

KATEDRA ELEKTROENERGETIKY

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V PRAZE**



**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
POUŽITÍ PELTIEROVÝCH
ČLÁNKŮ V REKUPERAČNÍCH
VÝMĚNÍCÍCH TEPLA**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

KVĚTEN 2023

**MARTIN
BERAN**

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Beran** Jméno: **Martin** Osobní číslo: **483834**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávací katedra/ústav: **Katedra elektroenergetiky**
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**
Specializace: **Elektroenergetika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Použití Peltierových článků v rekuperačních výměnících tepla

Název diplomové práce anglicky:

Use of Peltier cells in recuperative heat exchangers

Pokyny pro vypracování:

- 1) Popište fyzikální základy problematiky
- 2) Sestavte matematické modely výměníku a Peltierova článku
- 3) Seznamte se současnými systémy větrání a vytápění nízkoenergetických domů
- 4) Zhodnoťte možnost využití Peltierova článku v takovém systému

Seznam doporučené literatury:

- 1) MACIÁ-BARBER, Enrique. Thermoelectric Materials Advances and Applications. Jenny Stanford Publishing, 2015, 364 s. ISBN 9789814463522
- 2) JOHN H LIENHARD, IV a JOHN H LIENHARD, V. A heat transfer textbook. Fifth edition. Dover Publications, 2019. ISBN 9780486837352.
- 3) RIMBALA, Jan a Jan KYNCL. Possibilities of improving COP of Peltier cells as a heat pump [online]. 2022 22nd International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE), 2022 [cit. 2023-02-02]. Dostupné z: doi:10.1109/EPE54603.2022.9814133

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Dr. Ing. Jan Kyncl katedra elektroenergetiky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **03.02.2023**

Termín odevzdání diplomové práce: _____

Platnost zadání diplomové práce: **22.09.2024**

doc. Dr. Ing. Jan Kyncl
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Zdeněk Müller, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji panu doc. Dr. Ing. Janu Kynclovi za odborné vedení diplomové práce a čas věnovaný při četných konzultacích. Dále chci poděkovat mé rodině a přátelům, kteří mě během studií podporovali.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 24. května 2023

.....

ABSTRAKT

Diplomová práce je věnovaná modelování Peltierových článků za účelem vytvoření principiálního návrhu jejich využití v pasivních domech v kombinaci s rekuperačními výměníky pro zpětné získávání tepla. Práce shrnuje potřebné fyzikální poznatky z oblasti termoelektrických jevů, termodynamiky a sdílení tepla. Následně je těchto poznatků využito pro sestavení modelů v prostředí Mathematica a na jejich základě je provedena další analýza jejich chování a jsou navržena možná uspořádání jednotky složené z Peltierových článků a rekuperačního výměníku.

Klíčová slova: Peltierův článek, termoelektrický jev, rekuperační výměník, zpětné získávání tepla, pasivní dům, úspora energie, tepelné čerpadlo, Wolfram Mathematica

ABSTRACT

The Master's thesis is devoted to the modelling of Peltier cells in order to create a principle design for their use in passive houses in combination with heat exchangers for heat recovery. The thesis summarizes the necessary physical knowledge in the field of thermoelectric phenomena, thermodynamics and heat transfer. This knowledge is used to build models in Mathematica and based on them, further analysis of their behaviour is performed and possible arrangements of a unit composed of Peltier cells and a heat recovery exchanger are suggested.

Keywords: Peltier cell, thermoelectric effect, heat exchanger, heat recovery, passive house, energy savings, heat pump, Wolfram Mathematica

OBSAH

ÚVOD	1
KAPITOLA 1: TERMODYNAMIKA	2
1.1 TEPELNÉ VÝMĚNÍKY	2
1.1.1 Matematický popis tepelného výměníku.....	2
1.1.2 Souproudý výměník.....	3
1.1.3 Protiproudý výměník	4
1.1.4 Křížový výměník.....	4
1.1.5 Střední teplotní spád.....	6
1.1.6 ϵ -NTU metoda.....	7
1.1.7 Model souproudého výměníku v prostředí Mathematica.....	8
1.1.8 Model protiproudého výměníku v prostředí Mathematica.....	10
1.2 ZPŮSOBY SDÍLENÍ TEPLA	11
1.2.1 Sdílení tepla vedením.....	11
1.2.1.1 Fourier-Kirchhoffova rovnice vedení tepla.....	12
1.2.1.2 Stacionární vedení tepla rovinnou stěnou.....	13
1.2.2 Sdílení tepla konvekcí	14
1.2.2.1 Newtonův ochlazovací zákon.....	14
1.2.3 Celkový tepelný odpor	15
1.3 OBĚHY TEPELNÝCH STROJŮ	17
1.3.1 Carnotův oběh.....	18
1.3.2 Tepelné čerpadlo.....	18
1.3.2.1 Topný faktor COP	19
1.3.2.2 Chladicí faktor EER.....	19
KAPITOLA 2: TERMOELEKTRINA	20
2.1 TERMOELEKTRICKÉ JEVY	20
2.1.1 Seebeckův jev	21
2.1.2 Peltierův jev	21
2.1.3 Thomsonův jev.....	22
2.2 TERMOELEKTRICKÝ ČLÁNEK	23
2.2.1 Matematický popis Peltierova článku	24
2.2.2 Účinnost Peltierova článku	25
2.2.3 Datasheet a určení parametrů modelu	29
2.3 MODEL PELTIEROVA ČLÁNKU V PROSTŘEDÍ MATHEMATICA	31
2.3.1 Souproudý pohyb kapalin	31
2.3.2 Protiproudý pohyb kapalin.....	34
2.3.3 Přidání tepelného odporu	35
2.3.4 Vrstvení článků na sebe.....	36
KAPITOLA 3: VĚTRACÍ JEDNOTKA S PELTIEROVÝMI ČLÁNKY	39
3.1 PRINCIPIÁLNÍ NÁVRH VĚTRACÍ JEDNOTKY	39
3.2 VARIANTA A	41
3.3 VARIANTA B	45
ZÁVĚR	50
LITERATURA	51

PŘÍLOHA A: SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	53
A.1 SEZNAM SYMBOLŮ.....	53
A.2 SEZNAM ZKRATEK.....	54
PŘÍLOHA B: PROGRAMY V PROSTŘEDÍ MATHEMATICA.....	55
B.1 SOUPROUDÝ VÝMĚNÍK.....	55
B.2 PROTIPROUDÝ VÝMĚNÍK.....	56
B.3 PELTIERŮV ČLÁNEK - SOUPROUD.....	57
B.4 PELTIERŮV ČLÁNEK - PROTIPROUD.....	58
B.5 VLIV TEPELNÉHO ODPORU.....	60
B.6 ŘAZENÍ ČLÁNKŮ NA SEBE.....	62
B.7 VARIANTA A.....	68
B.8 VARIANTA B.....	70

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1-1 Souproudý výměník – teplotní profil	3
Obr. 1-2 Protiproudý výměník – teplotní profil	4
Obr. 1-3 Korekční součinitel pro různé typy výměníku.....	5
Obr. 1-4 Efektivita souproudého a protiproudého výměníku.....	8
Obr. 1-5 Iterační model souproudého výměníku.....	8
Obr. 1-6 Teplotní profil souproudého výměníku	9
Obr. 1-7 Porovnání s ε - NTU metodou	9
Obr. 1-8 Iterační model protiproudého výměníku.....	10
Obr. 1-9 Teplotní profil protiproudého výměníku	10
Obr. 1-10 Způsoby sdílení tepla: a) vedení, b) proudění, c) sálání	11
Obr. 1-11 Ilustrace vedení tepla jednoduchou a složenou rovinnou stěnou	14
Obr. 1-12 Rychlostní profil laminárního a turbulentního proudění	14
Obr. 1-13 Grafické znázornění typu proudění a teplotní mezní vrstva	15
Obr. 1-14 Carnotův oběh v p - v a T - s diagramu	17
Obr. 1-15 Principiální schéma tepelného čerpadla a oběh v T - s diagramu.....	19
Obr. 2-1 Princip Seebeckova a Peltierova jevu	21
Obr. 2-2 Ilustrace Thomsonova jevu	22
Obr. 2-3 Možná uspořádání jednotlivých elementů v článku	23
Obr. 2-4 Reálné uspořádání elementů v Peltierově článku	24
Obr. 2-5 Závislost topného faktoru COP na venkovní teplotě	27
Obr. 2-6 Závislost parametru ZT na teplotě	28
Obr. 2-7 Hodnoty parametru ZT v čase	28
Obr. 2-8 Závislost tepelného výkonu na teplotním spádu – a)	30
Obr. 2-9 Závislost tepelného výkonu na teplotním spádu – b).....	30
Obr. 2-10 Model Peltierova článku – souproud	31
Obr. 2-11 Teplotní profil – souproud	32
Obr. 2-12 Závislost COP na I pro různé teploty T_c	33
Obr. 2-13 Závislost Q_H na I pro různé teploty T_c	33
Obr. 2-14 Závislost Q_C na I pro různé teploty T_c	33
Obr. 2-15 Závislost COP , Q_H , Q_C a T_H na I pro různé teploty T_c	34
Obr. 2-16 Zohlednění tepelného odporu – ilustrace	35
Obr. 2-17 Závislost COP a Q_H na I pro různé teploty T_c	36
Obr. 2-18 Vrstvení článků na sebe – ilustrace	36
Obr. 2-19 Porovnání COP při řazení článku na sebe a vedle sebe	37
Obr. 2-20 Závislost COP na proudech I_1 a I_2	38
Obr. 2-21 Závislost Q_H na proudech I_1 a I_2	38
Obr. 3-1 Teplotní profil při $T_H < T_c$ – souproud \times protiproud	39
Obr. 3-2 Varianta A-1 – Principiální schéma a teplotní profil	41

Obr. 3-3 Závislost <i>COP</i> na venkovní teplotě (bez příkonu ventilátorů)	42
Obr. 3-4 Závislost <i>COP</i> na venkovní teplotě	42
Obr. 3-5 Teplotní profil pro různé venkovní teploty	43
Obr. 3-6 Varianta A-2 – Principiální schéma a teplotní profil	43
Obr. 3-7 Závislost <i>EER</i> na venkovní teplotě pro konstantní T_H	44
Obr. 3-8 Závislost <i>COP</i> na venkovní teplotě pro konstantní T_C	44
Obr. 3-9 Varianta B-1 – Principiální schéma a teplotní profil	45
Obr. 3-10 Závislost <i>COP</i> na venkovní teplotě	46
Obr. 3-11 Teplotní profily pro různé situace	46
Obr. 3-12 Závislost <i>EER</i> na venkovní teplotě	47
Obr. 3-13 Varianta B-2 – Principiální schéma a teplotní profil	48
Obr. 3-14 Závislost <i>EER</i> na venkovní teplotě pro konstantní T_H	49
Obr. 3-15 Závislost <i>COP</i> na venkovní teplotě pro konstantní T_C	49

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1-1 Tepelné vodivosti vybraných materiálů</i>	12
<i>Tab. 1-2 Součinitele přestupu tepla vybraných situací</i>	15
<i>Tab. 2-1 Tepelné vodivosti vybraných vodičů a polovodičů</i>	20
<i>Tab. 2-2 Parametry modelu Peltierova článku</i>	29

ÚVOD

Dle informací z oficiálních webových stránek Evropské komise [1] se v rámci Evropské Unie budovy podílejí na spotřebě energie ze 40 % a zároveň jsou zodpovědné za 36 % vyprodukovaných emisí CO₂. Snahou států Evropské Unie je snižování emisí CO₂ a spotřeby energie, k čemuž se státy zavázaly Zelenou dohodou pro Evropu („European Green Deal“), jež si klade za cíl, aby byla Evropská Unie do roku 2050 uhlíkově neutrální. V oblasti budov proto byly přijaty direktivy „*Energy Performance of Buildings Directive (EPBD) 2010/21/EU*“ a „*Energy Efficiency Directive (EED) 2021/27/EU*“, jež zpřísňují požadavky na energetickou náročnost nově stavěných budov. Dle EPBD musí být po roce 2021 všechny budovy postavené jako takzvané „budovy s téměř nulovou spotřebou“ („nZEB“ – „nearly Zero-Energy Buildings“). V [2] autoři uvádí, že nZEB jsou charakteristické výborně izolovanou obálkou budovy s absencí tepelných mostů, jež snižuje tepelné ztráty prostupem. Budova dále obsahuje vhodně umístěné prosklené plochy, čímž generuje značné tepelné zisky ze solární energie. Dalším požadavkem je, aby budova byla prakticky vzduchotěsná a zahrnovala jednotku pro řízení větrání se zpětným získáváním tepla (ZZT), a tím snížila tepelné ztráty větráním. Zpětné získávání tepla je realizováno nejčastěji deskovým rekuperačním výměníkem s účinností dosahující dnes až 90 % [2].

Malá potřeba energie na vytápění znamená i menší požadavek na instalovaný výkon topného systému. Zároveň ale budova navržená tak, aby využívala solárních zisků, vyžaduje v letních měsících účinné stínění, které bývá často doplněno o systém aktivního chlazení. Potřeba chlazení spolu s důrazem na využívání elektrické energie vede ke stále častějšímu využívání tepelných čerpadel. V současnosti využívaná tepelná čerpadla jsou téměř ve všech případech založena na kompresorovém cyklu [3]. S klesajícím požadovaným instalovaným výkonem se nabízí otázka, zda není možné využívat i jiné způsoby čerpání tepla, u kterých by výhody nové technologie převážily nižší hodnoty topného/chladičho faktoru (*COP/EER*), jež jsou dnes spolu s tepelným výkonem hlavními parametry při výběru tepelného čerpadla.

Velmi zajímavou technologií by mohla být tepelná čerpadla využívající termoelektrického jevu. Takové tepelné čerpadlo by kromě ventilátorů neobsahovalo žádné další pohyblivé části, nevyžadovalo by v podstatě žádnou údržbu a umožňovalo by snadnou a rychlou kontrolu teploty. Změna režimu z vytápění na chlazení by znamenala pouze změnu polarit napájení. Napájení, jež je stejnosměrné, by bylo možné realizovat v kombinaci s instalovaným fotovoltaickým systémem, který bývá dnes již často na novostavbách instalován. Další výhodou je absence jakýchkoliv kapalin používaných v kompresorových čerpadlech jako teplonosného média. V současnosti používané fluorované uhlovodíky jsou totiž škodlivé pro životní prostředí [4]. Výzvou pro tuto technologii je zvýšení topného/chladičho faktoru, jež je určujícím parametrem hodnocení efektivnosti tepelných čerpadel. Zatímco dnešní tepelná čerpadla běžně dosahují hodnot *COP* v rozmezí 2 až 5 v závislosti na použitém systému, tepelná čerpadla založená na termoelektrickém jevu zatím dosahují v reálných aplikacích hodnot v rozmezí 0,8 až 2,1 [5], [6].

V této práci jsou nejprve popsány potřebné fyzikální základy z oblasti termodynamiky, sdílení tepla a termoelektrických jevů. Tyto poznatky jsou poté využity k modelování chování Peltierových článků a analýze jejich chování za různých podmínek. Následně jsou uvažována dvě možná uspořádání a vypočteny hodnoty *COP/EER* za různých podmínek a porovnány, zda dosahují podobných či vyšších hodnot, než které jsou uváděny v pracích zabývajících se totožnou problematikou [2], [4]–[6].

KAPITOLA 1: TERMODYNAMIKA

V této kapitole jsou představeny základní typy tepelných výměníků spolu s jejich matematickým popisem a jednoduchým modelem v prostředí Mathematica. Dále jsou zde vysvětleny způsoby sdílení tepla, přičemž největší pozornost je věnována vedení tepla. Tohoto způsobu sdílení tepla bude zejména využito při popisu a modelování Peltierových článků. V závěru kapitoly jsou stručně představeny tepelné stroje s důrazem na princip tepelného čerpadla.

1.1 Tepelné výměníky

Tepelný výměník je zařízení sloužící k přenosu tepelné energie z teplejší látky do látky chladnější. Podle principu této výměny lze výměníky rozdělit do tří skupin, a to výměníky směšovací, regenerační a rekuperační [7].

U výměníků směšovacích je výměna tepelné energie zajištěna směšováním tekutin o různých teplotách, čímž dochází nejen ke sdílení tepla, ale i hmoty. Typickým příkladem takového výměníku je chladicí věž v tepelné elektrárně [7].

Regenerační výměník obsahuje pevnou látku, jež akumuluje teplo a zprostředkovává jeho předávání mezi tekutinami. V prvním kroku se tato pevná látka nahřívá od teplejší tekutiny, v následujícím kroku dojde k výměně povrchů, například pootočením, a nahřátá část nyní odevzdává akumulované teplo chladnější tekutině, přičemž se opět nahřívá část povrchu, jež byla předtím ochlazována. Takovéto výměníky se používají například jako ohříváky vzduchu u vysokých pecí či ohříváky spalovacího vzduchu u parních kotlů [7].

Rekuperační výměníky oddělují proudící tekutiny nepropustnou stěnou, takže dochází pouze ke sdílení tepla nikoliv hmoty. Rekuperační výměníky se dělí na souproude, protiproude a křížové. Dále v textu je věnována pozornost pouze tomuto typu výměníku, protože je to právě tento typ, jež je používán ke zpětnému získávání tepla z odváděného vzduchu v nízkoenergetických domech [7].

1.1.1 Matematický popis tepelného výměníku

Tepelný výměník je popsán dvojicí rovnic. První rovnice je zápisem prvního termodynamického zákona pro otevřený systém [8], [9] po přijetí některých zjednodušujících předpokladů. Těmito předpoklady jsou, že nedochází k výměně tepla či práce s okolím či sdílení tepla stěnou v podélném směru, kinetickou a potenciální energii vstupující a vystupující tekutiny lze zanedbat, sdílení tepla je stacionární, tekutina je nestlačitelná a její měrná tepelná kapacita je konstantní. Rovnice tak přejde do tvaru

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_C = \dot{m}_H c_H (T_{H_{in}} - T_{H_{out}}) - \dot{m}_C c_C (T_{C_{out}} - T_{C_{in}}) = 0, \quad (1-1)$$

kde \dot{Q}_h (W) je dodaný tepelný tok teplejší tekutinou, \dot{Q}_c (W) je odebraný tepelný tok chladnější tekutinou, \dot{m} ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$) je hmotnostní průtok tekutiny, c ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) je izobarická měrná tepelná kapacita a T (K) je teplota.

Druhá rovnice popisující tepelný výměník určuje celkový sdělený tepelný tok v závislosti na konstrukčních parametrech výměníku a teplotách proudících tekutin. Celkový sdělený tepelný tok stěnou výměníku \dot{Q}_S (W) je integrálem dílčích tepelných toků $d\dot{Q}_S$ (W) sdělených v jednotlivých elementech plochy dA (m^2). Ty lze vyjádřit ze znalosti principů sdílení tepla, viz kapitola 1.2, jako součin součinitele prostupu tepla U ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$), rozdílu teplot v daném elementu

ΔT (K) a elementu plochy dA (m^2). Za předpokladu, že součinitel přestupu tepla je konstantní a že obě tekutiny proudí pouze v jednom směru, tedy teplotní pole je jednorozměrné, přejdou rozdíly teplot v jednotlivých elementech integrací na takzvaný střední teplotní spád ΔT_{STR} ($^{\circ}C$), jež je důležitým parametrem při návrhu výměníku a jehož odvození je popsáno dále.

$$\dot{Q}_S = \int dQ = \int U \Delta T dA = UA \Delta T_{STR}. \quad (1-2)$$

Přičemž součinitel prostupu tepla U je převrácenou hodnotou tepelného odporu R_{th} , který je složen z prostupu tepla stěnou výměníku vedením a přestupem tepla mezi tekutinou a stěnou výměníku konvekcí. Více o tepelném odporu a sdílení tepla je popsáno v kapitole 1.2.

Pro ustálený stav musí platit, že dodaný tepelný tok, odebraný tepelný tok a sdělený tepelný tok jsou si rovny, tedy

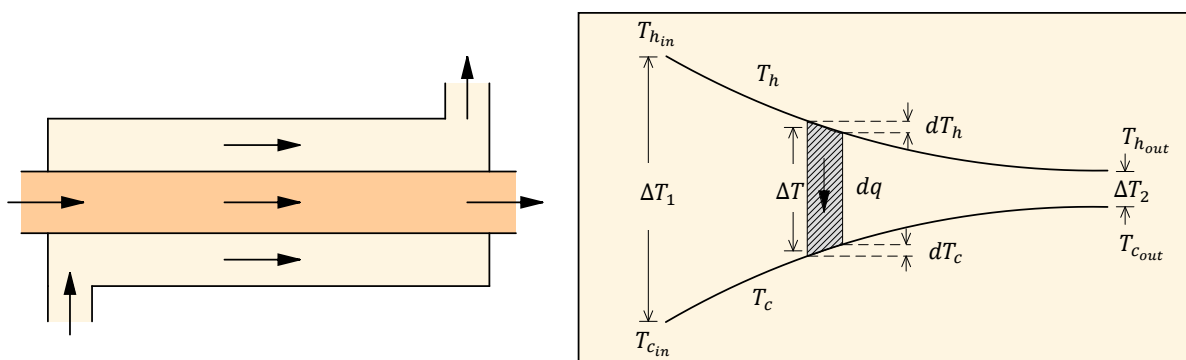
$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_C = \dot{Q}_S. \quad (1-3)$$

Tohoto faktu lze pak například využít k určení velikosti teplosměnné plochy při znalosti ostatních parametrů jako

$$A = \frac{\dot{m}_H c_H (T_{H_{in}} - T_{H_{out}})}{U \Delta T_{STR}}. \quad (1-4)$$

1.1.2 Souproudý výměník

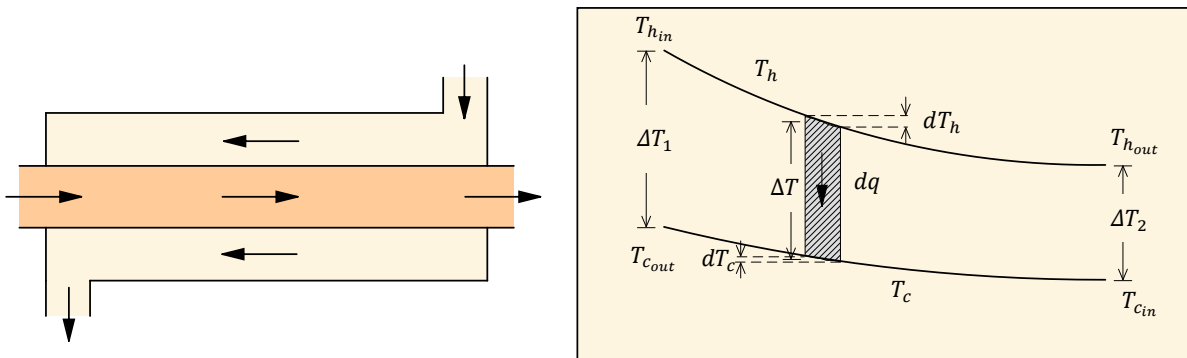
V souproudém výměníku vstupují obě tekutiny na totožné straně. Na této straně je tak největší teplotní spád ΔT (K), jenž postupně klesá, a tedy největší část sdílení tepla je realizována na začátku výměníku. Principiální schéma souproudého výměníku a jeho teplotní profil jsou naznačeny na Obr. 1-1. Z obrázku je také patrná důležitá vlastnost souproudého výměníku a sice, že konečná teplota teplejší tekutiny nemůže být nikdy nižší než konečná teplota chladnější tekutiny a naopak [10], [11].



Obr. 1-1 Souproudý výměník – teplotní profil [9] (upraveno)

1.1.3 Protiproudý výměník

V protiproudém výměníku vstupují tekutiny do výměníku na opačných stranách. To znamená, že teplotní profil nyní nevykazuje největší rozdíl na počátku výměníku, jenž postupně klesá, ale teplotní rozdíl může být i po celé délce konstantní. Principiální schéma protiproudého výměníku a jeho teplotní profil jsou naznačeny na Obr. 1-2. Z teplotního profilu je vidět, že za určitých podmínek může být konečná teplota chladnější kapaliny vyšší než konečná teplota teplejší kapaliny a naopak. To je hlavní rozdíl mezi protiproudým a souprroudým výměníkem. Dalším důsledkem rovnoměrnějšího rozdělení teplotních rozdílů je vyšší hodnota středního teplotního spádu, díky čemuž vychází protiproudý výměník plošně menší než souprroudý [10], [11].



Obr. 1-2 Protiproudý výměník – teplotní profil [9] (upraveno)

1.1.4 Křížový výměník

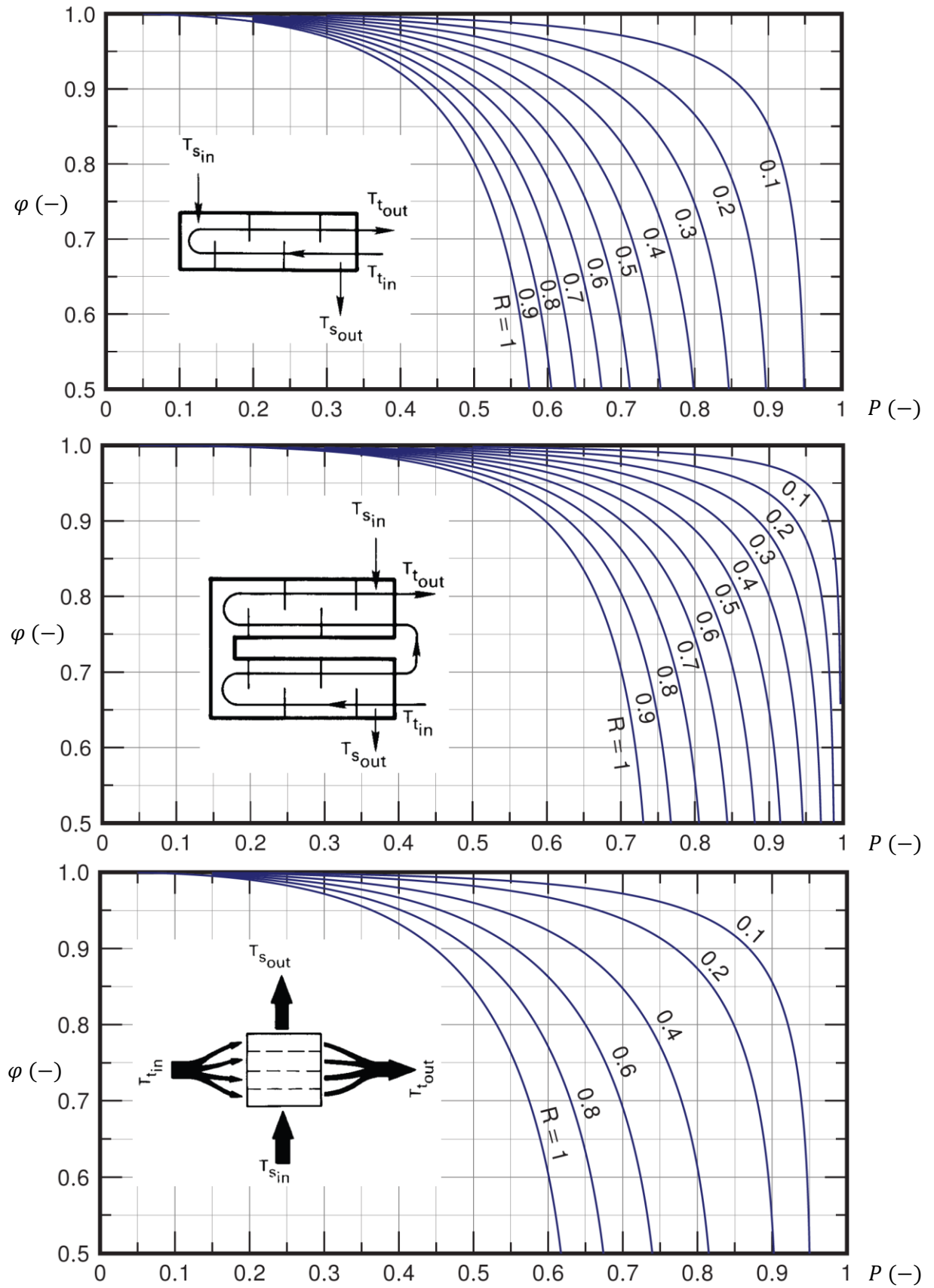
V křížovém výměníku jsou na sebe proudy tekutin kolmé, přičemž existuje celá řada možných uspořádání. Vzájemný pohyb tekutin v takovýchto výměnících jsou zvláštní případy již dříve popsaných dvou způsobů proudění [10]. Ve vztahu pro sdělené teplo se oproti souprroudému a protiproudému výměníku objevuje korekční součinitel ψ (-).

$$\dot{Q}_S = UA\psi\Delta T_{STR} \quad (1-5)$$

Pro typické konstrukce lze součinitel odečíst z grafu, na další straně jsou vybrány průběhy součinitele pro tři typy konstrukcí. Grafy jsou převzaty z [8], totožné grafy jsou uvedeny i v [9] a [10].

Dle [10] se parametry P (-) a R (-) se určí ze vstupních a koncových teplot jako

$$P = \frac{T_{Cout} - T_{Cin}}{T_{Hin} - T_{Cin}}, \quad R = \frac{T_{Hin} - T_{Hout}}{T_{Cout} - T_{Cin}}. \quad (1-6)$$



Obr. 1-3 Korekční součinitel pro různé typy výměníku [8]

1.1.5 Střední teplotní spád

Střední teplotní spád je důležitým parametrem při návrhu výměníku. Jeho odvození za přijetí některých předpokladů je popsáno dále. Těmito předpoklady jsou ustálený průtok tekutin souběžně se stěnou, konstantní měrná tepelná kapacita tekutiny a součinitel prostupu tepla. Sdílení tepla výměníku s jeho okolím je zanedbatelné. Popsané odvození je převzato z [12], obdobné způsoby odvození jsou popsány také ve zdrojích [7]–[11].

Sdělený tepelný tok v elementu plochy dA :

$$d\dot{Q} = U\Delta T dA = U(T_H - T_C)dA. \quad (1-7)$$

Sdělené teplo se rovná přijatému a odevzdanému teplu tekutinami, tedy odpovídá změně teploty teplejší T_H a chladnější tekutiny T_C podle vztahu

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_H c_H dT_H = \dot{m}_C c_C dT_C. \quad (1-8)$$

Změna teplotního rozdílu pro souproudý výměník:

$$d(\Delta T) = dT_H - dT_C = -\left(\frac{1}{\dot{m}_H c_H} + \frac{1}{\dot{m}_C c_C}\right) d\dot{Q} = -Nd\dot{Q}. \quad (1-9)$$

Integrací:

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} d(\Delta T) = \int_0^{\dot{Q}} -Nd\dot{Q}, \quad (1-10)$$

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 = -N\dot{Q}. \quad (1-11)$$

Dosazením do rovnice (1-9) za změnu tepla $d\dot{Q}$ z rovnice (1-2) přejde rovnice do tvaru

$$d(\Delta T)_x = -NU(\Delta T)_x dA. \quad (1-12)$$

Integrací:

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{1}{(\Delta T)_x} d(\Delta T)_x = \int_0^A -NU dA, \quad (1-13)$$

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -NUA. \quad (1-14)$$

Po dosazení za $-N$ vyjádřeným z rovnice (1-11) přejde rovnice (1-14) do konečného tvaru

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\dot{Q}} UA, \quad (1-15)$$

$$\dot{Q}_S = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} UA = UA\Delta T_{STR}. \quad (1-16)$$

Při pohledu na rovnici (1-16) je nyní zřejmá definice středního (logaritmického) teplotního spádu

$$\Delta T_{STR} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}. \quad (1-17)$$

Pro protiproudý výměník se vypočítá střední teplotní spád stejně. Rozdíl v odvození je pouze v členu N , jenž se v případě protiproudého výměníku vypočte jako [7], [11]

$$N = \frac{1}{\dot{m}_H c_H} - \frac{1}{\dot{m}_C c_C}. \quad (1-18)$$

Pro křížový výměník není možné odvození provést takto snadno z důvodu vícerozměrného teplotního pole. Proto bývá střední teplotní spád počítán shodným způsobem jako pro souproudý a protiproudý výměník a ke korekci výpočtu je používán součinitel ψ (-) [8].

1.1.6 ε -NTU metoda

V případě návrhu protiproudého výměníku, kdy jsou známé pouze vstupní teploty kapaliny, není možné vypočítat střední teplotní spád, a tudíž ani sdělené teplo. Možným řešením je koncové teploty odhadnout a z nich vypočítat odevzdané teplo, přijaté teplo a sdělené teplo. V případě jejich nerovnosti odhadnout nové koncové teploty a postup opakovat. S využitím výpočetní techniky není tento postup nijak náročný. Existuje však i jiný poustup, a sice takzvaná ε -NTU metoda. Popis metody je převzat z [8], ke shodným vztahům dochází i autoři v [9].

Nejprve se definuje parametr efektivita výměníku ε . Ta je poměrem skutečného sděleného tepla ku maximálnímu teoreticky sdělitelnému teplu z jedné kapaliny druhé:

$$\varepsilon = \frac{C_H(T_{Hin} - T_{Hout})}{C_{min}(T_{Hin} - T_{Cin})} = \frac{C_C(T_{Cout} - T_{Cin})}{C_{min}(T_{Hin} - T_{Cin})}, \quad (1-19)$$

$$C_H = \dot{m}_H c_H, \quad C_C = \dot{m}_C c_C, \quad C_{min} = \min(C_H, C_C). \quad (1-20)$$

Skutečně sdělené teplo je tedy

$$Q = \varepsilon C_{min}(T_{Hin} - T_{Cin}). \quad (1-21)$$

Obdobným odvozením jako v případě středního teplotního spádu vyjde, že efektivita výměníku se vypočte ze vztahu (1-22) pro souproudý výměník a ze vztahu (1-23) pro protiproudý výměník.

Souproudý výměník:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-(1 + C_{min}/C_{max})NTU]}{1 + C_{min}/C_{max}}. \quad (1-22)$$

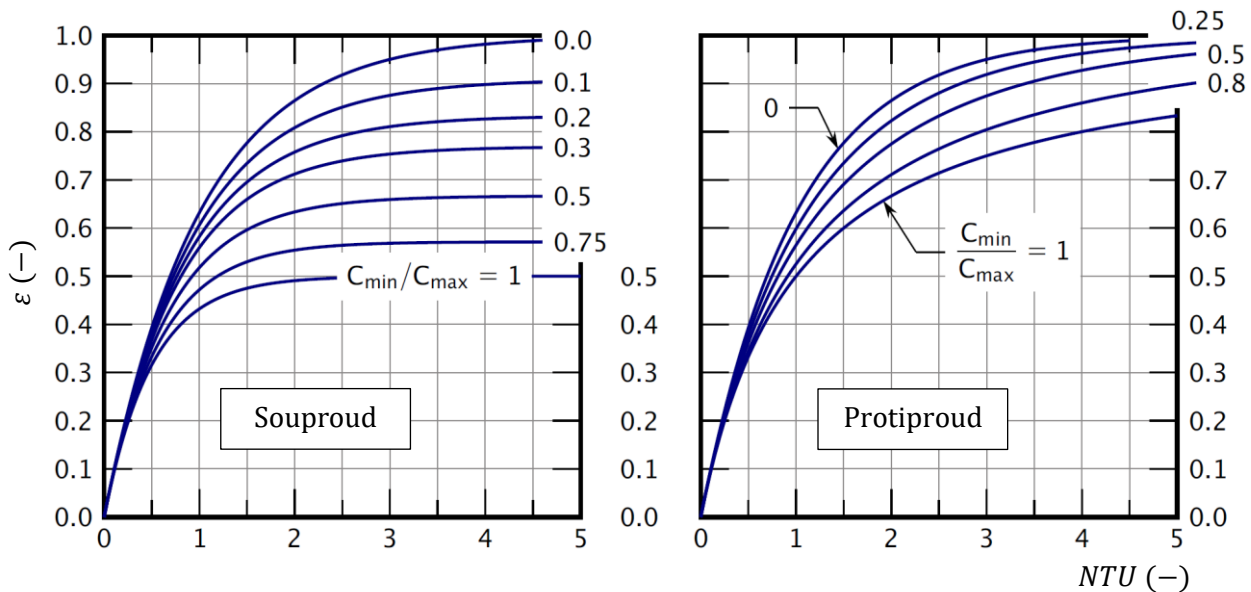
Protiproudý výměník:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-(1 - C_{min}/C_{max})NTU]}{1 - (C_{min}/C_{max}) \exp[-(1 - C_{min}/C_{max})NTU]}. \quad (1-23)$$

Parametr NTU (-) („Number of Transfer Units“) porovnává přenosovou kapacitu výměníku ku minimální tepelné kapacitě proudících kapalin:

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}}. \quad (1-24)$$

Efektivita výměníku v případě souproudého a protiproudého provedení v závislosti na velikosti parametru NTU pro jednotlivě poměry C_{min}/C_{max} je vynesena v grafech níže.



