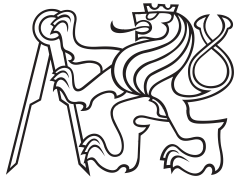


Bakalářská práce



České  
vysoké  
učení technické  
v Praze

**F3**

Fakulta elektrotechnická  
Katedra radioelektroniky

## Dálkoměrné signály pro radiolokaci uvnitř budov - analýza, simulace a experimentální ověření

**Daniel Skopec**

Vedoucí: Ing. Jiří Svatoň, Ph.D.

Studijní program: Elektronika a komunikace

Květen 2023



## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Skopec** Jméno: **Daniel** Osobní číslo: **499078**  
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**  
Zadávající katedra/ústav: **Katedra radioelektroniky**  
Studijní program: **Elektronika a komunikace**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Dálkoměrné signály pro radiolokaci uvnitř budov – analýza, simulace a experimentální ověření**

Název bakalářské práce anglicky:

**Ranging Signals for Indoor Positioning – Analysis, Simulation, Experimental Verification**

Pokyny pro vypracování:

Hlavním předmětem práce je průzkum a ověření dálkoměrných signálů potenciálně vhodných pro radiolokaci uvnitř budov na principu pulzního či CW radaru. Signály by měly být ze třídy binárních pseudonáhodných (kódy maximální délky, Goldovy kódy) i nebinárních (CAZAC) sekvencí. Student se seznámí s formou jejich teoretického generování a zpracování, tj. získání odhadu parametrů signálu (zpoždění, frekvence, fáze, příp. SNR). Dále se student bude zabývat též vztahy těchto signálů k přesnosti měření a možnostmi experimentálního ověření na rádiu typu SDR.

Výstupem by měly být skripty v prostředí Matlab schopné testovat generování, příjem a zpracování, vyhodnocování těchto signálů. A to jak teoreticky (modelování), tak i formou vysílání/příjmu těchto signálů rádiem typu SDR.

Seznam doporučené literatury:

- [1] SKOLNIK, M., Radar handbook, McGraw-Hill Education, 2008.
- [2] HRDINA, Z., PÁNEK, P., VEJRAŽKA, F., Rádiové určování polohy: Družicový systém GPS, Praha: ČVUT, 1995. ISBN 80-01-01386-3.
- [3] PROAKIS, J.G., Digital Communications. McGraw-Hill. 2001

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**Ing. Jiří Svatoň, Ph.D. katedra radioelektroniky FEL**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **07.02.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

Platnost zadání bakalářské práce: **22.09.2024**

\_\_\_\_\_  
Ing. Jiří Svatoň, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Stanislav Vítek, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

\_\_\_\_\_  
prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta





## Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Jiřímu Svatoňovi, Ph.D., za předání velkého množství informací, za trpělivost a ochotu. Dále bych chtěl poděkovat rodině a kamarádům za podporu.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, 26. května 2023

## Abstrakt

Práce se zabývá signály potenciálně vhodnými pro radiolokaci uvnitř budov. Nejprve jsou rozebrány vlastnosti použitých signálů (posloupnosti maximální délky a posloupnosti Frank-Zadoff-Chu), dále na čem závisí přesnost odhadů zpoždění a vzdálenosti. Zmíněny jsou i odhady fáze a frekvence. Stručně je zmíněna teorie digitálních modulací. Další částí je simulace signálů, tedy jejich generování a příjem s ohledem na model kanálu. Nakonec se porovnají výsledky simulací s experimentálním ověřením softwarovým rádiem.

**Klíčová slova:** radiolokace, pseudonáhodná posloupnost, posloupnost maximální délky, CRLB, modulace, číslicové zpracování signálu, SDR

## Abstract

In this thesis, signals, which are potentially applicable for radiolocation inside buildings, are analyzed. Firstly, the properties of the used signals (maximum length sequences and Frank-Zadoff-Chu sequences) are mentioned and what the accuracy of the estimation of delay and distance depends on. Estimations of phase and frequency are also mentioned as well as the theory of digital modulations. The next part is devoted to the simulation of these signals, this means their generation and reception according to the channel model. Lastly, the results from simulations are compared with an experimental verification, which is done by using a software-defined radio.

**Keywords:** radiolocation, pseudorandom noise, maximum length sequence, CRLB, modulation, digital signal processing, SDR

**Title translation:** Ranging signals for indoor positioning – analysis, simulation, experimental verification

## Obsah

<b>1 Úvod a motivace</b>	<b>1</b>	<b>5 Simulace a výpočty</b>	<b>25</b>
<b>2 Dálkoměrné signály</b>	<b>3</b>	5.1 Metodika	25
2.1 Posloupnost maximální délky (MLS)	3	5.2 RRC	28
2.2 Posloupnost Frank-Zadoff-Chu (FZC)	5	5.3 Srovnání REC a RRC	30
<b>3 Odhadované parametry signálů</b>	<b>9</b>	5.4 BOC	30
3.1 Model kanálu	9	5.5 OFDM	31
3.2 Úvodní odhad - akvizice	9	5.6 FZC	32
3.3 Odhad zpoždění a vzdálenosti	10	5.7 Srovnání všech typů signálů	32
3.3.1 Efektivní šířka pásma	10	<b>6 Experimentální ověření</b>	<b>35</b>
3.3.2 Cramérova-Raova dolní mez (CRLB) odhadu zpoždění a vzdálenosti	11	6.1 Metodika	35
3.3.3 Metoda maximální věrohodnosti	12	6.2 Zpracování signálu	36
3.4 Odhad fáze	13	6.3 Srovnání	41
3.5 Odhad frekvence	13	<b>7 Závěr</b>	<b>43</b>
3.6 Odhad SNR	13	<b>Literatura</b>	<b>45</b>
<b>4 Princip rádiového přenosu</b>	<b>15</b>		
4.1 Komplexní obálka	15		
4.2 Digitální modulace	17		
4.2.1 Modulační impuls	17		
4.2.2 BPSK	20		
4.2.3 BOC	20		
4.2.4 OFDM	22		
4.3 Rádiový přijímač	23		
4.3.1 Superheterodynní přijímač	23		
4.3.2 Homodynní přijímač	23		
4.3.3 SDR	24		

## Obrázky

2.1	Soustava LFSR s devíti bity . . . . .	4
2.2	Autokorelační funkce sekvence FZC	6
2.3	Spektrum sekvence FZC . . . . .	6
2.4	Konstelační diagram sekvence FZC	7
3.1	Úvodní odhad . . . . .	10
3.2	Funkce atan2 . . . . .	13
3.3	Konstelační diagram BPSK . . . . .	14
3.4	Upravený konstelační diagram . . . . .	14
4.1	Pásmový signál a I a Q složky . . . . .	16
4.2	Rádiový přenos s naznačením přizpůsobené filtrace . . . . .	17
4.3	Impulzy RRC pro různé hodnoty koeficientu $\beta$ . . . . .	19
4.4	Spektra impulsů RRC pro různé hodnoty koeficientu $\beta$ . . . . .	20
4.5	Modulační impulsy pro BPSK a BOC . . . . .	21
4.6	Porovnání spekter BPSK a BOC	21
4.7	Spektrum OFDM . . . . .	22
4.8	Blokové schéma superheterodynního přijímače [19]	23
4.9	Blokové schéma transceiveru AD9363 . . . . .	24
5.1	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$ v širokém rozsahu SNR . . . . .	27
5.2	Závislost logaritmu směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$ v širokém rozsahu SNR . . . . .	27
5.3	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a $f_{\text{chip}} 12,5 \text{ kchip/s}$ a $125 \text{ kchip/s}$	29
5.4	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a $f_{\text{chip}} 1,25 \text{ Mchip/s}$ a $4 \text{ Mchip/s}$	29
5.5	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro modulační impulsy RRC a REC . . . . .	30
5.6	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro modulaci BOC s různými frekvencemi subnosné vlny . . . . .	30
5.7	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signály OFDM při $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$	31
5.8	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál FZC s $f_{\text{chip}} 1,25 \text{ Mchip/s}$ a $4 \text{ Mchip/s}$ . . . . .	32
5.9	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro všechny typy signálů při $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$ . . . . .	33
5.10	Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na $C/N_0$ pro všechny typy signálů při $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$ . . . . .	33
6.1	Pozice stanovišť (fotografie z Google Earth) . . . . .	36

6.2 Spektrum přijatého signálu s $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s na vzdálenost 1 metr .....	37
6.3 Spektrum přijatého signálu s $f_{\text{chip}}$ 12,5 kchip/s na vzdálenost 1 metr .....	37
6.4 Průběh frekvenční odchylky signálu s $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s na vzdálenost 1 metr .....	38
6.5 Průběh fáze signálu s $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s na vzdálenost 1 metr .....	38
6.6 Zobecněná korelační funkce $ R(\tau, f) $ , $f_{\text{chip}}$ 12,5 kchip/s .....	39
6.7 Zobecněná korelační funkce $ R(\tau, f) $ , $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s .....	39
6.8 Detail špičky korelační funkce $ R(d) $ , $f_{\text{chip}}$ 12,5 kchip/s .....	40
6.9 Detail špičky korelační funkce $ R(d) $ , $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s .....	40
6.10 Detail špičky korelační funkce $ R(d) $ , $f_{\text{chip}}$ 12,5 kchip/s .....	41
6.11 Detail špičky korelační funkce $ R(d) $ , $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s .....	41
6.12 Naměřené odchylky odhadu vzdálenosti a jejich porovnání se simulací, $f_{\text{chip}}$ 12,5 kchip/s .....	42
6.13 Naměřené odchylky odhadu vzdálenosti a jejich porovnání se simulací, $f_{\text{chip}}$ 4 Mchip/s .....	42

## Tabulky

5.1 Tabulka kombinací používaných signálů .....	26
6.1 Tabulka naměřených odhadů SNR a $\sqrt{\sigma_d^2}$ .....	36



# Kapitola 1

## Úvod a motivace

Určování polohy pomocí globálních družicových systémů GNSS (GPS, Galileo a další) má svoje limity. Nehodí se pro určování polohy uvnitř budov nebo v husté městské zástavbě, protože signál je v těchto místech slabý a určování polohy vykazuje velké nepřesnosti.

Signál, který dobře penetruje budovy, musí mít frekvenci nižší než zhruba 1 GHz. Proto se např. nehodí řešení pomocí signálů UWB (ultra-wideband), které je vhodné pro šíření uvnitř budov, ovšem nehodí se, pokud by měl signál procházet i ven nebo dovnitř. Ovšem toto frekvenční pásmo je zaplněné a je složité najít nějakou frekvenční oblast, kde by bylo možné provozovat určování polohy uvnitř budov a skrz budovy.

V dnešní době se vyvíjí několik lokálních pozičních systémů, v naprosté většině využívají GNSS signály. V této práci prozkoumáme i jiné typy signálů. Jedním z již fungujících systémů je Locata [1], který funguje jako doplněk k GPS v místech, kam signál GPS nedosahuje, nebo je nepřesný. Roli družic nahrazují vysílače rozmístěné na Zemi v pokrývané oblasti a poloha se v přijímači určuje trilaterací (případně multilaterací) jako v přijímači GPS signálu. Dalším systémem je systém TerraPoiNT od firmy Nextnav [2] fungující na velmi podobném principu. Článek [3] zase řeší určování polohy pro navigaci složek záchranného systému při krizových situacích. Existují další projekty a výzkum v této oblasti stále probíhá.

Cílem práce je vypočítat teoretické hodnoty rozptylu měření vzdálenosti pro dva různé typy dálkoměrných signálů, různé poměry signálu k šumu a různé šířky pásem, následně tyto signály nasimulovat a zjistit stejné hodnoty a nakonec tyto hodnoty porovnat experimentálně pomocí vysílání a příjmu těchto signálů pomocí dvou rádií typu SDR.





## Kapitola 2

### Dálkoměrné signály

Dálkoměrné signály jsou signály založené na dálkoměrných posloupnostech. Termín posloupnost lze nahradit i termíny kód či sekvence, všechny tři tyto pojmy jsou v této práci brány jako synonyma.

Dálkoměrné kódy mají vhodné vlastnosti k měření vzdálenosti, což jsou především autokorelační funkce a šířka pásma. Autokorelační funkce by měla mít co nejvyšší vrchol pro nulové zpoždění a naopak co nejnižší hodnoty pro ostatní zpoždění pro to, aby bylo určení vrcholu funkce co nejpřesnější. Takové vlastnosti má šum, tedy náhodná posloupnost. Pouze ze šumu nejde nic určit, ale lze použít takové signály, které vypadají jako šum, ovšem posloupnost je předem známá. Takový signál se nazývá pseudonáhodná posloupnost [4], mezi další takové patří např. Barkerovy kódy či Goldovy kódy, ty ale nemají tak ostrý vrchol autokorelační funkce jako posloupnosti, které budou použity.

Pseudonáhodné posloupnosti lze dělit na binární a nebinární, přičemž binární obsahují pouze dvě různá čísla (typicky 1 a -1, případně 0 a 1), nebinární jsou všechny ostatní. V práci budou použity dva typy signálů, jeden ze třídy binárních a jeden ze třídy nebinárních.

#### 2.1 Posloupnost maximální délky (MLS)

Prvním typem použitého signálu jsou posloupnosti maximální délky, MLS (z angl. maximum length sequence), které se řadí mezi binární signály. Jsou to sekvence generované posuvnými registry s lineární zpětnou vazbou, LFSR (linear-feedback shift register), které jsou navrženy tak, že sekvence postupně projde všemi možnými stavy pro danou délku sekvence kromě možnosti, ve které jsou samé nuly, protože v takovém stavu by už systém zůstal. Z toho vyplývá délka sekvence  $2^n - 1$ , kde  $n$  je počet bitů sekvence. [5] Díky tomu, že se sekvence po jisté době bude chovat jako náhodný signál (šum), má až na stejnosměrnou složku ploché spektrum.

Pozice registrů, které ovlivňují zpětnou vazbou vstup, tvoří takzvaný gene-



## 2.2 Posloupnost Frank-Zadoff-Chu (FZC)

Posloupnost Frank-Zadoff-Chu (FZC), uváděna často však jen jako Zadoff-Chu, je zástupcem nebinárních posloupností a řadí se mezi signály typu CAZAC (constant amplitude zero autocorrelation), což je typ signálu, jak už je patrné z názvu, jenž má konstantní amplitudu a nulovou autokorelační funkci pro jiné než nulové zpoždění. Obecněji posloupnost FZC patří do skupiny polyfázových kódů, což jsou kódy s konstantní amplitudou a frekvencí a proměnnou fází [7], mezi něž dále patří např. Frankovy kódy či Golombovy kódy [7]. Mezi výhody signálů FZC patří, že stačí zkoumat fází, nikoliv amplitudu, která je stále stejná, a ploché spektrum. Další vlastností FZC je, že diskrétní Fourierova transformace FZC sekvence je opět FZC sekvence, jen přenásobená koeficientem, komplexně sdružená a cyklicky posunutá [8]. FZC sekvence se používají i např. v synchronizačních nosných u systémů mobilních sítí 4. a 5. generace.

