

$$T - T_1 = -\frac{q}{\lambda} \cdot (x - 0). \quad (2-16)$$

Po úpravě výsledku integrace vidíme, že teplota se podél tloušťky stěny vyvíjí jako klesající přímka s předpisem

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{d} \cdot x. \quad (2-17)$$

U příkladu složené rovinné stěny mějme části stěny tlusté δ_1 , δ_2 a δ_3 , každou část s příslušným konstantním součinitelem tepelné vodivosti λ_1 , λ_2 a λ_3 . Teploty povrchů každé části stěny jsou konstantní. Jelikož jsou části tři, povrchy s rozdílnou teplotou jsou čtyři – označme je t_1 , t_2 , t_3 a t_4 . Známe teplotu první a poslední. Jelikož styčné povrchy částí stěny mají stálou a stejnou teplotu, je celkový tepelný tok procházející všemi částmi stěny konstantní. Jelikož jsou tyto povrchy rovnoběžné, pro hustotu tepelného toku platí totéž. S odkazem na řešení případu jednoduché stěny lze tedy sepsat soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot (t_1 - t_2), \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} \cdot (t_2 - t_3), \\ q &= \frac{\lambda_3}{\delta_3} \cdot (t_3 - t_4), \end{aligned} \quad (2-18)$$

Převedením těchto rovnic do vhodnějšího tvaru a jejich sečtením z rovnic vymizí i neznámé teploty t_2 a t_3 . Dostaneme, že platí

$$t_1 - t_4 = q \cdot \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right), \quad (2-19)$$

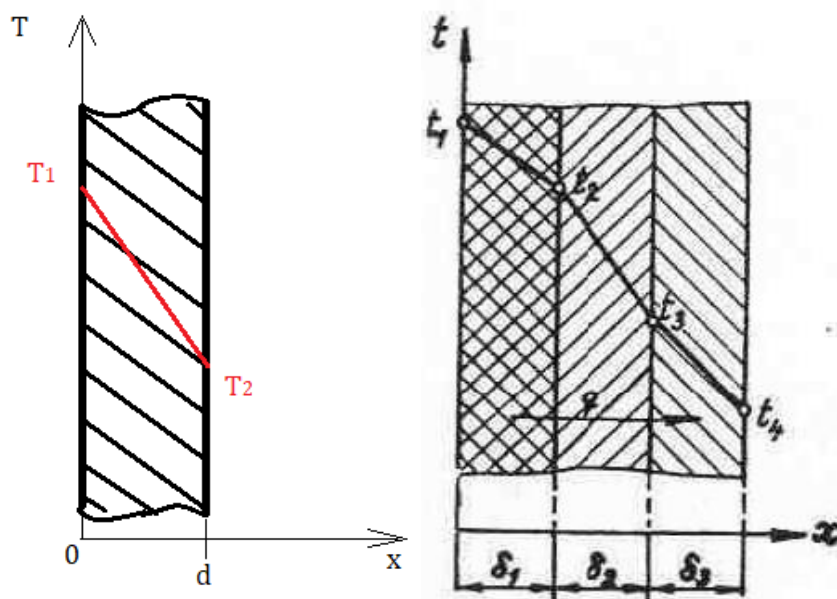
a tedy

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \quad (2-20)$$

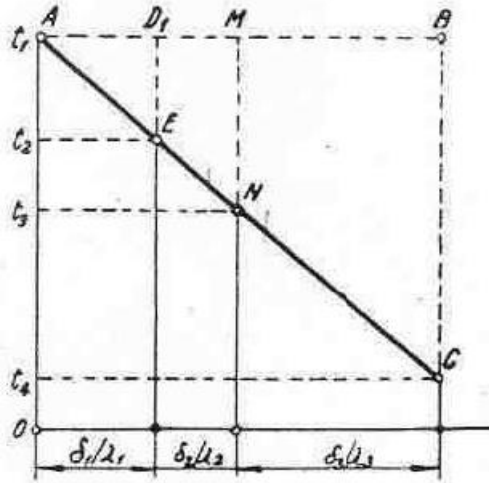
To, že teplota se vyvíjí na příslušných úsecích lineárně, je zřejmé. Pro stěnu složenou z n vrstev lze tedy odvodit obecnější vzorec

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (2-21)$$

Na Obr. 2-1 je vyobrazen průběh teploty podél tloušťky stěny jednoduché a podél stěny složené. Tuto úlohu, konkrétně teploty t_2 a t_3 , je možné také řešit graficky. Toto řešení krásně koreluje s rovnicí 2-19. Na svislou osu se vynesou známé krajní teploty t_1 a t_4 . Na vodorovné ose se zaznamenají příslušné podíly tloušťky dané vrstvy ku součiniteli tepelné vodivosti dané vrstvy. Do plochy grafu se sestrojí v měřítku úsečka z bodu $[0, t_1]$ do bodu $[\delta_3/\lambda_3, t_4]$. Body na přímce odpovídající hodnotám δ_1/λ_1 a δ_2/λ_2 určují hledané teploty t_2 a t_3 . Toto řešení je vyobrazeno na Obr. 2-2.



Obr. 2-1. Znárodnění vývoje teploty podél tloušťky stěny – vlevo: jednoduché, vpravo: složené (převzato z: [2]).



Obr. 2-2. Grafické řešení teplot t_2 a t_3 (převzato z: [2]).

Pro složenou rovinnou stěnu lze zavést ekvivalentní součinitel tepelné vodivosti, který se pak při výpočtu hustoty tepelného toku může použít ve vzorci pro jednoduchou rovinnou stěnu spolu s celkovou tloušťkou stěny:

$$\lambda_{\text{ekv}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (2-22)$$

2.1.4.2 Vedení tepla válcovou (cylindrickou) stěnou

Při řešení vedení tepla skrz válcovou stěnu je výhodné úlohu řešit pomocí válcové symetrie. Nechť válcová stěna má vnitřní poloměr r_1 a vnější poloměr r_2 , délku l a součinitel tepelné vodivosti λ ať je konstantní. Povrchové teploty jsou stálé t_1 a t_2 , přičemž uvažujeme $t_1 > t_2$. Ze zadaných podmínek je zřejmé, že teplota se bude měnit jen v radiálním směru, čili v ose r .

Izotermické plochy tedy budou souosé s válcovou stěnou. Už jen z představy je jasné, že na rozdíl od rovinné stěny, izotermy jsou směrem od osy válcové stěny čím dál mohutnější, a tak hustota tepelného toku q nebude v radiálním směru konstantní, jelikož celkové množství tepla prochází směrem od osy válce čím dál větší plochou. S použitím Fourierova zákona, rozšířeného o plochu, kterou tepelný tok prochází, dostáváme pro průtok válcovou stěnou o poloměru r :

$$Q = \iint \vec{q} \cdot d\vec{S} = q \cdot 2\pi r l = -\lambda \cdot 2\pi r l \cdot \frac{dt}{dr}, \quad (2-23)$$

kde Q je celkový tepelný tok válcovou stěnou.

Separací proměnných a následnou integrací dostaneme obecný předpis pro teplotu, případně při určité integraci od r_1 do r_2 a po jednoduché úpravě dostaneme vyjádření Q .

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{\lambda \cdot 2\pi r l} dr, \quad (2-24)$$

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{\lambda \cdot 2\pi l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{\lambda \cdot 2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (2-25)$$

$$Q = \lambda \cdot 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \lambda \cdot 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (2-26)$$

kde d značí příslušný průměr. Vyjádření celkového tepelného toku následně můžeme dosadit do obecného řešení pro průběh teploty v souřadnici r , takže dostaneme výsledný vzorec průběhu teploty v radiálním směru r :

$$t(r) = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \ln \frac{r}{r_1} \quad (2-27)$$

Ilustrační obrázek zobrazující toto řešení následuje za výpočtem případu složené válcové stěny. Souřadnice r je v něm však přeznačena na souřadnici x .

Je vidět, že když je součinitel tepelné vodivosti konstantní, průběh teploty na něm nezávisí. Z geometrie úlohy zase vyplývá, že průběh teploty nezáleží na délce válcové stěny, nýbrž pouze na její tloušťce.

V případě složené stěny je situace obdobná. Opět předpokládáme dokonalý kontakt vrstev stěny, známé konstantní teploty na povrchu stěny t_1 a t_4 a příslušné různé konstantní součinitele tepelné vodivosti λ_1, λ_2 a λ_3 , poloměry povrchů jsou r_1, r_2, r_3 a r_4 či průměry d_1, d_2, d_3 a d_4 .

Opět vycházíme z celkového tepelného toku procházejícího stěnami, který je ve stacionárním případě konstantní. Platí tedy soustava rovnic analogických vyjádření celkového tepelného toku u jednoduché stěny:

$$Q = \lambda_1 \cdot 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} = 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (2-28)$$

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_2 - t_3}{\frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}} \quad (2-29)$$

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_3 - t_4}{\frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} \quad (2-30)$$

Po jejich úpravě a sečtení dostaneme:

$$t_1 - t_4 = \frac{Q}{2\pi l} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3} \right), \quad (2-31)$$

čili vyjádření celkového tepelného toku je:

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} \quad (2-32)$$

Toto vyjádření lze zobecnit na:

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} \quad (2-33)$$

Průběh teploty tedy v daných částech bude:

$$t(r) = t_1 - \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{r}{r_1}, \quad (2-34)$$

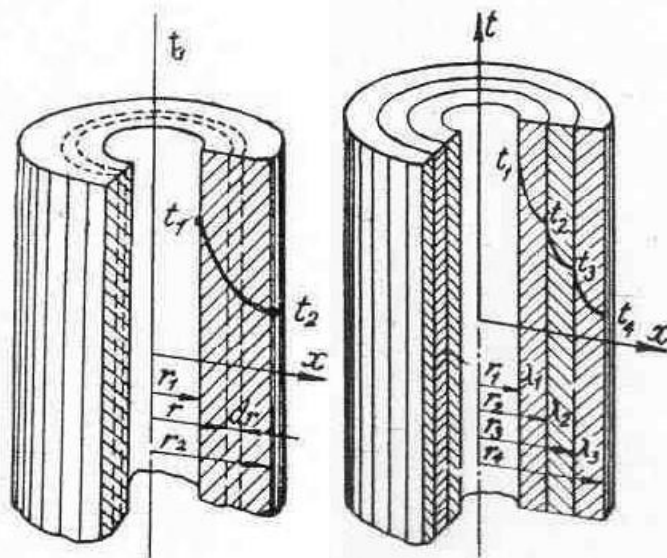
pro $r \in \langle r_1 | r_2 \rangle$, pro $r \in \langle r_2 | r_3 \rangle$:

$$t(r) = t_1 - \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{r}{r_2} \right), \quad (2-35)$$

a pro $r \in \langle r_3 | r_4 \rangle$:

$$t(r) = t_1 - \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{r}{r_3} \right), \quad (2-36)$$

Formálně tyto vztahy připomínají vztahy pro odporový dělič, a také se o elektrotepelné analogii běžně mluví. Pojednání o elektrotepelné analogii následuje dále v textu. Průběh teplot je tedy v daných vrstvách v závislosti na poloměru logaritmický, avšak celkový průběh je lomená (logaritmická) křivka. Vyobrazení lze spatřit na obrázku níže, přičemž souřadnice poloměru je v něm značena x .



Obr. 2-3. Znázornění vývoje teploty podél poloměru x válcové stěny – vlevo: jednoduché, vpravo: složené. (Převzato z: [2].)

2.2 Sdílení tepla prouděním

Principem sdílení tepla prouděním je tok samotné hmoty, která fyzicky odnáší přijatou energii, zpravidla na rozhraní dvou těles. Typickým názorným příkladem konvektivního sdílení tepla z běžného života je vaření polévky. Voda polévky se ohřívá na styku s hrcem, ale ohřáté částice nezůstávají při dně hrnce, nýbrž proudí vlivem změny hustoty do svrchnějších vrstev hrnce. Tím se mění teplota v místech horních vrstev hrnce, aniž by změnila svou energii ty částice, které se v těch místech v prvním okamžiku vyskytovaly. Na tom lze dobře demonstrovat princip sdílení tepla prouděním a rozdíl od principu sdílení tepla vedením: tepelná energie se nešíří srážkami a jinými interakcemi částic hmoty, nýbrž její přenos je vázán přímo na pohyb částic hmoty. Teplota se nemění v důsledku vzájemného předávání energie mezi částicemi, ale v důsledku změny polohy v prostoru ohřátých (či ochlazených) částic.

K předávání tepla a následnému přenosu tepla konvekcí nedochází pouze při kontaktu pevné látky s tekutinou, ježto byl uveden v příkladu. Dochází při něm například i při kontaktu kapaliny a plynu či dvou kapalin.

Z popsaného mechanismu způsobu sdílení tepla je však zřetelné, že proces sdílení tepla prouděním nikdy nenastává samostatně, nýbrž vždy s ním probíhá současně i vedení. Jedině vedení totiž zajišťuje primární předání energie částicím na rozhraní, avšak čím hlouběji do objemu tělesa vnikáme, tím menší roli ve sdílení tepla hraje. Tento pokles není rozhodně lineární a dá se říci, že se odehrává v tzv. mezní vrstvě. Ve vnitřnějším objemu, než je mezní vrstva, už je způsob vedení úplně zanedbatelný a realizuje se konvekce vlivem mísení částic tekutiny z různých míst objemu.

Jelikož je popis celého mechanismu nesmírně složitý, řeší se celý problém šalamounsky. Složitou situaci popisuje Fourier-Kirchhoffova rovnice, která se od Fourierovy rovnice liší respektováním makroskopického pohybu tekutiny. V rovnici se to projeví tím, že se ve členu hustoty tepelného toku vyskytuje vedle členu vedení ještě člen obsahující rychlost. Ten vyjadřuje teplo, které tekutina proudící rychlostí \vec{v} , o hustotě ρ a měrné entalpii h přenesení přes plochu za čas. Máme tak rovnici

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div} \vec{q} + q_v, \quad (2-37)$$

kde

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T + \varrho \cdot \vec{v} \cdot h, \quad (2-38)$$

Po dosazení a úpravách tedy¹⁴:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T\right) = a \cdot \nabla^2 T + \frac{q_v}{\varrho \cdot c_p}. \quad (2-39)$$

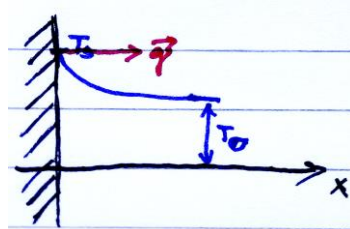
Při použití substanciální derivace je možný ještě zápis:

$$\frac{DT}{dt} = a \cdot \nabla^2 T + \frac{q_v}{\varrho \cdot c_p}. \quad (2-40)$$

Šalamounské řešení spočívá v tom, že Fourier–Kirchhoffova rovnice je pomínuta, na situaci se nahlédne z makroskopičtějšího pohledu a situace se popíše, jak již navrhoval Isaac Newton. Takový popis stanovuje, že hustota tepelného toku na rozhraní tuhého tělesa a tekutiny je úměrná rozdílu povrchové teploty tělesa T_p a ustálené teploty tekutiny T_o přes takzvaný (místní) součinitel přestupu tepla $\alpha_{(k)}$:

$$q = \alpha_{(k)} \cdot (T_p - T_o), \quad (2-41)$$

přičemž ustálenou teplotou máme na mysli teplotu za mezní vrstvou, kde uvažujeme dokonalé promísení tekutiny. Toto ilustruje následující obrázek. (1)



Obr. 2-4. Ilustrační obrázek pro přestup tepla. (Přejato z autorových osobních poznámek z [3].)

2.2.1 Problematika součinitele přestupu tepla

Výše navržený postup je naprosto elegantní v tom, že veškerou složitost zaobalí do jediného součinitele. Problém je v tom, že tento součinitel je závislý na obrovském množství parametrů. Z těchto parametrů můžeme jmenovat například geometrii, dynamickou viskozitu, teplotu, teplotní rozdíl, tepelnou vodivost, součinitel teplotní roztažnosti a další. Z problému řešení úlohy přestupu tepla se tedy stává úloha určení součinitele přestupu tepla.

Určení součinitele přestupu tepla je velmi komplexní záležitost, a tak v této práci budou představeny jen její základní obrysy. Aby bylo možné součinitel přestupu tepla určit, je třeba vědět, jaká situace vlastně je, a tedy které veličiny ke zjištění součinitele přestupu tepla je třeba určit. Mnohdy není možné určit tyto veličiny přímým měřením, ale dá se využít teorie podobnosti.¹⁵

2.2.2 Proudění nucené a přirozené

Než se ale text bude věnovat teorii podobnosti, je třeba ještě krátce povědět o způsobech proudění. Proudění rozdělujeme podle jeho příčin na proudění přirozené (či volné) a proudění nucené. Proudění přirozené je způsobeno nerovnoměrným rozdělením *hmotnostních sil* v tekutině – například vítr v atmosféře je tokem částic vzduchu z oblasti vyššího tlaku do oblastí tlaku nižšího (které vznikají například nerovnoměrným ohřevem vzduchu nad povrchem země a

¹⁴ Následující rovnice vycházejí z předpokladů obdobných předpokladům přijatým v odvození Fourierovy rovnice. Fourier–Kirchhoffova rovnice může mít různé odlišnosti, například v pořadí prvků v členech, podle toho, do jaké míry byly zjednodušující předpoklady dodrženy. Detailnější odvození možno nalézt v [4] na stranách 564–566.

¹⁵ Pro hlubší studium autor doporučuje kapitoly 4 a 5 v [4] a zvláště kapitoly II. až V. v [2].

s tím spojenou změnou hustoty). Příklady hmotnostních sil jsou podle [4] síla gravitační, odstředivá, Coriolisova, elektromagnetická aj.

Nucené proudění je vynuceno tzv. *silami povrchovými*, kterými jsou podle [4] tlakové a třecí síly. V praxi je to například působení ventilátoru či tah komína, působení čerpadla, pohyb tuhého tělesa a další. Pokud nastává proudění nucené, nastává zpravidla i proudění volné. V případech, které nazýváme prouděním nuceným, však nucené proudění významně převažuje a vliv volného proudění je zanedbatelný. V případech, kdy tomu tak není, nazýváme takové proudění prouděním smíšeným.

2.2.3 Teorie podobnosti

Teorie podobnosti nezahrnuje pouze aparát pro určení součinitele přestupu tepla, ale přesahuje do mnoha jiných oblastí. Svůj původ má v geometrii. Například určování výšek velkých objektů nikoliv přímým měřením, ale na základě podobnosti pravoúhlých trojúhelníků, je jednou z takových úloh. Tyto úlohy se běžně řeší na základních školách. Při zobecnění geometrické podobnosti do polí fyziky tedy můžeme vyvinout teorie podobnosti kinematické, dynamické či tepelné a dalších.

