

**KATEDRA ELEKTRICKÝCH  
POHONŮ A TRAKCE**

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V PRAZE**



**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
MODELY SYNCHRONNÍCH  
RELUKTANČNÍCH MOTORŮ**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**KVĚTEN 2023**

**MICHAL  
JERIE**



## PROHLÁŠENÍ

---

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval/a samostatně a že jsem uvedl/a veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 29. května 2023

---

## PODĚKOVÁNÍ

---

Tímto bych rád poděkoval mému vedoucímu práce Ing. Pavlovi Kobrlemu, Ph.D. za jeho čas a úsilí, které mi během vypracovávání této práce věnoval. Velice si vážím hlavně jeho pomoci při dokončování práce, kdy mi v těch nejtěžších chvílích dokázal nejvíce pomoci.



# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Jerie** Jméno: **Michal** Osobní číslo: **499301**  
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**  
Zadávající katedra/ústav: **Katedra elektrických pohonů a trakce**  
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**  
Specializace: **Aplikovaná elektrotechnika**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Modely synchronních reluktančních motorů**

Název bakalářské práce anglicky:

**Synchronous Reluctance Motor Models**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s různými typy synchronních reluktančních motorů a prezentujte jejich matematické modely vhodné pro simulaci řízení.
2. Matematické modely parametrizujte a sestavte simulační modely těchto motorů.
3. Vytvořte jednoduchý model regulace pro demonstraci relevantnosti modelů motorů.
4. Obdržené výsledky zhodnoťte.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Kiltbau, A., Pacas, J.M., Appropriate models for the control of the synchronous reluctance machine, Conference Record of the 2002 IEEE Industry Applications Conference, Pittsburgh, USA.
- [2] Talebi, S., et al., Design of Permanent Magnet-Assisted Synchronous Reluctance Motors Made Easy, 2007 IEEE Industry Applications Annual Meeting, New Orleans, USA.
- [3] Dursun, D.C., et al., Modeling of Synchronous Reluctance Motor and Open and Closed Loop Speed Control, 2022 21st International Symposium INFOTEH-JAHORINA, Sarajevo, Bosna a Hercegovina.
- [4] Dong, J., et al., Position Sensorless Direct Torque Control of Synchronous Reluctance with Permanent Magnet Motor, 2006 Position Sensorless Direct Torque Control of Synchronous Reluctance with Permanent Magnet Motor, Šanghaj, Čína.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**Ing. Pavel Koblre, Ph.D. katedra elektrických pohonů a trakce**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **16.02.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **26.05.2023**

Platnost zadání bakalářské práce: **22.09.2024**

Ing. Pavel Koblre, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

## ABSTRAKT

---

Tato práce se věnuje přehlednému rozdělení synchronních reluktančních motorů a prezentování vhodných matematických modelů k jejich simulaci. První dvě kapitoly se zabývají rešerší týkající se principu fungování reluktančních motorů a jsou také uvedeny příklady motorů vykazující reluktanční moment. V další části jsou podrobně rozebrány druhy synchronních reluktančních motorů v závislosti na jejich konstrukci. Pro dva vybrané motory jsou následně představeny matematické modely, které jsou mezi sebou porovnány. Nakonec je sestaven a stručně popsán jednoduchý model regulace. Všechny modely jsou parametrizovány a jejich relevantnost je ověřena simulací v programu *Matlab & Simulink*.

**Klíčová slova:** SynRM, PMa-SynRM, matematické modely synchronních reluktančních motorů, řízení rychlosti synchronních reluktančních motorů.

## ABSTRACT

---

This work deals with a comprehensive classification of synchronous reluctance motors and the presentation of suitable mathematical models for their simulation. The research related to the operating principles of reluctance motor sis described in the first two chapters and examples of motors exhibiting reluctance torque are also provided. In the following section, various types of synchronous reluctance motors are thoroughly analyzed based on their construction. Mathematical models are subsequently introduced for two selected motors, which are compared to each other. Finally, a simple control model is assembled and briefly described. All models are parameterized, and their relevance is verified through simulations in *Matlab & Simulink*.

**Keywords:** SynRM, PMa-SynRM, mathematical models of synchronous reluctance motors, speed control of synchronous reluctance motors.

## OBSAH

---

ÚVOD.....	1
<b>KAPITOLA 1: PRINCIP FUNGOVÁNÍ RELUKTANČNÍCH MOTORŮ .....</b>	<b>2</b>
1.1 RELUKTANCE A INDUKČNOST .....	2
1.2 VZNIK RELUKTANČNÍHO MOMENTU .....	3
<b>KAPITOLA 2: ROZDĚLENÍ RELUKTANČNÍCH MOTORŮ.....</b>	<b>6</b>
2.1 MOTORY VYUŽÍVAJÍCÍ RELUKTANČNÍHO MOMENTU.....	6
2.2 ROZDĚLENÍ SYNRM PODLE JEJICH KONSTRUKCE.....	8
2.2.1 Stator.....	8
2.2.2 Rotor .....	9
2.2.2.1 ALA a TLA rotory.....	11
2.2.3 Rotorové úpravy pro omezení zvlnění momentu .....	14
2.2.4 Rotory s uloženými permanentními magnety .....	15
<b>KAPITOLA 3: MATEMATICKÉ MODELY.....</b>	<b>19</b>
3.1 TRANSFORMACE.....	19
3.1.1 Clarkové transformace.....	19
3.1.2 Parkova transformace .....	19
3.2 MATEMATICKÝ MODEL KLASICKÉHO SYNRM .....	20
3.2.1 Vliv sycení magnetického obvodu a <i>cross-couplingu</i> na motor a jeho model.....	23
3.2.2 Model SynRM v ustáleném stavu.....	23
3.2.3 Účinník SynRM.....	25
3.3 MATEMATICKÝ MODEL SYNRM S PM .....	26
3.3.1 Model SynRM s PM v ustáleném stavu .....	27
3.3.2 Účinník SynRM s PM.....	30
<b>KAPITOLA 4: MATEMATICKÝ MODEL REGULACE .....</b>	<b>31</b>
4.1 FOC.....	31
4.2 ŘÍDICÍ STRATEGIE.....	32
4.2.1 MTPA.....	32
4.2.2 MTPF (MTPV) .....	33
4.2.3 MPFC (MTPkVA).....	34
4.3 ODBUZOVÁNÍ.....	34
4.4 SVPWM.....	36
4.4.1 Napěťový střídač.....	36
4.4.2 Modulace.....	37
4.5 ODVAZBENÍ .....	39
4.6 REGULÁTORY.....	39
<b>KAPITOLA 5: SIMULACE A VÝSLEDKY .....</b>	<b>41</b>
5.1 SIMULACE.....	42
5.2 ZHODNOCENÍ .....	46
5.2.1 SynRM.....	46
5.2.2 PMa-SynRM.....	46
<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>48</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>49</b>

## SEZNAM OBRÁZKŮ

---

Obr. 1 Zjednodušený magnetický obvod. ....	2
Obr. 2 Anizotropní rotor v homogenním magnetickém poli.....	4
Obr. 3 Deformace siločar magnetického pole. a) V poli není umístěn rotor, b) v poli je umístěn symetrický magneticky izotropní rotor, c) v poli je umístěn nesymetrický rotor [9].....	5
Obr. 4 Různé způsoby umístění PM v rotoru IPMSM [13] (upraveno). ....	6
Obr. 5 Příčný řez SRM (vlevo) [11] a krokového motoru (vpravo)[18] .....	7
Obr. 6 Příčný průřez statorem synRM (třífázové vinutí barevně znázorněno) [23] (upraveno). ...	9
Obr. 7 Základní rozdělení synchronních reluktančních motorů podle typu rotoru. ....	10
Obr. 8 Dělení konstrukcí rotorů podle způsobu vytvoření magnetické anizotropie. Axiálně laminovaný izotropní rotor (vlevo), transversálně laminovaný anizotropní rotor (vpravo) [27]. .....	10
Obr. 9 Příčný řez rotorů s rozběhovou klecí. a) rotor původně z AM, b) rotor původně ze synchronního motoru s vyniklými póly (bez budícího vinutí) [28]. ....	11
Obr. 10 Rotor s rozběhovou klecí a s jednou bariérou na pól [28]. ....	11
Obr. 11 Siločáry statorového magnetického pole prostupující bezbariérovým rotorem [31]......	12
Obr. 12 Segment bariérového rotoru s vyznačenými radiálními a tangenciálními můstky [32]. ...	13
Obr. 13 Navrhovaný nový design rotoru s více tenkými můstky ve vzduchových bariérách [32]. .....	13
Obr. 14 Dovetail rotor pro motory s PM (vlevo) a pro SynRM (vpravo) [35].....	14
Obr. 15 a) Rotorový plech typu Romeo, b) rotorový plech typu Juliet, c) rotorový plech typu machaon [38]. ....	15
Obr. 16 Rotor s axiálně-sinusovým tvarem. Čtyřpólový (vlevo) a šestipólový (vpravo) [37], [40]. .....	15
Obr. 17 Různé možnosti umístění PM v jedné bariéře. a) PM v ose q, b) PM v ose d, c) PM v obou osách [48] (upraveno). ....	17
Obr. 18 Rotující soustava dq, stacionární soustava $\alpha\beta$ a prostorový vektor proudu. ....	20
Obr. 19 Náhradní obvodové schéma SynRM.....	22
Obr. 20 Fázorový diagram SynRM v ustáleném stavu (bez zanedbání úbytku napětí na odporech a se zanedbáním ztrát v železe). ....	24
Obr. 21 Závislost účinníku na velikosti úhlu vektoru statorového proudu $\beta$ pro různé hodnoty $\xi$ [2]. .....	25
Obr. 22 Náhradní obvodové schéma SynRM s PM. a) PMA-SynRM, b) FI-PMA-SynRM [3].....	27
Obr. 23 Fázorový diagram PMA-SynRM a FI-PMA-SynRM v ustáleném stavu (bez zanedbání úbytku napětí na odporech a se zanedbáním ztrát v železe). a) Podkompenzovaný PMA-SynRM, b) přirozeně kompenzovaný PMA-SynRM, c) překompenzovaný PMA-SynRM, d) FI-PMA-SynRM....	29
Obr. 24 Průběh hodnoty účinníku v závislosti na úhlu vektoru proudu. PMA-SynRM (modrá), FI-PMA-SynRM (oranžová), SynRM (zelená) [58]. ....	30
Obr. 25 Průběh účinníku PMA-SynRM v závislosti na úhlu vektoru proudu pro různé velikosti proudu [54]. ....	30



Obr. 26 Grafické znázornění napěťové elipsy (tyrkysová) pro různé hodnoty otáček, proudové kružnice (růžová) a momentu pro různé hodnoty proudu a MTPA, CVLC a MTPV křivek [64]. ....	35
Obr. 27 Průběhy momentu (žlutá), výkonu (zelená), proudu (růžová) a napětí (tyrkysová) v poměrných jednotkách v závislosti na rychlosti motoru v různých oblastech [64]. .....	36
Obr. 28 Schéma dvouúrovňového napěťového střídače [66]. .....	37
Obr. 29 SVM šestiúhelník s prostorovými vektory napětí v rovině $\alpha\beta$ [68]. .....	37
Obr. 30 Průběh žádané rychlosti $n_{ref}$ (modrá) a skutečné rychlosti $n$ (červená) SynRM. ....	42
Obr. 31 Průběhy odebíraných fázových proudů SynRM. ....	43
Obr. 32 Průběhy žádaného momentu $M_{ref}$ (modrá), zátěžného momentu $M_z$ (fialová) a momentu SynRM $M_e$ (červená) v reakci na změnu žádané rychlosti $n_{ref}$ . .....	43
Obr. 33 Průběh žádané rychlosti $n_{ref}$ (modrá) a skutečné rychlosti $n$ (červená) PMa-SynRM. ....	44
Obr. 34 Průběhy odebíraných fázových proudů PMa-SynRM. ....	45
Obr. 35 Průběhy žádaného momentu $M_{ref}$ (modrá), zátěžného momentu $M_z$ (fialová) a momentu PMa-SynRM $M_e$ (červená) v reakci na změnu žádané rychlosti $n_{ref}$ . .....	45

## SEZNAM TABULEK

---

Tab. 4-1 Základní vektory napětí a jejich příslušné spínací kombinace. ....	37
Tab. 4-2 Doby sepnutí horních tranzistorů napěťového střídače pro všechny sektory [67]. ....	38
Tab. 4-3 Konstanty regulátorů .....	40
Tab. 5-1 Parametry modelů.....	41
Tab. 5-2 Nastavení simulace.....	41
Tab. 5-3 Simulace SynRM.....	42
Tab. 5-4 Simulace PMA-SynRM.....	44

## ÚVOD

Synchronní reluktanční motor (SynRM) je jeden z typů bezkartáčových střídavých točivých elektrických strojů. Klasickým zástupcem z této kategorie je asynchronní motor (AM), který je stále jeden z nejvíce používaných motorů v průmyslových aplikacích i po více než 100 letech od jeho vynálezu. Je to kvůli jeho nízké ceně, jednoduché konstrukci a celkové spolehlivosti. Avšak významnou slabou stránkou asynchronních motorů je jejich limitovaná účinnost [1]. Ta v dnešní době hraje zásadní roli. Nejen z tohoto důvodu se začala hledat vhodná alternativa, která by nahradila AM. V okamžiku, kdy nás zajímá účinnost, účinník či momentová nebo výkonová hustota, je tak ideálním kandidátem jednoznačně synchronní motor s permanentními magnety (PMSM), který v tomto ohledu má navrch nad ostatními konvenčními motory [2]. Důležité je ale zmínit jeho vysokou pořizovací cenu. Ta je tak nastavena především přítomností permanentních magnetů v rotoru, jež jsou většinou z prvků vzácných zemin. Ale PMSM provází i jiné problémy, které nás mohou v určitých aplikacích odrazovat od jejich používání. Nevratná demagnetizace magnetů při nadměrném přetěžování motoru a při vyšších provozních teplotách motoru je jeden ze zmíněných problémů [2], [3]. V této chvíli je na místě začít uvažovat o právě o synchronním reluktančním motoru jako o vhodné náhradě AM.

Koncept reluktančního motoru můžeme najít už v 19. století, kdy se jednalo o první tzv. spínaný reluktanční motor (SRM). Samotný synchronní reluktanční motor, kterému se tato práce věnuje, byl poprvé představen v roce 1923. V té době ale nenašel v průmyslu velké uplatnění, ať už z důvodu v té době vysoké komplexnosti řízení motoru – to se týká především SRM - nebo kvůli špatným vlastnostem v porovnání s ostatními v té době používanými motory [2], [4]. SynRM disponovaly nízkou momentovou hustotou, nízkým účinníkem a špatnou účinností. Proto byl veřejný názor takový, že synchronní reluktanční motory nemohou konkurovat ostatním typům motorů a tento koncept nebyl po delší dobu dále zkoumán. Až v 90. letech minulého století se díky pokroku v oblasti výkonových polovodičových technologií a v oblasti výrobních technologií opět stal zajímavým tématem a začal další výzkum týkající se tohoto motoru. Dnes se SynRM dostává velkého zájmu a vychází spousta článků zabývajících se především jejich konstrukčním zlepšením nebo způsobem řízení. V roce 2011 začala firma ABB se sériovou výrobou jejich modelu synchronního reluktančního motoru s třídou účinnosti IE4 a v roce 2019 začala prodávat SynRM motory s třídou účinnosti dokonce IE5 - *ultra premium efficiency* [4]. A to není konec pro tento typ motoru, protože se ukázalo, že synchronní reluktanční motory jsou schopny splňovat požadavky třídy IE6 - *hyper premium efficiency*, se kterou by měly výborně obstát i v budoucnosti [5].

SynRM v základním provedení neobsahuje na rozdíl od PMSM permanentní magnety, a proto je jeho pořizovací cena nižší. V porovnání s AM jsou ceny na srovnatelné úrovni [6]. Synchronní reluktanční motory ale samy nabízejí možnost umístění permanentních magnetů (PM) do rotoru, což má za následek pozitivní ovlivnění jejich stěžejních provozních parametrů. Další výhodou, která činí SynRM vhodnou alternativou pro AM, je absence rotorového vinutí, což má za následek nižší ztráty a vyšší účinnost oproti klasickému AM o stejném výkonu. Někdy se proto můžeme setkat s jeho označením „*cool motor*“ neboli „*studený motor*“ [2]. SynRM dále může dosahovat vyšší momentové a výkonové hustoty než AM v závislosti na provedení [7].

Na trhu a v odborné literatuře dnes můžeme najít různé typy synchronních reluktančních motorů, které se od sebe liší svým konstrukčním provedením a s tím souvisejícími vlastnostmi. To bylo podnětem k zadání této práce. Nejdříve bude stručně vysvětlen princip fungování synchronních reluktančních strojů a následně zde bude věnována pozornost přehlednému rozdělení existujících typů SynRM. V další části bude na toto téma navázáno. Budou představeny a odvozeny matematické modely dvou nejvýznamnějších zástupců synchronních reluktančních motorů a bude sestaven a vysvětlen jednoduchý způsob jejich regulace. Nakonec v simulačním prostředí demonstrováme relevantnost našich modelů.

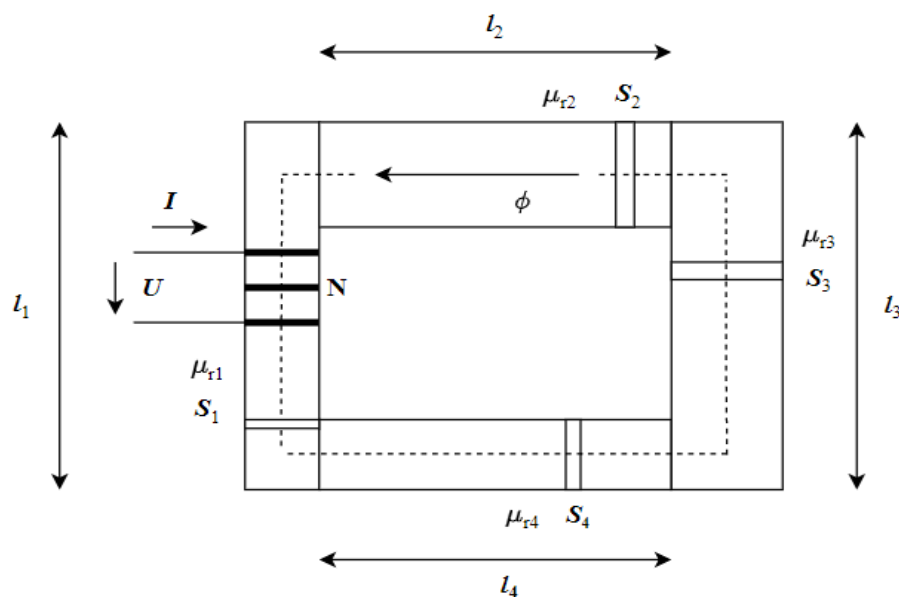
# KAPITOLA 1: PRINCIP FUNGOVÁNÍ RELUKTANČNÍCH MOTORŮ

## 1.1 Reluktance a indukčnost

Reluktance je jiný název pro magnetický odpor a značí se v literatuře jako  $R_m$ . Je to fyzikální veličina popisující schopnost materiálu či prostředí umožnit průchod magnetickému toku, který je označován jako  $\phi$  [8]. Čím větší je reluktance daného materiálu nebo prostředí, tím větší je jeho magnetický odpor. Reluktanci lze vyjádřit za pomoci střední délky siločáry magnetického toku  $l$ , průřezu cesty magnetického toku  $S$ , relativní permeability daného prostředí či materiálu, kterým magnetický tok prochází  $\mu_r$  a permeability vakua  $\mu_0$  jako:

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} \quad (1-1)$$

Další možný způsob vyjádření reluktance vychází z poznatku, že za určitých předpokladů, které jsou uvedeny v [8], je možné sestavit rovnice pro zjednodušený magnetický obvod, které jsou podobné rovnicím popisujícím elektrický obvod v případě, že by měl obdobnou geometrickou strukturu. Na Obr. 1 vidíme námi popisovaný jednoduchý magnetický obvod o čtyřech částech nacházející se ve vzduchu.



Obr. 1 Zjednodušený magnetický obvod.

