**KATEDRA ELEKTROENERGETIKY** 

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE



# FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ PELTIEROVY ČLÁNKY V ELEKTROENERGETICE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

KVĚTEN 2023

FILIP KAMPAS



# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

#### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení:	Kampas	Jméno: Filip	Osobní číslo: 483599
Fakulta/ústav:	Fakulta elektrotechnická		
Zadávající katedra/ústav: Katedra elektroenergetiky			
Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management			
Specializace:	Elektroenergetika		
ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI			

Název diplomové práce:

П.

Peltierovy články v elektroenergetice

Název diplomové práce anglicky:

Peltier cells in electrical power enegineering

Pokyny pro vypracování:

1) Fyzikální jevy spojené s Peltierovými články

2) Náhradní model Peltierova článku

3) S použitím modelu reálného Peltierova článku rozeberte možnosti použití pro výrobu elektřiny, regulaci teploty a ve funkci tepelného čerpadla.

Seznam doporučené literatury:

1) MACIÁ-BARBER, Enrique. Thermoelectric Materials Advances and Applications. Jenny Stanford Publishing, 2015, 364 s. ISBN 9789814463522

2) JOHN H LIENHARD, IV a JOHN H LIENHARD, V. A heat transfer textbook. Fifth edition. Dover Publications, 2019. ISBN 9780486837352.

3) RIMBALA, Jan a Jan KYNCL. Possibilities of improving COP of Peltier cells as a heat pump [online]. 2022 22nd International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE), 2022 [cit. 2023-02-02]. Dostupné z: doi:10.1109/EPE54603.2022.9814133

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

#### doc. Dr. Ing. Jan Kyncl katedra elektroenergetiky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: 03.02.2023

Termín odevzdání diplomové práce: 26.05.2023

Platnost zadání diplomové práce: 22.09.2024

doc. Dr. Ing. Jan Kyncl podpis vedoucí(ho) práce doc. Ing. Zdeněk Müller, Ph.D. podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D. podpis děkana(ky)

#### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

# PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat doc. Dr. Ing. Janu Kynclovi, za odborné vedení mé práce, za jeho čas, cenné poznámky a připomínky, a také za možnost častých osobních konzultací. V neposlední řadě bych také rád poděkoval své rodině a přátelům, kteří mě při vytváření této práce podpořili.

### PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 24. května 2023

.....

#### ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá získáním a ověřením náhradních parametrů Peltierova článku a pomocí vytvořeného reálného modelu simuluje jejich možné energetické využití. První část práce pojednává o fyzikálních zákonech uplatňujících se u termoelektrických jevů a o způsobu využití těchto jevů v Peltierově článku. Druhá část práce obsahuje kompletní odvození náhradního modelu Peltierova článku a realizaci praktického měření k získaní potřebných náhradních parametrů. Na základě výsledných simulací odpovídajících reálnému chování Peltierova článku je v závěru práce popsáno možné energetické využití těchto článků ve funkci tepelného čerpadla, pro výrobu elektřiny a regulaci teploty.

Klíčová slova: Peltierův článek, náhradní parametry, Seebeckův koeficient, tepelný odpor, elektrický odpor, topný faktor, účinnost termoelektrické přeměny, tepelné čerpadlo, výroba elektřiny, regulace teploty

#### ABSTRACT

This diploma thesis deals with obtaining and verifying the surrogate parameters of the Peltier cell and simulates their possible energy use with the help of a realdesigned model. The first part of the thesis deals with the physical laws applicable to the thermoelectric phenomena and the way how to use these phenomena in a Peltier cell. The second part of the thesis includes complete derivation of a surrogate model of the Peltier cell and the summary of a practital measurement which were necessary to obtain the surrogate parameters. On the basis of the final simulations corresponding to the real behaviour of the Peltier cell, possible use of these cells in power engineering as a heat pump, a device for generation of electricity, and temperature control are discussed in the conclusion of the thesis.

**Keywords:** Peltier cell, substitute parameters, seebeck coefficient, thermal resistance, electrical resistance heat factor, thermoelectric conversion efficiency, heat pump, electricity production, temperature regulation

### OBSAH

ÚVO	D	1
KAP	ITOLA 1: FYZIKÁLNÍ JEVY SPOJENÉ S PELTIEROVÝMI ČLÁNKY.	3
1.1	ZÁKONY A ROVNICE POPISUJÍCÍ TEPLOTNÍ A ELEKTRICKÉ POLE	3
1.1.1	První Fourierův zákon	3
1.1.2	První zákon termodynamiky	3
1.1.3	Druhý zákon termodynamiky	
1.1.4	Carnotův cyklus	5
1.1.5	Fourierova rovnice vedení tepla	7
1.1.6	Fourierova-Kirchhoffova rovnice	9
1.1.7	Ohmův zákon	
1.2	TERMOELEKTRICKÉ JEVY	
1.2.1	Thompsonův jev	
1.2.2	Seebeckův jev	
1.2.3	Peltierův jev	13
1.2.4	Thomsonovy vztahy	14
KAP	ITOLA 2: ROZBOR PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ	15
2.1	PELTIERŮV ČLÁNEK V REŽIMU TEPELNÉHO ČERPADLA	
2.1.1	Parametry určující chladicí a topný faktor Peltierova článku	15
2.2	PELTIERŮV ČLÁNEK PRO VÝROBU ELEKTRICKÉ ENERGIE	
2.2.1	Účinnost přeměny a termoelektrické materiály	19
2.3	VÝSLEDNÁ KONSTRUKCE PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ	22
2.4	ROZDĚLENÍ	23
2.4.1	Termoelektrické chlazení	23
2.4.2	Termoelektrický generátor	23
2.5	POUŽITÍ PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ	23
KAP	ITOLA 3: NÁHRADNÍ MODEL PELTIEROVA ČLÁNKU	25
3.1	ODVOZENÍ MODELU	25
3.2	VÝSLEDNÝ MODEL PELTIEROVA ČLÁNKU	29
KAP	ITOLA 4: ZÍSKÁNÍ NÁHRADNÍCH PARAMETRŮ MODELU	
4.1	VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH DAT – TEPELNÝ ODPOR	

4.2	VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH DAT – SEEBECKŮV KOEFICIENT	
4.3	MĚŘENÍ – ELEKTRICKÝ ODPOR	
4.4	OVĚŘENÍ NAVRHOVANÉHO NÁHRADNÍHO MODELU	
KAP	ITOLA 5: MOŽNOSTI VYUŽITÍ PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ	43
5.1	POUŽITÍ VE FUNKCI TEPELNÉHO ČERPADLA	43
5.1.1	Výsledná simulace	
5.1.2	Posouzení možného energetického využití	
5.2	POUŽITÍ PRO VÝROBU ELEKTRICKÉ ENERGIE	47
5.2.1	Výsledná simulace	
5.2.2	Posouzení možného energetického využití	
5.3	POUŽITÍ PRO REGULACI TEPLOTY	51
5.3.1	Výsledná simulace	53
5.3.2	Posouzení možného energetického využití	
ZÁV	ĚR	59
LITE	ERATURA	61
PŘÍI	LOHA A: SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	63
A.1	SEZNAM SYMBOLŮ	63
A.2	SEZNAM ZKRATEK	64
PŘÍI	LOHA B: PROGRAMY Z WOLFARU MATHEMATICA	65
B.3	ODVOZENÍ NÁHRADNÍHO MODELU	65
<b>B.4</b>	VYHODNOCENÍ A OVĚŘENÍ REALIZOVANÉHO MĚŘENÍ	66
B.5	TEPELNÉ ČERPADLO	72
B.6	VÝROBA ELEKTRICKÉ ENERGIE	75
<b>B.7</b>	REGULACE TEPLOTY	77

# SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1-1 První zákon termodynamiky pro uzavřený systém	4
Obr. 1-2 Schématický princip činnosti perpetua mobile 2. druhu a tepelného stroje	5
Obr. 1-3 Carnotův cyklus v p-V a T-S diagramu	6
Obr. 1-4 Vytyčený kontrolní objem v poli tepelného toku	7
Obr. 1-5 Tepelné a elektrické jevy v homogenním vodiči	10
Obr. 1-6 Princip Seebeckova jevu	12
Obr. 1-7 Peltierův jev	14
Obr. 2-1 Termoelektrický článek v režimu tepelného čerpadla	15
Obr. 2-2 Závislost COP na poměru teplot pro různé hodnoty parametru ZT	18
Obr. 2-3 Porovnání termoelektrické účinnosti a teoretické maximální účinnosti	20
Obr. 2-4 Závislost ZT na teplotě pro materiál typu n	21
Obr. 2-5 Možnosti zapojení termoelektrických článků	22
Obr. 2-6 Výsledná konstrukce PČ	22
Obr. 3-1 Element objemu aktivní oblasti PČ	25
Obr. 3-2 Výsledné elektrické schéma PČ	27
Obr. 3-3 Výsledné tepelné schéma PČ	28
Obr. 4-1 Realizace přípravku na měření	31
Obr. 4-2 Schématické uspořádání přípravku na měření	31
Obr. 4-3 Náhradní tepelné schéma přípravku na měření	32
Obr. 4-4 Časový průběh teploty na teplé a studené straně po připojení PČ k elektrickému zdroji	33
Obr. 4-5 Časový průběh teploty na teplé a studené straně po odpojení PČ od elektrického zdroje	34
Obr. 4-6 Náhradní tepelné schéma přípravku na měření pro průběh společného chladnutí	35
Obr. 4-7 Časový průběh tepelného odporu do okolí	35
Obr. 4-8 Časový průběh tepelného odporu	36
Obr. 4-9 Závislost generovaného napětí na rozdílu teplot a lineární proklad této závislosti	37
Obr. 4-10 Porovnání nasimulovaných časových průběhů teplot ze změřenými průběhy	39
Obr. 4-11 Porovnání nasimulovaných časových průběhů teplot se změřenými průběhy	40

Obr. 5-1 Výsledné elektrotepelné schéma PČ použitého pro simulace	43
Obr. 5-2 Závislost COP na velikosti protékajícího proudu pro různé rozdíly teplot	44
Obr. 5-3 Závislost tepelného výkonu na velikosti protékajícího proudu pro různé rozdíly teplot	44
Obr. 5-4 Závislost chladicího výkonu na velikosti protékajícího proudu pro různé rozdíly teplot	45
Obr. 5-5 Závislost COP na velikosti topného výkonu pro různé rozdíly teplot ( $\alpha = 0,05$ )	45
Obr. 5-6 Závislost COP na velikosti topného výkonu pro různé rozdíly teplot ( $\alpha = 0,025$ )	46
Obr. 5-7 Výsledné náhradní schéma PČ pro výrobu elektrické energie	47
Obr. 5-8 Závislost elektrického výkonu na velikosti odebírajícího proudu ( $\alpha = 0,05$ )	48
Obr. 5-9 Závislost elektrického výkonu na velikosti odebírajícího proudu ( $\alpha = 0,025$ )	48
Obr. 5-10 Integrace termoelektrického generátoru do výfukového potrubí vozidla	50
Obr. 5-11 Schématické uspořádání pro regulaci teploty LED čipu	51
Obr. 5-12 Náhradní tepelné schéma pro regulaci teploty LED čipu	52
Obr. 5-13 Výsledný průběh teplot pro nízký tepelný odpor chladiče	53
Obr. 5-14 Průběh dodávaného proudu do PČ	53
Obr. 5-15 Závislost teploty chladiče na maximálním chladicím výkonu	54
Obr. 5-16 Výsledný průběh teplot pro větší tepelný odpor chladiče	55
Obr. 5-17 Průběh dodávaného proudu do PČ	55
Obr. 5-18 Průběh maximálního chladicího výkonu	56

### SEZNAM TABULEK

$1 \text{ ab. } 1^{-1} \text{ SeeDeckovy Koenclenty nekterych kovu vztazene k olovu1}$
--

# ÚVOD

V současné době je kladen velký důraz na úspory energií a hledání způsobu, jak co nejlépe využívat odpadní teplo. Na aktuálnosti proto opět nabývá téma možného energetického využití Peltierových článků. Tyto články lze využít jako tepelné čerpadlo nebo termoelektrický generátor. Jejich současná nevýhoda spočívá v tom, že nedosahují hodnot topného/chladicího faktoru jako tepelná čerpadla a účinnosti Rankinova cyklu u výroby elektrické energie. Na druhé straně naprostá bezhlučnost, bezúdržbovost a dlouhá životnost stále vybízí k hledání širšího uplatnění těchto článků.

Dalším důvodem, proč se více zaměřit na využitelnost těchto článků, je trvalá snaha snižovat energetickou náročnost moderních budov, což vede také k menším potřebným výkonům otopných soustav. Klasická tepelná čerpadla se tak mohou stávat ekonomicky neefektivním řešením kvůli svým velkým investičním výdajům [1]. Využití Peltierových článků v zařízeních malého výkonu je tedy z technickoekonomického i environmentálního hlediska velmi zajímavé.

V neposlední řadě je také snaha o získávání elektrické energie z odpadního tepla pomocí termoelektrických článků velmi perspektivní i s ohledem na rostoucí ceny paliv a zvýšený zájem o technologie šetrné k životnímu prostředí. V případech, ve kterých nelze použít konvenční způsoby výroby elektrické energie a zdrojem energie bude nevyužité odpadní teplo, mohou být Peltierovy články vhodným způsobem, jak získat jakostní elektrickou energii, a zvýšit tak účinnost daného energetického procesu [2].

Teoretická část této diplomové práce si klade za cíl uceleně popsat celou problematiku Peltierových článků a pomocí fyzikálních zákonů vysvětlit vzájemnou provázanost elektrických a tepelných procesů uplatňujících se v termoelektrických jevech. Dále tato část teoreticky popisuje Peltierův článek pro režim tepelného čerpadla a výroby elektrické energie. Rozebírá výslednou konstrukci těchto článků a jejich praktické využití. Hlavním cílem práce je na základě znalosti fyzikálních zákonů odvodit náhradní model Peltierova článku a realizovat praktické měření k získaní potřebných náhradních parametrů tohoto modelu. V závěru práce je sestaven výsledný model odpovídající reálnému chování Peltierova článku a jsou provedeny simulace, na základě kterých bude možné rozebrat možnosti použití Peltierova článku ve funkci tepelného čerpadla, pro výrobu elektřiny a regulaci teploty.

# KAPITOLA 1: FYZIKÁLNÍ JEVY SPOJENÉ S PELTIEROVÝMI ČLÁNKY

## 1.1 Zákony a rovnice popisující teplotní a elektrické pole

Během devatenáctého století došlo k objevení několika fyzikálních zákonů, které dávají do spojitosti vedení tepla a elektrické energie v pevných materiálech.

#### 1.1.1 První Fourierův zákon

Z praktického pozorování je zřejmé, že pokud je kus hmoty vystaven teplotnímu rozdílu, začne mezi jeho konci teplo samovolně proudit z oblasti vyšší teploty do oblasti nižší teploty. Vyvolaný tepelný tok je udržován, dokud není dosaženo nulového teplotního gradientu. V roce 1822 matematik a fyzik Jean Baptiste Joseph Fourier jako první představil konstitutivní zákon popisující tento proces vedení tepla [3].

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right),$$
 (1-1)

kde q je hustota tepelného toku (W · m<sup>-2</sup>),  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti (W · m<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>). Člen  $\nabla$ T odpovídá gradientu teploty (K · m<sup>-1</sup>), kde  $\nabla$  je Hamiltonův operátor nabla (m<sup>-1</sup>) a T je teplota (K). Součinitel tepelné vodivosti je charakteristická vlastnost uvažovaného materiálu a obecně platí, že je mírně závislá na teplotě  $\lambda$  (T). Nicméně vždy nabývá kladných hodnot, takže znaménko mínus v rovnici správně popisuje smysl šíření tepelného toku. Tedy, že teplo vždy difunduje z horké strany na studenou.

#### 1.1.2 První zákon termodynamiky

Popisuje princip sdílení tepla a práce v izolované termodynamické soustavě a definuje, že energie v této soustavě nemůže samovolně vznikat ani zanikat. Představuje tedy obecný princip zachování energie

$$\delta Q = dU + \delta W. \tag{1-2}$$

Teplo  $\delta Q$  (J) dodané do uzavřené termodynamické soustavy se využije na zvýšení vnitřní energie dU (J) a na vykonanou práci  $\delta W$  (J). Vykonaná práce odpovídá objemové práci, která je rovna součinu tlaku p (Pa) a změny objemu dV (m<sup>3</sup>).

S využitím definičního vztahu pro entalpii H = U + pV lze po dosazení za vnitřní energii dostat následující alternativní matematické vyjádření tohoto zákona [4]

$$\delta Q = dU + pdV = dH - VdP. \tag{1-3}$$

Z výše uvedené rovnice je zřejmé, že pro termodynamický proces s konstantním objemem musí platit následující rovnice

$$\delta Q = dU = mc_V dT. \tag{1-4}$$

Pro termodynamický proces s konstantním tlakem přejde rovnice do následujícího vztahu

$$\delta Q = dH = mc_P dT, \tag{1-5}$$

kde  $c_V$  a  $c_p$  (J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>) jsou měrné tepelné kapacity. Jestliže je objem látky, která prochází termodynamickým procesem konstantní pro jakoukoli změnu tlaku, jsou poté tyto měrné tepelné kapacity stejné  $c_V = c_p = c$  a rovnice (1-3) přechází do následující formy [5]

$$\delta Q = dU = mcdT. \tag{1-6}$$

Princip toho zákona je naznačen na následujícím obrázku.



Obr. 1-1 První zákon termodynamiky pro uzavřený systém [5] (upraveno)

#### 1.1.3 Druhý zákon termodynamiky

Tento zákon vyjadřuje skutečnost, že nelze sestrojit tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa a měnil by ho v ekvivalentně velkou mechanickou práci. Z toho tedy vyplývá, že do tepelného oběhu nelze teplo jenom přivádět, ale musí být teplo i odváděno. Tento princip je znázorněn na následujícím obrázku.



*Obr. 1-2 Schématický princip činnosti perpetua mobile 2. druhu a tepelného stroje[6] (upraveno)* 

Periodicky pracující tepelný stroj tedy může pracovat pouze podle schématu naznačeného vpravo. Podle tohoto zákona ale není možné sestrojit perpetum mobile druhého řádu, vyznačeného na obrázku vlevo, které by trvale konalo práci pouze tím, že by ochlazovalo jedno těleso a k žádné další změně v okolí by nedocházelo. Matematicky lze tento zákon formulovat pomocí entropie, která charakterizuje míru neuspořádanosti termodynamické soustavy [7].

$$dS \ge \frac{dQ}{T},\tag{1-7}$$

kde *dS* je změna entropie systému ( $J \cdot K^{-1}$ ), *dQ* množství tepla dodané systému (J) a *T* je absolutní teplota systému (K). Entropie je stavovou veličinou a její změna tedy nezávisí na ději, jakým soustava prošla, ale jen na počátečním a koncovém stavu. V izolované soustavě nedochází k výměně tepla s okolím (dQ = 0) a pro změnu entropie musí tedy platit

$$dS \ge 0. \tag{1-8}$$

Rovnost platí pro vratné děje probíhající v izolované soustavě, u kterých se systém dostane vždy do původního stavu. Naopak při samovolném nevratném ději entropie systému roste, a je tedy vždy větší něž nula [4]-[5].

#### 1.1.4 Carnotův cyklus

Většina tepelných strojů pracují v cyklech, při kterých se vykoná souhrn několika za sebou následujících termodynamických dějů. Po vykonání těchto dějů se termodynamická soustava navrací do svého původního stavu. Tyto tepelné oběhy poté umožnují popisovat funkci reálných tepelných strojů a slouží jako výchozí body pro hlubší studie. Dokonalost přeměny tepla v mechanickou práci charakterizuje u motorů tepelná účinnost, která je dána poměrem vykonané práce ku přivedenému teplu.

$$\eta_t = \frac{Q_p - Q_o}{Q_p} = \frac{W}{Q_p},\tag{1-9}$$

kde  $\eta_t$  je tepelná účinnost (–),  $Q_p$  je přivedené teplo do soustavy (J),  $Q_o$  je odvedené teplo do soustavy (J) a W je práce oběhu (J). Z druhé věty termodynamické vyplývá, že nelze přeměnit celé přivedené teplo na práci a termická účinnost tedy nemůže ani teoreticky dosáhnout sta procent [6].