Pro sudé délky  $N$  má  $k$ -tý symbol posloupnosti FZC tvar [9]

$$a_k = \exp(j \frac{M\pi k^2}{N}), \quad (2.1)$$

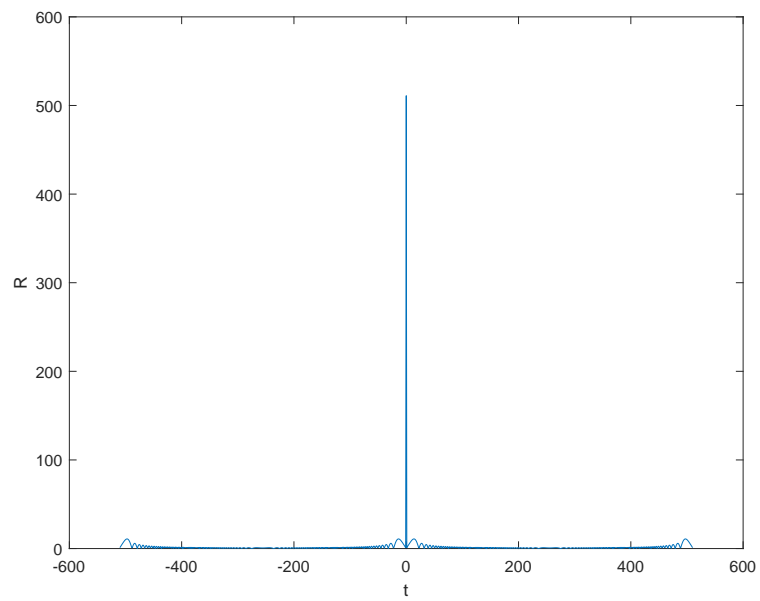
kde  $M$  je libovolné kladné celé číslo nesoudělné s  $N$  a menší než  $N$ . Pro liché délky  $N$  platí vztah

$$a_k = \exp(j \frac{M\pi k(k+1)}{N}). \quad (2.2)$$

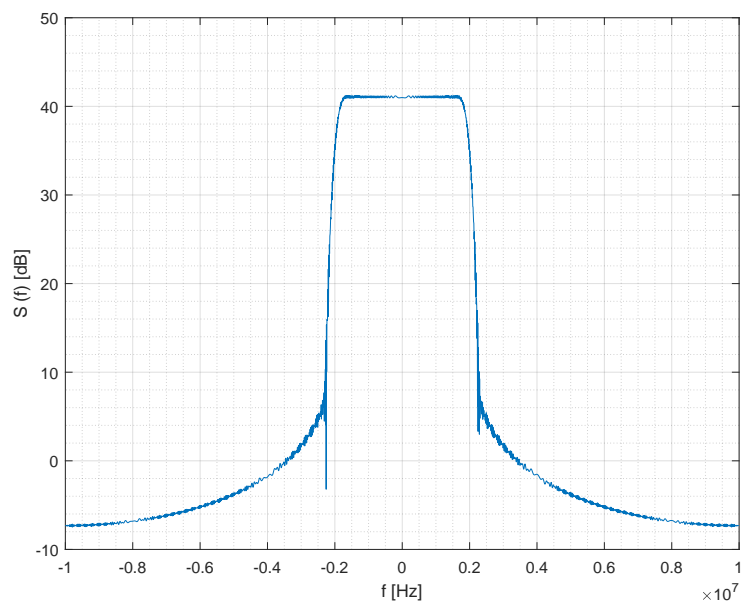
Vztahy jdou sloučit do jednoho tvaru, který bude platný pro sudé i liché délky posloupností:

$$a_k = \exp(j \frac{M\pi k(k + (N \bmod 2))}{N}). \quad (2.3)$$

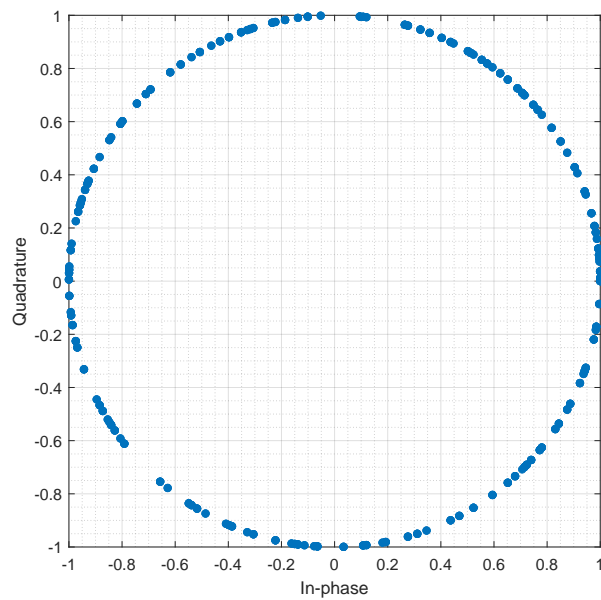
Délku posloupnosti lze volit libovolnou, zvolena byla délka 511, tedy stejná jako zvolená délka MLS. Autokorelační funkce posloupnosti FZC je zobrazena na obrázku 2.2, spektrum na obrázku 2.3 a konstelační diagram na obrázku 2.4.



**Obrázek 2.2:** Autokorelační funkce sekvence FZC



**Obrázek 2.3:** Spektrum sekvence FZC



**Obrázek 2.4:** Konstelační diagram sekvence FZC



## Kapitola 3

### Odhadované parametry signálů

Odhadujeme zpoždění signálu, z něhož vychází i odhad vzdálenosti, dále fázový a frekvenční posuv a SNR. Pro konkrétní odhady zpoždění, fáze a frekvence je nutné nejprve z úvodního odhadu (akvizice) zjistit přibližnou hodnotu nosné frekvence, aby následné odhady fázové a frekvenční odchylky pracovaly správně. Odhad zpoždění zjistíme rovnou z akvizice.

#### 3.1 Model kanálu

Model kanálu je matematický popis šíření signálu přenosovým prostředím. Pro různé odhady využijeme dva různé modely kanálu. Pro odhad zpoždění, výpočet CRLB a odhad SNR postačí model

$$x(t) = s(t + \tau) + w(t), \quad (3.1)$$

kde  $x(t)$  je výsledný přijatý signál,  $s(t)$  je originální vyslaný signál,  $\tau$  je zpoždění mezi vysláním a přijetím signálu a  $w(t)$  je aditivní bílý gaussovský šum (AWGN). Pro odhad fáze a frekvence bude potřeba model rozšířit na

$$x(t) = s(t + \tau)e^{j2\pi f_c t + \varphi} + w(t), \quad (3.2)$$

kde  $f_c$  je kmitočet nosné vlny a  $\varphi$  je fázový posuv. Tento odhad bude též nutné použít při experimentálním ověření v předposlední kapitole.

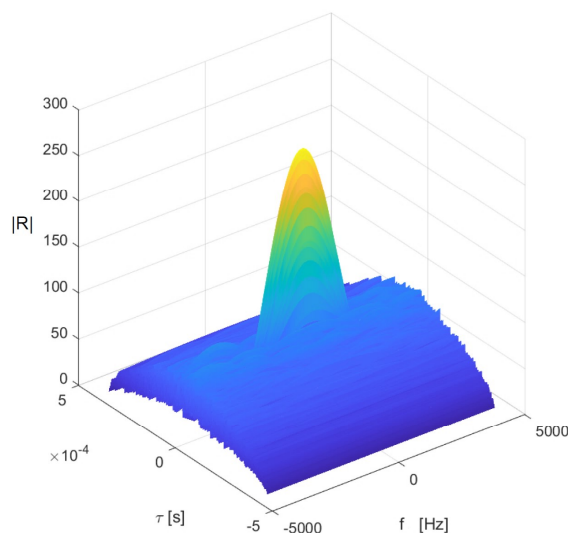
#### 3.2 Úvodní odhad - akvizice

Úvodní odhad zpoždění a frekvenčního posuvu (offsetu) získáme jako maximum věrohodnostní funkce metodou maximální věrohodnosti [4], (samotná metoda bude zmíněna dále). Věrohodnostní funkce  $l(\theta|x)$  je podobná hustotě pravděpodobnosti  $f(x|\theta)$  s tím rozdílem, že se na ni díváme jako na funkci parametru  $\theta$  s pevným vektorem pozorovaných dat  $x$ , dokonce se

věrohodnostní funkce od hustoty pravděpodobnosti liší pouze přenásobením konstantou [13]. Věrohodnostní funkce je při modelu kanálu zmíněném výše ekvivalentní kvadrátu obálky absolutní hodnoty dvoudimenzionální korelační funkce přijatého signálu a repliky [4]. Pokud korelační funkci odmocníme, maximum se nezmění. Úvodní odhady zpoždění a frekvenční odchylky se tedy určí takto:

$$\begin{aligned} (\hat{\tau}_i, \hat{f}_i) &= \operatorname{argmax}_{\hat{\tau}_i, \hat{f}_i \in \mathbb{R}} l(\hat{\tau}_i, \hat{f}_i | x) = \operatorname{argmax}_{\hat{\tau}_i, \hat{f}_i \in \mathbb{R}} (|R(\tau, f)|^2) = \\ & \operatorname{argmax}_{\hat{\tau}_i, \hat{f}_i \in \mathbb{R}} |R(\tau, f)| = \operatorname{argmax}_{\hat{\tau}_i, \hat{f}_i \in \mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} |x(t + \tau)s(\tau)| d\tau. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ukázka úvodního odhadu získaného simulací je na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Úvodní odhad

### 3.3 Odhad zpoždění a vzdálenosti

Odhad zpoždění je v této práci nejdůležitější, jelikož ze zpoždění přijatého signálu oproti vyslanému lze zjistit ze zpoždění  $\tau$  vzdálenost  $d$  ze vztahu  $d = c\tau$ . Odhad zpoždění už dostaneme z úvodního odhadu. Nyní budou zavedeny parametry vedoucí k teoretické maximální mezi přesnosti odhadu.

#### 3.3.1 Efektivní šířka pásma

Parametr, který je více vypovídající o signálu než šířka pásma, je efektivní šířka pásma (root mean square bandwidth, RMS bandwidth), která svou



definicí zahrnuje nejen samotnou šířku pásma, ale i tvar spektra (typ modulace) signálu. Definice je dána vztahem [10]

$$\beta_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df}}, \quad (3.4)$$

pro tvar bez odmocniny

$$\beta_{\text{RMS}}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df}, \quad (3.5)$$

Tento vztah lze pro konečný signál s využitím Parsevalovy věty upravit na [10]

$$\beta_{\text{RMS}}^2 = \frac{1}{4\pi E_s} \int_0^\tau \left| \frac{ds(t)}{dt} \right|^2 dt, \quad (3.6)$$

$E_s$  je energie signálu  $s(t)$ . Z tohoto tvaru je vidět, že efektivní šířka pásma je tím větší, čím jsou větší změny signálu v čase.

### ■ 3.3.2 Cramérova-Raova dolní mez (CRLB) odhadu zpoždění a vzdálenosti

Cramérova-Raova dolní mez odhadu (Cramér-Rao lower bound, CRLB) je parametr určující, jaký je nejmenší rozptyl nestranného estimátoru, neboli jaká je jeho horní hranice přesnosti.

Estimátor je nástroj (matematická funkce) pro výpočet odhadu. Nestranný estimátor je estimátor, pro který je střední hodnota odhadu rovna správné hodnotě ( $\mathbb{E}(\hat{\theta}) = \theta$ ), jinými slovy takový estimátor v průměru dává správný výsledek.

Existují i alternativní meze odhadu (např. Barankinova mez, jejíž výhodou je dle [11] to, že při nízkých hodnotách SNR se mez od měřeného skutečného rozptylu tak výrazně neodlišuje), jsou ale obvykle těžší na určení.

CRLB se pro skalární parametr  $\theta$  určí dle [12] jako

$$\text{CRLB}_{\hat{\theta}}(\theta) = \frac{1}{-\mathbb{E} \left[ \frac{\partial^2 \ln p(x|\theta)}{\partial \theta^2} \right]}, \quad (3.7)$$

kde  $\mathbb{E}$  značí střední hodnotu a  $p(x|\theta)$  hustotu pravděpodobnosti pozorovaných dat  $x$  (později budou hrát roli přijatého signálu) závislého na  $\theta$  (později zpoždění). Rozptyl nestranného estimátoru nabývá tedy těchto hodnot:

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 \geq \text{CRLB}_{\hat{\theta}}(\theta). \quad (3.8)$$

CRLB pro obecný parametr  $\theta \in \mathbb{R}^n$  je definováno jako prvky na diagonále v kovarianční matici, což je inverzní matice k Fisherově informační matici

(FIM), jejíž prvek v  $i$ -tém řádku a  $j$ -tém sloupci je tvaru

$$I_{ij} = -\mathbb{E} \left[ \frac{\partial^2 \ln p(x|\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right]. \quad (3.9)$$

CRLB se tedy určí takto:

$$\text{CRLB}_{\hat{\theta}}(\theta) = \text{diag}(\text{Cov}(\theta)) = I(\theta)^{-1}. \quad (3.10)$$

Uvažujme model signálu

$$x(t) = s(t + \tau) + w(t), \quad (3.11)$$

kde  $x(t)$  je přijatý signál,  $s(t)$  je originální vyslaný signál (též replika),  $\tau$  je odhadované zpoždění a  $w(t)$  je aditivní bílý gaussovský šum (AWGN). CRLB pro odhad zpoždění  $\tau$  má při tomto modelu signálu tvar (vztah (3.38) v [12])

$$\text{CRLB}_{\hat{\tau}} = \frac{1}{\frac{E_s}{N_0/2} \beta_{\text{RMS}}^2}, \quad (3.12)$$

kde  $E_s$  je energie signálu,  $N_0/2$  je oboustranná spektrální výkonová hustota šumu (pro kladné i záporné frekvence) a  $\beta_{\text{RMS}}$  efektivní šířka pásma. Jelikož vzdálenost se určí ze zpoždění jako  $d = c\tau$ , pouze využitím vzorce pro upravené parametry (vzorec 3.16 v [12]) dostáváme CRLB i pro odhad vzdálenosti

$$\text{CRLB}_{\hat{d}} = \frac{c^2}{\frac{E_s}{N_0/2} \beta_{\text{RMS}}^2}. \quad (3.13)$$

Z tohoto vztahu je vidět, že CRLB je nepřímě úměrné kvadrátu efektivní šířky pásma, má tedy na hodnotu CRLB podstatný vliv.