Obr. 1-4 Efektivita souproudého a protiproudého výměníku [8]

1.1.7 Model souproudého výměníku v prostředí Mathematica

Pro ověření popisovaných vztahů a zároveň jako odrazový můstek pro složitější modelování v dalších částech práce byl vytvořen jednoduchý souproudý výměník v prostředí Mathematica. Hlavní část kódu je pro lepší představu na obrázku níže.

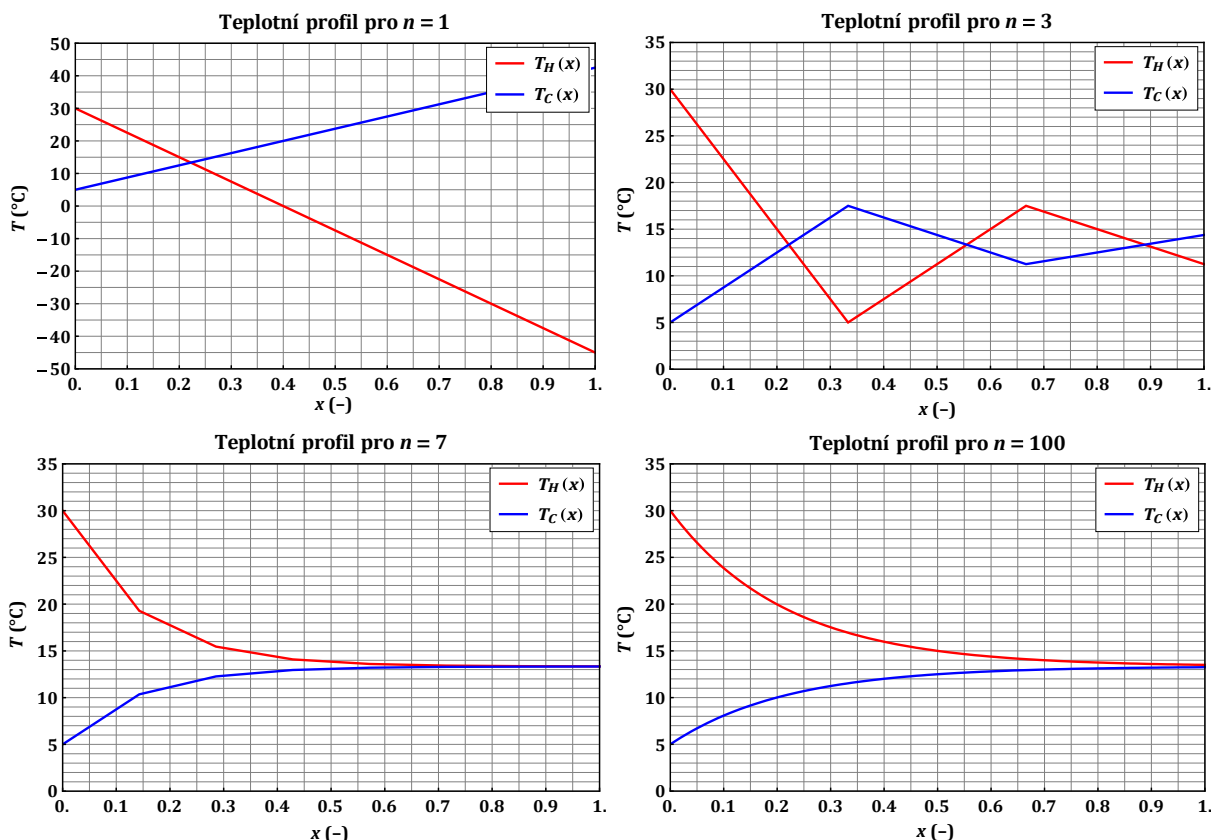
```

Quiet@Remove["Global`*"];
mHcH = 2000; mCcC = 4000; UA = 6000; (*Definování vstupních parametrů*)
Model[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Q, UAseg, ThOut, TcOut, xOut}, (*Funkce pro výpočet teplotního profilu*)
  UAseg = UA / n; (*Rozčlenění plochy do n segmentů*)
  Q = UAseg (ThIn - TcIn); ThOut = ThIn - Q / mHcH; TcOut = TcIn + Q / mCcC; (*Rovnice popisující souproudý výměník*)
  xOut = xIn + 1. / n; (*Souřadnice ve směru x*)
  {ThOut, TcOut, xOut, n}]
ThIn = 30; TcIn = 5; ThOut = 20; (*Definování vstupních teplot*)
data[n_] := NestList[Model, {ThIn, TcIn, 0, n}, n] (*n-krát volání funkce f1 pro výpočet teplotního profilu*)

```

Obr. 1-5 Iterační model souproudého výměníku

Kód generuje teplotní profil výměníku pro různé zadané parametry a počítá sdělené teplo. Model využívá iteračního postupu, kdy je výměník rozdělen na několik izotermických úseků, v nichž je sdělené teplo počítáno z rovnice (1-2). V závislosti na počtu těchto úseků vzniká chyba, jež s rostoucím počtem úseků rychle klesá.



Obr. 1-6 Teplotní profil souprředého výměníku

Na obrázcích výše jsou vykresleny teplotní profily pro čtyři různé počty úseků. Již pro sto úseků vypadá průběh zcela hladce, přitom není problém z hlediska časové náročnosti výpočtu rozdělit výměník i na tisíce segmentů. Kód níže porovnává výpočet tepla iteračním postupem s metodou ϵ -NTU a odchylku počítá jako relativní chybu. Již pro deset úseků je relativní chyba v řádu jednotek procent, pro tisíc úseků je chyba v řádu setin procenta.

```

Cmin = Min[mHcH, mCcc]; Cmax = Max[mHcH, mCcc]; NTU = UA / Cmin; (*Veličiny pro výpočet ε*)
ε = (1 - Exp[-(1 + Cmin/Cmax) NTU]) / (1 + Cmin/Cmax); (*Výpočet ε souprředého výměníku podle [6]*)
Qskut = ε * Cmin * (ThIn - TcIn); (*Výpočet sděleného tepla*)

SpoctiChybu[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Q, kAseg, ThOut, TcOut, xOut, data, Qit, δQ},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, xIn, n}, n]; (*n-krát volání funkce f1*)
  Qit = mHcH * (ThIn - data[[1]]); (*Výpočet sděleného tepla pomocí f1*)
  δQ = (Qit - Qskut) * 100 // N]; (*Výpočet rel. chyby*)

Grid[Prepend[Table[{n, NumberForm[SpoctiChybu[{ThIn, TcIn, 0, n}], 3]}, {n, {10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000}}], {"n (-)", "δQ (%)"},
  Frame → All, ItemStyle → Directive[FontSize → 12, FontFamily → "Cambria"]],
  (*Rel. chyba pro různé počty úseků*)

```

n (-)	10	20	50	100	200	500	1000
δQ (%)	0.867	0.506	0.218	0.111	0.0563	0.0227	0.0114

Obr. 1-7 Porovnání s ϵ -NTU metodou

1.1.8 Model protiproudého výměníku v prostředí Mathematica

V případě protiproudého výměníku je situace obdobná. Rozdíl spočívá v neznalosti obou teplot na jedné straně, jelikož média vstupují z opačných stran. Proto je výměník modelován tak, jako by obě tekutiny vstupovaly z jedné strany stejně jako u souproutého výměníku, ale zde teplo odevzdává i chladnější tekutina. Tím je zajištěna skutečnost, že bude ve směru x teplota klesat stejně jako je tomu u skutečného protiproudého výměníku. V modelu je využito napočítání řady koncových teplot, jež jsou v reálném výměníku teplotami vstupující tekutiny, a tyto koncové teploty jsou interpolovány s následným určením potřebné vstupní fiktivní teploty, aby koncová teplota, vstupní reálná teplota, odpovídala zadání.

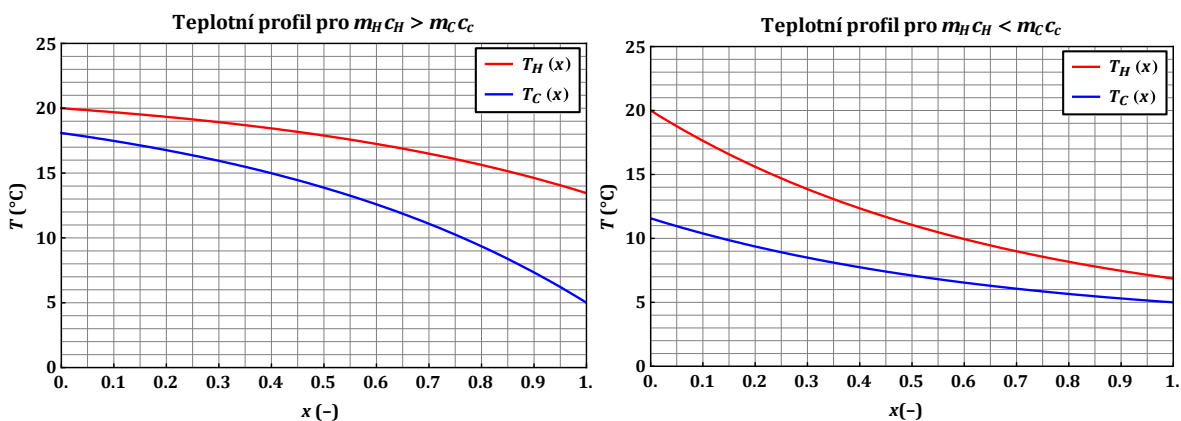
Model již neporovná relativní chybu sděleného tepla pro různé počty rozčlenění teplosměnné plochy, chyba je řádově stejná jako u souproutého výměníku. V této ukázce je namísto toho demonstrován vliv poměru tepelných kapacit teplé/chladné tekutiny ($m_H c_H / m_C c_C$) na tvar teplotního profilu.

```

Quiet@Remove["Global`*"];
(*Definování vstupních parametrů*)
mHcH = 2000; mCcC = 4000; UA = 6000; ThIn = 20; TcOut = 5; n = 100;
(*Funkce pro výpočet teplotního profilu*)
Model[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Q, kAseg, ThOut, TcOut, xOut},
  kAseg = UA / n; (*Rozčlenění plochy do n segmentů*)
  Q = kAseg (ThIn - TcIn); ThOut = ThIn -  $\frac{Q}{mHcH}$ ; TcOut = TcIn -  $\frac{Q}{mCcC}$ ; (*Rovnice pro protiproudý výměník*)
  xOut = xIn + 1. / n; (*Souřadnice ve směru x*)
  {ThOut, TcOut, xOut, n}]
(*Funkce vracející výstupní teplotu*)
VypocetTcOut[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Th, Tc, data},
  data = NestList[Model, {ThIn, TcIn, xIn, n}, n];
  Tc = Last[data[[All, 2]]];
(*Výpočet výstupní teploty pro různé vstupní teploty*)
dataTc = Table[{TcIn, VypocetTcOut[{ThIn, TcIn, 0, n}]}, {TcIn, -10, 20, .1}];
(*Nalezení vstupní teploty pro požadovanou výstupní teplotu*)
TcIn = x /. FindRoot[Interpolation[dataTc][x] == TcOut, {x, 10}];
(*Výpočet a vykreslení teplotního profilu*)
data[n_] := NestList[Model, {ThIn, TcIn, 0, n}, n];

```

Obr. 1-8 Iterační model protiproudého výměníku



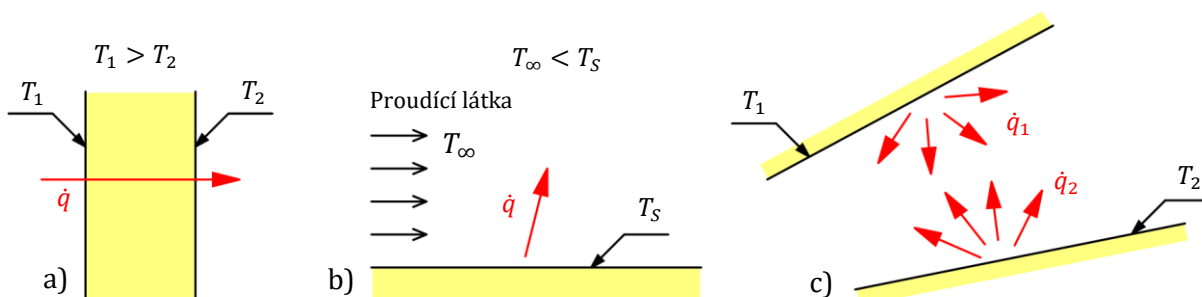
Obr. 1-9 Teplotní profil protiproudého výměníku

1.2 Způsoby sdílení tepla

Sdílení tepla je termodynamický děj, při kterém dochází k přenosu vnitřní energie z tělesa s vyšší teplotou k tělesu s teplotou nižší. Sdílení tepla lze na základě jeho fyzikální podstaty rozdělit na tři způsoby:

- Vedení (konvekce) – K přenosu energie dochází pouze v důsledku tepelného pohybu částic hmoty. Je tedy vázáno na látku, takže ke sdílení tepla vedením dochází pouze mezi bezprostředně sousedícími částicemi hmoty. Typicky se jedná o tuhá tělesa či velmi tenké nepohybující se vrstvy kapalin a plynů [7], [10], [11].
- Proudění (konvekce) – Přenos energie je způsoben pohybem částic hmoty v prostoru, dochází zároveň k vedení tepla a směšování. Vedení tepla mezi jednotlivými částicemi je způsobeno v důsledku neexistence teplotní rovnováhy v proudící látce. Ke sdílení tepla prouděním dochází v pohybujících se kapalinách, plynech a sypkých látkách [7], [10], [11].
- Sálání (radiace) – Tepelný tok je přenášen mezi dvěma tělesy mezilehlým prostředím pomocí elektromagnetického záření. Část vnitřní energie vyzařujícího tělesa je přeměněna na energii záření, ta se šíří prostorem a při dopadu na ozařované těleso je částečně nebo zcela opět transformována na teplo. Prostředí, v němž je tento způsob sdílení tepla možný, bývá označováno jako průteplivé a je jím například vzduch [7], [10], [11].

Pro modelování tepelných výměníků je důležité zejména chápat a umět matematicky popsat první dva způsoby proudění. Sdílení tepla sáláním není z hlediska modelování výměníků příliš podstatné.



Obr. 1-10 Způsoby sdílení tepla: a) vedení, b) proudění, c) sálání [9] (upraveno)

1.2.1 Sdílení tepla vedením

Při zkoumání průtoku tepla tuhým tělesem zjistil francouzský fyzik a matematik Joseph Fourier, že množství sdíleného tepla je přímo úměrné teplotnímu spádu, času a ploše kolmé na směr proudění tepla. Potom je tedy hustota tepelného toku, jež odpovídá teplu proteklému jednotkou plochy za jednotku času, popsána tímto vztahem [11]

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T. \quad (1-25)$$

Vztah bývá na počest objevitele označován jako Fourierův zákon. V rovnici se mimo gradientu teploty vyskytuje také člen tepelná vodivost λ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Tepelná vodivost je materiálovým parametrem prostředí, kterým je teplo vedeno. Mimo druhu látky závisí také na vlhkosti, tlaku či struktuře látky. Pro většinu látek platí lineární závislost a lze tak obvykle při praktických výpočtech uvažovat s aritmetickým průměrem vodivostí odpovídajících okrajovým teplotám a tuto hodnotu uvažovat konstantní pro celý objem tělesa [11]. Hodnoty tepelné vodivosti vybraných materiálů jsou uvedeny v tabulce.

Druh materiálu (látky)	Tepelná vodivost λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
Vzduch	0,025 (při 20 °C)
Voda	0,6 (při 20 °C)
Led	2,2
Tepelné izolanty	0,03–0,1
Dřevo	0,1–0,5
Stavební materiály	0,2–1,2
Čisté kovy	50–400
Slitiny	10–200

Tab. 1-1 Tepelné vodivosti vybraných materiálů [13]

1.2.1.1 Fourier-Kirchhoffova rovnice vedení tepla

S využitím první věty termodynamiky [8], [9] lze poměrně snadno odvodit rovnici známou jako Fourier-Kirchhoffova rovnice vedení tepla. Ta popisuje sdílení tepla vedením s vnitřním zdrojem tepla. Tato rovnice bude užitečná dále při odvozování stacionárního vedení tepla rovinnou stěnou a matematického modelu Peltierova článku. Z první věty termodynamiky nutně plyne, že časová změna akumulovaného tepla Q_{AKU} v kontrolním objemu je rovna rozdílu tepelného toku generovaného v kontrolním objemu \dot{Q}_{ZDR} a tepelného toku odváděného vedením \dot{Q}_{VED} [12]:

$$\frac{dQ_{AKU}}{dt} = \dot{Q}_{ZDR} - \dot{Q}_{VED}. \quad (1-26)$$

Zároveň platí, že časová změna tepla odpovídá změně teploty v objemu v závislosti na velikosti hustoty a měrné tepelné kapacity:

$$\frac{dQ_{AKU}}{dt} = \iiint_{(V)} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV. \quad (1-27)$$

Celkový tepelný tok vzniklý přeměnou jiných forem energie uvnitř kontrolního objemu je dán objemovým integrálem objemových hustot toku energie, tedy

$$\dot{Q}_{ZDR} = \iiint_{(V)} \dot{q}_{ZDR} dV. \quad (1-28)$$

Tepelný tok sdělený do okolí vedením přes hranici kontrolního objemu odpovídá plošnému integrálu hustoty tepelného toku, jež lze využitím Fourierova zákona zapsat v následujícím tvaru

$$\dot{Q}_{VED} = \oint_{(A)} \dot{q} dA = - \oint_{(A)} \lambda \nabla T dA = - \iiint_{(V)} \nabla \cdot \lambda \nabla T dV. \quad (1-29)$$

Dosazením a přesunutím členů na jednu stranu přejde rovnice do známého tvaru, označovaná jako Fourier-Kirchhoffova rovnice vedení tepla:

$$\iiint_{(V)} (\dot{q}_{ZDR} - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \lambda \nabla T) dV = 0. \quad (1-30)$$

Ta bývá často zapisována v diferenciálním tvaru jako:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p} (\nabla \cdot \lambda \nabla T + \dot{q}_{ZDR}). \quad (1-31)$$

Pokud by se kontrolní objem pohyboval v prostoru, bylo by třeba změnu teploty popsat úplným diferenciálem. Teplota se již nemění pouze v čase, ale i v prostoru.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T. \quad (1-32)$$

Dosazením do rovnice (1-31) přejde rovnice do tvaru

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p} (\nabla \cdot \lambda \nabla T - \rho c_p \vec{v} \cdot \nabla T + \dot{q}_{ZDR}). \quad (1-33)$$

1.2.1.2 Stacionární vedení tepla rovinnou stěnou

Nejjednodušším případem vedení tepla je jednorozměrné stacionární vedení tepla rovinnou stěnou [12]. Za předpokladu, že členy λ , c_p , ρ jsou konstantní, povrchové teploty stěny jsou udržovány na konstantních teplotách T_1 a T_2 , tepelný tok je nenulový pouze ve směru osy x , a proto existují izotermické plochy kolmé na tuto osu mezi nimiž lze vytknout plochu tloušťky dx , viz Obr. 1-11 a), přejde rovnice (1-31) do tvaru

$$\nabla^2 T = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0. \quad (1-34)$$

Integrací a dosazením okrajových podmínek $T(x=0) = T_1$ a $T(x=d) = T_2$ se získá rovnice popisující rozložení teploty

$$T = C_1 x + C_2, \quad (1-35)$$

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{d} x. \quad (1-36)$$

Po dosazení této rovnice do předpisu Fourierova zákona vedení tepla vznikne rovnice stacionárního vedení tepla rovinnou stěnou:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T = \frac{\lambda_1}{d_1} (T_1 - T_2). \quad (1-37)$$

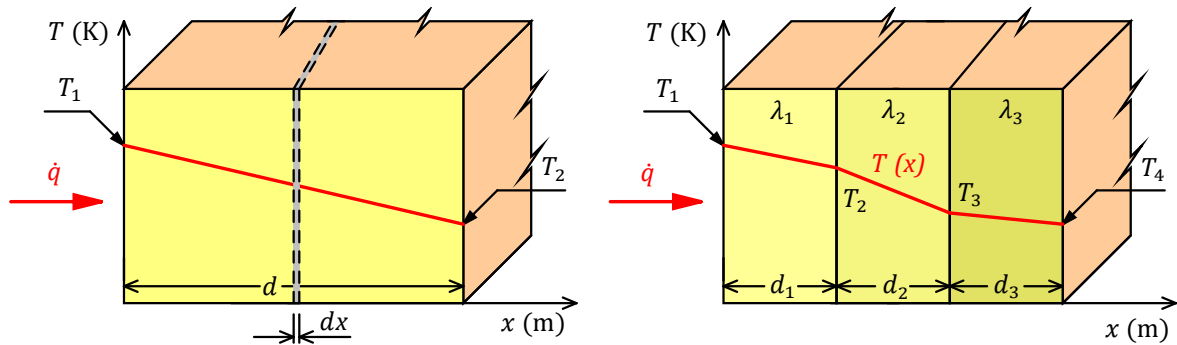
Z této rovnice lze odvodit i vedení tepla složenou rovinnou stěnou, viz Obr. 1-11 b). Musí platit, že hustota tepelného toku je pro všechny části stěny stejná.

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{d_1} (T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{d_2} (T_2 - T_3) = \frac{\lambda_N}{d_N} (T_N - T_{N+1}). \quad (1-38)$$

Vyjádření rozdílů teplot pro každou vrstvu a jejich sečtení vede k následující rovnici:

$$(T_1 - T_{N+1}) = \dot{q} \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i} \Rightarrow \dot{q} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i} \right)^{-1} (T_1 - T_{N+1}), \quad (1-39)$$

$$\dot{Q} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i S_i} \right)^{-1} (T_1 - T_{N+1}). \quad (1-40)$$



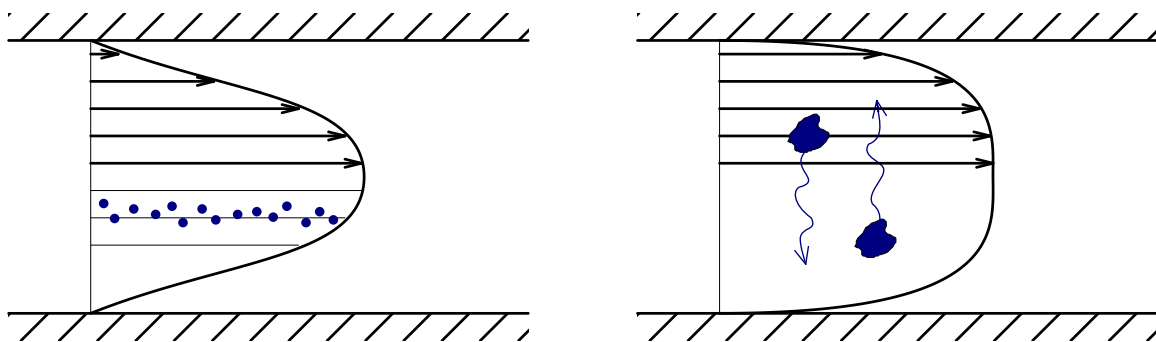
Obr. 1-11 Ilustrace vedení tepla jednoduchou a složenou rovinnou stěnou [9] (upraveno)

1.2.2 Sdílení tepla konvekcí

Sdílení tepla konvekcí je složeno ze dvou mechanismů sdílení tepla. Jednak dochází k přenosu tepla pohybem tekutiny, kdy jsou teplejší částice tekutiny přenášeny mezi částice s nižší teplotou, zároveň se uplatňuje i vedení tepla, jež v proudících tekutinách nelze od pohybu tekutiny oddělit [7].

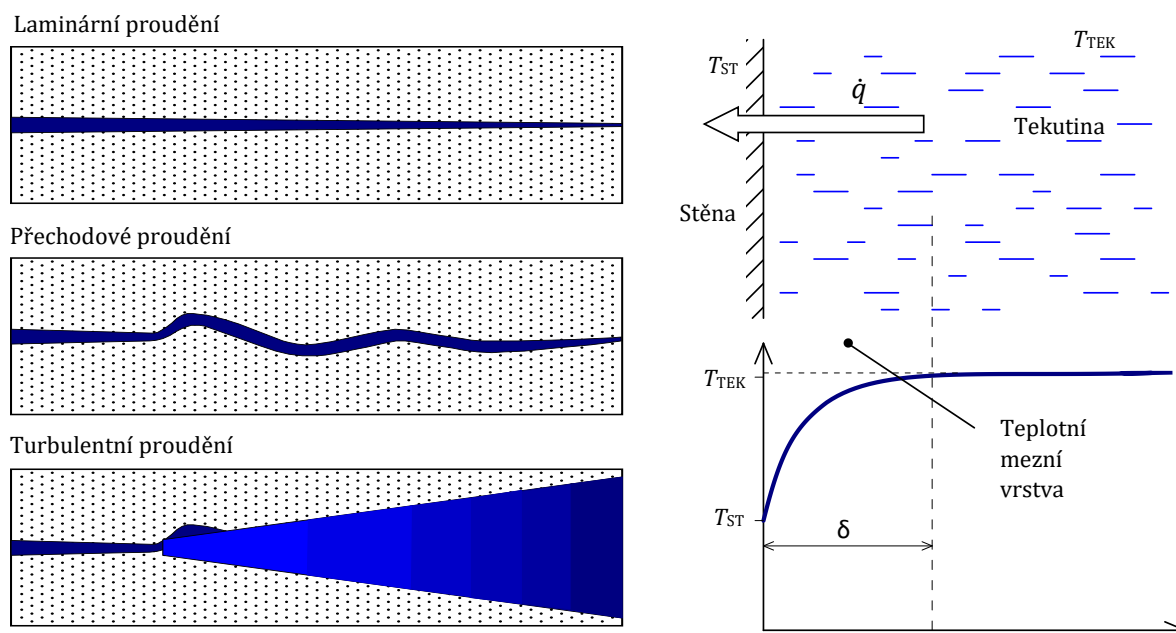
1.2.2.1 Newtonův ochlazovací zákon

Sdílení tepla mezi pevnou stěnou a tekutinou proudící podél této stěny je velmi složitý proces, jelikož sdílení tepla je značně ovlivňováno hydrodynamickými ději. Z hydrodynamiky je známo, že existují dva druhy proudění, a sice laminární a turbulentní. V případě laminárního proudění se částice pohybují rovnoběžně se stěnami kanálu, tvoří vrstvy, jež po sobě kloužou a ke směšování vrstev dochází pouze molekulární difuzí. Při turbulentním proudění se částice pohybují neuspořádaně a chaoticky, dochází k příčnému pohybu celých shluků velkého počtu molekul a vznikají turbulentní víry [7].



Obr. 1-12 Rychlostní profil laminárního a turbulentního proudění [12] (upraveno)

Právě druh proudění má rozhodující vliv na velikost sděleného tepla. U laminárního proudění dochází ke sdílení tepla ve směru kolmém na směr proudění pouze vedením, zatímco při turbulentním proudění je tento způsob přenosu tepla omezen pouze na takzvanou mezní vrstvu a uvnitř turbulentního jádra dochází k předávání tepla intenzivním promícháváním částic tekutiny. Mezní vrstva je tenká vrstva v bezprostřední blízkosti stěny, v níž je pohyb tekutiny vždy laminární, zároveň zde probíhá velká změna teploty s vlivem na hustotu a viskozitu proudící tekutiny. Tloušťka této vrstvy klesá s rostoucí hodnotou střední průtokové rychlosti [7], [11].



Obr. 1-13 Grafické znázornění typu proudění a teplotní mezní vrstva [12](upraveno)

Aby byl zápis rovnice popisující sdílení tepla konvekcí co nejjednodušší, je zaveden parametr součinitel přestupu tepla α ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$), čímž je složitost výpočtu přestupu tepla přesunuta na problematiku určování tohoto součinitele. Součinitel přestupu tepla je funkcí celé řady parametrů jako jsou například rozměry a tvar tělesa, tepelná vodivost a tepelné kapacity tekutiny, hustota a dynamická viskozita tekutiny, nebo rychlost obtékání tělesa kapalinou. S využitím tohoto značně závislého součinitele vznikne rovnice známá jako Newtonův ochlazovací zákon [7].

$$\dot{q} = \alpha(T_{\text{TEK}} - T_S). \quad (1-41)$$

Druh tekutiny	Součinitel přestupu tepla α ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$)
Volná konvekce – vzduch, plyny	0,5–1 000
Volná konvekce – voda, kapaliny	50–3 000
Nucená konvekce – vzduch, plyny	10–1 000
Nucená konvekce – voda, kapaliny	5 000–40 000
Vařící voda	3 000–100 000
Kondenzace vodních par	5 000–100 000

Tab. 1-2 Součinitele přestupu tepla vybraných situací [14]

1.2.3 Celkový tepelný odpor

V odvození matematického popisu tepelného výměníku vystupoval člen součinitel přestupu tepla U ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$), jehož maximální hodnota je klíčová pro řádné sdílení tepla. Součinitel přestupu tepla je definován jako:

$$U = \left(\left(\sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i} \right) + \frac{1}{\alpha_H} + \frac{1}{\alpha_C} \right)^{-1}, \quad (1-42)$$

kde d_i je tloušťka i -té vrstvy, λ_i je její tepelná vodivost, koeficienty α_H a α_C jsou součinitele přestupu tepla konvekcí mezi stěnou a tekutinou na teplé a studené straně [12].

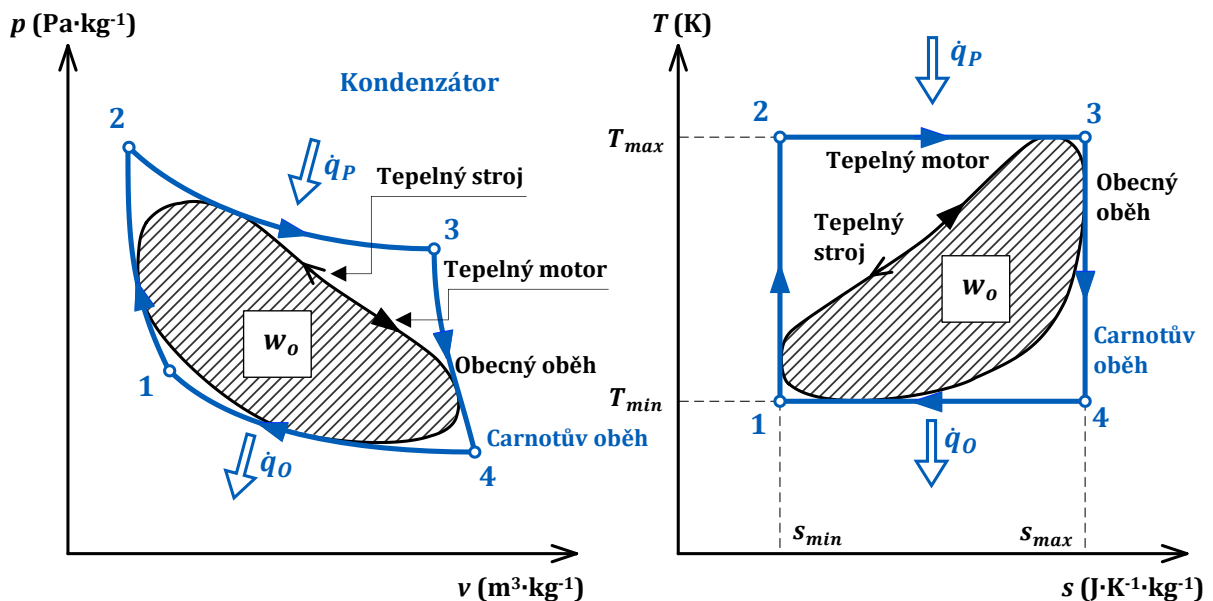
Vztah je ve své podstatě pouze rozšířením členu z rovnice (1-40) vztaženého na plochu o člen zohledňující sdílení tepla konvekcí. Jako převrácená hodnota součinitele přestupu tepla bývá uváděn tepelný odpor R_{TH} ($K \cdot m^2 \cdot W^{-1}$). Pokud bude v této práci zmiňován tepelný odpor, bude se vždy jednat o hodnotu vztaženou na nějakou konkrétní plochu, například plochu Peltierova článku a tepelný odpor bude tedy mít rozměr $K \cdot W^{-1}$. Převrácená hodnota takového tepelného odporu bude značena písmenem K ($W \cdot K^{-1}$).

Pro snížení hodnoty tepelného odporu je možné přijmout několik opatření. Zvolit materiál s vysokou tepelnou vodivostí λ , zmenšit tloušťku d , zvětšit plochu S , zvýšit koeficient α nebo rozdíl teplot ΔT . Některé parametry lze ale jen těžko ovlivnit. Například u Peltierova článku, jehož konstrukce je popsána v rámci kapitoly 2.2, nelze ovlivnit tepelnou vodivost ani tloušťku, jelikož se jedná o parametry dané z výroby. Rozdíl teplot je dán aplikací a stejně tak zvýšení součinitele přestupu konvekcí, například pomocí zvýšení rychlosti proudění, je možné pouze v určitých mezích. Snadno lze ale zvětšit teplosměnnou plochu, a to pomocí přidání žebrovaného chladiče. Pro výpočet tepelného odporu takového uspořádání je třeba nejdříve vypočítat tepelný odpor samotného chladiče a následně určit součinitel přestupu tepla konvekcí. Jelikož je dále v práci k výpočtu tepelného odporu chladiče využito volně dostupného kalkulátoru [15], není zde uvedeno odvození, jenž lze nalézt například v [8]–[11].

1.3 Oběhy tepelných strojů

Z druhé věty termodynamiky [8], [9] je známo, že teplo nemůže samovolně přecházet z prostředí o nižší teplotě do prostředí o teplotě vyšší. Teplo je třeba přes rozdíl „přečerpát“ dodáním mechanické práce z venku. Zařízení takto čerpající tepelnou energii se označuje jako tepelný stroj nebo tepelné čerpadlo. Naopak je-li teplo do stroje dodáváno o vyšší teplotě, než je z něho odebíráno, pak se jedná o tepelný motor. Fakt, že teplo je nutné stroji odebírat, pozoroval již Nicolas Léonard Sadi Carnot, který vyslovil známý Carnotův princip: „Žádný tepelný stroj nemůže konat periodicky práci bez rozdílu teplot“ [7].

Velmi dobře problematiku ilustrují diagramy na obrázku níže. Na obrázku je vyznačen přiváděný tepelný tok \dot{q}_p , odváděný tepelný tok \dot{q}_o a šrafovaná plocha označovaná jako práce oběhu w_o . Plocha w_o je ohraničena stavovými změnami. Pokud je první bod změny totožný s bodem koncovým, pak došlo k vykonání takzvaného oběhu, často označovaného jako kruhový proces či uzavřený cyklus. Po dosažení původního stavu pracovní látky je nahrazena látkou novou v totožném termodynamickém stavu. Na tomto principu pracují všechny tepelné stroje, u kterých periodickým dodáváním nové látky do vhodně uspořádaného systému je vykonávána práce, nebo produkováno teplo. Oběhy slouží k popisu těchto strojů, umožňují provádět jejich návrhy a termodynamické výpočty [7], [12].



Obr. 1-14 Carnotův oběh v p - v a T - s diagramu [12] (upraveno)

Jelikož se všechny stavové veličiny vrací po proběhnutí cyklu do původního stavu platí, že:

$$\oint du = 0, \quad \oint dh = 0. \quad (1-43)$$

Po dosazení do první věty termodynamiky:

$$q = \oint dq = \oint du + \oint dw_{obj} = w_{obj}, \quad (1-44)$$

$$q = \oint dq = \oint dh + \oint dw_{tlak} = w_{tlak}, \quad (1-45)$$

Z toho plyne důležitá vlastnost oběhů a sice, že objemová a tlaková práce se rovnají, a že jejich velikost odpovídá sdělenému teplu. Tato práce se tak označuje právě jako práce oběhu w_o .