Ze všech tepelných cyklů dosahuje největší tepelné účinnosti Carnotův cyklus, který se skládá ze dvou izotermických a dvou izoentropických změn. Tento oběh tedy popisuje vratný kruhový děj ideálního tepelného stroje. Tepelná účinnost Carnotova cyklu je dána následujícím vztahem

$$\eta_{tcarnot} = \frac{T_2(S_2 - S_1) - T_1(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2},$$
(1-10)

kde  $T_2$  je teplota ohřívače a  $T_1$  je teplota chladiče (K). Ze vztahu je patrné, že termická účinnost Carnotova cyklu je závislá pouze na poměru termodynamických teplot, mezi kterými cyklus probíhá. Účinnost tedy vůbec nezávisí na druhu pracovní látky, nebo na dané konstrukci tepelného stroje. Podle Carnotova teorému tedy vyplývá, že účinnost všech vratných cyklů, které pracují mezi stejnými teplotami, je stejná a vždy větší než účinnost libovolného nevratného cyklu pracujícího mezi týmiž teplotami vratných cyklů [8].



Obr. 1-3 Carnotův cyklus v p-V a T-S diagramu [8] (upraveno)

#### 1.1.5 Fourierova rovnice vedení tepla

Výše zmíněný první Fourierův zákon popisuje ustálené vedení tepla a nezahrnuje v sobě časové změny teplot. Pro nestacionární vedení tepla je tedy nutné využít Fourierovu rovnici vedení tepla, která popisuje, jak se teplo šíří tělesem v průběhu času. Z toho tedy vyplývá, že teplota bude funkcí souřadnic *x*, *y*, *z* a času t, tedy T = f(x, y, z, t). Pro určení Fourierovy rovnice vedení tepla se vyjde z předpokladu, že látka procházející procesem je nestlačitelná, a že děj vedení tepla probíhá za konstantního tlaku. Poté podle prvního zákona termodynamiky pro uzavřený systém musí platit následující vztah [5].

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt'},\tag{1-11}$$

kde Q je dodané teplo do systému (J), U je vnitřní energie systému (J) a d/dt je časová změna (s<sup>-1</sup>). Pro odvození výsledné rovnice se využije třírozměrný kontrolní objem, který je zobrazen na následujícím obrázku.



Obr. 1-4 Vytyčený kontrolní objem v poli tepelného toku [5] (upraveno)

Kontrolní objem je konečná oblast tělesa, ve kterém dochází ke sdílení tepla. Povrch je označen jako S (m<sup>2</sup>), vytyčený objem jako V (m<sup>3</sup>) a element povrchu jako *d*S (m<sup>2</sup>). Dále je na elementu plochy zobrazen jednotkový normálový vektor  $\vec{n}$  a vektor tepelného toku  $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ . Tepelný výkon (W) vedený skrz element povrchu dS je poté dán následující rovnicí

$$dP = (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n}dS). \tag{1-12}$$

Rovněž je nutné připustit možnost, že v objemu nastane objemové uvolňování tepla  $Q_v$  (W · m<sup>-3</sup>). Zdroj tohoto tepla může být v důsledku chemické nebo jaderné reakce, elektrického odporového ohřevu, vnějšího záření do oblasti nebo jiných příčin. Časová změna akumulovaného tepla v kontrolním objemu je rovna integrálnímu rozdílu výkonu vzniklého v daném objemu z jiné energie a tepelného výkonu odvedeného z objemu přes jeho hranici [5]

$$\frac{dQ}{dt} = \iiint_{V} Q_{v} dV - \oiint_{S} (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n} dS).$$
(1-13)

Rychlost akumulace vnitřní tepelné energie v kontrolním objemu V lze zapsat následujícím vztahem

$$\frac{dU}{dt} = \iiint\limits_{V} \left(\rho c_p \,\frac{\partial T}{\partial t}\right) dV,\tag{1-14}$$

kde derivace teploty je v parciální formě, jelikož je funkcí jak poloměru, tak času. Dosazením rovnice (1-14) do rovnice (1-13) lze psát následující rovnici

$$\oint_{S} \lambda \nabla T \cdot \vec{n} dS = \iiint_{V} \left[ \rho c_{p} \frac{\partial T}{\partial t} - Q_{v} \right] dV.$$
(1-15)

K tomu, aby se levá strana rovnice dostala do vhodné podoby, se zavede Gaussův teorém, podle kterého se převede plošný integrál na objemový.

$$\oint_{S} \lambda \nabla T \cdot \vec{n} dS = \iiint_{V} div(\lambda \nabla T) dV,$$
(1-16)

kde operátor divergence lze zapsat pomocí operátoru nabla a skalárního součinu na vektorovou funkci, tedy jako  $\nabla \cdot \lambda \nabla T$ . Po zavedení Gaussova teorému lze získat následující rovnici

$$\iiint\limits_{V} \left[ \nabla \cdot \lambda \nabla T - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + Q_v \right] dV = 0.$$
(1-17)

Rovnice (1-17) je pravdivá pro jakýkoli interval integrace pouze pokud platí následují vztah

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T + Q_{\nu} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(1-18)

Rovnice (1-18) je výsledná rovnice popisující vedení tepla ve třech rozměrech.

#### 1.1.6 Fourierova-Kirchhoffova rovnice

Tato rovnice popisuje proces sdílení tepla v pohybujícím se prostředí. Jedná se tedy o popis teplotního pole proudící kapaliny. Pro odvození této rovnice se na části proudící tekutiny vytkne elementární objem dV (m<sup>3</sup>) o stranách dx, dy, dz (m). Následně se předpokládá, že se do vytyčeného objemu přivádí a odvádí teplo vedením i konvekcí a zároveň dochází uvnitř tohoto objemu k uvolňování tepla z vnitřních objemových zdrojů [9].

Pro pohybující se prostředí je nutno k prvnímu Fourierovu zákonu přidat ještě teplo, které tekutina o rychlosti v (m · s<sup>-1</sup>) a hustotě  $\rho$  (kg · m<sup>-3</sup>) přenese přes jednotku plochy za jednotku času, tedy

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T + \vec{v} \rho c_p T. \tag{1-19}$$

Pro jednotlivé směry musí následně platit

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + v_x \rho c_p T, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + v_y \rho c_p T, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + v_z \rho c_p T.$$
(1-20)

Za předpokladu, že  $\lambda$ ,  $c_p a \rho$  jsou konstantní lze po dosazení do (1-18) dostat následující rovnici

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \rho c_p \left( v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \rho c_p T \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + Q_v$$

$$= \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(1-21)

Jelikož pro nestlačitelnou tekutinu platí rovnice kontinuity ve tvaru div v = 0, třetí člen rovnice vypadává a po upravení lze psát výsledný tvar Fourierovy-Kirchhoffovy rovnice

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla \mathbf{T}) - \rho c_p \, \vec{v} \cdot \nabla T + Q_v = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \mathbf{t}}.$$
(1-22)

První člen rovnice odpovídá konduktivnímu šíření tepelného výkonu a druhý člen konvektivnímu šíření tepelného výkonu povrchem kontrolního objemu. Jak už bylo zmíněno, třetí člen představuje objemové uvolňování tepla z jiných netepelných zdrojů energie. Poslední člen odpovídá rychlosti akumulace vnitřní tepelné energie v kontrolním objemu [9]-[10].

#### 1.1.7 Ohmův zákon

Pět let po zveřejnění Fourierova zákona zjistil Georg Simon Ohm, že když nastane mezi koncovými body izotermického vodiče potenciálový rozdíl, dojde k průchodu proudu skrz vodič. Za účelem zvýraznění analogie mezi tepelným tokem a elektrickým proudem lze Ohmův zákon vyjádřit v diferenciálním tvaru pomocí hustoty elektrického proudu a elektrické intenzity. Diferenciální tvar je vhodný pro obecné úvahy, jelikož vyjadřuje vlastnosti prostředí v daném bodě a není tedy závislý na tvaru uvažovaného vodiče [11].

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}.$$
(1-23)

A jelikož pro intenzitu elektrického pole platí  $\vec{E} = -\nabla \varphi$ , lze vztah přepsat do tvaru

$$\vec{J} = -\gamma \nabla \varphi, \tag{1-24}$$

kde  $\vec{J}$  je vektor hustoty elektrického proudu (A · m<sup>-2</sup>),  $\gamma$  je součinitel elektrické vodivosti (S · m<sup>-1</sup>),  $\vec{E}$  je vektor elektrické intenzity (V · m<sup>-1</sup>), a  $\nabla \varphi$  je gradient potenciálu elektrického pole (V · m<sup>-1</sup>). Součinitel elektrické vodivosti je charakteristická vlastnost uvažovaného materiálu a popisuje schopnost látky vést elektrický proud. Obecně platí, že tento součinitel je závislý na teplotě  $\gamma$  (T) a u vodičů se vzrůstající teplotou klesá.



Obr. 1-5 Tepelné a elektrické jevy v homogenním vodiči [3] (upraveno)

# 1.2 Termoelektrické jevy

#### 1.2.1 Thompsonův jev

Pokud je u vodiče délky l vytvořen teplotní gradient, dojde mezi jeho koncem a začátkem ke vzniku nepatrného termoelektrického napětí. Tuto skutečnost objevil a experimentálně potvrdil v roce 1851 William Thomson, známý též jako lord Kelvin of Largs [13]. Tento jev je svázaný s uvolněním nebo absorpcí určitého množství tepla v závislosti na směru tepelného a elektrického toku a také na materiální povaze vodiče. Výsledné uvolněné teplo je poté dáno následujícím vztahem

$$dP_t = RI^2 - \sigma I dT, \qquad (1-25)$$

kde  $dP_t$  je tepelný výkon (W), *R* je elektrický odpor (Ω), *I* je elektrický proud (A),  $\sigma$  je Thomsonův koeficient (V · K<sup>-1</sup>) a d*T* je rozdíl teploty (K).

První člen vztahu odpovídá Jouleovu teplu, které se uvolňuje do okolí vlivem průchodu proudu vodičem. Druhý člen je Thomsonovo teplo, které vzniká díky teplotnímu spádu ve vodiči. Thomsonův koeficient je závislý na teplotě  $\sigma$  (T) a jeho hodnota typicky činí několik  $\mu$ VK<sup>-1</sup>. Podle druhu materiálu nabývá Thomsonův koeficient buď kladných nebo záporných hodnot. Pokud elektrický proud prochází směrem k teplejší oblasti a je použit materiál s  $\sigma > 0$ , tak je teplo absorbováno a jedná se o takzvaný pozitivní Thomsonův efekt. Naopak pokud je použit materiál s  $\sigma < 0$  a je zachován stejný směr proudu, tak je teplo uvolňováno a jedná se o negativní Thomsonův efekt. Závěrem lze konstatovat, že jestliže materiálem protéká proud, tak Jouleův i Thomsonův efekt probíhá současně. Nicméně velikost Thomsonova efektu je asi o dva řády menší než Jouleova, a proto tento jev nenašel zatím žádné praktické uplatnění [3].

#### 1.2.2 Seebeckův jev

Tento jev byl objeven v roce 1821 estonsko-německým fyzikem Thomasem Johannem Seebeckem, který zjistil, že když jsou spoje dvou různých vodičů vystaveny rozdílným teplotám, lze v neuzavřeném obvodu mezi oběma spoji naměřit termoelektrické napětí. Při uzavření okruhu začne obvodem procházet elektrický proud a nastává Seebeckův jev. Tento jev tedy popisuje přeměnu tepelné energie na elektrickou v podobě vzniku elektrického napětí. Krátce po Seebeckově objevu postavili Oersted společně s Fourierem v roce 1823 první termočlánek založený na termoelektrickém efektu [3]. Vznik termoelektrického napětí lze vysvětlit tak, že při zahřátí vodiče dojde k uvolnění slabě vázaných elektronů z atomu a dochází k celkovému pohybu elektronů vodičem ke chladnějšímu konci. Tento chladnější konec je tedy nabíjen záporně, a jelikož musí být zachována velikost celkového náboje ve vodiči, projeví se úbytek elektronů na teplejším konci jako kladná polarita. Tento předpoklad platí pro takzvané monopolární vodiče typu n, které jsou charakterizovány nosiči záporných elektrických nábojů. Vodiče ambipolárního typu p mají při stejném teplotním smyslu obrácenou polaritu. Vlivem nárůstu elektrického pole mezi elektrony a zbylými pozitivními ionty dojde k tomu, že se přibrzdí pohyb elektronů a dojde vlivem tohoto potencionálního rozdílu k difúzi elektronů na opačnou stranu. Nicméně tepelný tok z teplého konce vodiče na chladnější je zachován i za stálé velikosti termoelektrického napětí, jelikož odtržené elektrony přenášejí větší energii než elektrony v opačném směru. Jsou volně se pohybující a vykazují větší kinetickou energii. Popsaný pohyb elektronů se samozřejmě děje pouze uvnitř vodiče. Nicméně pokud dojde k dokonalému styku dvou vodičů, mohou elektrony z vodiče o nižší potencionální bariéře přestupovat do vodiče s vyšší potencionální bariérou, a vytvářet tak elektrický proud v popsaném termoelektrickém článku [12].



Obr. 1-6 Princip Seebeckova jevu [13] (upraveno)

Velikost termoelektrického napětí je poté možné vyjádřit matematickým vztahem

$$\Delta U_t = (\alpha_A - \alpha_B) \Delta T, \tag{1-26}$$

kde  $\Delta U_t$  je výsledné termoelektrické napětí (V),  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$  jsou Seebeckovy koeficienty příslušných materiálů A a B (V · K<sup>-1</sup>) a  $\Delta T$  je rozdíl teploty (K). Velikost Seebeckova koeficientu závisí pouze

na materiálech tvořících obvod a obvykle se pohybuje v rozsahu od  $\mu VK^{-1}$  do mVK<sup>-1</sup>[1]. Samotné termoelektrické napětí tedy závisí na použitých materiálech a na velikosti teplotního rozdílu napříč materiálem. Dále je také zřejmé, že pokud je termoelektrický článek tvořen vodiči stejného typu n nebo p, Seebeckovy koeficienty se odečítají a termoelektrické napětí je nulové. Pokud je situace opačná a koeficienty se sčítají, dosahuje termoelektrické napětí za daných podmínek maximální velikosti. Seebeckovy koeficienty některých materiálů vztažené proti platině jsou zobrazeny v následující tabulce [12].

Materiál	Seebeckův koeficient $\alpha$ ( $\mu \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{K}^{-1}$ )		
Коуу			
Bismut	-72,0		
Molybden	+10,0		
Měď	+6,5		
Uhlík	+3,0		
Polovodiče			
$Sb_2Te_3$	+185		
$Bi_{2x}Sb_{x}Te_{3}$	+300		
Bi <sub>2</sub> Te <sub>3</sub>	-230		
РbТе	-160		

Tab. 1-1 Seebeckovy koeficienty některých kovů vztažené k olovu[12], [14]

#### 1.2.3 Peltierův jev

Peltierův jev je komplementárním jevem k Seebeckovu jevu. Znamená to tedy, že jestliže je na spoje dvou různých vodičů připojen externí zdroj stejnosměrného napětí, tak vlivem průchodu elektrického proudu je vytvořen teplotní rozdíl mezi oběma spoji. Pokud proud protéká přes spoj v jednom směru, spoj je chlazen, a tím je absorbováno teplo z okolí. Když je směr proudu obrácen, je spoj zahřátý a teplo je uvolněno do okolního prostředí. Tuto skutečnost jako první objevil v roce 1834 francouzský fyzik Jean Charles Athanase Peltier [3], [15].

Tento efekt byl výstižně ilustrován Friedrichem Emilem Lenzem, který umístil kapku vody na spoj bismutového a antimonového drátu. Průchod elektrického proudu spojem v jednom směru způsobil zamrznutí vody, zatímco obrácení směru proudu způsobilo, že led rychle roztál. Výsledný tepelný výkon je úměrný velikosti procházejícího proudu a lze ho popsat následujícím vztahem

$$P_t = (\pi_A - \pi_B) I = \pi_{AB} I,$$
(1-27)

kde  $P_t$  je tepelný Peltierův výkon (W), I je elektrický proud (A) a koeficient úměrnosti  $\pi$  se nazývá Peltierův koeficient (V) a jeho velikost se obvykle pohybuje v rozsahu od 30 do 0,1 mV při pokojové teplotě. Velikost Peltierova koeficientu je závislá na teplotě spoje a na materiálech, ze kterých je obvod vytvořen [3].



*Obr. 1-7 Peltierův jev [16] (upraveno)* 

#### 1.2.4 Thomsonovy vztahy

V roce 1854 přišel William Thomson na spojitost mezi výše uvedenými třemi koeficienty a dokázal, že Thomsonův, Peltierův a Seebeckův efekt jsou navzájem provázány pomocí Seebeckova koeficientu [13].

$$\pi = \alpha T, \tag{1-28}$$

kde  $\pi$  je Peltierův koeficient (V),  $\alpha$  je Seebeckův koeficint (V · K<sup>-1</sup>) a T je teplota (K).

$$\sigma = T \frac{d\alpha}{dT},\tag{1-29}$$

kde  $\sigma$  je Thomsonův koeficient (V · K<sup>-1</sup>).

# KAPITOLA 2: ROZBOR PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ

#### 2.1 Peltierův článek v režimu tepelného čerpadla

Peltierův článek (dále jen "PČ") je charakterizován kladnými a zápornými polovodiči umístěnými mezi dvěma vodivými deskami. Tyto vodivé desky jsou nejčastěji z mědi a zprostředkovávají jak přenos tepla, tak elektrický kontakt. Průchodem elektrického proudu se generuje tepelný tok a vzniká teplotní rozdíl mezi oběma stranami článku [17].



*Obr. 2-1 Termoelektrický článek v režimu tepelného čerpadla [18] (upraveno)* 

Po připojení napětí na článek jsou elektrony přitahovány ke kladnému pólu zdroje. Elektrony se přesouvají z polovodiče typu n do kovu, a pak do polovodiče typu p, kde okamžitě rekombinují s dírami z polovodiče typu p. Jelikož na rozhraní materiálů dochází k tomu, že elektrony přejdou do nižší energetické hladiny, dochází k uvolnění energie, která se následně změní v teplo a spojovací můstek se na této straně začne zahřívat. Na druhé straně budou naopak z mědi vysávány elektrony do polovodiče n. Na této druhé straně se jedná o přechod elektronů do vyšší energetické hladiny, kde budou mít tyto částice nižší kinetickou energii. To způsobí snížení teploty, což bude mít za následek ochlazení této strany a následné odebrání tepla z okolí [19].

#### 2.1.1 Parametry určující chladicí a topný faktor Peltierova článku

Chladicí výkon (W) vytvořený na přechodu mezi kovem a polovodičem n lze zapsat pomocí Peltierova jevu jako

$$P_{chlCun} = (\pi_{Cu} - \pi_n) I.$$
(2-1)

.....