Podobné jsou takové jevy, které jsou kvalitativně i formálně stejné – popisují se rovnicemi stejného obsahu i tvaru¹⁶. Další podmínkou pro použití fyzikální podobnosti je podobnost geometrická. Podobnost fyzikálních jevů tedy lze definovat tím, že: „v přidružených bodech prostoru a v sobě odpovídajících dobách je libovolná veličina jednoho jevu úměrná stejnorodé veličině druhého jevu [2]“; stejnorodá zde znamená, že má stejný fyzikální význam i rozměr. Úměrnost vyjadřuje konstanta podobnosti. Tyto konstanty podobnosti se značí symbolem k s indexem příslušné veličiny.

Pro určité veličiny je ale vlivem jejich závislosti na jiných veličinách omezena volitelnost jejich konstant podobnosti. Toto omezení vyjadřují tzv. *podobnostní čísla* či *podobnostní kritéria*, která jsou pojmenována po jejich objevitelích. Jelikož je teorie opravdu velmi obsáhlá, zabývá se tato práce pouze vybranými podobnostními čísly. Těmi jsou Prandtlovo číslo Pr , Reynoldsovo číslo Re a Nusseltovo číslo Nu (a pro úplnost ještě číslo Grashofovo Gr).

2.2.3.1 Nusseltovo číslo

Nusseltovo číslo (kritérium) vychází z představy podmínek na rozhraní tuhého tělesa a tekutiny při řešení konvekce. Tyto podmínky podle této představy lze rovnocenně popsat dvěma způsoby: Newtonovým vzorcem přestupu tepla a prvním Fourierovým zákonem vedení tepla¹⁷. Bez újmy na obecnosti lze uvažovat modelovou situaci jako záležitost jednoho význačného směru, a lze tedy psát:

$$q_1 = -\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x_1} = \alpha_1 \cdot (T_{p1} - T_{o1}) = \alpha_1 \cdot \Delta T_1, \quad (2-42)$$

$$q_2 = -\lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x_2} = \alpha_2 \cdot (T_{p2} - T_{o2}) = \alpha_2 \cdot \Delta T_2. \quad (2-43)$$

První rovnici můžeme pomocí konstant podobnosti přepsat do tvaru

$$q_1 = k_q \cdot q_2 = \frac{k_\lambda \cdot k_T}{k_x} \left(-\lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right) = k_\alpha \cdot k_T \cdot \alpha_2 \cdot \Delta T_2, \quad (2-44)$$

a upravit do tvaru

$$-\lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x_2} = \frac{k_\alpha \cdot k_x}{k_\lambda} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta T_2, \quad (2-45)$$

z čehož přímo vyplývá, že

¹⁶ Pozor, pokud jsou rovnice stejné formálně, ale liší se obsahem, nejedná se o podobnost, nýbrž o analogii!

¹⁷ Pozn.: Jak bylo pověděno výše, v mezní vrstvě se odehrává sdílení tepla hlavně vedením, čili situace přímo na rozhraní je limitním případem, a tedy lze uvažovat, že tam se sdílení realizuje jedině vedením.

$$\frac{k_{\alpha} \cdot k_x}{k_{\lambda}} = 1. \quad (2-46)$$

Tím pro tento systém vyplývá omezení ve výběru konstant úměrnosti, které je definováno Nusseltovým kritériem [3]:

$$Nu_1 = \left(\frac{\alpha \cdot D_{char}}{\lambda} \right)_1 = \left(\frac{\alpha \cdot D_{char}}{\lambda} \right)_2 = Nu_2, \quad (2-47)$$

kde D_{char} je charakteristický rozměr tělesa (pro trubku to například zpravidla je průměr)¹⁸ [3].

Nusseltovo číslo je jako každé podobnostní číslo bezrozměrné. Pro součinitel přestupu tepla tedy plyne definice

$$\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{D_{char}}. \quad (2-48)$$

Nikoho jistě nepřekvapí, že zavedením Nusseltova čísla se problém součinitele přestupu tepla vůbec nevyřešil, ale přesunul do zjištění Nusseltova čísla. Avšak posun je v tom, že je jisté, že pro určení součinitele přestupu tepla je třeba znát součinitel tepelné vodivosti tekutiny a charakteristický rozměr, který je dán geometrií úlohy [3].

2.2.3.2 Prandtlovo číslo

Při odvozování Fourierova zákona vedení tepla byl zaveden pojem teplotní vodivosti, respektive součinitel teplotní vodivosti a . Tento součinitel je vlastně jakousi řídicí veličinou teplotního pole – při uvažování staticky rozložené hmoty bez vnitřních zdrojů tepla popisuje teplotní pole rovnice

$$\frac{dT}{dt} = a \cdot \nabla^2 T. \quad (2-49)$$

Formálně stejnou rovnicí je popsáno rychlostní pole \vec{v} , kde řídicí veličinou je kinematická viskozita ν ¹⁹:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \nu \cdot \nabla^2 \vec{v}. \quad (2-50)$$

Provázání pole rychlostního s polem teplotním je jasné již z úvodního textu o konvekci. Ukazuje se, že toto provázání také ubírá stupeň volnosti, což udává právě Prandtlovo kritérium. Prandtlovo číslo je definováno jako poměr kinematické viskozity a teplotní vodivosti²⁰:

$$Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (2-51)$$

Význam Prandtlova čísla je možné interpretovat jako míru, jak dobře látka sdílí hybnost (resp. rychlost) na úkor schopnosti sdílet teplotu (pozor, nikoliv teplo!). Jak ukazují experimentální výzkumy, Prandtlovo číslo je jedním z faktorů definujících číslo Nusseltovo [3].

2.2.3.3 Reynoldsovo číslo

Jak bylo řečeno, sdílení tepla prouděním je přímo spjato s prouděním tekutiny a tím s rychlostním polem. Rychlostní pole tekutiny přibližuje Navier–Stokesova rovnice, která je diferenciální, a ještě k tomu nelineární. Analyticky je tedy řešitelná jen stěží. Z hlediska teorie podobnosti je však mnoho užitečná, protože vede na nalezení Reynoldsova kritéria, když se nad ní provede podobnost (celé odvození zde provedeno nebude). Navier–Stokesova rovnice má tvar:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla p + \nu \cdot \nabla^2 \vec{v} + \vec{g} + \sum \vec{f}_V, \quad (2-52)$$

¹⁸ U těles, kde není jednoznačné, který rozměr brát za charakteristický, se použije výpočet podle „smáčícího“ průřezu S_s a „smočeného“ obvodu O_s : $D_{char} = 4 \cdot S_s / O_s$ [3].

¹⁹ O té je více řečeno dále v textu.

²⁰ Upozornění: pozor na důsledné rozlišování **teplotní** (postaru teplotové) a **tepelné** vodivosti!

kde na levé straně:

- první člen zleva znamená zrychlení v bodě,
- druhý člen zleva představuje konvektivní zrychlení,

a na pravé straně vyjadřuje:

- první člen zleva zrychlení způsobené tlakovým spádem,
- druhý člen zleva zrychlení potřebné k překonání třecích sil,
- třetí člen zleva gravitační zrychlení a
- poslední člen součet dalších objemových sil.

Symbolem ν je zde opět označena kinematičká viskozita. Z podobnosti potom vychází

$$\frac{k_v \cdot k_x}{k_v} = 1, \quad (2-53)$$

čili Reynoldsovo číslo je definováno jako

$$Re = \frac{v \cdot D_{\text{char}}}{\nu}. \quad (2-54)$$

Interpretace Reynoldsova čísla by mohla znít, že Reynoldsovo číslo udává, kolikrát jsou silnější setrvačné síly oproti silám vazkým [3].

Reynoldsovo číslo se používá zpravidla při jevech s turbulentním prouděním, jelikož jevy s volným prouděním mívají relativně malou rychlost, která se obtížně měří s dobrou přesností. Pro jevy s prouděním volným se zpravidla užívá jiného čísla, a to čísla Grashofova [3].

2.2.3.4 Grashofovo číslo

Grashofovo číslo je odvozeno též z Navier–Stokesovy rovnice. Vychází z respektování teplotní závislosti hustoty a předpokládá konstantní tlak. Odvození zde není uvedeno, protože pro tuto práci to není účelné. Avšak Grashofovo číslo po odvození vychází takto:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot D_{\text{char}}^3}{\nu}, \quad (2-55)$$

kde g je gravitační zrychlení, β je součinitel teplotní objemové roztažnosti při konstantním tlaku, ΔT je rozdíl teplot, D_{char} je opět charakteristický rozměr tělesa a ν kinematičká viskozita [3].

2.2.4 Problematika určení Nusseltova čísla

Problém určení součinitele přestupu tepla, jak bylo ukázáno výše, přešel na problém určení Nusseltova čísla. Z empirických měření a výzkumu se ukázalo, že Nusseltovo číslo s dostatečnou přesností závisí pouze na dvou či třech jiných podobnostních číslech, podle toho, o jaký způsob proudění se jedná. Tyto situace zobrazuje následující tabulka. Charakter těchto závislostí je pro různé podmínky různý. Pro tuto práci budou podstatné: proudění trubkami a proudění kolmo k trubkám.

Tab. 2-1. Podobnostní čísla, na kterých je závislé Nusseltovo číslo, pro ten který druh proudění.

typ proudění (konvekce)	závislost Nusseltova čísla
nucená	$Nu = Nu(Pr, Re)$
přirozená (volná)	$Nu = Nu(Pr, Gr)$
smíšená	$Nu = Nu(Pr, Re, Gr)$

2.2.4.1 Proudění trubkami a kanály – volné proudění

Pro volné proudění se rozlišují tři druhy proudění – laminární, vírnaté a vířivé (turbulentní). Laminární proudění je význačné tím, že částice proudí rovnoběžně, netvoří se víry. Vírnaté proudění je jakýsi mezistupeň mezi laminárním a turbulentním prouděním. Ve vírnatém proudění lze stále rozlišit rovnoběžnost proudění částic, avšak místy se tekutina promíchává

víry. Způsob vzniku vírů dosud není znám. Ve vířivém proudění nelze rozlišit žádný rovnoběžný proud částic, částice se pohybují ve vírech, které driftují jedním převažujícím směrem; rychlost tohoto driftování bereme jako rychlost proudění tekutiny.

Z mnohých experimentálních zkoušek vyplývá závislost Nusseltova čísla na Prandtlově a Grashofově čísle v následujícím tvaru, kde konstanty jsou pro konkrétní podmínky vypsány v tabulce níže:

$$Nu = c \cdot (Gr \cdot Pr)^n. \quad (2-56)$$

Tab. 2-2. Hodnoty konstant ve vzorci pro Nusseltovo číslo pro volné proudění. (Přejato z: [2].)

$(Gr \cdot Pr)$	c	n
$1 \cdot 10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	1,18	1/8
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	0,54	1/4
$2 \cdot 10^7 \div 1 \cdot 10^{13}$	0,135	1/3

Jiný předpis je nutno použít při přestupu tepla do omezeného prostoru, avšak tím se tato práce nezabývá.

2.2.4.2 Proudění trubkami a kanály – nucené proudění

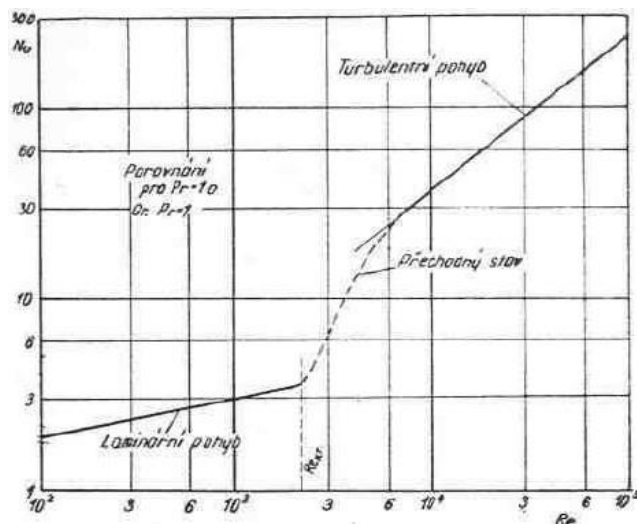
U proudění nuceného se rozlišují pouze dva druhy proudění – laminární a turbulentní. Laminární přísluší malým rychlostem tekutiny, turbulentní vyšším. Existuje i přesná hranice turbulentního a laminárního proudění, určená kritickým Reynoldsovým číslem o velikosti 2200. Z toho a ze znalosti kinematické viskozity a charakteristického rozměru lze dopočítat odpovídající kritickou rychlost.

Nuceným laminárním prouděním se v této práci zabývat nebudeme, jelikož pro přestup tepla není tak efektivní. Pro nucené turbulentní proudění byl na základě mnoha experimentů odvozen vzorec

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}. \quad (2-57)$$

Tento vzorec je však platný nikoli pro podmínky, kdy $Re > 2200$, nýbrž kdy $Re > 10^4$. To je z toho důvodu, že až při rychlostech odpovídajících Reynoldsovu číslu většímu než 10^4 nastává dostatečné promísení tekutiny, aby byla teplota převážného objemu tekutiny konstantní. Pro určení Nusseltova čísla v inkriminovaném rozsahu hodnot Reynoldsova čísla je nutno využít graf na obrázku níže.

Vzorec pro výpočet Nusseltova čísla pro nucené turbulentní proudění (v trubce) je ještě ovlivňován různými dalšími faktory jako zakřivenost potrubí, poměr délky potrubí k jeho průměru, tvar průřezu apod. V takovém případě je třeba jej příslušně modifikovat.



Obr. 2-5. Přestup tepla, respektive vývoj Nusseltova čísla při přechodu z laminárního do turbulentního proudění. (Přejato z: [2].)

2.2.4.3 Proudění kolmo k trubkám

Experimenty ukazují, že vzorec pro výpočet Nusseltova čísla při proudění kolmo k trubce má podobný předpis jako vzorec pro nucené turbulentní proudění – liší se jen v konstantě před mocninou závislostí a exponentem u Reynoldsova čísla. To vychází z jiné geometrie úlohy a z ní plynoucích rozdílných jevů, ke kterým dochází. Pro tuto práci je však podstatný předpis platný pro proudění kolem svazku trubek. Tam hrají roli „stíny“ proudění a větší promíchanost tekutiny (větší turbulentnost proudu) proudící kolem řad trubek následujících za řadou první.

Pro plyny proudící kolmo na svazek trubek byl experimentálně zjištěn vzorec pro výpočet Nusseltova čísla

$$Nu = c \cdot \varepsilon_m \cdot Re^n, \quad (2-58)$$

kde jsou příslušné konstanty určené následující tabulkou.

Tab. 2-3. Hodnoty konstant ve vzorci pro Nusseltovo číslo pro proudění plynů kolmo na svazek trubek²¹. (Přejato z: [2].)

řada	vedle sebe		střídavě	
	n	ε_m	n	ε_m
1	0,60	0,15	0,60	0,15
2	0,65	0,138	0,60	0,20
3	0,65	0,138	0,60	0,255
4	0,65	0,138	0,60	0,255
$\frac{\text{vzdálenost trubek v jedné řadě}}{\text{průměr trubky}} (= L_1)$	c			
1,2 ÷ 3	$1 + 0,1 \cdot L_1$			
> 3	1,3			

2.2.5 Základní geometrie v příkladech konvekce

Příklady vedení tepla z předchozího textu lze rozšířit o konvekci na površích stěny. Ze třech zmíněných základních geometrií – rovinné, cylindrické a sférické stěny, budou rozšířeny o

²¹ Podrobnější meze platnosti, které v praxi většinou nejsou překročeny, viz str. 114 v [2].

konvekci jen ty úlohy s geometrií rovinnou a cylindrickou, které byly počítány v kapitole o sdílení tepla vedením. Výpočty pro složenou stěnu se v tomto ohledu od těch jednoduchých způsobem výpočtu prakticky neliší – povrchy pro konvekci jsou v každém případě jen dva.

Pro rovinnou stěnu bylo odvozeno, že platí

$$q = -\frac{\lambda}{d} \cdot (T_2 - T_1). \quad (2-59)$$

Newtonův vzorec pro konvekci je pro první plochu:

$$q = \alpha_1 \cdot (T_{o1} - T_1) \quad (2-60)$$

a pro druhou plochu:

$$q = \alpha_2 \cdot (T_2 - T_{o2}), \quad (2-61)$$

kde T_o značí teplotu okolí a indexy 1 a 2 značí příslušné rozhraní stěny a okolí. Na základě úvah o složené rovinné stěně tedy platí analogický vzorec:

$$t_{o1} - t_{o2} = q \cdot \left(\alpha_1 + \frac{d}{\lambda} + \alpha_2 \right), \quad (2-62)$$

a tedy

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2-63)$$

Pro složenou stěnu tedy platí obecně, v souladu se značením z příkladu na vedení:

$$q = \frac{t_{o1} - t_{o(n+1)}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2-64)$$

Pro válcovou stěnu je možné provést obdobné úvahy. Pro jednoduchou válcovou stěnu platí pro celkový tepelný tok rovnice

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2-65)$$

Jelikož se konvekce děje jakoby jen na povrchu, čili na válcové ploše o konkrétním průměru, lze odvodit rozšíření tohoto vzorce na:

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_{o1} - t_{o2}}{\frac{1}{r_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{r_2 \cdot \alpha_2}}. \quad (2-66)$$

Zobecněním tedy dostaneme, v souladu se značením z příkladu na vedení:

$$Q = 2\pi l \cdot \frac{t_{o1} - t_{o(n+1)}}{\frac{1}{r_1 \cdot \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{r_2 \cdot \alpha_2}}. \quad (2-67)$$

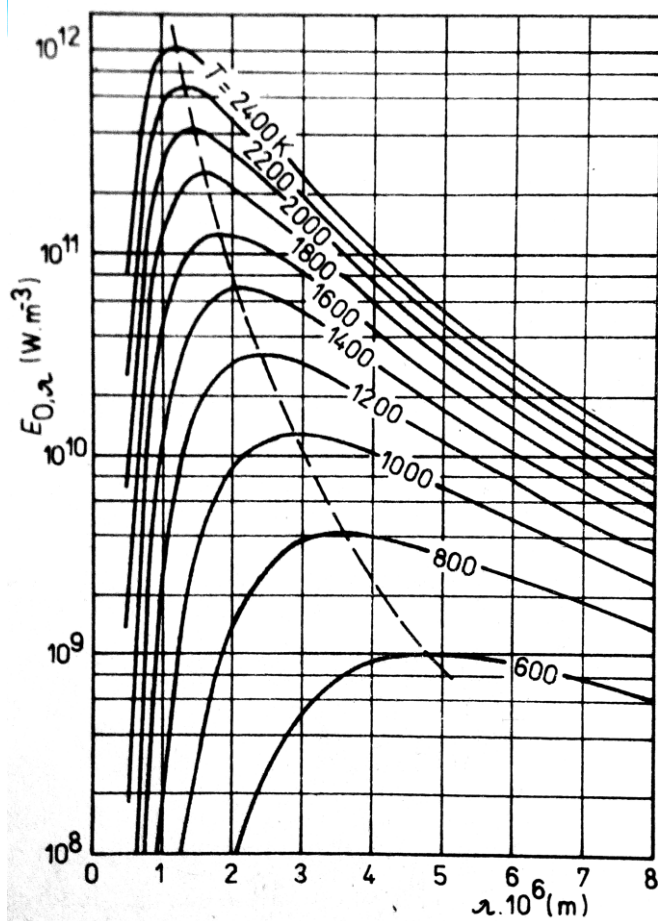
2.3 Sdílení tepla zářením

Jak bylo řečeno v úvodu této kapitoly, specifikem sdílení tepla zářením oproti druhým dvěma způsobům je schopnost přenášet energii i ve vakuu. To je možné díky tomu, že k přenosu slouží elektromagnetické záření. Elektromagnetické záření je látkami emitováno v důsledku tepelných dějů v nich – zpravidla jde o přechody z určitého energetického stavu na jiný. Každému přechodu systému z jednoho energetického stavu do jiného odpovídá, v souladu s kvantovou teorií, uvolnění (či přijetí) určitého množství (kvanta) energie. Tato energie je pak určující pro to, jakého charakteru je vyzářené (pohlčené) záření. Energie určuje vlnovou délku (respektive frekvenci) elektromagnetického záření podle rovnice

$$E = h \cdot f = \frac{h}{\lambda}, \quad (2-68)$$

kde E je energie přechodu, h je Planckova konstanta, f je frekvence elektromagnetického záření a λ je vlnová délka tohoto záření.