### ■ 3.3.3 Metoda maximální věrohodnosti

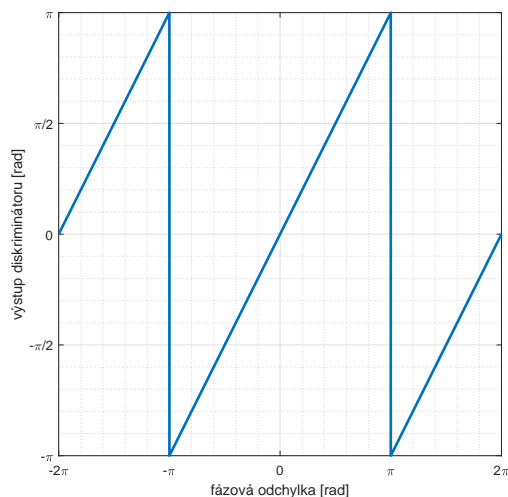
Praktický estimátor, který by dosahoval CRLB (tzv. minimum variance unbiased (MVU) estimátor), často nejde najít. Oblíbený způsob, jak v takových případech vytvořit estimátor, je pomocí metody maximální věrohodnosti [12]. Estimátory založené na této metodě jsou konzistentní, to znamená, že pro počet pozorování jdoucí do nekonečna dosahuje CRLB. V praxi bude stačit „velký“ počet pozorování, se kterým se CRLB bude téměř dosahovat.

Estimátor založený na metodě maximální věrohodnosti se určí dle následující rovnice jako maximum věrohodnostní funkce  $l(\theta|x)$ , kde  $\theta$  jsou naměřená data:

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\text{argmax}} l(\theta|x). \quad (3.14)$$

### 3.4 Odhad fáze

Fázová odchylka se určí pomocí diskriminátoru fáze. Optimální, avšak výpočetně náročný vztah pro diskriminátor fáze je  $\varphi = \text{atan2}(Q, I)$ , kde  $Q$  a  $I$  jsou kvadraturní a soufázová složka výstupu korelátoru. Funkce  $\text{atan2}(Q, I)$  vrací úhel komplexního čísla, které je určeno  $I$  a  $Q$  složkou. Využití funkce je na obrázku 3.2, kde vstupem je fázová odchylka.



Obrázek 3.2: Funkce atan2

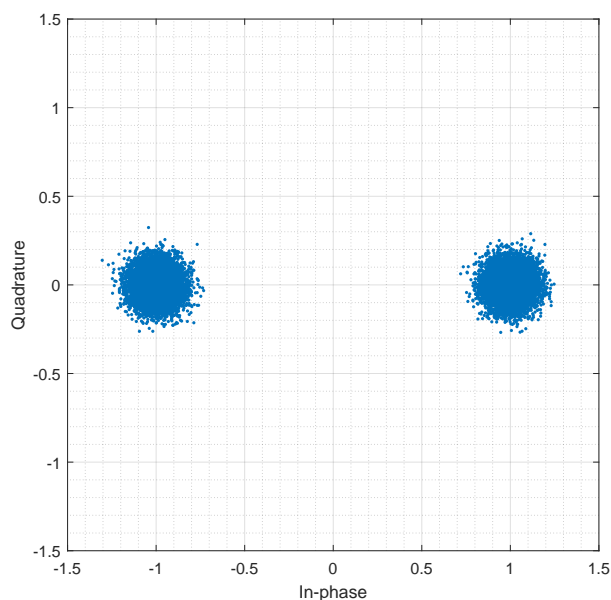
### 3.5 Odhad frekvence

Frekvence mezi vyslaným a přijatým signálem se mění jednak v důsledku Dopplerova jevu, kdy se přijímač a vysílač navzájem pohybují, a jednak kvůli tomu, že frekvence oscilátorů přijímače a vysílače nejsou zcela shodné. V našem případě Dopplerovu frekvenci zanedbáváme a uvažujeme pouze rozdílnou frekvenci vysílače a přijímače. Tento frekvenční offset se určí jako rozdíl dvou po sobě následujících fázových odchylek.

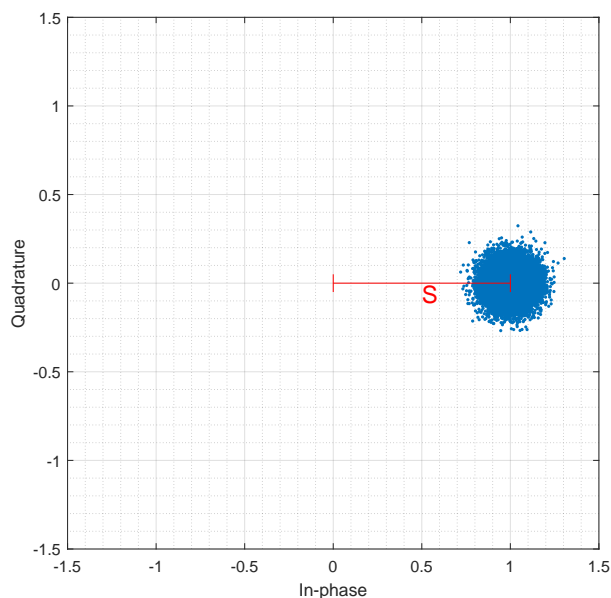
### 3.6 Odhad SNR

Odhad SNR lze provést z konstelačního diagramu přijatého signálu. Ukázán bude pouze příklad s BPSK modulací. Při BPSK modulaci lze dva stavy (viz obrázek 3.3) převést do jednoho tím, že zachováme přijaté symboly, které měly mít hodnotu 1 a z přijatých symbolů, které měly být správně v konstelačním diagramu symbolem s hodnotou -1, vezmeme jejich reálnou část s opačným znaménkem a imaginární část zachováme. Úroveň užitečného signálu  $S$  potom bude vzdálenost od nuly ke správné hodnotě stavu (viz

obrázek 3.4), úroveň šumu  $N$  bude dána vzorcem  $N = \sigma_N^2 + |\mu_N|^2 = \sigma_N^2$ , kde  $\sigma_N^2$  je rozptyl vzdálenosti symbolů od správné hodnoty stavu a  $\mu_N^2$  střední hodnota samotného šumu, která je nulová pro bílý gaussovský šum. SNR se potom vypočte jako  $\text{SNR} = S/N$ . Při simulacích a experimentálním ověření se SNR určuje alternativně tak, že se sleduje rozptyl (ve zpoždění) špičky korelační funkce.



**Obrázek 3.3:** Konstelační diagram BPSK



**Obrázek 3.4:** Upravený konstelační diagram

## Kapitola 4

### Princip rádiového přenosu

Tato kapitola se věnuje digitálním modulacím, konceptu komplexní obálky a rádiovým přijímačům.

#### 4.1 Komplexní obálka

Komplexní obálka je nízkofrekvenční reprezentace vysokofrekvenčního pásmového signálu, tedy reálného signálu, umožňující použití mnohem nižších vzorkovací frekvencí, než jaké by byly potřeba pro pásmové signály. Komplexní obálka obsahuje veškerou informaci o pásmovém signálu až na nosnou frekvenci.

Pásmový signál s nosnou frekvencí  $f_c$  a komplexním modulačním signálem  $s(t)$  má tvar

$$\begin{aligned}x(t) &= \operatorname{Re}\{s(t)e^{-j2\pi f_c t}\} = |x(t) = a(t) + j b(t)| = \\ &= \operatorname{Re}\{[a(t) + j b(t)] e^{-j2\pi f_c t}\} = \\ \operatorname{Re}\{[a(t) + j b(t)] [\cos(-2\pi f_c t) + j \sin(-2\pi f_c t)]\} &= \\ \operatorname{Re}\{[a(t) + j b(t)] [\cos(2\pi f_c t) - j \sin(2\pi f_c t)]\} &= \quad (4.1) \\ \operatorname{Re}\{a(t) \cos(2\pi f_c t) + b(t) \sin(2\pi f_c t) + \\ + j [b(t) \cos(2\pi f_c t) - a(t) \sin(2\pi f_c t)]\} &= \\ a(t) \cos(2\pi f_c t) + b(t) \sin(2\pi f_c t).\end{aligned}$$

V přijímači se pásmový signál rozloží na dvě složky, soufázovou I a kvadraturní Q. I a Q složky se vytvoří z komplexní obálky vynásobením  $\cos(j2\pi f_c t)$ , resp.  $\sin(j2\pi f_c t)$ , a následným vyfiltrováním dolní propustí (DP).

Soufázová složka potom odpovídá

$$\begin{aligned}
 I(t) &= x(t) \cos(j2\pi f_c t) = \\
 &[a(t) \cos(2\pi f_c t) + b(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(j2\pi f_c t) = \\
 &a(t) \cos^2(2\pi f_c t) + b(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) = \\
 &a(t) \frac{1 + \cos(4\pi f_c t)}{2} + b(t) \frac{\sin(4\pi f_c t)}{2} = \\
 &|\text{filtrace DP}| = \frac{a(t)}{2} \sim a(t)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

a je tedy úměrná reálné části signálu  $s(t)$ .

Kvadraturní složka odpovídá

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= x(t) \sin(j2\pi f_c t) = \\
 &[a(t) \cos(2\pi f_c t) + b(t) \sin(2\pi f_c t)] \sin(j2\pi f_c t) = \\
 &a(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) + b(t) \sin^2(2\pi f_c t) = \\
 &a(t) \frac{\sin(4\pi f_c t)}{2} + b(t) \frac{1 - \cos(4\pi f_c t)}{2} = \\
 &|\text{filtrace DP}| = \frac{b(t)}{2} \sim b(t).
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

a je úměrná imaginární části signálu  $s(t)$ .

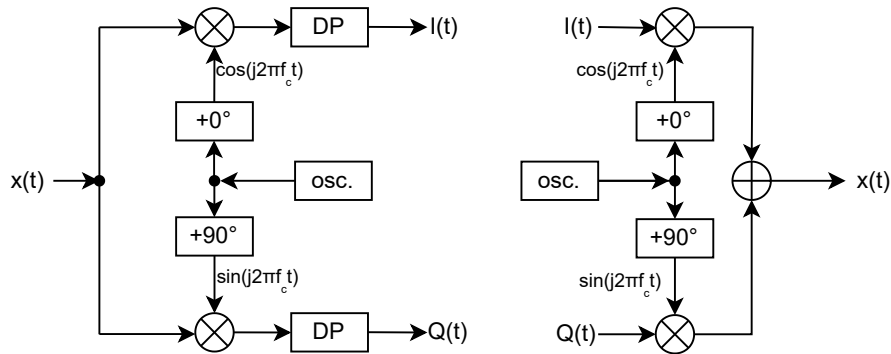
Komplexní obálka je dána součtem soufázové a kvadraturní složky:

$$\tilde{s}(t) = I(t) + jQ(t) = a(t) + jb(t). \tag{4.4}$$

Pokud se naopak signál vysílá, nejprve se soufázová složka vynásobí  $\cos(j2\pi f_c t)$  a kvadraturní složka  $\sin(j2\pi f_c t)$  a následně se tyto části sečtou a vznikne signál  $x(t)$ :

$$a(t) \cos(j2\pi f_c t) + b(t) \sin(j2\pi f_c t) = x(t). \tag{4.5}$$

Obrázek 4.1 vlevo znázorňuje získání soufázové a kvadraturní složky z pásmového signálu (odpovídá vztahům 4.2 a 4.3) a vpravo naopak generování pásmového signálu ze soufázové a kvadraturní složky (vztah 4.5).



**Obrázek 4.1:** Pásmový signál a I a Q složky

## 4.2 Digitální modulace

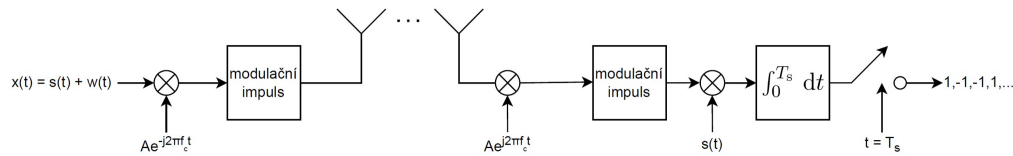
Při digitální modulaci se symboly vybírají z omezené množiny symbolů. Modulovaný signál lineární digitální modulace má tvar [17]

$$s(t) = \sum_n d_n h(t - nT_s) = d_n * h(t), \quad (4.6)$$

kde  $d_n$  jsou datové symboly a  $h(t - nT_s)$  modulační impuls - ten bude rozebrán v další části. Počet symbolů je typicky mocninou dvou.

Na obrázku 4.2 je nakresleno blokové schéma rádiového spoje s korelativním přijímačem. V korelativním přijímači se provádí korelace mezi přijatým signálem a replikou signálu a tento výsledek se vzorkuje s periodou  $T_s = 1/f_s$ , kde  $f_s$  je vzorkovací kmitočet. Ekvivalentní výstup lze dostat kromě korelativního přijímače přizpůsobenou filtrací [14], v takovém případě je filtrem replika. Níže jsou ukázky výpočtu korelací oběma způsoby v Matlabu:

```
R = abs(xcorr(signal, replika));
R = abs(filter(flipud(replika), 1, signal));
```



Obrázek 4.2: Rádiový přenos s naznačením přizpůsobené filtrace

### 4.2.1 Modulační impuls

Modulační impuls ovlivňuje výsledný tvar spektra signálu. Pokud jsou data pseudonáhodná, jejich spektrum je konstantní a spektrum modulovaného signálu je potom určeno pouze modulačním impulsem, viz konvoluční věta:

$$S(f) = \mathcal{F}[s(t)](f) = \mathcal{F}\left[\sum_n d_n h(t - nT_s)\right](f) = D_n(f)H(f). \quad (4.7)$$

Dva v praktických aplikacích nejpoužívanější [17] modulační impulsy jsou obdélníkový (REC) a root-raised cosine (RRC).

Tvar REC impulsu je dán impulsní odezvou

$$h_{\text{REC}}(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_i}\right) = \mathbb{1}\left(t + \frac{T_i}{2}\right) - \mathbb{1}\left(t - \frac{T_i}{2}\right) = \begin{cases} 0, & |t| \geq \frac{T_i}{2} \\ \frac{1}{2}, & |t| = \frac{T_i}{2} \\ 1, & |t| < \frac{T_i}{2} \end{cases}, \quad (4.8)$$

kde  $\mathbb{1}(t)$  je Heavisidova funkce (jednotkový skok) a  $T_i$  délka impulsu. Prakticky však filtr s takovouto impulsní odezvou kvůli nekonečně strmým hranám nejde vytvořit, hrany impulsu tak v reálném případě mají konečnou strmost.