Chladicí výkon na přechodu polovodiče p a kovu lze zapsat jako

$$P_{chlpCu} = \left(\pi_p - \pi_{Cu}\right) I. \tag{2-2}$$

Celkový chladicí výkon je tedy poté dán jako

$$P_{chl} = P_{chlCun} + P_{chlpCu} = \left[ (\pi_{Cu} - \pi_n) + (\pi_p - \pi_{Cu}) \right] I = (\pi_p - \pi_n) I.$$
(2-3)

Dosazením z Thomsonových vztahů lze rovnici upravit do tvaru

$$P_{chl} = (\alpha_p - \alpha_n) T_1 I = \alpha_{p,n} T_1 I.$$
(2-4)

Tento chladicí výkon není ale výsledný, jelikož musí být snížen o tepelný výkon přivedený do studeného spoje materiálem termoelektrického článku od teplé strany a o tepelný tok vzniklý vlivem Jouleových ztrát, čemuž odpovídá následující rovnice [18]

$$P_{chl} = \alpha T_1 I - \left[ \left( \frac{l_p}{\lambda_p S_p} + \frac{l_n}{\lambda_n S_n} \right) \right] (T_2 - T_1) - \left( \frac{\rho_P l_p}{S_p} + \frac{\rho_n l_n}{S_n} \right) \frac{I^2}{2}, \tag{2-5}$$

kde *l* je délka (m), *S* je plocha (m<sup>2</sup>) a  $\rho$  je rezistivita daného elementu ( $\Omega \cdot$  m). A jelikož člen  $\left(\frac{l_p}{\lambda_p S_p} + \frac{l_n}{\lambda_n S_n}\right)$  představuje tepelný odpor (K · W<sup>-1</sup>) a člen  $\left(\frac{\rho_P l_p}{S_p} + \frac{\rho_n l_n}{S_n}\right)$  elektrický odpor daného materiálu n a p, lze rovnici přepsat do následujícího tvaru

$$P_{chl} = \alpha T_1 I - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} - \frac{RI^2}{2}.$$
(2-6)

Výše uvedenou rovnicí je tedy definovaný výsledný chladicí výkon článku. Je z ní zřejmé, že velikost toho chladicího výkonu se mění podle velikosti protékajícího proudu. To znamená, že musí existovat určitý proud I, při kterém je chladicí výkon maximální. Tento proud lze snadno zjistit vyřešením vztahu  $\frac{dP_{chl}}{dI} = 0$ . Pro maximální proud lze poté obdržet následující rovnici

$$I_{max} = \frac{\alpha T_1}{R}.$$
(2-7)

Dosazením tohoto proudu zpátky do výsledné rovnice lze dostat vztah pro maximální chladicí výkon

$$P_{chlmax} = \frac{\alpha^2 T_1^2}{2R} - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}}.$$
(2-8)

Tato rovnice ukazuje, že nelze dosáhnout pozitivního chladicího účinku, pokud je rozdíl teplot mezi spoji příliš velký. Je to dáno tím, že tepelný tok z teplé strany začne postupně převažovat nad vytvořených chladicím výkonem. Ve skutečnosti tedy existuje maximální dosažitelný teplotní rozdíl  $(T_2 - T_1)$ , který lze zjistit položením  $P_{chlmax} = 0$ . Maximální rozdíl teplot je tedy poté dán jako

$$\Delta T_{max} = \frac{\alpha^2 T_1^2 R_{th}}{2R}.$$
(2-9)

Při předpokladu, že  $l_p = l_n$  a  $S_p = S_n$  lze tento vztah přepsat do tvaru

$$\Delta T_{max} = \frac{\alpha^2 T_1^2 \gamma}{2\lambda} = \frac{Z T_1^2}{2},$$
(2-10)

kde člen  $\frac{\alpha^2 \gamma}{\lambda}$  představuje tzv. koeficient efektivnosti Z, který v sobě zahrnuje fyzikální vlastnosti použitého termoelektrického materiálu [12]. Z výsledného vztahu lze tedy konstatovat, že maximální rozdíl teplot závisí především na vlastnostech použitého termoelektrického materiálu a na velikosti teploty studené strany. Nyní je možné přejít k optimalizaci protékajícího proudu PČ, když je teplotní rozdíl nižší než jeho maximální hodnota. Výkon chladicího zařízení se poté obvykle posuzuje pomocí chladicího faktor *EER* (-), definované jako poměr chladicího výkonu ku přivedenému elektrickému výkonu

$$EER = \frac{P_{chl}}{P_{el}} = \frac{\alpha T_1 I - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} - \frac{RI^2}{2}}{\alpha (T_2 - T_1)I + RI^2}.$$
(2-11)

Optimální proud, při kterém je tento chladicí faktor největší, se dostane vyřešením vztahu  $\frac{dEER}{dI} = 0$ . Pro maximální proud lze poté obdržet následující rovnici

$$I_{max} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{R\left((1 + ZT)^{\frac{1}{2}} - 1\right)},$$
(2-12)

kde *T* je průměrná teplota (K), tedy  $\frac{T_2+T_1}{2}$ . Dosazením tohoto proudu do předešlé rovnice lze dostat následující vztah pro maximální chladicí faktor [18]

$$EER_{max} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \left( \frac{\sqrt{1 + ZT} - \frac{T_2}{T_1}}{\sqrt{1 + ZT} + 1} \right).$$
(2-13)

Tepelný výkon (W) vytvořený na přechodu mezi kovem a polovodičem n lze zapsat pomocí Peltierova jevu jako

$$P_t = (\alpha_p - \alpha_n) T_2 I = \alpha_{p,n} T_2 I.$$
(2-14)

Pro získání výsledného tepelného výkonu je nutné tento topný výkon snížit o tepelný výkon přivedený do studeného spoje materiálem termoelektrického článku od teplé strany a zvýšit o tepelný tok vzniklý vlivem Jouleových ztrát

$$P_t = \alpha T_2 I - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + \frac{RI^2}{2}.$$
(2-15)

Pro posouzení výkonosti tepelného zařízení se využívá koeficient zvaný topný faktor *COP* (-), který je definován jako poměr topného výkonu ku přivedenému elektrickému výkonu

$$COP = \frac{P_t}{P_{el}} = \frac{\alpha T_2 I - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + \frac{RI^2}{2}}{\alpha (T_2 - T_1)I + RI^2}.$$
(2-16)

Vztah pro maximální topný faktor, lze dostat vyřešením vztahu  $\frac{dCOP}{dI} = 0$  a dosazením optimálního proudu zpět do rovnice. Maximální topný faktor je poté možné vyjádřit jako

$$COP_{max} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \left( \frac{\sqrt{1 + ZT} - \frac{T_1}{T_2}}{\sqrt{1 + ZT} + 1} \right).$$
(2-17)

Na následujícím grafu lze vidět, jak se mění  $COP_{max}$  vlivem různého poměru teplot pro danou hodnotu *ZT*. Z nasimulovaných průběhů lze vidět, že pro termoelektrický materiál vykazující větší koeficient *ZT*, lze dosáhnout vyššího topného faktoru při stejném rozdílu teplot.



Obr. 2-2 Závislost COP na poměru teplot pro různé hodnoty parametru ZT [19] (upraveno)

#### 2.2 Peltierův článek pro výrobu elektrické energie

Z předchozích kapitol je tedy zřejmé, že pokud je na výše zobrazený termočlánek přivedeno teplo a udržuje se teplotní rozdíl mezi stranami článku, začne docházet na přechodu k Seebeckovu jevu a článek začne generovat elektrické napětí. PČ lze tedy využít, jak pro přenos tepelné energie, tak i k výrobě elektrické energie.

#### 2.2.1 Účinnost přeměny a termoelektrické materiály

Předpokládá se, že je termočlánek zapojen jako na Obr. 1-6 a mezi spoji je připojen zátěžový rezistor  $R_z(\Omega)$ . Rovněž se bude předpokládat, že zdroj tepla dodává tepelný výkon tak, aby byl mezi spoji udržován teplotní rozdíl ( $T_2 - T_1$ ). Napětí produkované termoelektrickým generátorem je  $\alpha(T_2 - T_1)$  a odebraný výkon je tedy poté roven

$$P_{el} = \left(\frac{\alpha(T_2 - T_1)}{R + R_z}\right)^2 R = I^2 R.$$
 (2-18)

Dále je nutné určit velikost přivedeného tepelného výkonu na teplé straně článku. Většina tepla z tohoto zdroje je tvořena tepelným tokem vedeným přes termočlánek k chladné straně. Dále ale bude část z tohoto dodaného výkonu využita vlivem Peltierova jevu, který je spojený s tokem proudu. Poté, stejně jako v režimu tepelného čerpadla, je nutné počítat s Jouleovým teplem vedeným k teplé straně článku [18]. Zahrnutí těchto předpokladů vystihuje následující rovnice popisující výsledný dodávaný tepelný výkon

$$P_{dod} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + \alpha T_2 I - \frac{RI^2}{2}.$$
(2-19)

Účinnost termoelektrického zařízení je dána poměrem vyrobeného elektrického výkonu ku přivedenému tepelnému výkonu, což vystihuje následující vztah

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{dod}} = \frac{RI^2}{\frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + \alpha T_2 I - \frac{RI^2}{2}}.$$
(2-20)

Ze vztahu je zřejmé, že výsledná velikost účinnosti závisí do určité míry na velikosti zátěžového odporu. Pokud je poměr odporů  $\frac{R}{R_z}$  označen *M*, lze obdržet vztah pro optimální hodnotu tohoto poměru vyřešením vztahu  $\frac{d\eta}{dM} = 0$ . Optimální hodnota poměru odporů *M* je poté dána rovnicí

$$M = \left(\sqrt{1 + ZT}\right)^{\frac{1}{2}},\tag{2-21}$$

kde  $T = \frac{T_2 + T_1}{2}$  je střední teplota (K). Vztah pro maximální dosažitelnou účinnost, lze dostat dosazením tohoto vztahu zpět do rovnice (2-20). Maximální účinnost je poté možné vyjádřit jako [20]

$$\eta_{max} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \left( \frac{\sqrt{1 + ZT} - 1}{\sqrt{1 + ZT} + \frac{T_2}{T_1}} \right).$$
(2-22)

Ze vztahu je vidět, že první člen odpovídá účinnosti ideálního tepelného Carnotova stroje. Jak už bylo zmíněno v první kapitole, této účinnosti nelze dosáhnout reálným tepelným cyklem a tato hodnota je tedy snížena vynásobením druhého členu, který nabývá hodnot vždy menších než jedna.



Obr. 2-3 Porovnání termoelektrické účinnosti a teoretické maximální účinnosti [2] (upraveno)

Na předchozím grafu je znázorněno porovnání účinnosti termoelektrických materiálů s daným *ZT* a účinnosti ideálního tepelného stroje. U běžně dostupných termoelektrických materiálů se pohybuje koeficient *ZT* mezi 0,5 až 1. Termoelektrická účinnost při použití těchto materiálů je tedy malá a v nízkoteplotních aplikacích dosahuje typicky kolem 5 až 10 %. Nízká účinnost termoelektrické přeměny je velkou nevýhodou při hromadné výrobě elektrické energie. Termoelektrické aplikace využívající vysokopotenciální teplo jsou vhodné pouze v případech,

kdy neexistují efektivnější způsoby přeměny energie. Nicméně využívání odpadního tepla o nízkých teplotách konkurenceschopnost termoelektrické přeměny značně zvyšuje [2].

Z výše uvedených vztahů je zřejmé, že účinnost termoelektrické přeměny závisí především na použitých termoelektrických materiálech, jejichž vlastnosti jsou charakterizovány koeficientem efektivnosti *Z*. Nicméně tento koeficient není vhodný pro porovnání jednotlivých materiálů, jelikož jeho hodnota je závislá na pracovní teplotě. Mnohem vhodnějším porovnávacím kritériem je bezrozměrný koeficient *ZT*, který zohledňuje teploty, při nichž má daný materiál pracovat [19].

$$ZT = \frac{\alpha^2 \gamma}{\lambda} T.$$
 (2-23)

Ze vztahu vyplývá, že vhodný termoelektrický materiál by měl mít velký Seebeckův koeficient, malou měrnou tepelnou vodivost a velkou měrnou elektrickou vodivost. Kovy však tuto podmínku všeobecně nesplňují, neboť se u nich elektrická vodivost zvětšuje současně s vodivostí tepelnou [12]. Proto se pro výrobu PČ využívají polovodičové materiály, které mají velký součinitel elektrické vodivosti a malý součinitel tepelné vodivosti. Používané termoelektrické materiály spadají do tří kategorií v závislosti na jejich teplotním rozsahu provozu. Pro maximální provozní teplotu kolem 450 K se nejčastěji využívá telurid bismutitý a jeho slitiny, jelikož dosahují nejvyšších hodnot koeficientu *ZT*. Materiály pracující ve středních teplotách využívají především slitin na bázi teluridu olova a rozsah provozních teplot se pohybuje od 450 do 850 K. Pro vysokoteplotní aplikace s horními provozními teplotami až kolem 1300 *K* se využívá slitin křemíku a germania [18], [21].



Obr. 2-4 Závislost ZT na teplotě pro materiál typu n [19] (upraveno)

# 2.3 Výsledná konstrukce Peltierových článků

Pouze jedna termoelektrická dvojice nedosahuje potřebných tepelných a elektrických výkonů. Pro praktické využití je tedy nutné tyto dvojice vzájemně spojovat do větších řetězců. Spojování článků elektricky a tepelně paralelně je nevýhodné, jelikož pro výrobu elektrické energie by bylo výstupní napětí velmi malé a při použití jako tepelného čerpadla by se projevila nevýhoda napájení větším zdrojem proudu. Nejlepší řešení je tedy jednotlivé termočlánky zapojit elektricky do série a tepelně paralelně [19].



Obr. 2-5 Možnosti zapojení termoelektrických článků [19] (upraveno)

PČ obsahuje nejčastěji desítky až stovky takových to termočlánků. Výsledná podoba tohoto termoelektrického modulu je zobrazena na následujícím obrázku.



Obr. 2-6 Výsledná konstrukce PČ [22] (upraveno)

Znázorněná konstrukce je nejběžnějším typem komerčně dostupných PČ. K elektrickému odizolování celého modulu se nejčastěji využívá keramického pláště, který vykazuje velký elektrický odpor a zároveň velkou tepelnou vodivost [2].

#### 2.4 Rozdělení

Jak už bylo zmíněno výše, PČ lze využít dvěma způsoby.

#### 2.4.1 Termoelektrické chlazení

První komerčně vyráběný typ je takzvaný TEC článek, je využíván pro chlazení a funguje jako tepelné čerpadlo (dále jen "TEC"). Tyto články tedy využívají Peltierův jev a po připojení napětí na vstupní svorky se jedna strana začne ohřívat a druhá ochlazovat. Poměr mezi tepelným a chladicím výkonem se běžně pohybuje v rozmezí 1,5 až 2,5 a s rostoucím rozdílem teplot se tento poměr zvyšuje.

#### 2.4.2 Termoelektrický generátor

Druhý typem jsou TEG články, které jsou přímo vyráběny pro přeměnu tepelné energie na elektrickou (dále jen "TEG"). Tyto články tedy fungují na základě Seebeckova jevu a při dosažení rozdílné teploty na obou stranách článku dochází ke generování elektrické energie na výstupních svorkách. Jak už bylo zmíněno, největší nevýhodou této přeměny je nízká účinnost, a proto se v praxi tato technologie pro výrobu elektrické energie příliš nepoužívá. Využití nacházejí především v případech, kde není možné vyrábět elektrickou energii jiným způsobem, nebo kdy zdrojem energie je jinak nevyužité odpadní teplo.

Konstrukčně se oba typy články mezi sebou příliš neodlišují, rozdílný je pouze materiál, z něhož jsou jednotlivé články vyrobeny. Důvodem je skutečnost, že oba typy článků jsou optimalizovány pro různé rozsahy teplot, přičemž moduly TEC jsou nejúčinnější při teplotách blízkých pokojové teplotě, které se obvykle vyskytují v chladicích aplikacích, zatímco moduly TEG jsou optimalizovány pro vyšší teploty. Termoelektrické moduly pro chlazení jsou tedy obecně mnohem levnější [23]-[24].

#### 2.5 Použití Peltierových článků

Termoelektrické moduly jsou součástí širokého spektra aplikací. Patří sem vybavení používané vojenskými, lékařskými, průmyslovými, spotřebitelskými a telekomunikačními organizacemi. Použití sahá od jednoduchých chladicích boxů na jídlo a nápoje až po extrémně sofistikované systémy regulace teploty v raketách a vesmírných vozidlech. Na rozdíl od jednoduchého chladiče .....

umožňuje tento článek snížit teplotu předmětu pod okolní teplotu a také stabilizovat teplotu předmětů, které jsou vystaveny velmi proměnlivým okolním podmínkám. Do typických aplikací PČ spadá [25]:

- chlazení mikroprocesorů,
- chladničky a palubní chladicí systémy v automobilovém a lodním průmyslu,
- chlazení laserových diod,
- použití v leteckém průmyslu,
- vesmírná vozidla,
- malé elektrické generátory,
- zařízení pro noční vidění.
# KAPITOLA 3: NÁHRADNÍ MODEL PELTIEROVA ČLÁNKU

#### 3.1 Odvození modelu

Pro odvození náhradního modelu se vyjde z elementu objemu představující aktivní oblast PČ, ve které bude probíhat Peltierův jev. Z principu fungování PČ je zřejmé, že v tomto objemu budou vzájemně provázané elektrické a tepelné veličiny. Na jedné straně bude vstupovat tepelný tok  $q_{in}$ , a proti tomuto toku bude do objemu vstupovat elektrický proud *I*.



Obr. 3-1 Element objemu aktivní oblasti PČ [1] (upraveno)

Pro zjištění vektoru proudové hustoty  $\vec{J}$  (A · m<sup>-2</sup>) v tomto elementu lze vyjít z předpokladu, že tento vektor nebude tvořen pouze elektrickou intenzitou vzniklou vlivem přiloženého napětí, ale bude také tvořen termoelektrickou intenzitou, která vznikne vlivem gradientu teploty důsledkem Seebeckova jevu. Tento předpoklad popisují následující rovnice

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}_{el} + \gamma \vec{E}_t, \tag{3-1}$$

$$\vec{J} = \gamma(-\nabla\varphi) + \gamma\alpha(-\nabla T), \qquad (3-2)$$

kde  $\gamma$  je součinitel elektrické vodivosti (S · m<sup>-1</sup>),  $\nabla \varphi$  je gradient potenciálu elektrického pole (V · m<sup>-1</sup>),  $\alpha$  je Seebeckův koeficient (V · K<sup>-1</sup>) a  $\nabla T$  je gradient teploty (K · m<sup>-1</sup>).

Z důvodu zákona zachování elektrického náboje je vektor proudové hustoty konstantní v objemu a z pohledu modelu jde o zadanou vstupní veličinu. Za předpokladu ustáleného stavu lze z teorie elektromagnetického pole vyjádřit intenzitu elektrického pole  $\vec{E}$  (V · m<sup>-1</sup>) jako

$$\vec{E} = -\nabla\varphi. \tag{3-3}$$

Za předpokladu směru šíření pouze v ose x lze rovnici přepsat do následujícího vztahu

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{du}{dx},\tag{3-4}$$

kde u je elektrické napětí (V). Po dosazení do rovnice (3-1) lze získat výslednou elektrickou diferenciální rovnici v následujícím tvaru

$$J_x = -\gamma \frac{du}{dx} - \gamma \alpha \frac{dT}{dx}.$$
(3-5)

Pro odvození tepelné rovnice se vyjde z Fourierovy-Kirchhoffovy rovnice

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla \mathbf{T}) - \rho c_p \, \vec{v} \cdot \nabla T + Q_v = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \mathbf{t}},\tag{3-6}$$

kde  $Q_v$  v tomto případě představuje objemové uvolňování tepla vlivem průchodu elektrického proudu. Toto teplo lze vyjádřit vztahem  $Q_v = \vec{J} \cdot \vec{E}$ . V nastíněném případě nedochází k žádnému pohybu prostředí a ani k časové změně, a proto se v rovnici neuplatní druhý a poslední člen. Rovnice tedy následně přechází do tohoto tvaru

$$-\nabla \cdot \vec{\mathbf{q}} + \vec{J} \cdot \vec{E} = 0. \tag{3-7}$$

Vektor hustoty tepelného toku je dán spojením Fourierova zákona a Peltierova jevu, což popisuje následující rovnice

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T + \pi \vec{J}.$$
(3-8)

Po dosazení druhého Thomsonova vztahu rovnice přejde do tvaru

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T + \alpha T \vec{J}.$$
(3-9)

Následně lze psát po dosazení rovnice (3-7) výslednou tepelnou diferenciální rovnici

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx} - \alpha J_x \frac{dT}{dx} - J_x \frac{du}{dx} = 0.$$
(3-10)