V pevných látkách je zpravidla velmi mnoho interakcí vlivem tepelných dějů, a tedy spektrum vyzařování je možné považovat za takřka spojité. Tuto skutečnost popisuje Planckův zákon, jehož grafické znázornění je na obrázku níže. U plynů, zvláště jednoduchých, je situace odlišná – vyzařovací spektrum je vlivem chudosti na interakce spíše diskrétní, a tak jsou plyny pro většinu vlnových délek tzv. *průteplivé* (*diatermní*). V případě kapalin je celá věc složitější, ale vyzařovací spektrum je stále bohaté. Kapaliny lze považovat za *neprůteplivé* (*atermické*), čili také za spojité vyzařující.



Obr. 2-6. Grafické vyjádření Planckova zákona. (Přejato z [4].)

To, že Planckův zákon platí pro tuhá tělesa, není tak docela pravda, protože platí pro tzv. *absolutně černé těleso*, které je ideální a v přírodě doopravdy neexistuje. Dokonale černé těleso je definováno jako těleso, které pohlcuje veškeré na něj dopadající záření. Zároveň je také schopno vyzařovat na všech vlnových délkách, právě v závislosti na teplotě.

V přírodě každé těleso část na něj dopadajícího záření pohlcuje, část odráží svým povrchem a část jím prostupuje. Vzhledem k celkovému dopadajícímu záření se tedy definuje pohltivost A , odrazivost R a propustnost T , respektive pro dopadající teplo *tepelná pohltivost* (*absorptance*) A , *tepelná odrazivost* (*reflektance*) R a *tepelná propustnost* (*průteplivost*, *transmittance*) T . Součet těchto parametrů musí být vždy roven jedné.

$$A + R + T = 1. \quad (2-69)$$

Pro dokonale černé těleso platí

$$A = 1, T = 0, R = 0. \quad (2-70)$$

Pro dokonale bílé těleso či pro zrcadlové těleso platí

$$A = 0, T = 1, R = 0, \quad (2-71)$$

přičemž bílé je, když je odraz difúzní, a zrcadlové, když je odraz pravidelný.

Pro tuhá tělesa a kapaliny lze uvažovat

$$A + R = 1. \quad (2-72)$$

Je vidět, že část tepelného záření se odráží. U technických hmot je však odraz takového charakteru, že průběh spektrální intenzity vyzařování je dosti podobný Planckovu zákonu (není porušena spojitost, tvar je v podstatě zachován). Taková tělesa se nazývají šedými tělesy.

2.3.1 Stefan–Boltzmannův zákon

Pro tepelné výpočty není Planckův zákon praktický. Naproti tomu celkové množství energie vyzařené tělesem už je přesně to, co pro tepelné výpočty inženýr potřebuje. A právě to popisuje Stefan–Boltzmannův zákon, vycházející z Planckova zákona integrací spektrální intenzity vyzařování přes vlnové délky. Výsledná závislost je následující:

$$E_0 = \sigma \cdot T^4, \quad (2-73)$$

kde E_0 je integrální intenzita vyzařování absolutně černého tělesa, T je termodynamická teplota v K a σ je Stefan–Boltzmannova konstanta o hodnotě $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^4$. Pro těleso šedé se vztah upravuje do podoby:

$$E = \sigma \cdot \varepsilon \cdot T^4, \quad (2-74)$$

kde ε je emisivita materiálu, která nabývá hodnot od nuly do jedné.

Po rozšíření rovnice o plochu S , kterou těleso vyzařuje, bude na levé straně rovnice celková tepelná energie vyzařovaná tělesem:

$$Q = \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot T^4. \quad (2-75)$$

Jistě někdo může namítnout, že veškerá energie není jen tepelná, ale i světelná a jiná. Odpovědí budiž, že tepelné výpočty pracují s takovými teplotami, které vyzařují drtivou většinu energie v tepelné oblasti, množství energie jiné než tepelné je v poměru k ní zanedbatelné.

2.3.2 Kirchhoffův zákon

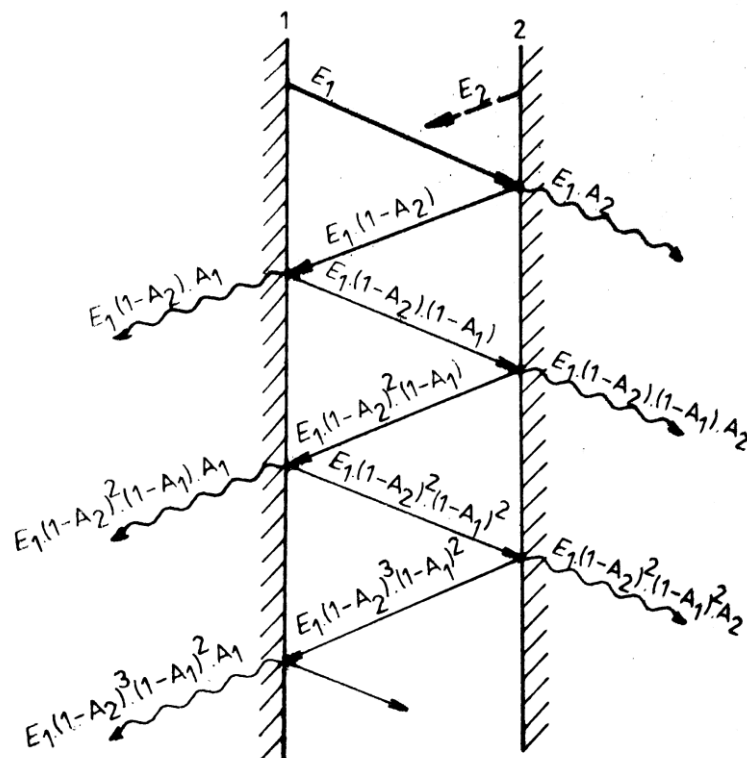
Pohltivost a emisivita jsou vzájemně související veličiny (jak je patrné již z řečeného v úvodu), jelikož emise i absorpce souvisí se stejnými, respektive reverzními pochody v dané látce. Jejich konkrétní spjatost prokazuje Kirchhoffův zákon. Tento zákon vychází z představy dvou blízkých, rovnoběžných ploch, které na sebe vzájemně sálají. Tyto plochy mají své emisivity ε_1 a ε_2 a pohltivosti A_1 a A_2 . První povrch vyzařuje na druhý s intenzitou E_1 , druhý z toho pohltí $E_1 \cdot A_2$ a odrazí $E_1 \cdot (1 - A_2)$. První povrch z tohoto odraženého zase pohltí $E_1 \cdot (1 - A_2) \cdot A_1$ a odrazí $E_1 \cdot (1 - A_2) \cdot (1 - A_1)$. Tak to jde donekonečna. Obdobné je to se zářením druhého povrchu. Provedením příslušného součtu nekonečné řady získáme:

- hustotu tepelného toku z prvního povrchu, pohlceného opět prvním povrchem q_{11} , a
- hustotu tepelného toku z druhého povrchu, pohlceného prvním povrchem q_{21} :

$$q_{11} = \frac{E_1 \cdot (1 - A_2) \cdot A_1}{1 - (1 - A_2) \cdot (1 - A_1)}, \quad (2-76)$$

$$q_{21} = \frac{E_2 \cdot A_1}{1 - (1 - A_2) \cdot (1 - A_1)}. \quad (2-77)$$

Situaci ilustruje následující obrázek:



Obr. 2-7. Schéma výměny záření mezi dvěma plochami. (Přejato z [4].)

Výsledná hustota tepelného toku z prvního povrchu tedy je jeho intenzita vyzařování umenšená o člen q_{11} a q_{21} . Představuje zároveň i veškerou energii, kterou přijme druhý povrch. Tento tepelný tok označíme q_{12} :

$$q_{12} = E_1 - q_{11} - q_{21} = \frac{E_1 \cdot A_2 - E_2 \cdot A_1}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}. \quad (2-78)$$

V případě termodynamické rovnováhy, tedy když mají povrchy stejnou teplotu, platí, že tento tok je nulový, tedy

$$E_1 \cdot A_2 - E_2 \cdot A_1 = 0. \quad (2-79)$$

Když je druhý povrch dokonale černý, platí na základě předchozí rovnice

$$A_1 = \frac{E_1}{E_0} = \varepsilon_1. \quad (2-80)$$

Obecně tedy platí, že pohltivost je číselně rovna emisivitě, pokud je těleso v tepelné rovnováze s okolím:

$$A = \varepsilon. \quad (2-81)$$

Tento vztah však platí i pro šedá tělesa, a to i tehdy, kdy nejsou ve vzájemné tepelné rovnováze.

2.3.3 Lambertův zákon (kosinový zákon)

Pro difúzně vyzařující tělesa (což je v praxi většina běžných těles) platí Lambertův zákon. Tento zákon určuje, na rozdíl od Stefan–Boltzmannova zákona popisujícího celkové vyzařování tělesa do všech směrů, závislost vyzařování tělesa na směru od povrchu. Platí, že nejintenzivněji povrch tělesa vyzařuje ve směru normály k povrchu. Pro směrovou intenzitu vyzařování tedy platí závislost na úhlu od normály k povrchu φ

$$I_\varphi = I_n \cos \varphi, \quad (2-82)$$

kde I_φ je směrová intenzita vyzařování a I_n je směrová intenzita vyzařování ve směru normály k povrchu.

2.3.4 Výměna tepla sáláním

Při odvozování Kirchhoffova zákona se došlo k vzorci popisujícímu vzájemné sálání dvou rovnoběžných rovin:

$$q_{12} = E_1 - q_{11} - q_{21} = \frac{E_1 \cdot A_2 - E_2 \cdot A_1}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}, \quad (2-83)$$

po dosazení ze Stefan-Boltzmannova zákona za intenzity vyzařování E_1 a E_2 dostáváme

$$q_{12} = \frac{\sigma \cdot A_1 \cdot T_1^4 \cdot A_2 - \sigma \cdot A_2 \cdot T_2^4 \cdot A_1}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2} \quad (2-84)$$

a po úpravě vytknutí a zkrácení členu $A_1 \cdot A_2$:

$$q_{12} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1} - 1}. \quad (2-85)$$

Tento vzorec lze přepsat do podoby

$$q_{12} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1} - 1} \quad (2-86)$$

a po zavedení složené pohltivosti A_n :

$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1} - 1} \quad (2-87)$$

vzorec přejde do tvaru formálně velmi podobného Stefan-Boltzmannovu zákonu pro šedé těleso:

$$q_{12} = A_n \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4). \quad (2-88)$$

Na základě tohoto odvození lze získat i výsledný vzorec pro výměnu tepla mezi dvěma plochami, kdy jedna obklopuje druhou (jde o posun ze vzorce pro hustotu tepelného toku na vzorec pro tepelný tok samotný). Povrch menšího tělesa však musí být vypuklý. Pro jiné, složitější případy je třeba použít pro přesnější, nikoliv pouze orientační, výpočet vzorec složitější. Platí

$$Q_{12} = \varepsilon_n \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4), \quad (2-89)$$

kde S_1 je povrch menšího tělesa uvnitř většího a

$$\varepsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right)}. \quad (2-90)$$

Tento vzorec je velmi užitečný pro tuto práci.

2.3.4.1 Sálavost (emisivita) plamene

Sálavost plamene je podobně jako sálavost plynů selektivní, závisí na vlnové délce. Pro její stanovení je problém v neurčitosti teploty plamene, která je v různých místech plamene různá, a v neurčitosti vyzařující plochy, kterou je pro tepelný výpočet třeba určit. Celkově je velmi složité určit přesný vzorec pro tepelný výpočet záření plamene, proto je v této práci využit vzorec odvozený v předchozí kapitole, platný pro dvě šedá tělesa, kde jedno obklopuje druhé. Tím se dopustíme chyby, avšak žádný lepší výpočetní prostředek v tomto ohledu není k dispozici a pro dané přiblížení tento vzorec je dostačující. Pro samotnou emisivitu plamene je využito hodnot emisivit pro nekonečně silnou vrstvu z tabulky níže, převzaté z [2] na straně 186.

Tab. 2-4. Pohltivost plamene ε_f pro nekonečně silnou vrstvu. (Přejato z: [2].)

druh plamene	ε_f
nesvítivý plynový plamen a plamen antracitu při spalování ve vrstvách	0,40
svítivý plamen antracitového prášku	0,45
svítivý plamen hubeného uhlí	0,60
svítivý plamen kamenného uhlí, bohatého na povrchové hořlaviny, hnědého uhlí, rašeliny apod. při spalování ve vrstvách nebo práškovém	0,70
svítivý plamen mazutu	0,85

2.4 Elektrotepečná analogie

V praxi se většina procesů tepelné výměny realizuje všemi třemi zmíněnými způsoby dohromady. Některé, zpravidla konvekce a radiace, probíhají paralelně, v jiné části se způsoby střídají (řadí se sériově). Tu jsou některé dominantní, jiné zanedbatelné, a jinde jsou tyto způsoby vzájemně souměřitelné. Z toho důvodu se využívá elektrotepečné analogie, protože v oblasti elektřiny a magnetismu jsou dobře vyvinuty postupy, jak elegantně počítat se sériovými, paralelními a sério–paralelními kombinacemi odporů, a i v oblasti tepelné pozorujeme něco jako tepelné odpory.

V čem tedy tkví elektrotepečná analogie? Teplota T je analogická elektrickému potenciálu φ , čili rozdíl teplot ΔT je analogický elektrickému napětí U . Dále je tepelný výkon Q analogický elektrickému proudu I . Tím pádem je tepelný odpor R_{ϑ} (nebo R_{th})²², analogicky elektrickému odporu R definován jako:

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow R_{\vartheta} = \frac{\Delta T}{Q}. \quad (2-91)$$

Toto samozřejmě platí pro „stejnoseměrné“ obvody v ustáleném stavu. Pro neustálený stav, jako je v elektrice kapacita, je v teple tepelná kapacita vycházející z měrné tepelné kapacity. Analogii k indukčnosti v tepelném poli naštěstí nemáme, takže teplota nikde nemůže rezonovat.

Když porovnáme vztahy odvozené v příkladech základní geometrie výměny tepla vedením a konvekcí se vzorcem elektrotepečné analogie výše, vyplyne, že pro rovinnou geometrii je obecně:

$$R_{\vartheta} = \frac{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}{S}, \quad (2-92)$$

kde S je plocha stěny, a pro válcovou geometrii:

$$R_{\vartheta} = \frac{\frac{1}{r_1 \cdot \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{r_1 \cdot \alpha_2}}{2\pi l}. \quad (2-93)$$

Uvedené vzorce platí pro schéma sdílení tepla: konvekce–vedení–konvekce. Pro konvekci (v rovnici označeno indexem α) tedy abstrahujeme:

$$R_{\vartheta, \alpha, \text{kart}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha \cdot S}, \quad (2-94)$$

$$R_{\vartheta, \alpha, \text{cyl}} = \frac{1}{r \cdot \alpha} = \frac{1}{r \cdot \alpha \cdot 2\pi l} \quad (2-95)$$

a pro vedení (v rovnici označeno indexem λ):

²² Symbolem ϑ se někdy značí teplota. Index „th“ pochází z anglického *thermal* (= tepelný).

$$R_{\vartheta,\lambda,\text{kart}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}{S}, \quad (2-96)$$

$$R_{\vartheta,\lambda,\text{cyl}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}{2\pi l}, \quad (2-97)$$

kde index „kart“ symbolizuje rovinnou symetrii (kartézské souřadnice) a index „cyl“ válcovou symetrii (cylindrické souřadnice). Těchto vzorců se pro jednoduchost a přehlednost výpočtu velmi často užívá.

Situace se však komplikuje, když je třeba určit tepelný odpor pro sdílení tepla zářením, jelikož tepelný tok (výkon) nezávisí na první mocnině rozdílu teplot, ale na rozdílu čtvrtých mocnin teplot. Tepelný odpor v takovém případě samozřejmě definovat lze, ale on samotný zůstane závislým na teplotách jednoho a druhého tělesa, a to až v jejich třetí mocnině. Chová se tedy svým způsobem jako termistor, jehož předpis teplotní závislosti je však znatelně odlišný od běžných elektrotechnických termistorů. Při výpočtu, kde figuruje záření, tedy už situaci nelze spočítat jednoduše, zpravidla je užitečný nějaký výpočetní nástroj výpočetní techniky.