Každá část má jinou střední délku siločáry  $l_i$ , průřez  $S_i$  a relativní permeabilitu  $\mu_r$ . Z rovnice (1-1) vidíme, že pro každou část je výsledná reluktance jiná, kvůli rozdílné geometrii magnetických cest. Magnetický odpor celého magnetického obvodu lze spočítat jako součet magnetických odporů jednotlivých částí:

$$R_m = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\mu_0 \cdot \mu_{ri} \cdot S_i} \quad (1-2)$$

Z analogie k elektrickému obvodu - k Ohmovu zákonu - dostáváme vztah, který se v literatuře nazývá *Hopkinsonův zákon* a je vyjádřen jako:

$$R_m = \frac{F_m}{\phi}, \quad (1-3)$$

kde  $F_m$  je magnetomotorické napětí (mmn) a je rovno:

$$F_m = N \cdot I = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \quad (1-4)$$

$H$  je intenzita magnetického pole, kterou uvažujeme v každém úseku konstantní,  $I$  je proud tekoucí cívkou obepínající magnetický obvod a  $\phi$  je magnetický tok vyjádřený jako:

$$\phi = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (1-5)$$

kde  $\mathbf{B}$  je vektor magnetické indukce, který uvažujeme v každé části tělesa konstantní. Proud tekoucí cívkou vyvolává vznik magnetického toku, který je na Obr. 1 znázorněný přerušovanou čarou s vyznačeným směrem. Tento tok se je podle čtvrté Maxwellovy rovnice uzavřený a prochází vždy prostředím s nejmenším magnetickým odporem. Jelikož předpokládáme, že magnetický odpor každé části našeho tělesa je mnohem menší než magnetický odpor okolního vzduchu, nachází se všechen magnetický tok uvnitř tělesa. Toto platí za námi zavedených zjednodušeních uvedených v [8]. V reálných případech se tok uzavírá i mimo těleso a vzniká tzv. rozptylový tok, ten ale v našem modelovém příkladu neuvažujeme. Nejdůležitější poznatek z této části je tedy ten, že v závislosti na velikosti reluktance materiálu, bude ovlivněna velikost jim procházejícího magnetického toku. Toho se využívá nejen u SynRM ale u všech motorů využívajících reluktančního momentu.

Ještě před samotným vysvětlením vzniku reluktančního momentu definujeme indukčnost, protože ta bude v dalších částech používána mimo jiné ke zhodnocení různých typů reluktančních motorů, přesněji řečeno jejich rotorů.

Indukčnost je fyzikální veličina, označovaná v literatuře jako  $L$ , která reprezentuje schopnost elektricky vodivých materiálů vybudit magnetický tok v závislosti na velikosti jimi protékaného proudu [8]. Existuje několik způsobů, jak definovat indukčnost. My si zde představíme pouze statickou definici indukčnosti, která nám bude pro naše účely stačit. Ta udává, že pokud elektricky vodivou smyčkou protéká elektrický proud  $I$ , tak vyvolá v každém místě magnetické pole s magnetickou indukcí  $\mathbf{B}$ . Pomocí této definice indukčnosti a vztahu v (1-5), můžeme vyjádřit magnetický tok  $\phi$ , protékající plochou smyčky. Statická definice indukčnosti potom dává do souvislosti právě velikost magnetického toku a elektrického proudu:

$$L = \frac{\phi}{I}. \quad (1-6)$$

Pokud by cívka měla  $N$  závitů a každým by protékal jeden proud, můžeme vztah upravit do tvaru:

$$L = \frac{N \cdot \phi}{I} = \frac{\psi}{I}, \quad (1-7)$$

kde  $\psi$  se nazývá spřažený magnetický tok. Pokud by závislost mezi protékajícím proudem a vybuzeným magnetickým spřaženým tokem byla lineární, potom by indukčnost byla konstanta. Jak ale bude později vysvětleno, reálně nastávají situace, v nichž je vytvořený magnetický spřažený tok závislý na proudu nelineárně a při vyšších hodnotách proudu dochází k přesycení materiálu. Indukčnost lze vyjádřit i za použití reluktance jako:

$$L = \frac{N \cdot F_m}{I \cdot R_m} = \frac{N^2}{R_m}, \quad (1-8)$$

Zde dostáváme vztah mezi indukčností a reluktancí daného materiálu.

## 1.2 Vznik reluktančního momentu

Vznik reluktančního momentu je podmíněn existencí magnetické anizotropie magneticky vodivého rotoru motoru. To znamená, že rotor musí mít v různých směrech odlišnou magnetickou vodivost, resp. magnetický odpor neboli reluktanci. Pokud bychom rotor upevněný na hřídeli a splňující tuto podmínku umístili do homogenního magnetického pole, přičemž by nebyl přítomný nadměrně velký protimoment, natočil by se takovým způsobem, aby co největší část magnetického toku okolního magnetického pole procházela cestou s nejmenším magnetickým odporem. To je samozřejmě za předpokladu, že rotor není už na začátku vložen do magnetického pole právě v tomto směru. V tom případě by se rotor už z počátku nacházel ve stabilní pozici a moment by nevznikl do okamžiku, než by byl vychýlen vnější silou a on by se snažil do předchozí pozice vrátit. Vzniknul by reluktanční moment [2].

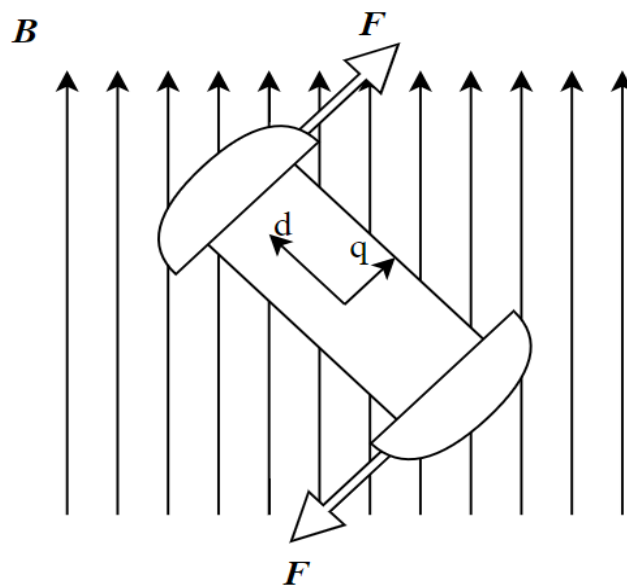
Jeho velikost je závislá na natočení rotoru vůči směru magnetických siločar a taky na velikosti rozdílu reluktancí v různých směrech rotoru. Čím více se budou reluktance v různých směrech rotoru lišit, tím větší bude generovaný moment. Zajímavostí je, že největšího momentu by paradoxně nebylo dosaženo, jak by se mohlo zdát, při umístění rotoru do magnetického pole tak,

aby ve směru toku byl co největší magnetický odpor. V tomto případě by se síly působící na rotor navzájem vyrušily, rotor by se nacházel v labilní pozici a moment by nevznikl [2].

V literatuře se většinou nepoužívá při popisu magnetických vlastností rotoru jeho odlišná reluktance v různých směrech, ale jeho odlišná indukčnost. Jak bylo ukázáno v (1-8), tak tyto veličiny spolu úzce souvisí, a proto není chybou je zaměnit. V části věnované odvození matematického modelu bude využit popis motoru v souřadnicích  $dq$ . První souřadnice  $d$  je od anglického slova *direct* a druhá  $q$  od slova *quadrature*. V češtině tyto osy nazýváme příčnou a podélnou. My si zatím vystačíme s informací, že tyto osy nám v případě synchronních reluktančních motorů vyznačují, v jakém směru je největší indukčnost, resp. nejmenší magnetický odpor – tj. v ose  $d$  – a v jakém naopak nejmenší indukčnost, resp. největší magnetický odpor – tj. v ose  $q$ . Dané indukčnosti poté dostávají označení  $L_d$  resp.  $L_q$ . Při posuzování různých typů rotorů z hlediska jejich vlastností se často přihlíží kromě rozdílu indukčností v různých osách i na jejich podíl, proto si ho zde označíme pro budoucí použití jako:

$$\xi = \frac{L_d}{L_q}, \quad (1-9)$$

Na Obr. 2 je pro lepší představu znázorněn rotor s vyznačenými osami  $d$  a  $q$ , umístěný do homogenního magnetického pole. Zde je rozdílná magnetická vodivost rotoru zapříčiněna faktem, že je nesymetrický. Ve směru osy  $q$  je méně rotorového materiálu o dané permeabilitě než ve směru osy  $d$ . Uvažujme, že je rotor obklopen vzduchem. Vzduch má mnohem menší relativní permeabilitu  $\mu_r$  a tedy podle (1-1) i větší reluktanci než rotorový materiál, což bývají často plechy z elektrotechnické oceli. Tudíž ve směru osy  $q$  je celkově větší magnetický odpor než ve směru osy  $d$ . Podmínka pro vznik reluktančního momentu je splněna a na rotor působí síly, které jsou vyznačené na obrázku. Pokud by byl rotor symetrický a izotropní, tak by po umístění do homogenního magnetického pole žádný moment, který by na něj působil, nevznikl a rotor by byl nehybný, přičemž by nezáleželo na tom, jak bychom ho tam vložili. Indukčnost takového rotoru je v obou osách stejná.



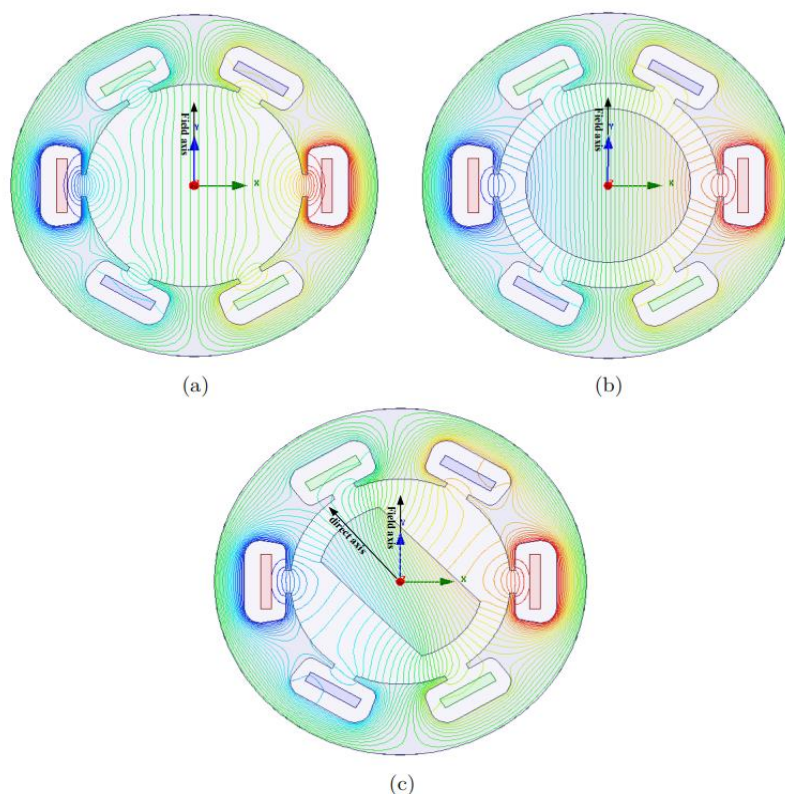
Obr. 2 Anizotropní rotor v homogenním magnetickém poli.

Je potřeba také dodat, že v reálném systému by se magnetické siločáry po umístění nesymetrického či magneticky anizotropního rotoru do magnetického pole deformovaly, aby co možná nejvíce procházely vloženým tělesem, což na Obr. 2 znázorněné není. Systém by se této deformaci bránil právě natočením do takového směru, kde je deformace nejmenší [2]. Tato deformace magnetického pole je patrná z Obr. 3. V případě (a) jsou vidět siločáry magnetického pole vytvořeného statorovými proudy. V případě (b) je do tohoto pole vložen symetrický izotropní

rotor, magnetický odpor je stejný ve všech směrech, a proto se průběh pole nezměnil. Na posledním obrázku (c) je do magnetického pole vložen nesymetrický předmět obdélníkového tvaru. Zde je ve směru osy  $d$  menší reluktance než ve směru osy  $q$ , proto se siločáry deformují.

Pokud by magnetické pole nemělo stálý směr, ale např. by rotovalo podobně, jako tomu je ve vzduchové mezeře synchronního reluktančního motoru, tak by reluktanční moment nebyl konstantní, ale periodicky by rostl a následně klesal [2]. Tento fenomén se nazývá zvlnění momentu a je typický pro všechny reluktanční motory. Zároveň je tento jev nežádoucí a je snahou ho co nejvíce potlačit. Důvod, který stojí za vznikem tohoto zvlnění, jeho důsledky a způsoby, kterými lze omezit jsou vysvětleny podrobněji v 2.2.3.

V okamžiku, kdy by se rotor otáčel v synchronismu s rotujícím magnetickým polem, ve kterém by se nacházel, a zároveň by byl přítomný zátěžný moment působící na rotor proti směru reluktančního momentu, tak by se směr osy  $d$  rotoru zpožďoval vůči směru magnetického pole o určitý úhel  $\delta$ , který se nazývá zátěžný úhel. V případě nulového zátěžného momentu by magnetické siločáry procházely rovnoběžně s osou  $d$  rotoru. Zátěžný moment může u motoru představovat samotnou zátěž na hřídeli, tření v ložiskách motoru nebo vlastní ventilaci. U reálných motorů je nenulový zátěžný moment přítomný vždy.



Obr. 3 Deformace siločar magnetického pole. a) V poli není umístěn rotor, b) v poli je umístěn symetrický magneticky izotropní rotor, c) v poli je umístěn nesymetrický rotor [9].

## KAPITOLA 2: ROZDĚLENÍ RELUKTANČNÍCH MOTORŮ

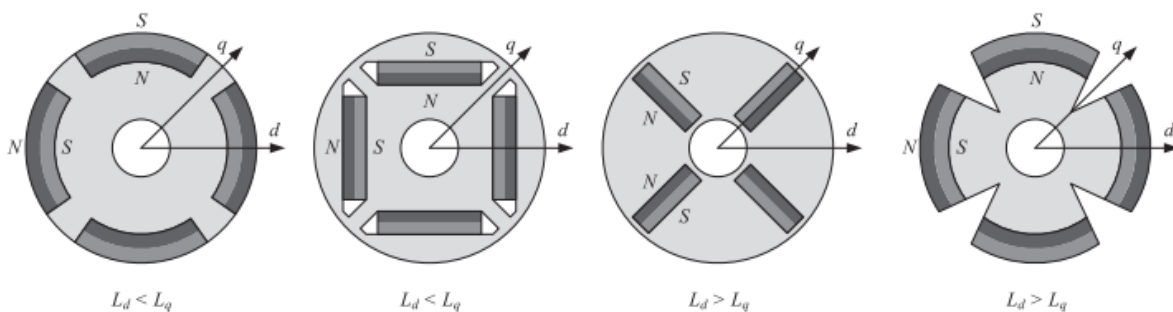
### 2.1 Motory využívající reluktančního momentu

Motorů využívajících reluktančního momentu je dnes několik. Buď se jedná o ty motory, u nichž reluktanční moment je jen doplňkový a pouze přispívá k celkovému momentu, který je zde z velké části tvořen jiným způsobem nebo se jedná o motory, u nichž reluktanční moment je jediný přítomný či je ve stroji dominantní nad momentem jiného původu [10]. Do první zmíněné skupiny motorů můžeme zařadit např.:

- klasické synchronní motory s budičím vinutím na rotoru, který má vyniklé póly,
- synchronní motory s permanentními magnety umístěnými uvnitř rotoru (IPMSM).

U synchronního motoru s vyniklými póly vzniká reluktanční moment z důvodu nesymetrie rotoru. Motor má tedy nerovnoměrnou vzduchovou mezeru a v závislosti na natočení rotoru a na směru magnetického toku vzniká reluktanční moment tak, jak bylo vysvětleno v části 1.2. Reluktanční moment je u tohoto motoru doplňkový k hlavnímu tzv. synchronnímu momentu, který tvoří převážnou část celkového momentu. Reluktanční moment zde působí pozitivně. Pomáhá synchronním motorům s vyniklými póly se dostat do synchronismu při asynchronním rozběhu a díky němu se mohou do určitého zatížení v tomto synchronismu udržet i při ztrátě buzení [11]. Obojí je vnímáno jako výhoda.

IPMSM z anglického *interior permanent magnet synchronous motor* mají hlavní část momentu tvořenou interakcí rotujícího magnetického pole vytvořeného statorovými proudy napájecími statorové vinutí s magnetickým polem permanentních magnetů. Kvůli PM umístěným uvnitř rotoru vzniká magnetická anizotropie. Je to způsobeno tím, že jejich relativní permeabilita je menší než permeabilita rotorových plechů. S dostatečnou přesností lze tvrdit, že PM mají relativní permeabilitu téměř stejnou jako vzduch [12]. Dále lze IPMSM motory rozdělit podle umístění PM. Čtyři různé možnosti jsou znázorněny na Obr. 4. Je důležité si povšimnout, že u IPMSM mají osy  $d$  a  $q$  jiný význam a většinou i směr oproti SynRM, kde se, jak bylo zmíněno v části 1.2, osou  $d$  vyznačuje směr s nejmenším magnetickým odporem a osou  $q$  naopak směr s největším magnetickým odporem. Zde osa  $d$  znázorňuje směr toku PM [14]. Při zavedení systému os  $dq$  jako u SynRM platí, že  $L_d > L_q$  a v případě zavedení os jako u IPMSM zase platí  $L_d < L_q$  [13]. V literatuře se často explicitně upozorňuje na to, jak jsou osy  $dq$  zavedeny, protože se to projevuje v rovnicích popisujících matematický model motoru nebo v jeho fázorovém diagramu. Další zajímavý poznatek je, že i synchronní motor s permanentními magnety na povrchu rotoru (SPMSM) může vykazovat reluktanční moment, ačkoliv má obecně  $L_d = L_q$  a tedy má ve všech směrech stejnou indukčnost, a tudíž i reluktanci. Tento jev nastává, pokud je motor zatížen a dochází k nerovnoměrné saturaci rotorových plechů, tudíž se  $L_d$  a  $L_q$  liší [13].



Obr. 4 Různé způsoby umístění PM v rotoru IPMSM [13] (upraveno).

Do druhé skupiny motorů patří zejména:

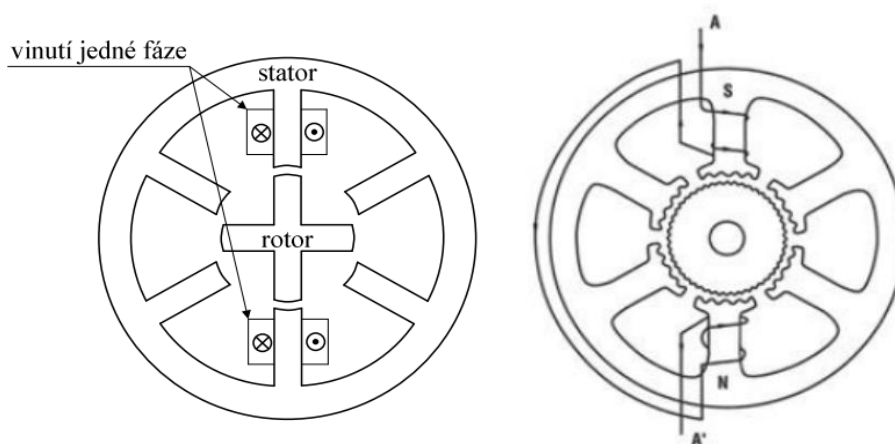
- krokové motory s pasivním rotorem,
- spínané reluktanční motory (SRM),



- synchronní reluktanční motory (SynRM),
- synchronní reluktanční motory s permanentními magnety (PMA-SynRM).

Krokové motory s pasivním rotorem jsou význačné tím, že rotor má speciálně navržený tvar s velkým množstvím zoubků na povrchu, které zajišťují nerovnoměrnou vzduchovou mezeru. Tím vzniká odlišná reluktance v různých směrech. Počet rotorových pólů je mnohem větší než počet statorových pólů a typicky se pohybuje v rozmezí 50 až 100 [15]. Stator má vyniklé póly, na kterých je navinuté budící vinutí. Při vhodné změně buzení statorového vinutí, tj. postupné spínání jednotlivých fází statoru, vzniká reluktanční moment, který natočí rotor o několik definovaných počtů poloh – kroků – rotoru. Rotor se snaží zaujmout polohu, při které je energie magnetického obvodu největší [11]. Vzniklý reluktanční moment může dosahovat i velmi malých hodnot v řádu pouhých  $\mu\text{Nm}$  [16], lze tedy získat velmi citlivé řízení. Podrobněji vysvětlený princip fungování a řízení krokových motorů lze dohledat např. v [11], v tomto textu dále nebude toto téma probíráno.