Výsledkem je tedy soustava dvou diferenciálních rovnic, kde první z nich (3-5) popisuje elektrický tok a je prvního řádu a druhá rovnice (3-10) popisuje tepelný tok a je druhého řádu. Počáteční

podmínky pro tyto rovnice jsou následující  $T(x = 0) = T_1, T(x = d) = T_2, u(x = 0) = 0.$ Řešením příslušných diferenciálních rovnic a dosazením se získají následující rovnice

$$q_{vst} = J_x T_1 \alpha - \frac{d J_x^2}{2\gamma} + \frac{(T_1 - T_2)\lambda}{d},$$
(3-11)

$$q_{v \circ s} = J_x T_2 \alpha + \frac{d J_x^2}{2\gamma} + \frac{(T_1 - T_2)\lambda}{d},$$
(3-12)

$$u(d) = U_{el} = \alpha (T_1 - T_2) - \frac{d J_x}{\gamma},$$
(3-13)

kde *d* je délka elementu (m) a  $U_{el}$  je přiložené napětí na elementu (V). Za předpokladu, že je objem v každé časti homogenní, lze přejít k modelu se soustředěnými parametry [1]. Tento přechod se provede za pomoci následujících vztahů

$$J_x = \frac{I}{S}, \qquad R_{el} = \frac{d}{2\gamma S}, \qquad R_{th} = \frac{d}{\lambda S},$$
 (3-14)

kde *I* je celkový elektrický proud protékající elementem (A), *S* je plocha elementu  $(m^2)$ ,  $R_{el}$  je odpor elementu ( $\Omega$ ) a  $R_{th}$  je tepelný odpor elementu ( $K \cdot W^{-1}$ ). Dále je možné označit termoelektrické napětí  $U_t$  (V) následujícím vztahem

$$U_t = \alpha (T_2 - T_1). \tag{3-15}$$

Při předpokládání spotřebičové znaménkové konvekce musí platit, že součin  $I \cdot u(d) = I \cdot U_{el}$ bude kladný. Jedná se tedy o kladný elektrický výkon dodaný do systému, neboť nejprve je termoelektrický systém posuzován v režimu tepelného čerpadla. Po dosazení vztahů z (3.14) a (3.15) do výsledné rovnice (3.13) je evidentní, že pro elektrické veličiny musí platit vztah

$$U_{el} = U_t + 2R_{el} I. ag{3-16}$$

Tomuto vztahu poté odpovídá náhradní elektrické schéma podle následujícího obrázku



Obr. 3-2 Výsledné elektrické schéma PČ [1] (upraveno)

Tepelné Jouleovy ztráty na odporech lze určit jako  $P_{zel} = R_{el} I^2$  (W) a neentropický elektrický výkon dodávaný od zdroje napětí je dán následujícím vztahem

$$P_{S0} = U_t I = \alpha (T_2 - T_1) I.$$
(3-17)

Pro sestavení tepelného náhradního schématu bude nejprve nutné definovat vstupní a výstupní výkony (W)

$$P_{vst} = Sq_{vst}, \quad P_{v\acute{y}s} = Sq_{v\acute{y}s}. \tag{3-18}$$

Za využití vztahů lze po elementárních úpravách rovnic pro $q_{vst}$  a  $q_{v \acute{y} s}$  obdržet tyto rovnice

$$P_{vst} + P_{zel} + \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} - IT_1 \alpha = 0,$$
(3-19)

$$P_{v \circ s} - P_{zel} + \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} - IT_2 \ \alpha = 0.$$
(3-20)

A tyto výsledné rovnice popisují náhradní tepelné schéma podle následujícího obrázku



Obr. 3-3 Výsledné tepelné schéma PČ [1] (upraveno)

Za předpokladu konstantních látkových vlastností, průřezu elementu a ustáleného stavu lze konstatovat, že toto náhradní schéma zcela přesně popisuje aktivní oblast PČ z pohledu fenomenologické termodynamiky<sup>1</sup> s uvážením vzájemné Onsagerovské vazby mezi vedením tepla a vedením elektrického proudu. PČ lze tedy považovat za termodynamickou soustavu, do které vstupuje elektrická energie a vystupuje teplo, nebo vstupuje teplo a vystupuje elektrická energie.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Neboli rovnovážná termodynamika, která studuje a popisuje soustavy a jejich vlastnosti na základě makroskopického pohledu a nezabývá se přitom částicovým chováním struktury látky.

# 3.2 Výsledný model Peltierova článku

Zdroj napětí  $U_t$  v elektrickém schématu představuje termoelektrické napětí, které vzniká v aktivní oblasti PČ. Je těžce měřitelné a jeho hodnota je závislá na rozdílu teplot a velikosti Seebeckova koeficientu. Při průchodu proudu tento zdroj generuje neentropický elektrický výkon  $P_{s0}$ , který představuje vstupní výkon předaný do tepelného modelu. Rezistory  $R_{el}$  představují velikost odporu materiálu, ze kterého je realizována aktivní oblast. Na těchto odporech vznikají vlivem průchodu proudu tepelné Jouleovy ztráty  $P_{zel}$ , které jsou rovny  $R_{el}I^2$  a uplatňují se dále v tepelném modelu. Napětí  $U_{el}$  představuje přiložené napětí na danou aktivní oblast PČ.

Zdroj proudu v náhradním tepelném schématu představuje zdroj tepelného toku vznikající na přechodu aktivní oblasti. Příkon tohoto zdroje tepla představuje elektrický výkon  $P_{S0}$ . Výstupní tepelný tok z tohoto zdroje je dán vztahem  $IT_2\alpha$  a vstupní tepelný tok je roven  $IT_1\alpha$ . Jak už bylo zmíněno, do tohoto schématu také vstupují tepelné Jouleovy ztráty  $P_{zel}$ . Rezistor  $R_{th}$  představuje tepelný odpor, vlivem kterého se část výstupního tepelného toku odvede zpátky na vstup. Tento tepelný odpor tedy zachycuje snahu tepla šířit se z teplejší strany článku zpátky do chladnější. Ideálně by měl být tedy tento odpor co největší, což by dopomohlo k dosažení co největšího možného rozdílu teplot mezi stranami článku.

## KAPITOLA 4: ZÍSKÁNÍ NÁHRADNÍCH PARAMETRŮ MODELU

Z předchozího odvození je zřejmé, že k tomu, aby bylo možné využít výsledný náhradní model k simulovaní skutečného chování PČ, je zapotřebí získat reálné hodnoty tepelného odporu  $R_{th}$ , Seebeckova koeficientu  $\alpha$  a elektrického odporu  $R_{el}$ . Získáním těchto hodnot a dosazením do výsledných rovnic popisující náhradní model aktivní oblasti se přejde z této oblasti do popisu reálného PČ jako celku. Pro získání těchto hodnot bylo provedeno měření na vyrobeném přípravku, jehož výsledná podoba je zobrazena na následujících obrázcích.



Obr. 4-1 Realizace přípravku na měření



Obr. 4-2 Schématické uspořádání přípravku na měření [1] (upraveno)

Při potřebném měření je nejjednodušší měřit přímo teploty povrchů PČ, kterými je vedeno teplo. Pokud nebudou tepelné toky příliš veliké, nebudou se tyto teploty příliš lišit od teplot  $T_2$  a  $T_1$ uvažované v daných rovnicích. Samozřejmě za předpokladu, že tepelný odpor keramických destiček bude řádově menší než paralelní tepelný odpor, což by ale mělo být splněno. Pro změření teploty je tedy výhodné na obě strany PČ přilepit za pomoci teplo vodivé pasty hliníkové chladiče Al<sub>1</sub> Al<sub>2</sub>. Tyto hliníkové chladiče jsou velmi dobře tepelně vodivé a lze tedy uvažovat, že teplota bude v jejich celém objemu konstantní. Pokud se tedy k těmto hliníkovým blokům připevní teplotní snímače, je možné celkem přesně měřit teplotu povrchu. Časové průběhy připojeného nebo generovaného napětí a proudu lze měřit pomocí osciloskopu na přívodních svorkách. Takto zkonstruovaný výrobek byl nakonec vložen do krabice a tepelně zaizolován pomocí montážní pěny. Výše popsanému měřícímu přípravku odpovídá následné tepelné schéma.



Obr. 4-3 Náhradní tepelné schéma přípravku na měření

kde *m* je hmotnost (kg) a  $T_2$  je měrná tepelná kapacita ( $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ). Odpory  $R_{tho1}$  a  $R_{tho2}$  představují tepelné odpory do okolí, jejichž hodnota je dána především tepelným odporem montážní pěny, jelikož lze předpokládat, že tepelný odpor chladičů je násobně menší. Naopak hodnoty  $m_1c_1$  a  $m_2c_2$  odpovídají tepelné kapacitě a jsou dány především parametry daných chladičů, jelikož tepelná kapacita montážní pěny je velmi malá. Lze tedy předpokládat, že většina tepla se bude akumulovat právě do těchto hliníkových chladičů. Nejprve byl změřen teplotní profil po připojení PČ ke zdroji elektrické energie. K měření byl použit stabilizovaný zdroj s proudovým omezením tak, aby se choval jako zdroj konstantního proudu.



Obr. 4-4 Časový průběh teploty na teplé a studené straně po připojení PČ k elektrickému zdroji

Z naměřeného průběhu je vidět, že v začátku dochází k největšímu růstu teplotního spádu mezi oběma stranami článku. Ovšem tím, jak tento teplotní spád stoupá, tepelný tok přes PČ se začne zvyšovat, což způsobí ustálení teplotního spádu na konstantní hodnotu. Tím, že je celý přípravek zaizolován dochází následně k nárůstu obou teplot, což ukazuje, že tepelné odpory do okolí jsou znatelně vyšší než tepelný odpor PČ.

Na následujícím grafu je poté zobrazen průběh teplot po vypnutí od zdroje elektrické energie. Průběh opět ukazuje, že tepelný odpor  $R_{th}$  je podstatně menší, než tepelné odpory  $R_{tho1}$  a  $R_{tho2}$ . Ze začátku dochází především k výměně tepelného toku z teplé strany na studenou, což na grafu znázorňuje rychlé vyrovnání teplot mezi stranami článku. Následně už dochází k pomalému společnému chladnutí k okolní teplotě.



Obr. 4-5 Časový průběh teploty na teplé a studené straně po odpojení PČ od elektrického zdroje

#### 4.1 Vyhodnocení naměřených dat – tepelný odpor

Z náhradního tepelného schématu přípravku na měření lze sestavit následující diferenciální rovnice popisující časový průběh chladnutí ke společné teplotě.

$$m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} + \frac{T_2 - T_o}{R_{tho2}} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}},$$
(4-1)

$$m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + \frac{T_1 - T_0}{R_{tho1}} = -\frac{T_2 - T_1}{R_{th}},$$
(4-2)

kde  $T_o$  je teplota okolí (°C), kterou lze při měření považovat za konstantní. Hodnoty součinů hmotnosti a měrné tepelné kapacity lze dopočítat poměrně přesně na základě hmotnosti a znalosti daných materiálů. Z rovnice vyplývá, že pokud by byly známy hodnoty tepelných odporů do okolí, bylo by poté možné na základě změřených průběhů dopočítat neznámou hodnotu tepelného odporu  $R_{th}$ . Z toho tedy vyplývá, že pro určení tepelného odporu PČ je nejprve nutné zjistit hodnotu tepelných odporů do okolí. Pro zjištění těchto tepelných odporů do okolí se použijí data ze společného průběhu chladnutí naznačeného na Obr. 4-5. Jedná se tedy o časy větší než 800 s. Teploty na obou stranách jsou shodné, což znamená, že teplotní spád na tepelném odporu PČ je nulový. A jelikož je elektrický výkon dodávaný do PČ také nulový, lze náhradní tepelné schéma překreslit do následující podoby.



Obr. 4-6 Náhradní tepelné schéma přípravku na měření pro průběh společného chladnutí

Jelikož byl měřicí přípravek konstruován tak, aby byla hodnota  $R_{tho1}$  přibližně rovna  $R_{tho2}$ , lze psát výslednou rovnici v následujícím tvaru

$$(m_1c_1 + m_2c_2)\frac{dT_{spol}}{dt} = -\frac{T_{spol} - T_o}{0.5R_{tho}}.$$
(4-3)

Výsledný tepelný odpor do okolí lze tedy vypočítat dle tohoto vztahu

$$R_{tho} = R_{tho1} = R_{tho2} = -2 \frac{T_{spol} - T_o}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \left(\frac{dT_{spol}}{dt}\right)^{-1}.$$
(4-4)

Vyřešením rovnice je možné získat následující průběh.



Obr. 4-7 Časový průběh tepelného odporu do okolí

Z konstruovaného grafu je zřejmé, že tepelný odpor do okolí je konstantní v čase a jeho hodnota je rovna 46,74 K  $\cdot$  W<sup>-1</sup>.

Jak už bylo zmíněno výše, na základě této hodnoty je možné dopočítat výslednou hodnotu tepelného odporu PČ. Z rovnic popisujících počátek chladnutí lze vyjádřit hodnotu tohoto tepelného odporu z teplotního průběhu teplé strany jako

$$R_{th2} = \frac{T_2 - T_1}{m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} + \frac{T_2 - T_o}{R_{tho}}}.$$
(4-5)

A z teplotního průběhu studené strany jako

$$R_{th1} = -\frac{T_2 - T_1}{m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + \frac{T_1 - T_o}{R_{tho}}}.$$
(4-6)

Na základě dat z počátku chladnutí, tedy pro čas menší než 800 s, je možné zkonstruovat časovou závislost tepelného odporu z obou průběhů a následně určit průměr z těchto hodnot, což je znázorněno na následujícím grafu.



Obr. 4-8 Časový průběh tepelného odporu

Z výše uvedeného grafu je patrné, že hodnota tepelného odporu PČ není konstantní v celém časovém intervalu, jelikož je jeho hodnota ovlivněna tepelným odporem do okolí. Pro získání co nejpřesnější hodnoty bude tedy nejvhodnější vyjít z největšího rozdílu teplot, při kterém dochází k nejmenšímu ovlivnění. Výsledná hodnota byla vypočítána z průměru hodnot na konstantním intervalu od 0 do 50 s a je rovna 2,36 K  $\cdot$  W<sup>-1</sup>.

#### 4.2 Vyhodnocení naměřených dat – Seebeckův koeficient

K získání Seebeckova koeficientu α se využije změřený časový průběh generovaného napětí po odpojení PČ od zdroje elektrické energie. PČ neteče žádný proud a rovnice pro elektrické napětí lze upravit do následujícího vztahu

$$U = \alpha(T_2 - T_1) + 2R_{el} I = \alpha(T_2 - T_1).$$
(4-7)

Jelikož je známý průběh měřeného napětí a daný rozdíl teplot, je možné zkonstruovat závislost těchto dvou parametrů, tedy  $U = f(\Delta T)$ . Tato závislost by měla mít lineární charakter. Pokud se tedy zkonstruuje lineární proklad této závislosti, je z rovnice zřejmě, že směrnice této proložené přímky bude odpovídat hodnotě Seebeckova koeficientu. Výše popsaný postup je zobrazen na následujícím grafu.



Obr. 4-9 Závislost generovaného napětí na rozdílu teplot a lineární proklad této závislosti

Z legendy grafu je vidět, že proklad dané závislosti odpovídá rovnici y = 0.025x - 0.033 a hodnota Seebeckova koeficientu je tedy rovna  $0.025 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ .

#### 4.3 Měření – elektrický odpor

Pro získání výsledné hodnoty elektrického odporu se využije skutečnosti, že při přivedení střídavého napětí na PČ se neuplatní termoelektrické děje. Z toho tedy vyplývá, že se v rovnici pro napětí neuplatní termoelektrické napětí svázané se Seebeckovým koeficientem a rovnice přejde do následující podoby

$$U = \alpha (T_2 - T_1) + 2R_{el} I = 2R_{el} I.$$
(4-8)

Výsledné měření proběhlo pomocí přesných měřičů odporu při střídavém proudu na katedře elektrotechnologie Z realizovaného měření byla určena hodnota elektrického odporu na 0,9  $\Omega$ .

#### 4.4 Ověření navrhovaného náhradního modelu

Jak už bylo uvedeno v předchozí kapitole, měřením a výpočty byly získány potřebné náhradní parametry, na základě kterých je možné modelovat PČ pro různé situace. Nicméně je samozřejmě možné, že byly při výzkumu zanedbány nějaké vnější vlivy či jevy, které navrhovaný model nezahrnuje. Z toho důvodu je nutné ověřit navrhovaný náhradní model a zjistit, jestli odpovídá reálnému chování PČ. Myšlenka je taková, že se do naprogramovaného modelu odpovídajícímu z odvození přidá navíc tepelný odpor do okolí, a pokud výstupní průběhy teplot budou odpovídat reálným průběhům získaným měřením, je možné konstatovat, že je navrhovaný model správný a popisuje skutečné chování PČ.

Nejprve je možné ověřit vypočítané hodnoty tepelných odporů na průběhu společného chladnutí (Obr. 4-5). Jedná se vlastně o naprogramování souproudého výměníku, ve kterém se opět musí zahrnout vliv tepelného toku do okolí, vlivem kterého dochází k následnému poklesu obou teplot. Výsledný model tedy popisují tyto rovnice

$$P_S(t) = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}},$$
(4-9)

$$P_{o2}(t) = \frac{T_2 - T_o}{R_{tho}},$$
(4-10)

$$P_{o1}(t) = \frac{T_1 - T_o}{R_{tho}},$$
(4-11)

$$\frac{dT_2}{dt} = -\frac{P_S(t)}{m_2 c_2} - \frac{P_{o2}(t)}{m_2 c_2},$$
(4-12)

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{P_S(t)}{m_1 c_1} - \frac{P_{o1}(t)}{m_1 c_1},$$
(4-13)

kde  $P_S$  je sdělený výkon přes odpojený PČ (W),  $P_{O2}$  je tepelný výkon odvedený teplou stranou článku (W) a  $P_{O1}$  je tepelný výkon odvedený studenou stranou článku (W). Poslední dvě

rovnice popisují časové změny teplot teplé a studené strany. Do výsledného modelu byly zadány vypočítané hodnoty tepelného odporu  $R_{th} = 2,36 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$  a tepelných odporů do okolí  $R_{tho} = 46,74 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ . Následně bylo provedeno porovnání teplotních průběhů z daného modelu a provedeného měření. Toto porovnání je zobrazeno na následujícím grafu.



Obr. 4-10 Porovnání nasimulovaných časových průběhů teplot ze změřenými průběhy

Z konstruovaného grafu je vidět, že nasimulovaný průběh z modelu přesně odpovídá změřeným hodnotám a dokazuje, že určená hodnota tepelného odporu PČ odpovídá reálnému provedení.

Pro nasimulování teplotních průběhů po připojení PČ k elektrickému zdroji (Obr. 4-4) se využije rovnic z odvození modelu PČ. Výsledný naprogramovaný model tedy obsahuje tyto rovnice

$$P_{v \neq s}(t) = IT_2 \alpha + R_{el} I^2 - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}},$$
(4-14)

$$P_{vst}(t) = IT_1 \alpha - R_{el}I^2 - \frac{T_2 - T_1}{R_{th}},$$
(4-15)

$$P_{o2}(t) = \frac{T_2 - T_o}{R_{tho}},$$
(4-16)

$$P_{o1}(t) = \frac{T_1 - T_o}{R_{tho}},\tag{4-17}$$

$$\frac{dT_2}{dt} = -\frac{P_{v \neq s}(t)}{m_2 c_2} - \frac{P_{o2}(t)}{m_2 c_2},$$
(4-18)

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{P_{vst}(t)}{m_1 c_1} - \frac{P_{o1}(t)}{m_1 c_1}.$$
(4-19)

Do výsledného modelu byly zadány vypočítané hodnoty Seebeckova koeficentu  $\alpha = 0,025 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ , elektrického odporu  $R_{el} = 0.9 \Omega$ , tepelného odporu  $R_{th} = 2,36 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$  a tepelných odporů do okolí  $R_{tho} = 46,74 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ . Následně bylo provedeno porovnání teplotních průběhů z daného modelu a provedeného měření. Toto porovnání je zobrazeno na následujícím grafu.



Obr. 4-11 Porovnání nasimulovaných časových průběhů teplot se změřenými průběhy

V tomto případě je patrné, že nasimulované průběhy z modelu aproximují téměř přesně změřená data. Lze tedy konstatovat, že výsledný model odpovídá reálnému chování. Následně bylo ještě provedeno porovnání výsledných koeficientů s hodnotami uvedenými v odborných článcích zabývajících se touto problematikou. Hodnoty uvedené v těchto článcích [26]-[27] jsou rovněž přibližně stejné jako měřením zjištěné hodnoty tepelného odporu a elektrického odporu. Tyto hodnoty z měření je tedy možné využít pro následující modelování. To ale neplatí pro hodnotu Seebeckova koeficientu, jelikož v těchto akademických pracích je udávána hodnota Seebeckova koeficientu  $\alpha \approx 0,05 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ . Z toho tedy vyplývá, že měřený PČ mohl být nějakým způsobem vadný, a nedosahoval proto takové hodnoty Seebeckova koeficientu jaké by měl. Bylo by tedy vhodné zkonstruovat sofistikovanější prototyp, který by mohl být využit pro

opakovatelné měření s více články. Z časových důvodů ale nebylo možné opakovatelné měření provést. Následné simulace a výsledné posouzení energetického využití bude provedeno pro hodnotu  $\alpha = 0,05 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ . Tedy takové, jaké by měly reálně články dosahovat. Pro porovnání bude však také provedena simulace s naměřenou hodnotou tohoto koeficientu, aby mohl být ukázán vliv výsledné velikosti tohoto koeficientu. V příloze B.4 je zobrazen naprogramovaný kód, podle kterého bylo dané měření vyhodnoceno a ověřeno.