Při uvažování vzájemného záření dvou těles, kdy jedno plně obklopuje to druhé, dostáváme srovnáním vzorce odvozeného v kapitole o výměně tepla sáláním se vzorcem pro elektrotepelnou analogii vzorec:

$$R_{\vartheta,\text{zar}} = \frac{T_1 - T_2}{\varepsilon_n \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)} = \frac{1}{\varepsilon_n \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3)}, \quad (2-98)$$

po dosazení za člen ε_n pak píšeme:

$$R_{\vartheta,\text{zar}} = \frac{\frac{1}{A_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right)}{\sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3)}, \quad (2-99)$$

kde S_1 a S_2 jsou příslušné plochy vyzařujících povrchů, A_1 a A_2 jsou příslušné pohltivosti a σ je Stefan–Boltzmannova konstanta.

KAPITOLA 3: MODEL PLYNOVÉHO OHŘEVU

V této části práce je konečně představena modelová situace plynového ohřevu, která je předmětem matematického modelu. Úkolem tohoto modelu je při zadaných vstupech zjistit přibližný rozměr celého zařízení. Obdobně je koncipována i úloha pro náhradní elektrický ohřev. Úloha má pochopitelně své vstupy (dané zpravidla zadáním), tělo řešení a své výstupy.

Pracovně si rozdělme vstupy na *hlavní* a *podmíněné*. Hlavními vstupy nazývejme takové, které jsou určeny požadavky zadáním, navíc jsou jednoznačně společné pro plynový i elektrický ohřev. Jsou to:

- vstupní a výstupní teplota a
- požadovaný tepelný výkon ohřevu.

Někde na pomezí mezi hlavními a podmíněnými vstupy je typ ohřívání tekutiny, dále v práci označované jako „médium“ či „ohřívání médium“. Typ média by měl být též udán zadáním, na druhou stranu by uvažované (či navrhované) zařízení mělo být takové, že jeho rozměry nejsou volbou ohřívání média výrazněji ovlivněny.

Podmíněnými vstupy máme na mysli takové, které vyplývají ze způsobu provedení technologie daného ohřevu. Některé mohou být společné pro modely obou způsobů ohřevu (plynového i elektrického), jiné však nikoli. Podmíněnými vstupy jsou látkové fyzikální vlastnosti média, geometrie úlohy, respektive charakteristické rozměry jednotlivých komponent zařízení, pracovní tlak ohřevu apod. V následujících podkapitolách bude pojednáno o jednotlivých vstupech a o těle řešení úlohy.

3.1 Vstupní a výstupní teplota

Již bylo nastíněno v první kapitole, že počáteční teploty pro plynový ohřev v chemickém průmyslu se pohybují okolo 400 až 450 °C, jelikož následují po ohřevech parních. Tato práce se však zabývá teplotním průběhem komplexněji, uvažuje, že počáteční teplota pro ohřev plynový, a tedy i elektrický, je stanovena na 120 °C. Cílové teploty ohřevu jsou závislé na konkrétní aplikaci. Zpravidla se jedná o ohřev směsi plynů pro syntézní reakce. Jelikož tato práce posuzuje skutečnost (a její potenciální náhradu) pouze v prvním přiblížení, tj. velmi obecně, byla stanovena cílová teplota pro plynový ohřev v rozsahu od 650 °C do 1150 °C. Vstupní teplota je tedy **120 °C** a výstupní teplota je v rozsahu **650 a 1150 °C**.

3.2 Tepelný výkon

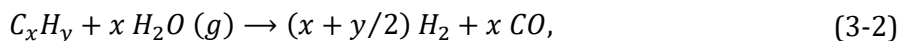
Velikost tepelného výkonu zařízení též ovlivňuje jeho velikost, protože souvisí s objemem ohřevu. Tato práce prošetřuje rozměry zařízení realizující technologické ohřevy nejen pro jednu velikost tepelného výkonu dodávaného v ohřevu ohříváním médiím, nýbrž prošetřuje je napříč celou škálou těchto velikostí. Pro vystižení prostorové náročnosti v závislosti na dodávaném tepelném výkonu bylo zvoleno řešit úlohu jednotlivě pro následující logaritmickou řadu výkonů: **0,2 MW_t, 0,5 MW_t, 1 MW_t, 2 MW_t a 5 MW_t**.

3.3 Ohřívání médium

V chemickém průmyslu, kterým se zabýváme, je třeba ohřívání různých směsí různých tekutin. Ve vymezených mezích teplot se jedná převážně o plyny, a tak byly i pro tuto studii vybrány směsi v plynné fázi. Vzhledem k účelu této studie jsou reprezentativními vzorky ohřívání média následující tři:

1. směs vodíku a dusíku ve stechiometrickém poměru pro reakci sloučení na amoniak,
2. směs uhlovodíků a vodní páry pro výrobu vodíku a oxidu uhelnatého – tedy směs pro parní reforming,
3. směs oxidu uhelnatého a vodní páry (směs se nazývá vodní plyn) pro reakci na oxid uhličitý a vodík (jedná se WGS – Water Gas Shift Reaction).

Poměry mezi jednotlivými složkami směsí jsou uvažovány stechiometrické, tedy takové, které odpovídají teoretickému popisu reakce. Takové reakce pro každou směs uvedenou výše jsou v odpovídajícím pořadí sepsány níže:



3.3.1 Fiktivní uhlovodík

U směsi uhlovodíků nastává problém s určením koeficientů x a y , jelikož složení směsi jako takové, a navíc poměry mezi jednotlivými složkami nejsou známy, a navíc v rámci různých dodávek se mohou měnit. Proto je také obtížné vyjádřit stechiometrické množství jednotlivých složek. Z toho důvodu bylo přijato následující zjednodušení o složení směsi uhlovodíků: Směs uhlovodíků pomyslně nahradíme fiktivním uhlovodíkem složeným rovnocenně z následujících látek – methan (CH_4), ethan (C_2H_6), propan (C_3H_8), iso-butan (C_4H_{10}), ethylen (C_2H_4), propylen (C_3H_6), acetylen (C_2H_2) a benzen (C_6H_6); vlastnosti tohoto fiktivního uhlovodíku budou uvažovány coby aritmetický průměr z hodnot jeho složek pro danou vlastnost.

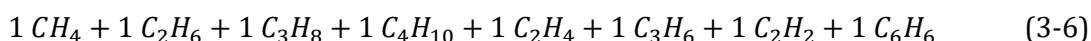
Například: Ať $c_p(CH_4)$, $c_p(C_2H_6)$, $c_p(C_3H_8)$, $c_p(C_4H_{10})$, $c_p(C_2H_4)$, $c_p(C_3H_6)$, $c_p(C_2H_2)$, $c_p(C_6H_6)$ jsou měrné tepelné kapacity jednotlivých složek fiktivního uhlovodíku $C_x H_y$. Pak jeho měrná tepelná kapacita $c_p(C_x H_y)$ je vypočtena:

$$c_p(C_x H_y) = \frac{c_p(CH_4) + c_p(C_2H_6) + c_p(C_3H_8) + c_p(C_4H_{10}) + c_p(C_2H_4) + c_p(C_3H_6) + c_p(C_2H_2) + c_p(C_6H_6)}{8}, \quad (3-4)$$

$$c_p(C_x H_y) = \frac{\sum_{i=1}^n c_{p,i}}{n}, \quad (3-5)$$

kde $c_{p,i}$ je měrná tepelná kapacita i -té složky a n je počet složek fiktivního uhlovodíku.

Pro určení složení fiktivního uhlovodíku se jen sečte počet uhlíků ve směsi a vydělí počtem participujících složek (jelikož složky participují rovnocenně). Pro směs



tedy platí

$$x = \frac{1+1\cdot2+1\cdot3+1\cdot4+1\cdot2+1\cdot3+1\cdot2+1\cdot6}{8} = \frac{23}{8} = 2,875. \quad (3-7)$$

Analogicky pro výpočet vodíku platí

$$y = \frac{46}{8} = 5,75. \quad (3-8)$$

V uvedeném výpočtu zastoupení uhlíku a vodíku ve fiktivním uhlovodíku vychází neceločíselné výsledky. To je naprosto v pořádku a běžné, avšak pro jednoduchost dalšího výpočtu tyto hodnoty zaokrouhlíme na celá čísla. Tím dostaneme fiktivní uhlovodík se sumárním vzorcem C_3H_6 , který má však rozdílné vlastnosti od propylenu se stejným sumárním vzorcem (C_3H_6). Proto je fiktivní uhlovodík nadále označován $C_x H_y$.

3.3.2 Některé stavové veličiny média – pracovní tlak a hustota

Dříve, než bude pojednáno o dalších fyzikálně látkových vlastnostech ohřívaného média, je třeba krátce pojednat o pracovním tlaku p [Pa] a hustotě média ρ [$kg \cdot m^{-3}$]. Jelikož se jedná o relativně vysokotlaké syntézní reakce, je uvažovaný pracovní tlak na hladinách řádově desítek barg, tedy v měřítku absolutního tlaku řádově **jednotky MPa**. V modelovaných ohřevech je uvažováno, že tlak zůstává konstantní – jedná se o izobarický ohřev; tlakovou ztrátu, způsobenou dynamikou proudění média trubkami, uvažujeme vzhledem k pracovnímu tlaku zanedbatelnou.

3.3.2.1 Hustota

Hustota plynů je obecně relativně malá – za normálních podmínek řádově jednotky $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ – a zpravidla vyplývá ze stavové rovnice ideálního plynu jako poslední neznámá při znalosti termodynamické teploty T a tlaku p a měrné plynové konstanty r daného plynu:

$$p \cdot v = r \cdot T, \quad (3-9)$$

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{p}{r \cdot T}. \quad (3-10)$$

V případě uvažovaného ohřevu je teplota proměnná výrazně, změnu tlaku uvažujeme minimální, a proto její vliv ve výpočtu zanedbáme. Pro médium tedy bude hledána závislost

$$\rho = \frac{p}{r \cdot T} \cong \frac{\text{konst.}}{T} = f(T). \quad (3-11)$$

Tuto závislost prakticky objevil Joseph Gay-Lussac již počátkem devatenáctého století. Nyní je známá jako Gay-Lussacův zákon. Zní následovně:

„Je-li plyn ohříván za konstantního tlaku, pak každému stupni teploty odpovídá zvětšení jeho objemu rovné 1/273,15 toho objemu, jaký by týž vzorek plynu měl při 0 °C [4].“

K tomuto je nutno podotknout, že zákon zřejmě vychází ze stavové rovnice ideálního plynu, tudíž výsledky pro reálný plyn, jak je ostatně i pozorováno z pečlivých měření, se mírně odlišují. Pro běžnou technickou praxi je však závislost naprosto přijatelná [4].

Tuto závislost je tedy možno vyjádřit vztahem

$$V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t), \quad (3-12)$$

kde γ je teplotní objemová roztažnost, číselně rovna $1/273,15$ [K^{-1}] a t je teplota [$^{\circ}\text{C}$]. Výše uvedený vztah lze zobecnit a odvodit následující:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \text{konst.}, \quad (3-13)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} = \frac{v}{v_0} = \frac{\rho_0}{\rho}, \quad (3-14)$$

$$\rho(T) = \rho_0 \cdot \frac{T_0}{T} = \rho_0 \cdot \frac{273,15}{T}. \quad (3-15)$$

Odvozená rovnice však platí jen pro jednosložkový, tedy čistý plyn, a jak již bylo řečeno, médium je směs plynů. Pro směs vzájemně nereagujících plynů však dále platí Daltonův zákon:

„Každý plyn ve směsi nereagujících plynů se v daném prostoru chová tak, jako by byl v tomto prostoru sám. Každý plyn ve směsi vyplňuje celý prostor, prostupuje ostatní plyny v témže prostoru, aniž je jimi ovlivněn, řídí se vlastními rovnicemi stavu, pomocí nichž lze určit tlak příslušný danému objemu a teplotě [4].“

Tlak každého jednotlivého plynu ve směsi o určité teplotě se nazývá *parciální tlak*. Parciální tlak plyné složky se rovná tlaku, který by plyn měl, kdyby byl v celém objemu sám. Parciální tlaky ve směsi plynů jsou úměrné objemům jednotlivých plyných složek – *parciálním objemům*. Lze tedy psát rovnice:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i, \quad (3-16)$$

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_{i=1}^n V_i. \quad (3-17)$$

Dále plyne, že:

$$p \cdot (\sum_{i=1}^n V_i) = (\sum_{i=1}^n p_i) \cdot V = (\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i) \cdot T, \quad (3-18)$$

tedy:

$$p \cdot (\sum_{i=1}^n v_i) = (\sum_{i=1}^n p_i) \cdot v = \frac{(\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i)}{m} \cdot T. \quad (3-19)$$

Pro měrnou plynovou konstantu směsi r , když $R_M = 8,3143 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ je univerzální plynová konstanta, M je molární hmotnost směsi a n je celkové látkové množství směsi, přičemž platí

$$\sum_i m_i \cdot r_i = m \cdot r = m \cdot \frac{R_M}{M} = n \cdot R_M \quad (3-20)$$

a

$$M = \frac{1}{n} \sum_i n_i \cdot M_i \quad (3-21)$$

lze psát:

$$r = \frac{\sum_i m_i \cdot r_i}{m} = \sum_i \frac{m_i}{m} \cdot \frac{R_M}{M_i} = \sum_i \frac{m_i}{M_i} \cdot \frac{R_M}{m} = \sum_i n_i \cdot \frac{R_M}{\frac{m}{M}} = \sum_i \frac{n_i \cdot R_M}{n \cdot M} = \frac{R_M}{M} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3-22)$$

Protože vždy

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3-23)$$

platí (jak pro čistý plyn, tak pro směs) vzorec:

$$r = \frac{R_M}{M} = \frac{8,3143}{M}, \quad (3-24)$$

kde r je měrná plynová konstanta plynu nebo směsi a M je molární hmotnost plynu nebo směsi. Vzorec pro teplotní závislost hustoty směsi plynu ρ_{sm} tak lze rozvést

$$r = \frac{\sum_i m_i \cdot r_i}{m} = \sum_i \frac{m_i}{m} \cdot \frac{R_M}{M_i} = \sum_i \frac{m_i}{M_i} \cdot \frac{R_M}{m} = \sum_i n_i \cdot \frac{R_M}{\frac{m}{M}} = \sum_i \frac{n_i \cdot R_M}{n \cdot M} = \frac{R_M}{M} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3-25)$$

do konečného tvaru

$$r = \frac{R_M}{M} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3-26)$$

Tato závislost hustoty na teplotě je také použita v modelu ohřevu, přičemž za p_0 je dosazen pracovní tlak, R_M je konstanta, T je proměnná a M_{sm} je jednoznačně dána složením modelové směsi [4].

V Daltonově zákoně však byl přijat předpoklad směsi nereagujících plynů. V uvažované aplikaci však plyny dost pravděpodobně reagují, protože ohřev se provádí z důvodu následné reakce. Tím by neplatil výpočet hustoty tak, jak byl uveden, a bylo by nutné hledat jiný, adekvátní vzorec. Fakt reakce směsi ale nepostihuje pouze hustotu, která by se při reakci celého objemu směsi najednou změnila skokově (což se samozřejmě v praxi neděje, a tím je popis skutečnosti ještě složitější), nýbrž je organicky spojen i s dalšími souvisejícími aspekty. Během reakce by se měnily vlastně všechny látkové vlastnosti najednou, měnila by se i hustota, a tím pádem i ostatní termodynamické a mechanické veličiny (kromě tlaku, který uvažujeme z geometrie konstantní).

Z toho důvodu by vliv reakce směsi do modelu šlo zahrnout jen stěží a také se o to tato práce nepokusí. V této práci je tedy využíváno výše uvedených vzorečků i přesto, že jsou porušovány předpoklady jejich platnosti. Je třeba poznamenat, že cílem práce je podat základní představu o situaci v prvním přiblížení. Navíc předpokládáme, že konkrétní složení plynného média jako takového na žádané výsledky nebude mít zas tak velký vliv. Diskuse nad tímto předpokladem následuje v závěrečných kapitolách této práce.

3.3.3 Látkové fyzikální vlastnosti média

K sestavení matematicko-fyzikálního modelu ohřevu, a to ať už stávajícího plynového, tak i navrhovaného elektrického ohřevu, je potřeba znát látkové fyzikální vlastnosti daného média. Ty

jsou potřebné zejména pro určení místního součinitele přestupu tepla, některé i pro jiné části výpočtu. Těmi jsou zejména:

- měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],
- dynamická viskozita μ [$\text{Pa} \cdot \text{s}$],
- součinitel tepelné vodivosti λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$].

Z těchto veličin, spolu se znalostí termodynamických stavových veličin – zvláště hustoty ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], při pracovním tlaku a v rozsahu pracovních teplot, můžeme dále získat další užitečné látkové vlastnosti:

- kinematickou viskozitu ν [$\text{m}^2 \cdot \text{s}$],
- součinitel teplotní vodivosti a [$\text{m}^2 \cdot \text{s}$].

3.3.3.1 Měrná tepelná kapacita

Tepelná kapacita C reprezentuje množství tepla, které je nutno dodat danému množství dané látky k ohřátí o jeden kelvin:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad [\text{J} \cdot \text{K}^{-1}]. \quad (3-27)$$

Pro látku je tedy charakteristická měrná tepelná kapacita c , která je tepelnou kapacitou vztaženou na jednotku (zpravidla hmotnostní) látky. Pro plyny je ještě podstatné, jakým způsobem ohřev probíhá – zda za konstantního tlaku, nebo za konstantního objemu. Podle toho se rozlišují i dvě měrné tepelné kapacity: za konstantního tlaku – c_p , za konstantního objemu – c_V [4]. Pro účely práce je podstatná měrná tepelná kapacita za stálého tlaku c_p , jelikož tlak se podél vodicí trubky mění jen nepatrně vlivem mechanických ztrát. Měrnou tepelnou kapacitu lze tedy vyjádřit fyzikálním vztahem [6]:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}], \quad (3-28)$$

respektive

$$c_p = \frac{C}{m} = \left. \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT} \right|_{p=\text{konst.}} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]. \quad (3-29)$$

Ukazuje se však, že hodnota měrné kapacity je pro různou pracovní teplotu různá. Proto se používá buď střední hodnoty měrné tepelné kapacity, nebo tzv. pravé měrné tepelné kapacity, která je určena vždy při dané teplotě. Hodnoty pravé měrné tepelné kapacity jsou pro různé látky tabelovány (viz Tab. 3-1), čehož využívá i tato práce, a lze s nimi pracovat pomocí interpolace v daném teplotním rozsahu [4].