Sdělené teplo q je rozdílem tepla přivedeného q_p a tepla odvedeného q_o , tedy i práce oběhu je rozdílem těchto tepel:

$$w_o = q_p - q_o. \quad (1-46)$$

Je zřejmé, že během cyklu se mění pouze část přivedeného tepla, část tepla musí být odvedena, jinak by byla porušena druhá věta termodynamiky. Dokonalost přeměny tepla v mechanickou práci se nazývá tepelná účinnost η_t [12].

$$\eta_t = \frac{w_o}{q_p} = 1 - \frac{q_o}{q_p}. \quad (1-47)$$

1.3.1 Carnotův oběh

Carnot odvodil maximální účinnost tepelného stroje tak, že uvažoval stroj, jehož kruhový proces je složen pouze z vratných změn, konkrétně změn izotermických a izoentropických (adiabatických). Dalšími vratnými změnami jsou změny izochorické a izobarické, nevratnými jsou například tření, škracení plynu, difuze nebo sdílení tepla. (Více o vratných dějích a entropii například v [7].) Carnotův cyklus je naznačen na obrázku Obr. 1-14 Carnotův oběh v p - v a T - s diagramu v p - v a T - s diagramu. Z definice entropie lze vyjádřit sdělené teplo jako součin teploty a změny entropie [12]. Dosazením přejde rovnice (1-47) do tvaru

$$\eta_{tCar} = 1 - \frac{T_{min}(s_{max} - s_{min})}{T_{max}(s_{max} - s_{min})} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}. \quad (1-48)$$

Takto definovaná účinnost se označuje jako tepelná účinnost Carnotova cyklu a je funkcí pouze poměru teplot tepelného zdroje a tepelného jmače. Reálný cyklus má tvar podobný obecnému oběhu vyznačenému také na obrázku Obr. 1-14 Carnotův oběh v p - v a T - s diagramu. Jeho plocha, stejně tak účinnost, bude vždy nižší než účinnost Carnotova cyklu. Proto se často zavádí poměr označovaný jako Carnotova účinnost [12].

$$\eta_{Car} = \frac{\eta_t}{\eta_{tCar}}. \quad (1-49)$$

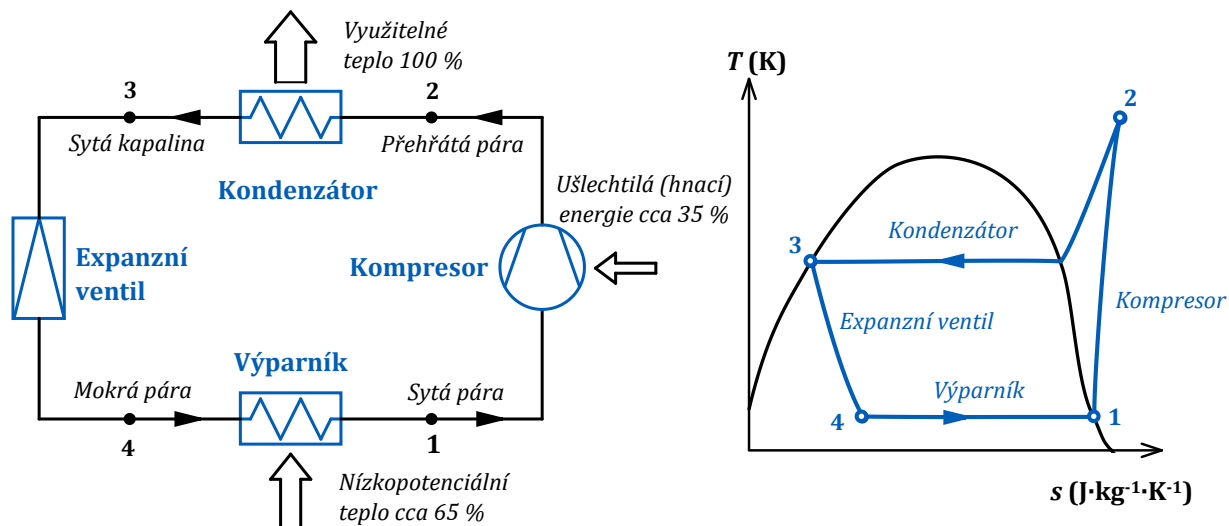
Podobnost mezi tepelnými stroji pracujícími s reálným plynem a termoelektrickými články je více přiblížena v kapitole 2.2.2, kde je dokázáno, že účinnost Peltierova článku lze vyjádřit přes účinnost Carnotova cyklu.

1.3.2 Tepelné čerpadlo

Tepelné čerpadlo je tepelným strojem nejčastěji využívaným pro vytápění a ohřev či předehřev teplé vody za využívání nízkopotenciálního tepla. K čerpání je nejčastěji využíváno elektrické energie, která pohání kompresorové čerpadlo. Jako nízkopotenciálního tepelného zdroje může být využito například teplo země, vzduchu a podzemní či povrchové vody [17]. K tomuto odebrání tepla slouží výparník, jež je naznačen na obrázku Obr. 1-15. Aby mohlo být teplo odebráno, musí být teplota ve výparníku nižší než teplota okolí, kterému teplo odebrává. V ideálním případě nedochází k přehřívání média, ale pouze jeho vypařování, viz obrázek Obr. 1-15, bod 1. Syté páry chladiva následně pokračují do kompresoru, kde dochází k jejich stlačení. S rostoucím tlakem narůstá i teplota média [7], a tím v podstatě dochází k „přečerpání“ tepla na vyšší potenciál, bod 2. Přehřáté páry se následně ochladí v kondenzátoru, kde teplo odevzdají. V ideálním případě se v kondenzátoru odevzdá jen tolik tepla, aby se z přehřáté páry stala sytá kapalina, bod 3. Z bodu 3 je třeba médium zchladit na teplotu nižší, než je teplota okolí, z něhož je teplo čerpáno.

K tomu slouží expanzní ventil, kdy s klesajícím tlakem poklesne teplota média pod teplotu okolí a ve výparníku se tak může opět předat teplo. Expanzní ventil zároveň udržuje rozdílné hodnoty tlaku ve výparníku a kondenzátoru.

Ve skutečném tepelném čerpadle dochází k přehřívání par chladiva ve výparníku a podchlazení v kondenzátoru. Díky tomu je funkce čerpadla stabilizovanější, je minimalizovaná kavitace a dochází k nižšímu opotřebení kompresoru [16].



Obr. 1-15 Principiální schéma tepelného čerpadla a oběh v T-s diagramu [17] (upraveno)

1.3.2.1 Topný faktor COP

Stejně jako je definována účinnost cyklu tepelného motoru jako poměr vykonané práce ku dodanému teplu, lze vyjádřit poměr odevzdaného tepla q_H z tepelného čerpadla ku dodané práci a označit jej jako topný faktor COP (-).

$$COP = \frac{q_H}{w} = \frac{q_H}{q_H - q_C}. \quad (1-50)$$

Pro Carnotův cyklus by opět platilo, že lze dodané teplo q_C a odevzdané teplo q_H vyjádřit přes teplotu a entropii, tedy

$$COP = \frac{T_H(s_{max} - s_{min})}{(T_H - T_C)(s_{max} - s_{min})} = \frac{T_H}{T_H - T_C}. \quad (1-51)$$

Pro reálný cyklus tepelného čerpadla se opět zavádí srovnávací účinnost $\eta_{T\check{c}}$, jež nabývá hodnot 0,4 až 0,6 [16].

$$COP_{T\check{c}} = \eta_{T\check{c}} \frac{q_H}{q_H - q_C}. \quad (1-52)$$

1.3.2.2 Chladicí faktor EER

Tepelné čerpadlo lze použít i v režimu chlazení. Pro posuzování jeho efektivity se používá chladicí faktor EER (-), jenž je poměrem odevzdaného tepla q_C (dodaného chladu) a dodané práce w .

$$EER = \frac{q_C}{w} = \frac{q_C}{q_H - q_C}. \quad (1-53)$$

Porovnáním rovnic (1-50) a (1-53) je zřejmé, že

$$EER = COP - 1. \quad (1-54)$$

KAPITOLA 2: TERMOELEKTRIKA

V této kapitole jsou nejdříve představeny termoelektrické jevy a popsána jejich podstata spolu s možnostmi jejich využití v zařízeních označovaných jako termoelektrické články. Stěžejní částí kapitoly je odvození matematického modelu termoelektrického článku a jeho implementace do prostředí Wolfram Mathematica, kde je simulováno chování článků za různých podmínek. Jsou zde zkoumány i speciální případy chování, a sice řazení článků za sebe, vedle sebe, či na sebe.

2.1 Termoelektrické jevy

Termín termoelektrický jev se používá pro označení děje, při němž se vzájemně ovlivňuje teplotní pole s polem elektrickým. Významnou postavou zkoumání termoelektrických jevů byl Thomas J. Seebeck, který v letech 1822 – 1823 publikoval výsledky svých experimentů, ve kterých pozoroval, že umístí-li kompas doprostřed smyčky tvořené dvěma odlišnými vodiči, přičemž jeden spoj je zahříván, dojde k vychýlení stříelky kompasu. Dospěl tehdy k mylnému závěru, že rozdíl teplot vyvolává magnetické silové účinky, jež svými účinky generují elektrické napětí, které později měřil. Přestože se v popisu původu děje mýlil, proměřil závislost velikosti generovaného napětí v závislosti na teplotním spádu pro celou řadu materiálů a definoval tak materiálovou konstantu, dnes známou jako Seebeckův koeficient S ($\mu\text{V}/\text{K}$). Jím sestavená řada platí v hlavních rysech i dnes [18]. Hodnoty Seebeckova koeficientu pro vybrané materiály jsou uvedeny v tabulce Tab. 2-1. V prvních dvou sloupcích jsou uvedeny hodnoty pro některé vybrané kovy, hodnoty byly převzaty z [18]. V dalších dvou sloupcích jsou hodnoty pro některé sloučeniny, jež se používají v termoelektrických člancích. Data byla převzata z [19]. Porovnáním hodnot je zřejmý rozdíl ve velikosti Seebeckova koeficientu, v některých případech až o tři řády. Na druhou stranu mohou mít tyto materiály horší tepelnou či elektrickou vodivost, jež hrají také roli v účinnosti termoelektrických článků, viz kapitola 2.2.2.

Materiál	Seebeckův koeficient S ($\mu\text{V}\cdot\text{K}^{-1}$)	Materiál	Seebeckův koeficient S ($\mu\text{V}\cdot\text{K}^{-1}$)
Nikl	-18,0	CoSb ₃	-200
Paladium	-9,00	Bi ₂ Se ₃	-200
Platina	-4,45	Bi ₂ Te ₃	-170
Olovo	-1,15	Bi ₂ Te ₃ -Bi ₃ Se ₃	-170
Vanad	+0,13	PbS	-160
Rhodium	+0,48	PbSe	-160
Stříbro	+1,38	PbTe	-160
Měď	+1,70	Sb ₂ Te ₃	+100
Zlato	+1,79	Sb ₂ Te ₃	+100
Molybden	+4,71	Sb ₂ Te ₃ -Bi ₂ Te ₃	+160
Chrom	+18,0	ZnSb	+200

Tab. 2-1 Tepelné vodivosti vybraných vodičů a polovodičů [18], [19] (upraveno)

2.1.1 Seebeckův jev

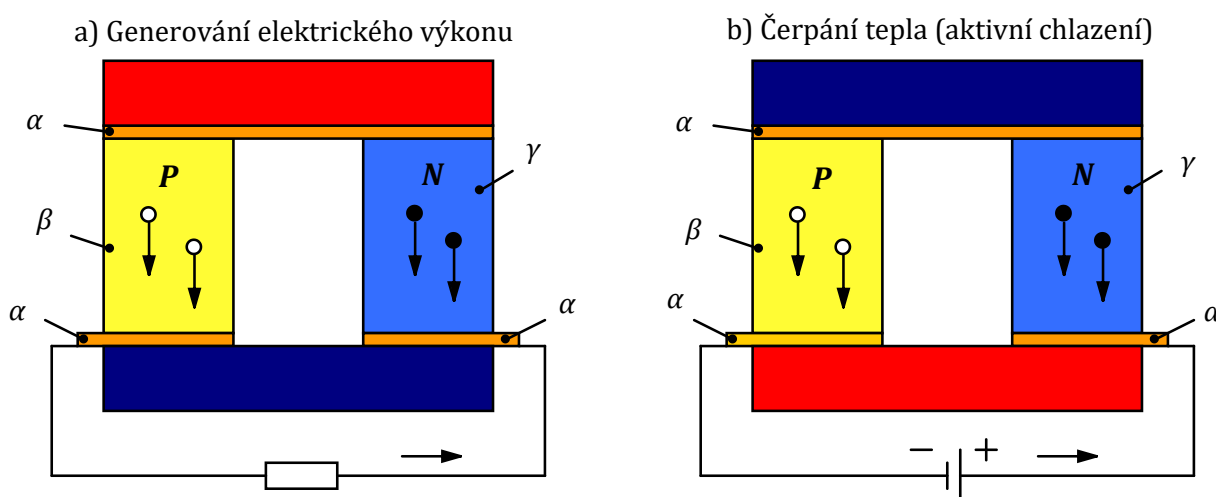
Podstatou Seebeckova jevu z mikroskopického hlediska je skutečnost, že zahříváním materiálu dochází k zvyšování kinetické energie nosičů náboje, v případě vodiče se jedná o elektrony tvořící elektronový plyn. Tyto nosiče s vyšší kinetickou energií se přesouvají do chladnější části, čímž vzniká v teplé části vyprázdněná oblast, a naopak v chladné části je nyní vyšší koncentrace elektronů. Popisovaný rozdíl potenciálů je právě generovaným termoelektrickým napětím. Pro malé rozsahy teplot je závislost mezi generovaným napětím a teplotním spádem lineární [18], [19].

$$U_S = \int_{T_C}^{T_H} S_{\alpha,\beta}(T)dT = S_{\alpha,\beta}\Delta T = (S_\alpha - S_\beta) \cdot (T_H - T_C). \quad (2-1)$$

Seebeckův koeficient se nejčastěji udává jako parametr $S_{\alpha,\beta}$, podle materiálů, jež tvoří přechod. Jelikož se koeficienty jednotlivých materiálů vzájemně odečítají, je výhodné volit materiály opačného typu vodivosti.

Seebeckova jevu se tedy využívá v přeměně tepelné energie na energii elektrickou. Kvůli nízké účinnosti není zatím mnoho aplikací, kde by se termoelektrický generátor používal. Příkladem využívání Seebeckova jevu mohou být například radioizotopové termoelektrické generátory využívané v kosmických sondách.

Principiální schéma ilustrující Seebeckův jev je na obrázku Obr. 2-1 a).



Obr. 2-1 Princip Seebeckova a Peltierova jevu [18] (upraveno)

2.1.2 Peltierův jev

Doplňujícím jevem k jevu Seebeckovu je Peltierův jev. Jean Ch. A. Peltier přibližně dvanáct let po Seebeckových pokusech nechal dvěma rozdílnými vodiči protékat proud a pozoroval, že v místě jejich dotyku naměří rozdílné teploty v závislosti na použitých materiálech. V místě dotyku dvou vodičů, jimiž prochází proud, totiž dochází k uvolňování či pohlcování tepla. To dokázal i Heinrich F.E. Lenz, jenž v místě kontaktu naněs kapku vody, která při průchodu proudem jedním směrem zmrzla a při opačném opět roztála [18].

Podstatou Peltierova jevu je rozdílná hodnota Fermiho hladiny použitých materiálů. Při průchodu elektronu z materiálu o vyšší hodnotě Fermiho hladiny dochází k odevzdání přebytečné energie a přechod se zahřívá. Procházel-li by elektron v opačném směru, musela by být energie naopak dodána z okolí, což se projeví ochlazením přechodu [18], [20].

Peltierova jevu se využívá zejména v aktivním chlazení, kdy je dodáváním elektrického výkonu možné v místě potřeby odebírat teplo. Princip je v podstatě totožný jako u tepelného čerpadla. Rovnice popisující toto čerpání energie je následující:

$$\dot{Q}_P = \Pi_{\alpha,\beta}(T)I. \quad (2-2)$$

Souvislost mezi Peltierovým a Seebeckovým jevem objevil až William Thomson (lord Kelvin). Ten odvodil, že Peltierův koeficient je možné vyjádřit pomocí Seebeckova koeficientu následujícím vztahem [18]:

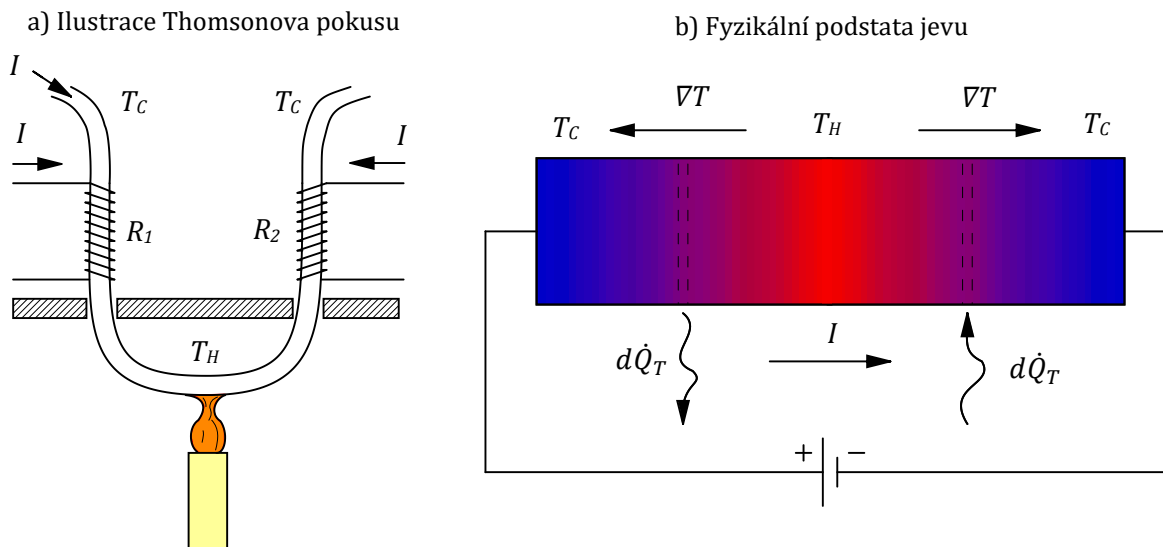
$$\Pi_{\alpha,\beta} = S_{\alpha,\beta}(T)T. \quad (2-3)$$

S tímto vztahem se často uvádí závislost Thomsonova a Seebeckova koeficientu a oba vztahy se označují jako Kelvinovy relace [18].

$$\tau_{\alpha,\beta} = \frac{dS_{\alpha,\beta}(T)}{dT}T. \quad (2-4)$$

2.1.3 Thomsonův jev

Thomsonův koeficient je parametrem při popisu Thomsonova jevu. Ten objevil lord Kelvin, jenž pozoroval, že ohřívá-li uprostřed vodič, kterým prochází elektrický proud, je na jeho jednom konci odlišná teplota oproti druhému, což měřil změnou odporu rezistorů, jež byly zapojeny do Wheatstoneova můstku a on pozoroval jeho rozvážení. Konstatoval tedy, že mimo šíření tepla vedením a vzniku tepla Jouleovými ztrátami se v homogenním vodiči odehrává další děj [18].



Obr. 2-2 Ilustrace Thomsonova jevu [18] (upraveno)

Generované teplo ve vodiči je popsáno jako

$$d\dot{Q}_T = -\tau IdT. \quad (2-5)$$

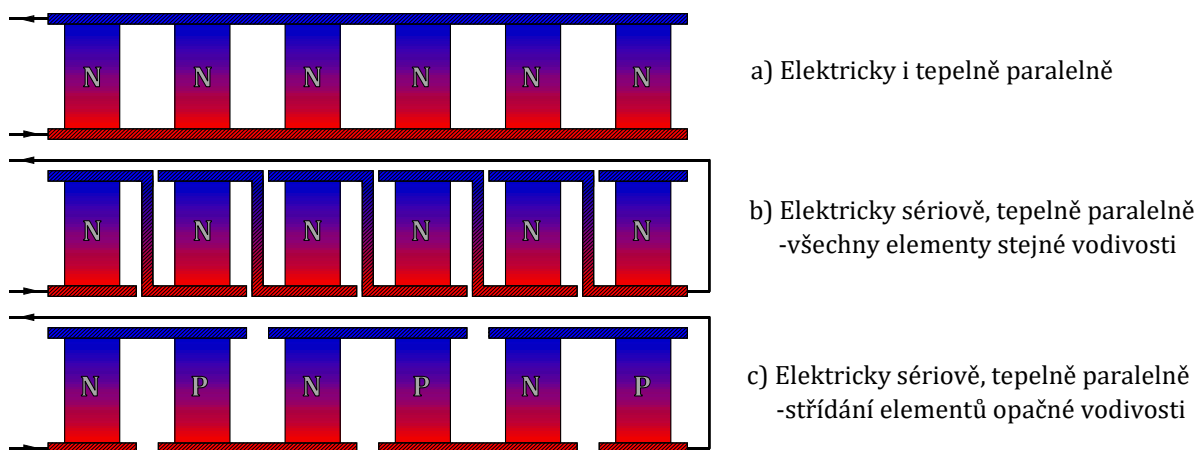
Velikost Thomsonova tepla je ovšem oproti teplu Joulovu generovanému průchodem elektrického proudu tak malá, že tento jev nemá v podstatě praktické využití [18].

2.2 Termoelektrický článek

Termoelektrický článek je zařízení vzniklé řazením jednotlivých elementů do kaskády. Toto řazení je nutné, neboť pouze jeden element neposkytuje dostatečný chladicí, respektive elektrický výkon. Jednotlivé elementy lze řadit několika způsoby [20].

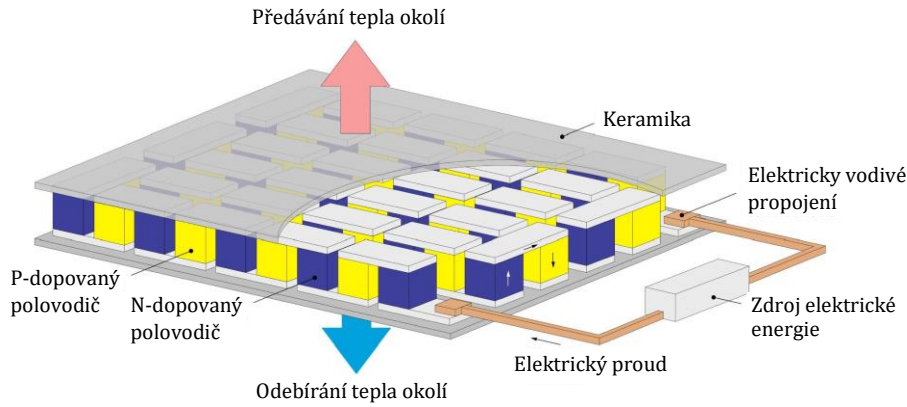
Prvním způsobem je všechny elementy spojit tepelně i elektricky paralelně, jako je tomu na obrázku Obr. 2-3 a). V případě použití tohoto zapojení v režimu chlazení je problematická velikost odebíraného proudu. Velikost proudu pro jeden element se totiž pohybuje v rozmezí hodnot 2 až 10 A, při zapojení například 50 elementů tak může být odebírán proud až 500 A. Použití tohoto uspořádání pro generování elektrického výkonu naopak naráží na příliš malé výstupní napětí (řádově mV).

Druhým způsobem je zapojení tepelně paralelně, ale elektricky sériově. Z hlediska chladicího/elektrického výkonu je situace totožná jako v předchozím případě, ale všemi elementy nyní prochází stejný proud a napětí jednotlivých elementů se sčítá, čímž se eliminují problémy předchozího zapojení. Na obrázcích Obr. 2-3 b) a c) jsou nakresleny dvě možné konfigurace. První možnost je teoreticky funkční, ale konstrukčně problematická. Z obrázku je zřejmé, že aby bylo možné elementy spojit takto elektricky sériově, musí být realizován elektricky vodivý propoj ve směru teplotního spádu, čímž prakticky dochází k tepelnému zkratu, protože materiál s vysokou elektrickou vodivostí bude vykazovat i vysokou vodivost tepelnou. Naproti tomu druhá možnost, která je kombinací elementů dvou různých polovodičů, vyžaduje elektrické propojení na téže straně, jak je naznačeno na obrázku Obr. 2-3 c), čímž odstraňuje problém tepelného zkratu. Existují samozřejmě i další, složitější uspořádání, jež jsou předmětem zkoumání pro dosahování vyšší účinnosti přeměny elektrické energie na tepelnou a zpět. Nejpoužívanějším uspořádáním je ale stále poslední jmenované.



Obr. 2-3 Možná uspořádání jednotlivých elementů v článku [20]

Na obrázku Obr. 2-4 je vidět reálná konstrukce termoelektrického článku. Ten je sestaven z řady termoelektrických elementů tvořených dvojicí polovodičů opačné vodivosti a propojovacího vodiče. Jednotlivé elementy jsou řazeny elektricky sériově a tepelně paralelně, jak bylo vysvětleno výše, a celé uspořádání je vloženo mezi dvě keramické desky, které zajišťují elektrické oddělení od vnějšího okolí. Na obrázku je zároveň zakreslené napájení, které je realizováno stejnosměrným zdrojem napětí připojeným dvojicí vodičů. Dále je šipkami naznačeno čerpání tepla. Článek je v režimu aktivního chlazení, využívá Peltierova jevu. Právě využíváním článku v režimu čerpání tepla, tedy využíváním Peltierova jevu se tato práce dále zabývá. Proto je v práci spíše než termoelektrický článek používáno označení Peltierův článek.



Obr. 2-4 Reálné uspořádání elementů v Peltierově článku [21]

2.2.1 Matematický popis Peltierova článku

Odvození matematického modelu Peltierova článku dle [22] vychází ze dvou rovnic, jejichž postup sestavení je popsán například v [18].

$$\vec{j} = \gamma(-\nabla\varphi) + \gamma S(-\nabla T), \quad (2-6)$$

$$\vec{q} = ST\vec{j} + \lambda(-\nabla T). \quad (2-7)$$

Ve své podstatě jde ale pouze o zkombinování Ohmova zákona se Seebeckovým jevem a Fourierova zákona s Peltierovým jevem.

$$\begin{array}{ll} \text{Pro } \nabla T = 0 & \vec{j} = \gamma(-\nabla\varphi), \quad (\text{Ohmův zákon}) \\ & \vec{q} = ST\vec{j}. \quad (\text{Peltierův jev}) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Pro } \vec{j} = 0 & -\nabla\varphi = S(-\nabla T), \quad (\text{Seebeckův jev}) \\ & \vec{q} = \lambda(-\nabla T). \quad (\text{Fourierův zákon}) \end{array}$$

Prvním krok odvození vychází z Fourier-Kirchhoffovy rovnice (1-31), ve které se za tepelný tok generovaný zdroji dosadí z Ohmova zákona $\vec{q}_{ZDR} = \vec{j} = \gamma(-\nabla\varphi)$, přičemž se uvažuje ustálený stav $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ a nepohyblivé prostředí $\vec{v} = 0$.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p} (\nabla \cdot \lambda \nabla T - \rho c_p \vec{v} \cdot \nabla T + \dot{q}_{ZDR}), \quad (2-8)$$

$$-\nabla \cdot \lambda \nabla T = \vec{j} \cdot (-\nabla\varphi). \quad (2-9)$$

S využitím Fourierova zákona a dosazením za hustotu tepelného toku z rovnice (2-7):

$$0 = -\nabla \cdot (ST\vec{j} + \lambda(-\nabla T)) + \vec{j} \cdot (-\nabla\varphi). \quad (2-10)$$

Pro $\alpha, \vec{j}, \lambda = \text{konst.}$, lze rovnici přepsat jako

$$0 = \vec{j} \cdot S(-\nabla T) + \lambda \nabla^2 T + \vec{j} \cdot (-\nabla\varphi). \quad (2-11)$$

Vyjádřením této rovnice pro jednotlivé Kartézské souřadnice a jejich doplněním o vyjádření proudové hustoty z rovnice (2-6) vznikne tato soustava šesti rovnic:

$$0 = -J_x S \frac{dT}{dx} - J_x \frac{d\varphi}{dx} + \lambda \frac{d^2 T}{dx^2}, \quad J_x = -\gamma \frac{d\varphi}{dx} - S\gamma \frac{dT}{dx}, \quad (2-12)$$

$$0 = -J_y S \frac{dT}{dy} - J_y \frac{d\varphi}{dy} + \lambda \frac{d^2 T}{dy^2}, \quad J_y = -\gamma \frac{d\varphi}{dy} - S\gamma \frac{dT}{dy}, \quad (2-13)$$

$$0 = -J_z S \frac{dT}{dz} - J_z \frac{d\varphi}{dz} + \lambda \frac{d^2 T}{dz^2}, \quad J_z = -\gamma \frac{d\varphi}{dz} - S\gamma \frac{dT}{dz}. \quad (2-14)$$

Při uvažování nejjednodušší situace, kdy děje probíhá pouze ve směru osy x stačí vyřešit soustavu dvou diferenciálních rovnic s počátečními podmínkami $T(x=0) = T_C$, $T(x=d) = T_H$, $\varphi(x=0) = 0$. Jejich řešením jsou tyto tři rovnice:

$$q_C = q(x=0) = J_x T_C S - \frac{dJ_x^2}{2\gamma} - \frac{(T_H - T_C)\lambda}{d}, \quad (2-15)$$

$$q_H = q(x=d) = J_x T_H S + \frac{dJ_x^2}{2\gamma} - \frac{(T_H - T_C)\lambda}{d}, \quad (2-16)$$

$$U_{el} = \varphi(x=d) - \varphi(x=0) = S(T_H - T_C) + \frac{dJ_x}{\gamma}. \quad (2-17)$$

Konečně zavedením substitute:

$$Q_C = Aq_C, \quad Q_H = Aq_H, \quad I = J_x A, \quad R = \frac{d}{\gamma A}, \quad K = \frac{A\lambda}{d}, \quad U_S = S(T_H - T_C).$$

Rovnice přejdou do známého tvaru, jenž využívají autoři v modelování například v [2], [4]–[6]:

$$Q_C = IT_C S - \frac{1}{2} R I^2 + K(T_H - T_C), \quad (2-18)$$

$$Q_H = IT_H S + \frac{1}{2} R I^2 + K(T_H - T_C), \quad (2-19)$$

$$U_{el} = U_S + R I. \quad (2-20)$$

2.2.2 Účinnost Peltierova článku

Stejně jako v případě tepelného čerpadla (1-50) je možné pro Peltierův článek definovat topný faktor COP jako poměr dodaného tepla Q_H ku dodané práci $(Q_H - Q_C)$.

$$COP = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C} = \frac{IT_H S + \frac{1}{2} R I^2 - K(T_H - T_C)}{S(T_H - T_C)I + R I^2}. \quad (2-21)$$

Nalezení optimálního proudu I , kdy je nejvyšší topný faktor COP , je možné derivací rovnice podle proudu I a následně ji položit rovnou nule. Dosazením řešení zpět do rovnice výše vznikne rovnice popisující maximální hodnotu COP_{MAX} :

$$COP_{MAX} = - \frac{(T_C - T_H)(2KR + S^2T_H) + \sqrt{2KR(T_C - T_H)^2(2KR + S^2(T_C + T_H))}}{S^2(T_C - T_T)^2}. \quad (2-22)$$

Jako náhrada za parametry S , R a K se často zavádí parametr Z (K^{-1}) – „součinitel efektivity“ definovaný jako $S^2/(RK)$ [19]. V zahraniční odborné literatuře [18] bývá vynásoben teplotou T_m (průměr teplot T_H a T_C) a označován jako ZT (–) nebo FOM („Figure of merit“). Vhodnými úpravami a substitucí parametru ZT přejde rovnice pro COP_{MAX} do tvaru:

$$(COP)_{MAX} = \frac{T_H}{T_H - T_C} \frac{\sqrt{1 + ZT_m} - \frac{T_C}{T_H}}{\sqrt{1 + ZT_m} + 1}, \quad (2-23)$$

kde první člen $T_H/(T_H - T_C)$ je topný faktor Carnotova cyklu (1-50) a druhý člen odpovídá Carnotově účinnosti (účinnosti tepelného čerpadla). Pro kompresorová čerpadla bývá tato účinnost uváděna 0,4 až 0,6 [16], pro Peltierovy články vychází v rozmezí 0,1 až 0,2.

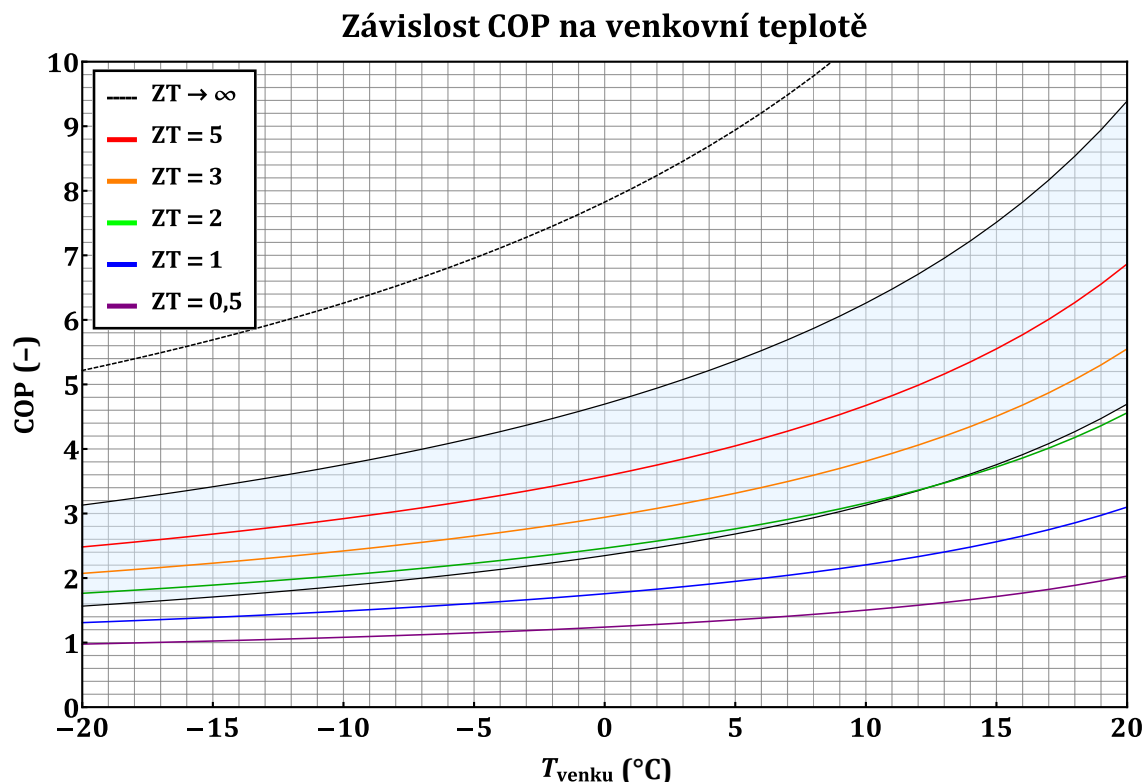
Obdobně je možné odvodit i vztah pro maximální chladicí faktor EER .

$$(EER)_{MAX} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \frac{\sqrt{1 + ZT_m} - \frac{T_2}{T_1}}{\sqrt{1 + ZT_m} + 1}. \quad (2-24)$$

Porovnáním se vztahem pro $(COP)_{MAX}$ vidíme, že platí známý vztah

$$(EER)_{MAX} = (COP)_{MAX} - 1. \quad (2-25)$$

Na obrázku Obr. 2-5 jsou vyneseny závislosti topného faktoru COP na teplotě T_C pro různé velikosti parametru ZT a konstantní teplotu $T_H = 40$ °C. Zároveň je v grafu modře vyznačená oblast hodnot COP , kterých dnes dosahují běžná tepelná čerpadla. Z průběhů je zřejmé, že aby se Peltierovy články alespoň částečně dokázaly vyrovnat tepelným čerpadlům musí parametr ZT dosahovat hodnot kolem dvou. Hodnoty ZT dnešních článků se ale pohybují v nízkoteplotních aplikacích v rozmezí 0,5 až 1, což odpovídá fialové a modré křivce. Nyní to vypadá, že články nejsou tepelným čerpadlům konkurencí. Jak bude ukázáno v poslední části, není to tak úplně pravda, protože COP článků lze vhodným použitím zvýšit nad tyto hodnoty.