## KAPITOLA 5: MOŽNOSTI VYUŽITÍ PELTIEROVÝCH ČLÁNKŮ

### 5.1 Použití ve funkci tepelného čerpadla

Výsledkem odvozeného modelu je tedy paralelně zapojený termodynamický stroj s parazitním tepelným odporem, který nemůže být z hlediska účinnosti lepší než ideální Carnotův cyklus. Ve světě kompresorových tepelných čerpadel by tedy mohl PČ představovat tepelné čerpadlo s přídavným výměníkem tepla mezi vstupním a výstupním médiem, který by pochopitelně zhoršoval topný faktor.

#### 5.1.1 Výsledná simulace

Pro numerické experimenty byly použity hodnoty získané měřením parametrů PČ popsané v předchozí kapitole. Dále je nutné určit hodnotu tepelného odporu, který bude na vstupu a výstupu článku. Do tohoto tepelného odporu bude zahrnut tepelný odpor keramické vrstvy a tepelný odpor výstupního chladiče. Pro tepelný odpor chladiče bude předpokládáno použití žebrovaného chladiče s ventilátorem zajištující nucenou konvekci. Pro modelování bude počítáno s hodnotou  $R_{th} = 0.75 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ . Tepelný odpor keramické vrstvy byl určen na 0,09 K · W<sup>-1</sup>. Z toho vyplývá, že výsledné hodnoty vstupního a výstupního tepelného odporu jsou rovny  $R_{thvst} = R_{thvýs} = 0.84 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ . Výsledné modelování PČ ve funkci tepelného čerpadla bude tedy odpovídat následujícímu schématu.



Obr. 5-1 Výsledné elektrotepelné schéma PČ použitého pro simulace

Důležitým výstupem je určit závislost topného faktoru na velikosti protékajícího proudu. Z této závislosti bude vidět při jakém proudu bude dosaženo nejvyšší hodnoty *COP*. Simulace byla provedena pro vstupní teplotu  $T_{vst} = 0$  °C a pro různý rozdíl teplot.



Obr. 5-2 Závislost COP na velikosti proudu pro různé rozdíly teplot

Z konstruovaného grafu je vidět, že s rostoucím rozdílem teplot se posouvá maximální hodnota *COP* k hodnotám vyššího proudu. Je rovněž zjevné, že pro menší rozdíl teplot je dosaženo většího *COP*. Velikost tepelného a chladicího výkonu v závislosti na protékajícím proudu je zobrazena na následujících grafech.



Obr. 5-3 Závislost tepelného výkonu na velikosti proudu pro různé rozdíly teplot



Obr. 5-4 Závislost chladicího výkonu na velikosti proudu pro různé rozdíly teplot

Pro další posouzení je možné vyhotovit závislost *COP* na velikosti tepelného výkonu, ze které je možné zjistit, jak velký bude tepelný výkon pro danou hodnotu *COP*.



*Obr. 5-5 Závislost COP na velikosti tepelného výkonu pro různé rozdíly teplot (* $\alpha$  = 0,05) Z této závislosti je vidět, že optimální hodnoty *COP* odpovídají menším hodnotám výstupního výkonu. Nicméně pro větší rozdíly teplot se hodnota *COP* příliš nemění, a je tedy výhodnější držet se v oblasti větších proudů a odebírat tak větší tepelný výkon. Na následujícím grafu je tato závislost zkonstruována pro  $\alpha$  = 0,025 V · K<sup>-1</sup>.



*Obr. 5-6 Závislost COP na velikosti tepelného výkonu pro různé rozdíly teplot (* $\alpha$  = 0,025) V příloze B.5 je zobrazen naprogramovaný kód, podle kterého byly dané simulace vytvořeny.

#### 5.1.2 Posouzení možného energetického využití

Z předchozí simulace (pro  $\alpha = 0.05 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ ) je vidět, že výsledná hodnota *COP* se pohybuje kolem 1,5 pří dodaném tepelném výkonu 30 W. Vlivem malých topných a chladicích výkonů se jeví nejvhodnější výsledné využití těchto článků jako náhrada kompresorového tepelného čerpadla u řízených větracích jednotek pasivních domů. Současné pasivní domy dosahují vynikajících parametrů tepelné izolace s velmi těsnou konstrukcí a výsledná tepelná ztráta vztažená na obytnou plochu by neměla dosahovat více než 10 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>[28]. Pro vytápění rodinného domu, který má podlahovou plochu kolem 100 m<sup>2</sup>, by tedy stačila jednotka řízeného větrání s rekuperací tepla o výkonu menším než 1 kW. Jednotka o takovém výkonu by tedy musela obsahovat kolem 20 PČ. Výsledné provedení by tedy mělo být konstrukčně mnohem jednodušší, mít delší životnost a potencionálně nižší investiční náklady. Výsledná jednotka by samozřejmě mohla být využita i pro chlazení větraného vzduchu. Zajímavé by bylo i posoudit využití PČ v kombinaci s výměníkem zpětného získávání tepla (dále jen "ZZT"). U této kombinace by bylo možné sestavit lokální větrací jednotku, která by byla instalovaná v jednotlivých místnostech. Výhoda tohoto provedení by mohla spočívat v tom, že by nemusela být vůbec realizována otopná soustava. Výsledná jednotka by tedy obsahovala deskový výměník ZZT a výměník s PČ [29]. Inteligentním spojením a řízením těchto výměníků, tak aby PČ pracovaly s co možná nejnižším rozdílem teplot by výsledná jednotka mohla dosahovat zajímavých hodnot COP a EER. Využití PČ v těchto nastíněných aplikacích by mohl také podpořit tlak Evropské unie na omezení chladiv v tepelných čerpadlech, což by mohlo mít za následek hledání ekologičtějšího řešení, které by právě použití PČ představovalo.

## 5.2 Použití pro výrobu elektrické energie

Pro posouzení PČ k výrobě elektrické energie se využije odvozeného modelu, u kterého se pouze zamění elektrické a tepelné toky tak, aby odpovídal výrobě elektrické energie namísto funkce tepelného čerpadla. Výsledné náhradní schéma PČ bude tedy vypadat následovně.



Obr. 5-7 Výsledné náhradní schéma PČ pro výrobu elektrické energie

Výsledný model bude poté popsán pomocí těchto rovnic

$$P_{vst} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + IT_2 \ \alpha - P_{zel},$$
(5-1)

$$P_{v \circ s} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + IT_1 \alpha + P_{zel}.$$
 (5-2)

Pro posouzení vhodnosti využití termoelektrického generátoru jsou nejdůležitějšími parametry výstupní elektrický výkon a účinnost. Tyto parametry je možné získat pomocí následujících vztahů.

$$P_{el} = P_{vst} - P_{vys} = \alpha (T_2 - T_1)I + 2R_{el} I^2.$$
(5-3)

$$\eta = \frac{P_{vst} - P_{vys}}{P_{vst}} = \frac{P_{el}}{P_{vst}} = \frac{\alpha (T_2 - T_1)I + 2R_{el}I^2}{\frac{T_2 - T_1}{R_{th}} + \alpha T_2 I - R_{el}I^2}.$$
(5-4)

### 5.2.1 Výsledná simulace

Důležitým výstupem simulace je určit závislost výstupního elektrického výkonu na velikosti odebíraného proudu pro různé rozdíly teplot. Podle této závislosti bude poté možné posoudit vhodné energetické využití.



*Obr. 5-8 Závislost elektrického výkonu na velikosti odebraného proudu* ( $\alpha = 0,05$ )

Na následujícím grafu je tato závislost zkonstruována pro  $\alpha = 0,025 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ .



*Obr.* 5-9 Závislost elektrického výkonu na velikosti odebíraného proudu ( $\alpha = 0,025$ )

Z konstruovaných grafů lze vidět, že generovaný elektrický výkon je závislý na velikosti odebíraného proudu. Velikost tohoto proudu je dána elektrickým odporem samotného článku a elektrickým odporem připojené zátěže. Jak už bylo zmíněno v teoretické části, největšího výkonu bude dosaženo při shodné velikosti těchto odporů. Navíc elektrický odpor PČ je samozřejmě závislý na teplotě. Pokud tedy dochází při dané aplikaci ke kolísání teploty, bude také docházet ke změně tohoto odporu, což se projeví změnou bodu maximálního výkonu. Je tedy zřejmé, že přímé připojení PČ k zátěži není vhodné, jelikož by nebylo dosaženo maximálních hodnot výkonu. Z výše zmíněných důvodů se na vstup PČ připojují stejnosměrné měniče, které jsou řízeny pomocí algoritmů tak, aby bylo dosahováno maximálního výkonu v každém okamžiku [30].

Z výsledné závislosti elektrického výkonu na velikosti proudu (pro  $\alpha = 0,05 \text{ V} \cdot \text{K}^{-1}$ ) je vidět, že pro nižší rozdíly teplot je dosahováno velmi malého elektrického výkonu s nízkou účinností. Z toho vyplývá, že aplikace s nízkým rozdílem teplot nemají velký energetický význam. Pro větší rozdíly teplot nad 200 °C už lze generovat elektrický výkon v desítkách wattů. Generovaný elektrický výkon je stále poměrně malý, nicméně s využitím více článků by již bylo možné sestavit termoelektrický modul, který by mohl mít nějaké energetické využití. Je ale také nutné zmínit, že pro takové vysokoteplotní aplikace by musela být odpovídajícím způsobem optimalizována konstrukce daného PČ tak, aby mohla být využita pro konkrétní aplikaci. V příloze B.6 je zobrazen naprogramovaný kód, podle kterého byly dané simulace vytvořeny.

#### 5.2.2 Posouzení možného energetického využití

Jak už bylo zmíněno v teoretické části, vlivem nízké účinnosti termoelektrické přeměny mohou dávat ekonomický smysl pouze aplikace na využití jinak nevyužitého odpadního tepla. Z výsledné simulace je také patrné, že je nutné zaměřit se spíše na aplikace, u kterých je možné dosáhnout velkých teplotních rozdílů, jelikož energetické využití pro nižší rozdíly teplot je velmi omezené. Jako nejvhodnější výsledné aplikace se tedy jeví použít tyto články na využití odpadního tepla z výfukových spalin v automobilovém průmyslu, nebo z provozu malých spalovacích zařízení. První zmíněná aplikace představuje pro využití termoelektřiny perspektivní oblast, jelikož výfukovými plyny se u vznětových motorů odvede více než třetina přivedeného tepla, což představuje největší ztráty. Cílem automobilových termoelektrických generátorů je tedy využít teplo, které bez užitku odchází výfukovým potrubím automobilu do atmosféry, k výrobě elektrické energie, která se poté využije v rámci úspor pro dnes již tak rozsáhlou elektroniku ve výbavě automobilu [2]. Způsob možné integrace termoelektrického generátoru do výfukového potrubí vozidla je zobrazen na následujícím obrázku.



*Obr. 5-10 Integrace termoelektrického generátoru do výfukového potrubí vozidla [31] (upraveno)* 

Teplota výfukových plynů dosahuje až 700 °C a výsledný teplotní rozdíl mezi výfukovými plyny na horké straně a chladicí kapalinou na studené straně může tedy dosahovat několik set stupňů. Ze závislosti elektrického výkonu na velikosti odebírajícího proudu je vidět, že pro vyšší rozdíly teplot od 200 do 600 °C je možné generovat z PČ elektrický výkon kolem 20 W. Výsledný termoelektrický modul v této aplikaci může tedy generovat řádově stovky wattů.

Od počátku 21. století jsou téměř všichni hlavní výrobci automobilů na světě zapojeni do programů výzkumu a vývoje zahrnujících návrh, vývoj a testování automobilových termoelektrických generátorů ve spolupráci s výrobci daných prototypů a výzkumnými ústavy. Doposud hlášené výsledky však naznačují, že dosažené zlepšení účinnosti palivového cyklu je velmi nízké a v některých případech dokonce negativní kvůli parazitním ztrátám spojeným s integrací TEG [32]. Hlavní parazitní ztráty jsou dány omezením proudění výfukových plynů, potřebnou energií na čerpání chladicí kapaliny do chladiče a přídavnou hmotností. Dalším problémem je to, že realizace vysokoteplotních modulů je svázána s využitím prvků vzácných kovů a se složitým procesem návrhu, což se projevuje vysokými celkovými náklady. Tyto celkové náklady jsou mnohem vyšší než 1 \$ na W, a překračují tak bariéru vhodnou pro implementaci této technologie do vozidel. Hlavními překážkami pro dosažení komerčního využití je tedy vysoká cena a nízká účinnost aktuálně dostupných modulů. Proto aby byla tato technologie komerčně úspěšná je tedy nutné převést levné materiály s vysokým *ZT* zkoumané v posledních letech na spolehlivé vysoko výkonové výstupní moduly. Jedná se například o tetraedrity, které vykazují slibné vlastnosti a mohli by tedy poskytnout požadovaný průlom pro komercializaci [32].

### 5.3 Použití pro regulaci teploty

PČ jsou zejména v několika posledních letech využívány v nejrůznějších aplikacích vyžadujících přesnou regulaci teploty. Jedná se například o aplikace, u kterých může být správná funkčnost daného výkonového prvku náchylná na změnu teploty. V praxi se může třeba jednat o stabilizaci teploty LED čipů u projektorů, u kterých je nutné zajistit, aby se daný LED čip udržoval na požadované teplotě, při níž dosahuje nejlepších vyzařovacích vlastností. PČ musí být v dobrém kontaktu jak s plochou tohoto čipu na studené straně, tak i s chladičem na teplé straně. Dále musí být dodržena tolerance rovinnosti, která by neměla přesahovat 25 μm [33]. V takové instalaci je pak možné na základě snímané teploty řídit proud PČ, tak aby se na daném LED čipu udržovala požadovaná teplota. Výsledná aplikace by tedy odpovídala následujícímu obrázku.



Obr. 5-11 Schématické uspořádání pro regulaci teploty LED čipu

Z naznačeného schématického uspořádání je vidět, že PČ čerpá tepelný výkon ze strany LED čipu do výstupního chladiče. V okamžiku připojení PČ ke zdroji elektrické energie dochází tedy na teplé straně k odvodu tepla, což je doprovázeno růstem teploty a následným ohřevem chladiče. Začne-li se chladič na teplé straně příliš zahřívat, začne se zvyšovat i teplota na studené straně, jelikož bude docházet k tepelnému toku přes tepelný odpor PČ. Z toho důvodu je nutné, aby chladič na výstupní straně tepla byl dostatečně velký, čímž se zajistí odstínění výstupního tepla, a dojde tak k potlačení zpětného tepelného toku. Taková situace bude níže nasimulována a bude ukázán vliv nutnosti dobrého odvodu tepla chladičem.

Podle výše naznačeného schématického uspořádání je možné sestavit odpovídající tepelné schéma, podle kterého se následně sestaví výsledné diferenciální rovnice popisující navrhnuté využití.



Obr. 5-12 Náhradní tepelné schéma pro regulaci teploty LED čipu

Levá strana tepelného schématu odpovídá straně s LED čipem a pravá vystihuje výstupní stranu realizovanou chladičem. Tepelný odpor do okolí  $R_{tho1}$  a tepelná kapacita  $m_1c_1$  charakterizují daný LED čip. Přesné hodnoty by se tedy odvíjely na základě přesně definovaného čipu. Pro výslednou simulaci lze nicméně předpokládat, že LED čip bude vykazovat malou tepelnou kapacitu a velký tepelný odpor. Z této strany musí ještě vstupovat proměnlivý ztrátový výkon produkovaný LED čipem  $P_{ztčip}$ . Tepelný odpor do okolí  $R_{tho2}$  a tepelná kapacita  $m_2c_2$  tedy charakterizují použitý chladič. Tyto hodnoty lze jednoduše vypočítat na základě materiálových znalostí daného chladiče. Z náhradního tepelného schématu pro regulaci teploty LED čipu lze poté sestavit následující diferenciální rovnice

$$P_{zt\check{c}ip} + \frac{T_{chl} - T_{\check{c}ip}}{R_{th}} + RI^2 - m_1 c_1 \frac{dT_{\check{c}ip}}{dt} - \frac{T_{\check{c}ip} - T_o}{R_{tho1}} - \alpha T_{\check{c}ip}I = 0,$$
(5-5)

$$RI^{2} + \alpha T_{chl}I - \frac{T_{chl} - T_{\check{c}ip}}{R_{th}} - m_{2}c_{2}\frac{dT_{chl}}{dt} - \frac{T_{chl} - T_{0}}{R_{tho2}} = 0.$$
(5-6)

K regulaci LED čipu na požadovanou teplotu se využije proporcionální regulace. Akční veličina v tomto případě proud je tedy dána konstantou zesílení vynásobenou regulační odchylkou, což bude rozdíl mezi požadovanou a skutečnou teplotou LED čipu. Pro konkrétní aplikaci by samozřejmě regulace musela být sofistikovanější a regulační konstanty by musely být zvoleny na základě regulačních kritérií. Pro posouzení chování PČ v této aplikaci je však realizovaná regulace plně dostačující. Z výše uvedených rovnic a nastíněné regulace je poté možné sestavit výsledný model, za pomoci kterého je možné nasimulovat různé situace a zjistit průběh napájecího proudu k udržení požadované teploty LED čipu.

#### 5.3.1 Výsledná simulace

Nejprve bude nasimulována situace pro výstupní chladič s malým tepelným odporem, u které by měla být regulace úspěšná. Průběh proměnlivého ztrátového výkonu LED čipu se bude pohybovat v rozmezí 35 až 45 W. Dále se bude předpokládat, že LED čip pro teplotu 40 °C pracuje v optimálních podmínkách. Snahou regulace bude tedy držet tuto teplotu na LED čipu.



Obr. 5-13 Výsledný průběh teplot pro nízký tepelný odpor chladiče



Obr. 5-14 Průběh dodávaného proudu do PČ



Obr. 5-15 Závislost teploty chladiče na maximálním chladicím výkonu

První graf zobrazuje výsledný průběh teplot, ze které je vidět, že se pomocí zvolené regulace podařilo udržet teplotu LED čipu na požadovaných 40 °C. Průběh teploty chladiče odpovídá tomu, že byl simulován vhodně velký chladič a teplota na výstupu se tak udržela na nízké hodnotě. Na druhém grafu je poté zobrazen průběh dodávaného proudu do PČ, za pomoci kterého by se zajistila tato regulace.

Jak už bylo zmíněno v teoretické části, existuje hodnota proudu, při které dosahuje PČ maximálního chladicího výkonu, a to.

$$I_{max} = \frac{\alpha T_1}{R}.$$
(5-7)

Teplota  $T_1$  odpovídá požadované teplotě 40 °C a hodnota tohoto proudu pro nastíněnou simulace je tedy rovna 8,7 A. Tato hodnota určuje mez dané regulace, jelikož při překročení velikosti tohoto proudu, už nebude PČ schopen čerpat tak velký tepelný výkon ze své studené strany. Je to dáno tím, že zvýšená potřeba chladicího výkonu vyžaduje větší proud PČ. Jelikož Jouleovy ztráty rostou s kvadrátem proudu  $RI^2$ , oproti chladicímu výkonu vytvořeným vlivem Peltierova jevu daným pouze první mocninou proudu  $\alpha T_1I$ , dojde v jistém okamžiku k tomu, že už PČ nebude schopen dané regulace dosáhnout. Zvýšená potřeba chladicího výkonu nastává například vlivem zvětšení ztrátového výkonu nebo zvětšením tepelného toku přes PČ, který je ovlivněn velikostí tepelného odporu výstupního chladiče. Tepelný tok přes PČ je závislý na rozdílu teplot mezi oběma stranami článku, a roste tedy se zvětšující se teplotou na výstupní straně. Se vzrůstající výstupní teplotou musí tedy růst i proud PČ. Pokud teplota chladiče přeroste určitou mez, dojde ke zmíněnému převážení Jouleovým teplem a PČ už nebude schopen dodat potřebný chladicí výkon. Poslední graf zobrazuje danou závislost teploty chladiče na maximálním dodávaném chladicím výkonu. Z této závislosti lze vidět, že pro teplotu chladiče 95 °C, lze dosáhnout maximálního chladicího výkonu 45 W. Z toho tedy vyplývá, že pro odvedení ztrátového výkonu s maximální hodnotou 45 W nesmí teplota na chladiči přesáhnout tuto teplotu. Pro větší hodnotu tepelného odporu chladiče je tedy možné narazit na tuto regulační mez, což je zobrazeno následující simulací.