3.3.3.2 Měrná tepelná kapacita směsi plynů

Pro měrnou tepelnou kapacitu směsi plynů platí aditivní zákon, takže v duchu vzorce 71 v [4], lze měrnou tepelnou kapacitu směsi plynů vyjádřit vzorcem:

$$c_{p,sm} = \sum_{i=1}^n c_{p,i} \cdot w_i, \quad (3-30)$$

kde $c_{p,sm}$ je pravá měrná tepelná kapacita při stálém tlaku celé směsi plynů, $c_{p,i}$ je pravá měrná tepelná kapacita při stálém tlaku i -té složky směsi plynů, w_i je hmotnostní zlomek i -té složky směsi plynů, a n je počet složek směsi plynů. Pro hmotnostní zlomek platí:

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{n_i \cdot M_i}{\sum_{i=1}^n n_i \cdot M_i}, \quad (3-31)$$

kde m_i je hmotnost i -té složky směsi plynů [kg], m je celková hmotnost směsi plynů [kg], n_i je látkové množství i -té složky směsi plynů [mol] a M_i je molární hmotnost i -té složky směsi plynů v [g/mol] [4]. Pro fiktivní uhlovodík je v práci uvažována molární hmotnost, jak již bylo předesláno výše, rovna molární hmotnosti C_3H_6 .

Tab. 3-1. Prává měrná tepelná kapacita c_p [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] plynů v závislosti na teplotě. (Přejato z: [4].)

t [°C]	práva měrná tepelná kapacita c_p [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]					
	H ₂	N ₂	CO	H ₂ O (g)	CH ₄	C ₂ H ₆
0	14,2532	1,0138	1,0151	1,8120	2,1323	1,6289
100	14,3185	1,0388	1,0439	1,8830	2,4818	2,0864
200	14,4016	1,0625	1,0703	1,9531	2,8300	2,5008
300	14,5010	1,0849	1,0950	2,0222	3,1729	2,8745
400	14,6155	1,1060	1,1180	2,0902	3,5062	3,2100
500	14,7436	1,1259	1,1394	2,1571	3,8261	3,5097
600	14,8840	1,1446	1,1593	2,2226	4,1285	3,7761
700	15,0353	1,1622	1,1776	2,2867	4,4092	4,0118
800	15,1963	1,1786	1,1946	2,3493	4,6644	4,2190
900	15,3655	1,1940	1,2102	2,4102	4,8898	4,4004
1000	15,5416	1,2083	1,2244	2,4694	5,0814	4,5584
1100	15,7232	1,2215	1,2375	2,5268	5,2353	4,6955
1200	15,9090	1,2338	1,2494	2,5822	5,3473	4,8140
	C ₃ H ₈	C ₄ H ₁₀	C ₂ H ₄	C ₃ H ₆	C ₂ H ₂	C ₆ H ₆
0	1,5423	1,5876	1,4551	1,4184	1,6352	0,9472
100	2,0283	2,0394	1,8369	1,8117	1,8457	1,3371
200	2,4571	2,4471	2,1746	2,1624	2,0224	1,6689
300	2,8334	2,8109	2,4719	2,4736	2,1696	1,9484
400	3,1620	3,1311	2,7322	2,7483	2,2913	2,1816
500	3,4477	3,4081	2,9591	2,9895	2,3917	2,3742
600	3,6951	3,6420	3,1563	3,2002	2,4750	2,5322
700	3,9090	3,8333	3,3271	3,3834	2,5453	2,6615
800	4,0943	3,9820	3,4752	3,5421	2,6068	2,7677
900	4,2555	4,0886	3,6042	3,6793	2,6635	2,8570
1000	4,3976	4,1533	3,7174	3,7980	2,7198	2,9350
1100	4,5251	4,1763	3,8186	3,9012	2,7796	3,0077
1200	4,6429	4,1580	3,9113	3,9920	2,8472	3,0809

3.3.3.3 Dynamická viskozita

Důležitou vlastností ohřívaného média, ohřívané směsi plynů, je dynamická viskozita, někdy zvaná vazkost. Vyjadřuje vnitřní odpor tekutiny proti smykové deformaci, projevujícího se u reálných (nikoliv ideálních) tekutin; nebo laicky řečeno vyjadřuje míru jakéhosi vnitřního tření tekutiny při proudění. Běžně je viskozita definována jako poměr tečného napětí τ [Pa] a gradientu rychlosti ve směru kolmém na proudění tekutiny:

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]. \quad (3-32)$$

U plynů dynamická viskozita s rostoucí teplotou vzrůstá a je relativně malá, kdežto u kapalin je větší a s rostoucí teplotou klesá [4]. Tato definice však pro technické výpočty není praktická, proto je vyvinuto několik teorií s příslušnými postupy, jak dynamickou viskozitu učit [7].

Metoda určení dynamické viskozity závisí na oblasti, ve které se nachází pracovní hodnoty stavových veličin, jelikož v různých oblastech je míra závislosti na dané stavové veličině různá. To ilustruje i zobecněný diagram viskozity plynu kde na vodorovné ose je poměrná teplota (teplota vztažená ke kritické teplotě daného plynu), na svislé ose je vynesena dynamická viskozita (v diagramu značená η) a jednotlivé křivky náleží daným poměrným tlakům (tlakům vztaženým ke kritickému tlaku daného plynu) – viz Obr. 3-1. Pro aplikaci uvažovanou v této práci bylo s využitím uvedeného diagramu ověřeno, že lze přijmout následující zjednodušující předpoklad: dynamické viskozity složek uvažovaných směsí plynů jsou závislé především na teplotě a pro uvažované tlaky (kterými jsou hodnoty v řádech jednotek MPa) se jejich závislost na teplotě výrazně neliší, a proto vliv tlaku lze zanedbat.

Dynamickou viskozitu lze na základě Chapman–Enskogovy teorie vyjádřit vztahem:

$$\mu = 2,6693 \cdot 10^{-26} \frac{\sqrt{M \cdot T}}{\sigma^2 \cdot \Omega_\mu}, \quad (3-33)$$

kde M je molární hmotnost plynu [g/mol], T je termodynamická teplota [K], σ je charakteristický kolizní průměr molekuly [m] a Ω_μ je kolizní integrál, stanovený jako funkce bezrozměrové teploty $T^* = k \cdot T / \varepsilon$, u které T je termodynamická teplota, k je Boltzmannova konstanta a ε je charakteristická energie interakce mezi molekulami. Poměr ε/k spolu s charakteristickým kolizním průměrem σ pro rozličné plyny je uveden v tabulkách, v jiných tabulkách je zase uveden kolizní integrál pro různé bezrozměrové teploty T^* . Příčinným spojením hodnot v těchto tabulkách jsou získány veškeré podklady pro dosazení do vzorce pro výpočet dynamické viskozity plynu při dané termodynamické teplotě. Vzorec byl odvozen pro čistý jednoatomový plyn, avšak ukázalo se, že vyhovuje velmi dobře i pro plyny víceatomové [4].

Tato práce využívá hodnot ε/k a σ z [7] a hodnot kolizního integrálu pro příslušné bezrozměrové teploty z knihy [4]. Použité údaje shrnuje následující tabulka. Hodnoty molární hmotnosti jsou vzaty z periodické tabulky prvků [8].

Tab. 3-2. Hodnoty ε/k a σ pro plyny použité v modelu. (Přejato z: [7].)

plyn	ε/k [K]	σ [10^{-10} m]
H ₂	59,7	2,827
N ₂	71,4	3,798
CO	91,7	3,690
H ₂ O	809,1	2,641
CH ₄	148,6	3,758
C ₂ H ₆	215,7	4,443
C ₃ H ₈	237,1	5,118
C ₄ H ₁₀	330,1	5,278
C ₂ H ₄	224,7	4,163
C ₃ H ₆	298,9	4,678
C ₂ H ₂	231,8	4,033
C ₆ H ₆	412,3	5,349

Tab. 3-3. Hodnoty kolizního integrálu pro dynamickou viskozitu (a zároveň pro tepelnou vodivost) při daných bezrozměrových teplotách. (Přejato z: [4].)

$T^* = \frac{k \cdot T}{\varepsilon}$	$\Omega_\mu = \Omega_\lambda$	$T^* = \frac{k \cdot T}{\varepsilon}$	$\Omega_\mu = \Omega_\lambda$
0,4	2,492	4,0	0,9700
0,5	2,257	4,5	0,9464
0,6	2,065	5,0	0,9269
0,7	1,908	6,0	0,8963
0,8	1,780	7,0	0,8727
0,9	1,675	8,0	0,8538
1,0	1,587	9,0	0,8379
1,5	1,314	10,0	0,8242
2,0	1,175	20,0	0,7432
2,5	1,093	30,0	0,7005
3,0	1,039	50,0	0,6504
3,5	0,9999	100,0	0,5882

Uvedený vzorec pro dynamickou viskozitu 3-33, jak již bylo řečeno, platí pro čistý plyn. V práci je však pracováno se směsí plynů, pro kterou nelze viskozitu jen tak váženě zprůměrovat. Na základě bádání a měření byl již v polovině minulého století [7] vyvinut poloempirický vzorec, vyjadřující dynamickou viskozitu pro směs plynů. Odvodil ho Wilke a je platný pro směsi plynů s malými hustotami, čili pro směsi při nízkých tlacích. Na základě předchozího uvažujeme, že hustoty i tlaky lze stále považovat za dostatečně „malé“ k tomu, aby vyhovovaly mezím platnosti tohoto vzorce.

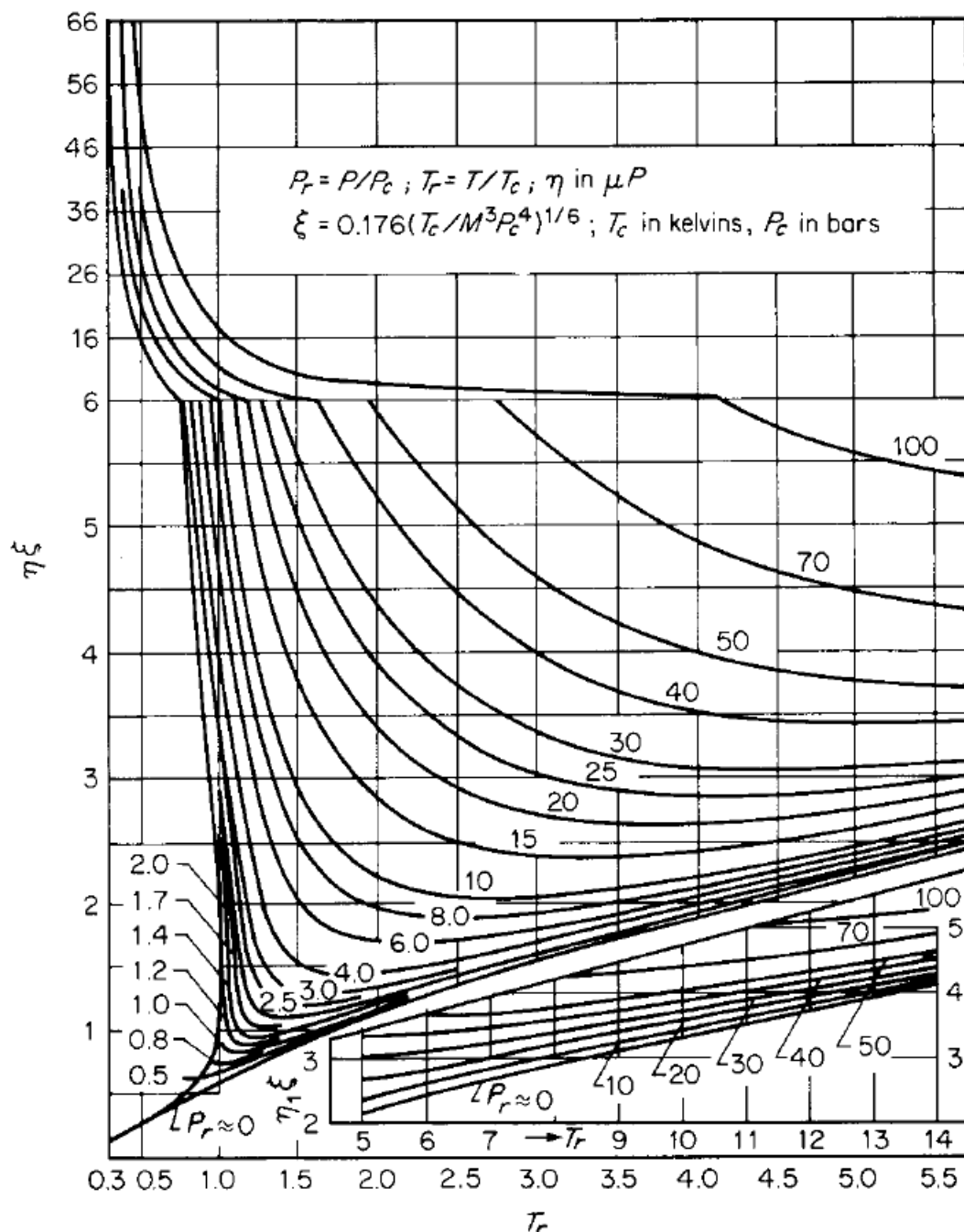
$$\mu_{sm} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{i,j}} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}], \quad (3-34)$$

$$\Phi_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^2 \quad [-], \quad (3-35)$$

kde

- n je počet chemických složek ve směsi plynu [-],
- x_i a x_j jsou molární zlomky složek i a j [-],
- μ_i a μ_j jsou dynamické viskozity složek i a j při teplotě a tlaku systému [$\text{Pa} \cdot \text{s}$],
- M_i a M_j jsou odpovídající molární hmotnosti [$\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$] [4].

Ve výpočtu v rámci této práce jsou interpolací vypočteny závislosti dynamické viskozity na teplotě pro každý plyn zvlášť. Z těchto závislostí jsou zpětně vypočteny „tabulkové“ hodnoty dynamické viskozity těchto plynů pro konkrétní termodynamické teploty. Následně, podle vzorce pro výpočet dynamické viskozity směsi, jsou pro tyto teploty vypočteny hodnoty dynamické viskozity dané směsi. Nakonec jsou jejich interpolací získány teplotní závislosti dynamické viskozity každé směsi jako takové.



Obr. 3-1. Zobecněný diagram viskozity plynu. (Přejato z: [7].)

3.3.3.4 Součinitel tepelné vodivosti

Míru ochoty materiálu vést teplo na základě tepelného pohybu částic vyjadřuje součinitel tepelné vodivosti λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]. Vyplyvá z prvního Fourierova zákona vedení tepla

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \nabla T, \quad (3-36)$$

kde \vec{q} je vektor hustoty tepelného toku [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$], ∇ je diferenciální operátor nabla vyjadřující gradient a T je termodynamická teplota v bodě. Součinitel tepelné vodivosti obecně závisí na typu látky, teplotě a tlaku, ale u plynů pro malé tlaky (řádově 10^2 až 10^6 Pa) na tlaku takřka nezávisí. Teplotní závislosti běžných plynů jsou dostupné formou tabulek například z [4].

V této práci je však využito, z důvodu konzistentnosti výpočtu, vzorce pro výpočet součinitele tepelné vodivosti, analogického vzorci pro výpočet dynamické viskozity směsi plynů, jak je uveden v [4] na str. 168:

$$\lambda_{sm} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \lambda_i}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{i,j}} \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}], \quad (3-37)$$

kde

$$\Phi_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^2 \quad [-]. \quad (3-38)$$

K tomuto vzorci je samozřejmě třeba znát součinitele tepelné vodivosti jednotlivých plynů. Pro ty je zapotřebí složitější vzorec než byl uveden pro dynamickou viskozitu, jelikož je třeba pro víceatomové plyny zahrnout i rotační (a při vyšších teplotách i vibrační) energii. Proto je využit vzorec vyvinutý Euckenem, využívající hodnot dynamické viskozity, platný pro plyny s nízkou hustotou. (Opět uvažujeme, že hustoty dosahované v tomto případě jsou dostatečně „nízké“.)

$$\lambda = \left(C_m + \frac{5}{4}R_m\right) \frac{\mu}{M} \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]. \quad (3-39)$$

Zde C_m je molární tepelná kapacita určená z pravých měrných kapacit [$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$], R_m je univerzální plynová konstanta $8,3143 [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$, μ je dynamická viskozita, určená podle postupu výše, a M je molární hmotnost plynu [$kg \cdot mol^{-1}$] [4]. Molární tepelná kapacita C_m se spočítá podle vzorce:

$$C_m = c_p \cdot M, \quad (3-40)$$

přičemž molární hmotnost se musí dosadit v $kg \cdot mol^{-1}$; nebo při dosazení v $g \cdot mol^{-1}$, použít vzorec:

$$C_m = c_p \cdot \frac{M}{10^3}. \quad (3-41)$$

V této práci je tedy výpočet součinitelů tepelné vodivosti uvažovaných směsí plynů proveden následovně. Pro zvolené teploty je na základě odpovídajících hodnot dynamické viskozity vypočten součinitel tepelné vodivosti jednotlivých plynů. Z těchto hodnot je pak pro příslušné teploty dosazeno do vzorce pro výpočet součinitele tepelné vodivosti směsi plynů, čímž jsou získány hodnoty součinitele tepelné vodivosti daných směsí plynů pro různé teploty v požadovaném rozsahu. Tyto hodnoty jsou následně interpolovány, čímž je získána funkce teplotní závislosti součinitele tepelné vodivosti pro uvažované směsi plynů.

3.3.3.5 Kinematická viskozita

Při řešení hydrodynamiky a aerodynamiky, v důsledku i přenosu tepla konvektivního je z praktických důvodů zavedena další veličina: kinematická viskozita ν . Je to dynamická viskozita μ vztažená k hustotě tekutiny ρ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [m^2 \cdot s^{-1}]. \quad (3-42)$$

Kinematická se jí říká proto, že ve svém rozměru má pouze jednotky veličin z kinematiky (metr, vteřinu), nikoliv z dynamiky (kilogram, newton), tedy hraje roli v popisu pohybu (či zde spíše proudění) samotného, nikoliv v popisu jeho příčin. Bližší přiblížení již bylo provedeno v souvislosti s Prandtlovým číslem.

Teplotní závislost této veličiny pro směs plynů – ohřivané médium – je v modelu počítána dosazením teplotních závislostí definujících veličin, již nalezených pro danou směs plynů, do vzorce výše.