Obdélníkový impuls má ovšem nekonečné spektrum dané Fourierovou transformací impulsu

$$H_{\text{REC}}(f) = \mathcal{F}[h_{\text{REC}}(t)](f) = T_i \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i} = T_i \text{sinc}(f T_i), \quad (4.9)$$

které se tlumí pouze s hodnotou  $T_i/f$ .

Aby byl signál vysílatelný, je nutné omezit šířku pásma modulačního signálu. To zajišťují impulsy typu root-raised cosine, resp. raised cosine (RC). Mezi frekvenčními charakteristikami RRC a RC impulsů platí vztah

$$H_{\text{RRC}}(f) = \sqrt{H_{\text{RC}}(f)}. \quad (4.10)$$

Pro přizpůsobenou filtraci je potřeba, aby filtry - modulační impulsy - byly na straně vysílače i přijímače stejné. Signál tedy projde oběma impulsy, na straně vysílače i přijímače je aplikován modulační impuls RRC. Výsledná odezva dvou RRC impulsů je dána jejich konvolucí, čímž vzniká právě RC impuls:

$$\begin{aligned} h &= h_{\text{RRC}} * h_{\text{RRC}} = H_{\text{RRC}}(f) H_{\text{RRC}}(f) = \\ &= \sqrt{H_{\text{RC}}(f)} \sqrt{H_{\text{RC}}(f)} = H_{\text{RC}}(f). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Frekvenční charakteristika RC impulsu je definována takto [15]:

$$H_{\text{RC}}(f) = \begin{cases} T_i, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_i} \\ \frac{T_i}{2} \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{\pi T_i}{\beta} \left( |f| - \frac{1-\beta}{2T_i} \right) \right] \right\}, & \frac{1-\beta}{2T_i} < |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_i} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\beta}{2T_i} \end{cases}, \quad (4.12)$$

kde  $\beta \in [0, 1]$  je tzv. „roll-off factor“ určující strmost hran impulsu. Někdy (např. v [17]) je uváděn zápis v upravené formě, kdy se využije identity  $\cos^2(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1+\cos(\alpha)}{2}$ :

$$H_{\text{RC}}(f) = \begin{cases} T_i, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_i} \\ T_i \cos^2 \left[ \frac{\pi T_i}{2\beta} \left( |f| - \frac{1-\beta}{2T_i} \right) \right], & \frac{1-\beta}{2T_i} < |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_i} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\beta}{2T_i} \end{cases}. \quad (4.13)$$

Frekvenční charakteristika RRC impulsu je odmocninou frekvenční charakteristiky impulsu RC (rovnice 4.10):

$$H_{\text{RRC}}(f) = \begin{cases} \sqrt{T_i}, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_i} \\ \sqrt{T_i} \cos \left[ \frac{\pi T_i}{2\beta} \left( |f| - \frac{1-\beta}{2T_i} \right) \right], & \frac{1-\beta}{2T_i} < |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_i} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\beta}{2T_i} \end{cases}. \quad (4.14)$$

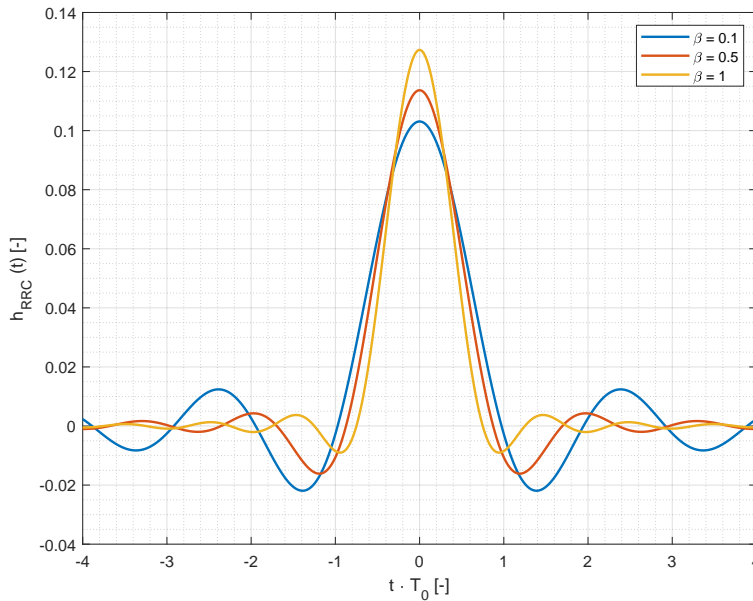


Impulsní odezvu RRC impulsu získáme inverzní Fourierovou transformací jeho frekvenční charakteristiky (vztah převzatý z [18]):

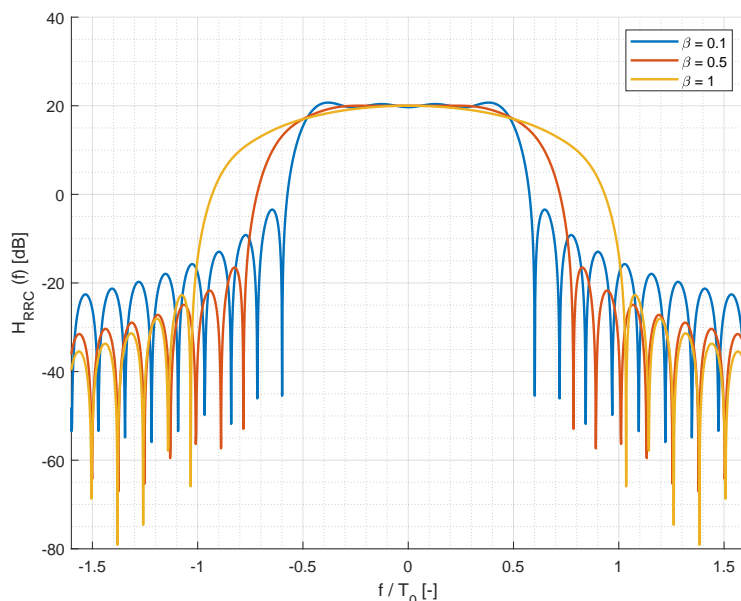
$$h_{RRC}(t) = \mathcal{F}^{-1}[H_{RRC}(f)](t) = \quad (4.15)$$

$$= \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{\pi t(1-\beta)}{T_i}\right) + \frac{4\beta t}{T_i} \cos\left(\frac{\pi t(1+\beta)}{T_i}\right)}{\frac{\pi t}{T_i} \left[1 - \left(\frac{4\beta t}{T_i}\right)^2\right]}, & t \in \mathbb{R} \setminus \{0, \pm \frac{T_i}{4\beta}\} \\ 1 - \beta + \frac{4\beta}{\pi}, & t = 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left[ \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) \right], & t = \pm \frac{T_i}{4\beta} \end{cases} \quad (4.16)$$

Body 0 a  $\pm \frac{T_i}{4\beta}$  se musí vyčlenit kvůli tomu, že v těchto bodech by se dělilo nulou. Impuls RRC je teoreticky nekonečně dlouhý, v praktických aplikacích se vždy uvažuje jeho aproximace (např. FIR filtrem). Na obrázku 4.3 jsou vykresleny modulační impulsy RRC pro tři koeficienty  $\beta$ . Spektra impulsu RRC jsou na obrázku 4.4. Při simulacích i experimentálním ověření byl použit koeficient  $\beta = 0,5$ .



**Obrázek 4.3:** Impulsy RRC pro různé hodnoty koeficientu  $\beta$



**Obrázek 4.4:** Spektra impulsů RRC pro různé hodnoty koeficientu  $\beta$

#### 4.2.2 BPSK

BPSK (binary phase-shift keying, binární fázové klíčování) je nejjednodušší typ digitální fázové modulace, kdy existují pouze dva stavy modulace (symboly), např. 1 a -1. Každý symbol odpovídá jednomu bitu, bitová rychlost je tedy stejná jako symbolová rychlost. Nevýhodou nízké přenosové rychlosti ovšem vyvažuje menší náchylnost na šum.

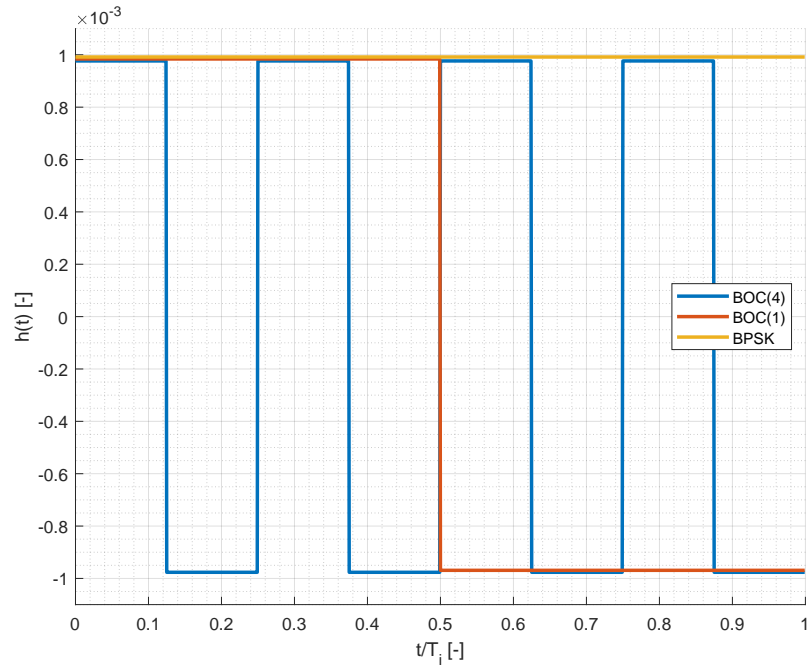
#### 4.2.3 BOC

Modulace BOC (binary offset carrier) se liší oproti BPSK tím, že se hlavní lalok spektra rozděluje na dva laloky - přidá se tzv. digitální subnosná vlna, čímž se dosáhne větší efektivní šířky pásma [4]. Vztah pro BOC lze získat ze vztahu pro BPSK jen úpravou modulačního impulsu, který má dle [16] tvar

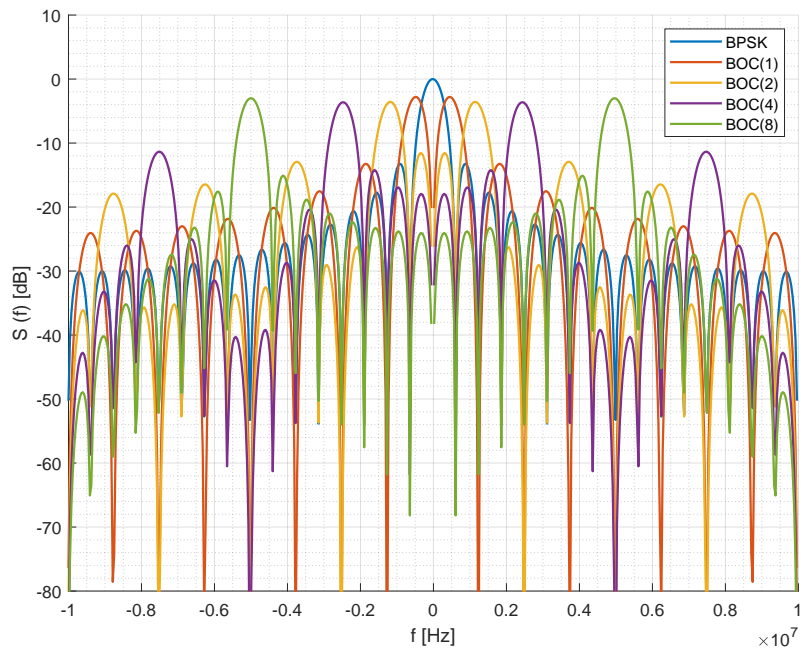
$$h(t) = \text{sign}(\sin(2\pi f_{sc} t)), \quad (4.17)$$

kde  $f_{sc}$  je frekvence subnosné vlny. Modulační impuls je tak podobný Manchester kódu. Pokud je perioda subnosné vlny  $T_{sc} = \frac{1}{f_{sc}}$  a délka modulačního impulsu  $T_i$ , číslo  $n = \frac{T_i}{T_{sc}}$  určuje počet period subnosné vlny v délce modulačního impulsu a modulaci značíme BOC( $n$ ). Na obrázku 4.5 jsou ukázky modulačních impulsů BPSK a BOC (pro  $n = 1$  a 4) a na obrázku 4.6 jsou srovnána spektra BPSK a BOC (pro  $n = 1, 2, 4, 8$ ) modulovaných signálů. Modulace BOC se využívá v systémech GPS, Galileo a IRNSS. Modulací

BOC se dosahuje větší efektivní šířky pásma, ale zhoršuje se ostrost vrcholu korelační funkce.



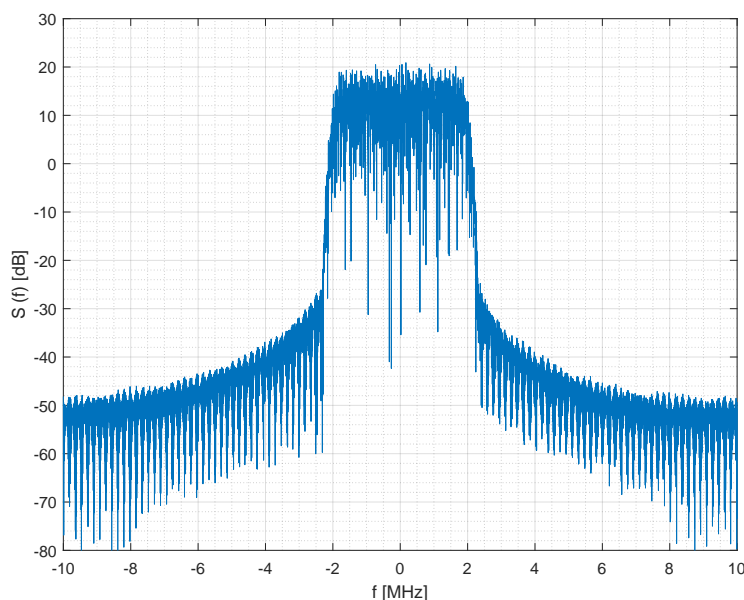
**Obrázek 4.5:** Modulační impulsy pro BPSK a BOC



**Obrázek 4.6:** Porovnání spekter BPSK a BOC

#### 4.2.4 OFDM

OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing, ortogonální multiplex s frekvenčním dělením) je nejen typ modulační, nýbrž i technika multiplexování (sdružení více signálů do jednoho) a vícenásobného přístupu. Na rozdíl od BPSK používá OFDM více nosných frekvencí proto se řadí mezi modulační s více nosnými (multicarrier modulation). Ortogonalita z názvu multiplexu znamená, že jednotlivé nosné mají nulovou vzájemnou energii, tedy že se navzájem neovlivňují, maximum každé nosné se totiž překrývá s minimy ostatních. Výhodou OFDM je velká spektrální účinnost, jelikož spektrum je díky mnoha úzkopásmovým nosným téměř obdélníkové. Na obrázku 4.7 je ukázáno spektrum OFDM signálu o šířce pásma 4 MHz. OFDM se využívá ve WiFi, LTE, DVB-T/T2 atd., přičemž počet nosných je pro každou aplikaci různý, např. WiFi používá desítky nosných, DVB-T2 i desetitisíce.