Spínané reluktanční motory využívají pouze reluktanční moment a jsou svým fungováním a způsobem řízení podobné krokovým motorům. Stator má stejně jako u krokových motorů vyniklé póly s uloženým vinutím. Rotor má také vyniklé póly a velmi jednoduchý tvar. Počet pólů rotoru a statoru se liší, aby nedošlo k situaci, kdy všechny póly statoru a rotoru se seřadí pod sebe. Tehdy by nevznikl reluktanční moment, protože magnetický obvod by se nacházel ve stabilní poloze s největší možnou energií. Nejvhodnější poměry počtu pólů statoru a rotoru jsou 3/2, 4/3 a 5/4 [11]. SRM se od krokových motorů liší v typickém počtu rotorových pólů a tím i ve velikosti kroku. Asi nejdůležitější rozdíl je v oblasti, ve které se oba motory používají. Krokové motory našly uplatnění v polohovacích zařízeních, kde se vyžaduje pootočení o žádaný úhel s velkou přesností. Jsou to např. tiskárny, hodinky apod. [17]. SRM se využívají v aplikacích s požadavkem pohánění zařízení s regulovatelností rychlosti a v aplikacích, kde je vyžadován větší moment, než dokáží vyvinout krokové motory. Na Obr. 5 jsou pro srovnání vidět příčný řez krokového i spínaného reluktančního motoru.



Obr. 5 Příčný řez SRM (vlevo) [11] a krokového motoru (vpravo)[18].

Synchronní reluktanční motory pracují také pouze na principu odlišného magnetického odporu rotoru v různých směrech. Oproti dvěma dříve zmíněným reluktančním strojům má ale SynRM hladký stator se sinusově rozloženým vinutím, který je napájený zpravidla třífázově. Princip SynRM tedy není založený na spínání jednotlivých fází statorového vinutí stejnosměrným proudem, jako tomu je u krokových motorů či SRM, ale na vzniku točivého magnetického pole ve vzduchové mezeře, který unáší rotor. Dále se liší i v konstrukci rotoru. Rotory dnes používaných SynRM mají odlišný tvar oproti rotorům SRM. Rotor bývá většinou hladký a magnetické

anizotropie je dosaženo jinými způsoby, které budou vysvětleny v kapitole 0. Počet pólů statoru a rotoru je stejný [11].

V úvodu bylo řečeno, že SynRM jsou schopné konkurovat AM. To stejné ovšem nelze tvrdit, kdybychom je srovnávali s PMSM. Hlavní důvody jsou jejich nízká momentová a výkonová hustota a dosti nízký účinník [2], [19]. Avšak existuje možnost, jak tyto parametry zlepšit, a to použitím PM, které vložíme do rotoru. Tím dostáváme PMA-SynRM (*permanent magnet assisted synchronous reluctance motor*). Zde má celkový moment dvě složky – reluktanční složku a složku z interakce rotujícího magnetického pole ve vzduchové mezeře a magnetického pole PM. Na stejném principu, jak bylo řečeno, pracuje i IPMSM. Tyto dva motory jsou si proto dost podobné, ale lze najít několik zásadních rozdílů. Předně jejich podíl reluktančního momentu na celkovém momentu stroje. Ten u PMA-SynRM tvoří na rozdíl od IPMSM převážnou většinu, a proto ho právě zařazujeme do druhé dříve zmíněné skupiny. Občas může být ale obtížné oba motory od sebe vzájemně rozlišit. V případě, že poměr reluktanční složky ke složce tvořené PM je 1:1, tak se připouští zařazení motoru do kterékoliv ze dvou skupin a jeho označení může být také různé. U PMA-SynRM nám velký reluktanční moment nabízí možnost použít méně a jiné slabší druhy permanentních magnetů, než jsou ty z prvků vzácných zemin, které jsou nejčastější volbou pro IPMSM a PMSM obecně. Nejběžněji se u PMSM setkáme s neodymovými magnety (NdFeB) a méně často i s samariovými magnety (SmCo) [20]. Ty nabízí vysokou koercivitu a remanenci, a tudíž i součin  $BH_{max}$  udávající jejich vnitřní hustotu magnetické energie, ale, jak už bylo řečeno v úvodu, jejich cena je vysoká a odráží se v celkové ceně motoru [20], [21]. U PMA-SynRM máme na výběr mezi použitím těchto magnetů a magnetů s horšími vlastnostmi, ale zase s nižší cenou. Řeč je např. o ferritových magnetech.

## 2.2 Rozdělení SynRM podle jejich konstrukce

Tato část bude věnována seznámení se s různými typy synchronních reluktančních motorů z hlediska jejich konstrukce, hlavně rotoru. Budou uvedené výhody a nevýhody jednotlivých zástupců a blíže se popíší moderní metody a postupy při jejich navrhování. Dva vybrané představené motory budou následně matematicky popsány a využity pro simulaci.

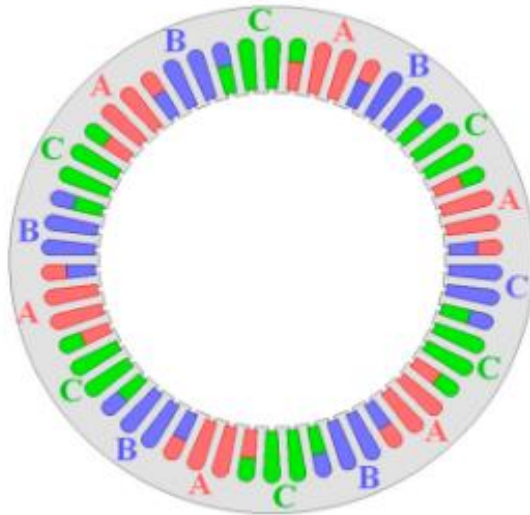
### 2.2.1 Stator

Stator klasického synchronního reluktančního motoru je stejný jako u jiných synchronních nebo asynchronních točivých strojů. Je tvořen z izolovaných plechů oceli pro elektrotechniku [2]. Na vnitřním obvodu jsou drážky, ve kterých je uloženo nejčastěji trojfázové vinutí, ale existují i vícefázové synchronní reluktanční motory. Vinutí bývá rovnoměrně prostorově rozloženo podél vzduchové mezery [22]. V literatuře [22] se uvádí i jiné způsoby rozmístění statorového vinutí, ale ty nejsou tak běžné, a proto jim zde nebude věnovaný prostor. Na Obr. 6 je vidět příčný průřez statoru SynRM.

Každá fáze statorového vinutí je napájena střídavým napětím o stejné frekvenci a amplitudě. Všechna napájecí napětí mají fázový posun vůči ostatním fázím. V třífázovém systému to je  $120^\circ$  a  $-120^\circ$  elektrických. To dá vzniknout točivému magnetickému poli ve vzduchové mezeře, jehož mechanická rychlost otáčení – synchronní mechanická rychlost – je rovna

$$\Omega_{sm} = \frac{2\pi f}{p_p}, \quad (2-1)$$

kde  $f$  je frekvence fázového napětí statoru a  $p_p$  je počet pólů. Podle typu rotoru, jak bude vysvětleno v další části, se volí i zdroj napájení statoru. SynRM může být napájený z frekvenčního měniče nebo rovnou ze sítě, pokud je na to navržený.



Obr. 6 Příčný průřez statorem synRM (třífázové vinutí barevně znázorněno) [23] (upraveno).

### 2.2.2 Rotor

Výroba rotoru pro SynRM a zejména jeho návrh je velmi komplexní proces, ale zároveň odůvodněný, protože má ve výsledku zásadní vliv na vlastnosti celého motoru. Na rotor jsou kladeny různé požadavky ať už elektromagnetické, mechanické nebo tepelné v závislosti na aplikaci, pro kterou je SynRM navrhován. K jejich docílení je využit proces optimalizace, při kterém jsou pomocí různých numerických metod simulovány vlastnosti konceptu rotoru, motoru nebo celého pohonu a následně jsou tyto vlastnosti vyhodnoceny z hlediska dosažení žádaných cílů. K tomuto procesu se využívá speciálních softwarů. Známa numerická analýza používaná při návrhu rotorů pro SynRM je FEM (*finite element method*) neboli metoda konečných prvků.

Primární požadavek na rotor je, aby měl co možná největší indukčnost  $L_d$  a naopak co možná nejmenší indukčnost  $L_q$ . To přímo souvisí s velikostí generovaného reluktančního momentu motoru. Taky se chce, aby hodnota jejich podílu  $\xi$  byla nejvyšší možná, protože se to odráží na výsledném účinníku a účinnosti stroje [24]. Rotorová struktura se také významně podílí na zvlnění momentu, který můžeme správnou optimalizací silně potlačit [24]. Pomocí těchto kvalitativních činitelů, jako jsou tedy moment, účinník, účinnost a zvlnění momentu, jsme schopni zhodnotit navržený rotor a v důsledku i celý motor.

V základu můžeme rozdělit rotory podle toho, jestli obsahují rozběhovou klec a jestli jsou uvnitř usazeny PM, přičemž existují rotory, které splňují obojí. Podle použitého rotoru, tak jak jsme je teď rozdělili, se odvíjí i název celého motoru, kterým je v literatuře označován, jak je zobrazeno na Obr. 7:

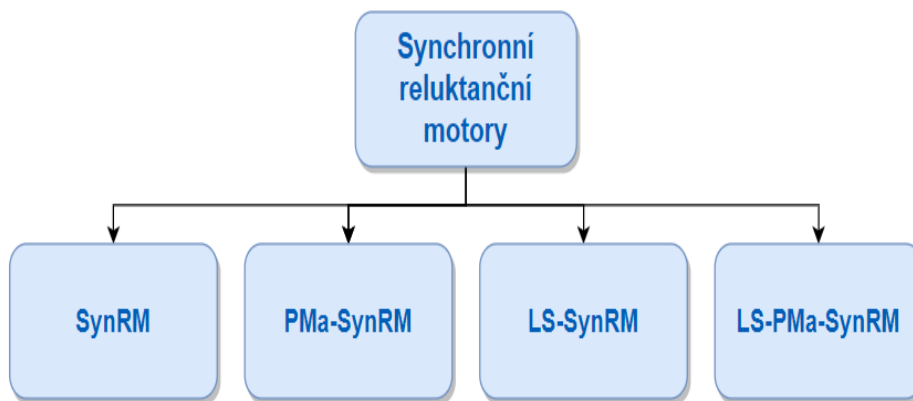
- motory s rotory bez rozběhové klece a bez PM (SynRM),
- motory s rotory s PM a bez rozběhové klece (PMA-SynRM),
- motory s rotory s rozběhovou klecí a bez PM (LS-SynRM),
- motory s rotory s PM a s rozběhovou klecí (LS-PMA-SynRM).

Označení bezklecových motorů, které neobsahují PM, jako SynRM může být matoucí, ale jde o klasické a dnes nejběžněji se vyskytující typy synchronních reluktančních motorů, a proto nesou toto základní označení.

Synchronní reluktanční motory nemají schopnost rozběhu pouhým připojením na „tvrdou“ síť [25]. Vložení rozběhové klece do rotoru nám umožňuje asynchronní rozběh motoru, což přináší výhodu v absenci polovodičové techniky jako je frekvenční měnič, ale zároveň nás to

omezuje pouze na jednu provozní rychlost stroje danou frekvencí sítě. Toto řešení stále v menší míře můžeme najít v aplikacích, jako jsou čerpadla, kompresory či ventilační technika [26]. Podrobnějšímu popisu tohoto typu synchronního reluktančního motoru, který se v literatuře běžně nazývá LS-SynRM (*line-start synchronous reluctance motor*), se nebudeme věnovat, protože má oproti jiným typům synchronních reluktančních strojů, které zde budou představeny, horší vlastnosti a nezdá se být tak perspektivní [2].

V případě, že motor není vybaven rozběhovou klecí, je pro jeho rozběh a řízení rychlosti potřeba frekvenční měnič nebo střídač, který musí být vhodně ovládán.

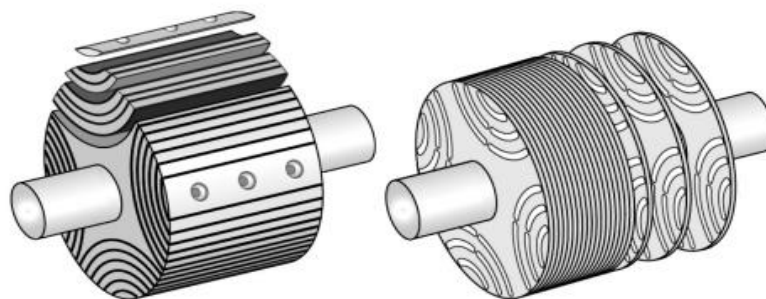


Obr. 7 Základní rozdělení synchronních reluktančních motorů podle typu rotoru.

Druhý možný způsob rozdělení rotorů souvisí s jejich geometrií či způsobem vytvoření magnetické anizotropie. Podle tohoto kritéria zde představíme dva hlavní typy, které jsou v literatuře dnes nejčastěji zmiňovány a zároveň jsou momentálně nejlepší dostupnou variantou:

- axiálně laminovaný anizotropní rotor (ALA),
- radiálně nebo příčně (transverzálně) laminovaný anizotropní rotor (TLA).

Oba rotory jsou zobrazeny na Obr. 8. Obě doposud představená rozdělení nejsou výlučná, tudíž rotor z první skupiny může zároveň patřit do druhé skupiny, což tak i téměř vždy bývá.

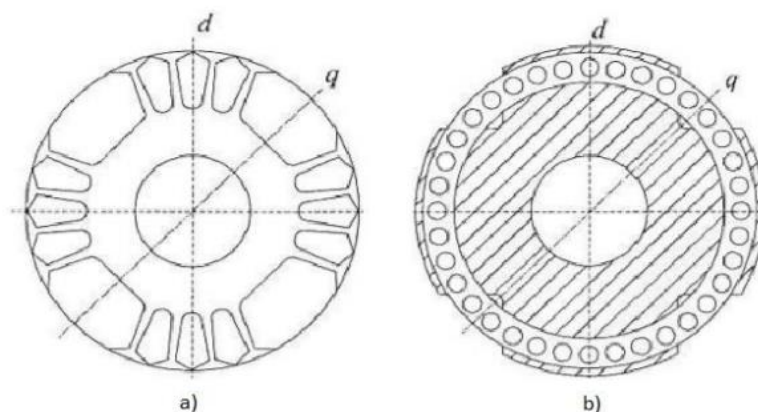


Obr. 8 Dělení konstrukcí rotorů podle způsobu vytvoření magnetické anizotropie. Axiálně laminovaný izotropní rotor (vlevo), transversálně laminovaný anizotropní rotor (vpravo) [27].

Historie vývoje synchronních reluktančních motorů ale nabízí i jiné, doposud nejmenované typy rotorů. Bylo by zajímavé se podrobně zabývat evolucí návrhu SynRM, ale to není tématem této práce, proto pouze odkážeme na dostupnou literaturu, kde je tento vývoj popsán např. zde [2],[28]. V následujících větách pouze vyjmenujeme několik významných či zajímavých variant rotorů zmíněných v těchto článcích.

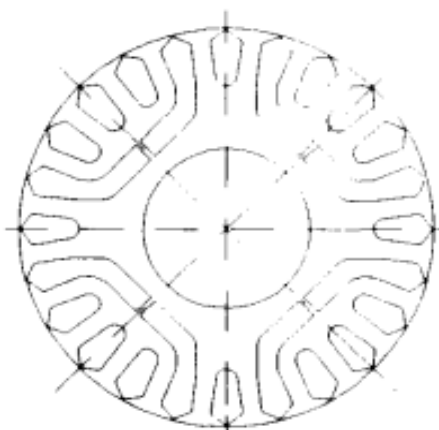
Na počátku byla snaha vytvořit rotor s různou reluktancí v osách  $d$  a  $q$  za použití jiných již známých a vyráběných rotorů. Například byl představen rotor, který byl původně z AM s tou

odlišností, že z něj byl dodatečně vhodně odebrán materiál např. lisováním. Další způsob byl odebrání budicího vinutí z rotoru klasického synchronního motoru s vyniklými póly. Příčné průřezy oběma rotory jsou na Obr. 9. Tyto rotory také obsahovaly vždy rozběhovou klec, protože v té době to byl jediný způsob, jak motory s těmito rotory rozběhnout.



Obr. 9 Příčný řez rotorů s rozběhovou klecí. a) rotor původně z AM, b) rotor původně ze synchronního motoru s vyniklými póly (bez budicího vinutí) [28].

V druhé polovině 20. století se zkoušelo vytvořit v rotorové struktuře vzduchové bariéry, které by zvýšily reluktanci v dané ose. Takovýto rotor je na Obr. 10. Jak se ukázalo, umístění bariér byl správný krok a s rozvojem výkonové elektroniky se začalo ustupovat od asynchronního rozběhu. To dalo vzniknout ALA a TLA. Na ty je dnes zaměřena většina pozornosti, protože vykazují obrovský potenciál z hlediska jejich vlastností. Proto se jim budeme věnovat a podrobněji je probereme v další části.



Obr. 10 Rotor s rozběhovou klecí a s jednou bariérou na pól [28].

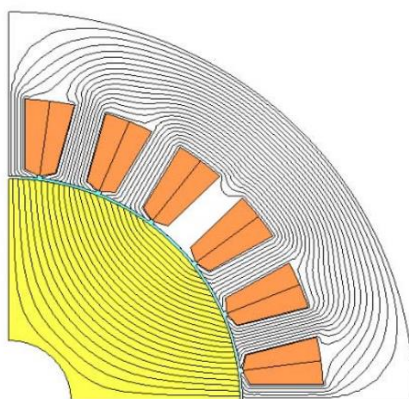
### 2.2.2.1 ALA a TLA rotory

Jak bylo řečeno výše, tak ALA a TLA rotory se vyrábí nejčastěji až na výjimky ve variantách bez rozběhové klece, a proto je většinou řadíme mezi bezklecové rotory. Další jejich možné označení, se kterým se můžeme setkat, je bariérový rotor, protože využívají ke vzniku rozdílné reluktance v osách  $d$  a  $q$  bariéry. Ty jsou taky jednou z rozdílností ALA a TLA, protože každý má bariéry vytvořené jiným způsobem.

ALA je rotor složený z kombinace plechů pro elektrotechniku a materiálu, který je zároveň elektricky a magneticky nevodivý a slouží jako izolace [29]. Bývá to často např. epoxid [2]. Jak je naznačeno na Obr. 8, tak každý plech a každá bariéra mají speciální tvar a jsou střídavě skládány na sebe, a nakonec připevněny podélně k hřídeli pomocí šroubů.

TLA rotor je také tvořen z elektrotechnických plechů, které ale mají už klasický kulatý tvar. V každém plechu je vytvořena pomocí laseru nebo lisu vzduchová mezera - bariéra. Plechy jsou následně stažené k sobě.

ALA rotory bez rozběhové klece jsou v mnohé literatuře popisovány jako nadřazené TLA rotorům, a proto i nejlepší možné, kvůli jejich vyšší hodnotě  $\xi$ , která může dosahovat až hodnoty 20 [30]. To je způsobeno vhodným tvarem bariér, které jsou navrženy tak, že rotor vytváří téměř ideální anizotropickou strukturu, protože bariéry přesně kopírují přirozený tok statorového magnetického pole, který by byl v bezbariérovém rotoru [30]-[31]. Ten je možné vidět na Obr. 11.

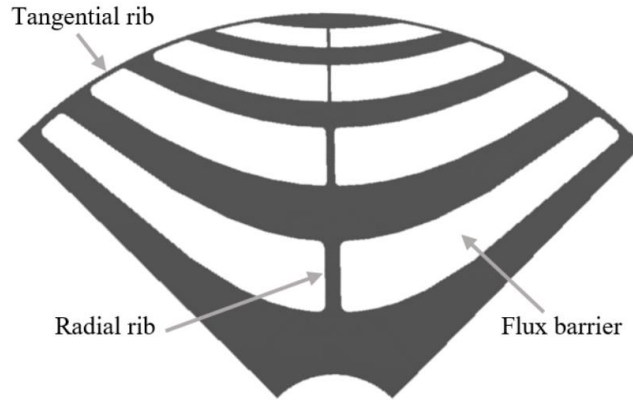


Obr. 11 Siločáry statorového magnetického pole prostupující bezbariérovým rotorem [31].