3.3.3.6 Součinitel teplotní vodivosti

Poslední látkovou vlastností potřebnou pro modelování situace zahrnující ohřivané médium je součinitel teplotní (či postaru teplotové) vodivosti a . Laicky by bylo možné interpretovat význam teplotní vodivosti jako míru, jak snadno se v rámci hmoty látky mění teplota – což je vidět i z definice:

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \quad [m^2 \cdot s^{-1}], \quad (3-43)$$

kde λ je součinitel tepelné vodivosti [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$], c_p je měrná tepelná kapacita [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$] a ρ je hustota [$kg \cdot m^{-3}$].

Teplotní závislost této veličiny pro směs plynů – ohřívané médium – je v modelu počítána dosazením teplotních závislostí definujících veličin, již nalezených pro danou směs plynů, do vzorce výše.

3.4 Geometrie plynového ohřevu

K řešení úlohy plynového ohřevu je nutné znát její geometrii. V tomto případě modelujeme plynový ohřev podobně, jak byl nastíněn v 1. kapitole – v těsné blízkosti nad plynovými hořáky tvořícími víceméně plošný plamen je řada trubek napojených na společnou „sběrnici“ a „rozvodnici“. Je uvažováno, že v ohřevu hrají roli pouze tyto rovnoběžné trubky. Ohřev trubek s médiem tedy probíhá konvekcí paralelně se zářením, vedení skrz vrstvu trubky je, vzhledem k její tloušťce a výborné tepelné vodivosti materiálu trubky, zanedbáno a mezi stěnou trubky a samotným médiem se výměna tepla odehrává opět konvekcí.

Pro popis výměny tepla konvekcí jsou v případě konvekce mezi vnitřní stěnou trubky a médiem všechny vstupy, až na charakteristický rozměr, určeny (viz výše). Charakteristickým rozměrem je pro tuto konvekci vnitřní průměr trubky. Pro výměnu tepla konvekcí mezi spaliny a vnější stěnou je charakteristickým rozměrem pochopitelně vnější průměr trubek. Ohledně vstupů pro výpočet je ještě třeba určit látkové fyzikální vlastnosti spalin.

U výměny tepla mezi plamenem (či spaliny) a trubkami sáláním uvažujeme situaci takovou, že plamen obklopuje trubky ze všech stran. Jelikož ale plamen nezáří přímo jako tuhé těleso, je situace modelována, jako kdyby plamen trubky obklopoval, nikoliv však z bezprostřední blízkosti. Pro modelování výměny tepla zářením se používá vzorec:

$$Q_{12} = \frac{\sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right)}, \quad (3-44)$$

kde právě poměr ploch S_1/S_2 reprezentuje „fiktivní“ vzdálenost plamene od trubek. Jedná se o jakousi náhradu plamene zářením tuhého tělesa. Přitom platí, že čím rozlehlejší je plamen, tím vzdálenější je náhradní tuhé těleso a tím více se záření plamene podobá záření černého tělesa [4]. Poměr S_1/S_2 se mění od jedné do nuly. Dále je třeba znát emisivitu plamene, pohltivost trubek a vyzařovací teplotu plamene (zde bude uvažovaná stejná, jako teplota spalin).

3.4.1 Uspořádání trubek

V této úloze je počet a uspořádání trubek nezadané, je nutno si tyto parametry zvolit. Průměr vnější a průměr vnitřní spolu souvisí přes tloušťku stěny trubky, nelze je volit zcela libovolně. Proto je aproximováno, v souladu s reálnou praxí v uvažovaných vnitřních průměrech, že tloušťka trubky je dvacetkrát menší než vnitřní průměr. Platí tedy

$$d_2 = 1,1 \cdot d_1. \quad (3-45)$$

Druhou věcí je volba rozestupů trubek. Tato záležitost je také obecně řešitelná, jelikož dle [9] je z hlediska nejlepšího přestupu tepla konvekcí nejvýhodnější rozteč mezi trubkami L úměrná velikosti jejich vnějšího průměru:

$$L = 1,35 \cdot d_2. \quad (3-46)$$

Co se týče samotné velikosti vnitřního průměru a počtu trubek, tyto parametry je nutno nejprve odhadnout a posléze iterativně upravovat, aby vyšel reálný výsledek. Pohltivost trubek je na základě tabulky z [4] stanovena na $a_{\text{trubek}} = 0,6$.

3.4.2 Spaliny a plamen

Co se týče parametru spalin, teplota plamene, resp. spalin, s odkazem na diskusi o teplotě plamene v kapitole 1, je uvažována pro výpočty 1500 °C. Emisivita plamene je na základě Tab. 2-4 uvažována $\varepsilon_{\text{plamen}} = 0,4$. Neznámou, nutnou pro výpočet konvekce spalin, je jejich rychlost. Protože nebyly nikde nalezeny jakékoliv podklady pro její určení, je v práci prostě odhadnuta. Její vliv však není moc výrazný, jelikož byť s emisivitou 0,4, větší podíl na výměně tepla plamene s trubkami má stejně záření.

Látkové vlastnosti důležité pro výpočet součinitele přestupu tepla pro spaliny, tedy i Reynoldsova čísla, respektive Nusseltova čísla, jsou: součinitel teplotní vodivosti a kinematická viskozita. Tyto látkové vlastnosti (jejich teplotní závislosti) jsou přejaty z [4].

3.5 Řešení úlohy plynového ohřevu

Při znalosti příslušných koeficientů přestupu tepla, získaných na základě podmíněných vstupů a vzorců uvedených v kapitole o teorii sdílení tepla, lze určit tepelné odpory pro každý ze způsobů přestupu tepla, respektive jejich teplotní závislosti. Pro sdílení tepla zářením lze určit ekvivalent součinitele přestupu tepla, či přímo určit odpovídající tepelný odpor podle vztahu 2-99. K určení Reynoldsova čísla pro konvekci média je třeba znát ještě rychlost média. Ta se vyvíjí v závislosti na hustotě média, tedy v závislosti na teplotě média. Lze ji určit přes průřez a objemový tok, který se získá pomocí hustoty z hmotnostního toku, který se zase určí ze zadaného tepelného výkonu, počtu trubiček, střední měrné tepelné kapacity média a zadané vstupní a výstupní teploty.

Pro řešení úlohy se nakonec sestaví diferenciální soustava dvou rovnic – pro teplotu na povrchu trubky a teplotu média – v závislosti na délce trubek. Úloha je řešena v softwaru Wolfram Mathematica. Tyto diferenciální rovnice vypadají v kódu Wolframu Mathematica následovně.

$$T_{\text{trubka}}'(x) = \frac{\pi d_2 (T_{\text{spalin}} - T_{\text{trubka}}(x)) (\alpha_{\text{spalin}} + \alpha_{\text{zarSpalin}}(T_{\text{trubka}}(x)))}{m_{\text{Tecka}} c_{p\text{Media}}(T(x))}$$
$$T'(x) = \frac{\pi d_1 (T_{\text{trubka}}(x) - T(x)) \alpha_{\text{Media}}(T(x))}{m_{\text{Tecka}} c_{p\text{Media}}(T(x))}$$

K diferenciálním rovnicím se připraví počáteční podmínky vyplývající z (tepelně) odporového děliče. Pro zajištění počáteční podmínky teploty trubky na začátku ohřevu je třeba využít funkci `FindRoot`.

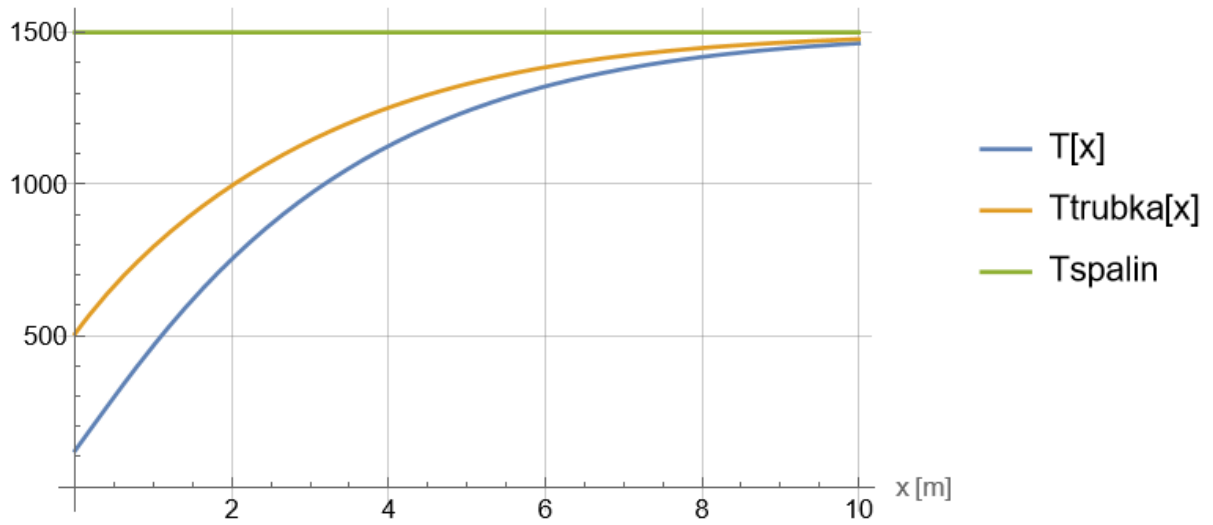
$$T_{\text{trubkaStart}} = T_{\text{trubka}} /. \text{FindRoot}\left[T_{\text{trubka}} = \frac{R_{\partial\text{Media}}(T_{\text{in}}) (T_{\text{spalin}} - T_{\text{in}})}{R_{\partial\text{Media}}(T_{\text{in}}) + R_{\partial\text{Spalin}}(T_{\text{trubka}})} + T_{\text{in}}, \{T_{\text{trubka}}, 1000\}\right]$$

$$T(0) = T_{\text{in}}$$

$$T_{\text{trubka}}(0) = T_{\text{trubkaStart}}$$

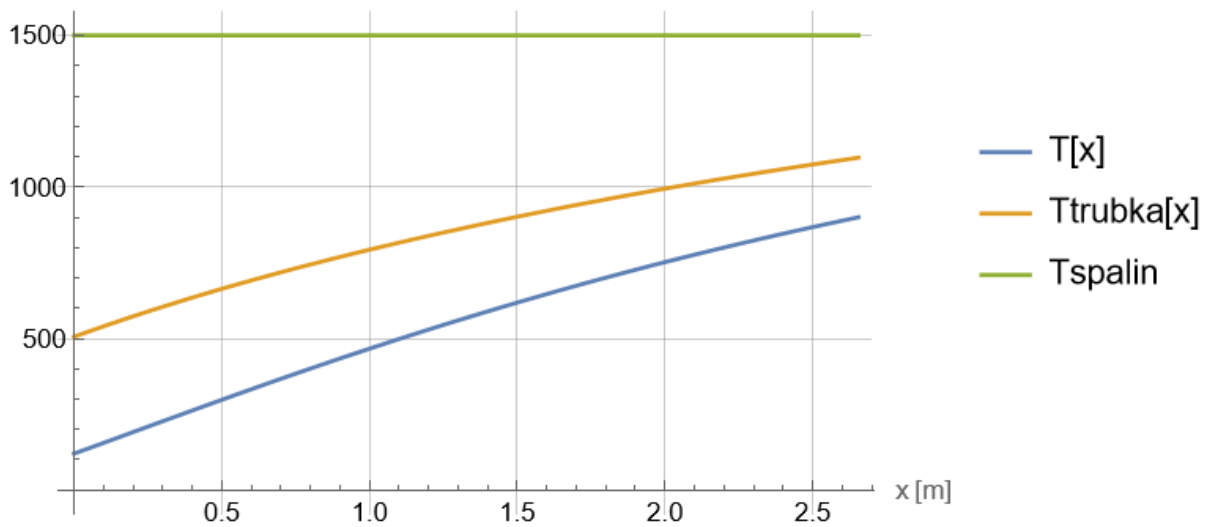
System diferenciálních rovnic se řeší za pomoci funkce `NDSolve`. Výsledkem je pak graf průběhu teploty s rostoucí délkou trubek. Z řešení, které je znázorněné v grafech níže, je určena výsledná délka trubek na základě výstupní teploty média. Šířka celého zařízení pak vyplývá z počtu trubek a velikosti jejich průměru, připočten je navíc jistý prostor na okrajích soustavy.

M: 2, Q: 0.2 MWt, T_{out} : 900. °C, $\frac{S_1}{S_2}$: 0., d_1 : 10. mm, trubek: 5.
 t [°C]



Obr. 3-2. Příklad modelace průběhu teplot plynového ohřevu v souřadnici délky.

M: 2, Q: 0.2 MWt, T_{out} : 900. °C, $\frac{S_1}{S_2}$: 0., d_1 : 10. mm, trubek: 5.
 t [°C]



Obr. 3-3. Příklad modelace průběhu teplot plynového ohřevu podél délky trubky.

KAPITOLA 4: MODEL ELEKTRICKÉHO OHŘEVU

Elektrický ohřev může mít spoustu podob. Může se jednat o přímý odporový, nepřímý odporový nebo třeba dielektrický či indukční. Pro tuto práci však bude nejvhodnějším způsobem nepřímý odporový ohřev.

První variantou byl zvolen ohřev odporovým drátem. Takový způsob si můžeme představit následujícím způsobem: kolem trubky vedoucí ohřívané médium je omotán samonosný kanthalový odporový drát, vhodný profil bude pro tuto aplikaci pas. Tento odporový drát není omotán okolo trubky přímo, ale je namotán takovým způsobem, aby tvořil víceméně kompaktní spirálu okolo trubky, která se jí však v žádném bodě nedotýká. Kontakt odporového drátu s trubkou brání elektricky nevodivé a tepelně odolné rozpěrky, tyto rozpěrky zajišťují stálost vzájemné polohy odporového drátu a trubky. Z vnější části topné spirály je provedeno tepelné stínění s izolací, které soustředí veškerý tepelný výkon, který by byl vyzařován směrem ven, zpět do osy spirály, tedy (skrze odporový drát) do trubky s ohříváním médiem. Ztráty nedokonalostí tepelného stínění a izolace jsou zanedbatelné.

Druhou variantou je záření v zrcadlovém eliptickém válci, kdy v jednom ohnisku je trubka s ohříváním médiem a v druhém je vyzařující odporové těleso. Eliptický zrcadlový válec má tu vlastnost, že veškeré záření vycházející z ohniska jednoho odráží do ohniska druhého. Tělesa jsou opět udržována ve vzájemně stálé poloze tepelně odolnými, elektricky nevodivými rozpěrkami.

4.1 Vstupy pro elektrický ohřev

Hlavní vstupy jsou pro úlohu elektrického ohřevu (jednoho i druhého) naprosto stejné – vstupní a výstupní teploty i tepelný výkon zařízení. Úloha je dále stejná s plynovým ohřevem v části proudění média trubkou. Z těchto důvodů zde odkazuji na celé první tři podkapitoly třetí kapitoly.

V oblasti přenosu tepla na trubku z okolí se již situace liší. U elektrických ohřevů se prakticky neuplatňuje konvekce, uplatňuje se jen záření. Tím se situace znatelně zjednodušuje. Opět je možno použít velkou část z úlohy plynového ohřevu – trubky vedoucí médium uvažujeme stejně, jejich pohltivost je tedy stále tatáž. Mění se jen zdroj záření.

Pro kanthalový drát uvažujeme emisivitu stejnou jako pohltivost trubek, opět na základě tabulky z [4]. Maximální pracovní teplota je pro kanthalový drát 1400 °C. Zajímavým parametrem je ještě teplotní závislost rezistivity odporového drátu, která je pro kanthal zanedbatelná. Samotná rezistivita kanthalového drátu je podle [10] 1,5 [$\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^2$].

Pro eliptický válec uvažujeme jako zdroj záření odporovou tyč, která může být buď opět z kanthalu, nebo například z karbidu křemíku. Maximální pracovní teplota je pro oba materiály víceméně stejná [10]-[11]. Pro výpočet budou použity vlastnosti kanthalu.

4.2 Řešení úlohy elektrického ohřevu

V čem jsou úlohy obou způsobů elektrických ohřevů odlišné od plynového, je typ povrchové podmínky. Ve výpočtech plynového ohřevu se uvažovalo s Dirichletovou povrchovou podmínkou, výpočty ohřevů elektrických jsou postaveny na povrchové podmínce Neumannově. Rozložení hustoty tepelného toku na isothermických plochách je uvažováno konstantní. Z toho plyne, že si lze libovolně zvolit celkovou délku trubky. Tím je určena požadovaná hustota tepelného toku na vnitřním průměru trubky, čímž je implicitně stanovena přímá úměra vývoje měrné entalpie média v délce trubky x . Z toho lze podle interpolace tabulkových hodnot měrné entalpie média zjistit průběh jeho teploty podél délky trubky.

Je tedy zřejmé, že co se týče média, je třeba oproti plynovému ohřevu zjistit ještě měrnou entalpii média v závislosti na teplotě. Tu lze na základě znalosti průběhu teplotní závislosti měrné tepelné kapacity získat integrací tohoto průběhu od 0 °C do teploty, pro kterou chceme hodnotu měrné entalpie spočítat (viz vzorec níže).

$$h(t) = \int_0^t c_p(\vartheta) d\vartheta, \quad (4-1)$$

kde $h(t)$ je hodnota měrné entalpie pro teplotu t [°C], $c_p(\vartheta)$ je teplotní závislost měrné tepelné kapacity a ϑ je teplota v °C.

Teplota média však není jediným výsledkem. Ještě je nutno zjistit průběh teploty trubky samotné, aby nebyly překročeny její technické limity, k čemuž je použit koeficient přestupu tepla konvekcí média, a průběh teploty kanthalového odporového drátu, aby ani on vlivem špatného návrhu zařízení nepřekračoval své technické meze. K prvnímu zmíněnému slouží výpočet shodný pro případ plynového ohřevu. K druhému zmíněnému slouží právě výpočet tepelné výměny zářením. Zde je opět možno použít vzorce 2-99, jen s tím rozdílem, že emisivitu plamene nahradíme:

- emisivitou kanthalu (v případě způsobu ohřevu odporovým drátem omotaným kolem trubky),
- emisivitou odporové tyče z karbidu křemíku (v případě eliptického válce).

Ve zmíněném vzorci má též jiný význam poměr ploch. Nejde zde již o poměr povrchu vnějšího pláště trubky vůči povrchu jakéhosi náhradního tuhého tělesa, který je roven poměru průměrů podstav těchto dvou válců. Jde o poměr povrchu vnějšího pláště trubky vůči:

- v případě způsobu ohřevu odporovým drátem omotaným kolem trubky: vnitřnímu povrchu pláště válce, který tvoří odporová spirála, a
- v případě způsobu ohřevu odporovým drátem omotaným kolem trubky: vnitřnímu povrchu pláště zrcadlového eliptického válce.