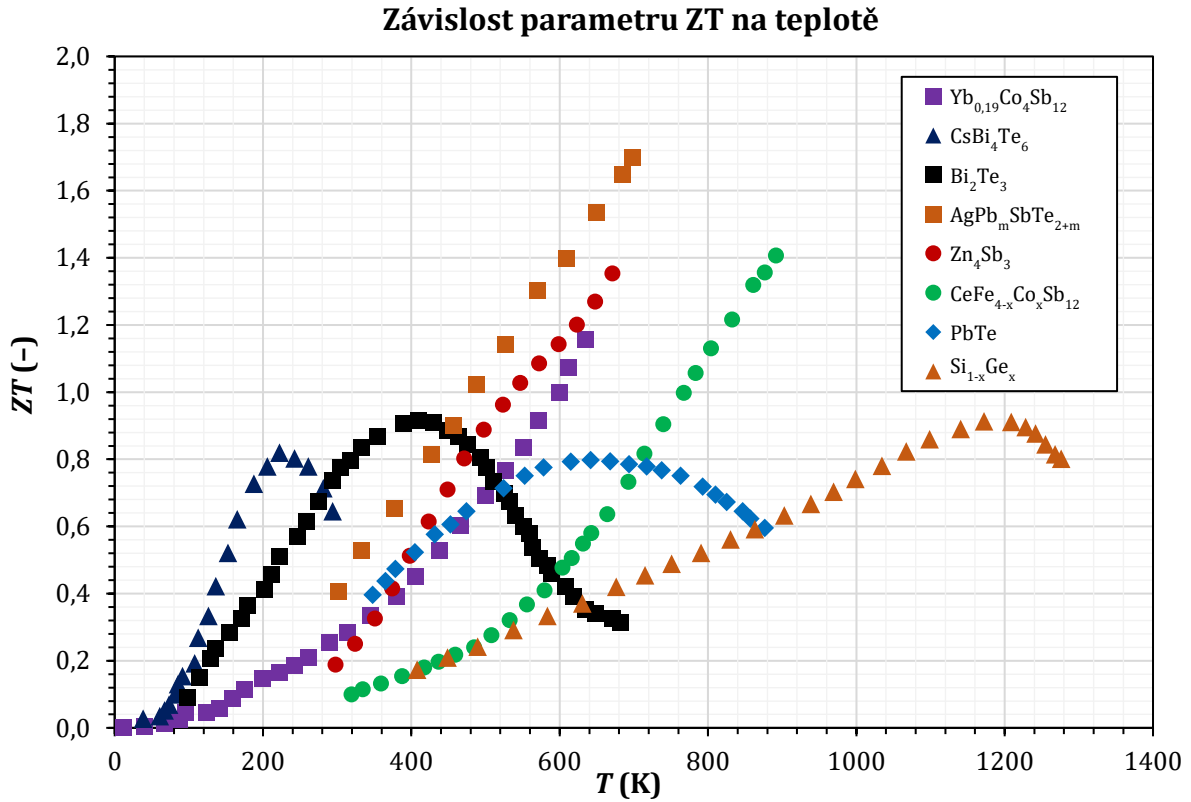
Obr. 2-5 Závislost topného faktoru COP na venkovní teplotě

Jelikož je součinitel efektivnosti Z substitucí za tepelnou vodivost λ , elektrickou vodivost γ a Seebeckův koeficient S , a tyto všechny veličiny jsou teplotně závislé, je i výsledný parametr ZT teplotně závislý [23]. Tato závislost pro některé používané materiály je vynesena na obrázku Obr. 2-6. Parametr ZT zde pro žádný materiál nepřesahuje hodnotu dvě, pro nízké teploty (okolí 300 K) nedosahuje ani hodnoty jedna. To je i případ aplikace článků jako tepelného čerpadla, kdy mají sloužit k ohřevu/chlazení přiváděného vzduchu.

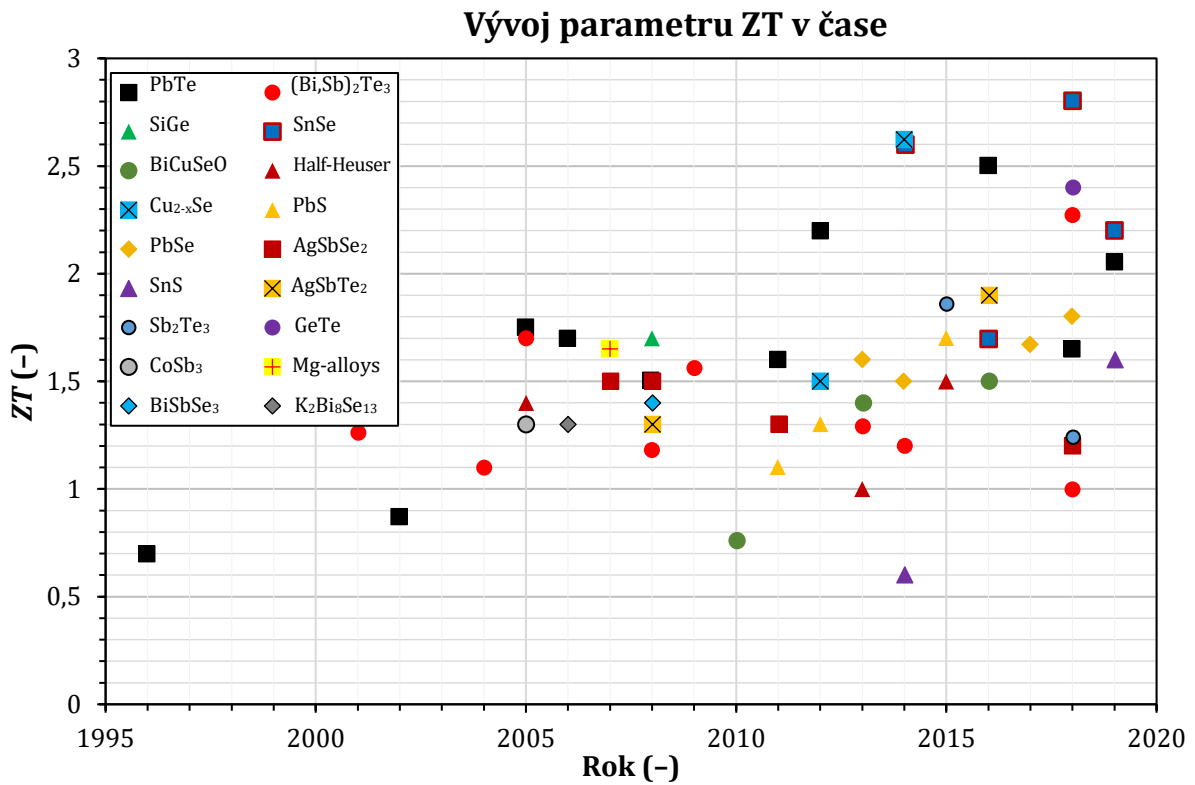
Na obrázku Obr. 2-7 jsou uvedeny hodnoty parametru ZT v čase. Data pro obrázek byla převzata z práce [24], ve které autoři sesbírali data z velké řady jiných článků. Na první pohled je patrné, že data mají rostoucí tendenci, že vývoji termoelektrických materiálů je věnována značná pozornost a že v některých případech se hodnoty ZT blíží třem. V práci není uvedeno, pro jaké teploty jsou hodnoty ZT udávány. S ohledem na předchozí obrázek lze ale předpokládat, že se v případě, kdy ZT dosahuje hodnoty přes jedna, jedná o vysokoteplotní aplikace. Pro využití v teplovzdušném vytápění jsou tedy nevhodné.

Autoři zmiňují možnosti dalšího zlepšování parametru ZT pomocí optimalizace koncentrace nosičů náboje, zvýšení efektivní hmotnosti, snížení tepelné vodivosti mřížky či dalšího výzkumu intrinzických termoelektrických materiálů. Zároveň ale konstatují, že zlepšení jedné proměnné vede ke zhoršení jiné, například zvýšení Seebeckova koeficientu zvýšením efektivní hmotnosti znamená snížení pohyblivosti nosiče náboje.

Oba obrázky jsou v práci zahrnuty spíše pro získání představy, jakých hodnot ZT dnes mohou články dosahovat a jak jsou tyto hodnoty závislé na teplotě. Pro další modelování a hodnocení nebude využíváno parametru ZT , ale bude využito parametrů náhradního modelu S , R , K , jež je možné získat z datového listu („datasheetu“) od výrobce.



Obr. 2-6 Závislost parametru ZT na teplotě [23]



Obr. 2-7 Hodnoty parametru ZT v čase [24]

2.2.3 Datasheet a určení parametrů modelu

Nejběžněji dostupné články mají na povrchu izolační vrstvy nanesený text ve tvaru "TE_x-yyyzz". Za "x" může být dosazeno buď "C", to odpovídá ploše jedné dvojice větší než 1 mm², nebo "S", které je pro plochy menší. Za "yyy" se dosazuje počet dvojic a "zz" odpovídá maximálnímu proudu. Výsledné označení může být například "TEC-06315" nebo "TEC-12706" [25].

V takovém datovém listu („datasheetu“) od výrobce [25] ale nejsou uvedeny parametry S a K , které jsou nutné pro další matematické modelování. Místo toho je zde pro dvě teploty teplé strany článku T_H uveden maximální teplotní spád ΔT_{max} , maximální tepelný výkon Q_{max} , elektrický odpor R , maximální proud I_{max} a napětí U_{max} .

Autoři v článku [26] odvozují vztahy využívají těchto hodnot pro určení parametrů modelu. Tyto vztahy jsou pak dalšími autory často používány v dalších pracích při modelování Peltierových článků, například [5], [27].

$$S = \frac{U_{max}}{T_H}, \quad (2-26)$$

$$R = \frac{(T_H - \Delta T_{max})U_{max}}{T_H I_{max}}, \quad (2-27)$$

$$K = \frac{(T_H - \Delta T_{max})U_{max}I_{max}}{2T_H \Delta T_{max}}. \quad (2-28)$$

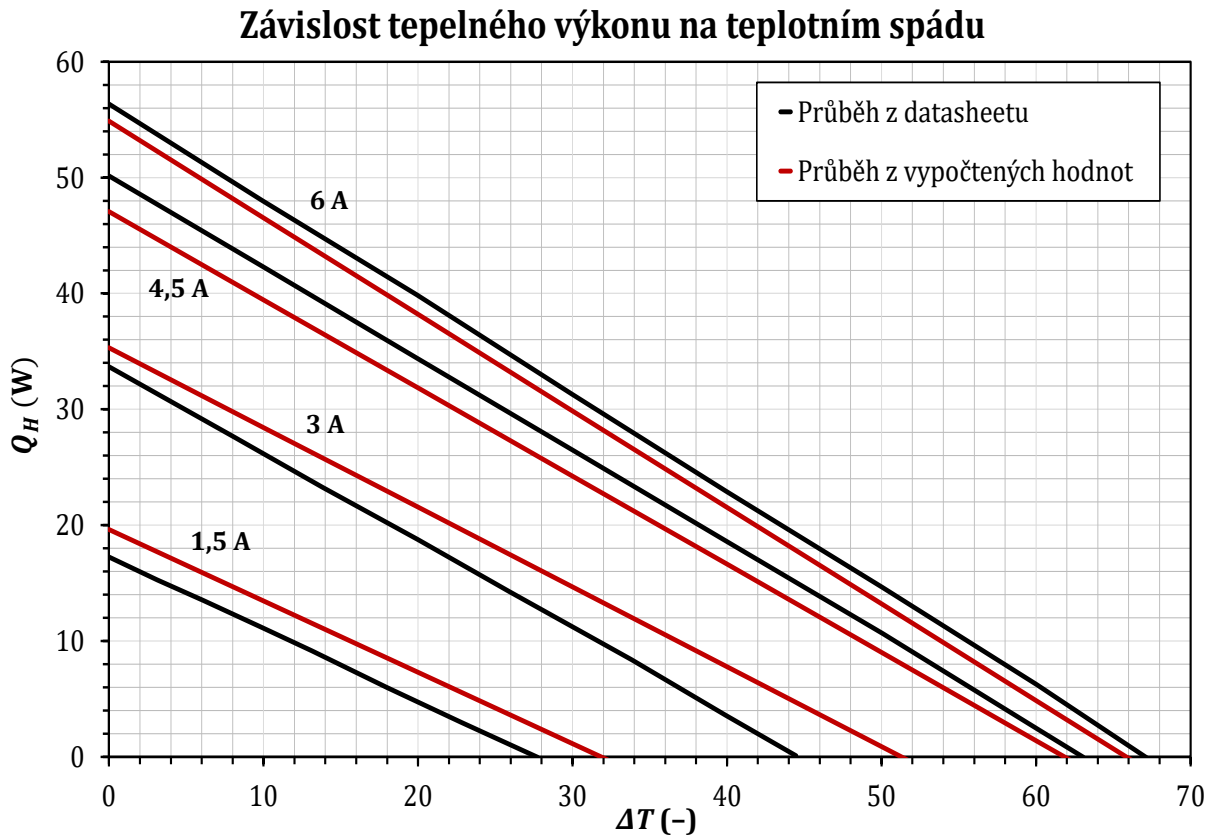
V datasheetu bývá také uvedena závislost tepelného výkonu na teplotním spádu pro vybrané hodnoty proudu. S využitím parametrů získaných v předchozím kroku by mělo být možné tuto závislost zrekonstruovat. Například pro článek TEC-12706 [25] jsou vypočtené parametry uvedeny v tabulce níže. R_{dat} je hodnota uvedená v datasheetu, R_{vyp} je hodnota vypočtená z rovnice (2-27). Dosazením těchto parametrů do rovnic modelu, vnesením závislosti a porovnáním se závislostí převzatou z datasheetu [25] vznikne obrázek Obr. 2-8.

Na první pohled je zřejmé, že mezi průběhy vypočtenými a průběhy z datasheetu je značná odchylka. Není ovšem jisté, že je odchylka způsobena dalšími vlivy, které model nezahrnuje, že by model či parametr byly chybné. Nikde se totiž nepodařilo dohledat, jakým způsobem výrobci křivky získávají. Jestli jde o naměřené hodnoty nebo nějaký jejich model do kterého zadávají parametry změřené jiným způsobem.

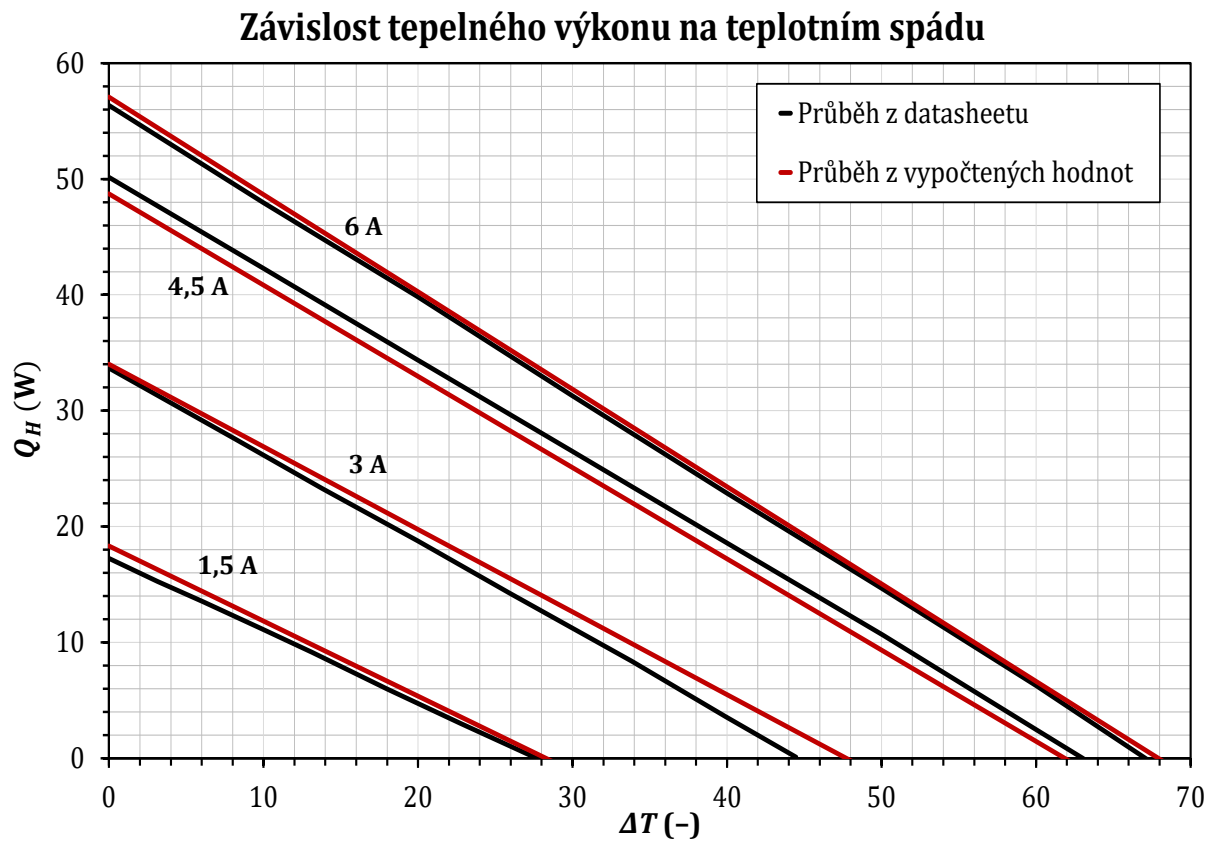
Nabízí se totiž ještě odlišný postup pro získání parametrů S , R , K , a sice interpolovat křivky v datasheetu matematickým modelem článku. Tak je možné získat vcelku přesnou shodu, viz obrázek Obr. 2-9. Z důvodu pochybností o věrohodnosti průběhů, nejsou ovšem získané parametry použity, ale je využito parametrů v tabulce získaných postupem používaného mnohými autory, a sice výpočtem dle [26].

T_H (°C)	Q_{max} (W)	ΔT_{max} (°C)	I_{max} (A)	U_{max} (V)	R_{dat} (Ω)	R_{vyp} (Ω)	S (mV/K)	K (mW/K)
25	50	66	6,4	14,4	1,98	1,752	48,30	543,6
50	57	75	6,4	16,4	2,3	1,967	50,75	537,3

Tab. 2-2 Parametry modelu Peltierova článku [25] [26]



Obr. 2-8 Závislost tepelného výkonu na teplotním spádu - a)



Obr. 2-9 Závislost tepelného výkonu na teplotním spádu - b)

2.3 Model Peltierova článku v prostředí Mathematica

Jak již bylo naznačeno v předešlé části, lze k modelování Peltierova článku z hlediska maximálního topného či chladicího výkonu využít parametru ZT . Tím odpadne nutnost modelování chování článku s ohledem na různé velikosti elektrického proudu, protože při odvozování rovnice (2-23) byl již dosazován proud, při němž je výkon maximální. Přesto je zajímavé zabývat se modelováním s využitím rovnic (2-18) až (2-20), protože tento přístup umožní počítat s proměnnou teplotou podél článku, což je důležité zejména při požadavku na vyšší výkon, kdy je třeba články řadit za sebe. Další výhodou je možnost modelování souproutého a protiproutého pohybu tekutin a možnost přidat přímo do modelu tepelný odpor mezi aktivní vrstvu článku a proudící tekutinu.

2.3.1 Souproutý pohyb kapalin

Při modelování souproutého pohybu kapalin je využito obdobného postupu jako při modelování souproutého výměníku v kapitole 1.1.2. Model výměníku byl rozšířen o rovnice (2-18) až (2-20). Ukázka kódu je na obrázku níže, přičemž kompletní kód včetně nastavení vykreslování je součástí přílohy B.3. Kompletní kód umožňuje vykreslování nejen teplotního profilu napříč článkem, ale i závislost topného faktoru COP , tepelného výkonu Q_H , chladicího výkonu Q_C , elektrického výkonu P_{el} , teploty T_H , teploty T_C na odebíraném proudu I či rozdílu teplot ΔT . Proměnné parametry jsou například tepelná kapacita proudící tekutiny $m_H \cdot c_H$, počet článků vedle sebe j a za sebou m , nebo vstupní teplota T_H či T_C .

```

Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, QcN, QhN, PelN, QcKum, QhKum, PelKum, T},

  QcN = j  $\frac{s}{n}$  * (TcIn + 273) * i - j  $\frac{r}{2n}$  * i2 - j  $\frac{k}{n}$  * (ThIn - TcIn); (*Chladicí výkon*)
  QhN = j  $\frac{s}{n}$  * (ThIn + 273) * i + j  $\frac{r}{2n}$  * i2 - j  $\frac{k}{n}$  * (ThIn - TcIn); (*Tepelný výkon*)
  PelN = j  $\frac{s}{n}$  * (ThIn - TcIn) * i + j  $\frac{r}{n}$  * i2; (*Elektrický výkon*)

  ThOut = ThIn +  $\frac{QhN}{mH * cH}$ ; TcOut = TcIn -  $\frac{QcN}{mC * cC}$ ; (*Výstupní teploty*)
  QcKum = QcIn + QcN; QhKum = QhIn + QhN; PelKum = PelIn + PelN;
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum}
]

Vypocitej[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{EER, COP, Qh, Qc, Pel, Th, Tc, data},

  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0}, n * m];
  Th = data[[1]]; (*Výstupní teplota teplejší tekutiny*)
  Tc = data[[2]]; (*Výstupní teplota chladnější tekutiny*)
  Qc = data[[5]]; (*Celkové odebrané teplo*)
  Qh = data[[6]]; (*Celkové dodané teplo*)
  Pel = data[[7]]; (*Dodaná elektrická energie*)
  COP =  $\frac{\text{data}[[6]]}{\text{data}[[7]}}$ ; (*Celkový topný faktor*)
  EER =  $\frac{\text{data}[[5]]}{\text{data}[[7]}}$ ; (*Celkový chladicí faktor*)
  {Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, EER}
]

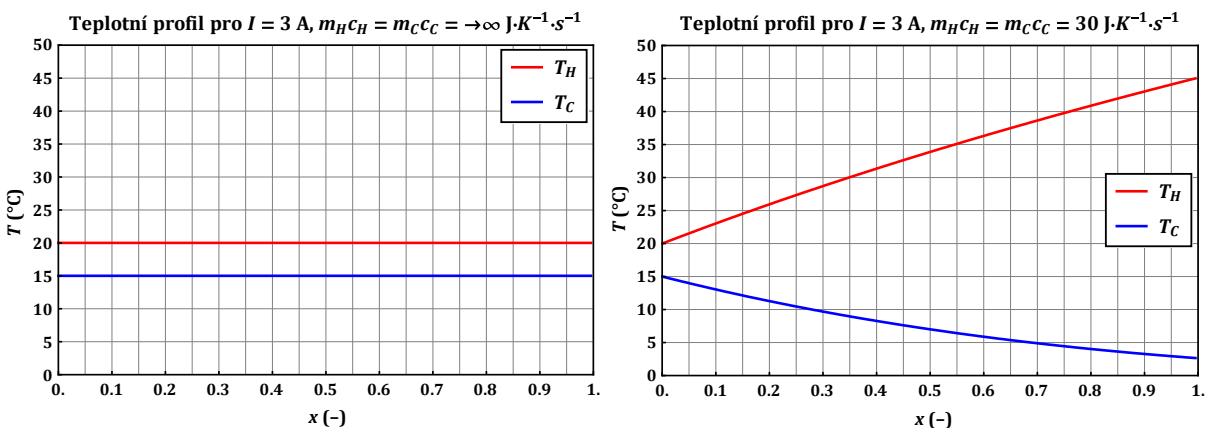
```

Obr. 2-10 Model Peltierova článku – souprout

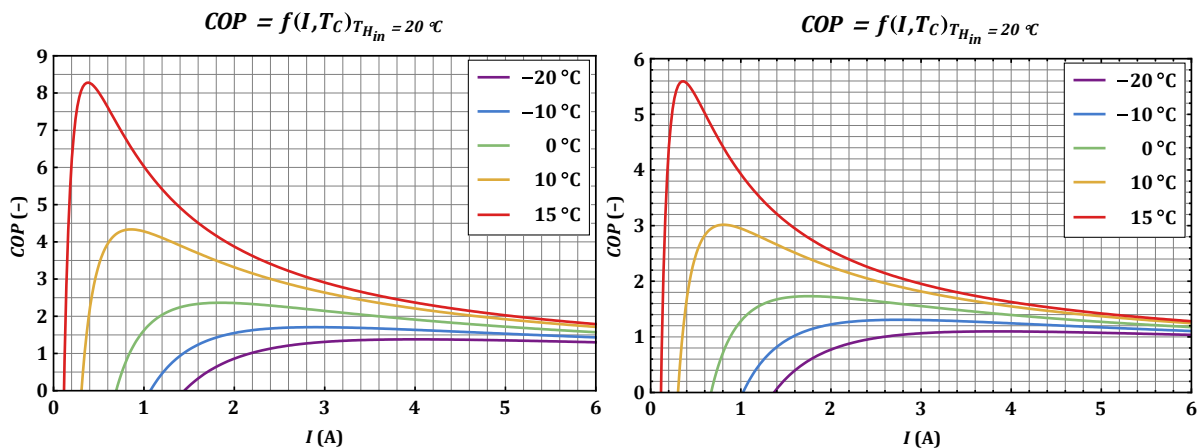
Níže a na následující straně je vynesena řada různých grafů, pro všechny platí, že levé obrázky jsou pro tepelnou kapacitu proudící tekutiny jdoucí k nekonečnu, pravé obrázky jsou pro reálnou hodnotu $30 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$. Prvním obrázkem je teplotní profil podél Peltierova článku. Na obrázku vlevo se teplota podle očekávání nemění, na obrázku vpravo dochází dodáváním/odebíráním tepla proudícím tekutinám k nárůstu/poklesu teploty podél článků. To má v důsledku vliv na celkové COP takového uspořádání, viz obrázek Obr. 2-12. Zatímco na obrázku vlevo dosahují maxima jednotlivých křivek totožných hodnot jako by bylo možné pro dané ZT odečíst i z obrázku Obr. 2-5, pro obrázek vpravo to již neplatí. Vlivem rostoucího rozdílu teplot mezi teplejší a chladnější tekutinou, pracují jednotlivé články na rozdílných teplotních spádech, a tedy i s různými hodnotami COP . Výsledné COP na obrázku je ve své podstatě váženým průměrem těchto hodnot.

Na dalších obrázcích jsou vyneseny dodané a odebrané tepelné toky opět v závislosti na proudu. Porovnáním se závislostí COP je zřejmý nepříjemný fakt, že hodnota COP je vysoká pouze pro malé hodnoty tepelných toků a pro vyšší hodnoty rychle klesá. To je také důvodem, proč se dnes Peltierovy články používají zejména v nízkoenergeticky náročných aplikacích, kde mohou pracovat s lepším COP , nebo kde klady převáží nižší účinnost.

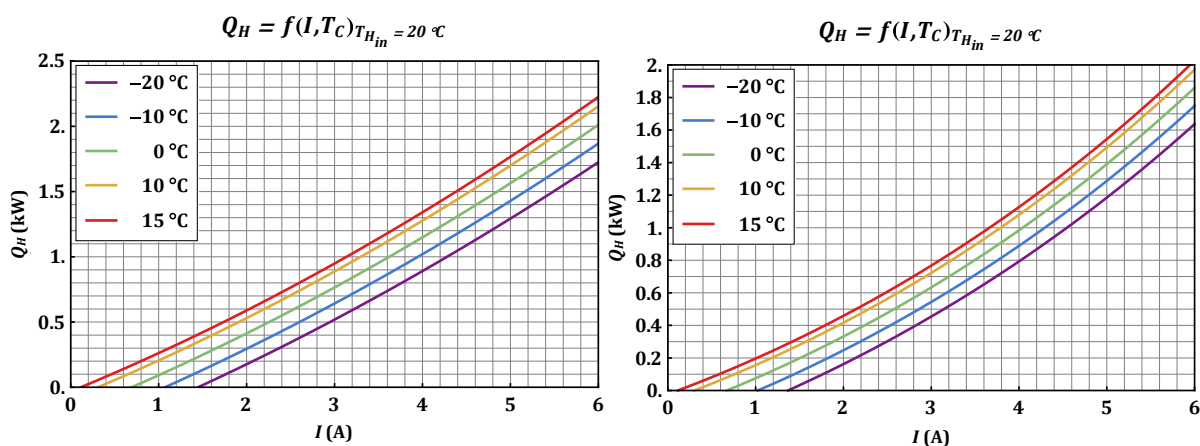
Opět porovnáním obrázku vlevo a vpravo je zřejmé snížení tepelných výkonů pro dané proudy, což je cenou za zvyšování/snižování teploty proudící tekutiny. Za všimnutí ale stojí hodnoty tepelného výkonu Q_H a Q_C . Hodnoty Q_C jsou mnohem nižší, a z toho plyne i důležitý závěr, že pro efektivní chlazení je důležité zajistit výrazně vyšší tepelnou kapacitu teplejší tekutiny, tedy větší hmotnostní průtok, jinak bude docházet k tomu, že teplota teplejší tekutiny poroste rychleji, než bude klesat teplota chladnější tekutiny. Následkem může být nejen zastavení dalšího chlazení, ale dokonce i nežádoucí ohřev ochlazované tekutiny.



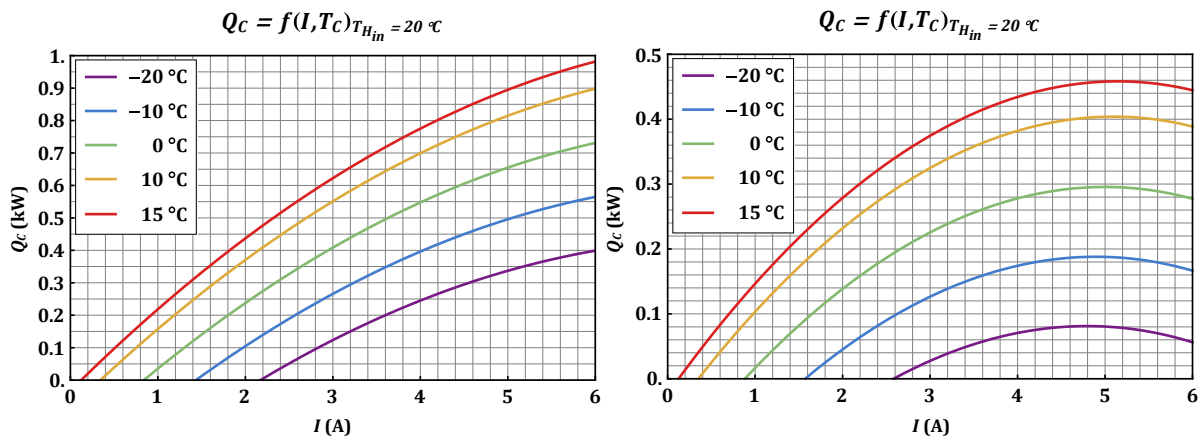
Obr. 2-11 Teplotní profil – sou proud



Obr. 2-12 Závislost COP na I pro různé teploty T_c



Obr. 2-13 Závislost Q_H na I pro různé teploty T_c



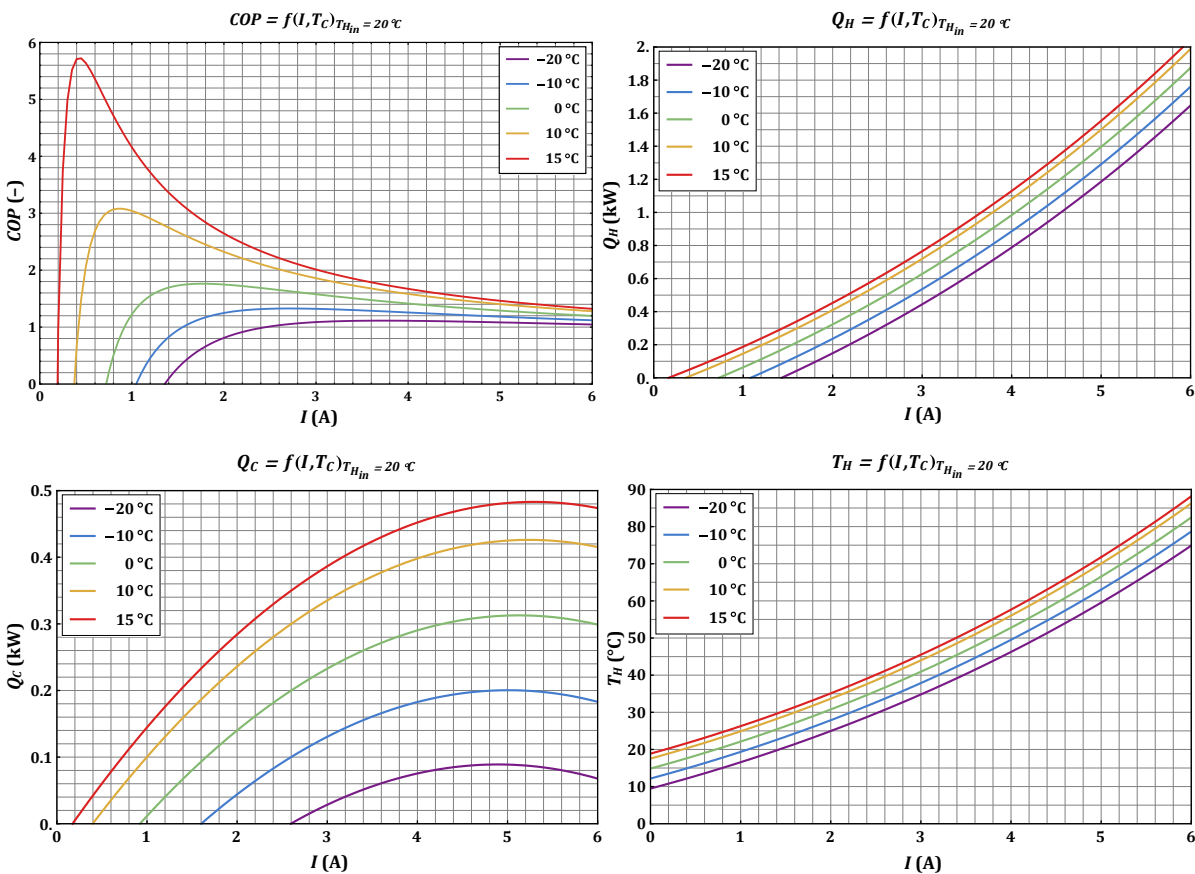
Obr. 2-14 Závislost Q_C na I pro různé teploty T_c

2.3.2 Protiproudý pohyb kapalin

V případě protiproudého pohybu kapalin je třeba opět nejdříve využít interpolace pro určení skutečné výstupní teploty chladnější tekutiny, jež je v modelu díky výpočtu z jedné strany teplotou vstupní. Kompletní kód je součástí přílohy B.4.

Na rozdíl od výpočtu protiproudého výměníku je tento postup nutný. Nepodařilo se dohledat literaturu, kde by byly uvedené podobné vztahy jako při výpočtu výměníku. Výpočet řady interpolací pro různé vstupní parametry, aby bylo možné zobrazit průběhy jako v případě souproutého pohybu, model lehce zpomaluje.

Na obrázku níže je čtveřice grafů jako v případě souproutu. Pro protiproud nevyhází hodnoty jednotlivých veličin o mnoho vyšší než v případě souproutu, ale rozdíl je pozorovatelný. To potvrzuje i předpoklad, že i v případě Peltierových článků bude výhodnější využívat protiproudého uspořádání před souproutým, jako je tomu u tepelných výměníků.



Obr. 2-15 Závislost COP, Q_H , Q_C a T_H na I pro různé teploty T_C

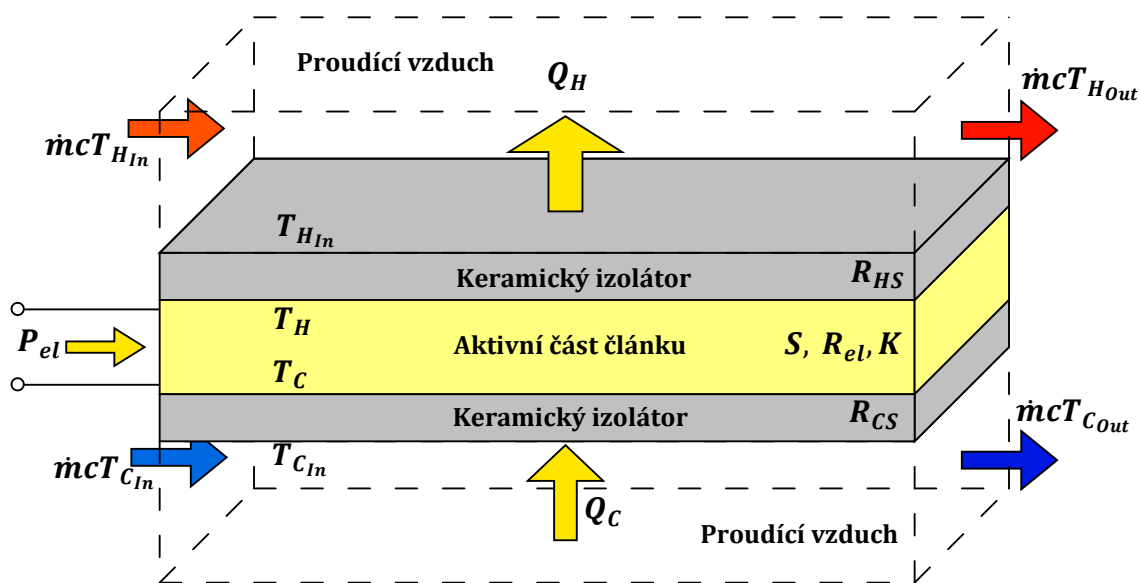
2.3.3 Přidání tepelného odporu

Doposud bylo předávání tepla z článku do proudící kapaliny modelováno jako ideální, bez tepelného odporu. Tepelný odpor je důsledkem konečné velikosti tepelné vodivosti keramiky, jež tvoří elektickou izolaci s okolím, jejími rozměry a konečnou velikostí součinitele přestupu tepla při konvekci. Tepelný odpor je možné snížit přidáním žebrování, jež zvětší teplosměnou plochu, viz kapitola 1.2.3. Na následující straně jsou zobrazeny výstupy modelu pro tři rozdílné hodnoty tepelného odporu. (0,2, 0,4 a 0,6 K·W⁻¹).