Obrázek 4.7: Spektrum OFDM

OFDM signál je určen tak, že jednotlivé symboly jsou koeficienty spektra pro jednotlivé nosné, signál v čase tak získáme inverzní Fourierovou transformací:

$$s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} d_n e^{j2\pi \Delta f_c n t}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1, \quad (4.18)$$

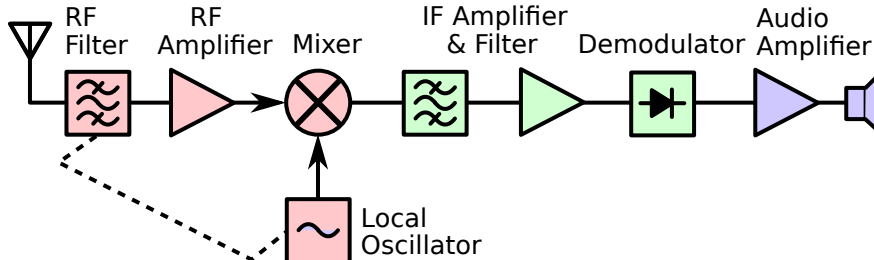
kde  $n$  je index nosné,  $N$  je celkový počet nosných,  $d_n$  je  $n$ -tý symbol,  $\Delta f_c$  je odstup nosných.

## 4.3 Rádiový přijímač

V této kapitole budou popsány principy superheterodynního a homodynního přijímače, jejich výhody a nevýhody.

### 4.3.1 Superheterodynní přijímač

Na principu superheterodynního přijímače (superhetu) je založena naprostá většina rádiových přijímačů. Slovo heterodynní je složeno z řeckých slov a znamená „vytvořený rozdílem“, myšleno frekvenčním rozdílem. Funguje tak, že se přijímaný signál směšuje s frekvencí lokálního oscilátoru, která se mění v závislosti na požadované frekvenci přijímaného signálu, a následně je signál na mezifrekvenci filtrován pevným filtrem, který díky tomu, že mezifrekvence je stále stejná (mění se jen kmitočet oscilátoru), může mít výborné vlastnosti, tj. velká strmost frekvenční charakteristiky, a tím pádem vysoká selektivita. Typické mezifrekvence jsou  $f_{IF-FM} = 10,7$  MHz pro přijímač FM signálu a  $f_{IF-AM} = 455$  kHz pro přijímač AM signálu. Blokové schéma je na obrázku 4.8. Tato konstrukce má kromě mnoha výhod i nevýhody. Tou největší je zrcadlový příjem, tedy příjem frekvencí, které jsou od frekvence lokálního oscilátoru vzdálené stejně jako přijímaný signál. To se řeší vícenásobným směšováním nebo preselektorem.



Obrázek 4.8: Blokové schéma superheterodynního přijímače [19]

### 4.3.2 Homodynní přijímač

Homodynní přijímač se od superheterodynního liší tím, že má nulovou mezifrekvenci. Nazývá se také jako přijímač s přímou konverzí do základního pásma. V homodynním přijímači tedy musí být frekvence lokálního oscilátoru blízká nosné frekvenci přijímaného signálu. Díky tomu odpadá problém se zrcadlovým příjmem, na druhou stranu stejnosměrná složka ruší přijímaný signál, protože odpovídá nosné frekvenci. Také je potřeba velmi kvalitní oscilátor, který má stabilní frekvenci a malý šum. Přijímač tohoto typu byl použit při experimentálním ověření (viz dále).

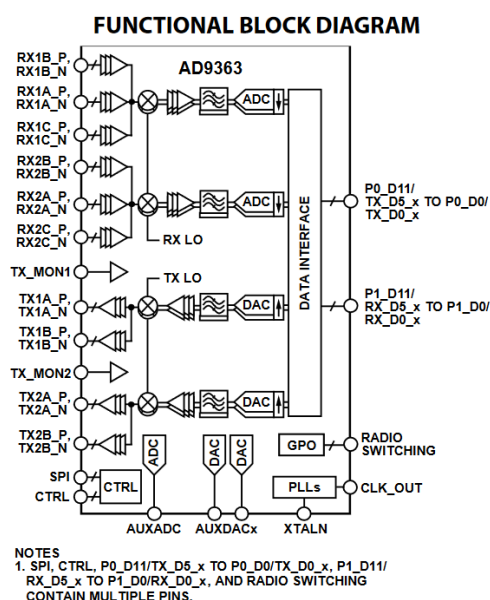
### 4.3.3 SDR

Softwarově definované rádio (Software-defined radio, SDR) je rádiové zařízení, v němž se zpracování signálu odehrává číslicově. Množství analogových obvodů je redukováno na minimum, ideálně pouze analogově-digitální převodník (ADC) pro přijímací část a na digitálně-analogový převodník pro vysílací část. Reálně je ovšem ještě třeba přidat před ADC směšovač pro konverzi do nižších kmitočtových pásem proto, aby ADC mohl následně signál zpracovat (tedy aby frekvence signálu nebyla pro ADC příliš vysoká), a rovněž je potřeba přidat směšovač za DAC. Poslední nutnou analogovou částí budou zesilovače. Zbytek zpracování je záležitostí programovatelných obvodů.

Výhodami těchto zařízení jsou nízká cena díky tomu, že se nemusí používat mnoho analogových filtrů, snadné přeladování, malé rozměry, malá hmotnost a nízká energetická spotřeba. Dále odpadají problémy např. s časovou a teplotní stabilitou a citlivostí na elektromagnetická rušení. [14]

### ADALM-PLUTO

V rámci experimentální části práce bylo použito SDR ADALM-PLUTO od firmy Analog devices. Toto zařízení je založeno na transceiveru AD9363 a na FPGA Xilinx® Zynq Z-7010. Transceiver AD9363 (blokové schéma na obrázku 4.9) umožňuje vysílání a příjem ve frekvenčním rozsahu 325 MHz až 3,8 GHz, maximální vzorkovací frekvence je 20 MHz a obsahuje 12bitové sigma-delta ADC a 12bitové DAC. Šumové číslo (Noise Figure, NF) přijímací části je 2,5 dB a bod zahrazení intermodulačních produktů 3. řádu (third-order intermodulation intercept point, IIP3) je -18 dBm (obojí pro frekvenci 800 MHz) [20].



Obrázek 4.9: Blokové schéma transceiveru AD9363

# Kapitola 5

## Simulace a výpočty

V této kapitole se budeme věnovat simulaci signálů v prostředí Matlab a porovnání odhadů vzdálenosti získaných simulací s teoretickým limitem přesnosti odhadu vzdálenosti vycházejícím z CRLB pro jednotlivé typy dálkoměrných signálů.

### 5.1 Metodika

Pro simulace, výpočty i pro následné experimentální ověření byly vytvořeny skripty v Matlabu. Následuje stručný popis funkcí skriptů. Při simulaci se vychází z modelu kanálu. Nejprve se vytvoří signály s danými parametry (vzorkovací frekvence, chipová rychlost (chip rate), modulační impuls atd.), převzorkují se, následně se k nim uměle přidá bílý gaussovský šum podle zadaného SNR a nakonec se zpracují, jako kdyby byly přijaté reálné signály. Výsledky se porovnájí s výpočty CRLB provedenými dle vztahů 3.13 a 3.4.

Chipová rychlost  $f_{\text{chip}}$  je rychlost pulsů pseudonáhodné posloupnosti. Pro MLS je ekvivalentní symbolové i bitové rychlosti. Chipové rychlosti volíme 12,5 kchip/s, 125 kchip/s, 1,25 Mchip/s a 4 Mchip/s. Důvodem pro takové hodnoty je kanálová rozteč pro signály v pásmu pro PMR (12,5 kchip/s [21]) a její násobky, protože toto pásmo by mohlo být v praxi využitelné. Hodnotu 4 Mchip/s volíme kvůli šířce pásma DVB-T/T2 kanálu, která je 8 MHz.

Vzorkovací frekvence  $f_s$  je 20 MHz u signálů s nižší chipovou rychlostí (12,5 kchip/s a 125 kchip/s), protože taková je i maximální vzorkovací frekvence použitého SDR ADALM-PLUTO, a 200 MHz u signálů s vyšší chipovou rychlostí (1,25 Mchip/s a 4 Mchip/s) pro účely simulace.

Nejzásadnějším výsledkem bude průběh směrodatné odchylky odhadu vzdálenosti. Odhad vzdálenosti se určuje vždy jako index vzorku korelační funkce přijatého signálu s replikou, který má největší hodnotu modulu korelační funkce (odpovídá rovnici 3.3. Směrodatná odchylka se potom počítá z vektoru indexů vrcholů korelačních funkcí. Směrodatná odchylka byla zvolena místo

rozptylu přímo vycházejícího z CRLB proto, že přímo dává informaci o tom, o kolik se špička průměrně odchyluje v metrech (rozptyl má jednotku  $\text{m}^2$ ).

U všech typů signálů s výjimkou těch s nejnižší chipovou rychlostí 12,5 kchip/s je simulován signál o 100 periodách (u signálů s  $f_{\text{chip}} = 12,5$  kchip/s se simuluje pouze 10 period) a s krokem SNR 0,5 dB. Tyto hodnoty byly zvoleny jako kompromis mezi dobou trvání simulace a dostatkem dat, ze kterých lze statistiky určovat.

V tabulce 5.1 je souhrn všech kombinací signálů.

**Tabulka 5.1:** Tabulka kombinací používaných signálů

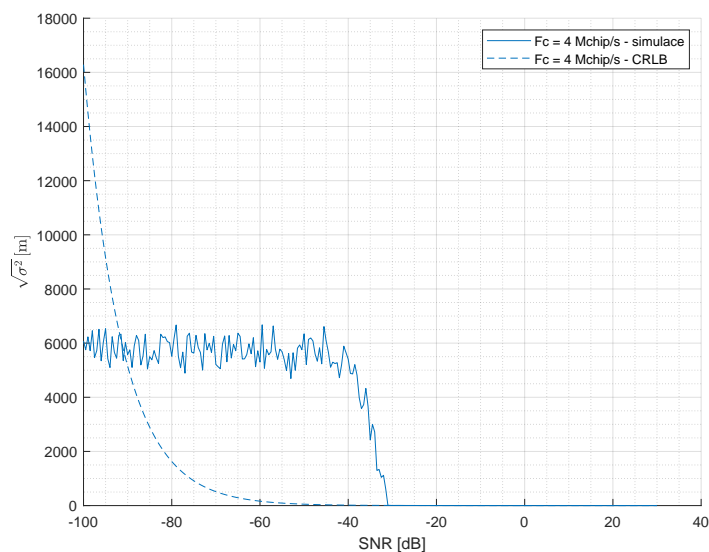
posloupnost	modulace	modulační impuls	chipová rychlost [kchip/s]
binární: MLS	BPSK	REC	12,5; 125; 1 250; 4 000
		RRC	
	BOC	REC	
	OFDM	RRC	
nebinární: FZC	x*	x*	

\* posloupnost FZC je již signál v základním pásmu

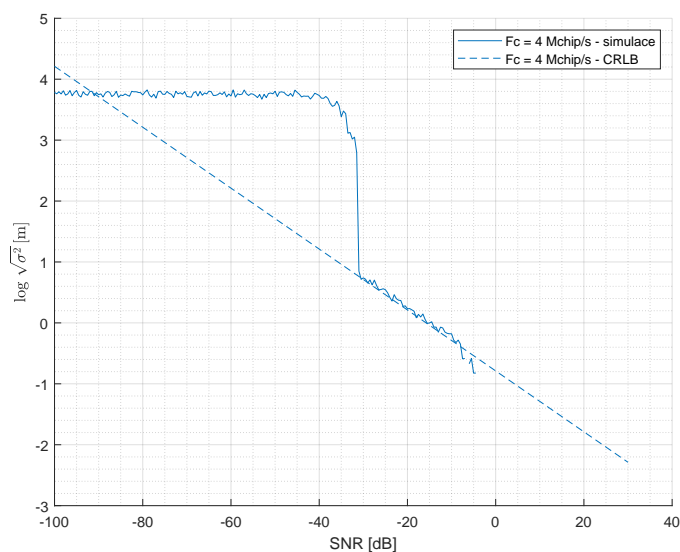
Nejprve je na obrázku 5.1 porovnána směrodatná odchylka odhadu vzdálenosti ve velkém rozpětí SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a s  $f_{\text{chip}} = 4$  Mchip/s.

Pro nízká SNR je nepřesnost simulace dána omezenou délkou period simulovaných signálů. Špička signálu se již nedetekuje, přítomen je efektivně pouze šum a směrodatná odchylka už pro tento počet period dosahuje maximální hodnoty, v tomto případě zhruba 6 000 m. U simulace zhruba od SNR -40 dB do -30 dB vidíme strmý pokles odchylky, který u CRLB nastává již pro nižší SNR. To je dáno hodnotou kódového zisku, MLS má omezenou délku - zde má délku 511. Pro SNR větší než -30 dB křivky v grafu splývají, proto bude názornější logaritmické měřítko, které dokáže zobrazit velký dynamický rozsah hodnot, viz obrázek 5.2.





**Obrázek 5.1:** Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s v širokém rozsahu SNR



**Obrázek 5.2:** Závislost logaritmu směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s v širokém rozsahu SNR

Nyní je vidět i oblast, která byla v minulém grafu skrytá. V oblasti od  $\text{SNR} = -30$  dB do  $-10$  dB mají křivky simulace i CRLB stejný sklon. Při SNR větší než  $-10$  dB se začíná projevovat maximální rozlišovací schopnost simulace, pro vyšší hodnoty SNR už je dokonce odchytka v simulaci nulová, (tedy hodnoty  $-\infty$  nejsou už zobrazeny). Vzdálenost dvou sousedních vzorků

při  $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$  je  $c/f_s = (3 \cdot 10^8)/(200 \cdot 10^6) = 1,5 \text{ m}$ . Maximální rozlišovací schopnost lze určit tak, že 99 period má špičku korelační funkce na jednom indexu a 1 perioda ji má na sousedním indexu. Směrodatná odchylka a tedy i maximální rozlišovací schopnost potom bude  $0,15 \text{ m}$ . Simulace tak nemůže držet spojitý krok jako CRLB, nýbrž po nule je minimální hodnota směrodatné odchylky  $0,15 \text{ m}$ .