V [30] se ale uvádí, že tento fakt by platil pouze v případech, kdy rotor má počet pólů rovný dvěma a kdy stator má ideální tvar bez zubů a drážek. Nevýhodou ALA rotorů oproti jejich TLA alternativě je vyšší zvlnění momentu, horší mechanická stabilita bránící jejich používání ve vysokorychlostních aplikacích a větší ztráty v železe, které mohou být vysvětleny vířivými proudy vyskytující se zde ve větší míře [2], [30]. V neposlední řadě jsou ALA rotory kvůli své jedinečné konstrukci složité na výrobu, což v praxi znamená vyšší náklady na výrobní linku [2], [27]. Na druhé straně výroba TLA plechů je podobná výrobě plechů pro rotory AM, až na několik dodatečných kroků. Z těchto všech zmíněných důvodů se jeví výhodnější používat radiálně laminované anizotropní rotory, a bude jim proto věnována větší pozornost.

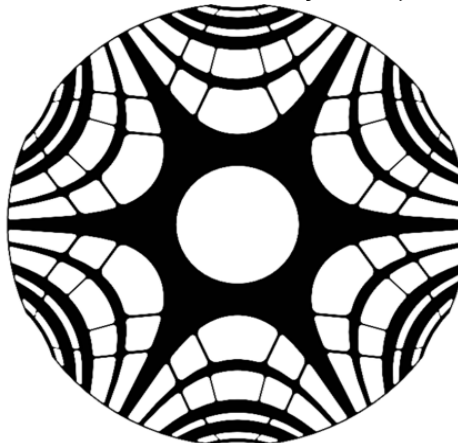
Konstrukce TLA rotorů byla popsána výše, avšak ještě před samotným vylisováním plechů se vzduchovými bariérami se musí rozhodnout, jaký tvar ony bariéry budou mít. A to není nahodilý proces. Vlastně téměř všechny parametry, které jsou zvoleny u geometrie těchto plechů, mají svůj význam a my jejich umístěním rozhodujeme, jaké chování bude výsledný motor vykazovat.

Při návrhu je výhodné si nejprve ujasnit, pro které aplikace bude motor určen. Už dříve bylo např. zmíněno, že neupravené ALA rotory nejsou vhodné pro motory pracující při vysokých rychlostech. Při zvyšující se rychlosti rotoru roste zároveň úroveň mechanického namáhání. V případě TLA se pro zajištění jeho integrity do vzduchových mezer umísťují tzv. můstky v angličtině označované jako *bridges*, nebo také *ribs* [27], [32]. Ty se rozdělují na radiální a tangenciální. Část rotoru s oběma typy můstků je na Obr. 12.



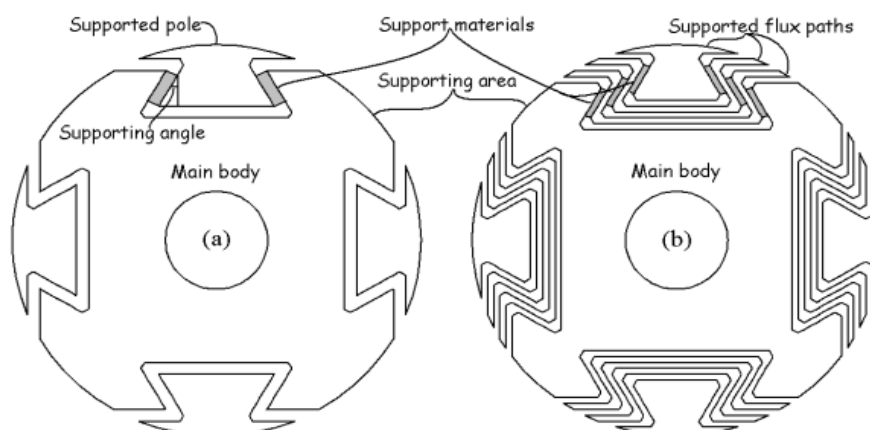
Obr. 12 Segment bariérového rotoru s vyznačenými radiálními a tangenciálními můstky [32].

Pro vyšší pracovní rychlosti je třeba více můstků o větší tloušťce. Přítomností můstků se ale zhoršují magnetické vlastnosti rotoru. To je způsobeno tím, že vytváří cestu pro magnetický tok, což zvyšuje indukčnost  $L_q$  a to má za následek snížení celkového generovaného momentu. Při redukci jejich tloušťky by se dostaly snáze do hluboké magnetické saturace a jejich negativní vliv by se omezil. Můstky také zvětšují magnetickou vazbu mezi osou  $d$  a  $q$  v literatuře nazývanou jako cross-coupling. Ta způsobuje silnou nelinearitu rotoru a ovlivňuje efektivitu a komplexnost řízení motoru [32]. Podle [33] mají ale můstky pozitivní efekt na zvlnění momentu, které s jejich rostoucí tloušťkou klesá. V [34] je předkládáno řešení, ve kterém jsou klasické vzduchové bariéry vyplněné epoxidovou pryskyřicí. Tím se zlepší mechanické vlastnosti rotoru, aniž by se výrazně zhoršily magnetoelektrické vlastnosti jako u alternativního řešení s můstkem. V [32] se autoři snažili pomocí optimalizačního algoritmu najít takové rozložení rotorů, ve kterém by bylo více můstků ve vzduchových mezerách, ale byly by co nejtenčí, aby se snáze dostaly do saturace. Toto řešení splňuje požadavky na mechanickou stabilitu rotoru a zároveň dosahuje výborných výsledků z hlediska elektromagnetických vlastností. Navrhovaný rotor je na Obr. 13.



Obr. 13 Navrhovaný nový design rotoru s více tenkými můstkem ve vzduchových bariérách [32].

Řešení rotoru, které úplně vyniká mezi ostatními z důvodu jeho tvaru a odlišnosti ve vyřešení rotorové robustnosti a integrity, je tzv. *dovetail rotor*, který je na Obr. 14. Tento typ rotoru neobsahuje můstky a na rozdíl od klasických struktur se s jeho vyšší mechanickou pevností nemusí nutně zhoršovat elektromagnetické vlastnosti [35]. Obecně se ale tvrdí, že disponují horší účinností, účínkem a větším zvlněním momentu za cenu výrazně lepší mechanické stability než klasické TLA rotory [2], [27]. *Dovetail* rotory nejsou exkluzivitou pouze SynRM, ale navrhují se i pro motory s permanentními magnety.



Obr. 14 Dovetail rotor pro motory s PM (vlevo) a pro SynRM (vpravo) [35].

Bariéry jsou základní prvek TLA, protože díky nim je zajištěn vznik reluktančního momentu. Mohou mít různý tvar, šířku a i jejich počet v jednom plechu je ve výsledku rozhodující. Bariéry jsou hranaté nebo zaoblené nebo jsou dokonce kombinací obojího [41]. Jejich počet se volí v závislosti na počtu pólů stroje a počtu drážek statoru [36]. Obecně se chce, aby jejich počet byl co největší, protože to vede k nízké hodnotě  $L_q$  [6]. Přidáním více bariér ale odstraňujeme rotorový materiál, čímž je ohrožena mechanická stabilita rotoru. Je také důležité zmínit, že pro vícebariérový rotor je následná optimalizace mnohem náročnější [36]. Musí se tedy najít kompromis.

Jak bude lépe vidět z matematického modelu, tak velikost momentu je ovlivněna také počtem pólů, resp. pólových dvojic rotoru. U synchronních reluktančních motorů se počet pólů rotoru volí v závislosti na počtu pólů statoru. Podle [32] volba malého počtu pólů vede k nízké hodnotě  $L_q$ , ale zase také k většímu zvlnění momentu. Na druhou stranu při velkém množství pólů je složité vytvořit víc než jednu bariéru na pól, a to vede ke snížení hodnoty  $\xi$ . Z těchto důvodů se rotory vyrábí většinou čtyřpólové nebo šestipólové, méně často osmipólové [32].

### 2.2.3 Rotorové úpravy pro omezení zvlnění momentu

Jak bylo uvedeno v části 1.2, tak všechny reluktanční motory trpí momentovým zvlněním. V angličtině se pro tento jev používá označení *torque ripple*. Jeho velikost se uvádí v procentech a vyjadřuje se jako:

$$M_{\text{ripple}} = \frac{M_{\text{max}} - M_{\text{min}}}{M_{\text{avg}}} \cdot 100, \quad (2-2)$$

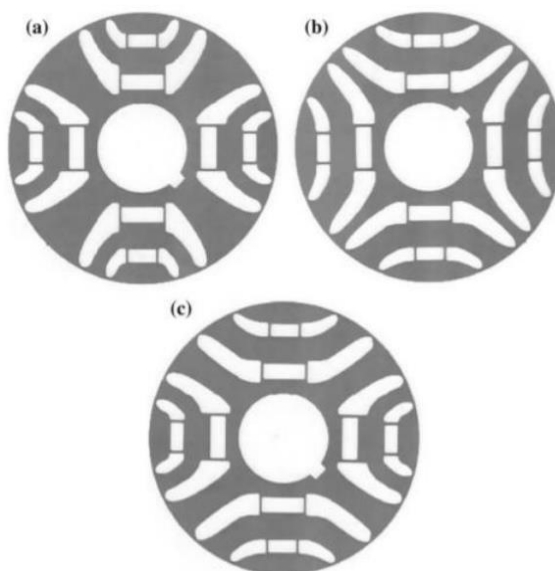
kde  $M_{\text{max}}$  a  $M_{\text{min}}$  jsou maximální, resp. minimální hodnoty momentu oscilujícího v čase a  $M_{\text{avg}}$  je jeho průměrná hodnota. Nerovnoměrnost momentu je ve většině aplikací nežádoucí, protože se projevuje zvýšeným namáháním mechanických součástí motoru a zvýšeným hlukem [2]. Proto bylo snahou nalézt vhodná řešení, která by co nejvíce omezila toto zvlnění.

Původ momentové fluktuace je připisován jevu označovanému jako *slotting effect*. V zásadě se jedná o to, že velikosti reluktancí v ose  $d$  a  $q$  jsou závislé na poloze rotoru. Když se rotor otáčí, tak v určitých chvílích se vyrovná zub statoru a rotorový segment (osa  $d$  nebo osa  $q$ ), v tom okamžiku bude reluktance pro daný segment nejmenší možná. Následně se rotor pootočí a rotorový segment se objeví pod statorovou drážkou. V tuto chvíli bude reluktance největší vlivem větší vzduchové mezery. Proměnná reluktance implikuje proměnnou indukčnost, která způsobuje proměnný reluktanční moment [6].

Metod, které řeší tento problém, je hned několik. Už v minulé části, kde byly popsány ALA a TLA rotory, bylo zmíněno několik parametrů, jejichž změna má pozitivní nebo negativní vliv na velikost zvlnění. Např. při správném výběru počtu bariér a při jejich správné tloušťce lze dosáhnout redukce zvlnění [37]. Nicméně jsou speciální způsoby, které se používají, a jejich účelem je přímo snížení momentového zvlnění. První je tzv. *skewing* rotoru. Při tomto procesu se

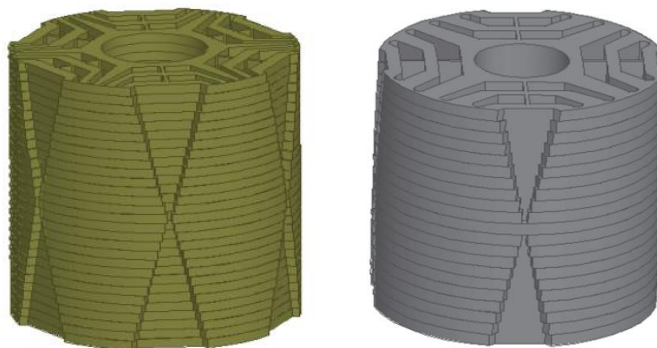


zešíkmi rotorový paket, většinou o velikost jednoho zubu [2]. Je nutné podotknout, že takováto úprava je vhodná spíše pro TLA rotory, naopak u ALA rotorů se jeví jako obtížně proveditelná [30]. To je další z nevýhod ALA rotorů. Tento způsob lze částečně využít i u motorů s PM a označuje se potom jako *step skewing* a je popsán v [38]. Další varianta je vytvoření asymetrických bariér, jak je uvedeno zde [39]. V [38] navrhli vyrobit dva různé typy rotorových plechů, které mají různé tvary bariér. Podle toho dostaly i odlišný název *Romeo* a *Juliet*. Obrázek těchto plechů je na Obr. 15. Ty se pak střídavě skládají do rotorového paketu. Evolučním vývojem je kombinace obou struktur do jedné nazývané *Machaon*. Tento design je vidět také na Obr. 15.



Obr. 15 a) Rotorový plech typu *Romeo*, b) rotorový plech typu *Juliet*, c) rotorový plech typu *machaon* [38].

Poslední metoda, která zde bude jmenována je podrobně vysvětlena v [37]. Tam k dosažení žádaného zlepšení používají plechy s tzv. axiálně-sinusovým tvarem (*axially-sinusoidal shape*). K tvorbě takového tvaru je potřeba vhodně odebrat z rotoru materiál např. za pomoci laseru a vytvořit tak tzv. *cutt-offs*, což jsou výseky v rotoru. Každý kus plechu má výřez jinak dimenzovaný. Všechny plechy jsou nakonec klasicky složeny do výsledného paketu. Čtyřpólové a šestipólové rotory tohoto typu jsou na Obr. 16.



Obr. 16 Rotor s axiálně-sinusovým tvarem. Čtyřpólový (vlevo) a šestipólový (vpravo) [37], [40].

#### 2.2.4 Rotory s uloženými permanentními magnety

Jak už bylo dříve řečeno v části 2.1, zásadním nedostatkem SynRM, který mu brání v konkurenci PMSM, je jeho nízká momentová/výkonová hustota a účinník. Např. k dosažení hodnoty účinníku 0,9, což bývá běžné pro PMSM, je nutné, aby  $\xi$  nabývalo hodnot 20 a více. Dosáhnout takové hodnoty běžnými úpravami rotoru, který nejčastěji bývá typu TLA kvůli důvodům, které byly

zmíněny v části 2.2.2.1, je velmi nerealistické [42]. Avšak existuje jiný způsob, jak zlepšit nejen účinnost SynRM. Ten spočívá v umístění PM do rotoru. Těmto rotorům je věnována následující část.

Rotory synchronních reluktančních motorů s PM mají ve většině případů původ v klasických SynRM s jedním rozdílem – obsahují PM. Množství a vlastnosti vložených magnetů musí být takové, aby reluktanční složka výsledného momentu motoru převyšovala tu tvořenou PM a motor bylo možné považovat za PMA-SynRM. V opačném případě by se jednalo o IPMSM a výrazně by se mohla zvednout jeho cena. Návrh rotoru začíná vytvořením rotoru klasického SynRM. Od začátku se ale musí brát v úvahu pozdější zasazení magnetů. To je důležité, protože pouhé vsazení PM do rotoru navrženého přímo pro SynRM může mít za následek i zhoršení některých kvalitativních činitelů motoru jako je např. zvlnění momentu [43]. Během návrhu probíhá optimalizace obdobně, jak bylo už vysvětleno výše. Hledají se geometrické parametry částí rotoru jako jsou bariéry nebo můstky pro dosažení nejlepších vlastností celého motoru, zkoumá se tedy jejich počet, šířka atd. Novinkou je ale proces výběru správných PM a jejich vhodné umístění. Důležitou roli hraje druh PM, jejich tloušťka, šířka a samozřejmě množství.

Jako první se při výběru PM musí zvolit jejich typ. V části 2.1 už bylo krátce shrnuto, že u motorů s PM se nejčastěji používají magnety ze vzácných zemin jako SmCo nebo NdFeB. Další variantou jsou magnety z keramických oxidů neboli feritů, přesněji tvrdých feritů [44]-[45]. Posledním typem PM, se kterými se ještě lze setkat v motorech jsou magnety AlNiCo [20]. Jde o slitinu hliníku, niklu a kobaltu s občasnou příměsí jiných prvků jako titanium nebo měď pro zlepšení vlastností [46]. Při rozhodování se často hledí především na cenu, maximální provozní teplotu, odolnost proti korozi, remanenci, koercivitu a s tím spojený součin  $BH_{max}$  udávající maximální hustotu magnetické energie magnetů. Podrobné srovnání uvedených typů magnetů lze najít např. v [20]. Lze učinit závěr, že výběr magnetů závisí na tom, co se bude od motoru, do kterého je umístíme, ve výsledku očekávat a v jakém prostředí budou používány. Pokud potřebujeme silné magnety s velkou energetickou hustotou, které budou v prostředí o teplotě do 80°C a s nízkým rizikem koroze, tak jednoznačná volba budou neodymové magnety. V případě, že okolní teplota bude dosahovat více než 80°C nebo budou magnety vystaveny korozi nebo bude platit obojí současně, pak zvolíme samariové magnety [47]. V případě, že cena bude hlavním faktorem při rozhodování a jsme ochotni se spokojit se slabším typem magnetu, zvolíme feritové magnety [44], [47]. Feritové magnety se jeví jako lepší volba v porovnání s magnety typu AlNiCo ve všech jmenovaných kategoriích až na provozní teplotu, tzn. že pouze pro aplikaci v prostředích o vysokých teplotách nad 250°C bychom neměli na výběr a museli bychom sáhnout po AlNiCo magnetech [47].

U PMA-SynRM se velmi často jde cestou s malým množstvím feritových magnetů z důvodu toho, aby se příliš nezvýšila cena motoru. Samozřejmě pokud si to situace žádá, lze zvolit i silnější magnety ve velkém množství, ale potom by se spíše už jednalo o IPMSM, jak už bylo několikrát zdůrazněno.

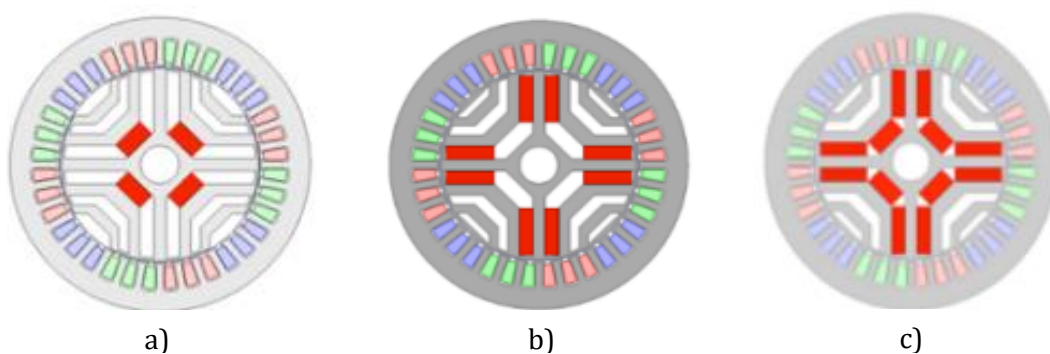
Jakmile je určena varianta magnetů, analyzuje se jejich vhodné umístění do rotoru a jejich četnost. Zde se musí už vycházet z rotorové geometrie. Jak bylo uvedeno, nejčastěji používaný rotor je TLA se vzduchovými bariérami, do kterých jsou PM ukládány. Počet a velikost magnetů, které jsme schopni umístit do rotoru je omezený geometrií bariér. V zásadě máme tři možnosti, kam magnety v jedné bariéře umístit [48]. Všechny tři případy jsou představeny na Obr. 17. První varianta je umístit PM doprostřed bariéry, tedy přímo do osy  $q$ . Druhá možnost je umístit magnety na konec bariéry. Zde by tedy byly usazeny spíše ve směru osy  $d$ . Poslední možnost je kombinací prvních dvou.