Rovnice popisující ustálené sdílení tepla jsou

$$Q_C = \frac{T_{Cin} - T_C}{R_{CS}} = IT_C S - \frac{1}{2} R_{el} I^2 - K(T_H - T_C), \quad (2-29)$$

$$Q_H = \frac{T_H - T_{HIn}}{R_{HS}} = IT_H S + \frac{1}{2} R_{el} I^2 - K(T_H - T_C). \quad (2-30)$$



Obr. 2-16 Zohlednění tepelného odporu – ilustrace

Vyřešení této soustavy rovnic, kde neznámými jsou T_H , T_C , Q_H a Q_C , pomocí softwaru Mathematica poskytne řešení ve tvaru:

$$Q_C = \frac{I^3 R_{el} R_{HS} S + 2IST_{CIn} - I^2(R + 2KR_{el}R_{HS} + 2R_{HS}S^2T_{CIn}) + 2K(T_{CIn} - T_{HIn})}{2K(R_{CS} + R_{HS}) - 2(1 + IR_{CS}S)(-1 + IR_{HS}S)}, \quad (2-31)$$

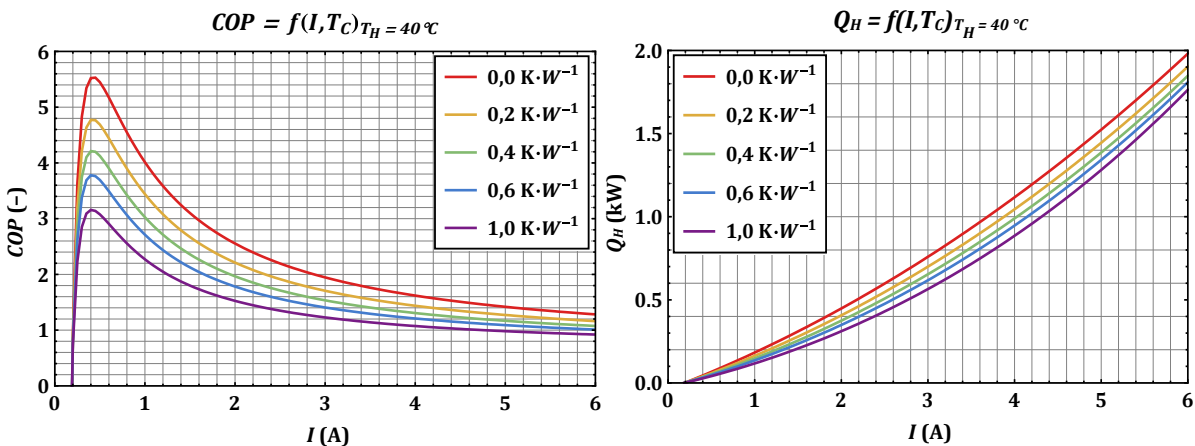
$$Q_H = \frac{I^3 R_{el} R_{CS} S + 2IST_{HIn} + I^2(R + 2KR_{el}R_{HS} + 2R_{HS}S^2T_{HIn}) + 2K(T_{CIn} - T_{HIn})}{2K(R_{CS} + R_{HS}) - 2(1 + IR_{CS}S)(-1 + IR_{HS}S)}, \quad (2-32)$$

$$T_C = \frac{I^2 R_{el}(1 + 2KR_{CS})R_{HS} + I^3 R_{el} R_{CS} R_{HS} S + 2IR_{CS} S T_{HIn} + 2(KR_{HS} T_{CIn} + T_{HIn} + KR_{CS} T_{HIn})}{2K(R_{CS} + R_{HS}) - 2(1 + IR_{CS}S)(-1 + IR_{HS}S)}, \quad (2-33)$$

$$T_H = \frac{-I^2 R_{el}(1 + 2KR_{HS})R_{CS} + I^3 R_{el} R_{CS} R_{HS} S + 2IR_{HS} S T_{CIn} - 2(KR_{HS} T_{CIn} + T_{CIn} + KR_{CS} T_{HIn})}{-2K(R_{CS} + R_{HS}) + 2(1 + IR_{CS}S)(-1 + IR_{HS}S)}. \quad (2-34)$$

Totožných rovnic, zapsaných pouze v jiném tvaru, využívají při modelování chování Peltierova článku i autoři v [27]. Tyto rovnice stačí pouze dosadit do souproutého či protiproutého modelu představeného na předchozích stránkách.

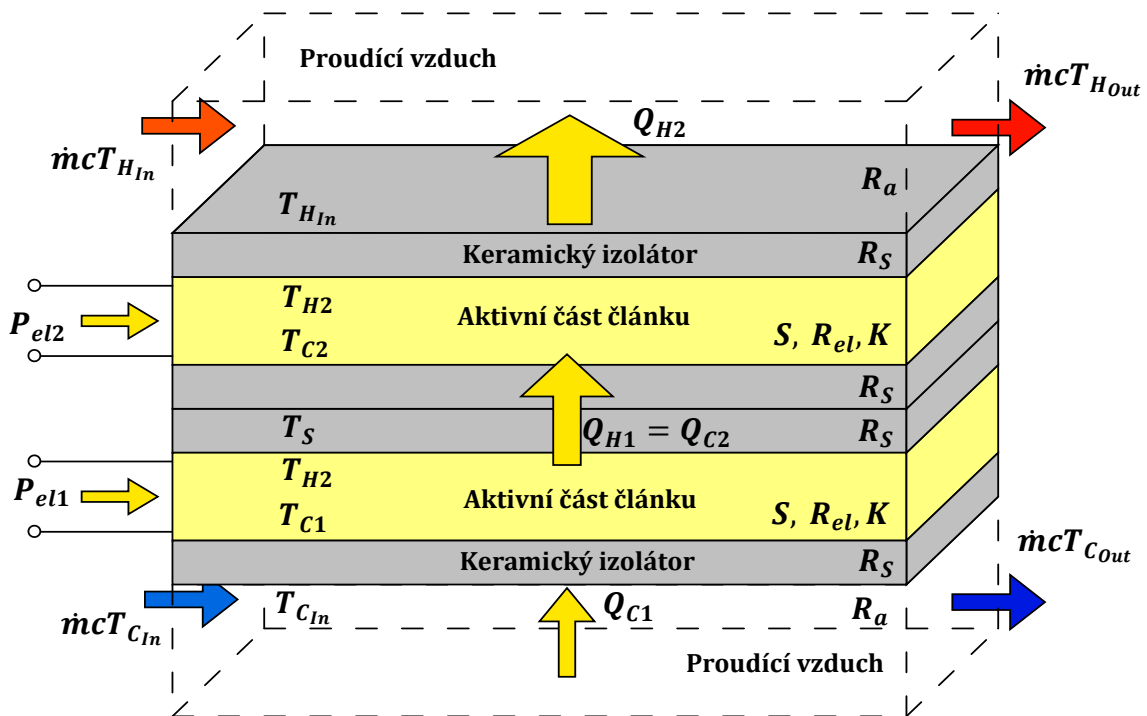
Na obrázku Obr. 2-17 jsou vyneseny závislosti COP a Q_H na proudu I pro konstantní vstupní teploty $T_{CIn} = 15\text{ °C}$, $T_{HIn} = 20\text{ °C}$ a pro uvedené hodnoty tepelného odporu.



Obr. 2-17 Závislost COP a Q_H na I pro různé teploty T_C

2.3.4 Vrstvení článků na sebe

Zajímavou myšlenkou je řadit články nejen za sebe či vedle sebe, ale i na sebe. Stejně jako v případě přidání tepelného odporu, je pouze třeba upravit soustavu rovnic popisující ustálené sdílení tepla a řešení dosadit do modelu souproutého pohybu tekutin. Ilustrační obrázek je níže. Řešení těchto rovnic zde oproti předchozímu případu není uvedeno z důvodu jejich rozsahu, ale je uvedeno k nahlédnutí v rámci přílohy B.6.



Obr. 2-18 Vrstvení článků na sebe – ilustrace

$$Q_{C1} = \frac{T_{C1n} - T_{C1}}{R_S + R_a} = I_1 T_{C1} S - \frac{1}{2} R_{el} I_1^2 - K(T_{H1} - T_{C1}), \quad (2-35)$$

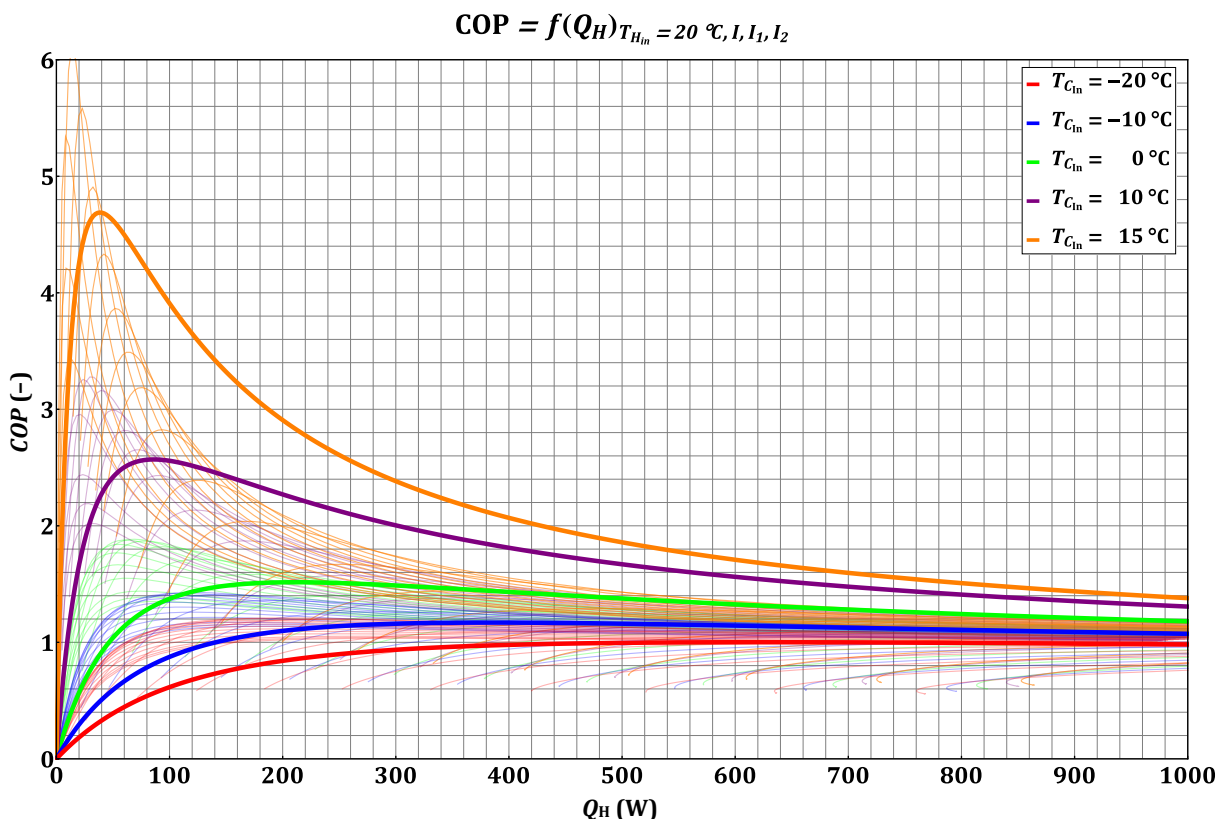
$$Q_{H1} = \frac{T_{H1} - T_S}{R_S} = I_1 T_{H1} S + \frac{1}{2} R_{el} I_1^2 - K(T_{H1} - T_{C1}), \quad (2-36)$$

$$Q_{C2} = \frac{T_S - T_{C2}}{R_S} = I_2 T_{C2} S - \frac{1}{2} R_{el} I_2^2 - K(T_{H2} - T_{C2}), \quad (2-37)$$

$$Q_{H2} = \frac{T_{H2} - T_{H1n}}{R_S + R_a} = I_2 T_{H2} S + \frac{1}{2} R_{el} I_2^2 - K(T_{H2} - T_{C2}), \quad (2-38)$$

$$Q_{H1} = Q_{C2}. \quad (2-39)$$

Z vypočtených dat byl následně složen průběh, jež dává do závislosti topný faktor COP a tepelný výkon Q_H . Průběhy byly vypočteny pro různé vstupní teploty chladnější kapaliny T_C s konstantní vstupní teplotou teplejší tekutiny T_H . V modelu bylo použito deset dvojic Peltierových článků řazených za sebou s parametry S , R , K dle tabulky Tab. 2-2 a hodnotou celkového tepelného odporu $0,27 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ ($0,07 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ odpovídá tepelnému odporu keramiky a teplo-vodivé pasty, $0,2 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ odpovídá celkovému odporu chladiče a přestupu tepla do vzduchu). Dvojice byla tvořena buď články vedle sebe (silnější křivky), nebo na sobě (tenké křivky). Tenkých křivek je v rámci grafu více, což je způsobeno výpočtem COP pro různé hodnoty proudů I_1 a I_2 , protože lze velikost jednotlivých proudů optimalizovat dle čerpaného teplotního spádu. Ilustrace velikosti COP pro různé teploty T_C a proudy I_1 a I_2 je na obrázku Obr. 2-19.

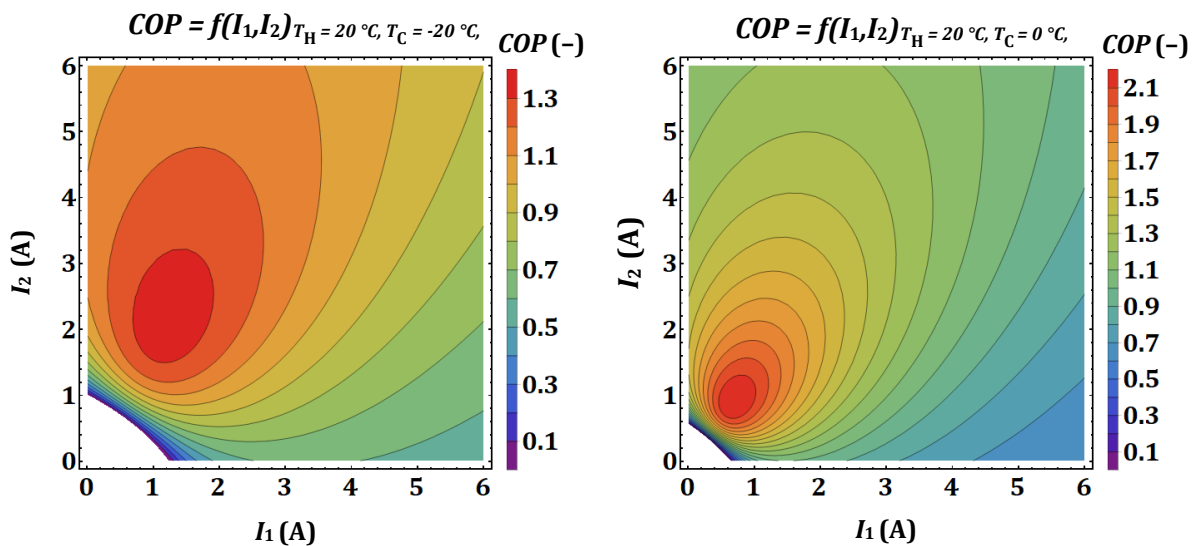


Obr. 2-19 Porovnání COP při řazení článku na sebe a vedle sebe

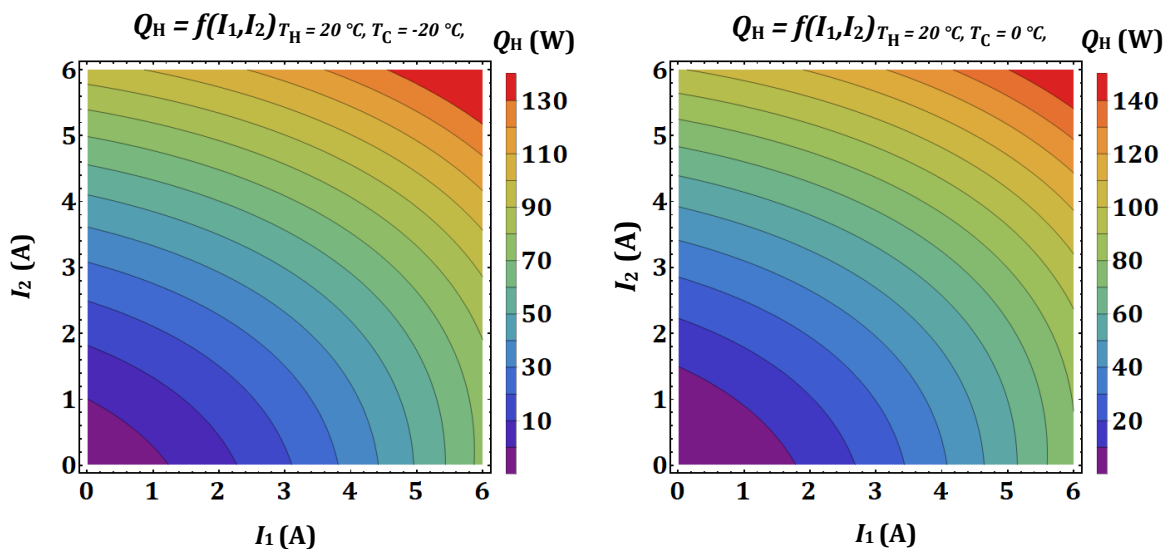
Z průběhů je zřejmé, že řazení článků na sebe způsobí nárůst COP , ale pouze v malém rozsahu, pro zbytek teplot dojde k poklesu. Ke zvýšení navíc dochází v oblasti s malým výkonem, jež se vlivem řazení na sebe posune ještě k nižším hodnotám. Ke shodným závěrům dochází i autoři ve svém modelu v práci [28].

Využití vrstvení článků na sebe má smysl pro velké rozdíly teplot jako znázorňují modré a červené křivky. Zde již nedochází k vytváření takových špiček, jako u menších teplotních rozdílů a ke zvýšení COP tak dojde téměř v celém zkoumaném rozsahu tepelných výkonů. Otázkou však je, zda přínos řádově setin až desetin COP převáží investiční výdaje spojené s implementací většího počtu článků a jejich řízením.

Na obrázcích níže je pro doplnění vynesena závislost COP a Q_H při rozdílných teplotách na proudech I_1 a I_2 . Grafy potvrzují výsledky obrázku na předchozí stránce, a sice že vhodnou volbou proudů je možné zvyšovat tepelný výkon a přitom setrvávat v oblasti s vyšším COP . Naopak nevhodná volba proudů vede k nízkým hodnotám COP i při malém tepelném výkonu.



Obr. 2-20 Závislost COP na proudech I_1 a I_2



Obr. 2-21 Závislost Q_H na proudech I_1 a I_2

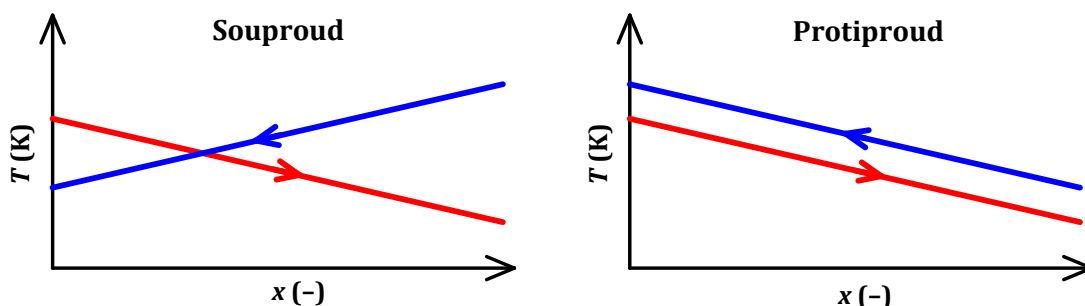
KAPITOLA 3: VĚTRACÍ JEDNOTKA S PELTIEROVÝMI ČLÁNKY

V předchozích kapitolách byly vysvětleny fyzikální základy problematiky a sestaveny matematické modely výměníku a Peltierova článku. V této kapitole budou představeny dvě varianty uspořádání Peltierových článků pro zajištění vytápění/chlazení pasivních domů. Díky nízké energetické náročnosti se tato aplikace jeví jako ideální z důvodu vysokých hodnot COP článků při malých dodávaných výkonech.

Teplonosným médiem uvažované jednotky je vzduch. Výhodou navrhovaného systému by oproti kompresorovým tepelným čerpadlům měl být bezúdržbový provoz, dlouhá životnost, absence plynu nebezpečných pro životní prostředí, snadná škálovatelnost jednotek podle požadovaného výkonu, kompaktnost a jednoduchost instalace. V kombinaci s výrobou elektrické energie z fotovoltaiky, kdy lze v letních měsících očekávat přebytky výroby, nemusí být nižší hodnota EER překážkou pro využívání článků místo klasických tepelných čerpadel.

3.1 Principiální návrh větrací jednotky

V rámci modelování Peltierova článku a zkoumání jeho chování byla vždy vstupní teplota ohřívaného vzduchu vyšší než teplota vzduchu chlazeného. To odpovídá například situaci, kdy je Peltierův článek zařazen za výměník zpětného získávání tepla a vstupní teplota do Peltierova článku je tak již předeřhřátá. Zajímavým použitím může být aplikace Peltierova článku, kdy je teplota vzduchu, jež má být chlazen, vyšší než teplota vzduchu, jež má být ohříván. V případě souproutého pohybu vypadá teplotní profil přesně podle očekávání. V určitém bodě dojde k protnutí teplot. Do tohoto bodu by přitom stačilo použít tepelný výměník a nebylo by třeba Peltierova článku. V případě protiproutého pohybu ale může při vhodných podmínkách dojít k zajímavé situaci. Teplotní spád, přes který je teplo čerpáno může být relativně malý.



Obr. 3-1 Teplotní profil při $T_H < T_C$ – souproud × protiproud

Možností zkombinování Peltierova článku s rekuperačním výměníkem je celá řada, některé jsou na první pohled nesmyslné, jiné vyžadují pro posouzení hlubší zamyšlení. Pro další analýzu byly vybrány dvě varianty. Varianty se souproutým výměníkem či souproutým Peltierovým článkem byly vynechány, protože souproutý pohyb má vždy horší účinnost, viz předchozí kapitoly.

Pro modelování byla zvolena fiktivní místnost s parametry pasivního domu o ploše 100 m^2 a výšce stropu $2,5 \text{ m}$. Objem místnosti $V \text{ (m}^3\text{)}$ tedy odpovídá 250 m^3 , přitom objem vyměněného vzduchu \dot{V} musí být dle [29] minimálně $0,3 \times V$, doporučeno je $0,5 \times V$, tedy $\dot{V} = 125 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Hustota vzduchu $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a izobarická měrná tepelná kapacita $c_p = 1006 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ jsou uvažovány konstantní [30]. Součin hmotnostního průtoku vzduchu a izobarické měrné tepelné kapacity je tedy $\dot{m}c_p = 42 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$. V [17] autorky uvádí, že limitní hodnota výpočtových tepelných ztrát pasivního domu, suma ztrát prostupem a větráním, nepřesahuje hodnotu $0,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ vztaženou na vytápěnou

plochu. Tato hodnota již zahrnuje zpětné získávání tepla. Dále je tedy uvažováno s tepelnou ztrátou $P_z = 30 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$, tepelné zisky nejsou započítávány. Na základě rovnosti dodávaného výkonu a ztrát v ustáleném stavu je počítána požadovaná výstupní teplota z jednotky.

$$\dot{m}c_p(T_{z\text{Jednotky}} - T_{z\text{Výměníku}}) = P_z(T_{\text{uvnitř}} - T_{\text{venku}}). \quad (3-1)$$

Dále je třeba si určit hodnotu tepelného odporu R_{th} mezi aktivní částí Peltierova článku a proudícím vzduchem. K jeho určení je třeba znát rychlost proudění vzduchu. Aby byla zajištěna střední rychlost proudění v místnosti nižší než $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, což je doporučená hodnota pro zajištění komfortu, bylo počítáno s rychlostí vzduchu v jednotce $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ [29]. Tepelný odpor mezi keramikou a vzduchem byl snížen použitím hliníkového chladiče s žebrováním. Tepelný odpor žebrování byl určen pomocí [15] pro různé počty a rozměry žeber, přičemž byla vybrána konfigurace, která má nejen nízký tepelný odpor, ale i nízkou tlakovou ztrátu. Odpor hliníkového chladiče o rozměrech základny $80\times 200\times 3 \text{ mm}$, rozměrech žeber tloušťkou $0,5\times 200\times 80 \text{ mm}$ a počtu žeber 30 vychází $0,086 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ při rychlosti proudění vzduchu $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Chladič o těchto rozměrech odvede teplo z pěti dvojic Peltierových článků. Pro jeden článek tedy odpor chladiče odpovídá $0,86 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$. Přidáním tepelného odporu keramiky ($R_K = 0,05 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$) [25], [31] a teplovodivé pasty ($R_P = 0,02 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$) [32] je celkový tepelný odpor $R_{\text{th}} = 0,93 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$. (Autoři v práci [2], kde také modelují chování Peltierových článků v rámci rekuperačního výměníku, uvádí hodnoty celkového tepelného odporu R_{thH} svého modelu v rozmezí $0,1$ až $0,25 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ a $R_{\text{thC}} = 0,2$ až $0,5 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ v závislosti na hodnotě objemového průtoku vzduchu. Neuvádí však rozměry chladiče a rychlost proudění vzduchu. Nelze tak určit, jakým způsobem se jim podařilo dosáhnout výrazně nižších hodnot. Nižší hodnoty tepelného odporu mají výrazný vliv na hodnotu COP , jak bylo ukázáno v části 2.3.3, a proto bude v modelech zohledněna i hodnota odporu dle [2], aby nedošlo k případnému zkreslení výsledků možným nevhodným návrhem chladiče.) Tlaková ztráta tohoto chladiče vychází na $26,4 \text{ Pa}$.

Jako rekuperační výměník byl vybrán model REK+23 od firmy Recutech [33]. Na jejich stránkách je k dispozici kalkulátor, jenž pro konkrétní model a podmínky vypočte účinnost a tlakovou ztrátu. Vypočtená účinnost výměníku je $81,5 \%$ při tlakové ztrátě $103,4 \text{ Pa}$ [34].

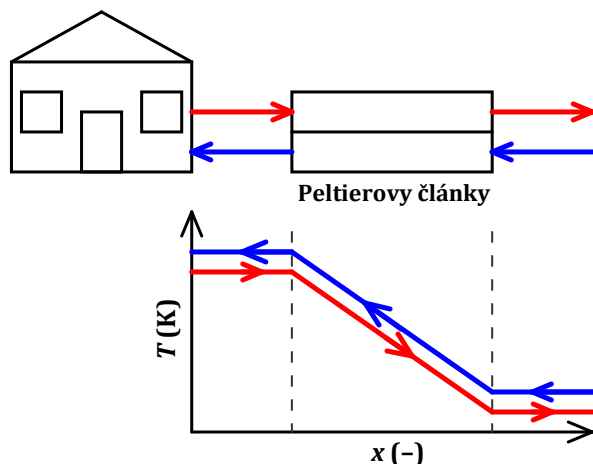
Elektrický příkon ventilátoru se určí ze vztahu $P_{\text{ven}} = (\Delta p \dot{V}) / \eta_{\text{ven}}$ [29]. Pro uvažovanou tlakovou ztrátu a objemový průtok vyhovuje například ventilátor RK-L 125 mm [35] s možností regulace otáček, příkonem 70 W a účinností 14% . Pro samotný výměník je potřebný příkon $25,6 \text{ W}$ a pro každých pět dvojic Peltierových článků dalších $6,5 \text{ W}$.

Parametry Peltierova článku byly určeny v části 2.2.3. Hodnoty jsou tedy následující: $S = 48,30 \text{ mV}\cdot\text{K}^{-1}$, $R = 1,752 \Omega$, $K = 0,5436 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ a jsou pro zrychlení výpočtu uvažovány konstantní.

V modelu není uvažován vliv vlhkosti vzduchu, protože by to jen více znepráhlednilo výsledky simulací z důvodu dalšího proměnného parametru. Modelování s vlhkým vzduchem by mělo za následek rozdílné tepelné kapacity a nutnost počítat s kondenzačním teplem při poklesu teploty pod mez sytosti. V zimních měsících by bylo třeba řešit zvlhčování vzduchu například entalpickým výměníkem, pro zajištění komfortní vlhkosti, či předehřev vzduchu, aby nedocházelo k namrzání teplosměnné plochy. K prvotnímu modelování chování Peltierových článků v kombinaci s rekuperačním výměníkem jsou tyto detaily nadbytečné. Podrobné informace o termodynamice vlhkého vzduchu lze nalézt například v knize [30]. Další informace o návrhu větrání a klimatizací pak v knihách [36] a [37].

3.2 Varianta A

Varianta A obsahuje pouze jednotku s Peltierovými články bez rekuperačního výměníku. Absencí výměníku je články třeba pokrýt nejen tepelné ztráty prostupem, ale i veškeré ztráty větráním. Výhodou může být, že při vhodně nastavené hodnotě proudu je teplotní spád, přes který je teplo čerpáno, velmi malý jako je naznačeno na obrázku níže. Některé teplotní profily ze simulace jsou zobrazeny na obrázku Obr. 3-5.

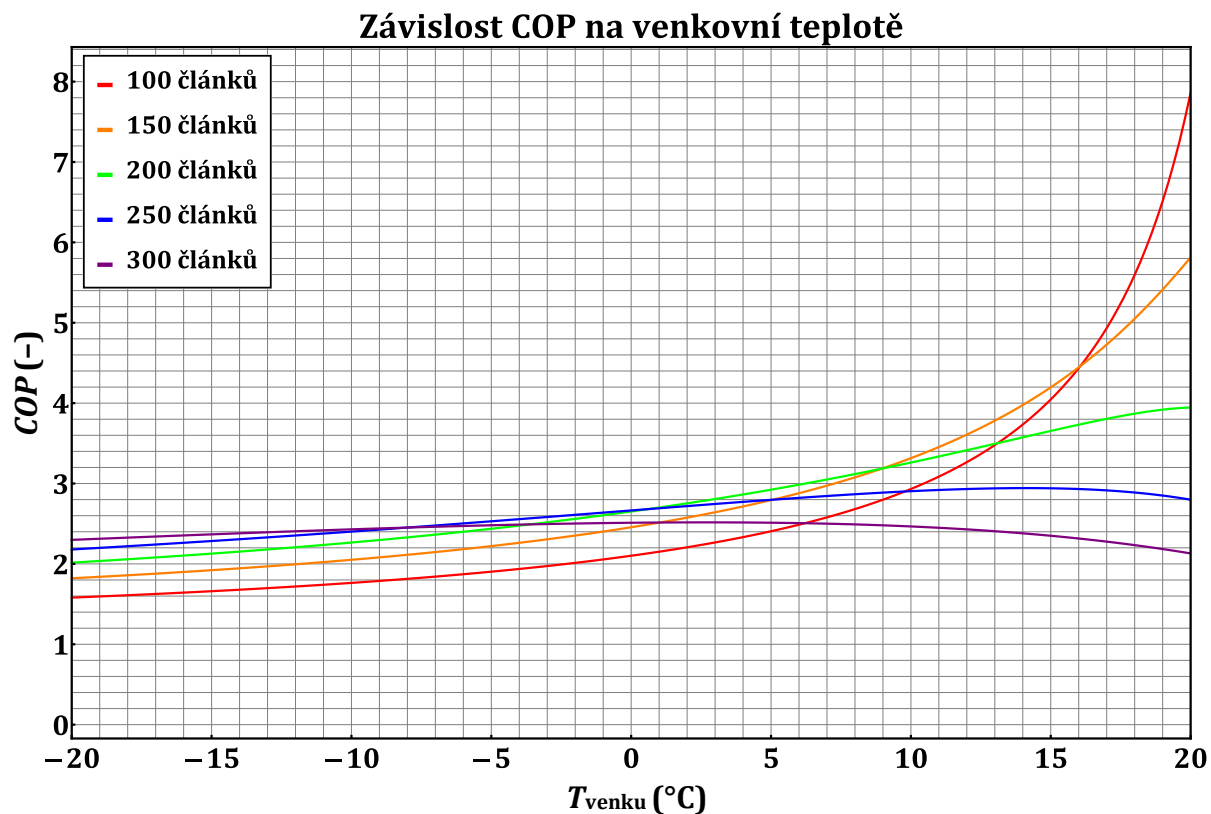


Obr. 3-2 Varianta A-1 – Principiální schéma a teplotní profil

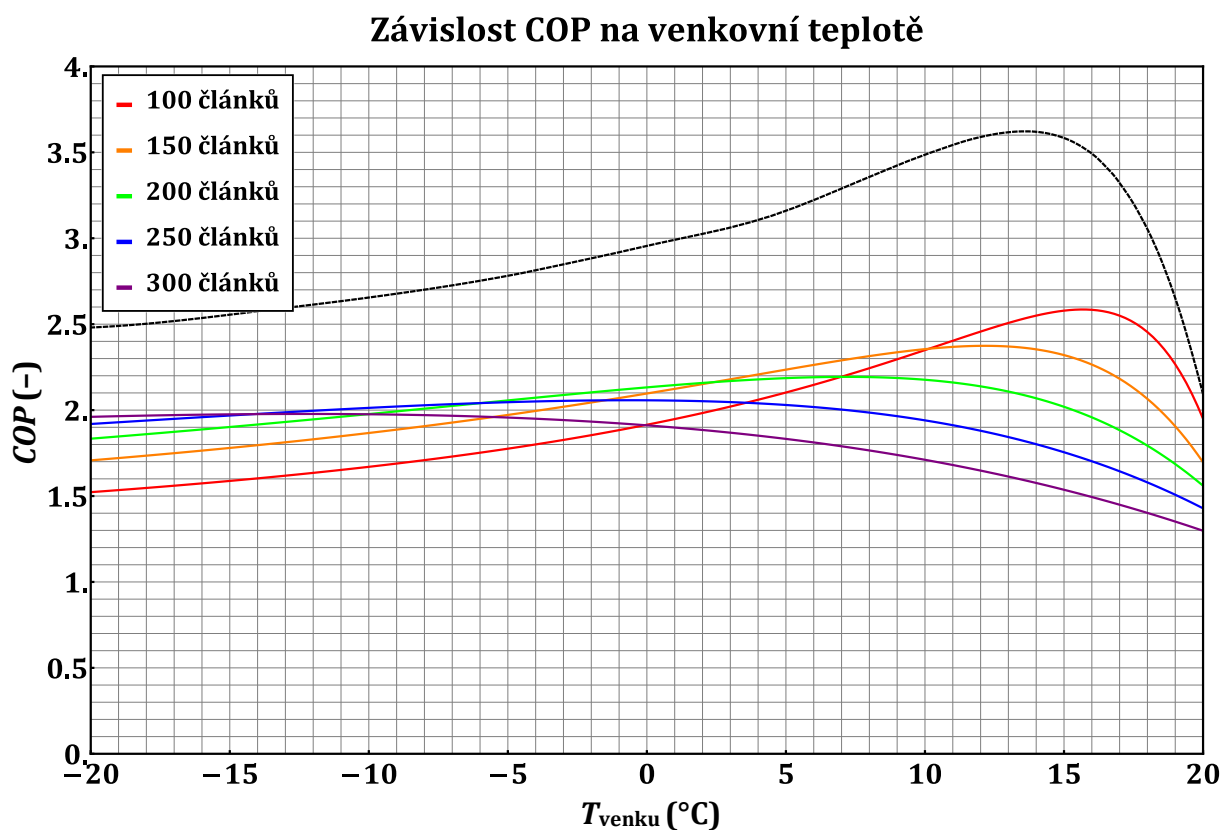
V grafu na obrázku Obr. 3-3 je vynesena závislost topného faktoru COP na venkovní teplotě v rozsahu -20 až 20 °C pro různé počty článků. Pro nižší teploty se s rostoucím počtem článků zvyšuje hodnota COP , ta ale pak naopak klesá pro teploty vyšší. Nabízí se tak možnost poskládat větrací jednotku z více článků. Pro vyšší venkovní teploty by se některé články vypnuly a vzduch se vedl mimo aktivní část vypnuté jednotky, aby nedocházelo ke zpětnému přestupu tepla vlivem malého tepelného odporu vypnutých článků. Ve výpočtu COP zde nebyl zohledněn příkon ventilátorů. Při jeho zohlednění se značně změní tvar křivek, a sice jako je tomu na obrázku Obr. 3-4.

Pokles COP pro vyšší teploty je způsoben tím, že je dodáván již malý tepelný výkon, a tak se více projeví příkon ventilátorů. V tomto grafu je navíc vynesena obálka hodnot COP při přepínání počtu článků, jak bylo vysvětleno výše, a snížení tepelného odporu na hodnotu $0,3 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$. Díky tomu je velmi dobře vidět, jak je pro správné fungování článků důležité zajistit odvod tepla z jeho aktivní části. Přesto je na místě si uvědomit, že i při snížení tepelného odporu, je v modelu počítáno s články v rozsahu 100 až 300 kusů. Při dnešní ceně článku okolo sta korun nevyznívá jednotka s takovým počtem článků jako konkurenceschopné zařízení pro tepelná čerpadla.