V praxi budeme dosahovat hodnot SNR dle následujícího orientačního výpočtu. Vysílaný výkon je  $P_{\text{Tx}} = 20 \text{ dBm}$ . Útlum volným prostorem na vzdálenost  $100 \text{ m}$  pro frekvenci  $400 \text{ MHz}$  je

$$\text{FSL}_{\text{dB}} = 10 \log \left[ \left( \frac{4\pi df}{c} \right)^2 \right] = 20 \log \frac{4\pi \cdot 100 \cdot 400 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} \doteq 64,5 \text{ dB}. \quad (5.1)$$

Dále je třeba zahrnout útlum průchodem stěnami budov. Ten je složité určit, neboť v literatuře se v modelech často počítá s jinými frekvencemi (např.  $2,4 \text{ GHz}$ ), než jaké jsou v této práci využity, nebo se uvádí jen útlum jednou stěnou. Jako referenční hodnotu jsme stanovili  $L_{\text{dB}} = 60 \text{ dB}$ . Přijatý výkon  $P_{\text{Rx}}$  je

$$P_{\text{Rx}} = P_{\text{Tx}} - \text{FSL}_{\text{dB}} - L_{\text{dB}} = (20 - 64,5 - 60) \text{ dB} = -104,5 \text{ dB}. \quad (5.2)$$

SNR potom bude

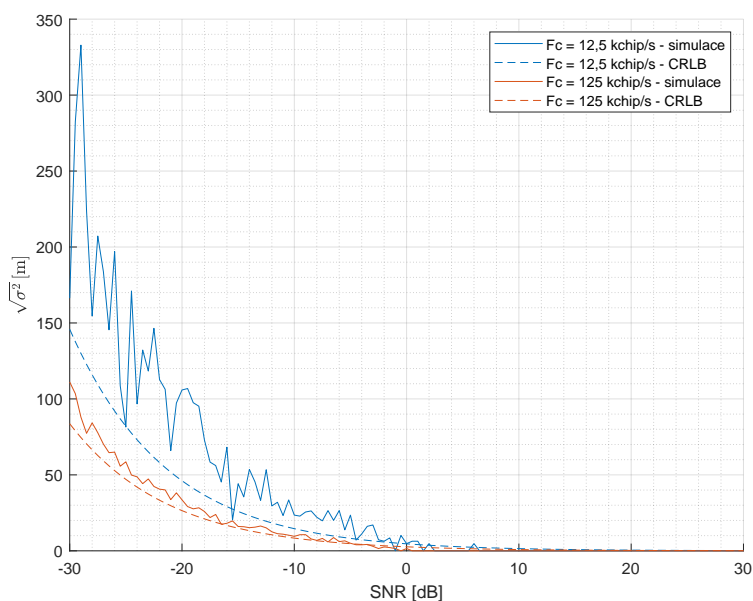
$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{dB}} &= P_{\text{RxdB}} - P_{\text{ndB}} = (P_{\text{Rx}} - (k_{\text{B}}T_0B)) = \\ &= \left[ -104,5 - 20 \cdot \log \left( 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 20 \cdot 10^6 \right) \right] \text{ dB} = \\ &= (-104,5 - (-131)) \text{ dB} = 26,5 \text{ dB}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

kde  $P_{\text{ndB}}$  je výkon šumu v dB,  $k_{\text{B}}$  je Boltzmannova konstanta,  $T_0$  ekvivalentní šumová teplota a  $B$  je šířka pásma.

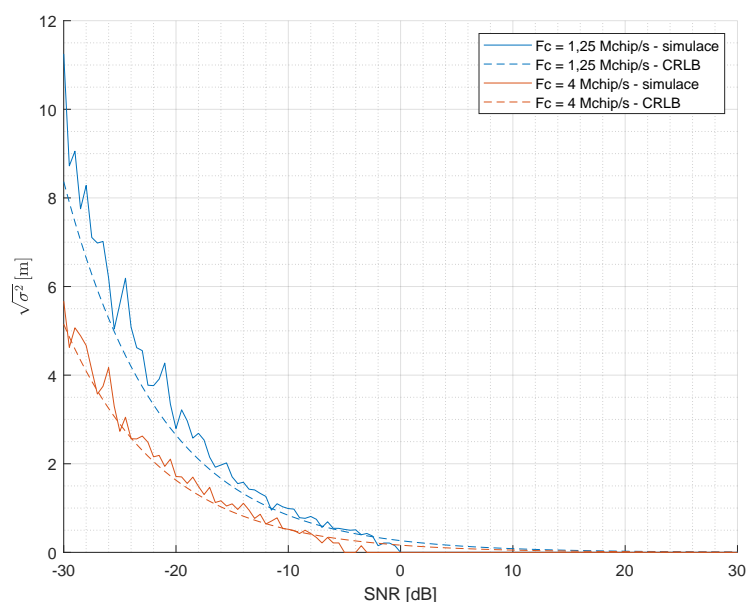
Dále se omezíme pouze na interval SNR od  $-30$  do  $30 \text{ dB}$ .

## 5.2 RRC

Níže je srovnána směrodatná odchylka signálu MLS modulovaného BPSK s modulačním impulsem RRC pro jednotlivé chipové rychlosti. Na obrázku 5.3 jsou vykresleny odchylky pro  $f_{\text{chip}} 12,5 \text{ kchip/s}$  a  $125 \text{ kchip/s}$ , na dalším obrázku 5.4 pro  $1,25 \text{ Mchip/s}$  a  $4 \text{ Mchip/s}$ .



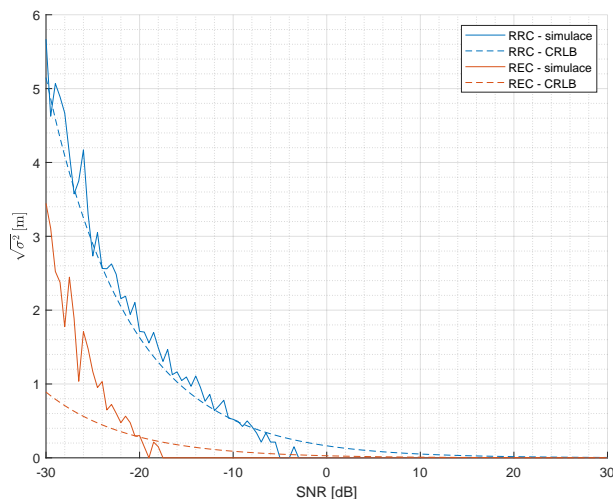
**Obrázek 5.3:** Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a  $f_{\text{chip}}$  12,5 kchip/s a 125 kchip/s



**Obrázek 5.4:** Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál MLS modulovaný BPSK s modulačním impulsem RRC a  $f_{\text{chip}}$  1,25 Mchip/s a 4 Mchip/s

### 5.3 Srovnání REC a RRC

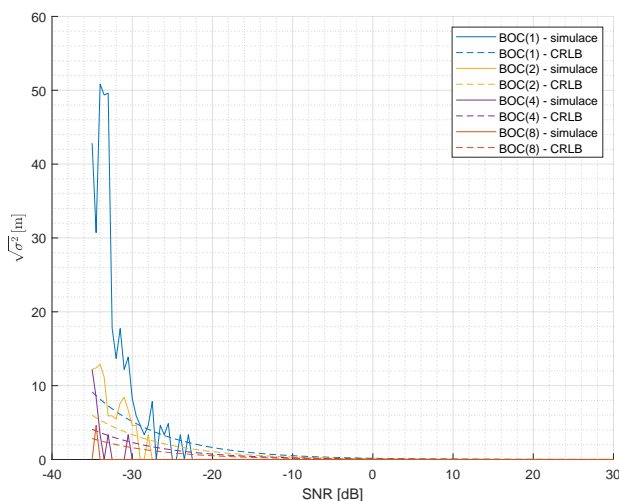
Na obrázku 5.5 jsou porovnány signály s modulačními impulsy RRC a REC. Větší odchylky vykazuje impuls RRC, protože signál je díky němu omezený ve frekvenci.



**Obrázek 5.5:** Závislost směrodatné odchylky odhadu vzdálenosti na SNR pro modulační impulsy RRC a REC

### 5.4 BOC

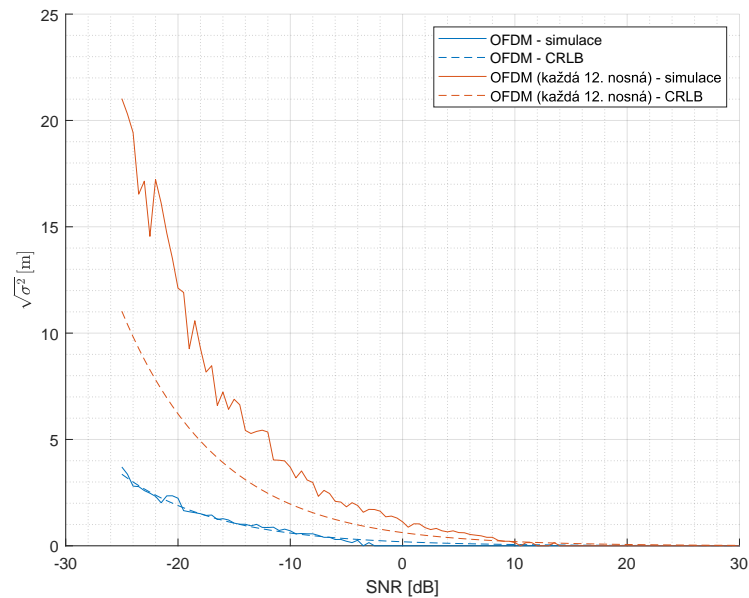
Na obrázku 5.6 jsou vykresleny směrodatné odchylky pro modulaci BOC. Signály modulované BOC s vyšší frekvencí subnosné vlny vykazují díky větší efektivní šířce pásma menší odchylky.



**Obrázek 5.6:** Závislost směrodatné odchylky odhadu vzdálenosti na SNR pro modulaci BOC s různými frekvencemi subnosné vlny

## 5.5 OFDM

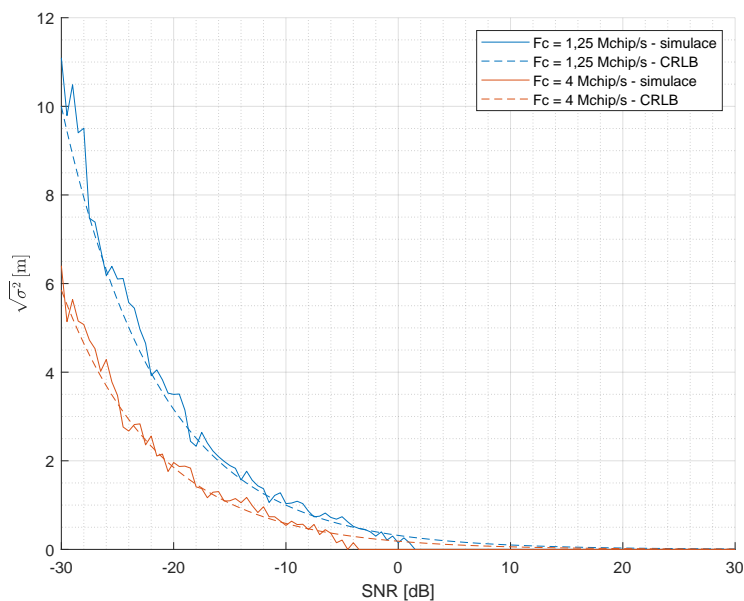
Na obrázku 5.7 jsou vykresleny směrodatné odchyly pro signály OFDM. U prvního se využívá každá nosná, u druhého každá dvanáctá stejně jako u DVB-T/T2, kde je každá dvanáctá nosná synchronizační. Pokud se využívá k odhadu vzdálenosti pouze každá 12. nosná, odhady jsou očekávatelně horší.



**Obrázek 5.7:** Závislost směrodatné odchyly odhadu vzdálenosti na SNR pro signály OFDM při  $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$

## 5.6 FZC

Posledním analyzovaným signálem byl signál založený na posloupnosti FZC viz obrázek 5.8. Výsledky vycházejí téměř stejně jako u signálů MLS s modulačním impulsem RRC (s odpovídajícími chip raty)



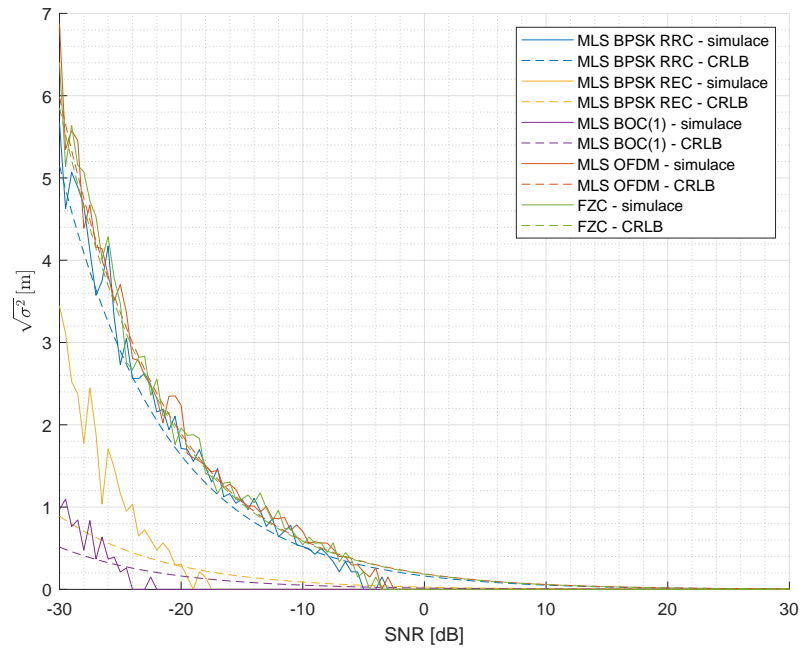
**Obrázek 5.8:** Závislost směrodatné odchylky odhadu vzdálenosti na SNR pro signál FZC s  $f_{\text{chip}}$  1,25 Mchip/s a 4 Mchip/s

## 5.7 Srovnání všech typů signálů

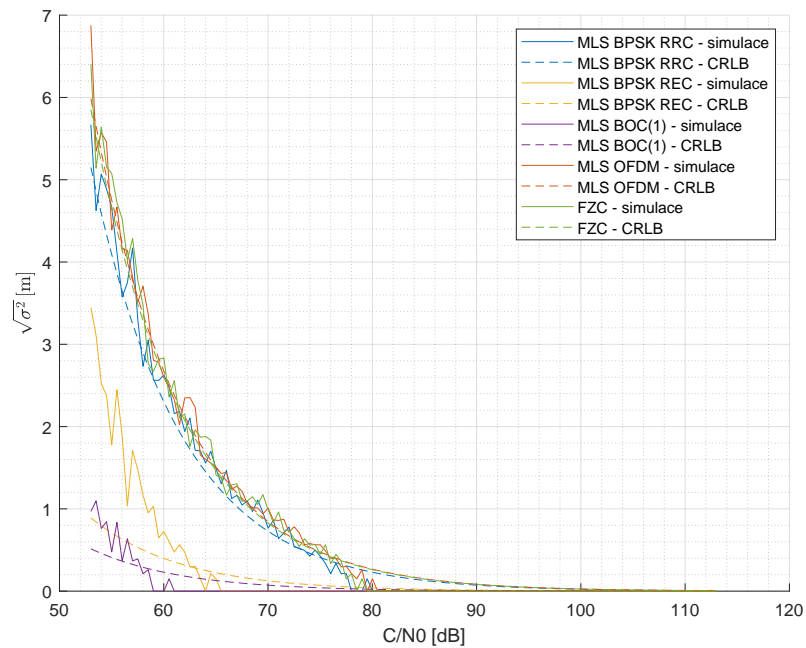
Nakonec je na obrázku 5.9 srovnán výsledek všech typů signálů při  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s. Z tohoto bylo zjištěno, že pro kvalitu odhadu vzdálenosti není určující typ signálu, záleží především na efektivní šířce pásma, kterou ovlivňuje zejména hodnota chipové rychlosti. Někdy je výhodnější použít místo SNR parametr  $C/N_0$  - poměr výkonu nosné vlny ku spektrální výkonové hustotě šumu, vypočítá se ze SNR (v jednotkách dB) jako

$$C/N_0 = \text{SNR} + 10 \log(B) = \text{SNR} + 10 \log(f_s). \quad (5.4)$$

Obrázek 5.10 se tak liší od obrázku 5.9 jen jinými hodnotami na vodorovné ose.