Rovnice výpočtu průběhu teplot vypadají v kódu Wolframu Mathematica následovně.

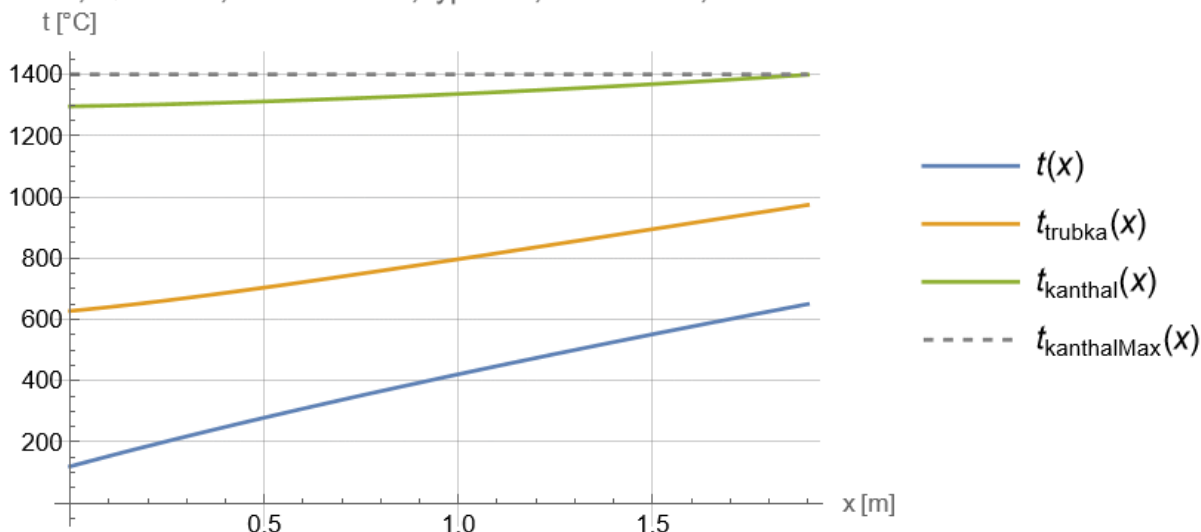
$$T(x_) = \text{TeplotaMedia}(h(x))$$

$$T_{\text{trubka}}(x_) = \frac{q_{\text{Trubka}}}{\alpha_{\text{Media}}(T(x))} + T(x)$$

$$T_{\text{kanthal}}(x_) = \sqrt[4]{\frac{d1 \text{ pomerS2S3 } q_{\text{Trubka}} \left(\left(\frac{1}{a_{\text{Kanthal}}} - 1 \right) \text{pomerS2S3} + \frac{1}{a_{\text{Trubek}}} \right)}{d2 \sigma}} + T_{\text{trubka}}(x)^4$$

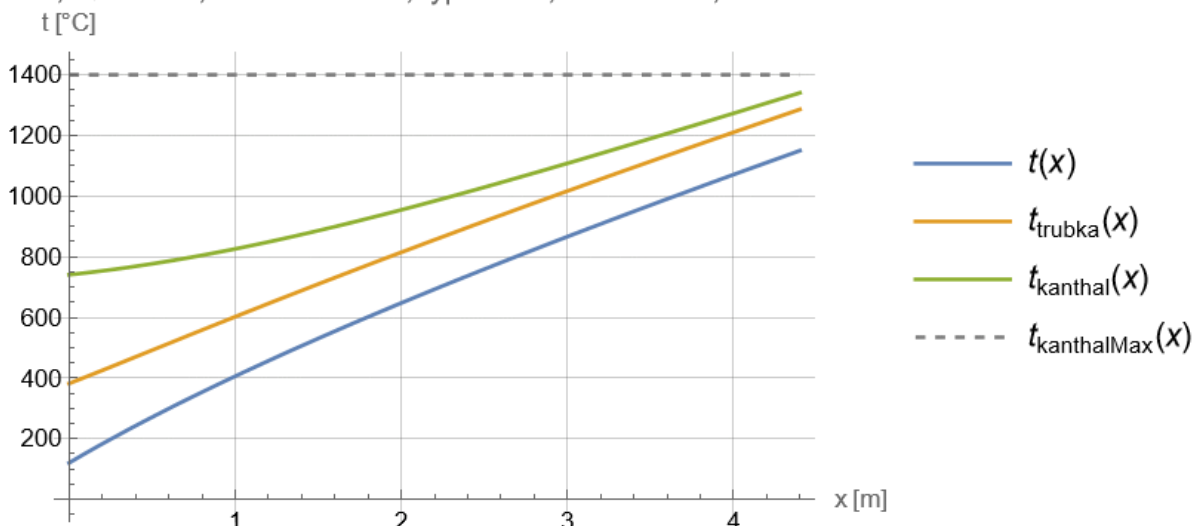
Jelikož je cílem srovnat rozměry ohřevu plynového s elektrickým, je i koncept výpočtu elektrického ohřevu odlišný od plynového. V případě elektrického ohřevu vycházíme z pevně zvolené délky (volba je provedena na základě výsledků plynového ohřevu za odpovídajících hodnot vstupních parametrů) a hledáme takové nastavení počtu trubek a jejich průměru, aby šířka zařízení vycházela co nejmenší, ale zároveň byly dodrženy teplotní limity materiálů výše uvedené. Příklady výsledků jsou na obrázcích níže.

M: 2, Q: 1 MWt, T_{out} : 650. °C, typ: drát, d_1 : 15. mm, trubek: 43.



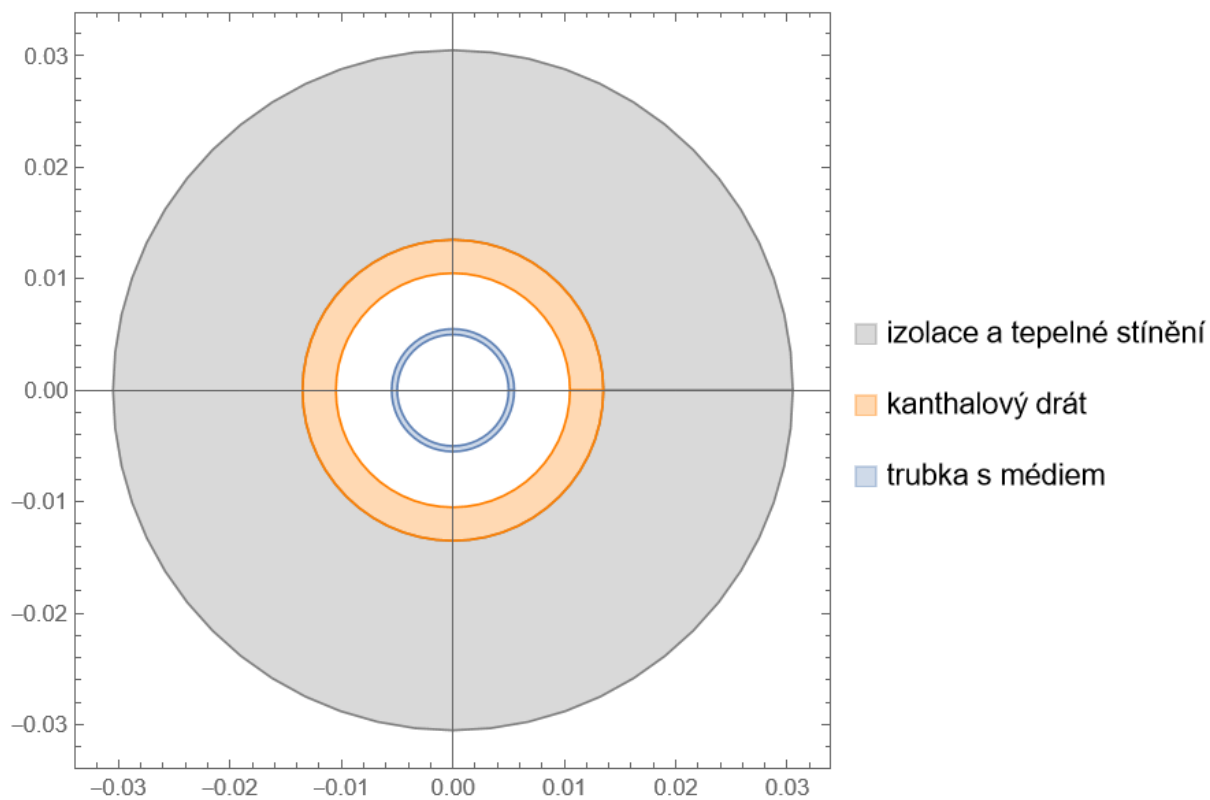
Obr. 4-1. Řešení průběhu teplot pro elektrický ohřev při výstupní teplotě 650 °C.

M: 2, Q: 1 MWt, T_{out} : 1150. °C, typ: valec, d_1 : 10. mm, trubek: 80.

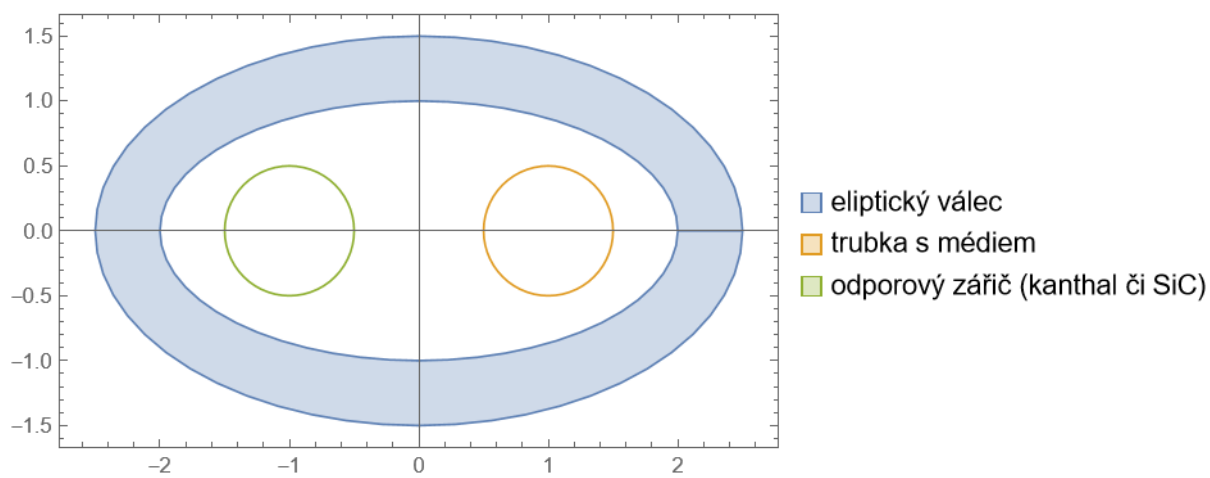


Obr. 4-2. Řešení průběhu teplot pro elektrický ohřev při výstupní teplotě 1150 °C.

Šířka zařízení pro ohřev pomocí odporového pasového drátu je dána jeho tloušťkou (3 mm), mezerou mezi drátem a trubicou vedoucí ohřivané médium (5 mm) a tloušťkou tepelné izolace a tepelného stínění (2 cm); výsledek je samozřejmě násobný podle počtu trubek. Šířka zařízení pro ohřev v eliptickém válci je kromě počtu trubek dána parametry elipsy, resp. její hlavní poloosou (délka hlavní poloosy byla zvolena jako dvojnásobek vnějšího průměru trubky vedoucí ohřivané médium) a tloušťkou stěn eliptického válce (zvolena byla čtvrtina průměru trubky vedoucí ohřivané médium). Schématické příčné řezy zvolených způsobů elektrického ohřevu jsou na obrázcích níže.



Obr. 4-3. Schematický příčný řez ohřevu pomocí kanthalového drátu.



Obr. 4-4. Schematický příčný řez ohřevu v eliptickém válci.

KAPITOLA 5: VÝSLEDKY MODELOVÁNÍ PLYNOVÉHO A ELEKTRICKÝCH OHŘEVŮ

Výstupem matematicko-fyzikálního modelu plynového i elektrického ohřevu je velikost příslušného zařízení. V úvodu třetí kapitoly již bylo naznačeno, že tento výsledek závisí na volbě vstupních parametrů, které byly rozděleny na hlavní a podmíněné. Množství těchto parametrů přímo ovlivňuje komplexnost či rozsah řešení této úlohy. Vzhledem k jejich počtu, jak byly uvedeny v předchozích kapitolách, je nutné tyto parametry určitým způsobem omezit.

Prvním hlavním vstupním parametrem je vstupní teplota ohřívajícího média. Ta je jediná, řešení nerozvětzuje, tudíž není nutno ji omezovat. Druhým hlavním vstupním parametrem je výstupní teplota ohřívajícího média, stanovená v rozsahu 650 až 1150 °C. Tento parametr je třeba vymezit konkrétněji, diskrétně, proto budou uvažovány hodnoty výstupní teploty média: 650 °C, 900 °C a 1150 °C. Posledním hlavním vstupním parametrem je tepelný výkon zařízení, stanovený zřetelně: 0,2 MW_t, 0,5 MW_t, 1 MW_t, 2 MW_t a 5 MW_t. K těmto hlavním vstupním parametrům se ještě připojuje typ ohřívajícího média, což v této práci znamená tři sady teplotních závislostí fyzikálních látkových veličin. Zatím tak pro každý ze způsobů ohřevu vychází 15 různých optimalizovaných výsledků.

Ke zmíněným hlavním vstupním parametrům se však připojují podmíněné vstupní parametry: pracovní tlak, vnitřní průměr trubky vedoucí médium a počet těchto trubek. Na analýze výsledků plynového i elektrického ohřevu při různých teplotách, různých výkonech a pro různá ohřívající média se ukázalo, že volba pracovního tlaku v zadaných mezích (tj. jednotky MPa) nemá na výsledky jakkoli měřitelný vliv. Tím se analýza výsledků zjednoduší o jeden potenciální rozměr. Počet trubek a jejich vnitřní průměr jsou ponechány jako stupně volnosti pro ruční optimalizaci výsledků velikosti zařízení.

Výsledky pak ještě ovlivňuje určení rozlehlosti plamene v případě plynového ohřevu. To je poslední faktor, který je třeba omezit a který znásobuje celkový počet výsledků modelu. V případě elektrického ohřevu je obdobným faktorem poměr povrchů trubky vedoucí médium ku vnitřnímu povrchu omotaného kanthalového drátu, respektive vnitřnímu povrchu eliptického válce. Tyto poměry jsou však na rozdíl od předchozího fixně stanoveny zvolenou geometrií úlohy, a tak jasně určují počet výsledků pro elektrický ohřev na 90 výsledků.

5.1 Výsledky pro plynový ohřev

Jelikož výsledky plynového ohřevu jsou ovlivňovány určením rozlehlosti plamene, potažmo poměrem S_1/S_2 , je třeba vybrat zástupné hodnoty z celkového rozmezí možných hodnot tohoto poměru (tedy z rozmezí od jedné do nuly). Z důvodu omezení množství výsledků, aby bylo možné jejich zpracování, byly vybrány hodnoty 1 (= plamen je málo rozlehlý), 0,5 a 0 (= plamen je nekonečně rozlehlý). Celkový rozsah výsledků plynového ohřevu je tedy 135 jednotlivých výsledků.

5.1.1 Vliv rozlehlosti plamene

Z výsledků pro optimalizovaná zařízení je vidět, že podíl zářivé složky (oproti konvektivní složce) na celkovém sdílení tepla mezi plamenem a trubkou vedoucí médium s rostoucí rozlehlostí plamene také roste. To má za důsledek lepší sdílení tepla z plamene na trubku oproti sdílení tepla z trubky do média, tím pádem se s rostoucí rozlehlostí plamene zvětšuje teplotní spád mezi trubkou a médiem. Velká rozlehlost plamene může být nevýhodou tehdy, zvýší-li se teplota trubky (na výstupu média) k mezi maximální provozní teploty trubky. Ve výpočtu s výstupními teplotami média 650 a 900 °C byla uvažována, vzhledem k dohledaným produktům na [12], hodnota tohoto maxima 1100 °C (přičemž v případě nutnosti je možno dosahovat teplot až 1150 °C). Pro výpočty s výstupní teplotou média 1150 °C pochopitelně nelze tuto mez uvažovat, v praxi se zřejmě používají jiné materiály. Pro tyto teploty je tedy mez posunuta o 190 °C, tedy na 1290 °C.

Nežádoucím vlivu rozlehlosti plamene se v optimalizaci bráníme změnou průměru trubek, jelikož tím se zvýší součinitel přestupu tepla, zdokonalí se konvekce. Tento krok však má své riziko v potenciálně rostoucí tlakové ztrátě, která se pak projeví na ceně potřebného čerpadla. Na tento faktor je třeba dávat pozor. V této práci však je pominut.

Rozlehlost plamene má pozitivní vliv na celkové rozměry, které se se zvětšující se rozlehlostí plamene zmenšují. Při zachování stejného průměru trubek (to je parametr, který měníme přednostně) se z důvodu optimalizace se zvětšující se rozlehlostí plamene snižuje počet trubek (čímž i klesá rozměr šířky). Ve výsledku se rozměr délky v této tendenci zvětšuje, avšak méně, než se zvětšuje šířka.

5.1.2 Vliv výstupní teploty

Zřejmě vyplývá, že s větší žádanou výstupní teplotou ohřívaného média roste koncová teplota vodicí trubky, kterou je nutno udržet pod danou mezí. Z toho plyne případný menší průměr trubky pro zlepšení konvekce média, následně také menší počet trubek celkově. Zmenšením počtu trubek se zvětší hmotnostní tok jednou trubkou, čímž dochází k pomalejšímu nárůstu teploty (a k prodloužení celkové délky zařízení). Větší hmotnostní tok způsobuje intenzivnější odběr tepla médiiem trubce, čili její lepší chlazení.

5.1.3 Vliv tepelného výkonu zařízení

S rostoucím výkonem tepelného zařízení je třeba (pochopitelně) větších rozměrů, a to jak v délce, tak v průměru trubek, tedy i v šířce. Pozitivně lze vnímat zvláště možnost použít trubky o větším průměru, jelikož možné problémy přehřívání trubky, a s tím související možné tlakové ztráty vlivem malého průřezu trubky, ustupují čím dál více do pozadí. (S rostoucím průměrem trubek se také zvyšuje podíl záření (oproti konvekci) na sdílení tepla mezi plamenem a trubkou vedoucí ohřívané médium.)