Obr. 5-16 Výsledný průběh teplot pro větší tepelný odpor chladiče



Obr. 5-17 Průběh dodávaného proudu do PČ



Obr. 5-18 Průběh maximálního chladicího výkonu

Z výsledné simulace je vidět, že pro zvolený chladič už PČ nebyl schopný omezit teplotu LED čipu na požadovaných 40 °C a v čase kolem 265 s došlo k překročení maximálního možného proudu a dosažení popisované regulační meze. Vyšší hodnota tepelného odporu chladiče se projevila strmějším nárůstem teploty chladiče, což se podle vzorce  $\frac{T_{chl}-T_{čip}}{R_{th}}$  musí projevit vyšším tepelným tokem přes PČ. Pro udržení požadované teploty musí tedy protékat větší proud PČ. Teplota chladiče narostla až k 100 °C, při kterých už nebyl PČ schopen dodat potřebný chladicí výkon.

Na posledním grafu je zobrazen časový průběh maximální možné hodnoty chladicího výkonu. Průběh tedy ukazuje, jaký by mohl být maximální chladicí výkon pro daný rozdíl teplot při přivedení maximálního proudu do PČ. Z grafu je vidět, že v čase 265 s se už ani přivedením maximálního možného proudu do PČ nedosáhne potřebného chladicího výkonu. Je to dáno tím, že v tomto okamžiku se dostane tento maximální chladicí výkon pod hranici ztrátového výkonu a PČ už není schopen dodat potřebný chladicí výkon k udržení požadované teploty.

Z grafu je také vidět, že pro nekonečně velký chladič na výstupní straně, při kterém by se udržela teplota chladiče na teplotě okolí  $T_{chl} = 22$  °C, lze PČ odvést maximálně 76 W tepelného výkonu. Pokud tedy bude ztrátový výkon větší než tato hodnota, nelze ani při dokonalém odvodu tepla na výstupní straně daným PČ regulovat teplotu na požadovaných 40 °C. V příloze B.7 je zobrazen naprogramovaný kód, podle kterého byly dané simulace vytvořeny

### 5.3.2 Posouzení možného energetického využití

Výsledná simulace ukázala, že plynulou regulací chladicího výkonu PČ lze docílit stabilizace teploty LED čipu, a udržet ho tak na požadované teplotě, při níž dosahuje nejlepších vyzařovacích vlastností. Z provedené simulace je také vidět, že při aplikaci PČ pro regulaci teploty je nutné vždy zajistit dobrý odvod tepla na výstupní straně. Jelikož teplota chladiče na výstupní straně ovlivňuje velikost maximálního chladicího výkonu dodaného PČ, je nutné k dosažení požadované regulace teploty zvolit na výstupní straně chladič s vhodnou hodnotou tepelného odporu. Pro větší ztrátové výkony je tedy nutné zvolit žebrovaný chladič s ventilátorem nebo hliníkový blok chlazený vodou.

Tyto články lze například využít ke zmíněné regulaci teploty LED čipu u projektorů nebo ke stabilizace teploty krystalu laserové diody, u které je kladen velký požadavek na stabilitu vlnové délky, například pro využití ve spektroskopii. Nicméně regulace teploty pomocí PČ je díky jejich malým rozměrům a snadnému ovládání zajímavou alternativou konvenčních mechanických chladicích systémů v oblasti malých chladicích výkonů [33].

## ZÁVĚR

Tato diplomová práce poskytla čtenáři náhled do problematiky Peltierových článků a pomocí vytvořeného reálného modelu ukázala jejich možné energetické využití. V teoretické části byly vysvětleny fyzikální zákony, které dávají do spojitosti elektrické a tepelné procesy uplatňující se u termoelektrických jevů. V praktické části této práce bylo nejprve realizováno měření k získání hodnoty tepelného odporu, Seebeckova koeficientu a elektrického odporu. Na základě těchto hodnot a naměřených průběhů se podařilo ověřit výsledný náhradní model Peltierova článku a potvrdit, že odpovídá reálnému chování. V poslední kapitole byly za pomoci tohoto modelu rozebrány možnosti použití těchto článků ve funkci tepelného čerpadla, pro výrobu elektřiny a regulaci teploty.

Některé komerčně dostupné Peltierovy články mohou mnohdy vykazovat odlišné parametry a chování, než je deklarováno výrobci v datasheetu. Pro následné využití a výzkum Peltierových článků je tedy namístě si ověřit jaké reálné parametry vykazují. Z toho důvodu byl navržen způsob levného ověření těchto parametrů a naprogramován kód, do kterého se pouze nahrají změřená data, na základě kterých se provede ověření a zjištění s jakými reálnými parametry lze v dalším výzkumu počítat. Tímto způsobem je tedy možné deklarovat, že navrhované využití by šlo v dané aplikaci výzkumu docílit komerčně dostupnými články. Výsledný kód může být tedy použit na katedře elektroenergetiky pro plánované postavení sofistikovanějšího měřícího přípravku, který by umožnil realizovat opakovatelné měření a pomohl zjistit s jakými reálnými parametry je možné počítat v probíhajícím výzkumu inteligentního sériového řazení. Naprogramování kódu pro ověření parametrů autor považuje za největší přínos této práce.

Výsledné modelování Peltierova článku ve funkci tepelného čerpadla potvrdilo předpoklad, že tyto články nedosahují takových hodnot *COP* jako kompresorová tepelná čerpadla. Nicméně výsledná hodnota *COP* kolem 1,5 stále znamená 33% úsporu oproti přímé přeměně elektrické energie na tepelnou, což stále může dávat smysl v praktickém energetickém využití. Jak už bylo uvedeno, potřeba tepla pasivních domů je velmi malá a využití Peltierových článků jako náhrada kompresorového tepelného čerpadla u řízených větracích jednotek představuje zajímavou oblast využití, která by mohla být předmětem hlubšího výzkumu.

Komerčně dostupné Peltierovy články pro výrobu elektrické energie jsou schopné pracovat s teplotním rozdílem do 250 °C. Z výsledné závislosti elektrického výkonu na velikosti odebíraného proudu je vidět, že pro takový rozdíl teplot bude generovaný elektrický výkon dosahovat maximálně 10 W. Pokud tedy nedojde k nalezení výrazně lepších termoelektrických

materiálů s větším parametrem *ZT*, nemají takové komerční články velký energetický význam. Pro větší rozdíly teplot už lze generovat větší elektrický výkon. Pro takové aplikace ale musí být uzpůsobena a optimalizována konstrukce daného Peltierova článku, což se projeví vysokou cenou výsledných modulů, která následně překračuje bariéru vhodnou pro implementaci této technologie.

Výsledný model lze také využít pro simulaci typické aplikace Peltierových článků pro regulaci teploty. Tyto články lze například využít ke zmíněné stabilizaci teploty LED čipů u projektorů. Z vytvořené simulace vyplývá, že pro dosáhnutí požadované teploty je vždy nutné zajistit dobrý odvod tepla na výstupní straně článku. Teplota na výstupní straně chladiče totiž ovlivňuje velikost tepelného toku vedeného k chlazenému objektu přes tepelný odpor Peltierova článku. U špatně zvoleného odvodu tepla může tedy dojít k tomu, že od jisté hodnoty ztrátového výkonu nebude už článek schopen poskytnout dostatečný chladicí výkon, aby udržel požadovanou teplotu. V takových aplikacích je tedy vhodné využít žebrovaný chladič s ventilátorem nebo vodní chlazení.
## LITERATURA

RIMBALA, Jan a Jan KYNCL. Possibilities of improving COP of Peltier cells as a heat pump [online]. 2022
 22nd International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE), 2022 [cit. 2023-02-02].
 Dostupné z: doi:10.1109/EPE54603.2022.9814133

- [2] BRÁZDIL, Marian. Možnosti využití termoelektrických jevů pro výrobu elektrické energie z odpadního tepla [online]. 2013 [cit. 2022-12-28]. Dostupné z: https://energetika.tzb-info.cz/kogenerace/10220moznosti-vyuziti-termoelektrickych-jevu-pro-vyrobu-elektricke-energie-z-odpadniho-tepla
- [3] MACIÁ-BARBER, Enrique. Thermoelectric Materials Advances and Applications. Jenny Stanford Publishing, 2015, 364 s. ISBN 9789814463522.
- [4] DASS, N. D. Hari. The Principles of Thermodynamics. Boca Raton: CRC Press; 1st edition, 2013. ISBN 9781466512085.
- [5] JOHN H LIENHARD, IV a JOHN H LIENHARD, V. A heat transfer textbook. Fifth edition. Dover Publications, 2019. ISBN 9780486837352.
- [6] KOČÁRNÍK, Petr. Strojní struktury elektráren. Praha: ČVUT, 2021.
- [7] KVASNICA, Jozef. Termodynamika. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1965.
- BAHRAMI, Majid. Carnot Cycle [online]. In: . Simon Fraser University: Laboratoy for Alternative Energy Conversion [cit. 2023-04-03]. Dostupné z: www.sfu.ca/~mbahrami/ENSC%20461/Notes/Carnot%20Cycle.pdf
- [9] MACHÁČKOVÁ, Adéla a Radim KOCICH. Sdílení tepla a proudění [online]. VŠB Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2023-03-02]. ISBN 978-80-248-2576-2. Dostupné z: http://www.person.vsb.cz/archivcd/FMMI/STP/STP\_FINAL\_LAST.pdf
- [10] Fourierova-Kirchhoffova rovnice. PowerWiki Elektroenergetika [online]. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta elektrotechnická, 2007 [cit. 2023-03-04]. Dostupné z: https://www.powerwiki.cz/wiki/OOEET\_FourierovaKirchhoffovaRovnice
- [11] MFF UK. Stacionární elektrické pole a elektrický obvod [online]. [cit. 2022-12-25]. Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz\_fyziky\_pro\_DS/display.php/elmag/3\_2
- [12] MIKYŠKA, Ladislav. Termoelektrické články. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964. ISBN 301-05-35.
- [13] KARAMITAHERI, Hossein. Thermal and thermoelectric properties of nanostructures [online]. Wien, 2013 [cit. 2023-04-03]. Dostupné z: https://doi.org/10.34726/hss.2013.29976. Dissertation. Technische Universität Wien.
- [14] LASANCE, Clemens. The Seebeck Coefficient [online]. Electronics cooling, 2006 [cit. 2023-04-03]. Dostupné z: https://www.electronics-cooling.com/2006/11/the-seebeck-coefficient/
- [15] FYZIKÁLNÍ ÚSTAV AKADEMIE VĚD ČR. Termoelektrické jevy: Seebeckův a Peltierův efekt [online]. 2017 [cit. 2022-12-13]. Dostupné z: https://www.fzu.cz/~knizek/pdf/Dvere2017\_historie.pdf
- [16] GOUPIL, Christophe. Thermodynamics of Thermoelectricity [online]. 2011 [cit. 2022-12-13]. Dostupné z: doi:10.5772/12988
- [17] TRANCOSSI, Michele, Jacob KAY a Mauro CANNISTRARO. Peltier cells based acclimatization system for a container passive building [online]. TECNICA ITALIANA-Italian Journal of Engineering Science [cit. 2022-12-26]. Dostupné z: doi:10.18280/ti-ijes.620206
- [18] ROWE. Handbook of Thermoelectrics. 1st ed. Boca Raton: CRC Press, 1995. ISBN 0-8493-0146-7.
- [19] LENOIR, Bertrand. Introduction to thermoelectricity. Annecy, 2014. Institut Jean Lamour, Ecole des Mines, Nancy.

- [20] JARMAN, Jarman T., Essam E. KHALIL a Elsayed KHALAF. Energy Analyses of Thermoelectric Renewable Energy Sources [online]. Open Journal of Energy Efficiency, 2013 [cit. 2022-12-28]. s. 145. Dostupné z: doi:10.4236/ojee.2013.24019
- [21] TRITT, Terry. Thermoelectric Materials: Principles, Structure, Properties, and Applications [online]. Clemson University, 2003 [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: doi:10.1016/B0-08-043152-6/01822-2
- [22] KUTTARMARE, H. C., R. D. VAIDYA, S. M. CHAUDHAR, K.G. SONTAKKE, Y. G. JOSHI, A. R. GUPTA, A. R. RAGHATATE a D. K. PADAL. Fabrication of Peltier Cooling System: Alternative for Refrigeration. IJARIIE- [online]. 2016 [cit. 2023-04-09]. Dostupné z: doi:2395-4396
- [23] NEGARA, Sastra a Nyoman SUGIARTHA. Technical Feasibility Evaluation on The Use of A PeltierThermoelectric Module to Recover Automobile Exhaust Heat [online]. Journal of Physics: Conference Series: IOP Publishing, 2018 [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: doi:10.1088/1742-6596/953/1/012090
- [24] TULEY, Richard. The key difference between a thermoelectric cooler (TEC) module and a thermoelectric generator (TEG) module. European Thermodynamics Limited [online]. 2015 [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.europeanthermodynamics.com/news/difference-between-TECand-TEG
- [25] FERROTEC USA. Applications for Thermoelectric Coolers [online]. [cit. 2022-12-29]. Dostupné z: https://thermal.ferrotec.com/technology/thermoelectric-reference-guide/thermalref03/
- [26] MARTINEZ, Alvaro, Sergio DÍAZ DE GARAYO, Patricia ARANGUREN, Miguel ARAIZ a Leyre CATALÁN. Simulation of thermoelectric heat pumps in nearly zero energy buildings: Why do all models seem to be right?. Energy Conversion and Management [online]. Spain: Department of Engineering, university of Navarra, 2021 [cit. 2023-05-20]. ISSN 0196-8904. Dostupné z: doi:https://doi.org/10.1016/j.enconman.2021.113992
- [27] HAN, Tianhe, Guangcai GONG, Zhongbin LIU a Ling ZHAN. Optimum design and experimental study of a thermoelectric ventilator [online]. China: School of Civil Engineering, Hunan University, 2014 [cit. 2023-05-20]. Dostupné z: doi:https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.03.073
- [28] Heating load in Passive Houses. Passipedia The passive house resource [online]. [cit. 2023-05-12]. Dostupné z: https://passipedia.org/basics/building\_physics\_-basics/heating\_load
- [29] ADAMOVSKÝ, Daniel, Martin KNY, Vojtěch MAZANEC, Kateřina ROŠKOTOVÁ a Jan VITOUŠ. Vývoj lokální větrací jednotky s termoelektrickými moduly pro úpravu teploty vzduchu [online]. ČVUT v Praze: Univerzitní centrum energeticky efektivních budov, 2019 [cit. 2023-05-12]. Dostupné z: https://www.kvcr.cz/?download=\_/historie/2019.pdf
- [30] BRÁZDIL, Marián. Pletierovy články pro výrobu elektrické energie [online]. VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav., 2011 [cit. 2023-05-15]. Dostupné z: https://eu.fme.vutbr.cz/file/Sbornik-EnBio/2011/04\_Br%C3%A1zdil.pdf
- [31] HATAMI, M., D.D. GANJI a M. GORJI-BANDPY. A review of different heat exchangers designs for increasing the dieselexhaust waste heat recovery [online]. Babol, Iran: Babol University of Technology, Department of Mechanical Engineering, 2014 [cit. 2023-05-15]. ISSN 1364-0321. Dostupné z: doi:10.5772/intechopen.75443
- [32] SIVAPRAHASAM, Duraisamy, Subramaniam HARISH, Raghavan GOPALAN a Govindhan SUNDARARAJAN. Automotive Waste Heat Recovery by Thermoelectric Generator Technology [online]. InTech, 2018 [cit. 2023-05-15]. Dostupné z: doi:10.5772/intechopen.75443
- [33] KUBINA, Pavel. Regulace teploty pomocí Peltierových termoelektrických modulů. Automa [online]. Katedra měřicí a řídicí techniky VŠB [cit. 2023-05-14].
- [34] TEC1-127060 Datasheet: Thermoelectric Cooler Performance Specification [online]. [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: https://asset.conrad.com/media10/add/160267/c1/-/en/001572741DS00/datasheet-1572741-tru-components-tec1-127060-thermoelectric-cooler-standard-154-v-dc-6-a-514-w-l-x-wx-h-40-x-40-x-36-mm.pdf

# PŘÍLOHA A: SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

### A.1 Seznam symbolů

$\vec{q} (W \cdot m^{-2})$	hustota tepelného toku
$\lambda (W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$	tepelná vodivost
Т (К)	teplota
δQ (J)	dodané teplo do termodynamické soustavy
<i>dU</i> (J)	vnitřní energie termodynamické soustavy
δW (J)	vykonaná práce
<i>p</i> (Pa)	tlak
<i>V</i> (m <sup>-3</sup> )	objem
H (J)	entalpie
<i>m</i> (kg)	hmotnost
$c_p (\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	měrná tepelná kapacita při stálém tlaku
$c_V (\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	měrná tepelná kapacita při stálém objemu
$S(J \cdot K^{-1})$	entropie
$\eta_t$ (-)	tepelná účinnost
$Q_p$ (J)	přivedené teplo do soustavy
<i>Q</i> <sub>o</sub> (J)	odvedené teplo do soustavy
<i>T</i> <sub>2</sub> (K)	teplota teplé strany
<i>T</i> <sub>1</sub> (K)	teplota studené strany
<i>t</i> (s <sup>-1</sup> )	čas
<i>S</i> (m <sup>2</sup> )	povrch
$Q_V (W \cdot m^{-3})$	objemové uvolňování tepla
$ ho$ (kg $\cdot$ m <sup>-3</sup> )	hustota tekutiny
$\vec{v}$ (m · s <sup>-1</sup> )	rychlost
$\vec{J}$ (A · m <sup>-2</sup> )	proudová hustota
$\vec{E}$ (V · m <sup>-1</sup> )	elektrická intenzita
$\gamma (S \cdot m^{-1})$	měrná elektrická vodivost
φ (V)	elektrický potenciál
$P_t$ (W)	tepelný výkon
<i>I</i> (A)	elektrický proud
$\tau (V \cdot K^{-1})$	Thomsonův koeficient

$U_t$ (V)	termoelektrické napětí
$\alpha_{A,B} (V \cdot K^{-1})$	Seebeckův koeficient přechodu dvou materiálů
$\pi_{A,B}$ (V)	Peltierův koeficient přechodu dvou materiálů
$P_{chl}$ (W)	chladicí výkon
<i>l</i> (m)	délka elementu
$\rho \left( \Omega \cdot \mathbf{m} \right)$	rezistivita materiálu
<i>R</i> (Ω)	elektrický odpor
<i>COP</i> (-)	topný faktor
EER (-)	chladicí faktor
$P_{el}$ (W)	elektrický výkon
Z (K <sup>-1</sup> )	koeficient efektivnosti
ZT (-)	parametr ZT
η (-)	termoelektrická účinnost
$P_{dod}$ (W)	dodaný tepelný výkon
<i>U<sub>el</sub></i> (V)	elektrické napětí
$P_{vst}$ (W)	vstupní tepelný výkon PČ
$P_{v \acute{y} s}$ (W)	výstupní tepelný výkon PČ
$\alpha (V \cdot K^{-1})$	Seebeckův koeficient PČ
$R_{el}$ ( $\Omega$ )	elektrický odpor PČ
$R_{th} (W \cdot K^{-1})$	tepelný odpor PČ
$R_{tho} (W \cdot K^{-1})$	tepelný odpor do okolí
<i>P<sub>S</sub></i> (W)	sdělený tepelný výkon přes PČ
<i>P</i> <sub>02</sub> (W)	tepelný výkon odvedený teplou stranou PČ
<i>P</i> <sub>01</sub> (W)	tepelný výkon odvedený studenou stranou PČ
A.2 Seznam zkratek	

# PČPeltierův článekTECPeltierův chladicí článek (thermoelectric cooler)TEGtermoelektrický generátor (thermoelectric generator)ZZTzpětné získávání tepla