**Obrázek 5.9:** Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na SNR pro všechny typy signálů při  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s



**Obrázek 5.10:** Závislost směrodatné odchytky odhadu vzdálenosti na  $C/N_0$  pro všechny typy signálů při  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s





## Kapitola 6

### Experimentální ověření

Tato kapitola se zabývá experimentálním ověřením výsledků simulací pomocí SDR ADALM-PLUTO.

#### 6.1 Metodika

Jelikož v předchozí kapitole bylo zjištěno, že signály založené na MLS i FZC mají velmi srovnatelnou odchylku odhadu vzdálenosti, v této kapitole byl použit pouze signál vycházející z MLS, a to s modulačním impulsem RRC a chipovými rychlostmi 12,5 Mchip/s a 4 Mchip/s.

Signál se vysílal na FEL ČVUT z osmého patra, přijímán byl z pěti stanovišť: 1 metr od vysílače, 6. patro, chodba před studovnou, lavička před fakultou, suterén.

Nosná frekvence byla vybrána v pásmu PMR (personal mobile radio):  $f_c = 448,490$  MHz. Je to jedno z frekvenčních pásem zvažovaných v praxi, ovšem jedná se pouze o průzkum, legislativa s tímto využitím pro účely radiolokace uvnitř budov v žádném frekvenčním pásmu ne zcela počítá.

Níže je ukázka kódu využitého při vysílání:

```
tx = sdrtx('Pluto','RadioID','usb:0',  
          'CenterFrequency',448.490E6,  
          'BasebandSampleRate',20E6,  
          'Gain',0);  
modSignal = modObj(PRN); % PRN - pseudonahodna  
                posloupnost MLS  
modObj = comm.BPSKModulator; % modulator BPSK  
transmitRepeat(tx,modSignal); % opakovane vysilani
```

V tabulce 6.1 se nachází souhrn všech naměřených odhadů SNR a směrodatných odchylek odhadů vzdálenosti ze všech stanovišť.

**Tabulka 6.1:** Tabulka naměřených odhadů SNR a  $\sqrt{\sigma_d^2}$

$f_{\text{chip}}$ [kchip/s]	stanoviště	odhad SNR [dB]	$\sqrt{\sigma_d^2}$ [m]
4000	1 metr	20	3
	6. patro	19	6
	4. patro	15	7
	studovna	7	9
	lavička	13	48
	-1. patro	1	39*
12,5	1 metr	2	194
	6. patro	-4	197
	4. patro	-7	201
	studovna	-10	226
	lavička	-7	202
	-1. patro	-20	1075

\* při koherentním průměrování deseti period

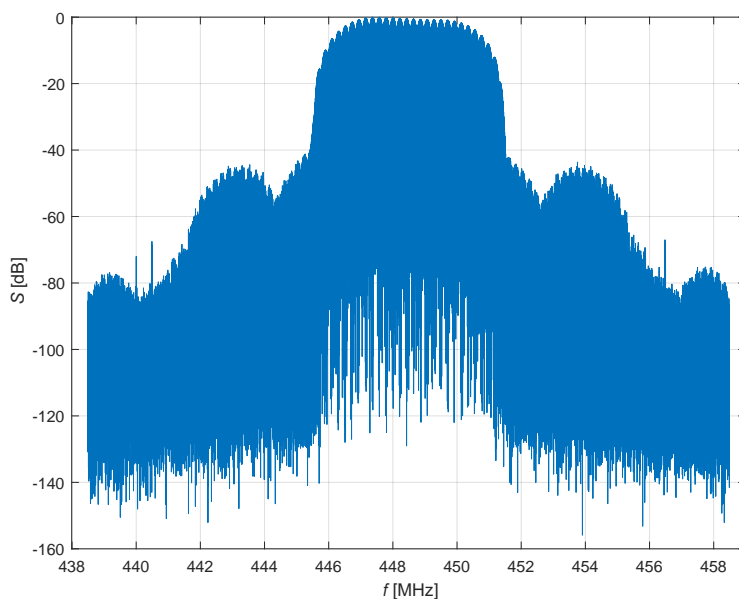
Na obrázku 6.1 je nakresleno umístění stanovišť.



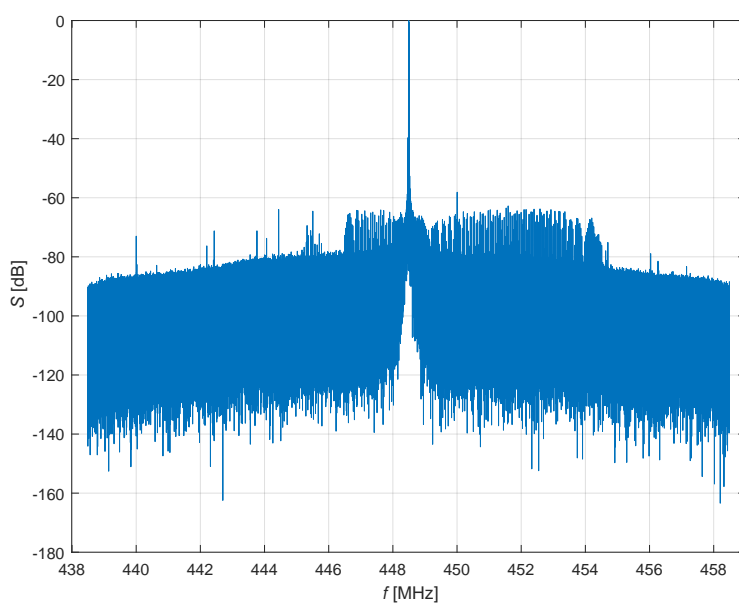
**Obrázek 6.1:** Pozice stanovišť (fotografie z Google Earth)

## 6.2 Zpracování signálu

Na obrázcích 6.2 a 6.3 je porovnání spekter naměřených na stanovišti 1 metr od vysílače při  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s a 12,5 kchip/s.



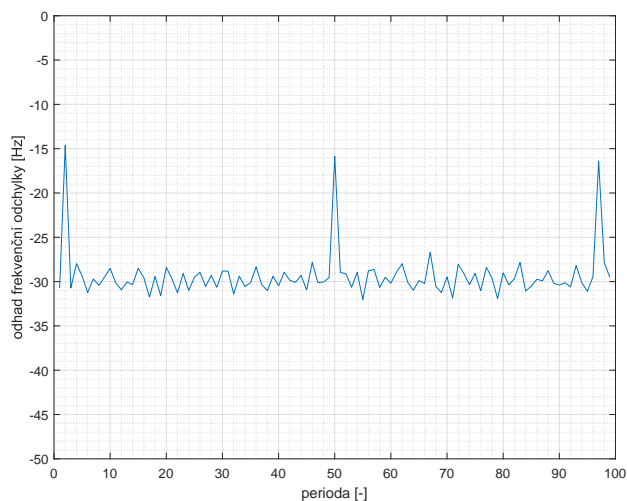
**Obrázek 6.2:** Spektrum přijatého signálu s  $f_{\text{chip}}$  4 Mc/s na vzdálenost 1 metr



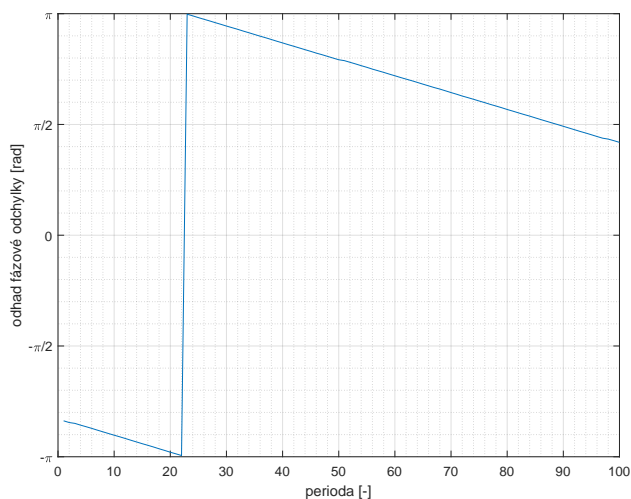
**Obrázek 6.3:** Spektrum přijatého signálu s  $f_{\text{chip}}$  12,5 kc/s na vzdálenost 1 metr

Na obrázku 6.4 je průběh frekvenční odchylky daný nepřesným odhadem frekvenčního offsetu odhadnutém z jeho úvodního odhadu, který byl proveden s krokem 50 Hz. Frekvenční odchylka tak bude v absolutní hodnotě vždy

menší než 50 Hz, zde vychází okolo -30 Hz. Na obrázku 6.5 je ukázka průběhu fáze daného frekvenční odchylkou.



**Obrázek 6.4:** Průběh frekvenční odchylky signálu s  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s na vzdálenost 1 metr



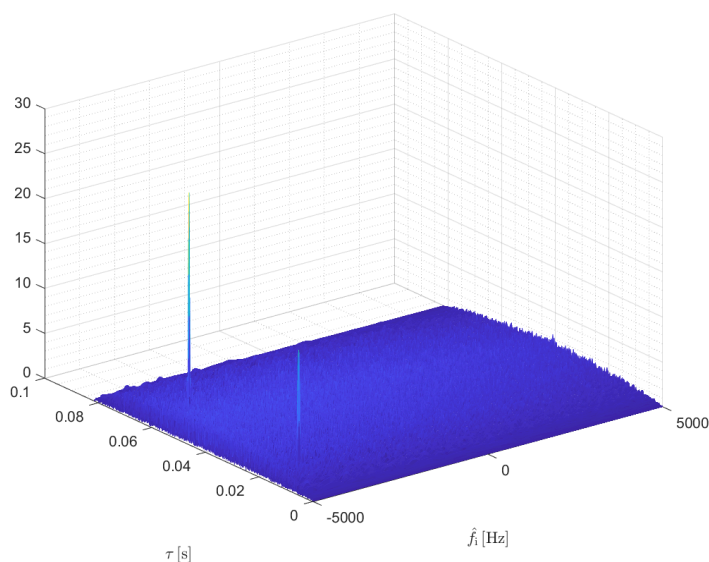
**Obrázek 6.5:** Průběh fáze signálu s  $f_{\text{chip}}$  4 Mchip/s na vzdálenost 1 metr

Na obrázcích 6.6 a 6.7 jsou vykreslené zobecněné korelační funkce pro vzdálenost 1 metr (tedy i jako funkce frekvenčního offsetu), porovnány jsou chipové rychlosti 4 Mchip/s a 4 Mchip/s. Špička funkce je pro  $f_{\text{chip}}$  12,5 kchip/s mnohem užší, protože hlavní lalok odpovídá dvojnásobku převrácené hodnoty

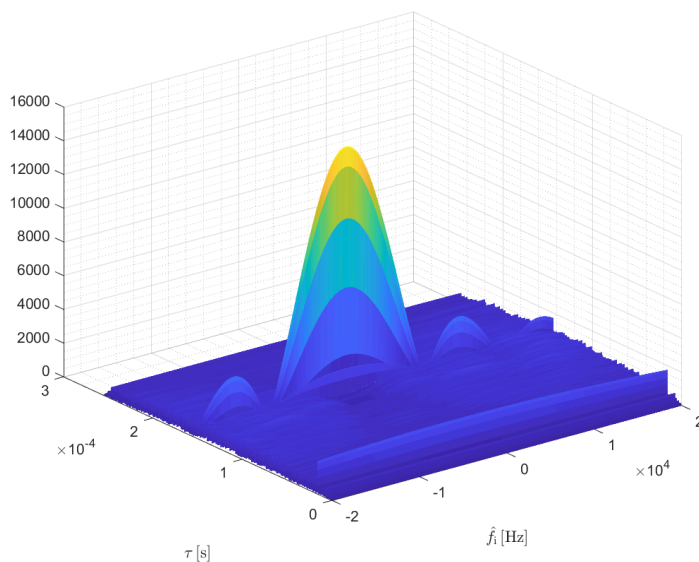
délky periody signálu. Pro  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s je šířka hlavního laloku

$$\Delta f_i = 2 \frac{1}{511 * \frac{1}{12,5 \cdot 10^3}} \doteq 50 \text{ Hz}, \quad (6.1)$$

pro  $f_{\text{chip}} 4$  Mchip/s je šířka hlavního laloku přibližně 15,7 kHz. U signálu s  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s je tedy nutný přesnější úvodní odhad frekvenčního offsetu.