5.1.4 Vliv typu ohřívaného média

Typ ohřívaného média dle očekávání výrazně neovlivňuje celkovou velikost zařízení – odchylky od průměrné hodnoty ze tří uvažovaných typových směsí tekutin nepřesahují zpravidla 10 % (pouze ve dvou případech dosahují 11 %). Naproti tomu typ ohřívaného média výrazně ovlivňuje jednotlivé rozměry, tj. délku a šířku. Tam jsou rozdíly značné – odchylky se pohybují od jednotek procent až po téměř 40 %. Z toho je vidět, jak důležitou roli hraje optimalizace konkrétního procesu a že nelze využívat jedno zařízení multifunkčně bez předchozího modelového ověření průběhu uvažovaného alternativního procesu. V případě návrhu zařízení přímo na ohřev více typů směsí tekutin je třeba provést v návrhové fázi optimalizaci zahrnující již všechny uvažované typy směsí tekutin.

5.1.5 Shrnutí výsledků plynového ohřevu

Celkové (optimalizované) velikosti zařízení pro různé výkony v absolutních hodnotách jsou následující. Pro 200kW zařízení – mezi 0,5 a 0,6 m², pro 500kW zařízení – mezi 1,3 a 1,4 m², pro 1MW zařízení – mezi 2,5 a 2,8 m², pro 2MW zařízení – mezi 5,1 a 5,7 m² – a pro 5MW zařízení – mezi 13,0 a 14,7 m². Udaná rozpětí pochopitelně odpovídají rozpětím výstupní teploty 650 až 1150 °C.

5.2 Výsledky pro elektrický ohřev

Na rozdíl od plynového ohřevu je u elektrického ohřevu vývoj teploty ohřívané tekutiny (na základě přijatého předpokladu konstantního tepelného toku, který plyne z neměnnosti rezistivity kanthalu) určující pro vývoj teploty trubky a teploty zářiče, nikoliv naopak. Druhým faktorem, který tyto vývoje teploty spoluurčuje, je chování soustavy tepelných odporů při různých teplotách. Z toho plyne, že je nutno hlídat limity materiálů topných prvků a vodicí trubky; výsledky ukazují, že tyto limity jsou hlavním problémem v úloze optimalizace velikosti zařízení elektrického ohřevu. Obdobně jako u plynového ohřevu, pro teploty 1150 °C je posunuta hranice teplotního maxima trubky na 1290 °C.

Během zpracování výsledků bylo zjištěno, že v některých případech (při určitých hodnotách vstupních parametrů) vznikají s určitým průměrem trubky teplotní rezervy ve využití teplotní odolnosti trubky, vlivem čehož je pak zbytečně teplotně namáhán topný prvek. Při použití většího průměru trubky se dosáhlo většího ohřátí trubky a zároveň posunutí teplotního průběhu topného prvku v délce na nižší hodnoty. Tento optimalizační mechanismus však nebyl používán příliš často, jelikož zaprvé popsané situace příliš často nenastávaly a zadruhé se většinou nevyplatily z rozměrového hlediska – větší průměr = větší šířka (hledisko tlakové ztráty zde již není příliš výrazné).

5.2.1 Rozdíl mezi jedním a druhým způsobem elektrického ohřevu

Z výsledků vyplývá, že pro druhý navrhovaný způsob elektrického ohřevu, tedy ohřev v eliptickém zrcadlovém válci, vychází průběh teploty trubky blíže průběhu středu teplotního spádu mezi teplotou média a teplotou topného prvku. Tento fakt lze vysvětlit menším poměrem S_2/S_3 , který způsobuje zvýšení teplotního odporu pro záření na trubku. Tím je svou velikostí podobnější teplotnímu odporu konvekce ohřívajícího média v trubce. Díky tomu lze lépe využívat materiálové teplotní limity, respektive je možné použít méně trubek při zachování jejich průměru a délky.

Z toho i vyplývá další pozorování, a to, že šířka zařízení vychází pro ohřev v eliptickém válci zpravidla znatelně menší než pro ohřev pomocí topné spirály. V parametru šířky zařízení samozřejmě hraje i vliv uspořádání prvků v okolí trubky s médiem – topná spirála s izolací a tepelným stíněním či parametry eliptického válce; tyto parametry však při výsledných uspořádáních nevycházejí od sebe příliš odlišně.

5.2.2 Hlavní rysy ve výsledcích elektrického ohřevu

Při menších výkonech (200 kW, 500 kW, 1 MW) a vyšších teplotách (1150 °C) nelze vlivem materiálových limitů dodržet délku trubek určenou plynovým ohřevem – je nutno jejich délku zvýšit. Z toho důvodu v těchto případech vychází menší šířka, než by odpovídala uspořádání při dodržení stanovené délky. V těchto případech se také zřetelně rozcházejí výsledky pro různá média, jelikož není dodržena podmínka jednotné délky.

Výsledky ovlivňuje zřetelně typ média v případě druhého způsobu elektrického ohřevu (v eliptickém válci). Výsledky pro šířku zařízení se liší řádově až o desítky procent. Na druhou stranu výsledky v případě prvního způsobu elektrického ohřevu (topná spirála) ovlivněny mnoho nejsou. Liší se zpravidla v jednotkách procent, pro výkon 200 kW do výše 15 %.

V prvním způsobu elektrického ohřevu vycházejí v průměru následující velikosti zařízení (s délkou odpovídající příslušnému ohřevu plynovému) pro rozsah teplot 650 až 1150 °C. Pro:

- 200 kW: 1,5 až 5,0 m²,
- 500 kW: 3,2 až 12,6 m²,
- 1 MW: 5,8 až 19,7 m²,
- 2 MW: 10,6 až 35,3 m² a
- 5 MW: 23,4 až 75,9 m².

Ve druhém způsobu elektrického ohřevu vycházejí v průměru následující velikosti zařízení (s délkou odpovídající příslušnému ohřevu plynovému) pro rozsah teplot 650 až 1150 °C. Pro:

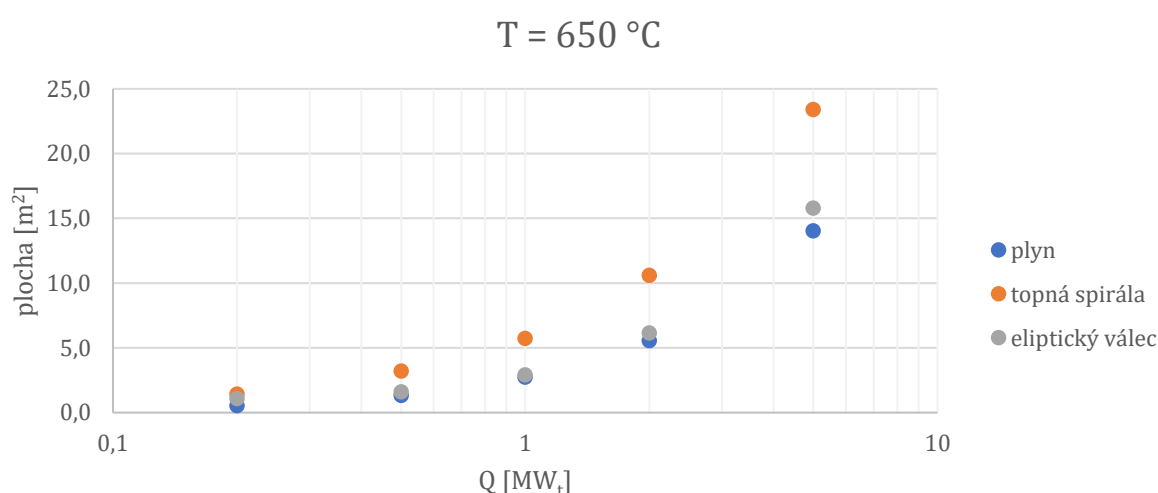
- 200 kW: 1,1 až 3,5 m²,
- 500 kW: 1,6 až 9,0 m²,
- 1 MW: 2,9 až 14,4 m²,
- 2 MW: 6,2 až 20,4 m² a
- 5 MW: 15,8 až 46,2 m².

5.3 Celkové srovnání plynového a elektrického ohřevu

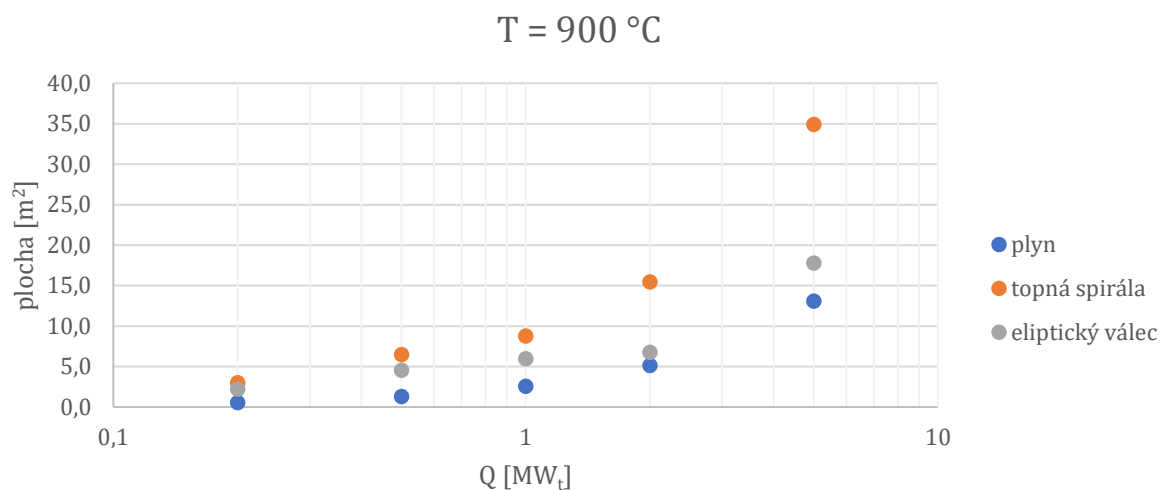
Pro srovnání elektrického ohřevu s plynovým byly z výsledků pro plynový ohřev použity pouze ty pro poměr S_1/S_2 (vystihující rozlehlost plamene) rovný 0,5. Tato hodnota je oproti ostatním dvěma mezním hodnotám nejbližší skutečnosti. Z výsledků vyplývá, že pro **nízkoteplotní** ohřevy (tj. kolem cca 650 °C) lze teoreticky o náhradě plynového ohřevu elektrickým **uvažovat**, konkrétně o způsobu zářivého ohřevu v **eliptickém zrcadlovém válci**, kde v jednom ohnisku je kanthalový zářič (tyč) a v druhém ohnisku je trubka s ohřívanou tekutinou. K tomu by však bylo třeba uvažovat, že by bylo možné nevyužít pouze prostor plochy plynového ohřevu, nýbrž i prostor nad trubkovým „roštem“. Náhrada plynového ohřevu ohřevem pomocí **topné** kanthalové **spirály není** prostorově **vyhovující**. Pro teploty vyšší a nejvyšší není prostorově vhodný žádný ze zmíněných případných způsobů elektrických ohřevů. Žádná elektrická náhrada ohřevu plynového též není vhodná pro zařízení malých výkonů (kolem 200 kW). Průměrné hodnoty výsledných velikostí zařízení pro jednotlivé druhy ohřevů pro různé výstupní teploty a výkony zařízení shrnuje a zobrazuje následující tabulka a grafy.

Tab. 5-1. Výsledné průměrné hodnoty velikostí zařízení pro různé výstupní teploty a výkony zařízení.

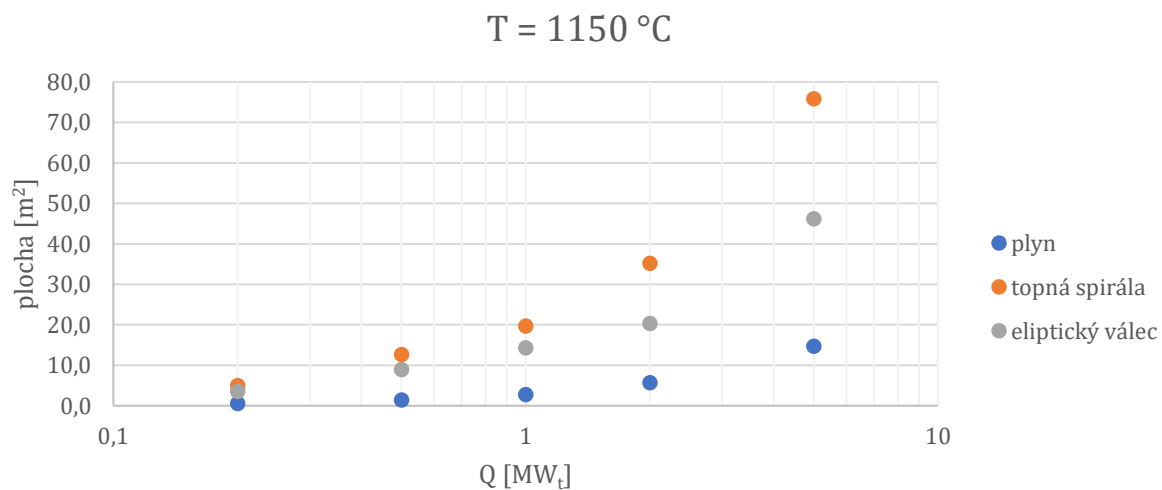
			výkon [MW _t]				
			0,2	0,5	1	2	5
teplota [°C]	650	plyn	0,5	1,3	2,7	5,6	14,0
		topná spirála	1,4	3,2	5,7	10,6	23,4
		eliptický válec	1,1	1,6	2,9	6,2	15,8
	900	plyn	0,5	1,3	2,6	5,1	13,1
		topná spirála	3,0	6,5	8,8	15,4	34,9
		eliptický válec	2,2	4,5	5,9	6,8	17,8
	1150	plyn	0,6	1,4	2,8	5,7	14,7
		topná spirála	5,0	12,6	19,7	35,2	75,9
		eliptický válec	3,6	9,0	14,4	20,4	46,2



Obr. 5-1. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty 650 °C.



Obr. 5-2. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty $900 \text{ } ^\circ\text{C}$.



Obr. 5-3. Výsledná průměrná velikost zařízení pro různé typy ohřevů pro výstupní teploty $1150 \text{ } ^\circ\text{C}$.

ZÁVĚR

V této diplomové práci je představena problematika technologických ohřevů v chemickém průmyslu. Byl vybrán typický způsob ohřevu – plynový ohřev – realizovaný na třech typových směsích tekutin. Pro tento ohřev byly navrženy dva způsoby náhradního elektrického ohřevu a podrobeny zkoušce vhodnosti. Zkouška vhodnosti byla provedena pomocí matematického modelu těchto elektrických ohřevů a ohřevu plynového. Matematický model byl sestaven na základě fyzikální teorie, která je v práci také představena.

Elektrické ohřevy vycházejí, obecně vzato, rozměrově zdatně větší než plynové ohřevy. Proto nejsou prakticky vhodné k nahrazení plynových ohřevů. Výhodou elektrických ohřevů by do budoucna mohla být energetická soběstačnost a nezávislost zařízení technologických ohřevů, a to díky rozvoji malých výrobních zdrojů elektrické energie a díky rozvoji a zdokonalování metod akumulace elektrické energie.

Práce také odhalila význam optimalizace v návrhu plynového či elektrického ohřevného zařízení. Na způsobu optimalizace výsledky velmi záleží, respektive výsledky jsou silně ovlivněny volbou optimalizačních nástrojů. Proto tato práce doporučuje pečlivě tyto nástroje vybírat, pokud možno tak, aby postihovaly komplexitu celé situace.

Na tuto práci by se dalo navázat podrobnější a širší analýzou, která by zpřesnila výsledky a poskytla solidnější datový podklad pro předložené závěry. Analýza by mohla brát v úvahu více typových směsí tekutin a mohla by se zaměřit na sledování ještě více parametrů. Také by bylo možno provést analýzy provedené v rámci této práce s větší citlivostí (například více výstupních teplot).

LITERATURA

- [1] Krátkodobé trhy: Vnitrodenní trh. *OTE: Spojujeme trhy a příležitosti* [online]. Praha, ©2018 [cit. 2022-11-10]. Dostupné z: <https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/plyn/vnitrodenni-trh?date=2022-11-01>.
- [2] MICHEJEV, Michail Aleksandrovič. *Základy sdílení tepla*. Praha: Průmyslové vydavatelství, 1952. Knižnice energetického průmyslu.
- [3] KYNCL, Jan. *Elektrotepelná technika* [přednáška]. ČVUT v Praze, 2021.
- [4] RÉDR, Miroslav. *Základy tepelné techniky: celost. vysokošk. učebnice pro hutnické fakulty*. Praha: SNTL, 1991. ISBN 80-03-00366-0.
- [5] SLAVÍK, Jan. *Zemní plyn ve světě: těžba a perspektivy*. Brno, 2014. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Ekonomicko-správní fakulta, Katedra regionální ekonomie a správy.
- [6] KONÍČEK, Petr. *Fyzika 2* [přednáška]. ČVUT v Praze, 2019.
- [7] O'CONNELL, John P., John. M. PRAUSNITZ a Bruce E. POLING. *The properties of gases and liquids*. [online]. Fifth. New York: McGraw-Hill, 2001 [cit. 2023-03-16]. ISBN 0-07-149999-7. Dostupné z: doi:10.1036/0070116822.
- [8] Periodická soustava prvků dle IUPAC. *Osobní webové stránky Ladislava Nádherného na VŠCHT Praha* [online]. Praha: VŠCHT Praha, 2017 [cit. 2023-03-28]. Dostupné z: <http://web.vscht.cz/~nadhernl/psp.html>.
- [9] KOČÁRNÍK, Petr. *Strojní struktury elektráren* [přednáška]. ČVUT v Praze, 2021.
- [10] Kanthal® A-1 a Kanthal APM™. In: *Kanthal* [online]. KNTL, a.s., 2014. [cit. 2023-04-17]. Dostupné z: http://www.kntl.cz/getFile/case_show/Elektricke_vlastnosti_dratu.pdf.
- [11] *SuperbHeater: One-stop service for heating elements* [online]. Shenzhen [cit. 2023-05-18]. Dostupné z: <http://cz.top-heaterchina.com/heaters/silicon-carbide-heating-elements/industrial-heater-silicon-carbide-heating.html>.
- [12] Sanicro ® 31HT: Tube and pipe, seamless. *Alleima* [online]. Sandviken, 2023 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <https://www.alleima.com/en/technical-center/material-datasheets/tube-and-pipe-seamless/sanicro-31ht/>.