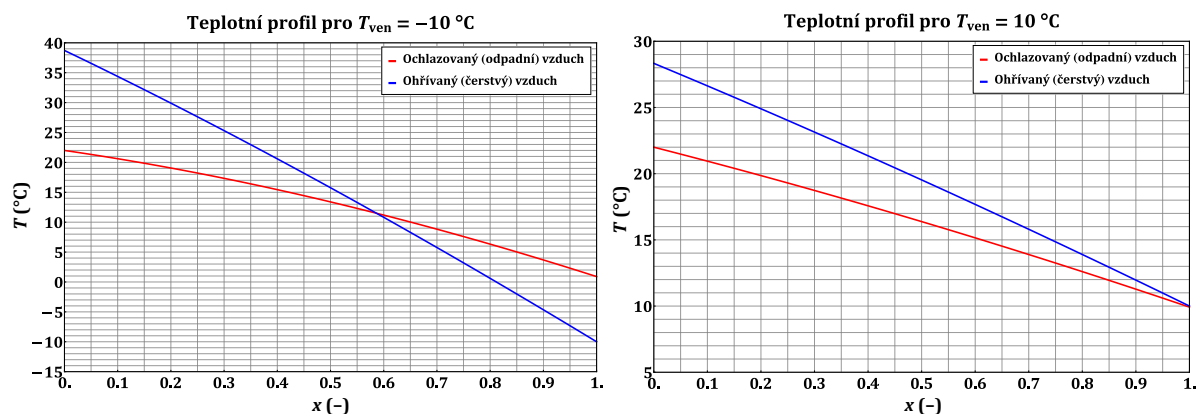
V režimu chlazení je na tom tato varianta ještě hůře. V tomto uspořádání se nepodařilo spolehlivě chlazení namodelovat z důvodu nedostatečného chladicího výkonu, jenž by zajistil požadovanou teplotu. Topný výkon je totiž vyšší než chladicí a způsobuje tak další nárůst teplotního spádu, přes který je třeba teplo čerpat. Model poskytoval rozumné výsledky pro různé počty článků pouze v rozmezí 28 až 34 °C. Aby bylo zabráněno nárůstu teploty, je možné pokusit se snížit tepelný odpor. Efektivnější je však zvýšit průtok ohřívaného vzduchu i za cenu vyššího příkonu ventilátorů. Ohřívaným vzduchem je nyní okolní vzduch, odpadní vzduch z domu není využíván. Princip je naznačen na obrázku Obr. 3-6.



Obr. 3-3 Závislost COP na venkovní teplotě (bez příkonu ventilátorů)



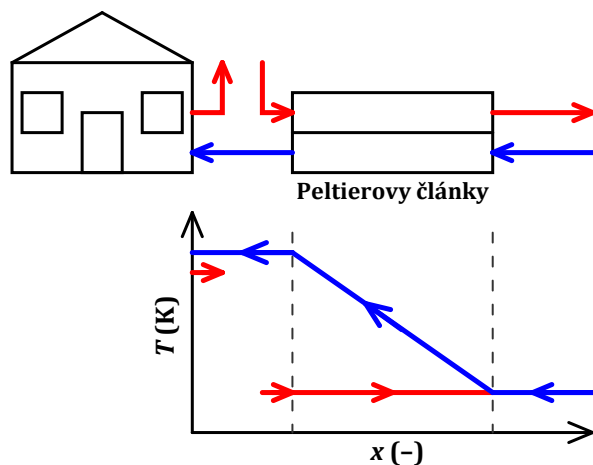
Obr. 3-4 Závislost COP na venkovní teplotě



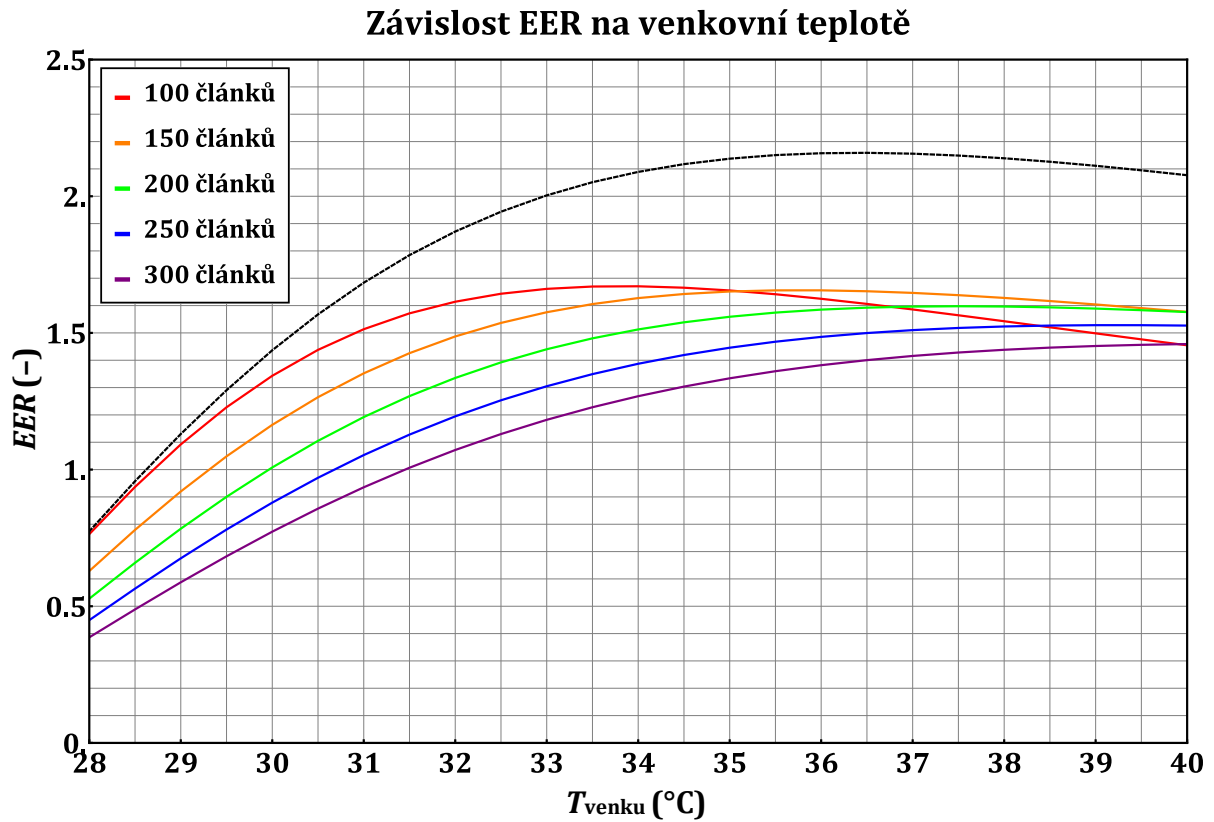
Obr. 3-5 Teplotní profil pro různé venkovní teploty

Na další straně jsou vyneseny závislosti EER a COP při této úpravě. Opět jsou zde vyneseny obálky hodnot pro sníženou hodnotu tepelného odporu. V případě chladicího faktoru EER dosahují hodnoty přibližně 1,6 ve větší části rozsahu teplot (2,1 při snížené hodnotě tepelného odporu). V případě topného faktoru COP došlo k poklesu hodnot téměř na polovinu a došlo i k mírné změně tvaru křivek.

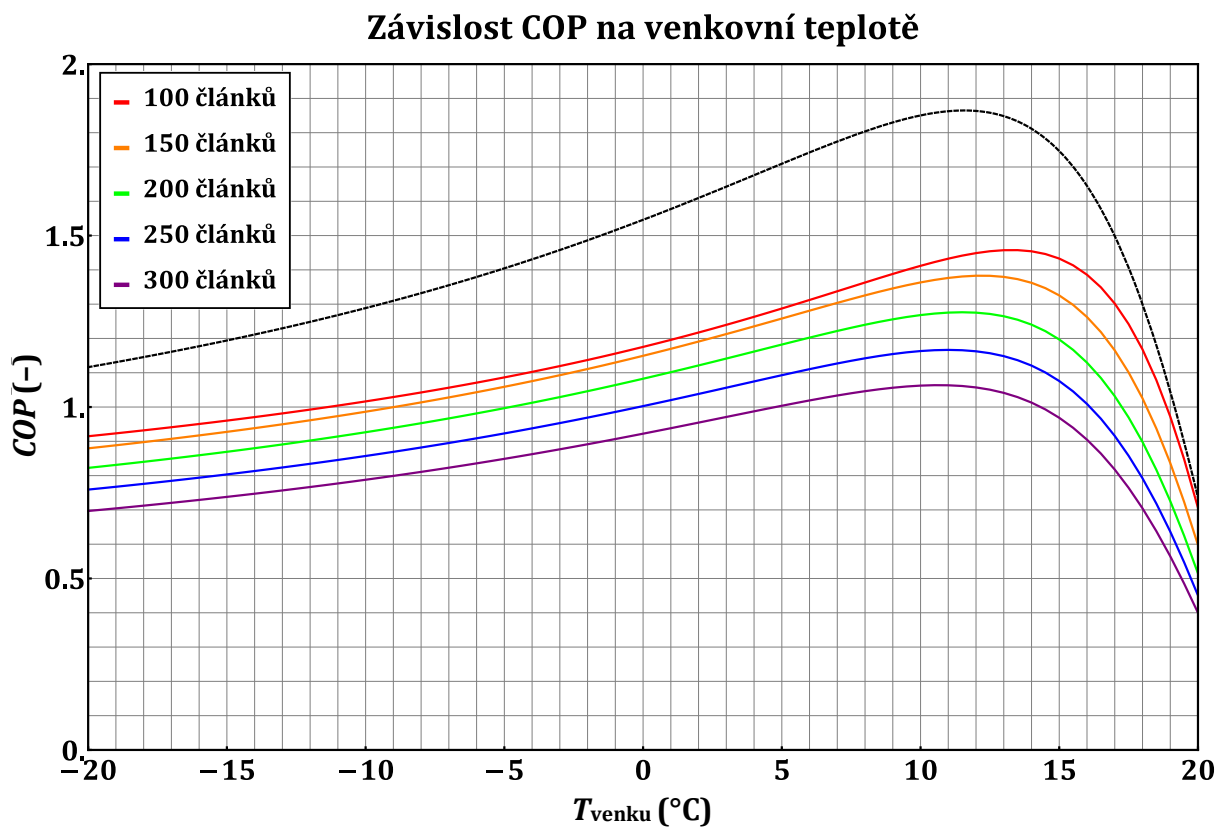
Na základě modelu, jenž je součástí přílohy B.7 lze konstatovat, že pro dosažení hodnot COP kolem dvou je třeba velké množství článků, v řádu stovek. Dále je třeba snížit co nejvíce tepelný odpor a při změně režimu z vytápění na chlazení změnit i přívod vzduchu, aby bylo dosaženo požadovaného chladicího výkonu. Pokud by nebyla možnost přepínání přívodu vzduchu, budou hodnoty COP nižší, než by mohly být při využití odsávaného odpadního vzduchu. Další využití odpadního vzduchu umožňuje rekuperační výměník, jenž je součástí varianty B.



Obr. 3-6 Varianta A-2 – Principiální schéma a teplotní profil



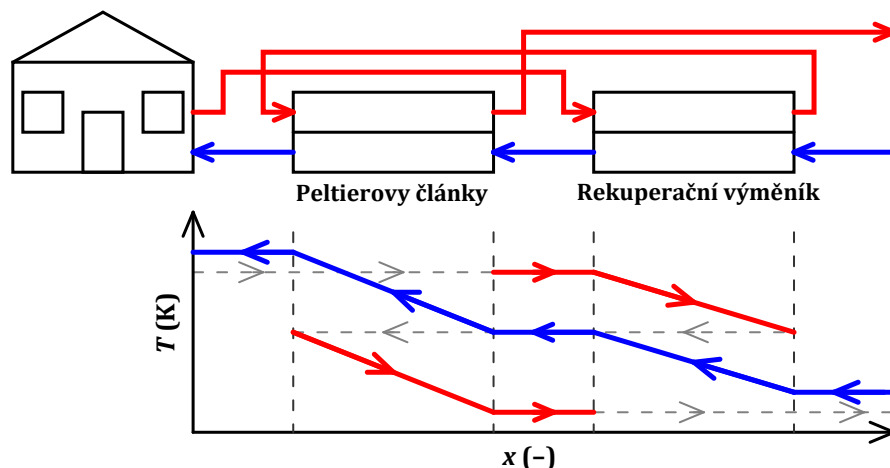
Obr. 3-7 Závislost EER na venkovní teplotě pro konstantní T_H



Obr. 3-8 Závislost COP na venkovní teplotě pro konstantní T_C

3.3 Varianta B

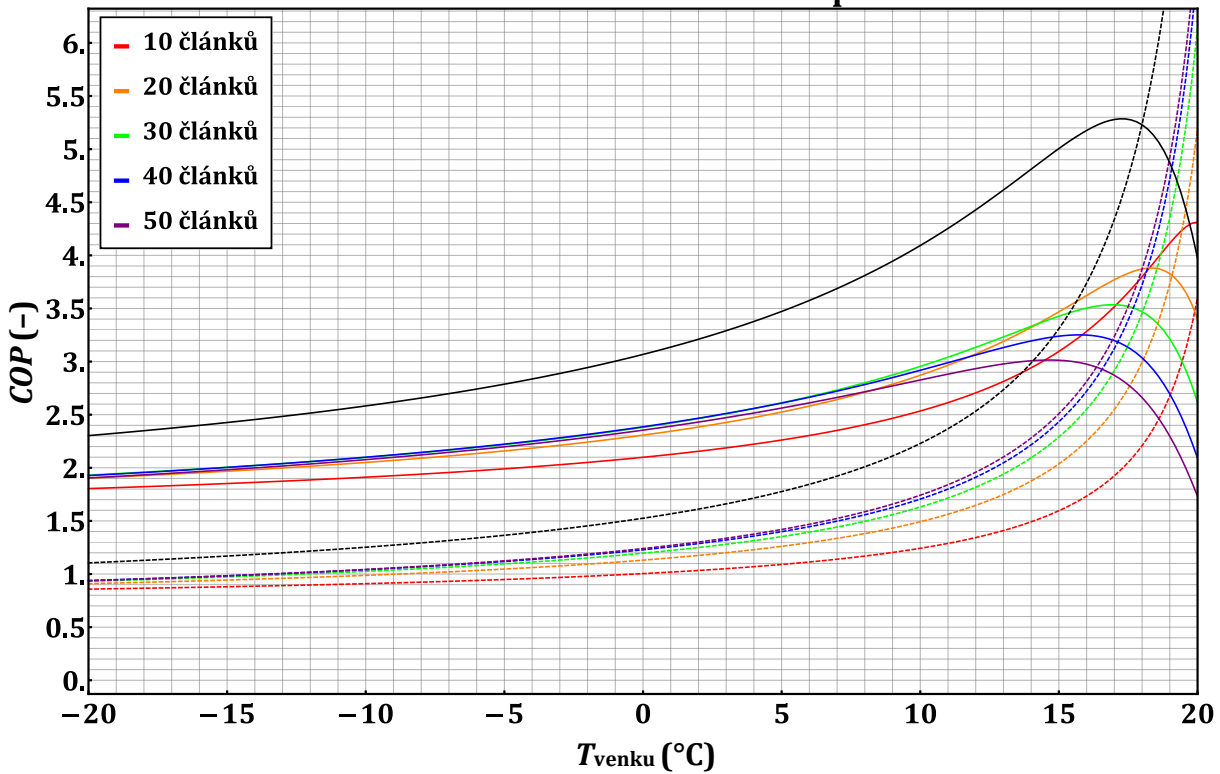
V rámci této varianty je větrací jednotka tvořená Peltierovými články doplněna rekuperačním výměníkem pro zpětné získávání tepla. Oproti předchozí variantě zde musí články pracovat přes větší rozdíl teplot, tedy určitě s horším COP/EER , viz strana kapitola 2.3. Nicméně díky přítomnosti výměníku stačí, když články dodají menší topný/chladicí výkon a celkové COP/EER systému má potenciál být vyšší. Principiální schéma spolu s teplotním profilem pro režim vytápění je na obrázku níže.



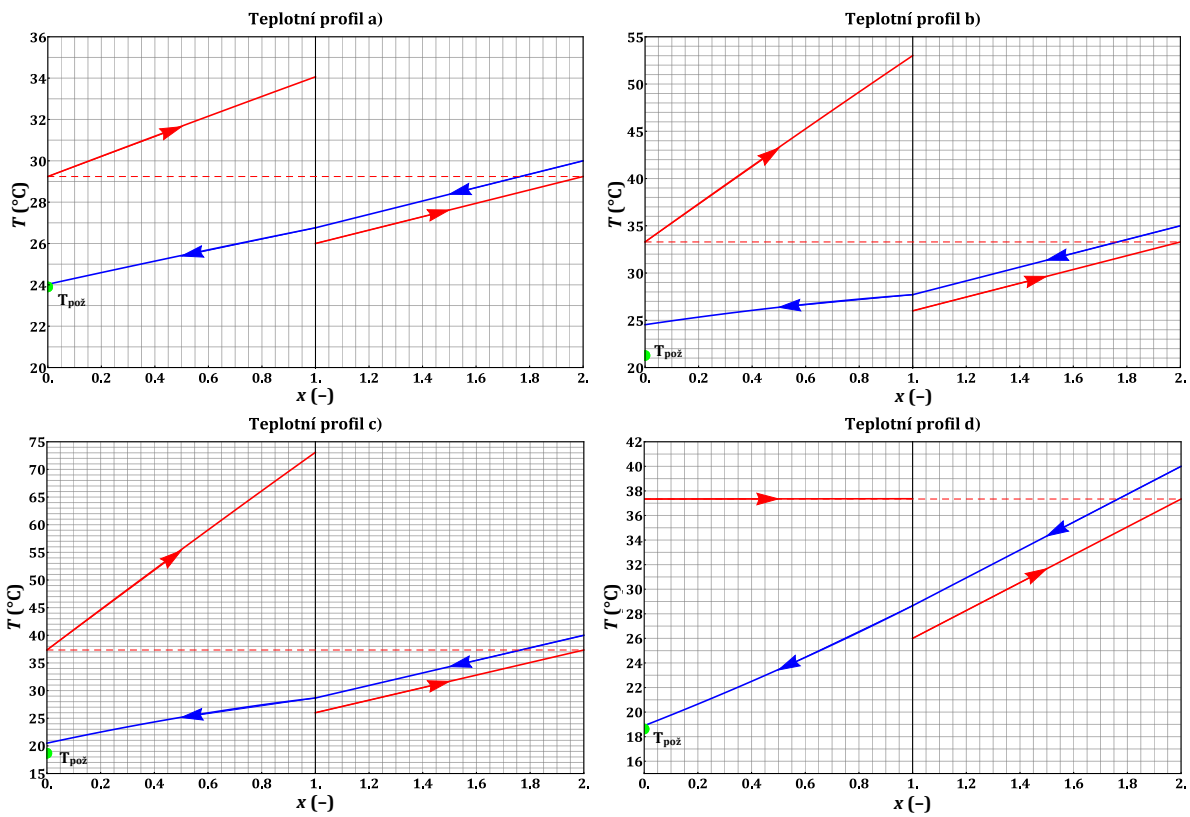
Obr. 3-9 Varianta B-1 – Principiální schéma a teplotní profil

V grafu na obrázku Obr. 3-10 je vždy vyneseno topný faktor COP samotných Peltierových článků (čárkované průběhy) spolu s celkovým COP systému (plné průběhy), které zahrnuje navíc teplo sdělené ve výměníku a příkon ventilátorů. Průběhy odpovídají různým počtům článků. Z jejich vzájemné polohy lze snadno vyčíst, že zvýšení počtu článků z deseti kusů na dvacet mělo značný pozitivní vliv, zatímco další zvyšování už není přínosné z důvodu málo rostoucího COP samotných článků, které navíc v oblasti vyšších teplot předčí rostoucí příkon ventilátorů potřebný na pokrytí tlakové ztráty. Dvacet článků lze tedy považovat z hlediska velikosti COP za optimální, přičemž hodnota se pro celý rozsah venkovních teplot pohybuje v rozmezí dvě až čtyři.

Závislost COP na venkovní teplotě



Obr. 3-10 Závislost COP na venkovní teplotě

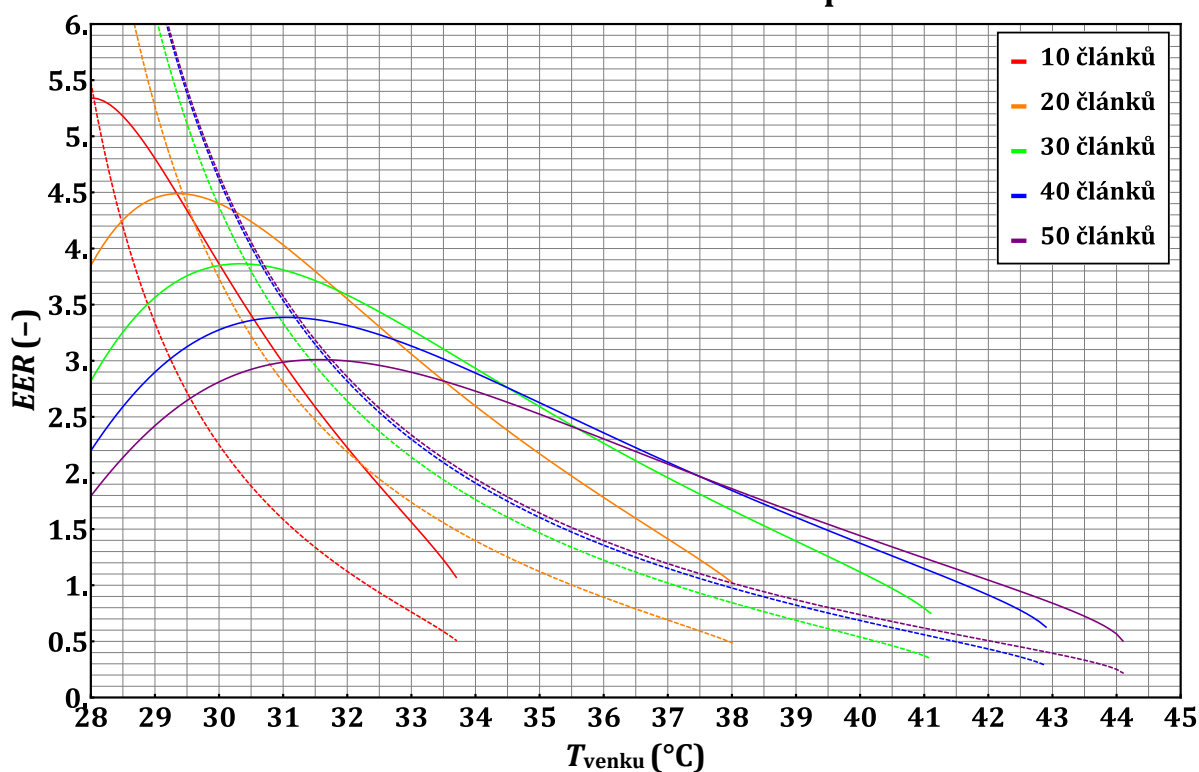


Obr. 3-11 Teplotní profily pro různé situace

Na obrázku Obr. 3-11 jsou čtyři různé teplotní profily při použití větrací jednotky v režimu chlazení, zeleným kruhem je vyznačena požadovaná výstupní teplota z jednotky. Na prvním grafu je chlazení pro dvacet článků, což je ideální počet pro použití v režimu vytápění, při venkovní teplotě 32 °C. Pro vyšší venkovní teplotu než 32 °C však dvacet článků nestačí, viz teplotní profil b). Situaci lze výrazně zlepšit snížením tepelného odporu. Při hodnotě odporu 0,3 K·W⁻¹ zvládne jednotka při 32 °C naprosto bez problémů dosáhnout požadované teploty a téměř zvládne dodat chladicí výkon i pro venkovní teplotu 40 °C, teplotní profil c). Dalšího zlepšení je možno dosáhnout vyšším počtem článků, zvýšením průtoku vzduchu, čímž bude stejný výkon možno dodat při menším rozdílu teplot, nebo využitím venkovního vzduchu namísto vzduchu odpadního, což je případ teplotního profilu d).

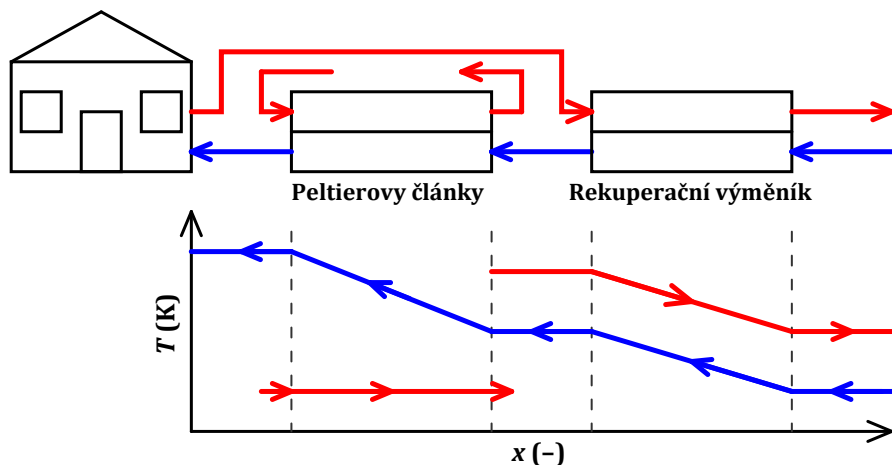
Závislost chladicího faktoru *EER* na teplotě venkovního vzduchu je na obrázku Obr. 3-12 vynesena pro sníženou hodnotu tepelného odporu. Při ponechání původní hodnoty 0,93 K·W⁻¹ by bylo možné jednotku využít pouze do venkovní teploty 32 °C, což pro praktickou aplikaci nemusí být dostačující. Opět jako v případě vytápění zde s rostoucím počtem článků nedochází k výraznému nárůstu hodnot *EER*, naopak pro nižší venkovní teploty hodnoty značně klesají. Optimálním počtem tak může být dvacet až třicet článků. Je na místě také opět zmínit možnost řízení snižováním počtu aktivních článků jejich vypínáním, a tak se s rostoucí teplotou pohybovat po obálce těchto průběhů. Zároveň je na tomto grafu dobře vidět, jak rostoucí počet článků umožňuje využívání chlazení i pro vyšší teploty. Zatímco pro deset článků končí křivka před 34 °C, pro padesát článků přesahuje hodnotu 44 °C.

Závislost EER na venkovní teplotě



Obr. 3-12 Závislost EER na venkovní teplotě

V rámci varianty B je zajímavé se stejně jako v předchozím případě více zaměřit na vliv ohřívání/chlazení odpadního vzduchu. Zda nebude výhodnější využít teplo o teplotě okolí, jako je tomu naznačeno na obrázku níže. Nevýhodou takového uspořádání je narušení kompaktnosti jednotky, protože pro zajištění konstantní teploty bude třeba jednotku s články instalovat mimo rekuperační výměník. Pokud však tato úprava poskytne zajímavé výsledky, stojí za další rozpracování.



Obr. 3-13 Varianta B-2 – Principiální schéma a teplotní profil

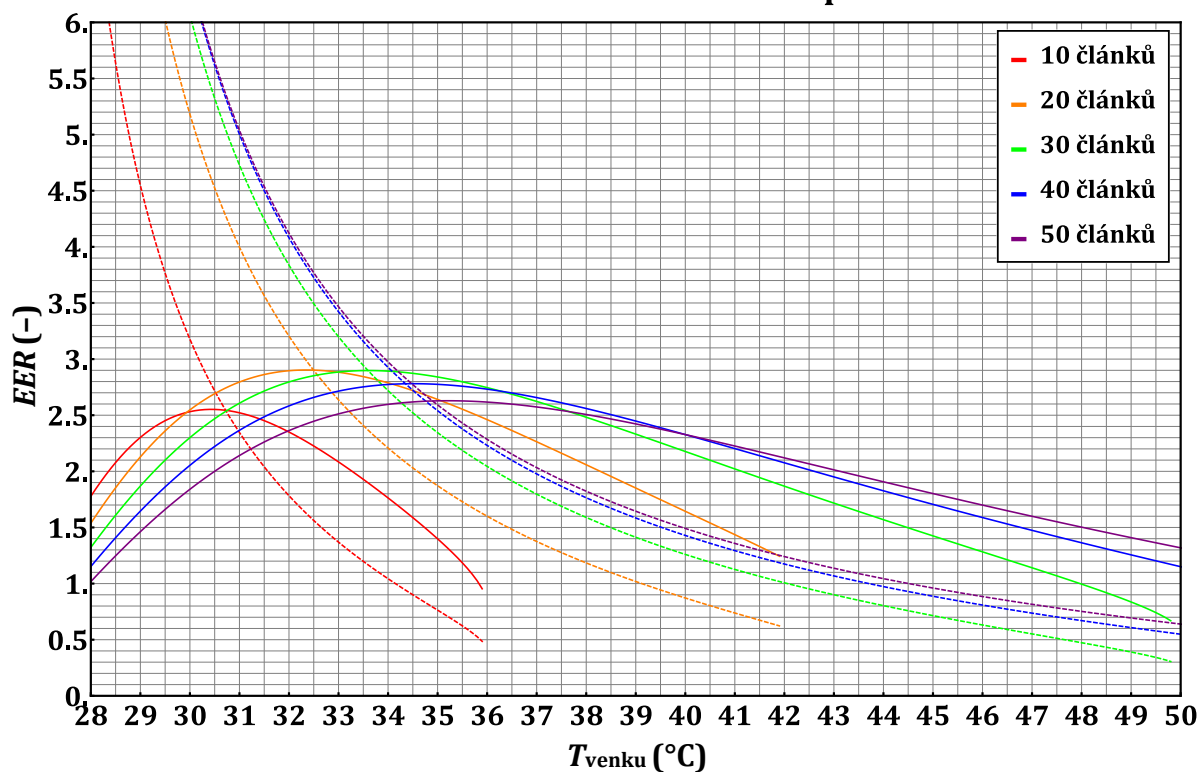
Při modelování charakteristik EER bylo opět počítáno se snížením tepelného odporu na hodnotu $0,3 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$, pro COP bylo opět počítáno s původní hodnotou $0,93 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ plus byla vynesena jedna křivka s hodnotou $0,3 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ pro dvacet článků, aby byl ilustrován rozhodující vliv velikosti tepelného odporu na chování celé jednotky.

Porovnáním grafů na obrázcích Obr. 3-12 a Obr. 3-14 je zřejmý výrazný nárůst hodnot EER samotných článků spolu s nárůstem maximální teploty, pro kterou zvládne jednotka dodat požadovaný chladicí výkon. Celkové EER se zvýšilo pouze pro vyšší teploty, naopak pro nižší teploty došlo k jeho poklesu z důvodu potřebného většího příkonu ventilátoru, jenž zajišťuje přívod vzduchu k chladiči z okolí. Příkon ventilátorů byl v modelu navýšen o konstantní hodnotu 50 W .

I přes pokles hodnot EER v určitém rozmezí teplot jde z hlediska chlazení o výhodné uspořádání. Hodnoty EER by navíc pro nižší teploty bylo možné zvýšit detailnějším návrhem venkovního chladiče a ventilátoru. Pro nižší venkovní teploty by totiž ventilátor mohl pracovat pro zajištění odvodu tepla z chladiče s nižším výkonem. Pro teploty přes $36 \text{ }^\circ\text{C}$ je uspořádání s využíváním tepla z okolí zřetelně výhodnější. Například pro dvacet článků a teplotu $38 \text{ }^\circ\text{C}$ přestávala jednotka fungovat a hodnota EER byla $1,02$, nyní pro tuto teplotu dosahuje EER hodnoty $2,05$ a zvládne pracovat až do $42 \text{ }^\circ\text{C}$.

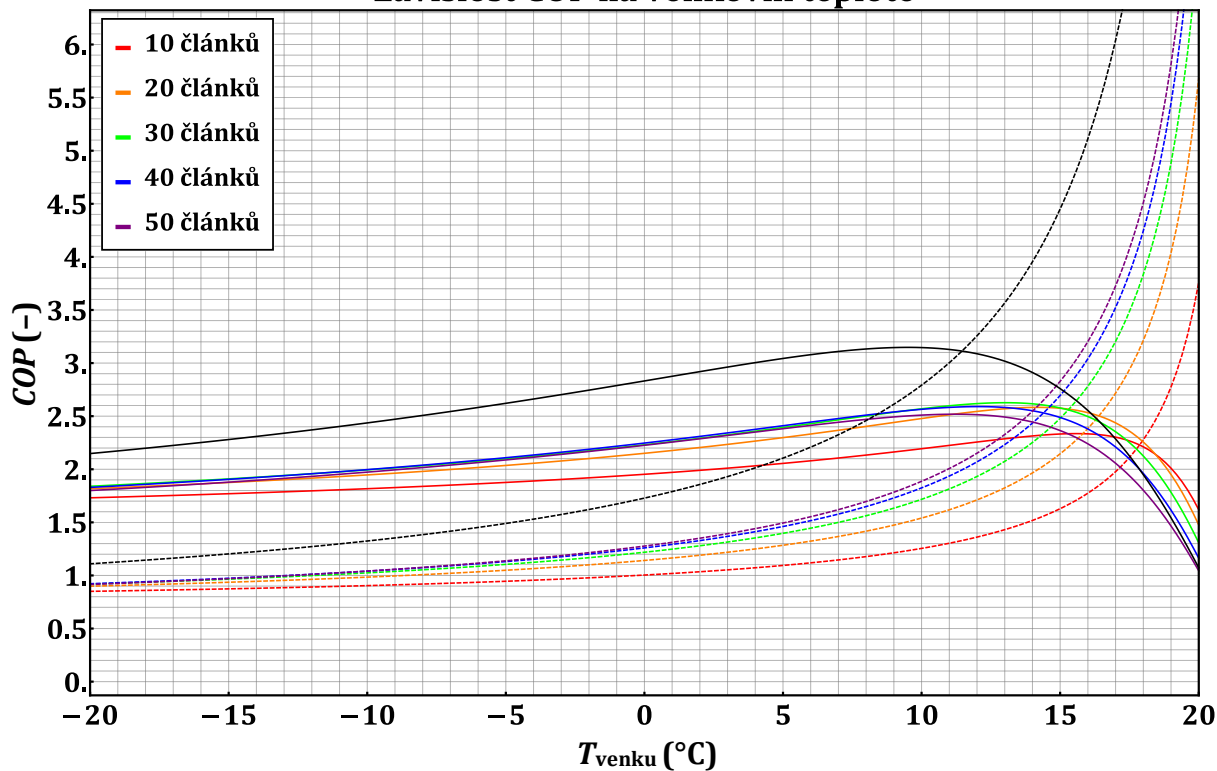
Na obrázku Obr. 3-15 je vynesena závislost COP . Pro rozmezí teplot -20 až $5 \text{ }^\circ\text{C}$ nedošlo k velkému poklesu, výrazná změna nastala pro vyšší teploty, kde došlo k poklesu z hodnot okolo tří na hodnoty kolem dvou, opět i díky příkonu ventilátoru.

Závislost EER na venkovní teplotě



Obr. 3-14 Závislost EER na venkovní teplotě pro konstantní T_H

Závislost COP na venkovní teplotě



Obr. 3-15 Závislost COP na venkovní teplotě pro konstantní T_c

ZÁVĚR

V této diplomové práci byly nejprve shrnuty známé fyzikální zákonitosti, pomocí nichž byly sestaveny matematické modely výměníku a Peltierova článku, které byly následně implementovány do výpočetního prostředí Mathematica. Právě tato implementace je stěžejní částí práce, modely jsou dobře fungující a časová náročnost výpočtu je přiměřená složitosti modelu. Díky představeným modelům, jejichž vytištěné zdrojové kódy jsou součástí přílohy B, je možné snadno zkoumat chování Peltierova článku za různých podmínek, a dokonce i v různých konfiguracích. V práci byl zkoumán vliv směru proudění tekutiny, možnosti řazení článků či vliv tepelných odporů. Dále bylo navrženo uspořádání článků v rámci větrací jednotky pro pasivní dům tak, aby byla jednotka schopna pokrýt tepelné ztráty uvažovaného objektu. Pro tuto ztrátu byly navrženy dvě varianty uspořádání a pro obě byla provedena optimalizace počtu článků z hlediska velikosti COP , přičemž výsledky jsou detailněji shrnuty na předchozích několika stránkách. Pro variantu A, která nezahrnuje rekuperační výměník pro zpětné získávání tepla, vychází hodnoty topného faktoru COP vyšší než dvě v celém rozsahu zkoumaných venkovních teplot, hodnoty chladícího faktoru se pohybují kolem jedné a půl. Ve variantě B, kde je zahrnuto zpětné získávání tepla, dosahují samotné články nižšího COP/EER než ve variantě A. Jako celý systém se zahrnutím příkonu ventilátoru a tepla sdíleného ve výměníku dosahuje ovšem tato varianta lehce vyšších hodnot než varianta A. Hlavní rozdíl mezi variantami není v hodnotách COP/EER , ale v poklesu potřebného množství Peltierových článků. Počet článků klesl přibližně desetkrát, k reálné hodnotě dvacet článků na jednotku.

