

Posudek disertační práce

Mathematical modeling of fluid flow using lattice Boltzmann method

Ing. Pavla Eichlera

Obsah práce

Disertační práce se zabývá matematickým modelováním proudění tekutiny pomocí tzv. mřížkové Boltzmannovy metody (*lattice Boltzmann method*, dále jen LBM). Hlavním cílem práce je přitom:

- ověřit použitelnost LBM pro řešení několika vybraných problémů zahrnujících jak tzv. benchmarkové úlohy, tak úlohy s praktickým přínosem, a
- navrhnout, analyzovat a implementovat vhodné okrajové podmínky vylepšující vlastnosti LBM.

Disertační práce je rozdělena do devíti kapitol doplněných třemi dodatky. V úvodní kapitole autor podává stručný přehled současného stavu v oblasti matematického modelování a numerických simulací proudových polí. Jsou zde zmíněny postupy založené na metodě konečných diferencí, konečných prvků i konečných objemů a je zde naznačen konceptuální rozdíl mezi těmito „klasickými“ postupy a LBM. Dále je v této kapitole přiblížen obsah práce a sou zde jasně vymezeny její cíle. V závěru první kapitoly autor uvádí seznam dosažených výsledků zahrnující ve stručnosti:

- odvození a implementaci vhodných okrajových podmínek pro LBM,
- validaci LBM pro případ proudění nad drsným povrchem,
- studii technik lokálního zjemnění sítě zahrnující implementaci a ověření vybrané metody,
- aplikaci LBM na případ proudění ve spalovací komoře spolu s ověřením pomocí experimentálních dat a výpočtem pomocí metody konečných objemů,
- aplikaci LBM na případ proudění krve s uvažováním neneutronovského modelu tekutiny.

Dále uvádí seznam vlastních publikací se vztahem k tématu disertační práce a zmiňuje výhledy a možnosti dalšího výzkumu.

Druhá kapitola se věnuje popisu základních modelů tekutiny. Autor zde popisuje Navierovy-Stokesovy rovnice a formuluje smíšenou úlohu pro systém Navierových-Stokesových rovnic doplněných o rovnici kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu. Dále uvádí dva případy se známým analytickým řešením. Poté popisuje konstitutivní vztahy pro některé modely neneutronovské tekutiny. Dále stručně popisuje proudění v mezních vrstvách a proudění v turbulentním režimu. Nejdůležitější částí se mi jeví odstavec 2.6 shrnující kinetickou teorii plynů. Je zde v krátkosti naznačeno odvození Boltzmannovy rovnice pro rozdělovací funkci a dále jsou zde zmíněny zjednodušení kolizních operátorů dle Bhatnara, Grosse a Krooka (BGK) a Fokkera a Placka (FP).

Třetí kapitola se již plně věnuje LBM pro izotermní proudění. Jsou zde popsány některé varianty LBM zahrnující nejjednodušší variantu s jedním relaxačním časem, metodu s více relaxačními časy, metodu založenou na centrálních momentech a konečně metodu založenou na kumulantech (CuLBM). Dále autor podrobně popisuje různé varianty okrajových podmínek a metody pro lokální zjemňování sítě.

Ve čtvrté kapitole autor popisuje analýzu LBM pomocí asymptotických rozvoů. Ta je, jak autor zmiňuje v úvodu kapitoly, vhodnější alternativou k běžněji používané Chapmanově-Enskogově analýze. Autor pomocí asymptotické analýzy ukazuje konzistenci CuLBM se systémem Navierových-Stokesových rovnic.

Pátá kapitola se věnuje analýze okrajových podmínek pro LBM. Autor zde prezentuje numerickou studii chování několika typů okrajových podmínek na výstupu a ukazuje, že nově navržené podmínky v kapitole 3.7.8 vedou ve většině případů k nejmenším chybám.

Kapitola 6 vychází z autorova článku [50] a shrnuje výsledky přímé numerické simulace proudění nad drsnou stěnou. Autor uvažuje stěnu s pravidelně rozmístěnými výstupky a prezentuje srovnání průběhů středovaných veličin a jejich fluktuací s výsledky z literatury získanými konvenční metodou simulace velkých vírů. Ukazuje se zde velmi dobrá shoda mezi oběma metodami.

Kapitola 7 pak ukazuje aplikaci CuLBM pro případ proudění ve spalovací komoře. Je zde provedeno srovnání tlakové ztráty při průchodu perforovanou deskou s experimentálními daty a s výpočtem pomocí metody konečných objemů. Dále jsou zde porovnány rychlostní profily za deskou. Autor zde ukazuje poměrně dobrou shodu výsledku získaných pomocí CuLBM2 jak s experimentem, tak s alternativním výpočtem. Zároveň zde porovnává časovou náročnost výpočtu pomocí CuLBM2 se softwarem ANSYS Fluent. Ačkoliv zde srovnání vychází na první pohled příznivěji pro ANSYS Fluent, je třeba si uvědomit, že Fluent pracoval v režimu URANS a využíval lokálního zjemnění sítě (viz obr. 7.3). Naproti tomu u CuLBM2 byla uvažována uniformní síť a zřejmě LES metoda.

V osmé kapitole autor prezentuje výsledky získané pomocí simulací proudění neneutronowské tekutiny. Motivací zde bylo proudění krve v cévním řečišti. Autor zde porovnává několik modelů krve a ukazuje srovnání výsledků s daty získanými magnetickou rezonancí. Je třeba poznamenat že proudění krve patří k velmi obtížně simulovatelným problémům a to hlavně z důvodu obtížného získávání spolehlivých a dostatečně vypovídajících experimentálních dat. To lze vidět např. i na obrázku 8.7, kde autor srovnává závislost viskozity na rychlosti deformace pro různé modely s experimentálními daty.