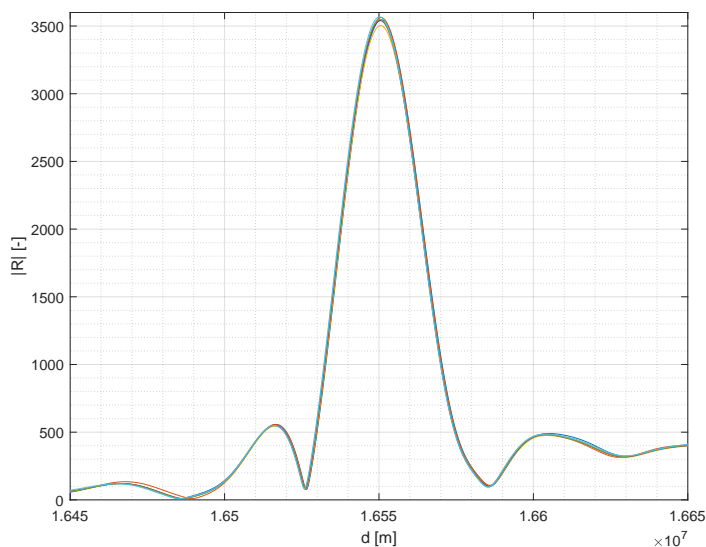
**Obrázek 6.6:** Zobecněná korelační funkce  $|R(\tau, f)|$ ,  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s



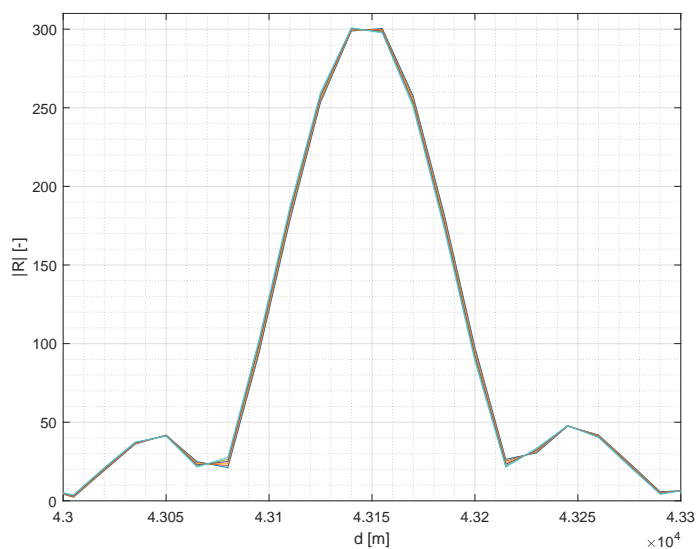
**Obrázek 6.7:** Zobecněná korelační funkce  $|R(\tau, f)|$ ,  $f_{\text{chip}} 4$  Mchip/s

Nyní budou zobrazeny detaily špiček korelačních funkcí  $|R(d)|$  pro příjem signálu s vysokým SNR (obrázky 6.8 a 6.9) a nízkým SNR (6.10 a 6.11). Pro

srovnání s předchozími teoretickými a nasimulovanými hodnotami vyhodnotíme vzdálenosti, na kterých se nacházejí vrcholy této funkce (viz rovnice 3.3). Hodnota vzdálenosti na obrázcích neodpovídá absolutní vzdálenosti vysílače a přijímače, jelikož vysílač a přijímač nejsou navzájem synchronizované, tím pádem se v přijímači koreluje replika s náhodným cyklickým posunem periody signálu, zkoumáme pouze rozptyl vrcholů špiček. Pokud se podíváme na měřítko vzdálenosti, je špička pro  $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$  mnohem užší než pro  $12,5 \text{ kchip/s}$ .



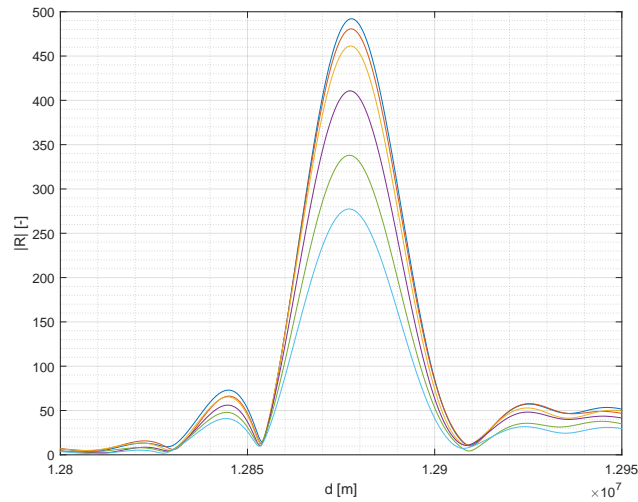
**Obrázek 6.8:** Detail špičky korelační funkce  $|R(d)|$ ,  $f_{\text{chip}} 12,5 \text{ kchip/s}$



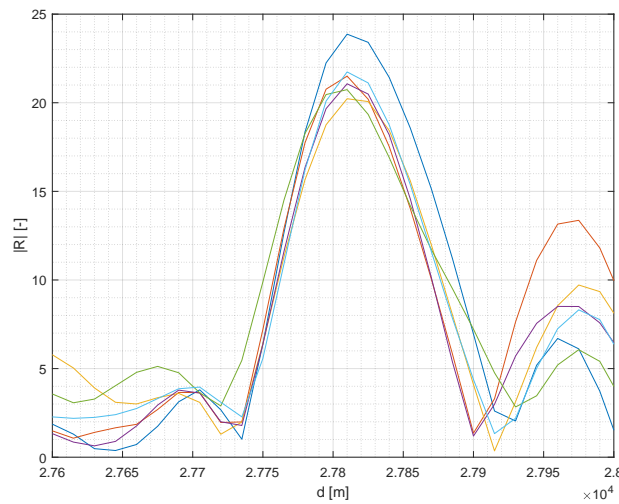
**Obrázek 6.9:** Detail špičky korelační funkce  $|R(d)|$ ,  $f_{\text{chip}} 4 \text{ Mchip/s}$

Na obrázcích 6.10 a 6.11 korelační funkce pro jednotlivé periody už na sobě

tolik neleží, což je dáno větším rozptylem odhadu měření vzdálenosti, jenž je způsobený nižším SNR. Odhady SNR a směrodatné odchylky vzdálenosti z těchto měření jsou ovlivněny frekvenčním offsetem oscilátoru přijímače, jehož vliv na chipovou rychlost nebyl kompenzován (je zobrazeno malé množství period signálu), ale výsledky přesto dobře kopírují teoretické a simulační výsledky.



**Obrázek 6.10:** Detail špičky korelační funkce  $|R(d)|$ ,  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s

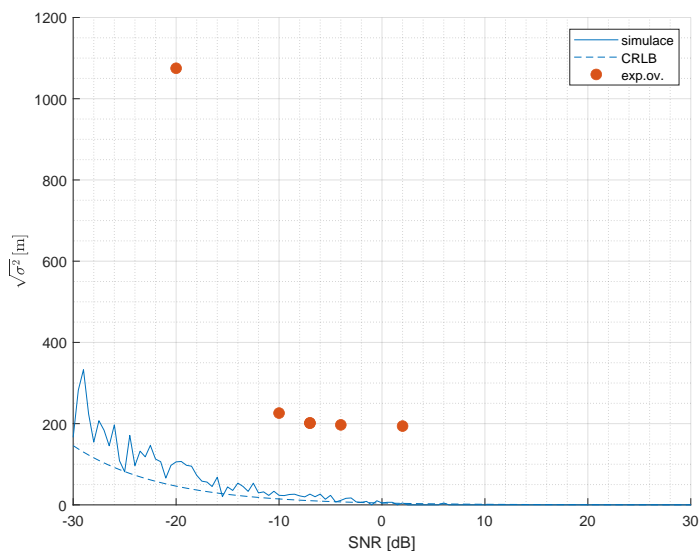


**Obrázek 6.11:** Detail špičky korelační funkce  $|R(d)|$ ,  $f_{\text{chip}} 4$  Mchip/s

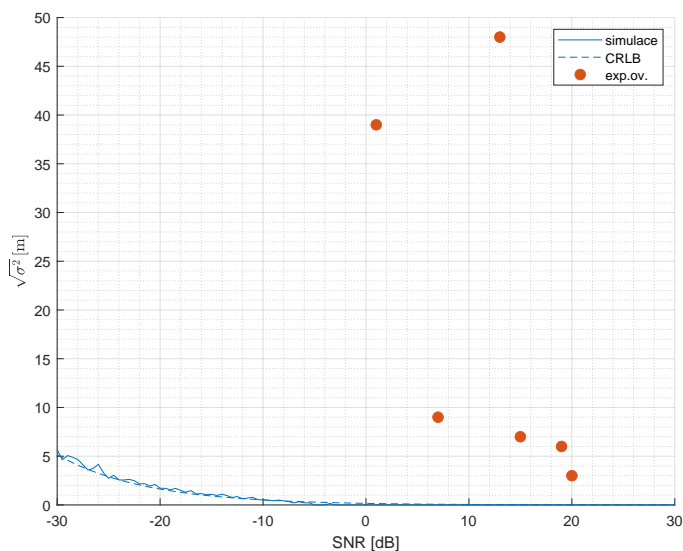
## 6.3 Srovnání

Nakonec se dostáváme k porovnání naměřených hodnot s hodnotami ze simulací a výpočtů CRLB. Na obrázku 6.12 je porovnání s grafem na obrázku 5.3,

tedy při  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s a na obrázku 6.13 je potom srovnání s grafem na obrázku 5.4 ( $f_{\text{chip}} 4$  Mchip/s). Jednotlivé naměřené body jsou z tabulky 6.1. Výsledky měření jsou horší než při simulaci, jelikož do reálného měření se promítá řada nežádoucích, v modelu signálu pro výpočet CRLB a simulace (viz kapitola 3.1 - Model kanálu) nezapočtených, vlivů, např. kolísání fáze oscilátoru přijímače (SDR), kterou nebylo možné po každé naměřené hodnotě korigovat.



**Obrázek 6.12:** Naměřené odchylky odhadu vzdálenosti a jejich porovnání se simulací,  $f_{\text{chip}} 12,5$  kchip/s



**Obrázek 6.13:** Naměřené odchylky odhadu vzdálenosti a jejich porovnání se simulací,  $f_{\text{chip}} 4$  Mchip/s



# Kapitola 7

## Závěr

Práce se věnovala signálům vhodným pro radiolokaci uvnitř budov. Byla rozebrána teorie dálkoměrných signálů i digitálních modulací. Stěžejní část tvořily simulace a výpočty hodnot vedoucích k teoretické mezi přesnosti určování vzdálenosti.

Bylo zjištěno, že pro přesnost měření vzdálenosti na typu signálu nezáleží, podstatná je efektivní šířka pásma daná chipovou rychlostí a typem modulace. Dobře se jeví signály s modulací BOC s co nejvyšší frekvencí subnosné vlny, roli hraje větší efektivní šířka pásma.

Nakonec bylo provedeno experimentální ověření výsledků simulací. Naměřené hodnoty vykazovaly větší nepřesnosti v odhadu vzdálenosti, jelikož zjednodušené modely nejsou schopné popsat složitější reálnou situaci.

Téma určování polohy uvnitř budov není nové, ale o jeho vyřešení je stále značný zájem. Zejména problematika určování polohy v komplexních prostorech budov není snadno uchopitelná. Tato práce přináší teoretický, simulací i experimentální vhled do použití dálkoměrných signálů a dosažitelných výsledků.





## Literatura

- [1] *Locata*. [online]. [cit. 25. 05. 2023]. Dostupné z: <https://www.locata.com/>.
- [2] *Nextnav*. [online]. [cit. 25. 05. 2023]. Dostupné z: <https://nextnav.com/terrapoint/>.
- [3] Inside GNSS. *Navigating Emergencies with a Low-RF CARS*. 09. 02. 2023. [cit. 24. 04. 2023]. Dostupné z: <https://insidegnss.com/navigating-emergencies-with-a-low-rf-cars/>.
- [4] KOVÁŘ, Pavel. Družicová navigace: od teorie k aplikací v softwarovém přijímači. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2016. ISBN 978-80-01-05989-0.
- [5] GOLOMB, Solomon W. *Shift register sequences*. San Francisco: Holden-Day, 1967.
- [6] *GLONASS Open Service Performance Standard* [online]. 2020. [cit. 24. 04. 2023]. Dostupné z: [https://glonass-iac.ru/upload/docs/stehos/stehos\\_en.pdf](https://glonass-iac.ru/upload/docs/stehos/stehos_en.pdf).
- [7] MATOUŠEK, Zdeněk, Ján OCHODNICKÝ, Jozef PERĎOCH, Stanislava GAŽOVÁ, Jiří VESELÝ, Petr HUBÁČEK a Petr HLA-VIZNA. *Rádiotechnický prieskum*. Brno: Univerzita obrany, 2022. ISBN 978-80-7582-406-6.
- [8] JIANGNAN, Lin et al. *Parallelized generation of ZC/ZC-DFT sequences in vector DSP*. [konference]. New Orleans, 09. - 12. 03. 2015. In: *2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7127541>.
- [9] CHU, David C. Polyphase codes with good periodic correlation properties (Corresp.). In: *IEEE Transactions on Information Theory*. 1972, vol. 18, issue 4, s. 531-532. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1054840>.

- [10] RICHARDS, Mark A. *Fundamentals of radar signal processing*. 2. vydání. New York: McGraw-Hill, 2005. ISBN 0-07-144474-2.
- [11] TABRIKIAN, Josef a Jeffrey. L. KROLIK. *Barankin bound for source localization in shallow water* [konference]. München, 21. - 24. 04. 1997. In: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/599684>.
- [12] KAY, Steven. *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1993. ISBN 0-13-345711-7.
- [13] JEFFREYS, Harold. *Theory of probability*. 3. vydání. Oxford University Press, 1984. ISBN 978-0198531937.
- [14] ŽALUD, Václav. *Moderní radioelektronika*. Praha: BEN - technická literatura, 2000. ISBN 80-86056-47-3.
- [15] PROAKIS, John G., Masoud SALEHI. *Digital Communications*. 5th ed. New York: McGraw-Hill. 2008. ISBN 978-0-07-295716-7.
- [16] SVATONĚ, Jiří. *Optimalizace příjmu multi-konstelačních signálů družicové navigace*. Praha, 2015.
- [17] SÝKORA, Jan. *Teorie digitální komunikace*. Praha: České vysoké učení technické, 2002. ISBN 80-01-02478-4.
- [18] STEREDENN, Daumont, Rihawi BASEL a Lout YVES. *Root-Raised Cosine filter influences on PAPR distribution of single carrier signals*. [konference]. Saint Julian's (Malta), 12. - 14. 03. 2008. In: *2008 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing*. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4537340>.
- [19] CHETVORNO. *Superheterodyne receiver block diagram*. In: *Wikimedia commons*. [cit. 22. 05. 2023]. Dostupné z: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Superheterodyne\\_receiver\\_block\\_diagram\\_2.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Superheterodyne_receiver_block_diagram_2.svg).
- [20] Analog devices. *RF Agile Transceiver Data Sheet*. [cit. 24. 04. 2023]. Dostupné z: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9363.pdf>.
- [21] ČTÚ. *Všeobecné oprávnění č. VO-R/3/6.2016-9 k využívání rádiových kmitočtů a k provozování zařízení PMR 446*. Dostupné z: <https://www.ctu.cz/sites/default/files/obsah/ctu/vseobecne-opravneni-c.vo-r/3/6.2016-9/obrazky/vo-r03-062016-09.pdf>.