#### PŘÍLOHA B: PROGRAMY Z WOLFARU MATHEMATICA

#### B.3 Odvození náhradního modelu

(\*Odvození náhradního modelu Peltierova článku\*) Quiet@Remove["Global` \*"]; \$HistoryLength = 2; SetDirectory[NotebookDirectory[]]; (\*elektrická diferenciální rovnice\*) eldifrce =  $-\gamma * u'[x] - \gamma * \alpha * T'[x] = Jx;$ (\*rovnice pro vektor hustoty tepelného toku\*)  $qx[x] := -\lambda * T'[x] + \alpha * T[x] * Jx;$ (\*Fourierova-Kirchhoffova rovnice\*) tepdifrce = -qx'[x] + Jx \* (-u'[x]) == 0; (\*Soustava diferenciálních rovnic\*) rce = {eldifrce, tepdifrce, T[0] == T1, T[d] == T2, u[0] == 0}; (\*Vyřešení diferenciálních rovnic\*) sol = DSolve[rce, {u, T}, x][[1]]; qvst =  $(qx[x] / . sol) / . x \rightarrow 0 / / Simplify;$  $qvys = (qx[x] /. sol) /. x \rightarrow d // Simplify;$ napeti =  $(u[x] / . sol) / . x \rightarrow d / / Simplify;$ (\*Kontrola správnosti výpočtu\*) (\*Elektrický výkon dodáný zdrojem napětí\*) elPvst = -Jx \* napeti // Simplify; (\*bilanční rovnice\*) qvýs = (qvst + elPvst) // Simplify; (\*Přechod k modelu se soustřednými parametry za pomoci následujících vztahů\*) dos =  $\{ Jx \rightarrow i * S^{-1}, \gamma \rightarrow \frac{d}{2 * S * Rel} \};$ (\*Termoelektrické napětí\*)  $\mathsf{E}\mathsf{t} = -\alpha * \mathsf{T}'[\mathsf{x}];$ Ut = Integrate[-Et /. sol, {x, 0, d}]; (**\*Zadefinování výkonů**\*) Pvst = qvst \* S /. dos // FullSimplify; Pvýs = qvýs \* S /. dos // FullSimplify; (\*Výsledné rovnice\*) pvst = FullSimplify [Pvst /.  $\{S \rightarrow \frac{d}{\lambda * Rth}\}$ ] pvýs = FullSimplify  $\left[ Pvýs / . \left\{ S \rightarrow \frac{d}{\lambda + Rth} \right\} \right]$ Uel = -napeti / . dos

#### B.4 Vyhodnocení a ověření realizovaného měření

```
(*Vyhodnocení naměřených dat společného chladnutí*)
(*Zadefinování vstupních dat*)
(*Napočítání tepelných kapacit*)
g = 0.001; m1Chl = 142.1 g; m2Chl = 138.4 g; mPeltier = 22.3 g;
mCidlo1 = 4 g; mCidlo2 = 4 g; mAlobal1 = 2 g; mAlobal2 = 1.61 g;
cAl = 900.; cCidlo = 1450.; cPeltier = 710.;
mc1 = (m1Chl + mAlobal1) * cAl + mCidlo1 * cCidlo + 0.5 * mPeltier * cPeltier;
mc2 = (m2Chl + mAlobal2) * cAl + mCidlo2 * cCidlo + 0.5 * mPeltier * cPeltier;
(*Data pro přepočet odporu čidel na teplotu*)
dat = {{12, 893, 1790}, {19, 942, 1887}, {25, 987, 1974}, {30, 1025, 2050}, {35, 1065, 2130},
    {40, 1105, 2210}, {45, 1145, 2290}, {50, 1190, 2384}, {55, 1235, 2458}, {60, 1289, 2544},
    {65, 1334, 2626}, {70, 1382, 2714}, {75, 1430, 2805}, {80, 1478, 2900}, {85, 1530, 3007},
    {90, 1584, 3125}, {95, 1641, 3264}};
(*Přepočet dat odporu čidel na výslednou hodnotu teploty*)
dataR1 = dat /. {Ta , R1 , R2 } :> {Ta, R1};
dataR2 = dat /. {Ta_, R1_, R2_} :→ {Ta, R2};
fit1[T_1] = Fit[dataR1, {1, T, T<sup>2</sup>}, T];
fit2[T_] = Fit[dataR2, {1, T, T<sup>2</sup>}, T];
dataTh = Table[{fit1[T], T}, {T, 0., 100, 2}];
dataTs = Table[{fit2[T], T}, {T, 0., 100, 2}];
TR1 = Interpolation[dataTh];
TR2 = Interpolation[dataTs];
(*Import naměřených dat*)
dataChladnuti = Import["peltier data 2.csv"];
(*Realizace přepočtu*)
Thdat = dataChladnuti /. {t_, R1_, R2_} :> { (t - 37) * 60., TR1[R1] };
Tsdat = dataChladnuti /. {t_, R1_, R2_} :> { (t - 37) * 60., TR2[R2] - 0.9};
(*Vykreslení naměřených dat*)
plotTh = ListPlot[Thdat, PlotStyle → { {PointSize[.01], Red } },
   PlotLegends \rightarrow
    Placed[LineLegend[{"Naměřená data"},
       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
   LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
   PlotRange → { {0, 11000 }, {0, 100 } } ];
plotTs = ListPlot[Tsdat, PlotStyle → {{PointSize[.01], Blue}},
   PlotLegends →
    Placed[LineLegend[{"Naměřená data"},
       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
   LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
   PlotRange \rightarrow { {0, 11000}, {0, 100} } ];
```

```
(*Výsledné vykreslení naměřených dat*)
```

```
plota = Show[plotTh, plotTs,
  GridLines → {Range[0, 11000, 500], Range[0, 100, 5]},
  GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
  FrameStyle \rightarrow Directive[Black, Thickness \rightarrow 0.004],
  FrameTicks → {{Range[0, 100, 10], None}, {Range[0, 11000, 1000], None}}, ImageSize → 550,
  FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "T2 T1 [°C] "}]
(*Výpočet tepelného odporu do okolí Rtho*)
(*Výběr dat*)
dataSpolVyberTh = Select[Thdat, #[[1]] > 800 &];
dataSpolVyberTs = Select[Tsdat, #[1] > 800 &];
dataSpol = (dataSpolVyberTh + dataSpolVyberTs)
2;
(*Nalezení prokladu*)
To = 24.;
{t0, yt0} = First@dataSpol;
{tEnd, ytEnd} = Last@dataSpol;
model = yt0 + (To - yt0) * \left(1 - Exp\left[-\frac{t - t0}{\tau + 600}\right]\right);
fit = FindFit[dataSpol, model, {τ}, t, Method → "NMinimize"];
prokladDataSpol[t_] = model /. fit;
(*Realizovaný výpočet Rtho *)
mc = mc1 + mc2;
Rtho = -2 * \frac{\text{prokladDataSpol[t]} - \text{To}}{2} * (\text{prokladDataSpol'[t]})^{-1};
Rtho /. t \rightarrow 800;
(*Výsledné vykreslení*)
Plot[Rtho, {t, t0, tEnd}, PlotStyle → { {AbsoluteThickness[2], Darker[Red] } },
 PlotRange → {{800, 11000}, {0, 50}}, GridLines → {Range[1000, 11000, 500], Range[0, 50, 2]},
 GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
 FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
 FrameTicks → {{Range[0, 125, 10], None}, {Range[1000, 11000, 2000], None}}, ImageSize → 550,
 FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "R<sub>tho</sub> [K \cdot W<sup>-1</sup>]"},
 LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]]
(*Výpočet tepelného odporu Rth*)
```

```
(*Výběr dat*)
```

```
zacatekTh = Select[Thdat, #[[1]] < 400 &];
zacatekTs = Select[Tsdat, #[[1]] < 400 &];</pre>
```

.....

(\*Nalezení prokladu\*) {t0, tEnd} = Interpolation[zacatekTh] [1, 1]; modelChlazeni = a + b \* Exp $\left[\frac{-t}{\tau + 600}\right]$ ; fitTh = FindFit[zacatekTh, modelChlazeni, {a, b,  $\tau$ }, t, Method  $\rightarrow$  "NMinimize"]; prokladTh[t\_] = modelChlazeni /. fitTh; fitTs = FindFit[zacatekTs, modelChlazeni, {a, b,  $\tau$ }, t, Method  $\rightarrow$  "NMinimize"]; prokladTs[t\_] = modelChlazeni /. fitTs; (\*Realizovaný výpočet Rth\*) ClearAll[Th, Ts]; Th[t\_] = prokladTh[t]; Ts[t\_] = prokladTs[t]; NajdiRth1[t\_] :=  $-\frac{\text{Th}[t] - \text{Ts}[t]}{\text{mc1} * \text{Th}'[t] + \frac{\text{Th}[t] - \text{To}}{\text{Rtho}}}$ plotRth1 = Plot[NajdiRth1[t], {t, 0, 360}, PlotStyle  $\rightarrow$  {{AbsoluteThickness[2], Gray}},  $\texttt{PlotLegends} \rightarrow$  $Placed[LineLegend[{"R_{th1}"}, LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] \&)],$ {Right, Bottom}], PlotRange  $\rightarrow$  {{0, 350}, {0, 3}}, LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]]; NajdiRth2[t\_] :=  $\frac{\text{Th}[t] - \text{Ts}[t]}{\text{mc2} * \text{Ts}'[t] + \frac{\text{Ts}[t] - \text{To}}{\text{Rtho}}}$ plotRth2 = Plot[NajdiRth2[t], {t, 0, 360}, PlotStyle  $\rightarrow$  {{AbsoluteThickness[2], Gray}}, PlotLegends →  $Placed[LineLegend[{"R_{th2}"}, LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] \&)],$ {Right, Bottom}], PlotRange  $\rightarrow$  {{0, 350}, {0, 3}}, LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]]; NajdiRth[t\_] := NajdiRth1[t] + NajdiRth2[t] plotRth = Plot[NajdiRth[t], {t, 0, 360}, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}}, PlotLegends →  $Placed[LineLegend[{"R_{th}"}, LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] \&)],$ {Right, Bottom}], PlotRange  $\rightarrow$  {{0, 350}, {0, 3}}, LabelStyle → Directive [Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]]; (\*Výsledné vykreslení\*) Show[plotRth, plotRth1, plotRth2, GridLines → {Range[0, 350, 10], Range[0, 3, .2]}, GridLinesStyle  $\rightarrow$  Directive[Gray, Thickness  $\rightarrow$  0.001, Opacity[0.8]], Frame  $\rightarrow$  True, FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], FrameTicks → {{Range[0, 3, .5], None}, {Range[0, 350, 50], None}}, ImageSize → 550, FrameLabel  $\rightarrow$  {"t [s]", "R<sub>th</sub> [K · W<sup>-1</sup>] "}

(\*Vypočítání výsledné hodnoty z průměru hodnot na intervalu od 0 do 50\*)
Rth =

MovingAverage[Table[NajdiRth[t], {t, 0, 50, 0.5}], Length[Table[NajdiRth[t], {t, 0, 50, 0.5}]]][1]

```
(*Vytvořený model výměníku pro následné porovnání *)
ClearAll[Th, Ts];
(*Zadefinování vstupních dat*)
To = 24;
Thpoc = 86.3;
Tspoc = 62.4;
tmax = 10000;
(*Naprogramovaný model výměníku*)
ModelVymenik[Rtho_] := Module({},
          Ps[t] := \frac{Th[t] - Ts[t]}{Rth};
          Poh[t] := \frac{Th[t] - To}{Rtho};
          Poc[t] := \frac{Ts[t] - To}{Rtho};
          rov1 = Th'[t] = -\frac{Ps[t]}{mc1} - \frac{Poh[t]}{mc1};
           rov2 = Ts'[t] = \frac{Ps[t]}{mc2} - \frac{Poc[t]}{mc2};
           rce = {rov1, rov2, Th[0] == Thpoc, Ts[0] == Tspoc};
           sol = NDSolve[rce, {Th, Ts}, {t, 0., tmax}][1];
           Thsol = Th /. sol;
           Tssol = Ts /. sol;
            {Thsol, Tssol}
        ;
 (*Vykreslení průběhu pomocí vytvořeného modelu*)
plotb = ListLinePlot[ModelVymenik[Rtho], PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Black}},
           PlotLegends →
               Placed[LineLegend[{"Průběh z modelu"},
                       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
           LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
           PlotRange → { {0, 600 }, {0, 100 } } ];
 (*Porovnání průběhů z modelu s naměřenými průběhy*)
Show[plotb, plota, GridLines \rightarrow {Range[0, 600, 20], Range[0, 100, 5]},
   GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
   FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
   \label{eq:FrameTicks} \rightarrow \{\{ \texttt{Range[0, 100, 10]}, \texttt{None} \}, \{ \texttt{Range[0, 600, 100]}, \texttt{None} \} \}, \texttt{ImageSize} \rightarrow 550, \texttt{Imag
   FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "T2 T1 [°C] "}]
ClearAll[Th, Ts, U, Thdat, Tsdat, Udat];
(*Výpočet Seebeckova koeficientu*)
 (*Přepočet dat odporu čidel na výslednou hodnotu teploty*)
{dataU1Th, dataU2Ts} = << "dataCidel";</pre>
Thprepocet = Interpolation[dataU1Th];
```

```
Tsprepocet = Interpolation[dataU2Ts];
```

```
(*Import naměřených dat*)
dataTh = Drop[Import["scope_3_3.csv"], 2];
dataTs = Drop[Import["scope_3_4.csv"], 2];
dataU = Drop[Import["scope_3_1.csv"], 2];
(*Realizace přepočtu*)
Thdat = dataTh /. {t_{, u_{}} :> {t_{, t_{}} Thprepocet[u]};
Tsdat = dataTs /. {t_, u_} \Rightarrow {t, Tsprepocet[u]};
Udat = dataU;
(*Vyhlazení dat*)
Th = MovingAverage[Thdat, 800];
Ts = MovingAverage[Tsdat, 800];
U = MovingAverage[Udat, 800];
(*Výběr dat vlivem posunutého začátku měření*)
dataVyberTh = Select[Th, #[1] > 105 &];
dataVyberTs = Select[Ts, #[[1]] > 105 &];
dataVyberU = Select[U, #[[1]] > 105 &];
(*Výpočet rozdílu teplot*)
datTh = dataVyberTh /. {t_, Th_} \Rightarrow {Th} [[1]];
datTs = dataVyberTs /. {t_, Ts_} \Rightarrow {Ts} [[1]];
datU = dataVyberU /. {t , U } := {U} [[1]];
dataDeltaT = (dataVyberTh - dataVyberTs) /. {t_, deltaT_} 
$\[`+ {deltaT} [[1]];

(*Konstrukce dané závislosti*)
seebeckDvojice = Transpose@{dataDeltaT, datU};
plot1 = ListLinePlot[seebeckDvojice, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}},
   PlotLegends →
     Placed[LineLegend[{"U = fci (\Delta T)"},
       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
   PlotRange → { {0, 16}, {0, 0.4} },
    LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"]];
(*Realizace prokladu*)
proklad = Fit[seebeckDvojice, {1, x}, x];
(*Vykreslení prokladu*)
plot2 = Plot[proklad, {x, 1, 16}, PlotStyle \rightarrow {{AbsoluteThickness[2], Gray}},
    PlotLegends \rightarrow Placed[LineLegend[{"Proklad y = 0.025x - 0.033"},
       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
   PlotRange → { {0, 16}, {0, 0.4} },
    LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"]];
(*Výsledné vykreslení*)
Show[plot1, plot2, GridLines \rightarrow {Range[0, 16, 0.5], Range[0, .4, .02]},
 GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
 FrameStyle \rightarrow Directive[Black, Thickness \rightarrow 0.004],
 FrameTicks \rightarrow {{Range[0, .4, .1], None}, {Range[0, 16, 2], None}}, ImageSize \rightarrow 550,
 FrameLabel \rightarrow {"\DeltaT [°C]", "U [V]"}]
(*Výsledná hodnota Seebeckova koeficientu pro následné využití v modelu*)
\alpha = \text{proklad}[[2]] / . \times \rightarrow 1;
```

```
(*Vyhodnocení naměřených dat teplotní průběh po po připojení PČ k elektrickému zdroji*)
ClearAll[Th, Ts, U, Thdat, Tsdat, Udat, proud];
(*Import naměřených dat*)
dataOhrev = Import["peltier data.csv"];
(*Úprava první naměřené hodnoty*)
dataOhrev[[1]] = {35, 1.51`, 2.83`, 975, 1946};
(*Realizace přepočtu*)
Thdat = dataOhrev /. {t_, i_, u_, R1_, R2_} :> { (t - 35) * 60., TR1[R1] };
Tsdat = dataOhrev /. {t_{, i_{, u_{, R1_{, R2_{}}}} \Rightarrow \{(t - 35) * 60., TR2[R2] - 0.9\};
Idat = dataOhrev /. {t_{, i_{, u_{, R1_{, R2_{}}}} \Rightarrow \{ (t - 35) * 60., i \};
(*Hodnota proudu pro následné využití v modelu*)
proud = (First@Idat)[[2]];
(*Vykreslení naměřených dat*)
plot1 = ListPlot[{Thdat, Tsdat}, PlotStyle → {{PointSize[.007], Red}, {PointSize[.007], Blue}},
  PlotLegends →
   Placed[LineLegend[{"Naměřená data", "Naměřená data"},
      LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
  PlotRange → {{0, 3600}, {0, 100}}, GridLines → {Range[0, 3600, 100], Range[0, 100, 5]},
  GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
  FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
  FrameTicks → {{Range[0, 125, 10], None}, {Range[0, 3600, 600], None}}, ImageSize → 550,
  FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "T2 T1 [°C] "},
  LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]]
(*Vytvořený model Peltierova článku pro následné porovnání*)
ClearAll[Thpoc, Tspoc, tmax];
(*Zadefinování vstupních dat*)
Rel = 0.9;
Thpoc = 23.5;
Tspoc = 21;
tmax = 3720;
(*Naprogramovaný model Peltierova článku*)
ModelPC[proud_] := Module { },
   Pvys[t] = proud * (Th[t] + 273.15) * \alpha + proud^{2} * Rel - \frac{Th[t] - Ts[t]}{Rth};
   Pvst[t] = proud * (Ts[t] + 273.15) * \alpha - proud^{2} * Rel - \frac{Th[t] - Ts[t]}{Rth};
   U[t] = \alpha * (Th[t] - Ts[t]) + 2 * Rel * proud;
   Poh[t] = \frac{Th[t] - To}{Rtho};
   Poc[t] = \frac{Ts[t] - To}{Rtho};
   rov1 = Th ' [t] == \frac{Pvys[t]}{mc1} - \frac{Poh[t]}{mc1};
   rov2 = Ts'[t] = -\frac{Pvst[t]}{mc2} - \frac{Poc[t]}{mc2};
```

```
rce = {rov1, rov2, Th[0] == Thpoc, Ts[0] == Tspoc};
   sol = NDSolve[rce, {Th, Ts}, {t, 0., tmax}][1];
   Thsol = Th /. sol;
   Tcsol = Ts /. sol;
   COP[t] = Pvys[t] /. sol;
Pvys[t] - Pvst[t]
   {Thsol, Tcsol}
  ;
(*Vykreslení průběhu pomocí vytvořeného modelu*)
plot5 = ListLinePlot[ModelPC[proud], FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "Th Ts [°C]"},
   LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
   PlotStyle \rightarrow \{ \{AbsoluteThickness[2], Black \} \}, PlotRange \rightarrow \{ \{0, 3600\}, \{0, 100\} \}, \}
   PlotLegends \rightarrow
     Placed[LineLegend[{"Prubeh z modelu"},
       LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Bottom}],
   PlotLegends \rightarrow "Expressions", ImageSize \rightarrow 550];
(*Porovnání průběhů z modelu s naměřenými průběhy*)
Show[plot5, plot1, GridLines \rightarrow {Range[0, 3600, 100], Range[0, 100, 5]},
 GridLinesStyle \rightarrow Directive[Gray, Thickness \rightarrow 0.001, Opacity[0.8]], Frame \rightarrow True,
 FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
 FrameTicks → {{Range[0, 125, 10], None}, {Range[0, 3600, 600], None}}, ImageSize → 550,
 FrameLabel \rightarrow {"t [s]", "T2 T1 [°C] "}]
```