V závěru autor rekapituluje dosažené výsledky.

Hodnocení práce

LBM je moderní metodou pro simulace proudových polí. Poprvé byla navržena v roce 1988 a její vývoj pokračuje dodnes, viz např. obrázek 1.1. I přes poměrně velký počet prací věnujících se v posledních letech této metodě, je při jejím použití stále řada otevřených a nedořešených otázek. Proto je každý další příspěvek k teorii LBM či k její praktické použitelnosti velmi aktuální a cenný.

Hlavním přínosem předložené práce je vývoj CuLBM a její vylepšené varianty CuLBM2 a návrh a analýza vhodných okrajových podmínek. Autor rozšířil okrajové podmínky navržené v literatuře [115] pro D3Q19 model na D3Q27 model. Dále implementoval CuLBM a CuLBM2 na paralelní

počítače využívající GPU akcelerátory. V neposlední řadě pak ověřil použitelnost LBM pro několik specifických případů proudění.

Práce je napsaná v anglickém jazyce s naprostým minimem chyb či překlepů. Grafické zpracování je na velmi dobré úrovni, matematická notace odpovídá běžně používaným standardům. Členění práce do kapitol je logické a text je i přes místy přílišnou stručnost srozumitelný a ucelený.

Numerická analýza vlastností okrajových podmínek je provedena velmi pečlivě a jasně dokumentuje přednosti autorem navržené varianty před „standardními“ okrajovými podmínkami. Podobně pečlivě jsou zpracovány kapitoly 6 až 8 věnující se numerickým simulacím praktických problémů.

I přes nesporně velmi dobrou kvalitu práce si dovoluji uvést pár poznámek a výtek:

1. Str. 12: „where S is the strain-rate tensor and D (called the deformation-rate tensor) is S without its diagonal“ – tento popis je nepřesný. Běžně se pod pojmem strain-rate tensor rozumí symetrická část gradientu rychlosti.
2. Str. 12: v předpokladech pro Navierovy-Stokesovy rovnice je uvedena symetrie tenzoru napětí. Ta je však **důsledkem** zákona zachování úhlového momentu.
3. Str. 13: není mi jasné proč autor pro případ proudění nestlačitelné tekutiny uvádí stavovou rovnici izotermního proudění (vztah 2.15). Hustota je pro nestlačitelnou tekutinu v daném materiálovém bodě konstantní a na tlaku nezávisí.
4. Str. 14: u podmínky na vstupu je pouze slovní popis a není zde výsledný vzorec.
5. Str. 14: okrajové podmínky v souhrnné formulaci úlohy pro N-S rovnice (2.18 a-f) zahrnují i podmínku na vstupu (viz předchozí připomínka). Ta je však podle všeho platná pouze pro časově nezávislou hodnotu u_{in} . To však není v textu nikde uvedeno.
6. Str. 19: autor zmiňuje, že konstanta C_{99} je určená experimentálně. Lze ji však určit i analyticky z Blasiova řešení.
7. Str. 20: relativní tloušťka laminární podvrstvy (vzorec 2.35) by měl být doplněn odkazem na literaturu.
8. Str. 22: autor uvádí, že $l_K \ll 1$. V tomto vztahu však porovnává délku s bezrozměrnou veličinou. Nicméně z celkového kontextu je zřejmé, že autor chtěl pouze říci, že l_K je velmi malé.
9. Str. 61: „method is called convergent, if the error decreases as the space and time step decrease“ tato „definice“ je nevhodná. Určitě bychom si přáli, aby chyba klesala **k nule**.
10. Str. 62: autor zmiňuje využití „diffusive scaling“ přístupu. Na str. 55 však uvádí, že se bude využívat „acoustic scaling“. Jak to tedy je?
11. Str. 70: v tabulce 5.2 by bylo vhodné uvést i Δx a Δt jednotky.
12. Str. 75: Relativní chyba v tlaku je pro BC1 řádově $10^4 - 10^6$, viz obr. 5.7 nebo tabulka 5.3 (a dále). Je si autor jist vhodnou definicí? Jak bylo voleno p_{an} ?
13. Str. 85: co vedlo autora k definici třecí rychlosti pomocí tíhového zrychlení, (vztah 6.3a)? Jak to souvisí s běžnou definicí (2.43)?

14. Str. 107: obrázek 7.8 zřejmě zde došlo k záměně obrázků. Obrázek vpravo se spíše podobá okamžitým stavu rychlostního pole. Naopak obrázek vlevo spíše odpovídá středovaným hodnotám.

Výše uvedené nedostatky však považuji za drobné a významným způsobem nesnižují kvalitu předložené práce. Při obhajobě bych chtěl požádat doktoranda o reakci na poznámky číslo 3, 10, 12 a 13. Dále bych chtěl položit následující otázky:

- I. V kapitole 7 je prováděna simulace proudění ve spalovací komoře. Lze v tomto případě alespoň odhadnout Kolmogorovovo měřítko podobně jako tomu bylo v kapitole 6?
- II. Je i v případě spalovací komory relevantní předpoklad izotermního proudění?
- III. V práci autor zmiňuje vlastní implementaci LBM. Byla při implementaci využita nějaká dostupná knihovna (např. TNL)?

Předloženou disertační práci považuji za velmi kvalitní. Dosažené výsledky jednoznačně dokumentují vhodnost zvolené metody a její použitelnost pro řešení určitých typů úloh. Proto práci **doporučuji k obhajobě** a navrhuji, aby byl doktorandovi po úspěšné obhajobě udělen titul PhD.

V Praze dne 27.3.2023

Prof. Ing. Jiří Fürst, PhD.