Porovnáním se současnými tepelnými čerpadly vzduch-vzduch nebo vzduch-voda, jsou hodnoty COP/EER značně nižší. Zároveň v rámci uvažované jednotky není z důvodu nízkého výkonu předpokládán ohřev vody. Přesto se jedná o zajímavou oblast výzkumu díky stále menší potřebě tepelného výkonu v moderních budovách a zejména díky výhodám těchto jednotek jako jsou absence škodlivých plynů, bezhlučnost, bezúdržbový provoz či delší životnost. V práci navíc bylo ukázáno, jak důležité je zajistit odvod tepla z aktivní části a jak důležitý vliv má parametr ZT . S přihlédnutím k pokrokům, kterých bylo dosaženo ve vývoji fotovoltaických panelů, lze s trochou optimismu předpokládat podobný trend i ve zlepšování parametrů Peltierových článků.

Na práci je možné v budoucnu navázat například detailnějším návrhem odvodu tepla, jenž se ukázal být klíčovým parametrem či optimalizací uspořádání článků z hlediska teplotního rozdílu. Zajímavým, ačkoliv komplikovaným, řešením by totiž mohlo být uspořádání, ve kterém by v části s větším rozdílem teplot byly články ve dvou či více vrstvách. Toto řešení v kombinaci s inteligentním řízením proudu do jednotlivých článků by mohlo opět vést ke zlepšení hodnot COP/EER . Dalším způsobem, jak pokračovat v této práci, je sestavení prototypu a jeho testování v klimatické komoře za účelem potvrzení či vyvrácení modelovaných výsledků a zahrnutí tak případných vlivů, jež byly nyní zanedbány.

Autor této práce je přesvědčen, že práce může posloužit jako výborný odrazový můstek pro další výzkum v této oblasti na katedře elektroenergetiky. Zejména pak napsané kódy v prostředí Mathematica, jež jsou součástí tištěné i elektronické přílohy.

LITERATURA

- [1] EU. In focus: Energy efficiency in buildings. *European Commission* [online]. Brusel, 17.02.2020 [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: https://commission.europa.eu/news/focus-energy-efficiency-buildings-2020-02-17_en
- [2] DIAZ DE GARAYO S., A. MARTÍNEZ, D. ASTRAIN, "Optimal combination of an air-to-air thermoelectric heat pump with a heat recovery system to HVAC a passive house dwelling". *Applied Thermal Engineering* [online], 2022, roč. 309, [cit. 2023-04-08], ISSN 0306-2619. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.118443>.
- [3] DRKAL, František, Miloš LAIN a Vladimír ZMRHAL. *Klimatizace*. 2. přepracované vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2020. ISBN 978-80-01-06736-9.
- [4] HAN Tianhe, Guangcai GONG, Zhongbin LIU, Ling ZHANG, "Optimum design and experimental study of a thermoelectric ventilator". *Applied Thermal Engineering* [online], 2014, roč. 64, str. 529-539, [cit. 2023-04-08], ISSN 1359-4311. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.03.073>.
- [5] IBAÑEZ-PUY María, Javier BERMEJO-BUSTO, César MARTÍN-GÓMEZ, Marina VIDAURRE-ARBIZU, José Antonio SACRISTÁN-FERNÁNDEZ, "Thermoelectric cooling heating unit performance under real conditions". *Applied Energy* [online], 2017, roč. 200, str. 303-314, [cit. 2023-03-29]. ISSN 0306-2619. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.05.020>.
- [6] DIAZ DE GARAYO S., A. MARTÍNEZ, P. ARANGUREN, D. ASTRAIN, "Prototype of an air to air thermoelectric heat pump integrated with a double flux mechanical". *Applied Thermal Engineering* [online], 2021, roč. 190, [cit. 2023-04-08], ISSN 1359-4311. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116801>.
- [7] KALČÍK, Josef a Karel SÝKORA. *Technická termomechanika*. 1. vydání. Praha: Academia, nakladatelství Československé akademie věd, 1973.
- [8] LIENHARD, John H. *A Heat Transfer Textbook*. 5th ed. New York: Dover Publications, 2020.
- [9] BERGMAN, Theodore L., Adrienne S. LAVINE, Frank P. INCROPERA a David P. DEWITT. *Introduction to Heat Transfer*. 6th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011. ISBN 978-0470-50196-2.
- [10] KUTATELADZE, S. S., V. M. BORIŠANSKIJ a Miroslav HIBŠ. *Příručka sdílení tepla*. 1. vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962.
- [11] MICHEJEV, M. A. a N. GORBATOV. *Základy sdílení tepla*. 2. vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1953.
- [12] KOČÁRNÍK, Petr. *Strojní struktury elektráren* [přednáška]. Praha: ČVUT, 2021.
- [13] HRADÍLEK, Zdeněk, Ilona LÁZNIČKOVÁ a Vladimír KRÁL. *Elektrotepelná technika*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2011. ISBN 978-80-01-04938-9.
- [14] Convective Heat Transfer, *Engineering ToolBox*, (2003). [online] Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/convective-heat-transfer-d_430.html [cit. 2023-02-11].
- [15] Heatsink calculator, forced convection, *Heatscape*. [online]. Heatscape Inc- Silicon Valley Office 318 Digital Drive, Morgan Hill, CA 95037 [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://heatscapecal.com/>
- [16] Matuška, Tomáš. *Alternativní zdroje energie* [přednáška]. Praha: ČVUT, 2015. [cit. 2023-03-21] Dostupné z: <https://users.fs.cvut.cz/tomas.matuska/wordpress/wp-content/uploads/2015/02/>
- [17] POČINKOVÁ, Marcela a Danuše ČUPROVÁ. *Úsporný dům*. Brno: ERA group, 2004. Edice 21. století. ISBN 80-86517-96-9.
- [18] MACIÁ-BARBER, Enriquer. *Thermoelectric Materials: Advances and Applications*. Jenny Stanford Publishing, 2015. ISBN 978-981-4463-53-9.

-
- [19] MIKYŠKA, Ladislav. *Termoelektrické články*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964.
- [20] LENOIR, Bertrand. *Introduction to thermoelectricity* [přednáška]. Annecy: Institut Jean Lamour, Ecole des Mines, Nancy, 2014.
- [21] LUNDGAARD, Christian a Ole SIGMUND. "Design of segmented thermoelectric Peltier coolers by topology optimization". *Applied Energy* [online]. 2019, vol. 239, pp. 1003-1013, [cit. 2023-03-21]. ISSN 0306-2619. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.01.247>.
- [22] RIMBALA, Jan a Jan KYNCL. Possibilities of improving COP of Peltier cells as a heat pump [online]. 2022 22nd International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE), 2022 [cit. 2023-03-21]. Dostupné z: [doi:10.1109/EPE54603.2022.9814133](https://doi.org/10.1109/EPE54603.2022.9814133).
- [23] Yan Sun, Yue Liu, Ruichuan Li, Yanshuai Li a Shizheng Bai. "Strategies to Improve the Thermoelectric Figure of Merit in Thermoelectric Functional Materials." *Frontiers in Chemistry* [online]. 2022, vol. 10, [cit. 2023-03-25]. Dostupné z: <https://doi.org/10.3389/fchem.2022.865281>.
- [24] TRITT, T.M., M.A SUBRAMANIAN. "Thermoelectric Materials, Phenomena, and Applications: A Bird's Eye View". *MRS Bulletin* [online], 2006, vol. 31, pp. 188–198 [cit. 2023-03-25]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1557/mrs2006.44>.
- [25] TEC1-12706. Peltier modules [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://peltiermodules.com/peltier.datasheet/TEC1-12706.pdf>
- [26] S. Lineykin and S. Ben-Yaakov, "Analysis of thermoelectric coolers by a spice-compatible equivalent-circuit model". *IEEE Power Electronics Letters* [online], 2005, roč. 3, č. 2, str. 63-66, [cit. 2023-03-29]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/LPEL.2005.846822>.
- [27] H.Y. Zhang, Y.C. Mui, M. Tarin, "Analysis of thermoelectric cooler performance for high power electronic packages". *Applied Thermal Engineering* [online], 2010, roč. 30, str. 561-568, [cit. 2023-03-29]. ISSN 1359-4311. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2009.10.020>.
- [28] HOSSEIN Nami, Arash Nemati, Mortaza Yari, Faramarz Ranjbar, "A comprehensive thermodynamic and exergoeconomic comparison between single- and two-stage thermoelectric cooler and heater". *Applied Thermal Engineering* [online], 2017, roč. 124, str. 756-766, [cit. 2023-03-29]. ISSN 1359-4311. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.06.100>.
- [29] DRKAL, František a Vladimír ZMRHAL. *Větrání*. V Praze: České vysoké učení technické, 2013. ISBN 978-80-01-05181-8.
- [30] ŠAFAŘÍK, Pavel a Magda VESTFÁLOVÁ. *Termodynamika vlhkého vzduchu*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2016. ISBN 978-80-01-06020-9.
- [31] Aluminum Oxide, Al₂O₃ Ceramic Properties: Engineering Properties. *Accuratus* [online]. 2013 [cit. 2023-05-07]. Dostupné z: <https://accuratus.com/alumox.html>.
- [32] ARCTIC MX-4. *TSBohemia.cz* [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: https://www.tsbohemia.cz/arctic-mx-4-4g_d312802.html
- [33] REK+. *Recutech* [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://www.recutech.com/wp-content/uploads/doc/REK-Sheet-CZ.pdf>
- [34] Online calculator. *Recutech* [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://recutechcalculator.com/>
- [35] Can-Fan RK-L 125 mm. *Growmarket.cz* [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: <https://pjk94an.s5.cdn-upgates.com/p/p5cab30aafd75-canfan-rk-125l-datasheet-growmarket-cz.pdf>
- [36] DRKAL, František a Vladimír ZMRHAL. *Vybrané statě z větrání a klimatizace*. V Praze: České vysoké učení technické, 2018. ISBN 978-80-01-06458-0.
- [37] DRKAL, František, Miloš LAIN a Vladimír ZMRHAL. *Klimatizace*. 2. přepracované vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2020. ISBN 978-80-01-06736-9.

PŘÍLOHA A: SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

A.1 Seznam symbolů

\dot{Q}_H (W)	tepelný tok teplejší tekutiny
\dot{Q}_C (W)	tepelný tok chladnější tekutiny
\dot{Q}_S (W)	tepelný tok sdělený teplosměnnou plochou
\dot{m}_H (kg · s ⁻¹)	hmotnostní průtok teplejší tekutiny
\dot{m}_C (kg · s ⁻¹)	hmotnostní průtok chladnější tekutiny
T_{Hin} (K)	vstupní teplota teplejší tekutiny
T_{Hout} (K)	výstupní teplota teplejší tekutiny
T_{Cin} (K)	vstupní teplota chladnější tekutiny
T_{Cout} (K)	výstupní teplota chladnější tekutiny
A (m ²)	teplosměnná plocha
ΔT (K)	rozdíl teplot
ΔT_1 (K)	rozdíl teplot na jedné straně výměníku
ΔT_2 (K)	rozdíl teplot na druhé straně výměníku
ΔT_{str} (K)	střední teplotní spád
U (W · m ⁻² · K ⁻¹)	součinitel prostupu tepla
ψ (–)	korekční součinitel pro křížový výměník
P (–)	parametr pro výpočet korekčního součinitele
R (–)	parametr pro výpočet korekčního součinitele
ε (–)	efektivita výměníku
NTU (–)	parametr pro $\varepsilon - NTU$ metodu („Number of Transfer Units“)
λ (W · m ⁻¹ · K ⁻¹)	tepelná vodivost
d (m)	tloušťka vrstvy
α (W · m ⁻² · K ⁻¹)	součinitel přestupu tepla konvekcí
R_{th} (K · W ⁻¹)	tepelný odpor
Q_{AKU} (J)	teplo akumulované v kontrolním objemu
\dot{Q}_{VED} (W)	tepelný tok sdělený vedením tepla z kontrolního objemu
\dot{Q}_{ZDR} (W)	tepelný výkon zdrojů uvnitř kontrolního objemu
V (m ³)	kontrolní objem × objem místnosti
ρ (kg · m ⁻³)	hustota tekutiny
c_p (J · kg ⁻¹ · K ⁻¹)	izobarická měrná tepelná kapacita tekutiny
\vec{v} (m · s ⁻¹)	rychlost tekutiny
u (J · kg ⁻¹)	měrná vnitřní energie
w_{obj} (J · kg ⁻¹)	měrná objemová práce
w_{tlak} (J · kg ⁻¹)	měrná tlaková práce
w_o (J · kg ⁻¹)	měrná práce oběhu
η_T (–)	tepelná účinnost
η_{Tcar} (–)	tepelná účinnost Carnotova cyklu
η_{car} (–)	Carnotova účinnost
COP (–)	topný faktor tepelného stroje
EER (–)	chladicí faktor tepelného stroje
$COP_{T\check{c}}$ (–)	topný faktor tepelného čerpadla

U_S (V)	elektrické napětí generované Seebeckovým jevem
$S_{\alpha,\beta}$ ($V \cdot K^{-1}$)	Seebeckův koeficient přechodu dvou materiálů
\dot{Q}_P (W)	tepelný výkon generovaný Peltierovým jevem
$\Pi_{\alpha,\beta}$ (V)	Peltierův koeficient přechodu dvou materiálů
\dot{Q}_T (W)	tepelný výkon generovaný Thomsonovým jevem
$\tau_{\alpha,\beta}$ ($V \cdot K^{-1}$)	Thomsonův koeficient přechodu dvou materiálů
\vec{j} ($A \cdot m^{-2}$)	proudová hustota
φ (V)	elektrický potenciál
γ ($S \cdot m^{-1}$)	měrná elektrická vodivost
U_{el} (V)	elektrické napětí
Z (K^{-1})	součinitel efektivity
ZT (–)	parametr článku pro výpočet účinnosti
S ($V \cdot K^{-1}$)	Seebeckův koeficient Peltierova článku
R (Ω)	elektrický odpor Peltierova článku
K ($W \cdot K^{-1}$)	tepelná vodivost Peltierova článku
Q_H (W)	tepelný výkon teplejší strany Peltierova článku
Q_C (W)	chladič výkon chladnější strany Peltierova článku
Δp (Pa)	tlaková ztráta
P_{ven} (W)	elektrický příkon ventilátoru
η_{ven} (–)	účinnost ventilátoru

A.2 Seznam zkratk

EPBD	Energy Performance of Buildings Directive
EED	Energy Efficiency Directive
nZEB	nearly Zero-Energy Buildings
ZZT	Zpětné Získávání Tepla

PŘÍLOHA B: PROGRAMY V PROSTŘEDÍ MATHEMATICA

B.1 Souproudý výměník

```

Quiet@Remove["Global`*"];
mHcH = 2000; mCcC = 4000; UA = 6000; (*Definování vstupních parametrů*)
Model[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] :=
Module[{Q, UAseg, ThOut, TcOut, xOut}, (*Funkce pro výpočet teplotního profilu*)
  UAseg = UA / n; (*Rozčlenění plochy do n segmentů*)
  Q = UAseg (ThIn - TcIn); ThOut = ThIn -  $\frac{Q}{mHcH}$ ; TcOut = TcIn +  $\frac{Q}{mCcC}$ ;
  (*Rovnice popisující souproudý výměník*)
  xOut = xIn + 1. / n; (*Souřadnice ve směru x*)
  {ThOut, TcOut, xOut, n}]
ThIn = 30; TcIn = 5; ThOut = 20; (*Definování vstupních teplot*)
data[n_] := NestList[Model, {ThIn, TcIn, 0, n}, n]
(*n-krát volání funkce f1 pro výpočet teplotního profilu*)
(*Nastavení vykreslení*)
SetPlot = {PlotLabel -> "Teplotní profil pro n = 100",
  PlotLegends ->
  Placed[LineLegend[{"TH (x)", "TC (x)"},
    LegendFunction -> (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background -> White] &)], {Right, Top}],
  PlotStyle -> {Red, Blue}, Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 12],
  GridLines -> {Range[0, 1, .05], Range[-50, 50, 1]}, GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin],
  FrameLabel -> {"x [-]", "T [°C]"}, Frame -> True, FrameStyle -> Black,
  FrameTicks -> {{Range[-50, 50, 5], None}, {Range[0, 1, .1], None}}};
(*Vykreslení*)
ListLinePlot[
  Table[{{data[n][[All, 3]], data[n][[All, 1]]}^T, {data[n][[All, 3]], data[n][[All, 2]]}^T},
    {n, {1, 3, 7, 100}}][[4]], PlotRange -> {{0, 1}, {0, 35}}, AxesStyle -> Black,
  ImageSize -> 400, Evaluate[SetPlot]]

Cmin = Min[mHcH, mCcC]; Cmax = Max[mHcH, mCcC];
NTU = UA / Cmin (*Veličiny pro výpočet ε*);

$$\epsilon = \frac{1 - \text{Exp}\left[-\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) NTU\right]}{1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}};$$
 (*Výpočet ε souprodého výměníku podle [6]*)
Qskut = ε * Cmin * (ThIn - TcIn); (*Výpočet sděleného tepla*)
SpoctiChybu[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Q, kAseg, ThOut, TcOut, xOut, data, Qit, δQ},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, xIn, n}, n]; (*n-krát volání funkce f1*)
  Qit = mHcH * (ThIn - data[[1]]); (*Výpočet sděleného tepla pomocí f1*)
  δQ =  $\frac{Qit - Qskut}{Qskut} * 100 // N$  (*Výpočet rel. chyby*)
]
(*Tisk vypočtených hodnot*)
Grid[
  Prepend[Table[{n, NumberForm[SpoctiChybu[{ThIn, TcIn, 0, n}], 3]},
    {n, {10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000}}], {"n (-)", "δQ (%)"}, Frame -> All,
  ItemStyle -> Directive[FontSize -> 12, FontFamily -> "Cambria"]]

```

B.2 Protiproudý výměník

```

Quiet@Remove["Global`*"];
(*Definování vstupních parametrů*)
mHcH = 2000; mCcC = 4000; UA = 6000; ThIn = 20; TcOut = 5; n = 100;

(*Funkce pro výpočet teplotního profilu*)
Model[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Q, kAseg, ThOut, TcOut, xOut},
  kAseg = UA / n; (*Rozčlenění plochy do n segmentů*)
  (*Rovnice pro protiproudý výměník*)
  Q = kAseg (ThIn - TcIn); ThOut = ThIn -  $\frac{Q}{mHcH}$ ; TcOut = TcIn -  $\frac{Q}{mCcC}$ ;
  xOut = xIn + 1. / n; (*Souřadnice ve směru x*)
  {ThOut, TcOut, xOut, n}]

(*Funkce vracející výstupní teplotu*)
VypocetTcOut[{ThIn_, TcIn_, xIn_, n_}] := Module[{Th, Tc, data},
  data = NestList[Model, {ThIn, TcIn, xIn, n}, n];
  Tc = Last[data[[All, 2]]]

(*Výpočet výstupní teploty pro různé vstupní teploty*)
dataTc = Table[{TcIn, VypocetTcOut[{ThIn, TcIn, 0, n}]}, {TcIn, -10, 20, .1}];
(*Nalezení vstupní teploty pro požadovanou výstupní teplotu*)
TcIn = x /. FindRoot[Interpolation[dataTc][x] == TcOut, {x, 10}];
(*Výpočet a vykreslení teplotního profilu*)
data[n_] := NestList[Model, {ThIn, TcIn, 0, n}, n];

(*Nastavení vykreslení*)
SetPlot = {PlotLabel -> "Teplotní profil pro mHcH >> mCcC",
  PlotLegends ->
  Placed[LineLegend[{"TH (x)", "TC (x)"},
  LegendFunction -> (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background -> White] &)], {Left, Bottom}],
  PlotStyle -> {Red, Blue}, Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 12],
  GridLines -> {Range[0, 1, .05], Range[-50, 50, 1]}, GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin],
  FrameLabel -> {"x [-]", "T [°C]"}, Frame -> True, FrameStyle -> Black,
  FrameTicks -> {{Range[-50, 50, 5], None}, {Range[0, 1, .1], None}}];

(*Vykreslení*)
ListLinePlot[
  Table[{data[n][[All, 3]], data[n][[All, 1]]}^T, {data[n][[All, 3]], data[n][[All, 2]]}^T},
  {n, {1, 3, 7, 100}}][[4]], PlotRange -> {{0, 1}, {0, 25}}, AxesStyle -> Black,
  ImageSize -> 400, Evaluate[SetPlot]]

```

B.3 Peltierův článek – souproud

```

Quiet@Remove["Global`*"];

Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, QcN, QhN, PelN, QcKum, QhKum, PelKum, T},

  QcN = j  $\frac{s}{n}$  * (TcIn + 273) * i - j  $\frac{r}{2n}$  * i2 - j  $\frac{k}{n}$  * (ThIn - TcIn); (*Chladicí výkon*)
  QhN = j  $\frac{s}{n}$  * (ThIn + 273) * i + j  $\frac{r}{2n}$  * i2 - j  $\frac{k}{n}$  * (ThIn - TcIn); (*Tepelný výkon*)
  PelN = j  $\frac{s}{n}$  * (ThIn - TcIn) * i + j  $\frac{r}{n}$  * i2; (*Elektrický výkon*)

  ThOut = ThIn +  $\frac{QhN}{mH * cH}$ ; TcOut = TcIn -  $\frac{QcN}{mC * cC}$ ; (*Výstupní teploty*)
  QcKum = QcIn + QcN; QhKum = QhIn + QhN; PelKum = PelIn + PelN;
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum}
]

Vypocitej[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{EER, COP, Qh, Qc, Pel, Th, Tc, data},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0}, n * m];
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]];
  Qc = data[[5]]; Qh = data[[6]]; Pel = data[[7]];
  COP =  $\frac{\text{data}[[6]]}{\text{data}[[7]]}$ ; EER =  $\frac{\text{data}[[5]]}{\text{data}[[7]]}$ ;
  {Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, EER}
]

s = .048; r = 1.752; k = .5436; mH = 0.03; mC = 0.03; cH = cC = 1000; ThIn = 20; TcIn = 10;
n = 50; (*Počet izotermických úseků na článek*)
m = 10; (*Počet PC zařazených za sebou*)
j = 2; (*Počet PC vedle sebe*)
rozsah1 = {-20, -10, 0, 10, 15}; (*Rozsah první měněné veličiny, např TcIn*)
rozsah2 = Range[.05, 6, .05]; (*Rozsah druhé měněné veličiny, např i*)
data = Table[Vypocitej[ThIn, TcIn, i, n, m], {TcIn, rozsah1}, {i, rozsah2}];

(*-----Nastavení vykreslení grafu-----*)
SetPlot = {PlotLabel -> "COP = f(I, Tc) TH = 40 °C",
  PlotLegends -> Placed[LineLegend[{"-20 °C", "-10 °C", " 0 °C", " 10 °C", " 20 °C"},
  LegendFunction -> (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background -> White] &)], {Right, Top}],
  PlotStyle -> Table[ColorData["Rainbow", (i/4)], {i, 0, 4}], Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 12],
  GridLines -> {Range[0, Max[rozsah2], .2], Range[0, 6, .2]},
  GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin], FrameLabel -> {"I [A]", "COP [-]"},
  Frame -> True, FrameStyle -> Black};

(*-----*)
VydejData[cisloVel_] :=
  Table[{index2 * Last[rozsah2] / Length[rozsah2], data[[index1, index2, cisloVel]]},
  {index1, Length[rozsah1]}, {index2, Length[rozsah2]}];
VykresliData[dataVel_] := ListLinePlot[dataVel, PlotRange -> {{0, 6}, {0, 6}}, Evaluate[SetPlot]]

dataTh = VydejData[1]; dataTc = VydejData[2];
dataQh = VydejData[3]; dataQc = VydejData[4]; dataPel = VydejData[5];
dataCOP = VydejData[6]; dataEER = VydejData[7];

VykresliData[dataCOP]

```

B.4 Peltierův článek – protiproud

```

Quiet@Remove["Global`*"];

Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, QcN, QhN, PelN, QcKum, QhKum, PelKum, T},
  QcN =  $\frac{s}{n} * (TcIn + 273) * i - \frac{r}{2n} * i^2 - \frac{k}{n} * (ThIn - TcIn)$ ; (*Chladicí výkon*)
  QhN =  $\frac{s}{n} * (ThIn + 273) * i + \frac{r}{2n} * i^2 - \frac{k}{n} * (ThIn - TcIn)$ ; (*Tepelný výkon*)
  PelN =  $\frac{s}{n} * (ThIn - TcIn) * i + \frac{r}{n} * i^2$ ; (*Elektrický výkon*)
  ThOut =  $ThIn + \frac{QhN}{mH * cH}$ ; TcOut =  $TcIn + \frac{QcN}{mC * cC}$ ; (*Výstupní teploty*)
  QcKum = QcIn + QcN; QhKum = QhIn + QhN; PelKum = PelIn + PelN;
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum}
]

vypocitejTcOut[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{data, TcOut},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0}, n * m];
  TcOut = data[[2]]
]

Vypocitej[ThIn_, TcOut_, i_, n_, m_] :=
Module[{dataTc, res, data, Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, EER, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, vypocitejTcOut[ThIn, TcIn, i, n, m]},
    {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 20}];
  (*Data pro interpolaci*)
  rce = a + b x + c x2 + d x3; (*Rovnice pro interpolaci*)
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b, c, d}, x];
  sol = rce /. solpara;
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}]; (*Nalezení řešení*)
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0}, n * m];
  (*Výpočet PC po jednotlivých elementech se správnou hodnotou TcIn,
  obdobně jako u souproudu, ve funkci f jenom změněné znaménko u výpočtu TcOut*)
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]];
  Qh = data[[6]]; Qc = data[[5]]; Pel = data[[7]];
  COP =  $\frac{data[[6]]}{data[[7]]}$ ; EER =  $\frac{data[[5]]}{data[[7]]}$ ;
  {Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, EER}
]

s = .048; r = 1.752; k = .5436; mH = 0.03; mC = 0.03; cH = cC = 1000; ThIn = 20; TcIn = 10;
n = 50; (*Počet izotermických úseků na článek*)
m = 10; (*Počet PC zařazených za sebou*)
j = 2; (*Počet PC vedle sebe*)
rozsah1 = {-20, -10, 0, 10, 15}; (*Rozsah první měněné veličiny, např TcIn*)
rozsah2 = Range[.05, 6, .05]; (*Rozsah druhé měněné veličiny, např i*)
data = Table[Vypocitej[ThIn, TcIn, i, n, m], {TcIn, rozsah1}, {i, rozsah2}];

```

```
(*-----Nastavení vykreslení grafu-----*)
SetPlot = {PlotLabel → "COP = f(I, Tc)  $T_{Hin} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ",
  PlotLegends → Placed[LineLegend[{"-20 °C", "-10 °C", " 0 °C", " 10 °C", " 15 °C"},
  LegendFunction → (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background → White] &)], {Right, Top}],
  PlotStyle → Table[ColorData["Rainbow", (i / 4)], {i, 0, 4}], Axes → None,
  LabelStyle → Directive[Black, Bold, FontFamily → "Cambria", FontSize → 12],
  GridLines → {Range[0, 7, .2], Range[0, 7, .2]}, GridLinesStyle → Directive[Gray, Thin],
  FrameLabel → {"I [A]", "COP [-]"}, Frame → True, FrameStyle → Black};
(*-----*)
VydejData[cisLoVel_] :=
  Table[{index2 * Last[rozsah2] / Length[rozsah2], data[[index1, index2, cisLoVel]]},
  {index1, Length[rozsah1]}, {index2, Length[rozsah2]};
VykresliData[dataVel_] := ListLinePlot[dataVel, PlotRange → {{0, 6}, {0, 7}}, Evaluate[SetPlot]]

dataTh = VydejData[1]; dataTc = VydejData[2];
dataQh = VydejData[3]; dataQc = VydejData[4]; dataPe1 = VydejData[5];
dataCOP = VydejData[6]; dataEER = VydejData[7];

VykresliData[dataCOP]
```

B.5 Vliv tepelného odporu

```

Quiet@Remove["Global`*"];

rce = {
  Qc ==  $\frac{TcIn - Tc}{Rcs \frac{n}{j}}$ , Qc ==  $s \frac{j}{n} * i * (Tc + 273) - \frac{1}{2} i^2 * r \frac{j}{n} - k \frac{j}{n} * (Th - Tc)$ ,
  Qh ==  $\frac{Th - ThIn}{Rhs \frac{n}{j}}$ , Qh ==  $s \frac{j}{n} * i * (Th + 273) + \frac{1}{2} i^2 * r \frac{j}{n} - k \frac{j}{n} * (Th - Tc)$ 
};

res = Solve[rce, {Qc, Qh, Th, Tc}];
Qc /. res[[1]] // Simplify
Qh /. res[[1]] // Simplify
Th /. res[[1]] // Simplify
Tc /. res[[1]] // Simplify
Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, QcN, QhN, PelN, QcKum, QhKum, PelKum, T},
  Rcs = Rhs;
  QcN =  $\frac{j (i^3 r Rhs s + 2 i s (273 + TcIn) - i^2 (r + 2 k r Rhs + 2 Rhs s^2 (273 + TcIn)) + 2 k (TcIn - ThIn))}{2 n (k (Rcs + Rhs) - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))}$ ;
  (*Chladicí výkon*)
  QhN =  $\frac{j (i^3 r Rcs s + 2 k (TcIn - ThIn) + 2 i s (273 + ThIn) + i^2 (r + 2 k r Rcs + 2 Rcs s^2 (273 + ThIn)))}{2 n (k (Rcs + Rhs) - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))}$ ;
  (*Tepelný výkon*)
  PelN = QhN - QcN; (*Elektrický výkon*)
  ThOut =  $ThIn + \frac{QhN}{mH * cH}$ ; TcOut =  $TcIn - \frac{QcN}{mC * cC}$ ; (*Výstupní teploty*)
  QcKum = QcIn + QcN; QhKum = QhIn + QhN; PelKum = PelIn + PelN;
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum}
]

Vypocitej[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{EER, COP, Qh, Qc, Pel, Th, Tc, data},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0}, n * m];
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]];
  Qc = data[[5]]; Qh = data[[6]]; Pel = data[[7]];
  COP =  $\frac{data[[6]]}{data[[7]]}$ ; EER =  $\frac{data[[5]]}{data[[7]]}$ ;
  {Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, EER}
]

s = .048; r = 1.752; k = .5436; mH = 0.03; mC = 0.03; cH = cC = 1000; ThIn = 20; TcIn = 15;
n = 50; (*Počet izotermických úseků na článek*)
m = 10; (*Počet PC zařazených za sebou*)
j = 2; (*Počet PC vedle sebe*)
rozsah1 = {0, .2, .4, .6, 1}; (*Rozsah první měněné veličiny, např TcIn*)
rozsah2 = Range[.05, 6, .05]; (*Rozsah druhé měněné veličiny, např i*)
data = Table[Vypocitej[ThIn, TcIn, i, n, m], {Rhs, rozsah1}, {i, rozsah2}];

```

```

j (i^3 r Rhs s + 2 i s (273 + TcIn) - i^2 (r + 2 k r Rhs + 2 Rhs s^2 (273 + TcIn)) + 2 k (TcIn - ThIn))
  2 n (k (Rcs + Rhs) - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))
j (i^3 r Rcs s + 2 k (TcIn - ThIn) + 2 i s (273 + ThIn) + i^2 (r + 2 k r Rcs + 2 Rcs s^2 (273 + ThIn)))
  2 n (k (Rcs + Rhs) - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))
(i^3 r Rcs Rhs s + i^2 Rhs (r + 2 k r Rcs + 546 Rcs s^2) + 2 i s (273 Rhs + Rcs ThIn) +
  2 (k Rhs TcIn + ThIn + k Rcs ThIn)) / (2 k (Rcs + Rhs) - 2 (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))
(i^3 r Rcs Rhs s - i^2 Rcs (r + 2 k r Rhs + 546 Rhs s^2) + 2 i s (273 Rcs + Rhs TcIn) -
  2 (TcIn + k Rhs TcIn + k Rcs ThIn)) / (-2 k (Rcs + Rhs) + 2 (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))

(*-----Nastavení vykreslení grafu-----*)
SetPlot = {PlotLabel -> "COP = f(I, Tc)_{T_H = 40 °C",
  PlotLegends ->
    Placed[LineLegend[{"0,0 K·W-1", "0,2 K·W-1", "0,4 K·W-1", "0,6 K·W-1", "1,0 K·W-1"},
      LegendFunction -> (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background -> White] &)], {Right, Top}],
  PlotStyle -> Table[ColorData["Rainbow", 1 - (i / 4)], {i, 0, 4}], Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 12],
  GridLines -> {Range[0, Max[rozsah2], .2], Range[0, 6, .2]},
  GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin], FrameLabel -> {"I [A]", "COP [-]"},
  Frame -> True, FrameStyle -> Black};

(*-----*)
VydejData[cisLoVeL_] :=
  Table[{index2 * Last[rozsah2] / Length[rozsah2], data[[index1, index2, cisLoVeL]]},
    {index1, Length[rozsah1]}, {index2, Length[rozsah2]};
VykresliData[dataVeL_] := ListLinePlot[dataVeL, PlotRange -> {{0, 6}, {0, 6}}, Evaluate[SetPlot]]

dataTh = VydejData[1]; dataTc = VydejData[2];
dataQh = VydejData[3]; dataQc = VydejData[4]; dataPel = VydejData[5];
dataCOP = VydejData[6]; dataEER = VydejData[7];
VykresliData[dataCOP]

```

B.6 Řazení článků na sebe

```
Quiet@Remove["Global`*"];
```

```
rce = {
```

$$Qc1 = \frac{TcIn - Tc1}{(Rs + Rtha) n / j}, Qc1 = \frac{j}{n} \left(s * i1 * (Tc1 + 273) - \frac{1}{2} i1^2 * r - k * (Th1 - Tc1) \right),$$

$$Qh2 = \frac{Th2 - ThIn}{(Rs + Rtha) n / j}, Qh2 = \frac{j}{n} \left(s * i2 * (Th2 + 273) + \frac{1}{2} i2^2 * r - k * (Th2 - Tc2) \right),$$

$$Qc2 = \frac{Ths - Tc2}{(Rs * n / j)}, Qc2 = \frac{j}{n} \left(s * i2 * (Tc2 + 273) - \frac{1}{2} i2^2 * r - k * (Th2 - Tc2) \right),$$

$$Qh1 = \frac{Th1 - Ths}{(Rs * n / j)}, Qh1 = \frac{j}{n} \left(s * i1 * (Th1 + 273) + \frac{1}{2} i1^2 * r - k * (Th1 - Tc1) \right),$$

```
Qh1 == Qc2
```

```
};
```