#### B.5 Tepelné čerpadlo

```
In[=]:= (*Využití PČ ve funkci tepelného čerpadla*)
Quiet@Remove["Global`*"];
$HistoryLength = 2;
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
(*Vstupní rovnice*)
rce[proud_] := {
    Pvst == Tvst - Tc
    Rthvst
    Pvys == Th - Tvys
    Pvys == Th - Tvys
    Rthvys

    Pvys == proud * (Th + 273.15) * α + proud<sup>2</sup> * Rel - Th - Tc
    Rth
    Pvst == proud * (Tc + 273.15) * α - proud<sup>2</sup> * Rel - Th - Tc
    Rth
    };
    (*Vyřešení rovnic*)
sol[proud_] := Solve[rce[proud], {Pvys, Pvst, Th, Tc}]
```

```
(*Zadefinování vstupních dat*)
α = 0.05;
Rthvst = 0.84;
Rthvys = 0.84;
Rth = 2.36;
Rel = 0.9;
Tvst = 0;
(*Výsledná funkce pro výpočet*)
Fci[proud_, deltaT_] := Module {solproud, Pvysvysl, Pvstvysl, COP},
    Tvys = deltaT - Tvst;
    solproud = sol[proud];
    Pvysvys1 = Pvys /. solproud[[1]];
    Pvstvys1 = Pvst /. solproud[[1]];
     COP = Pvys
Pvys - Pvst
Pvys - Pvst
Pvys - Pvys
Pvys - P
     {Pvysvysl, COP, Pvstvysl}
 (*Zadefinování rozsahu proudu*)
proudMax = 6;
proudMin = 0.01;
nProud = 100;
hodnotyI = Range[proudMin, proudMax, proudMax - proudMin];
                                                                                                 nProud
 (*Výsledné hodnoty COP a proudu pro různý rozdíl teplot*)
dataCOP =
     Table
       Transpose@
         {hodnotyI, Table[Fci[proud, deltaT][2], {deltaT, 10, 30, 5},
                 \left\{ proud, proudMin, proudMax, \frac{proudMax - proudMin}{nProud} \right\} ] []], {j, 1, 5}];
 (*Výsledné vykreslení*)
plot1 = ListLinePlot[dataCOP, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
     Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"I [A]", "COP [-]"},
     LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
    FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
    PlotStyle → { {AbsoluteThickness[2], Darker[Gray] }, {AbsoluteThickness[2], Brown},
          {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
          {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
          {AbsoluteThickness[2], Black}}, PlotRange \rightarrow {{0, 6}, {0, 3}},
     \mathsf{PlotLegends} \rightarrow \mathsf{Placed[LineLegend[{}^{\Box} T = 10", " \Delta T = 15", " \Delta T = 20", " \Delta T = 25", " \Delta T = 30"}, 
            LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Top}],
    \texttt{PlotLegends} \rightarrow \texttt{"Expressions", ImageSize} \rightarrow 550,
    FrameTicks \rightarrow \{ \{ Range[0, 3, 0.5], None \}, \{ Range[0, 6, 1], None \} \}, 
     GridLines \rightarrow {Range[0, 6, .2], Range[0, 3, .1]}]
 (*Výsledné hodnoty Pvýs a proudu pro různý rozdíl teplot*)
dataPvys =
    Table
       Transpose@
         {hodnotyI, Table [Fci[proud, deltaT] [1], {deltaT, 10, 30, 5},
                 \left\{ proud, proudMin, proudMax, \frac{proudMax - proudMin}{nProud} \right\} ] []], {j, 1, 5}];
```

```
(*Výsledné vykreslení*)
```

```
plot2 = ListLinePlot[dataPvys, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
    Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"I [A]", "P<sub>výs</sub> [W]"},
    \texttt{LabelStyle} \rightarrow \texttt{Directive[Black, Bold, FontSize} \rightarrow \texttt{12, FontFamily} \rightarrow \texttt{"Cambria"],}
    FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
   PlotStyle → { {AbsoluteThickness[2], Darker[Gray] }, {AbsoluteThickness[2], Brown},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
         {AbsoluteThickness[2], Black}}, PlotRange \rightarrow {{0, 6}, {0, 100}},
   \label{eq:plotLegends} \textbf{Placed[LineLegend[{"} \Delta T = 10", "} \Delta T = 15", "} \Delta T = 20", "} \Delta T = 25", "} \Delta T = 30" \textbf{PlotLegends} \textbf{Placed[LineLegend[{"} \Delta T = 10", "} \Delta T = 15", "} \Delta T = 20", "} \Delta T = 25", "} \Delta T = 30" \textbf{PlotLegends} \textbf{Placed[LineLegend[{"} \Delta T = 10", "} \Delta T = 15", "} \Delta T = 20", "} \Delta T = 25", "} \Delta T = 30" \textbf{PlotLegends} \textbf{PlotLegends} \textbf{Placed[LineLegend[{"} \Delta T = 10", "} \Delta T = 15", "} \Delta T = 20", "} \Delta T = 25", "} \Delta T = 30" \textbf{PlotLegends} \textbf{PlotLegen
          \label{eq:legendFunction} LegendFunction \rightarrow (Framed[{\#}, \, FrameMargins \rightarrow 0, \, Background \rightarrow White] \, \&) \, ] \, , \, \{ Right, \, Bottom \} \, ] \, ,
   \texttt{PlotLegends} \rightarrow \texttt{"Expressions", ImageSize} \rightarrow \texttt{550},
    GridLines → {Range[0, 6, .2], Range[0, 100, 5]}]
(\,\star V \acute{y} \texttt{sledn}\acute{e} \,\, \texttt{hodnoty} \,\, \texttt{Pvst} \,\, \texttt{a} \,\, \texttt{proudu} \,\, \texttt{pro} \,\, \texttt{ruzn} \acute{y} \,\, \texttt{rozd} \acute{i} \texttt{l} \,\, \texttt{teplot} \star \,)
dataPvst =
   Table
      Transpose@
         {hodnotyI, Table Fci[proud, deltaT][3], {deltaT, 10, 30, 5},
               {proud, proudMin, proudMax, proudMax - proudMin
nProud
(*Výsledné vykreslení*)
plot3 = ListLinePlot[dataPvst, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
    Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"I [A]", "P<sub>vst</sub> [W]"},
   LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"],
   FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
   PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Gray]}, {AbsoluteThickness[2], Brown},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
         {AbsoluteThickness[2], Black}}, PlotRange \rightarrow {{0, 6}, {0, 12}},
   \label{eq:plotLegends} \rightarrow \mbox{Placed[LineLegend[{"$\Delta T$ = 10", "$\Delta T$ = 15", "$\Delta T$ = 20", "$\Delta T$ = 25", "$\Delta T$ = 30"},
          \texttt{PlotLegends} \rightarrow \texttt{"Expressions", ImageSize} \rightarrow \texttt{550},
    GridLines \rightarrow {Range[0, 6, .2], Range[0, 12, .5]}]
(*Výsledné hodnoty COP a Pvýs pro různý rozdíl teplot*)
dataPvysCOP = Table Fci[proud, deltaT] [1;; 2], {deltaT, 10, 30, 5},
      {proud, proudMin, proudMax, proudMax - proudMin
}];
(*Výsledné vykreslení*)
plot4 = ListLinePlot[dataPvysCOP, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
    Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"P<sub>výs</sub> [W]", "COP [-]"},
    LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
    FrameStyle \rightarrow Directive[Black, Thickness \rightarrow 0.004],
   PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Gray]}, {AbsoluteThickness[2], Brown},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
         {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
          \{ AbsoluteThickness[2], Black \} \}, PlotRange \rightarrow \{ \{ 0, 100 \}, \{ 0, 3 \} \}, 
   \label{eq:plotLegends} \rightarrow \mbox{Placed[LineLegend[{"\DeltaT = 10", "\DeltaT = 15", "\DeltaT = 20", "\DeltaT = 25", "\DeltaT = 30"},
           LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Top}],
   \texttt{PlotLegends} \rightarrow \texttt{"Expressions", ImageSize} \rightarrow 550,
```

#### B.6 Výroba elektrické energie

```
(*Využití PČ pro výrobu elektrické energie*)
Quiet@Remove["Global`*"];
$HistoryLength = 2;
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
(*Vstupní rovnice*)
rce[proud_] := {
   Pvst == \frac{Tc - Tvys}{Rthvys},
   Pvys = \frac{Tvst - Th}{Rthvst},
   Pvys == \frac{\text{Th} - \text{Tc}}{\text{Rth}} + proud * (Th + 273.15) * \alpha - proud<sup>2</sup> * Rel,
   Pvst = \frac{Th - Tc}{Rth} + proud * (Tc + 273.15) * \alpha + proud^{2} * Rel
  };
(*Vyřešení rovnic*)
sol[proud_] := Solve[rce[proud], {Pvys, Pvst, Th, Tc}]
(*Zadefinování vstupních dat*)
\alpha = 0.05;
Rthvst = 0.74;
Rthvys = 0.74;
Rth = 2.36;
Rel = 0.9;
Tvys = 0;
(*Výsledná funkce pro výpočet*)
Fci[proud_, deltaT_] := Module[{solproud, Pvysvysl, Pvstvysl, Eta, Pel},
  Tvst = deltaT + Tvys;
  solproud = sol[proud];
  Pvysvysl = Pvys /. solproud[[1]];
  Pvstvysl = Pvst /. solproud;
  Eta = Pvys - Pvst
Pvys * 100 /. solproud[[1]];
  Pel = Pvys - Pvst /. solproud[[1]];
  {Eta, Pel}
(*Zadefinování rozsahu proudu*)
proudMax = 10;
proudMin = 0.01;
nProud = 100;
hodnotyI = Range[proudMin, proudMax, proudMax - proudMin];
```

.....

#### (\*Výsledné vykreslení\*)

```
plot1 = ListLinePlot[dataPel, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
  Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"I [A]", "P<sub>el</sub> [W]"},
  LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
  FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
  PlotStyle \rightarrow {{AbsoluteThickness[2], Darker[Gray]}, {AbsoluteThickness[2], Brown},
     {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
     {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
     {AbsoluteThickness[2], Black}}, PlotRange \rightarrow {{0, 6}, {0, 30}},
  PlotLegends →
   Placed[LineLegend[{"\DeltaT = 100", "\DeltaT = 200", "\DeltaT = 300", "\DeltaT = 400", "\DeltaT = 500", "\DeltaT = 600"},
      LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Top}],
  PlotLegends \rightarrow "Expressions", ImageSize \rightarrow 550,
  FrameTicks \rightarrow {{Range[0, 30, 5], None}, {Range[0, 6, 1], None}},
  GridLines \rightarrow {Range[0, 6, .25], Range[0, 30, 1]}]
(*Výsledné hodnoty účinnosti a proudu pro různý rozdíl teplot*)
dataEta =
  Table
   Transpose@
     {hodnotyI, Table [Fci[proud, deltaT] [1]], {deltaT, 100, 600, 100},
        {proud, proudMin, proudMax, proudMax - proudMin
nProud
(*Výsledné vykreslení*)
plot1 = ListLinePlot[dataEta, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]],
  Frame \rightarrow True, FrameLabel \rightarrow {"I [A]", " \eta [%]"},
  LabelStyle \rightarrow Directive[Black, Bold, FontSize \rightarrow 12, FontFamily \rightarrow "Cambria"],
  FrameStyle → Directive[Black, Thickness → 0.004],
  PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Gray]}, {AbsoluteThickness[2], Brown},
     {AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Purple},
     {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Orange},
     {AbsoluteThickness[2], Black}}, PlotRange \rightarrow {{0, 6}, {0, 15}},
  PlotLegends →
   Placed[LineLegend[{"\DeltaT = 100", "\DeltaT = 200", "\DeltaT = 300", "\DeltaT = 400", "\DeltaT = 500", "\DeltaT = 600"},
      LegendFunction \rightarrow (Framed[#, FrameMargins \rightarrow 0, Background \rightarrow White] &)], {Right, Top}],
  PlotLegends \rightarrow "Expressions", ImageSize \rightarrow 550,
  FrameTicks \rightarrow { {Range[0, 15, 3], None }, {Range[0, 6, 1], None } },
  GridLines \rightarrow {Range[0, 6, .25], Range[0, 15, 0.5]}]
```

#### B.7 Regulace teploty

```
In[•]:= (*Využití PČ pro regulaci teploty*)
      Quiet@Remove["Global` *"];
      $HistoryLength = 2;
      SetDirectory[NotebookDirectory[]];
      (*Zadefinování vstupních dat*)
      g = 0.001; mChl = 140 g;
      mPeltier = 22.3g; cAl = 896.;
      cPeltier = 710.;
      mcChl = mChl * cAl + 0.5 * mPeltier * cPeltier;
      mcCip = 0.1 * mcChl;
      RthCip = 20;
      RthChl = 0.1;
      Rth = 2.36;
      \alpha = 0.05;
      Rel = 0.9;
      TcipPozadovana = 40; To = 22; tmax = 5 * 60;
      (*Zjištění rovnice pro výpočet maximálního proudu*)
      Qchl[proud_] := \alpha * (T1 + 273.15) * proud - \frac{T2 - T1}{Rth} - Rel * (proud)^2;
      res = D[Qch1[proud], proud];
      sol = Solve[res == 0, proud];
      proudsol = proud /. sol;
      (*Výpočet maximálního proudu*)
      2 * Rel
      (*Realizace regulace*)
      PztCip[t_] := 40.0 + 5 * Tanh \left[ 5 * Sin \left[ 2 * Pi * \frac{t}{1 * 60} \right] \right];
      Plot[PztCip[t], {t, 0, tmax}];
      Zap[x_] := x * 0.5 * (1 + Tanh[20 (x - 0.1)]);
      proud[t_] := Zap[-10 * (TcipPozadovana - Tcip[t])];
      (*Výsledné rovnice*)
      rce =
         \left\{ \mathsf{PztCip}[t] + \frac{\mathsf{Tchl}[t] - \mathsf{Tcip}[t]}{\mathsf{Rth}} + \mathsf{Rel} * (\mathsf{proud}[t])^2 - \mathsf{mcCip} * \mathsf{Tcip}'[t] - \mathsf{Rth} \right\}
            \alpha * (Tcip[t] + 273.15) * proud[t] - \frac{Tcip[t] - To}{RthCip} = 0,
          Tcip[0] == To,
          Rel* (proud[t])<sup>2</sup> + \alpha * (Tch1[t] + 273.15) * proud[t] - \frac{Tch1[t] - Tcip[t]}{Rth} - mcCh1 * Tch1 ' [t] -
             \frac{\text{Tchl[t]} - \text{To}}{\text{RthChl}} = 0,
          Tch1[0] == To
         };
      (*Vyřešení rovnic*)
```

```
res = NDSolve[rce, {Tchl, Tcip}, {t, 0, tmax}, MaxSteps \rightarrow 10^{6}][[1]];
```

(\*Výsledné vykreslení průběhu teplot\*) Plot[Evaluate[{Tchl[t], Tcip[t], TcipPozadovana} /. res], {t, 0, tmax}, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}, {AbsoluteThickness[2], Darker[Blue]}, {AbsoluteThickness[2], Black}},  $PlotLegends \rightarrow$ Placed[LineLegend[{"Rth<sub>ch1</sub> = 0.1"}, LegendFunction  $\rightarrow$  (Framed[#, FrameMargins  $\rightarrow$  0, Background  $\rightarrow$  White] &)], {Right, Bottom}], PlotRange → {{0, tmax}, {0, 50}}, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]], Frame  $\rightarrow$  True, FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], ImageSize  $\rightarrow$  550, FrameLabel  $\rightarrow$  {"t [s]", "Tčip Tchl Tpož [°C] "}, LabelStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Bold, FontSize  $\rightarrow$  12, FontFamily  $\rightarrow$  "Cambria"],  $\label{eq:FrameTicks} \rightarrow \{\{ \texttt{Range[0, 110, 10], None} \}, \{ \texttt{Range[0, tmax, 100], None} \} \},$ GridLines  $\rightarrow$  {Range[0, tmax, 20], Range[0, 110, 5]}] (\*Vykreslení proudu\*) Plot[Evaluate[{proud[t] /. res}], {t, 0, tmax}, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}}, PlotRange  $\rightarrow$  {{0, tmax}, {0, 4}}, GridLinesStyle  $\rightarrow$  Directive[Gray, Thickness  $\rightarrow$  0.001, Opacity[0.8]], LabelStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Bold, FontSize  $\rightarrow$  12, FontFamily  $\rightarrow$  "Cambria"], Frame  $\rightarrow$  True, FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], ImageSize  $\rightarrow$  550, FrameLabel  $\rightarrow$  {"t [s]", "I [A]"},  $\label{eq:rameTicks} \textsf{FrameTicks} \rightarrow \{\{\texttt{Range[0, 5, 1], None}\}, \{\texttt{Range[0, tmax, 100], None}\}\}, \\$  $\texttt{GridLines} \rightarrow \{\texttt{Range[0, tmax, 20], Range[0, 10, .5]}\}]$ (\*Výpočet maximálního chladícího výkonu\*) PchlMax[t] :=  $\frac{\alpha^2 * (\text{TcipPozadovana} + 273.15)^2}{\alpha^2 + (\text{Tchl}[t] / \text{.res}) - \text{TcipPozadovana}}$ 4 \* Rel Rth (\*Vykreslení maximálního chladícího výkonu\*) Plot[PchlMax[t], {t, 0, tmax}, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}},  $\label{eq:plotRange} PlotRange \rightarrow \{\{0, \mbox{tmax}\}, \ \{0, \ 80\}\}, \ \mbox{GridLinesStyle} \rightarrow \mbox{Directive[Gray, Thickness} \rightarrow 0.001, \ \mbox{Opacity[0.8]]}, \ \mbox{Directive[Gray, Thickness]}, \ \mbox{Directive[Thickness]}, \ \mbox{Directive[Thickness]},$  $\texttt{LabelStyle} \rightarrow \texttt{Directive[Black, Bold, FontSize} \rightarrow \texttt{12, FontFamily} \rightarrow \texttt{"Cambria"], Frame} \rightarrow \texttt{True,}$ FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], ImageSize  $\rightarrow$  550, FrameLabel  $\rightarrow$  {"t [s]", "Pchl<sub>max</sub> [W]"}, FrameTicks  $\rightarrow$  {{Range[0, 80, 10], None}, {Range[0, tmax, 50], None}}, GridLines  $\rightarrow$  {Range[0, tmax, 10], Range[0, 80, 5]}] (\*Výpočet maximálního chladícího výkonu\*) Rel \* (proud[t] /. res)<sup>2</sup>; (\*Vykreslení chladícího výkonu\*)  $Plot[Pchlad[t], \{t, 0, tmax\}, PlotStyle \rightarrow \{ \{AbsoluteThickness[2], Darker[Red] \} \},$  $PlotRange \rightarrow \{\{0, tmax\}, \{0, 100\}\}, GridLines \rightarrow Automatic,$ GridLinesStyle → Directive[Black, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]], LabelStyle  $\rightarrow$  Directive [Black, Bold, FontSize  $\rightarrow$  12, FontFamily  $\rightarrow$  "Cambria"], Frame  $\rightarrow$  True, FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], ImageSize  $\rightarrow$  500, FrameLabel  $\rightarrow$  {"t [s]", "Pchl [W]"}, LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]] (\*Výpočet teploty chladiče v závislosti na maximálním chladícím výkonu\*)  $Tchla[PchlMaxim_] := Rth * \left(\frac{\alpha^2 * (TcipPozadovana + 273.15)^2}{4 * Rel} - PchlMaxim\right) + TcipPozadovana$ 4\*Rel (\*Vykreslení výsledné závislosti\*) Plot[Tchla[PchlMaxim], {PchlMaxim, 10, 80}, PlotStyle → {{AbsoluteThickness[2], Darker[Red]}}, PlotRange → { {10, 80}, {22, 190} }, GridLinesStyle → Directive[Black, Thickness → 0.001, Opacity[0.8]], LabelStyle  $\rightarrow$  Directive[Gray, Bold, FontSize  $\rightarrow$  12, FontFamily  $\rightarrow$  "Cambria"], Frame  $\rightarrow$  True, FrameStyle  $\rightarrow$  Directive[Black, Thickness  $\rightarrow$  0.004], ImageSize  $\rightarrow$  550, FrameLabel → {"Pchl<sub>max</sub> [W]", "Tchl [°C]"},  $FrameTicks \rightarrow \{ \{ Range[30, 200, 20], None \}, \{ Range[10, 80, 10], None \} \},$ GridLines  $\rightarrow$  {Range[10, 80, 2.5], Range[30, 200, 10]}]