Způsob a) je nejběžnější a motory s tímto rotorem jsou udávány jako klasické PMa-SynRM [3]. Spřažený magnetický tok PM zde působí proti spřaženému magnetickému toku v ose  $q$  vyvolanému statorovým proudem a zároveň přispívá k saturaci přítomných radiálních a tangenciálních můstků a rotorových segmentů. Všechno vede ke snížení indukčnosti  $L_q$ . Spřažený magnetický tok PM zasahuje i do osy  $d$ , kde se naopak sčítá se statorovým tokem a zvyšuje tak celkový tok motoru. Jeho vliv zde ale není tak zásadní, a často se proto zanedbává [49].

Způsob b) je méně častý. Motory s tímto rotorem bývají v literatuře označovány buď jako FI-PMa-SynRM (*flux intensifying permanent magnet assisted synchronous reluctance motor*), nebo jako PMe-SynRM (*permanent magnet excited synchronous reluctance motor*). Permanentní magnety zde zastávají opačnou roli oproti modelu a). Jejich spřažený magnetický tok hlavně doplňuje spřažený statorový tok a zvyšuje se tak indukčnost  $L_d$ . Jejich účinek na osu  $q$  se zanedbává [3], [50].

Poslední způsob je, jak už bylo řečeno, kombinací předchozích dvou, a proto sdílí jejich vlastnosti.

Kromě umístění magnetů v bariéře je nutné analyzovat, jaký vliv má i různý počet osazených bariér, resp. jejich úrovní v případě více bariérových rotorů. To je zkoumáno v [43] a v [49], kde jako testovaný model použili motor s rotorem typu a) na Obr. 17. Závěry jsou takové, že největší efekt na celkový moment stroje mají magnety umístěné v bariérách nejbližší k hřídele. Proto, pokud bychom měli někde umístit magnety, tak by toto místo mělo být první volbou. Naopak vložení magnetů do bariér nejdále od hřídele má nejmenší efekt na výsledný moment. Pokud se tedy rozhodneme uložit zde magnety, doporučuje se, aby byly co nejmenší, kvůli snížení ceny. Zároveň ale musíme přijmout fakt, že menší magnety jsou ve větším riziku demagnetizace. Bez ohledu na pozici v rotoru mají permanentní magnety různě velký pozitivní dopad na spřažený magnetický tok v ose  $d$ , ale to už bylo zmíněno dříve. Více osazených bariérových úrovní zlepšuje účinek. Pro dosažení nejlepšího účinku, by měly být obsazeny všechny bariéry. Na druhou stranu to má za následek zvýšení ceny a horší robustnost rotoru. Je tedy nutné najít kompromis.



Obr. 17 Různé možnosti umístění PM v jedné bariéře. a) PM v ose  $q$ , b) PM v ose  $d$ , c) PM v obou osách [48] (upraveno).

Další faktor je velikost magnetů v různých bariérách. To bylo také vyhodnoceno v [43] a došlo se k závěrům, že pokud se přistoupí na osazení více bariérových vrstev, tak by magnety v bariérách nejbližší k rotoru měly mít větší šířku, protože to vede k nižší hodnotě  $L_q$ . Hodnota  $L_d$  zůstává přibližně stejná. Šířkou je brán větší rozměr magnetu na Obr. 17. Ovšem šířka magnetu je omezena délkou bariéry. Dalším poznatkem je, že pokud je pro nás zásadní velikost účinku, měli bychom upřednostňovat zvětšení tloušťky magnetu před jeho šířkou. Tloušťkou magnetu je myšlen jeho menší rozměr. Nakonec je uvedeno, že šířka magnetů by se měla postupně zmenšovat se vzdáleností od hřídele.

Poslední kvalitativní činitel, který nebyl probrán v souvislosti s umístěnými magnety, je zvlnění momentu. To, jak ovlivňují magnety tento jev, není úplně jasné. Uvádí se, že s více vrstvami magnetů by se mělo snížit zvlnění momentu. V případě osazení pouze některých bariér se zvlnění

momentu značně mění podle toho, které bariéry v závislosti na vzdálenosti od hřídele osadíme. To je také ukázáno v [43] a v [48]. Zvlnění momentu lze ale řešit i klasickými metodami představenými v části 2.2.3.

Při porovnání FI-PMa-SynRM s PMa-SynRM bylo zjištěno v [3], že první zmíněný motor by měl na rozdíl od toho druhého mít obsazeny nejdříve bariéry, které jsou nejdál od hřídele. Další pozoruhodné zjištění je, že momentové zvlnění a velikost momentu u FI-PMa-SynRM se mění pouze nepatrně v závislosti na pozici magnetů, a proto navrhnutý model s jednou řadou magnetů v bariérách nejdále od hřídele je nejlepší variantou při porovnání ceny a výkonu. Celkově PMa-SynRM má lepší výsledky, pokud mluvíme o velikosti celkového momentu a o velikosti účinníku. Na závěr je ještě nutné dodat, že PMa-SynRM mají větší riziko demagnetizace PM než FI-PMa-SynRM při nadměrném přetěžování motoru.

## KAPITOLA 3: MATEMATICKÉ MODELY

V této části budou prezentovány a detailně popsány matematické modely pro dva námi vybrané motory z představených zástupců synchronních reluktančních motorů. Jedná se o SynRM a PMA-SynRM. Budeme uvažovat, že oba motory jsou třífázové. Tyto modely se později stanou součástí vytvořených regulačních schémat, která budeme simulovat. Sestavené modely budou pro zjednodušení využívat teorie prostorových vektorů a transformací do vhodných souřadnicových systémů. Proto je nutné si tyto aparáty nejdříve blíže vysvětlit.

### 3.1 Transformace

#### 3.1.1 Clarkové transformace

Jak bylo uvedeno v části 2.2.1, statorové vinutí všech třífázových synchronních reluktančních motorů je napájeno třífázovým střídavým napětím, tudíž je každá fáze protékána střídavým proudem. Pokud je soustava symetrická, tj. statorová vinutí nemají vyvedený uzel, platí pro napájecí proudy:

$$\begin{aligned}i_a &= I_m \sin \omega t, \\i_b &= I_m \sin(\omega t - 120^\circ), \\i_c &= I_m \sin(\omega t + 120^\circ),\end{aligned}\tag{3-1}$$

kde  $I_m$  je amplituda proudu,  $\omega$  je úhlová frekvence proudu a  $t$  je čas. Clarkové transformace využívá faktu, že v rovinném tříosém systému  $abc$ , ve kterém jsou osy vůči sobě posunuté o  $120^\circ$ , při konkrétní hodnotě  $\omega t$ , lze jednotlivé proudy brát jako vektory o určitých velikostech a polaritách, a můžeme je proto i jako vektory sčítat. Výsledkem bude také vektor  $I^{abc}$ . Je výhodné zavést kladně orientovaný dvouosý kartézský systém, který by měl osy  $x$ ,  $y$  a  $0$  v počátku systému  $abc$ . Pak můžeme vektor  $I^{abc}$  zapsat pomocí průmětů jednotlivých složek proudů  $i_a$ ,  $i_b$  a  $i_c$  do os  $x$  a  $y$  jako  $I^{xy}$ . Tento vektor se nazývá prostorový vektor. Jeho výhodou je, že nahradí tři okamžité skalární veličiny jednou vektorovou veličinou. V teorii elektrických strojů se pro systém  $xy$  ustálilo označení  $\alpha\beta$ . Systém  $\alpha\beta$  je stejně jako systém  $abc$  svázaný se státorem, tj. nemění v čase svoji polohu. Transformace ze systému  $abc$  do systému  $\alpha\beta$  se nazývá Clarkové transformace a je maticově zapsána pro proudy jako [51]:

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix},\tag{3-2}$$

kde  $K$  je transformační koeficient. Ten může být teoreticky libovolný, ale my se omezíme na používání hodnoty  $K = 2/3$ , která nám ztotožní osu  $a$  s osou  $\alpha$  a zajistí, že velikost prostorového vektoru je stejná jako amplituda třífázového průběhu. Prostorový vektor lze zavést kromě proudů i pro napětí a spřažené magnetické toky [51].

Zpětná Clarkové transformace proudu má tvar:

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \frac{1}{K} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}.\tag{3-3}$$

#### 3.1.2 Parkova transformace

Prostorový vektor ve dvouosém systému  $\alpha\beta$  se v čase otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$  vlivem sinusového průběhu napájení statoru. Jeho průběh v čase bude tudíž také sinusový. V případě, že bychom průběhy veličin ve stojícím souřadnicovém systému  $\alpha\beta$  transformovali do systému otáčejícího se úhlovou rychlostí  $\omega$ , změnily by se ze sinusových na stejnosměrné, tudíž prostorový vektor by se v novém systému neotáčel. To je velkou výhodou při regulaci veličin, protože se s nimi pracuje jednodušeji. Transformovat ale můžeme obecně do jakkoliv rychle se otáčejícího systému. V tom

by už ale nemuselo platit, že transformované průběhy budou stejnosměrné, změnila by se jejich frekvence. U synchronních reluktančních motorů se veličiny jako statorový proud, statorové napětí nebo spřažený magnetický tok transformují do rotující soustavy svázané s rotorem, tj. systém se otáčí rychlostí rovnou elektrické úhlové rychlosti rotoru. Tato soustava má označení  $dq$ .

Transformace proudu ze stojícího systému  $\alpha\beta$  do systému  $dq$  má tvar:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}, \quad (3-4)$$

kde  $\theta$  je úhel mezi osou  $\alpha$  a osou  $d$  v čase  $t$ , jak je vidět na Obr. 18. Zpětná transformace z  $dq$  do  $\alpha\beta$  je:

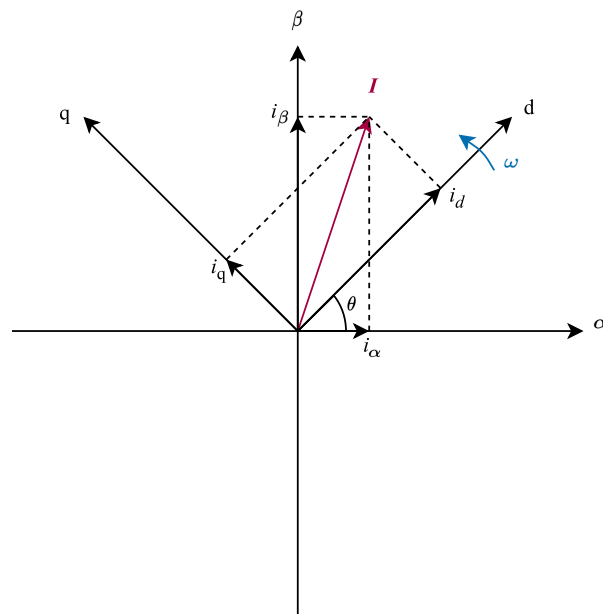
$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}, \quad (3-5)$$

Parkova transformace převádí veličiny rovnou ze systému  $abc$  do obecného rotujícího systému. Její předpis pro transformaci proudů do soustavy  $dq$  je:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}, \quad (3-6)$$

zpětná transformace má tvar:

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \frac{1}{K} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}. \quad (3-7)$$



Obr. 18 Rotující soustava  $dq$ , stacionární soustava  $\alpha\beta$  a prostorový vektor proudu.

### 3.2 Matematický model klasického SynRM

Rovnice popisující klasický SynRM, tj. bez klece a bez PM, byly odvozeny za následujících předpokladů:

- napájecí soustava je třífázová, souměrná a všechna napětí jsou harmonická,
- vinutí jednotlivých fází statoru jsou sinusově rozložena podél vzduchové mezery v drážkách,
- odpory jednotlivých fází statoru jsou shodné a konstantní,
- zanedbáváme saturaci magnetického obvodu,

- zanedbáváme ztráty v železe,
- zanedbáváme vazbu mezi spřaženými magnetickými toky v osách  $d$  a  $q$  (*cross-coupling*),
- zanedbáváme vliv drážkování statoru na vznik vyšších harmonických mmn,
- zanedbáváme mechanické tření.

Vliv *cross-couplingu* a saturace na matematický model bude stručně vysvětlen později. Nyní můžeme pro výše zavedená zjednodušení prezentovat napěťové rovnice popisující náš motor. Ty jsou nejdříve vyjádřené v soustavě  $abc$  jako:

$$\begin{aligned} u_a &= R_s i_a + \frac{d\psi_a}{dt}, \\ u_b &= R_s i_b + \frac{d\psi_b}{dt}, \\ u_c &= R_s i_c + \frac{d\psi_c}{dt}, \end{aligned} \quad (3-8)$$

kde  $u_a$ ,  $u_b$  a  $u_c$  jsou statorová napětí,  $R_s$  je odpor jedné fáze statorového vinutí a  $\psi_a$ ,  $\psi_b$  a  $\psi_c$  jsou spřažené magnetické toky, které mohou být vyjádřeny jako:

$$\begin{aligned} \psi_a &= L_{aa} i_a + L_{ba} i_b + L_{ca} i_c, \\ \psi_b &= L_{ab} i_a + L_{bb} i_b + L_{cb} i_c, \\ \psi_c &= L_{ac} i_a + L_{bc} i_b + L_{cc} i_c, \end{aligned} \quad (3-9)$$

kde  $L_{aa}$ ,  $L_{bb}$ ,  $L_{cc}$  představují vlastní indukčnosti jednotlivých fází statorového vinutí a  $L_{ab}$ ,  $L_{ac}$ ,  $L_{ba}$ ,  $L_{bc}$ ,  $L_{ca}$  a  $L_{cb}$  jsou vzájemné indukčnosti mezi jednotlivými fázemi statorového vinutí. Všechny indukčnosti můžeme dále rozepsat do tvaru:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_{\sigma s} + L_h + L_0 \cos(2\theta_e), \\ L_{bb} &= L_{\sigma s} + L_h + L_0 \cos 2\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right), \\ L_{cc} &= L_{\sigma s} + L_h + L_0 \cos 2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right), \\ L_{ab} &= L_{ba} = -\frac{1}{2}L_h + L_0 \cos 2\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right), \\ L_{bc} &= L_{cb} = -\frac{1}{2}L_h + L_0 \cos(2\theta_e), \\ L_{ca} &= L_{ac} = -\frac{1}{2}L_h + L_0 \cos 2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (3-10)$$

kde  $\theta_e$  je elektrický úhel rotoru,  $L_{\sigma s}$  je rozptylová indukčnost statorového vinutí,  $L_h$  je složka magnetizační indukčnosti nezávislá na úhlu  $\theta_e$  a  $L_0$  je složka magnetizační indukčnosti způsobená anizotropií rotoru [53]. V maticovém zápisu lze rovnici (4-10) zapsat jako:

$$\begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}. \quad (3-11)$$

Je vidět, že velikosti vlastních i vzájemných indukčností se mění v závislosti na natočení rotoru. To odpovídá teorii, která byla vysvětlena při popisu vzniku reluktančního momentu v kapitole 1.2. Problém nastává, pokud bychom chtěli řešit soustavu diferenciálních rovnic (3-8), protože zde figuruje právě proměnná  $\theta_e$  a řešení by bylo obtížné. Abychom se této nepříjemnosti zbavili, transformujeme všechny veličiny pomocí Parkovy transformace ze soustavy  $abc$  do soustavy  $dq$ , která se bude otáčet rychlostí  $\omega_e$ , což je elektrická úhlová frekvence rotoru, přičemž platí, že:

$$\omega_e = \frac{d\theta_e}{dt}. \quad (3-12)$$

Napěťové rovnice s transformovanými veličinami budou mít tvar:

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_e \psi_q, \\ u_q &= R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_e \psi_d. \end{aligned} \quad (3-13)$$

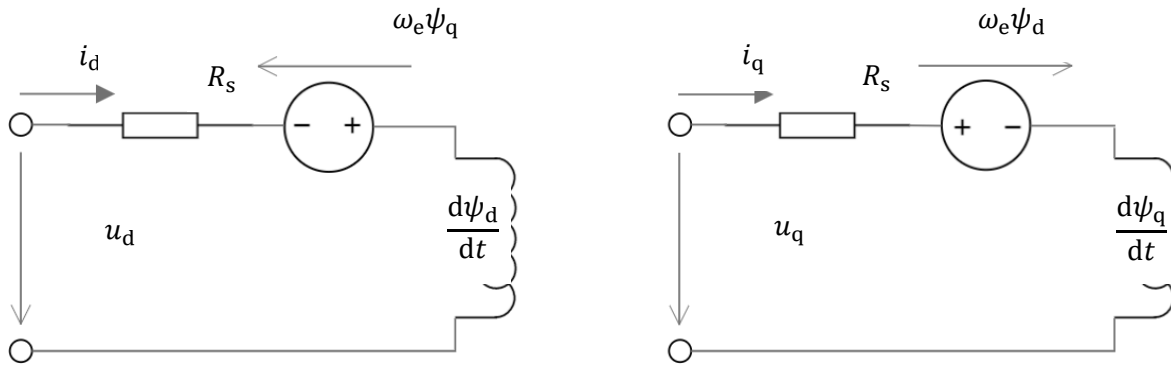
Rovnice spřažených magnetických toků se po transformaci změní na:

$$\begin{aligned}\psi_d &= L_d i_d, \\ \psi_q &= L_q i_q,\end{aligned}\tag{3-14}$$

kde indukčnosti v příčné ose  $d$  a v podélné ose  $q$  se můžou vyjádřit jako:

$$L_d = L_{\sigma s} + L_{md}, L_q = L_{\sigma s} + L_{mq},\tag{3-15}$$

kde  $L_{md}$  a  $L_{mq}$  jsou magnetizační indukčnosti v ose  $d$ , resp. v ose  $q$ . Náhradní obvodové schéma SynRM podle rovnic (3-13) je na Obr. 19. Je tvořeno dvěma obvody, jeden pro osu  $d$  a druhý pro osu  $q$ . Jsou ale vzájemně svázány prostřednictvím indukovaných napětí buzených spřaženým magnetickým tokem vždy z druhé osy [11].



Obr. 19 Náhradní obvodové schéma SynRM.

Elektromagnetický moment synchronního reluktančního motoru vzniká, jak už bylo řečeno např. v části 1.2, kvůli rozdílné reluktanci, resp. indukčnosti v osách  $d$  a  $q$ . Za pomoci těchto indukčností a složek statorového proudu v systému  $dq$ , lze reluktanční moment vyjádřit vztahem:

$$m_{\text{rel}} = \frac{3p_p}{2} (L_d - L_q) i_d i_q,\tag{3-16}$$

kde  $p_p$  je počet pólů stroje. Tento vztah je odvozen z obecného předpisu pro elektromagnetický moment synchronního stroje vyjádřeného s použitím  $\psi_d$  a  $\psi_q$  a složek statorového proudu  $i_d$ ,  $i_q$ :

$$m_{\text{rel}} = \frac{3p_p}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d).\tag{3-17}$$

Pro kompletnost matematického modelu motoru, musíme doplnit uvedenou soustavu rovnic popisující motor o pohybovou rovnici, která v případě zanedbání mechanického tření má tvar:

$$m_{\text{rel}} - m_z = J \frac{d\Omega_m}{dt},\tag{3-18}$$

kde  $m_z$  představuje zátěžný moment, který působí na hřídel,  $J$  je celkový moment setrvačnosti stroje a  $\Omega_m$  je mechanická úhlová rychlost rotoru. Pro ni platí vztah:

$$\Omega_m = \frac{\omega_e}{p_p}.\tag{3-19}$$

Pro přepočítání úhlové mechanické rychlosti z  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  na  $\text{ot./min}$  platí vztah:

$$n = \frac{60 \cdot \Omega_m}{2\pi}.\tag{3-20}$$

Tyto rovnice popisují chování synchronního reluktančního motoru za určitých zjednodušení, která jsme uvedli na začátku. Před odvozením rovnic pro ustálený stav a představením fázorového diagramu, budou velmi stručně objasněny existující nelinearity v SynRM, tj. *cross-coupling* a sycení magnetického obvodu, které v realitě výrazně komplikují popis motoru a následně i jeho přesné řízení.



### 3.2.1 Vliv sycení magnetického obvodu a *cross-couplingu* na motor a jeho model

V části 1.1 jsme definovali indukčnost podle její tzv. statické definice v rovnici (1-6) a předpokládali jsme, že velikost magnetického toku  $\phi$  je lineárně závislá na proudu  $I$ , tedy indukčnost  $L$  je konstantní. To platí pro určité magnetické materiály. Rotor SynRM je ale vyroben z elektrotechnických plechů, které jsou z feromagnetického materiálu. Pro ten platí přibližně tato lineární závislost jen do určité velikosti proudu, poté už velikost magnetického toku roste s proudem jen málo, tzn. že indukčnost není ve skutečnosti konstantní, ale od určité hodnoty statorového proudu klesá. Různé chování magneticky vodivých materiálů lze vyčíst z jejich magnetizačních charakteristik nebo BH charakteristik.