(*Vyřešení soustavy rovnic a dosazení řešení*)

```
res = Solve[rce, {Qc1, Qh1, Th1, Tc1, Qc2, Qh2, Th2, Tc2, Ths}];
```

```
Qc1 = Qc1 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Qh2 = Qh2 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Qc2 = Qc2 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Qh1 = Qh1 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Th1 = Th1 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Tc1 = Tc1 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Th2 = Th2 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Tc2 = Tc2 /. res[[1]] // FullSimplify
```

```
Ths = Ths /. res[[1]] // FullSimplify
```

$$\left(j \left(i1^3 r s \left(k \left(3 Rs + Rtha \right) - \left(1 + 2 i2 Rs s \right) \left(-1 + i2 \left(Rs + Rtha \right) s \right) \right) + 2 i1 s \left(k - i2 s \left(-1 + i2 \left(Rs + Rtha \right) s \right) \right) \left(273 + TcIn \right) + i1^2 \left(-2 k^2 r \left(3 Rs + Rtha \right) + k \left(r \left(-3 + 2 i2 s \left(-Rs + Rtha + 2 i2 Rs \left(Rs + Rtha \right) s \right) - 2 \left(3 Rs + Rtha \right) s^2 \left(273 + TcIn \right) \right) + s \left(-1 + i2 \left(Rs + Rtha \right) s \right) \left(2 s \left(273 + TcIn \right) + i2 \left(r + 4 Rs s^2 \left(273 + TcIn \right) \right) \right) \right) - k \left(-i2^3 r \left(Rs + Rtha \right) s - 2 i2 s \left(273 + TcIn \right) + i2^2 \left(r + 2 k r \left(Rs + Rtha \right) + 2 \left(Rs + Rtha \right) s^2 \left(273 + TcIn \right) \right) + 2 k \left(-TcIn + ThIn \right) \right) \right) / \left(2 n \left(2 k^2 \left(2 Rs + Rtha \right) + s \left(i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s \right) \left(1 + i1 \left(Rs + Rtha \right) s \right) \left(-1 + i2 \left(Rs + Rtha \right) s \right) + k \left(2 + 2 \left(-i1 + i2 \right) Rs s - \left(i1^2 + i2^2 \right) \left(Rs + Rtha \right) \left(3 Rs + Rtha \right) s^2 \right) \right) \right)$$

$$\left(j \left(i1^3 k r \left(Rs + Rtha \right) s + i2^3 r \left(1 + k \left(3 Rs + Rtha \right) \right) s + 2 k^2 \left(TcIn - ThIn \right) + 2 i2 k s \left(273 + ThIn \right) + i2^2 \left(3 k r + 2 k^2 r \left(3 Rs + Rtha \right) + 2 s^2 \left(273 + ThIn \right) + 2 k \left(3 Rs + Rtha \right) s^2 \left(273 + ThIn \right) \right) - i1 s \left(2 k \left(-273 + i2^2 r \left(Rs - Rtha \right) - ThIn \right) + i2 \left(1 + i2 \left(Rs - Rtha \right) s \right) \left(i2 r + 2 s \left(273 + ThIn \right) \right) \right) + i1^2 \left(2 k^2 r \left(Rs + Rtha \right) - i2 \left(Rs + Rtha \right) s^2 \left(1 + 2 i2 Rs s \right) \left(i2 r + 2 s \left(273 + ThIn \right) \right) + k \left(r - 4 i2^2 r Rs \left(Rs + Rtha \right) s^2 + 2 \left(Rs + Rtha \right) s^2 \left(273 + ThIn \right) \right) \right) \right) / \left(2 n \left(2 k^2 \left(2 Rs + Rtha \right) + s \left(i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s \right) \left(1 + i1 \left(Rs + Rtha \right) s \right) \left(-1 + i2 \left(Rs + Rtha \right) s \right) + k \left(2 + 2 \left(-i1 + i2 \right) Rs s - \left(i1^2 + i2^2 \right) \left(Rs + Rtha \right) \left(3 Rs + Rtha \right) s^2 \right) \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
 & (j (i1^3 r (Rs + Rtha) s (k - i2 s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) + \\
 & \quad i1 s (i2^2 r (1 - i2 (Rs + Rtha) s) + 2 k (273 + i2^2 r (Rs + Rtha) + ThIn)) - \\
 & \quad k (-i2^3 r (Rs + Rtha) s - 2 i2 s (273 + TcIn) + \\
 & \quad \quad i2^2 (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + TcIn)) + 2 k (-TcIn + ThIn)) + \\
 & \quad i1^2 (2 k^2 r (Rs + Rtha) + i2 r s - i2^3 r (Rs + Rtha)^2 s^3 + \\
 & \quad \quad k (r + 2 i2 r (Rs + Rtha) s + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + ThIn)))) / \\
 & (2 n (2 k^2 (2 Rs + Rtha) + s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2))) \\
 & (j (i1^3 r (Rs + Rtha) s (k - i2 s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) + \\
 & \quad i1 s (i2^2 r (1 - i2 (Rs + Rtha) s) + 2 k (273 + i2^2 r (Rs + Rtha) + ThIn)) - \\
 & \quad k (-i2^3 r (Rs + Rtha) s - 2 i2 s (273 + TcIn) + \\
 & \quad \quad i2^2 (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + TcIn)) + 2 k (-TcIn + ThIn)) + \\
 & \quad i1^2 (2 k^2 r (Rs + Rtha) + i2 r s - i2^3 r (Rs + Rtha)^2 s^3 + \\
 & \quad \quad k (r + 2 i2 r (Rs + Rtha) s + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + ThIn)))) / \\
 & (2 n (2 k^2 (2 Rs + Rtha) + s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2))) \\
 & (-i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (Rs + Rtha)) s + i1^2 (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) \\
 & \quad (k (3 Rs + Rtha) - (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) - \\
 & \quad i1^3 r (Rs + Rtha) s (-k (3 Rs + Rtha) + (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) + \\
 & \quad 2 i2 s (-273 (1 + k (Rs + Rtha)) + k (Rs - Rtha) TcIn) + \\
 & \quad i2^2 ((1 + k (Rs + Rtha)) (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) - 4 k Rs (Rs + Rtha) s^2 TcIn) + \\
 & \quad 2 k (TcIn + k (3 Rs + Rtha) TcIn + ThIn + k (Rs + Rtha) ThIn) + \\
 & \quad i1 s (- (546 + i2^2 r (Rs + Rtha) + 546 i2 (Rs - Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad \quad 2 k (i2^2 r Rs^2 + Rtha (273 + i2^2 r Rtha + ThIn) + Rs (819 + 2 i2^2 r Rtha + ThIn)))) / \\
 & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)) \\
 & (-i2^3 k r (Rs + Rtha)^2 s + i1^3 r (Rs + Rtha) s (-k (3 Rs + Rtha) + (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) + \\
 & \quad i1^2 (Rs + Rtha) (2 k^2 r (3 Rs + Rtha) - s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) (546 s + i2 (r + 1092 Rs s^2)) + \\
 & \quad \quad k (546 (3 Rs + Rtha) s^2 + r (3 - 2 i2 s (-Rs + Rtha + 2 i2 Rs (Rs + Rtha) s)))) + \\
 & \quad 2 i2 s (-273 k (Rs + Rtha) + TcIn + k (Rs - Rtha) TcIn) + \\
 & \quad i2^2 (Rs + Rtha) (k r (1 + 2 k (Rs + Rtha)) + 546 k (Rs + Rtha) s^2 - 2 (1 + 2 k Rs) s^2 TcIn) + \\
 & \quad 2 i1 s (-273 k (Rs + Rtha) - k (3 Rs + Rtha) TcIn + \\
 & \quad \quad (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) (273 i2 (Rs + Rtha) s + TcIn + 2 i2 Rs s TcIn)) + \\
 & \quad 2 k ((2 + 3 k Rs + k Rtha) TcIn + k (Rs + Rtha) ThIn)) / \\
 & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)) \\
 & (i1^3 k r (Rs + Rtha)^2 s + i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + \\
 & \quad i2^2 (Rs + Rtha) (k r (3 + 2 k (3 Rs + Rtha)) + 546 (1 + k (3 Rs + Rtha)) s^2) + \\
 & \quad 2 i2 s (273 k (Rs + Rtha) + ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) + \\
 & \quad 2 k (k (Rs + Rtha) TcIn + 2 ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) - \\
 & \quad i1 s ((1 + i2 (Rs - Rtha) s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\
 & \quad \quad 2 k ((-273 + i2^2 r (Rs - Rtha)) (Rs + Rtha) + (Rs - Rtha) ThIn)) - \\
 & \quad i1^2 (Rs + Rtha) (-2 k^2 r (Rs + Rtha) + s^2 (1 + 2 i2 Rs s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\
 & \quad \quad k (r (-1 + 4 i2^2 Rs (Rs + Rtha) s^2) + 2 s^2 (-273 (Rs + Rtha) + 2 Rs ThIn)))) / \\
 & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\
 & \quad 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (i1^3 k r (Rs + Rtha)^2 s + i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + \\ & i2^2 (Rs + Rtha) (k r (3 + 2 k (3 Rs + Rtha)) + 546 (1 + k (3 Rs + Rtha)) s^2) + \\ & 2 i2 s (273 k (Rs + Rtha) + ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) + \\ & 2 k (k (Rs + Rtha) TcIn + 2 ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) - \\ & i1 s ((1 + i2 (Rs - Rtha) s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\ & 2 k ((-273 + i2^2 r (Rs - Rtha)) (Rs + Rtha) + (Rs - Rtha) ThIn)) - \\ & i1^2 (Rs + Rtha) (-2 k^2 r (Rs + Rtha) + s^2 (1 + 2 i2 Rs s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\ & k (r (-1 + 4 i2^2 Rs (Rs + Rtha) s^2) + 2 s^2 (-273 (Rs + Rtha) + 2 Rs ThIn))) / \\ & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + \\ & i2^2 (1 + k (3 Rs + Rtha)) (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) + \\ & i1^3 r (Rs + Rtha) s (1 + (Rs + Rtha) (k - i2 s)) - 2 i2 s \\ & (273 + 273 k (3 Rs + Rtha) + k (Rs + Rtha) TcIn) + i1 s (-2 k (-273 + i2^2 r (Rs - Rtha)) (Rs + Rtha) + \\ & (-546 + i2 (Rs - Rtha) (i2 r - 546 s)) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + 2 k (-Rs + Rtha) ThIn) + \\ & 2 k (TcIn + k (Rs + Rtha) TcIn + ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) + \\ & i1^2 (r + r (Rs + Rtha) (2 k^2 (Rs + Rtha) + k (3 - 2 i2 (Rs + Rtha) s (1 + 2 i2 Rs s)) + \\ & i2 s (-1 + 2 i2 Rs s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s))) + \\ & 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 k (Rs + Rtha) - 273 (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) - 2 k Rs ThIn)) / \\ & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)) \end{aligned}$$

Qh2 =

$$\begin{aligned} & (j (i1^3 k r (Rs + Rtha) s + i2^3 r (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + 2 k^2 (TcIn - ThIn) + 2 i2 k s (273 + ThIn) + \\ & i2^2 (3 k r + 2 k^2 r (3 Rs + Rtha) + 2 s^2 (273 + ThIn) + 2 k (3 Rs + Rtha) s^2 (273 + ThIn)) - \\ & i1 s (2 k (-273 + i2^2 r (Rs - Rtha) - ThIn) + i2 (1 + i2 (Rs - Rtha) s) (i2 r + 2 s (273 + ThIn))) + \\ & i1^2 (2 k^2 r (Rs + Rtha) - i2 (Rs + Rtha) s^2 (1 + 2 i2 Rs s) (i2 r + 2 s (273 + ThIn)) + \\ & k (r - 4 i2^2 r Rs (Rs + Rtha) s^2 + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + ThIn)))) / \\ & (2 n (2 k^2 (2 Rs + Rtha) + s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)); \end{aligned}$$

Qc1 =

$$\begin{aligned} & (j (i1^3 r s (k (3 Rs + Rtha) - (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) + \\ & 2 i1 s (k - i2 s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s)) (273 + TcIn) + \\ & i1^2 \\ & (-2 k^2 r (3 Rs + Rtha) + \\ & k (r (-3 + 2 i2 s (-Rs + Rtha) + 2 i2 Rs (Rs + Rtha) s)) - 2 (3 Rs + Rtha) s^2 (273 + TcIn)) + \\ & s (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) (2 s (273 + TcIn) + i2 (r + 4 Rs s^2 (273 + TcIn)))) - \\ & k (-i2^3 r (Rs + Rtha) s - 2 i2 s (273 + TcIn) + \\ & i2^2 (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 + TcIn)) + 2 k (-TcIn + ThIn))) / \\ & (2 n (2 k^2 (2 Rs + Rtha) + s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)); \end{aligned}$$

s = .048; r = 1.752; k = .5436; mH = 0.03; mC = 0.03; cH = cC = 1000;

Rs = .07; Rtha = .2; n = 1; m = 10; j = 1; ThIn = 20.; TcIn = -20.; COP = Qh2 / (Qh2 - Qc1);

ContourPlot[Qh2, {i1, .01, 6.}, {i2, .01, 6.}, PlotLegends -> Automatic, Contours -> 14,
ColorFunction -> "Rainbow", PlotRange -> {All, All, {0, 150}}, FrameStyle -> Directive[Black, Thick],
LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 36], ImageSize -> Large]

ContourPlot[COP, {i1, .01, 6.}, {i2, .01, 6.}, PlotLegends -> Automatic, Contours -> 14,

ColorFunction -> "Rainbow", PlotRange -> {All, All, {0, 1000, .1}},

FrameStyle -> Directive[Black, Thick],

LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 36], ImageSize -> Large]

```

Model[{ThIn_, TcIn_, i1_, i2_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, Th1, Tc1, Th2, Tc2, Ths, Qc1, Qh1, Qc2, Qh2, Pel1, Pel2, QcKum,
  QhKum, PelKum, T},
  Tc1 =
  (

$$\begin{aligned}
& -i_2^3 k r (Rs + Rtha)^2 s + i_1^3 r (Rs + Rtha) s (-k (3 Rs + Rtha) + (1 + 2 i_2 Rs s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s)) + \\
& i_1^2 (Rs + Rtha) (2 k^2 r (3 Rs + Rtha) - s (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) (546 s + i_2 (r + 1092 Rs s^2)) + \\
& k (546 (3 Rs + Rtha) s^2 + r (3 - 2 i_2 s (-Rs + Rtha + 2 i_2 Rs (Rs + Rtha) s))) + \\
& 2 i_2 s (-273 k (Rs + Rtha) + TcIn + k (Rs - Rtha) TcIn) + \\
& i_2^2 (Rs + Rtha) (k r (1 + 2 k (Rs + Rtha)) + 546 k (Rs + Rtha) s^2 - 2 (1 + 2 k Rs) s^2 TcIn) + \\
& 2 i_1 s (-273 k (Rs + Rtha) - k (3 Rs + Rtha) TcIn + \\
& (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) (273 i_2 (Rs + Rtha) s + TcIn + 2 i_2 Rs s TcIn)) + \\
& 2 k ((2 + 3 k Rs + k Rtha) TcIn + k (Rs + Rtha) ThIn) ) / \\
& (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i_1 - i_2 + 2 i_1 i_2 Rs s) (1 + i_1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) + \\
& 2 k (2 + 2 (-i_1 + i_2) Rs s - (i_1^2 + i_2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2));
  Th1 =
  (

$$\begin{aligned}
& -i_2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (Rs + Rtha)) s + \\
& i_1^2 (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) \\
& (k (3 Rs + Rtha) - (1 + 2 i_2 Rs s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s)) - \\
& i_1^3 r (Rs + Rtha) s (-k (3 Rs + Rtha) + (1 + 2 i_2 Rs s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s)) + \\
& 2 i_2 s (-273 (1 + k (Rs + Rtha)) + k (Rs - Rtha) TcIn) + \\
& i_2^2 ((1 + k (Rs + Rtha)) (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) - 4 k Rs (Rs + Rtha) s^2 TcIn) + \\
& 2 k (TcIn + k (3 Rs + Rtha) TcIn + ThIn + k (Rs + Rtha) ThIn) + \\
& i_1 s (- (546 + i_2^2 r (Rs + Rtha) + 546 i_2 (Rs - Rtha) s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) + \\
& 2 k (i_2^2 r Rs^2 + Rtha (273 + i_2^2 r Rtha + ThIn) + Rs (819 + 2 i_2^2 r Rtha + ThIn))) ) / \\
& (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i_1 - i_2 + 2 i_1 i_2 Rs s) (1 + i_1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) + \\
& 2 k (2 + 2 (-i_1 + i_2) Rs s - (i_1^2 + i_2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2));
  Tc2 =
  (

$$\begin{aligned}
& -i_2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + \\
& i_2^2 (1 + k (3 Rs + Rtha)) (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) + \\
& i_1^3 r (Rs + Rtha) s (1 + (Rs + Rtha) (k - i_2 s)) - \\
& 2 i_2 s (273 + 273 k (3 Rs + Rtha) + k (Rs + Rtha) TcIn) + \\
& i_1 s (-2 k (-273 + i_2^2 r (Rs - Rtha)) (Rs + Rtha) + \\
& (-546 + i_2 (Rs - Rtha) (i_2 r - 546 s)) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) + 2 k (-Rs + Rtha) ThIn) + \\
& 2 k (TcIn + k (Rs + Rtha) TcIn + ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) + \\
& i_1^2 \\
& (r + r (Rs + Rtha) (2 k^2 (Rs + Rtha) + k (3 - 2 i_2 (Rs + Rtha) s (1 + 2 i_2 Rs s)) + \\
& i_2 s (-1 + 2 i_2 Rs s (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s))) + \\
& 2 (Rs + Rtha) s^2 (273 k (Rs + Rtha) - 273 (1 + 2 i_2 Rs s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) - 2 k Rs ThIn) ) ) / \\
& (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i_1 - i_2 + 2 i_1 i_2 Rs s) (1 + i_1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i_2 (Rs + Rtha) s) + \\
& 2 k (2 + 2 (-i_1 + i_2) Rs s - (i_1^2 + i_2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2));
\end{aligned}$$$$$$

```

Th2 =

$$\begin{aligned} & (i1^3 k r (Rs + Rtha)^2 s + i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (3 Rs + Rtha)) s + \\ & i2^2 (Rs + Rtha) (k r (3 + 2 k (3 Rs + Rtha)) + 546 (1 + k (3 Rs + Rtha)) s^2) + \\ & 2 i2 s (273 k (Rs + Rtha) + ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) + \\ & 2 k (k (Rs + Rtha) TcIn + 2 ThIn + k (3 Rs + Rtha) ThIn) - \\ & i1 s ((1 + i2 (Rs - Rtha) s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\ & 2 k ((-273 + i2^2 r (Rs - Rtha)) (Rs + Rtha) + (Rs - Rtha) ThIn)) - \\ & i1^2 (Rs + Rtha) (-2 k^2 r (Rs + Rtha) + s^2 (1 + 2 i2 Rs s) (i2 (Rs + Rtha) (i2 r + 546 s) + 2 ThIn) + \\ & k (r (-1 + 4 i2^2 Rs (Rs + Rtha) s^2) + 2 s^2 (-273 (Rs + Rtha) + 2 Rs ThIn))) / \\ & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)); \end{aligned}$$

Ths =

$$\begin{aligned} & (-i2^3 r (Rs + Rtha) (1 + k (2 Rs + Rtha)) s - \\ & i1^3 r (Rs + Rtha) s (-1 - k (2 Rs + Rtha) + i2 s (Rtha + i2 Rs (Rs + Rtha) s)) - \\ & 2 i2 s (273 + 273 k (2 Rs + Rtha) + k Rtha TcIn) + \\ & i2^2 ((1 + k (2 Rs + Rtha)) (r + 2 k r (Rs + Rtha) + 546 (Rs + Rtha) s^2) - 2 k Rs (Rs + Rtha) s^2 TcIn) + \\ & 2 k (1 + k (2 Rs + Rtha)) (TcIn + ThIn) + \\ & i1^2 \\ & (r (1 + k (4 k Rs^2 + Rtha (3 + 2 k Rtha) + Rs (4 + 6 k Rtha)) - i2 Rtha (1 + 2 k (Rs + Rtha)) s - \\ & 2 i2^2 Rs (Rs + Rtha) (1 + 2 k (Rs + Rtha)) s^2 + i2^3 Rs (Rs + Rtha)^2 s^3) - \\ & 2 (Rs + Rtha) s^2 (-273 k (2 Rs + Rtha) + 273 (1 + 2 i2 Rs s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + k Rs ThIn) + \\ & i1 s (- (546 + i2^2 r Rtha + 546 i2 (Rs - Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & 2 k (Rs (546 + i2^2 r Rtha) + Rtha (273 + i2^2 r Rtha + ThIn)))) / \\ & (4 k^2 (2 Rs + Rtha) + 2 s (i1 - i2 + 2 i1 i2 Rs s) (1 + i1 (Rs + Rtha) s) (-1 + i2 (Rs + Rtha) s) + \\ & 2 k (2 + 2 (-i1 + i2) Rs s - (i1^2 + i2^2) (Rs + Rtha) (3 Rs + Rtha) s^2)); \end{aligned}$$

$$Qc1 = \frac{s}{n} * i1 * (Tc1 + 273) - \frac{1}{2} i1^2 * \frac{r}{n} - \frac{k}{n} * (Th1 - Tc1); (*Chladicí výkon 1.PC*)$$

$$Qh1 = \frac{s}{n} * i1 * (Th1 + 273) + \frac{1}{2} i1^2 * \frac{r}{n} - \frac{k}{n} * (Th1 - Tc1); (*Tepelný výkon 1.PC*)$$

$$Pel1 = \frac{s}{n} * (Th1 - Tc1) * i1 + \frac{r}{n} * i1^2; (*Elektrický příkon 1.PC*)$$

$$Qc2 = \frac{s}{n} * i2 * (Tc2 + 273) - \frac{1}{2} i2^2 * \frac{r}{n} - \frac{k}{n} * (Th2 - Tc2); (*Chladicí výkon 2.PC*)$$

$$Qh2 = \frac{s}{n} * i2 * (Th2 + 273) + \frac{1}{2} i2^2 * \frac{r}{n} - \frac{k}{n} * (Th2 - Tc2); (*Tepelný výkon 2.PC*)$$

$$Pel2 = \frac{s}{n} * (Th2 - Tc2) * i2 + \frac{r}{n} * i2^2; (*Elektrický příkon 2.PC*)$$

$$ThOut = ThIn + \frac{Qh2}{mH * cH}; TcOut = TcIn - \frac{Qc1}{mC * cC}; (*Výstupní teploty*)$$

$$QcKum = QcIn + Qc1;$$

$$QhKum = QhIn + Qh2;$$

$$PelKum = PelIn + Pel1 + Pel2; (*Kumulované výkony*)$$

$$\{ThOut, TcOut, i1, i2, n, QcKum, QhKum, PelKum\}$$

]

```

Vypocitej[ThIn_, TcIn_, i1_, i2_, n_, m_] := Module[{EER, COP, Qh, Qc, Pel, Th, Tc, data},
  data = NestList[Model, {ThIn, TcIn, i1, i2, n, 0, 0, 0}, n * m];
  Th = Last[data[[All, 1]]];
  Qh = Last[data[[All, 7]]];
  COP =  $\frac{\text{Last}[data[[All, 7]]]}{\text{Last}[data[[All, 8]]]}$ ;
  {Th, Qh, COP}
]

m = 10; n = 5;
rozsah1 = Range[.1, 6, .1]; (*Rozsah první měněné veličiny, i1 *)
rozsah2 = Range[.1, 6, .1]; (*Rozsah druhé měněné veličiny, i2 *)
data2s = Table[Vypocitej[ThIn, TcIn, i1, i2, n, m], {i1, rozsah1}, {i2, rozsah2}];
(*-----Nastavení vykreslení grafu-----*)
SetPlot1 = {PlotLabel -> "COP = f(I, Tc)  $T_{HIn} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ",
  PlotLegends -> Placed[LineLegend[{"-20 °C", "-10 °C", " 0 °C", " 10 °C", " 15 °C"},
  LegendFunction -> (Framed[#1, FrameMargins -> 0, Background -> White] &)], {Right, Top}],
  PlotStyle -> Table[ColorData["Rainbow", (i / 4)], {i, 0, 4}], Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 12],
  GridLines -> {Range[0, Max[rozsah2], .2], Range[0, 10, .2]},
  GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin], FrameLabel -> {"I [A]", "COP [-]"},
  Frame -> True, FrameStyle -> Black,
  FrameTicks -> {{Range[0, 10, 1], None}, {Range[0, 10, 1], None}}};
(*-----*)
VydejData[cisloVel_, data_] :=
  Table[{index2 * Last[rozsah2] / Length[rozsah2], data[[index1, index2, cisloVel]]},
  {index1, Length[rozsah1]}, {index2, Length[rozsah2]}];
dataTh2s = VydejData[1, data2s];
dataQh2s = VydejData[2, data2s];
dataCOP2s = VydejData[3, data2s];

```

B.7 Varianta A

```

Quiet@Remove["Global`*"];
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
s = 0.0483; r = 1.752; k = .5436;
mH = mC =  $\frac{125. * 1.2}{3600}$ ; cH = cC = 1006;
Rcs = Rhs = .93; Pvent = 6.5 m;
ThIn = 22.; TcOut = 10.; n = 50; m = 10; j = 10.; i = 1.5;
(*-----Peltierův článek-----*)
Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_, COP_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, Qc, Qh, QcKum, QhKum, PelKum, T, COPout},
  Qh = (j (2 k (TcIn - ThIn - i2 Rhs r) + i (-1 + i Rhs s) (i r - 2 (273 + TcIn) s))) /
    (2 n ((Rcs + Rhs) k - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))) (*Chladicí výkon*);
  Qc = (j (2 k (TcIn - ThIn + i2 Rcs r) + i (1 + i Rcs s) (i r + 2 (273 + ThIn) s))) /
    (2 n ((Rcs + Rhs) k - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))) (*Tepelný výkon*);
  ThOut = ThIn +  $\frac{Qc}{mH * cH}$ ; TcOut = TcIn +  $\frac{Qh}{mC * cC}$  (*Výstupní teploty*);
  QcKum = QcIn + Abs[Qc];
  QhKum = QhIn + Abs[Qh];
  PelKum = PelIn + Qh - Qc + Pvent / n (*Kumulované výkony*);
  COPout =  $\frac{\text{Abs}[QhKum]}{\text{Abs}[QhKum] - \text{Abs}[QcKum] + Pvent}$ ; (*COP*)
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum, COPout}
]
VypocetTcOut[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{data, TcOut},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m];
  TcOut = data[[2]]
]
VypocetKoncHodnoty[ThIn_, TcOut_, i_, n_, m_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOut[ThIn, TcIn, i, n, m]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 50}]
  (*Data pro interpolaci*);
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}] (*Řešení*);
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m] (*Výpočet*);
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]]; Qc = data[[5]];
  Qh = data[[6]]; Pel = data[[7]]; COP = data[[8]];
  {ThIn, Th, Tc, TcIn, Qh, Qc, Pel, COP}
]
TepProfil[ThIn_, TcOut_, i_, n_, m_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOut[ThIn, TcIn, i, n, m]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 100}]
  (*Data pro interpolaci*);
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}] (*Řešení*);
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)

```

```

data = NestList[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m] (*Výpočet*);
dataTh = Table[{(index - 1) / (n m), data[[index, 1]]}, {index, 1., n m + 1}];
dataTc = Table[{(index - 1) / (n m), data[[index, 2]]}, {index, 1., n m + 1}];
{dataTh, dataTc}
]
NajdiI[Th_, Tc_, m_] := Module[{dataT, rce, solpara, sol, res, finalI, a, b, c, d},
  dataT = Table[{i, VypocetKoncHodnoty[Th, Tc, i, n / m, m][[4]]}, {i, -6., -10-6, 1.}];
  rce = a x3 + b x2 + c x + d (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataT, rce, {a, b, c, d}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  Tpoz = (30 / (mH cH) + .81) (Th - Tc) + Tc (*Určení požadované teploty*);
  res = FindRoot[sol == Tpoz, {x, 3}] (*Nalezení potřebného proudu*);
  finalI = x /. res (*Dosazení*)
]
(*-----*)
(*-----FINAL-----*)
Final[TcOut_] :=
Module[{iNA, COPNA, plCOPNA, Ipoz, dataVym, dataPel, hodnotyPel, plVym, plPel,
  plShow, COPPel, celkCOP},
  iNA = Table[NajdiI[ThIn, TcOut, m], {m, 1, 30}];
  COPNA = Table[VypocetKoncHodnoty[ThIn, TcOut, iNA[[m]], n / m, m], {m, 1, 30}][[All, 8]];
  plCOPNA = ListLinePlot[{COPNA}];
  Ipoz = NajdiI[ThIn, TcOut, m];
  dataPel = TepProfil[ThIn, TcOut, Ipoz, n / m, m];
  hodnotyPel = VypocetKoncHodnoty[ThIn, TcOut, Ipoz, n / m, m];
  COPPel = hodnotyPel[[8]];
  plPel = ListLinePlot[dataPel, PlotRange -> All];
  dataPel
  (*Funkce umožňuje různě měnit výstupy, nyní vrací data pro vykreslení teplotního profilu*)
  (*Pro urychlení výpočtů je vhodné nepotřebné části zakomentovat*)
]
(*-----*)
SetPlot = {PlotLabel -> "Teplotní profil pro Tven = -10 °C",
  PlotStyle -> {{Red, Thickness -> .003}, {Blue, Thickness -> .003}}, Axes -> None,
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 40],
  GridLines -> {Range[0, 1, .05], Range[-30, 50, 1]},
  GridLinesStyle -> Directive[Gray, Thin, Opacity[.8]], FrameLabel -> {"x [-]", "T [°C]"},
  Frame -> True, FrameStyle -> Directive[Black, Thickness -> .002],
  FrameTicks -> {{Range[-30, 50, 5], None}, {Range[0, 1, .1], None}}, ImageSize -> {1500, 1000}};

pl = ListLinePlot[Final[-10], Evaluate[SetPlot], PlotRange -> {{0, 1}, {-15, 40}}];
Legended[pl,
  Placed[LineLegend[{Directive[Red, Thickness -> .4], Directive[Blue, Thickness -> .4]},
    {"Ochlazovaný (odpadní) vzduch", "Ohříváný (čerstvý) vzduch"},
    LegendFunction ->
      (Framed[#1, FrameMargins -> 10, Background -> White,
        FrameStyle -> Directive[Black, Thickness -> 2]] &),
    LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontFamily -> "Cambria", FontSize -> 32]], {Right, Top}]]

```

B.8 Varianta B

```

Quiet@Remove["Global`*"];
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
mH = mC =  $\frac{125. * 1.2}{3600}$ ; cH = cC = 1006; s = 0.0483; r = 1.752; k = .5436;
ThIn = 22.; TcOut = 10.; n = 50; m = 25; j = 2.; i = 1.5;
UA = 178.7; Rcs = Rhs = .93; Pvent = 6.5 m2 / 5;
(*-----Peltierův článek-----*)
Model[{ThIn_, TcIn_, i_, n_, QcIn_, QhIn_, PelIn_, COP_}] :=
Module[{ThOut, TcOut, Qc, Qh, QcKum, QhKum, PelKum, T, COPout},
  Qc = (j (2 k (TcIn - ThIn - i2 Rhs r) + i (-1 + i Rhs s) (i r - 2 (273 + TcIn) s))) /
    (2 n ((Rcs + Rhs) k - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))) (*Chladicí výkon*);
  Qh = (j (2 k (TcIn - ThIn + i2 Rcs r) + i (1 + i Rcs s) (i r + 2 (273 + ThIn) s))) /
    (2 n ((Rcs + Rhs) k - (1 + i Rcs s) (-1 + i Rhs s))) (*Tepelný výkon*);
  ThOut = ThIn +  $\frac{Qh}{mH * cH}$ ; TcOut = TcIn +  $\frac{Qc}{mC * cC}$  (*Výstupní teploty*);
  QcKum = QcIn + Qc; QhKum = QhIn + Qh; PelKum = PelIn + Qh - Qc
  (*Kumulované výkony*);
  COPout =  $\frac{QhKum}{QhKum - QcKum}$ ; (*COP*)
  {ThOut, TcOut, i, n, QcKum, QhKum, PelKum, COPout}
]
VypocetTcOut[ThIn_, TcIn_, i_, n_, m_] := Module[{data, TcOut},
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m];
  TcOut = data[[2]]
]
VypocetKoncHodnoty[ThIn_, TcOut_, i_, n_, m_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOut[ThIn, TcIn, i, n, m]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 100}]
  (*Data pro interpolaci*);
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}] (*Řešení*);
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = Nest[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m] (*Výpočet hodnot*);
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]]; Qc = data[[5]];
  Qh = data[[6]]; Pel = data[[7]]; COP = data[[8]];
  {ThIn, Th, Tc, TcIn, Qh, Qc, Pel, COP}
]
TepProfil[ThIn_, TcOut_, i_, n_, m_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, Qh, Qc, Pel, COP, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOut[ThIn, TcIn, i, n, m]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 100}]
  (*Data pro interpolaci*);
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}] (*Řešení*);
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = NestList[Model, {ThIn, TcIn, i, n, 0, 0, 0, 0}, n * m] (*Výpočet hodnot*);

```



```

dataTh = Table[{1 - ((index - 1) / (nm)), data[[index, 1]]}, {index, 1., nm + 1}];
dataTc = Table[{1 - ((index - 1) / (nm)), data[[index, 2]]}, {index, 1., nm + 1}];
{dataTh, dataTc}
]
(*-----*)
(*-----Vymenik-----*)
Vymenik[{ThIn_, TcIn_, n_}] := Module[{Q, UAseg, ThOut, TcOut},
  UAseg = UA / n; Q = UAseg (ThIn - TcIn); ThOut = ThIn -  $\frac{Q}{mH \text{ cH}}$ ; TcOut = TcIn -  $\frac{Q}{mC \text{ cC}}$ ;
  {ThOut, TcOut, n}]
VypocetTcOutVym[ThIn_, TcIn_, n_] := Module[{Th, Tc, data, TcOut},
  data = Nest[Vymenik, {ThIn, TcIn, n}, n] (*Výpočet hodnot*);
  TcOut = data[[2]]
VypocetKoncHodnotyVym[ThIn_, TcOut_, n_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOutVym[ThIn, TcIn, n]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 100}];
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}];
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = Nest[Vymenik, {ThIn, TcIn, n}, n] (*Výpočet hodnot*);
  Th = data[[1]]; Tc = data[[2]];
  {ThIn, Th, Tc, TcIn}
]
TepProfilVym[ThIn_, TcOut_, n_] :=
Module[{res, data, Th, Tc, TcIn, dataTcOut, a, b, solpara, sol, rce, dataTh, dataTc},
  dataTcOut = Table[{TcIn, VypocetTcOutVym[ThIn, TcIn, n]}, {TcIn, TcOut - 100, TcOut + 100, 100}];
  rce = a * x + b (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataTcOut, rce, {a, b}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  res = FindRoot[sol == TcOut, {x, TcOut}] (*Nalezení vstupní ("výstupní") teploty*);
  TcIn = x /. res; (*Dosazení*)
  data = NestList[Vymenik, {ThIn, TcIn, n}, n] (*Výpočet hodnot*);
  dataTh = Table[{((index - 1) / (n)), data[[index, 1]]}, {index, 1., n + 1}];
  dataTc = Table[{((index - 1) / (n)), data[[index, 2]]}, {index, 1., n + 1}];
  {dataTh, dataTc}
]
NajdiI[Th_, Tc_, m_] := Module[{dataT, rce, solpara, sol, res, finalI, a, b, c, d},
  dataT = Table[{i, VypocetKoncHodnoty[koncVym[[4]], koncVym[[2]], i, n / m, m][[2]]},
    {i, 10-6, 6., 1.}];
  rce = a x3 + b x2 + c x + d (*Rovnice pro interpolaci*);
  solpara = FindFit[dataT, rce, {a, b, c, d}, x] (*Interpolace*);
  sol = rce /. solpara (*Dosazení předpisu rovnice*);
  Tpoz = (30 / (mH cH)) (Th - Tc) + koncVym[[4]] (*Určení požadované teploty*);
  res = FindRoot[sol == Tpoz, {x, Tpoz}]; (*Nalezení potřebného proudu*)
  finalI = x /. res (*Dosazení*)
]

```

```
(*-----FINAL-----*)
Final[TcOut_] :=
Module[{iNAM, COPNAM, p1COPNAM, Ipoz, dataVym, dataPel, hodnotyPel, p1Vym, p1Pel,
  p1Show, COPPel, celkCOP},
  koncVym = VypocetKoncHodnotyVym[ThIn, TcOut, n];
  (*Nemazat, jinak NajdiI nefunguje a implementace do funkce NajdiI zpomalí výpočet*)
  iNAM = Table[NajdiI[ThIn, TcOut, m], {m, 1, 30}];
  COPNAM = Table[VypocetKoncHodnoty[koncVym[[4]], koncVym[[2]], iNAM[[m]], n/m, m],
    {m, 1, 30}][[All, 8]];
  p1COPNAM = ListLinePlot[COPNAM];
  Ipoz = NajdiI[ThIn, TcOut, m];
  dataVym = TepProfilVym[ThIn, TcOut, n];
  dataVym = {dataVym[[1]] /. {a_, b_} -> {a + 1, b}, dataVym[[2]] /. {a_, b_} -> {a + 1, b}};
  dataPel = TepProfil[koncVym[[4]], koncVym[[2]], Ipoz, n/m, m];
  hodnotyPel = VypocetKoncHodnoty[koncVym[[4]], koncVym[[2]], Ipoz, n/m, m];
  p1Vym = ListLinePlot[dataVym];
  p1Pel = ListLinePlot[dataPel];
  p1Show = Show[p1Vym, p1Pel, PlotRange -> {{0, 2}, {0, 30}}];
  COPPel = hodnotyPel[[8]];
  celkCOP = 
$$\frac{(\text{hodnotyPel}[[2]] - \text{TcOut}) \text{mC cC}}{\text{hodnotyPel}[[7]] + \text{Pvent}}$$
;
  {COPPel, celkCOP}
  (*Funkce umožňuje různě měnit výstupy, nyní generuje závislost COP a exportuje data*)
  (*Pro urychlení výpočtů je vhodné nepotřebné části zakomentovat*)
]
(*-----*)
data = Table[{Tc, Final[Tc]}, {Tc, -20, 20, .2}];
dataCOPPel = {data[[All, 1]], data[[All, 2, 1]]}^T;
dataCOPcelk = {data[[All, 1]], data[[All, 2, 2]]}^T;
ListLinePlot[{dataCOPPel, dataCOPcelk}]
Export["datam50.csv", {dataCOPPel, dataCOPcelk}]
```