Kromě sycení mají SynRM i další vlastnost a tou je závislost indukčností v jednotlivých osách  $d$  a  $q$  na obou složkách proudu. Tedy rovnice (3-14) přejdou do tvaru:

$$\begin{aligned}\psi_d &= L_d(i_d, i_q) \cdot i_d, \\ \psi_q &= L_q(i_d, i_q) \cdot i_q,\end{aligned}\tag{3-21}$$

Vznik *cross-couplingu* je způsoben sdíleným rotorovým materiálem mezi osami  $d$  a  $q$  [54]. Také, jak bylo řečeno v části 2.2.2.1, můstky v rotoru posilují tento jev.

Obecně pro SynRM platí, že  $\psi_d$  dosahuje saturace mnohem dříve s rostoucím proudem  $i_d$  a konstantním  $i_q$  než  $\psi_q$  s rostoucím proudem  $i_q$  a konstantním  $i_d$ , tam je růst téměř lineární. To je způsobeno větší magnetickou reluktancí v ose  $q$  vlivem přítomností bariér, zatímco v ose  $d$  je hlavně železo. Existence *cross-couplingu* způsobuje, že s rostoucím proudem  $i_q$  klesá spřažený magnetický tok  $\psi_d$ , pokles je výraznější pro nižší velikosti proudu  $i_d$ . Totéž platí pro  $\psi_q$  v případě zvyšujícího se proudu  $i_d$ . To může působit negativně např. při odbuzování motoru [55].

Podle toho, co bylo řečeno v části 2.2.2.1, je saturace materiálu v ose  $q$  pro nás příznivá, protože se tím snižuje indukčnost  $L_q$ , což přispívá ke zvýšení  $\xi$  a tím i momentu a účinníku. Naopak saturace v ose  $d$  má na tyto veličiny nepříznivý efekt.

Nelinearita, která nebyla zmíněna v této kapitole, je tzv. *slotting effect*, což je závislost indukčností v osách  $d$  a  $q$  na pozici rotoru vůči statoru, resp. jeho drážkám. To způsobuje zvlnění momentu. Tato problematika byla vysvětlena v části 2.2.3.

My ve všech našich modelech budeme předpokládat konstantní hodnoty  $L_d$  a  $L_q$  nezávislé na složkách statorového proudu.

### 3.2.2 Model SynRM v ustáleném stavu

V ustáleném stavu platí, že mechanická rychlost rotoru je rovna mechanické synchronní rychlosti rotujícího magnetického pole ve vzduchové mezeře, tedy  $\Omega_m = \Omega_{sm}$ , kde  $\Omega_{sm}$  je dána rovnicí (2-1), statorová napětí a proudy jsou sinusové a derivace v napěťových rovnicích (3-13) lze považovat za nulové [11]. Jejich tvar tedy bude:

$$\begin{aligned}U_d &= R_s I_d - \omega_e \Psi_q, \\ U_q &= R_s I_q + \omega_e \Psi_d.\end{aligned}\tag{3-22}$$

Fázorový diagram SynRM v ustáleném stavu je na Obr. 20. Z něho je možné odvodit vztah pro velikost momentu motoru.

Vidíme, že složky vektoru statorového napětí  $\mathbf{U}_s$  lze vyjádřit pomocí úhlu  $\delta$ , který byl už v části 1.2 představen pod názvem zátěžný úhel, jako:

$$\begin{aligned}U_d &= U\sqrt{2} \sin \delta, \\ U_q &= U\sqrt{2} \cos \delta,\end{aligned}\tag{3-23}$$

kde  $U$  je efektivní hodnota statorového proudu a  $\sqrt{2}U$  je tedy jeho amplituda. Z důvodu námi použitého transformačního  $K=2/3$  je amplituda statorové napětí rovna velikosti prostorového vektoru  $\mathbf{U}_s$ . Dále budeme předpokládat, že úbytek napětí na odporech je zanedbatelný oproti

indukovanému pohybovému napětí na pravé straně rovnic, což platí při vyšších rychlostech, a tedy (3-22) se zjednoduší na:

$$\begin{aligned} U_d &= -\omega_e \Psi_q, \\ U_q &= +\omega_e \Psi_d. \end{aligned} \quad (3-24)$$

Odtud můžeme vyjádřit  $\Psi_d$  a  $\Psi_q$ . Následně si vyjádříme složky satorového proudu  $I_d$  a  $I_q$  z rovnic (3-14) a obojí dosadíme do rovnice (3-17). Obdržíme výraz:

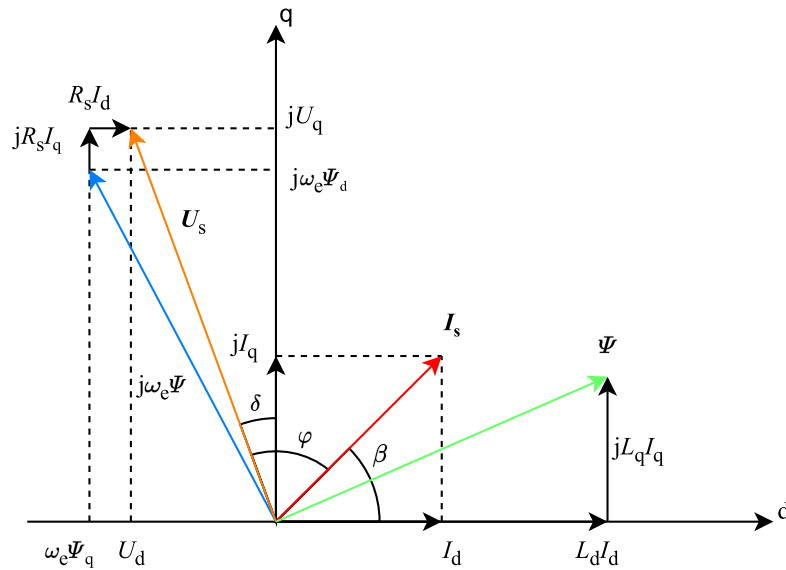
$$M_{\text{rel}} = \frac{3p_p}{4\omega_e} \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) U_d U_q. \quad (3-25)$$

Nakonec můžeme  $U_d$  a  $U_q$  napsat podle (3-23), upravit a získáme finální vztah pro reluktanční moment stroje v ustáleném stavu:

$$M_{\text{rel}} = \frac{3p_p}{2\omega_e} \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) U^2 \sin 2\delta, \quad (3-26)$$

kde  $X_d$  a  $X_q$  jsou podélná a příčná reaktance motoru, které jsou rovny:

$$\begin{aligned} X_d &= \omega_e L_d, \\ X_q &= \omega_e L_q. \end{aligned} \quad (3-27)$$



Obr. 20 Fázorový diagram SynRM v ustáleném stavu (bez zanedbání úbytku napětí na odporech a se zanedbáním ztrát v železe).

Největšího momentu při konstantním statorovém napětí a konstantní rychlosti je dosaženo v situaci, kdy zátěžný úhel je roven  $45^\circ$ , naopak při hodnotách  $0^\circ$  nebo  $90^\circ$  je generovaný reluktanční moment nulový. To odpovídá teorii, kterou jsme předložili při vysvětlování vzniku reluktančního momentu v části 1.2.

Jiný způsob vyjádření momentu je pomocí úhlu mezi osou  $d$  a vektorem statorového proudu. Pokud si vyjádříme složky satorového proudu jako:

$$\begin{aligned} I_d &= I\sqrt{2} \cos \beta, \\ I_q &= I\sqrt{2} \sin \beta, \end{aligned} \quad (3-28)$$

kde  $I$  je efektivní hodnota satorového proudu a dosadíme je do (3-16), dostaneme:

$$M_{\text{rel}} = \frac{3p_p}{2} (L_d - L_q) I^2 \sin 2\beta. \quad (3-29)$$

Jak je vidět, tak nejvyššího momentu pro daný statorový proud je dosaženo při úhlu  $\beta = 45^\circ$ . To platí za předpokladu zanedbání saturace a *cross-couplingu*. V reálném případě se s rostoucím statorovým proudem posouvá vhodný úhel do vyšších hodnot [54], ale toto téma je nad rámec této práce. Udržení úhlu  $\beta$  na hodnotě, při které je největší moment, se využívá při řízení motoru, je to jedna z řídicích strategií synchronních reluktančních motorů a nazývá se MTPA (*maximum torque per ampere*).

### 3.2.3 Účinník SynRM

Účinník, jak bylo řečeno v 0, je jeden z kvalitativních činitelů synchronních reluktančních motorů, podle kterých lze hodnotit daný motor. Pro harmonické průběhy je účinník popsán jako:

$$\cos \varphi_i = \frac{P}{S}, \quad (3-30)$$

kde  $P$  a  $S$  jsou činný, resp. zdánlivý výkon odebíraný strojem. Pokud bychom zanedbávali ztráty v železe rotoru, bude úhel  $\varphi_i = \varphi$  v Obr. 20 [54]. Také jsme už dříve uvedli, že účinník je parametr, který je u SynRM velmi závislý na geometrii či designu rotoru, přesněji řečeno na  $\xi$ . Existuje vztah pro maximální účinník, který může SynRM s určitým rotorem dosáhnout a je dán vztahem [56]:

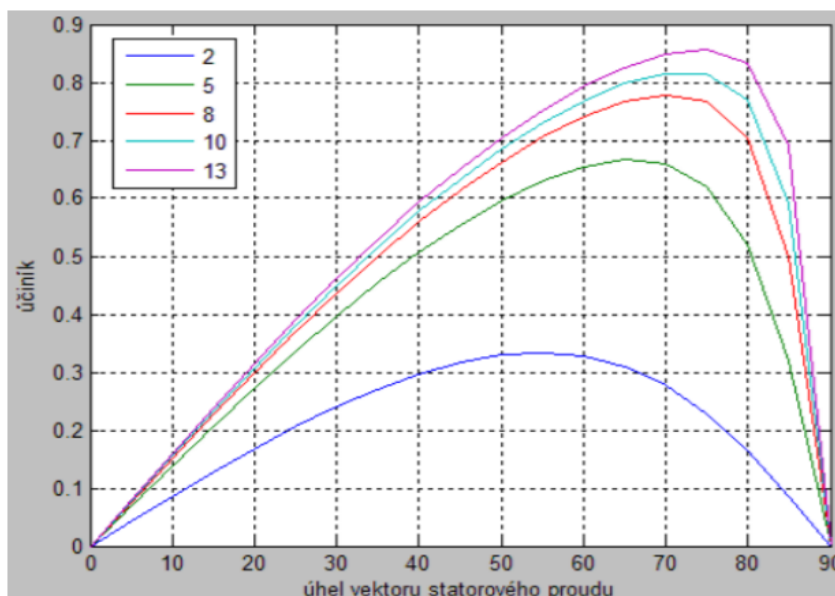
$$\cos \varphi_{\max} = \frac{\xi - 1}{\xi + 1}. \quad (3-31)$$

Zde vidíme důvod, proč synchronní reluktanční motory mají obecně nízký účinník oproti PMSM. Aby bylo dosaženo hodnoty účinníku alespoň 0,9, musí rotor splňovat podmínku hodnoty  $\xi$  nejnižší 20, což představuje problém i pro dnešní moderní TLA a ALA rotory.

Odvození výrazu pro okamžitý účinník není triviální záležitost, vychází se z fázorového diagramu a vztahu mezi jednotlivými úhly, po delších úpravách dostaneme vztah [56]:

$$\cos \varphi_i = \frac{\xi - 1}{\sqrt{\xi^2 \frac{1}{\sin^2 \beta} + \frac{1}{\cos^2 \beta}}}. \quad (3-32)$$

Musíme ale uvést, že vztah je platný pro model, kde jsou zanedbány úbytky napětí na odporech a ztráty v železe.



Obr. 21 Závislost účinníku na velikosti úhlu vektoru statorového proudu  $\beta$  pro různé hodnoty  $\xi$  [2].

Jak vidíme, tak ve vztahu figuruje úhel mezi osou  $d$  a vektorem statorového proudu  $I_s$ . Grafické znázornění rovnice (3-32) pro různé hodnoty  $\xi$  je na Obr. 21. Z tohoto grafu vyplývá jeden z důvodů, proč se věnovat správnému návrhu rotoru a snažit se dosáhnout nejvyšší hodnoty  $\xi$ . Právě této závislosti účinníku na velikosti úhlu vektoru statorového proudu se také využívá při řízení motoru, kde se hledá optimální úhel  $\beta$ , pro který se vypočítají hodnoty  $i_{dq}$ . Je to další z řídicích strategií synchronních reluktančních motorů nazývaná MPFC (*maximum power factor*

control) nebo také v některé literatuře MTPkVA (*maximum torque per kVA*). O řídicích strategiích, včetně již zmíněné MTPA, bude krátká řeč v kapitole 4.2.

### 3.3 Matematický model SynRM s PM

Pro odvození matematického modelu synchronního motoru s PM budeme vycházet ze stejných předpokladů, které byly uvedeny na začátku části 3.2. K nim ale speciálně pro tento typ motoru přidáme další předpoklad:

- tok PM je konstantní a indukčnosti v osách  $dq$  nebudou ovlivňovány přítomností permanentních magnetů.

Tím se vyhneme zaprvé komplikovanému matematickému popisu demagnetizace nebo saturace PM a za druhé se vyhneme proměnlivým indukčnostem  $L_{dq}$  z důvodu *cross-couplingu* mezi nimi a PM.

Napěťové rovnice v systému  $abc$  jsou stejné jako v (3-8). Rozdíl je až v rovnicích spřažených magnetických toků, kde navíc figuruje spřažený tok PM. V maticové podobě budou mít rovnice tvar:

$$\begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \psi_{PM} \begin{pmatrix} \sin \theta_e \\ \sin \left( \theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \left( \theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \end{pmatrix}, \quad (3-33)$$

kde  $\psi_{PM}$  je velikost spřaženého magnetického toku PM. Transformované napěťové rovnice motoru v soustavě  $dq$  jsou:

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_e \psi_q, \\ u_q &= R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_e \psi_d. \end{aligned} \quad (3-34)$$

Při porovnání s napěťovými rovnicemi pro klasický SynRM v (3-13) nenacházíme žádný rozdíl. Jedná se o stejné rovnice. Vliv vložených PM je možné vidět až při bližším zkoumání spřažených magnetických toků  $\psi_{dq}$ . Zde musíme začít odlišovat, jestli se jedná o PMA-SynRM, tzn. že PM jsou umístěny uprostřed bariér rotoru, nebo se jedná o FI-PMA-SynRM, tj. PM jsou vloženy do krajů bariér, nebo rotor splňuje obojí najednou [50]. Obecně mají rovnice toků tvar:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + \psi_{PMd}, \\ \psi_q &= L_q i_q + \psi_{PMq}, \end{aligned} \quad (3-35)$$

kde složky vektoru spřaženého magnetického toku PM  $\psi_{PM}$  mají kladné nebo záporné znaménko podle umístění PM, a tedy podle toho, jestli zeslabují magnetický tok v dané ose, nebo ho zesilují, jak bylo vysvětleno v části 2.2.4. Dále se také často toky PM v osách opačných, než ve kterých se PM nacházejí, zanedbávají kvůli jejich zde menšímu vlivu než v opačné ose. Tedy pro PMA-SynRM dostáváme rovnice ve tvaru:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d, \\ \psi_q &= L_q i_q - \psi_{PMq}, \end{aligned} \quad (3-36)$$

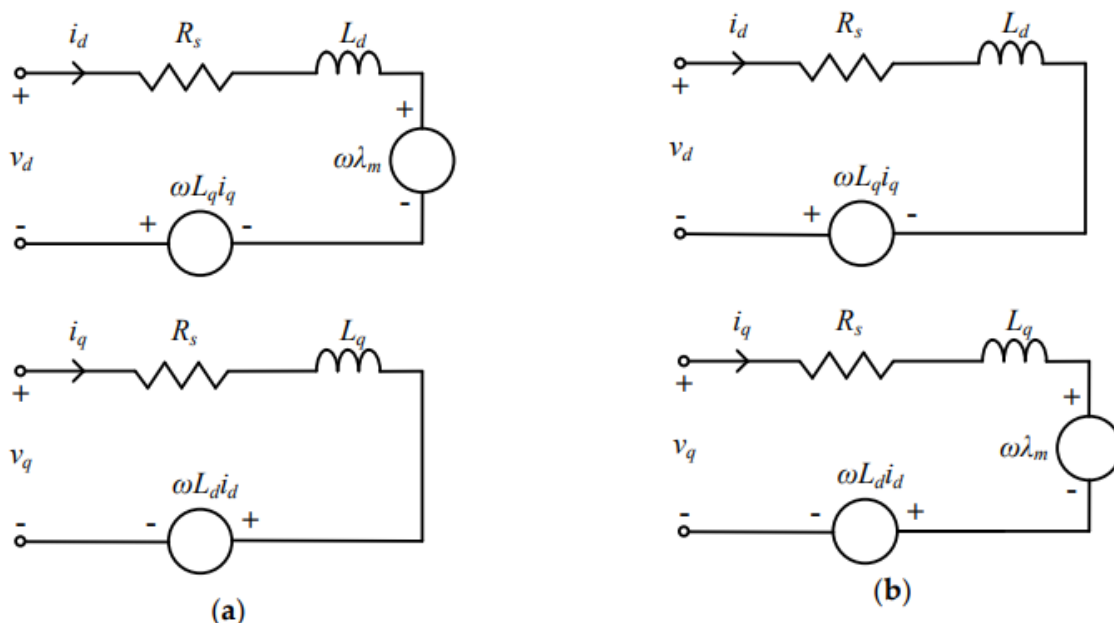
a pro FI-PMA-SynRM:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + \psi_{PMd}, \\ \psi_q &= L_q i_q. \end{aligned} \quad (3-37)$$

Pro jednoduchost budeme  $\psi_{PMd}$  a  $\psi_{PMq}$  označovat pouze jako  $\psi_{PM}$ . Indukčnosti v osách  $d$  a  $q$  mají stejný tvar jako u SynRM:

$$L_d = L_{\sigma s} + L_{md}, L_q = L_{\sigma s} + L_{mq} \quad (3-38)$$

Náhradní obvodové schéma pro oba typy motorů je na Obr. 22. Stejně jako u SynRM je tvořeno dvěma obvody, jeden pro osu  $d$  a druhý pro osu  $q$ , které jsou vzájemně svázané indukovaným napětím vyvolaným spřaženým magnetickým tokem z druhé osy.



Obr. 22 Náhradní obvodové schéma SynRM s PM. a) PMA-SynRM, b) FI-PMA-SynRM [3].

Elektromagnetický moment lze vyjádřit stejným způsobem jako v (4-17), po dosazení vztahů z (3-36) a (3-37) získáváme rozepsanou rovnici pro moment synchronního reluktančního motoru s PM. Má vždy dvě složky. Reluktanční složku a složku z interakce statorového točivého magnetického pole ve vzduchové mezeře a PM:

$$m = m_{\text{rel}} + m_{\text{PM}}. \quad (3-39)$$

Je potřeba znovu rozlišit oba typy motorů z hlediska uložení PM. Pro PMA-SynRM má momentová rovnice tvar:

$$m = \frac{3p_p}{2} [(L_d - L_q)i_d i_q + \psi_{\text{PM}} i_d]. \quad (3-40)$$

Pro FI-PMA-SynRM se momentová rovnice nepatrně liší a má tvar:

$$m = \frac{3p_p}{2} [(L_d - L_q)i_d i_q + \psi_{\text{PM}} i_q]. \quad (3-41)$$

Abychom soustavu rovnic pro synchronní motor s PM měli kompletní, musíme ji doplnit ještě o pohybovou rovnici, která bude mít stejný tvar jako v (3-18) pro oba typy motorů. Přepočítání mezi elektrickou úhlovou frekvencí a mechanickou úhlovou rychlostí je stejný jako v (3-19). Tím jsme představili potřebné rovnice pro simulaci obou motorů, my ale budeme simulovat pouze PMA-SynRM. Pro úplnost je vhodné zmínit, že *cross-coupling* a saturace, jak byly popsány u klasického SynRM výše, platí jak pro PMA-SynRM tak pro FI-PMA-SynRM.

### 3.3.1 Model SynRM s PM v ustáleném stavu

Pro ustálený stav platí podmínky stanovené v části 3.2.2. Napěťové rovnice jsou shodné s těmi v (3-22) a při zanedbání úbytku napětí na odporech se můžeme stejným způsobem, který byl popsán dříve, dopracovat k rovnici momentu v závislosti na zátěžném úhlu. Pro PMA-SynRM bude mít rovnice tvar:

$$M = \frac{3p_p}{\omega_e} \left[ \frac{U U_{\text{ief}}}{X_q} \cos \delta + \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) \frac{U^2}{2} \sin 2\delta \right], \quad (3-42)$$

kde  $U_{\text{ief}}$  je efektivní hodnota indukovaného napětí ve statorovém vinutí vlivem toku PM a je zapsaná jako:

$$U_{ief} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_e \psi_{PM}. \quad (3-43)$$

Moment se opravdu skládá ze dvou složek. Z reluktanční v levé části rovnice a ze složky z interakce PM a statorového magnetického toku. První člen má maximum pro konstantní napětí a reaktanci při zátěžném úhlu rovnu  $0^\circ$ . V případě druhého členu se nic nezměnilo oproti SynRM. Ke vztahu je potřeba dodat i fázorový diagram, se kterým se při odvození pracovalo. Zde představíme tři diagramy na Obr. 23, které se liší v závislosti na množství PM vsazených do rotoru. V literatuře se rozlišuje různá kompenzace magnetického toku v ose  $q$ , tj.  $L_q I_q$  [54]. To je na obrázku vidět. V prvním případě se systém označuje jako podkompenzovaný, druhý se označuje jako přirozeně kompenzovaný a poslední jako překompenzovaný. Jak vidíme při porovnání s fázorovým diagramem SynRM, s množstvím PM se zlepšuje účinnost stroje, protože se zmenšuje úhel  $\varphi$ . V druhém a třetím případě se dokonce vektor statorového napětí přesunul z druhého kvadrantu systému  $dq$  do prvního. Přirozeně kompenzovaný motor dosahuje nejlepších vlastností v režimu odbuzování z ostatních zde jmenovaných motorů s různým množstvím PM [3], [54].

Stejně jako u klasického SynRM bude ukázán i vztah pro moment v závislosti na úhlu statorového proudu. Při odvození se postupuje obdobně. Výsledná rovnice momentu má tvar:

$$M = \frac{3p_p}{2} [(L_d - L_q)I^2 \sin 2\beta + \psi_{PM} I \sqrt{2} \cos \beta]. \quad (3-44)$$

Při srovnání s rovnicí s (3-29) můžeme s jistotou říci, že úhel vektoru proudu pro zajištění maximálního momentu se změnil a není už  $45^\circ$  jako u SynRM, když neuvažujeme saturaci a jiné nelinearity. Zjišťováním ideálního úhlu pro řízení MTPA se nebudeme v této kapitole zabývat.

FI-PMa-SynRM se chová jinak z důvodu rozdílného umístění magnetů v rotoru. Změní se tedy i momentová rovnice, bude mít tvar:

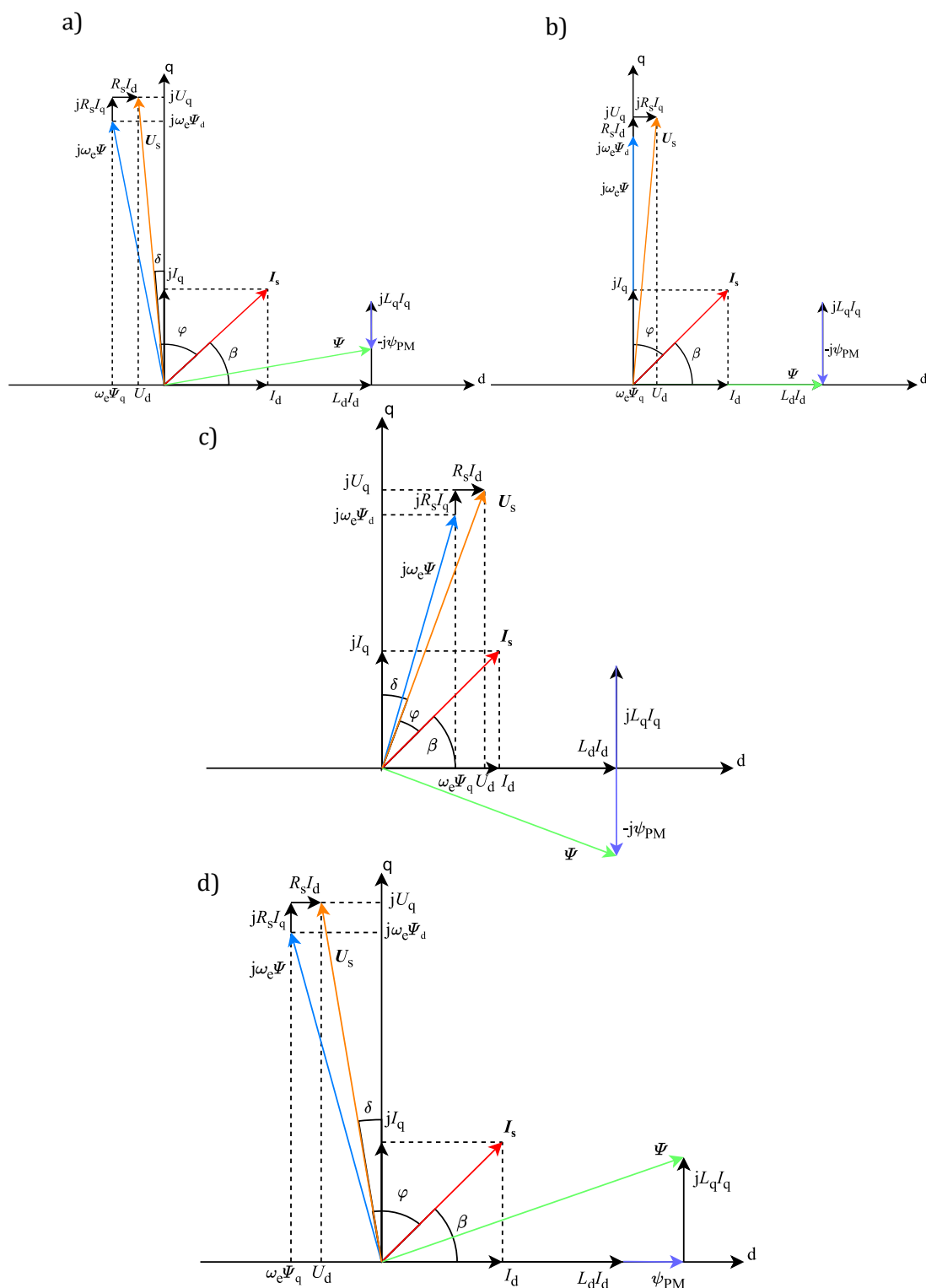
$$M = \frac{3p_p}{\omega_e} \left[ \frac{U U_{ief}}{X_d} \sin \delta + \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) \frac{U^2}{2} \sin 2\delta \right]. \quad (3-45)$$

Je patrné, že v porovnání s (3-42) se tato rovnice liší pouze v prvním členu, kde vystupuje reaktance  $X_d$  místo  $X_q$  a druhý rozdíl je, při jakých zátěžných úhlech nabývá maxima, zde to je  $90^\circ$ . Fázorový diagram je na Obr. 23. Povšimneme si, že při podobném množství umístěných PM, jako v případě námi uvedeného podkompenzovaného PMa-SynRM, je účinnost FI-PMa-SynRM menší. To odpovídá tomu, co jsme uvedli v části 2.2.4.

Taktéž se změní i rovnice pro moment v závislosti na úhlu  $\beta$ :

$$M = \frac{3p_p}{2} [(L_d - L_q)I^2 \sin 2\beta + \psi_{PM} I \sqrt{2} \sin \beta], \quad (3-46)$$

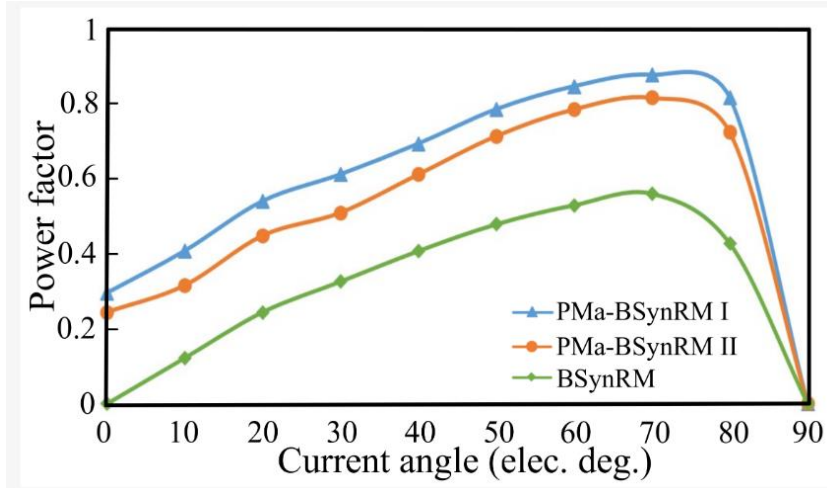
a tudíž bude jiný i úhel vektoru statorového proudu pro maximální moment stroje.



Obr. 23 Fázorový diagram PMA-SynRM a FI-PMA-SynRM v ustáleném stavu (bez zanedbání úbytku napětí na odporech a se zanedbáním ztrát v železe). a) Podkompenzovaný PMA-SynRM, b) přirozeně kompenzovaný PMA-SynRM, c) překompenzovaný PMA-SynRM, d) FI-PMA-SynRM.

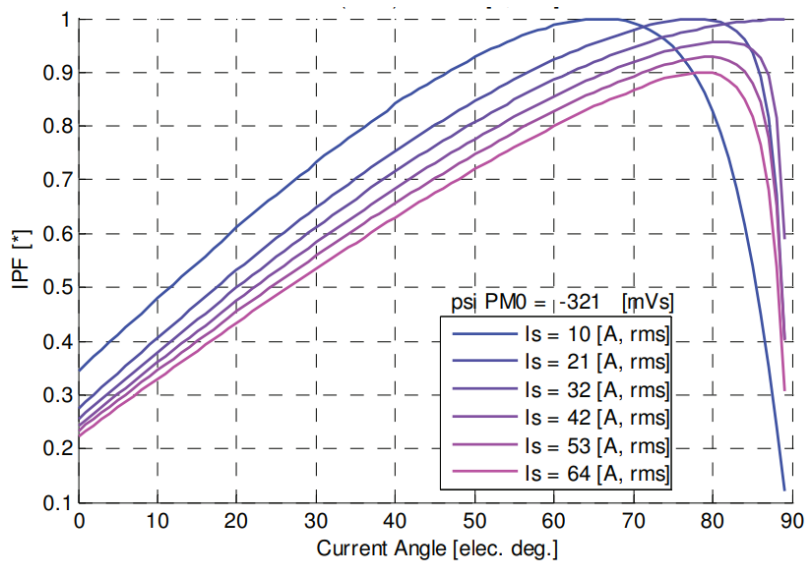
### 3.3.2 Účinník SynRM s PM

Účinník je pro motor s PM definován stejně jako v (3-30) pro dané podmínky. Jeho maximální hodnota oproti SynRM vzroste a bude úměrná množství a síle PM, jak je vidět v Obr. 23. Přesný vzorec pro výpočet účinníku SynRM s PM zde nebude uveden. V [58] se podařilo pomocí FEM porovnat průběhy účinníků v závislosti na úhlu vektoru statorového proudu pro stejnou velikost statorového proudu pro PMA-BSynRM, FI-PMA-BSynRM a BSynRM. Výsledky je možné vidět na Obr. 24. Co se týká označení motorů, nejedná se o chybu, písmeno B znamená, že motory jsou tzv. *bearingless*, tzn. bezložisková. To ale pro nás není podstatné a nemá to efekt na hodnoty účinníku, tedy můžeme předpokládat, že se jedná o PMA-SynRM, FI-PMA-SynRM a SynRM. Na Obr. 25 vidíme stejnou závislost pro jiný PMA-SynRM než v Obr. 24 ale pro více hodnot statorových proudů.



Obr. 24 Průběh hodnoty účinníku v závislosti na úhlu vektoru proudu. PMA-SynRM (modrá), FI-PMA-SynRM (oranžová), SynRM (zelená) [58].

Tímto byly podrobně analyzovány dva vybrané motory – klasický SynRM a SynRM s PM, byly představeny soustavy rovnic k jejich modelování a matematický popis byl doplněn i o dvě části věnované jejich chování v ustáleném stavu a důležitému kvalitativnímu činiteli - účinníku. V následující kapitole bude vytvořen vhodný model regulace, pomocí kterého bude možné demonstrovat chování obou motorů.



Obr. 25 Průběh účinníku PMA-SynRM v závislosti na úhlu vektoru proudu pro různé velikosti proudu [54].



## KAPITOLA 4: MATEMATICKÝ MODEL REGULACE

Jak bylo řečeno v části 0, synchronní reluktanční motory nelze rozběhnout přímým připojením k síti, pokud nejsou vybaveny klecí spojenou dokrátka umožňující asynchronní rozběh. Jelikož ale oba motory, které jsme zvolili pro simulaci, jsou bezklecové, tento způsob tedy není k dispozici. Jiná možnost, která je dnes mnohem více využívaná, je napájet motor ze střídače nebo z frekvenčního měniče a měnit rychlost motoru změnou napájecí frekvence. Tento způsob řízení se nazývá frekvenční řízení. Běžně se rozděluje frekvenční řízení na skalární a vektorové. Jak název napovídá, skalární řízení je omezené pouze na frekvence a velikosti prostorových vektorů motorových veličin, jako je proud, napětí či magnetický tok. Naopak vektorové řízení umožňuje měnit i polohu těchto vektorů. Podrobnější popis všech zmíněných druhů řízení je možné najít např. v [12] nebo v [59], my se ale v této práci omezíme pouze na základy potřebné k sestavení modelu regulace.

Pro naše modely jsme zvolili vektorové řízení, kvůli jeho výhodám oproti skalárnímu řízení. Dále lze vektorové řízení rozlišovat podle způsobu ovládní prostorových vektorů, použitých regulátorů atd. My jsme se rozhodli implementovat do našeho modelu nejběžněji používaný typ vektorového řízení pro střídavé stroje, tj. FOC neboli *field oriented control*.

### 4.1 FOC

FOC nám nabízí řadu výhod. Řízení pracuje s proudem a s napětím v soustavě  $dq$ , ve které máme matematicky popsany náš motor a navíc jsou zde tyto veličiny stejnosměrné, což velmi ulehčuje jejich regulaci. Další výhodou je jeho jednoduchost. V principu FOC vychází z představy, že vektor statorového proudu v systému  $dq$  lze rozdělit na dvě složky  $i_d$  a  $i_q$ . První nazýváme tokotvornou a druhou momentotvornou. Tokotvorná složka je spojená se spráženým magnetickým tokem motoru a momentotvorná, jak název napovídá, je svázána s momentem motoru. Řízení jednotlivých složek proudu pomocí dvou regulátorů se velmi podobá řízení stejnosměrného cize buzeného motoru. V závěru tedy přímo ovládáme moment a sprážený magnetický tok.

Schéma FOC má několik prvků, přičemž každý má svoji úlohu v celkovém systému řízení. Tyto prvky se ale mohou lišit a podle toho pak existují různé varianty FOC. Základní prvky v FOC, jejich úkol a různé varianty budou představeny zde:

1. Prvek pro zjištění polohy/rychlosti rotoru. My v našem modelu z důvodu zachování jednoduchosti modelu a na pokyn vedoucího práce nebudeme zjišťovat polohu/rychlost rotoru zde představenými způsoby, ale budeme vycházet přímo z pohybové rovnice (3-18), kde rychlost vystupuje. V reálném řízení tento přístup není možný a vždy je odhad polohy/rychlosti do jisté míry nepřesný na rozdíl od našeho modelu. Dvě varianty FOC podle zjišťování polohy/rychlosti rotoru jsou [59]:
  - Varianta se senzorem:
    - inkrementální čidlo,
    - resolver.
  - Varianta bez senzoru:
    - úhel natočení rotoru se určuje z matematického modelu motoru.
2. Transformační bloky, které transformují veličiny jako proud nebo napětí ze systému  $abc$  do systému  $dq$  a obráceně, tudíž představují Parkovu a inverzní Parkovu transformaci. Jejich matematický popis je v rovnicích (3-6) a (3-7).
3. Regulátory pro regulaci hlavních a vedlejších regulovaných veličin. V FOC jsou v případě rychlostní regulace většinou tři regulátory (jeden regulátor rychlosti a dva regulátory proudu). Existují různé regulátory [12]:
  - klasické PI(D) regulátory, které budeme v našem modelu používat,

- regulátory na principu fuzzy logiky,
  - *sliding mode* regulátory,
  - jiné.
4. Blok modulátoru pro vstup do střídače. Tento prvek bude podrobněji popsán v části 4.4.2. Klasicky se používají dva základní způsoby modulace:
    - SPWM (PWM) – pulzně šířková modulace,
    - SVM (SVPWM) – modulace prostorového vektoru; ta bude v modelu používána.
  5. Střídač, který napájí motor. Nejčastěji se setkáváme s napětovým střídačem. Více informací o napětovém střídači bude v části 4.4.1.
  6. Blok odvazbení. Ten není vždy nutný, ale při jeho začlenění je možné dosáhnout přesnější regulace [12]. Lehké nastínění jeho principu fungování bude v části 4.5.

## 4.2 Řídicí strategie

Ted' už víme, že principem FOC je regulace tokotvorné a momentotvorné složky prostorového vektoru statorového proudu. Problém zde nastává, že nevíme, na jaké hodnoty je máme regulovat. Pokud se na chvíli přemístíme od synchronních reluktančních motorů k jinému střídavému motoru např. PMSM, tak zde se reguluje tokotvorná složka na nulu, aby momentotvorná složka byla maximální možná při dané velikosti proudu a bylo dosaženo největšího momentu [12]. Tento přístup nelze použít u SynRM, protože při pohledu na momentové rovnice (3-16) a (3-40) je zřejmé, že regulace jakékoliv složky proudu na nulu způsobí buďto nulový generovaný moment v případě SynRM nebo nevyužití potenciálu motoru v případě regulace  $i_q$  na nulu u PMA-SynRM. Přesto ale představa najít takové proudy  $i_d$  a  $i_q$ , při kterých bude např. největší možný moment pro danou velikost prostorového vektoru proudu, není úplně od věci, akorát se takové proudy musí vhodnou metodou nalézt.

V literatuře se předkládá hned několik zajímavých dvojic proudů, resp. zajímavých úhlů  $\beta$  znázorněných na Obr. 20 a Obr. 23, které nám nabízí různé výhodné možnosti při řízení motoru a podle toho se i nazývají řídicí strategie, které těchto úhlů využívají. Jsou to:

- strategie řízení MTPA,
- strategie řízení MTPF (MTPV),
- strategie řízení MPFC (MTPkVA).

Jelikož jsou oba naše motory napájeny ze střídače, existují dva limitující faktory, které při použití kterékoliv řídicí strategie musíme vzít v úvahu. Jsou to maximální proud, na který jsou střídač a motor navrženy a maximální napětí, které je dané stejnosměrným napětím v meziobvodu a použitou modulační technikou [60]. Pro příští použití si zde tato omezení matematicky vyjádříme:

$$I_s = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \leq I_{s\max}, \quad (4-1)$$

$$U_s = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \leq U_{s\max}. \quad (4-2)$$

$I_s$  a  $U_s$  jsou velikosti vektorů statorového proudu a napětí. Při použití SVM je maximální napětí, které střídač může dodat, rovné [60]:

$$U_{s\max} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}}, \quad (4-3)$$

kde  $U_{DC}$  je velikost napětí ve stejnosměrném meziobvodu.

### 4.2.1 MTPA

MTPA neboli *maximum torque per ampere* je strategie, která byla už dříve zmíněna v části 3.2.2. Poskytuje nám úhel vektoru statorového proudu  $\beta_{MTPA}$ , při kterém je pro danou velikost tohoto

proudu největší generovaný moment. Hlavní výhodou této strategie je snížení Jouleových ztrát v motoru, protože žádaný moment je zajištěn nejmenším možným proudem, což je jiná formulace již řečeného [61]. Jeden analytický způsob, jak najít úhel  $\beta_{\text{MTPA}}$ , spočívá v hledání vázaných extrémů např. pomocí Lagrangeových multiplikátorů [10]. Tento postup lze obdobně použít i u dalších jmenovaných strategií. Algoritmus je jednoduchý. Známe momentovou rovnici motoru z (3-16) a z (3-40) a řešíme optimalizační úlohu. Ta je zadaná různě podle toho, jestli výstupem regulátoru rychlosti je žádaný moment nebo žádaný proud. Pro první případ má optimalizační úloha tvar:

$$\begin{aligned} \min_{(i_d, i_q)} I_s(i_d, i_q) &= \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \leq I_{s\text{max}}, \\ \text{aby } M(i_d, i_q) &= M_{\text{ref}}, \end{aligned} \quad (4-4)$$

kde  $I_s$  je velikost prostorového vektoru statorového proudu,  $I_{s\text{max}}$  je maximální velikost tohoto proudu daná motorem a střídačem, který ho napájí,  $M_{\text{ref}}$  je žádaná hodnota momentu. V případě, že výstupem regulátoru rychlosti je žádaný proud, změni optimalizační úloha tvar na:

$$\begin{aligned} \max_{(i_d, i_q)} M(i_d, i_q), \\ \text{aby } I_s(i_d, i_q) &= I_{s\text{ref}} \end{aligned} \quad (4-5)$$

$I_{s\text{ref}}$  je žádaná velikost prostorového vektoru proudu. Obě cesty vedou ke stejnému výsledku. Řešení je dosaženo, jak už bylo řečeno, použitím např. Lagrangeových multiplikátorů. Ve výsledku dostaneme proudy  $i_{d\text{MTPA}}$  a  $i_{q\text{MTPA}}$ , které odpovídají zadaným požadavkům. Úhel  $\beta_{\text{MTPA}}$  získáme ze vztahu:

$$\beta_{\text{MTPA}} = \tan^{-1}\left(\frac{i_{q\text{MTPA}}}{i_{d\text{MTPA}}}\right) \quad (4-6)$$

Pro SynRM je tento úhel rovný  $\beta_{\text{MTPA}} = 45^\circ$ , pokud zanedbáme saturaci a ostatní nelinearity a tedy  $i_{d\text{MTPA}} = i_{q\text{MTPA}}$ . To ale bylo na první pohled jasné z rovnice (3-29). U PMA-SynRM tento úhel nelze najít pouhým prohlédnutím si momentové rovnice, ale použitím představeného postupu se k výsledku vždy dostaneme. V případě, že bychom uvažovali sycení magnetického obvodu, stane se hledání  $\beta_{\text{MTPA}}$  mnohem komplikovanější. Ve většině případů se potom z důvodu výpočetní náročnosti nehledá MTPA trajektorie analyticky, nýbrž jinými způsoby, které jsou popsány v [10] a v [62]. To stejné platí i o ostatních řídicích strategiích a jejich trajektoriích. Strategie MTPA bude použita v našich modelech, přičemž u SynRM úhel  $\beta_{\text{MTPA}}$  známe a pro PMA-SynRM je vytvořen LUT (*lookuptable*) pro velký rozsah žádaných momentů.

#### 4.2.2 MTPF (MTPV)

MTPF neboli *maximum torque per flux* je stejně jako MTPA jedna ze strategií řízení synchronních reluktančních motorů, která nám poskytuje úhel  $\beta_{\text{MTPF}}$ , při kterém motor generuje největší možný moment v závislosti na velikosti prostorového vektoru celkového magnetického toku v motoru. MTPF strategie při velkých rychlostech minimalizuje ztráty v železe, ty ale v modelu nemáme zahrnuté [63]. V některé literatuře se tato metoda označuje jako MTPV neboli *maximum torque per voltage*. [63] ale uvádí, že tato záměna není vždy správná a vede k chybným výsledkům, protože samotná MTPV strategie udává úhel  $\beta_{\text{MTPV}}$ , při kterém je dosaženo největšího momentu v závislosti na velikosti statorového napětí, což je odlišná optimalizační úloha než pro MTPF. Pouze při zanedbání úbytku napětí na odporech nebo velmi malém odporu statorového vinutí a velkých rychlostech se obě trajektorie překrývají. MTPV řízení se využívá např. při odbuzování s omezením statorového proudu, kdy se chce dosáhnout velkých rychlostí motoru a zároveň se chce maximalizovat moment [61]. Hledání extrémů ale jinak podléhá stejným pravidlům a postupům jako u MTPA, akorát se změni omezující kritéria. Po vyřešení optimalizační úlohy, vychází úhel  $\beta_{\text{MTPF}}$  pro SynRM, při zanedbání úbytku napětí na odporech, jako:

$$\beta_{\text{MTPF}} = \tan^{-1} \left( \frac{L_d}{L_q} \right). \quad (4-7)$$

U PMA-SynRM není vztah pro úhel tak jednoduchý, a proto ho zde nebudeme uvádět.

### 4.2.3 MPFC (MTPkVA)

MPFC neboli *maximum power factor control* byl zmíněn už v části 3.2.3. Jedná se o strategii řízení, při které motor dosahuje nejvyšší hodnoty účinnku pro danou rychlost, velikost statorového proudu atd. Někdy bývá označována i jako MTPkVA neboli *maximum torque per kilo-volt-ampere*. Lze odvodit, že klasický SynRM bude dosahovat maximálního účinnku při úhlu:

$$\beta_{\text{MPFC}} = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} \right). \quad (4-8)$$

Pro PMA-SynRM není stejně jako u ostatních metod výraz pro hledaný úhel tak jednoduchý a nebude zde uveden. Navíc tato strategie nebude použita v našich modelech, a proto se této problematice nebudeme více věnovat. Pro zájemce lze odvození a doplňující informace najít v [18].

## 4.3 Odbuzování

Ačkoliv blok odbuzování neměl být původně součástí našeho modelu, tak se ukázalo, že se náš modelovaný SynRM bez PM nedokáže při řízení podle MTPA ani přiblížit jmenovité rychlosti, aniž by nebyl dosažen limit maximálního statorového napětí daného velikostí napětí v meziobvodu. Proto bylo nutné implementovat blok odbuzování, který by rozšířil rozsah provozní rychlosti motoru. Toto téma zde bude rozebrané pouze pro SynRM bez PM. U druhého motoru stejný problém nenastal, a proto jeho regulační model blok odbuzování neobsahuje. Postup při sestavování by ale byl obdobný, akorát by se vycházelo z rovnic pro PMA-SynRM.

Jak bylo uvedeno v části 4.2, tak při řízení motoru se musí dbát na dodržení daných napěťových a proudových limitů. Při nízkých rychlostech se volí strategie řízení MTPA, protože nám umožňuje omezit ztráty ve statorovém vinutí, které v tento okamžik tvoří téměř veškeré ztráty (při uvažování ztrát v železe). Tato oblast rychlostí se nazývá CTR (*constant torque region*) neboli oblast řízení s konstantním momentem [64]. Víme podle rovnic (3-22) a z fázorového diagramu na Obr. 20, že s rostoucí rychlostí roste i velikost statorové napětí. Jakmile dosáhne toto napětí hodnoty dané vztahem (4-3), musí se změnit strategie řízení pro další zvyšování rychlosti. Maximální mechanická úhlová rychlost v oblasti CTR je dána vztahem:

$$\Omega_{m,\text{base}} = \frac{1}{p_p} \cdot \frac{U_{s\text{max}} - R_s \sqrt{i_d^2 + i_q^2}}{\sqrt{L_d i_d + L_q i_q}} \quad (4-9)$$

Uvažujeme, že v oblasti CTR budeme pracovat s maximální velikostí vektoru statorového proudu a bude tedy platit:

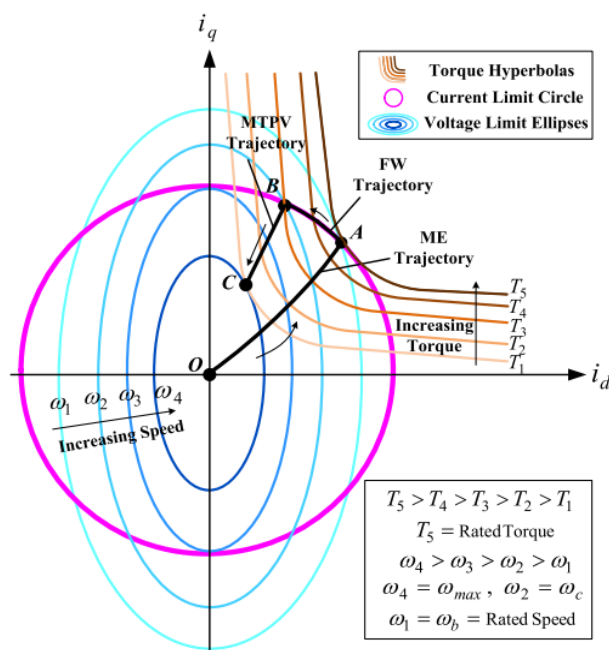
$$I_s = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = I_{s\text{max}}. \quad (4-10)$$

Toto tvrzení je založené na předpokladu, že budeme chtít maximálně využít nabízený výkon motoru. Při zanedbání úbytku napětí na odporech můžeme podmínku týkající se velikosti napětí v (4-2) pomocí (4-9) a krátké úpravy vyjádřit následovně:

$$\frac{i_d^2}{\left( \frac{U_{s\text{max}}}{\omega_e L_d} \right)^2} + \frac{i_q^2}{\left( \frac{U_{s\text{max}}}{\omega_e L_q} \right)^2} \leq 1 \quad (4-11)$$

Vidíme, že statorové napětí v pravouhlé soustavě ( $i_d, i_q$ ) představuje elipsu. Další poznatek je, že abychom dodrželi podmínku (4-2), musí se pracovní bod v ( $i_d, i_q$ ) nacházet uvnitř nebo na hranici této elipsy. S rostoucí rychlostí se elipsa zmenšuje do bodu (0, 0). Zároveň se také pracovní bod musí držet uvnitř nebo na okraji limitující kružnice dané vztahem (4-1). Obojí je společně

s pracovním bodem daným MTPA strategií a s momentovými křivkami vizuálně znázorněno na Obr. 26.



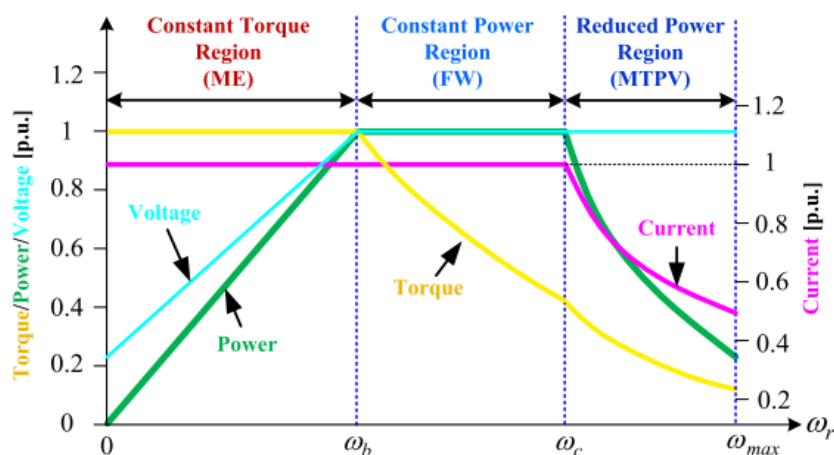
Obr. 26 Grafické znázornění napěťové elipsy (tyrkysová) pro různé hodnoty otáček, proudové kružnice (ružová) a momentu pro různé hodnoty proudu a MTPA, CVLC a MTPV křivek [64].

Jakmile rychlost dosáhne hodnoty dané vztahem (4-9), protíná napěťová elipsa proudovou kružnici v MTPA bodě. Ten je na obrázku znázorněn písmenem A. V tomto bodě motor také dosahuje maximálního výkonu [64]. Pro další zvyšování rychlosti je nutné začít odbuzování motoru, protože jinak by s rostoucí rychlostí pracovní bod A nespĺňoval podmínku (4-11). Proces odbuzování SynRM má dva stupně, které jsou specifické pro dva rozsahy rychlostí. První fáze nese název CVLC (*current, voltage limit control*) [65]. V této fázi odbuzování se snažíme udržet konstantní napětí a proud, abychom pracovali i nadále s maximálním výkonem motoru, proto se oblast rychlostí, kde se aplikuje tato strategie řízení, nazývá CPR (*constant power region*) [64]. Moment nám během tohoto stádia odbuzování klesá. Na Obr. 26 je křivka znázorňující tuto oblast řízení mezi body A a B. Při dosažení určité rychlosti, kdy se napěťová elipsa a proudová kružnice protínají v bodě B, je vhodné změnit řídicí strategii na tzv. MTPV. O té již byla řeč v části 4.2.2. Výhodou řídicí strategie MTPV oproti doposud používané strategii CVLC je, že díky ní lze dosáhnout vyšších provozních rychlostí, které jsou ale samozřejmě omezené maximální dovolenou rychlostí motoru [61]. Částečná MTPV křivka je na obrázku mezi body B a C. Vzorec pro výpočet řídicího úhlu  $\beta_{MTPV}$  při zanedbání úbytku napětí na odporech byl představen v (4-7). Během této fáze odbuzování klesá moment, proud i výkon motoru. Proto se oblast rychlostí, kde se MTPV aplikuje, nazývá RPR neboli *reduced power region* nebo taky oblast řízení s klesajícím proudem [11], [64]. Průběhy těchto jmenovaných veličin včetně napětí v poměrných jednotkách v závislosti na rychlosti jsou zobrazeny na Obr. 27.

V kapitole 3.3.1 byly představeny tři fázorové diagramy pro PMA-SynRM v závislosti na množství permanentních magnetů a s tím spojenou kompenzací magnetického toku v ose  $q$ . Bylo také uvedeno, že přirozeně kompenzované PMA-SynRM mají nejlepší vlastnosti při odbuzování. Pokud bychom pro obecný PMA-SynRM odvodili rovnici napěťové elipsy stejným postupem jako pro SynRM, zjistíme, že elipsa se s rostoucí rychlostí zmenšuje do bodu  $(0, \psi_{PM}/L_q)$ . Přirozeně kompenzované motory mají tu vlastnost, že velikost  $I_{smax}$  lze vyjádřit jako:

$$I_{s\max} = \frac{\psi_{PM}}{L_q} \quad (4-12)$$

Tudíž kružnice ze vztahu (4-10) udávající maximální proud, se kterým motor pracuje, prochází středem napěťové elipsy. Z toho plyne závěr, že pokud bychom odbuzovali přirozeně kompenzovaný PMa-SynRM, tak můžeme dosáhnout maximální rychlosti motoru, aniž bychom opustili CPR, tj. budeme pracovat stále s maximálním výkonem a nemusíme přecházet na MTPV řízení. To je velká výhoda. Překompenzované PMa-SynRM nemají možnost řízení s MTPV v oblasti RPR, tudíž také při odbuzování pracují s maximálním výkonem, ale na rozdíl od přirozeně kompenzovaných motorů, jejich rozsah provozních rychlostí je od určitých otáček omezen maximálním proudem. Napěťová elipsa se zmenšuje do bodu mimo tento limitující kruh. Naopak podkompenzované PMa-SynRM mají možnost odbuzování za využití MTPV v oblasti RPR a odbuzování probíhá podobně jako u SynRM. Podrobněji je tato problematika popsána v [61] a v [65].

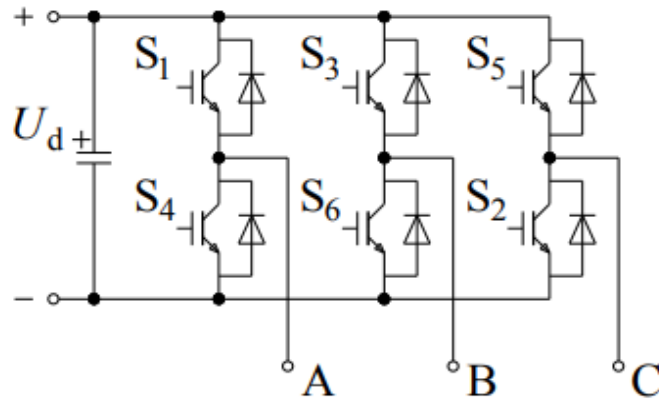


Obr. 27 Průběhy momentu (žlutá), výkonu (zelená), proudu (růžová) a napětí (tyrkysová) v poměrných jednotkách v závislosti na rychlosti motoru v různých oblastech [64].

## 4.4 SVPWM

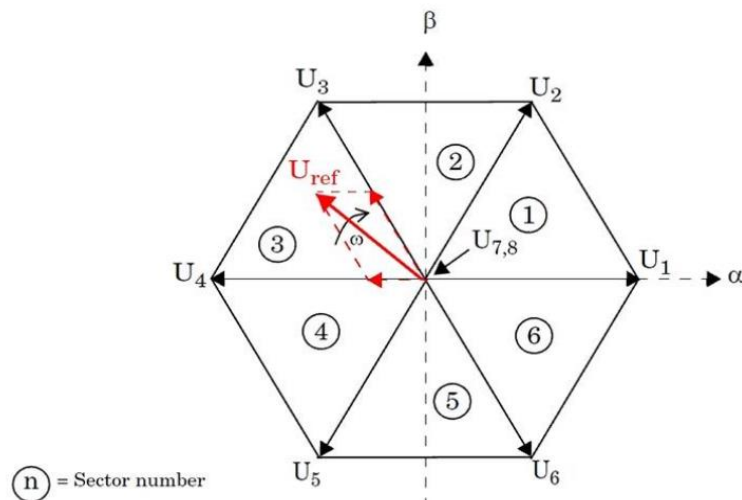
### 4.4.1 Napěťový střídač

K napájení našich vybraných motorů je nutné z důvodu chybějící rozběhové klece použít frekvenční měnič, jehož součástí je mimo jiné nejčastěji napěťový střídač. Existují různé topologie napěťových střídačů, ale v zásadě je můžeme rozdělit na dvouúrovňové a víceúrovňové [66]. My v modelu použijeme dvouúrovňový střídač, který je na Obr. 28. Ten tvoří tři větve, přičemž každá větev se skládá ze dvou vypínatelných součástek, které bývají vzhledem k velkým výkonům často typu IGBT [67]. K nim jsou vždy zapojeny antiparalelně tzv. zpětné diody. Stejnoseměrný obvod je tvořen velkým kondenzátorem. Zdrojem stejnosměrného napětí bývá usměrňovač napájený ze střídavé sítě. Vhodným spínáním tranzistorů ve větvích lze obdržet výstupní fázové napětí střídače o velikosti  $\pm U_{DC}/2$ , které je mezi fázemi střídače a fiktivním středem napětí meziobvodu. Sdružené napětí bude mít velikost  $\pm U_{DC}$ . Napětí každé fáze je posunuté o  $120^\circ$ , resp.  $-120^\circ$  elektrických. Je nutné zajistit, aby nebyly sepnuty dva tranzistory v jedné větvi, jinak by došlo ke zkratu napájecího zdroje.



Obr. 28 Schéma dvouúrovňového napětového střídače [66].

Topologie střídače nám poskytuje 8 různých spínacích kombinací jednotlivých spínačů. Ty v soustavě  $\alpha\beta$  představují prostorové vektory napětí. Dvě kombinace tvoří nulové či pasivní vektory ( $U_7$  a  $U_8$ ) a zbylých šest kombinací tvoří tzv. základní či aktivní vektory, kde každý má velikost  $2/3 U_{DC}$ . Těchto šest základních vektorů rozděljuje rovinu  $\alpha\beta$  na šest sektorů, jak je ukázáno na Obr. 29. Různé spínací kombinace jednotlivých tranzistorů a příslušné prostorové vektory jsou uvedené v Tab. 4-1. Číslo „0“ zde znamená sepnutí dolního tranzistoru a „1“ naopak sepnutí horního tranzistoru příslušné větve.



Obr. 29 SVM šestiúhelník s prostorovými vektory napětí v rovině  $\alpha\beta$  [68].

Tab. 4-1 Základní vektory napětí a jejich příslušné spínací kombinace.

Fáze	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$	$U_8$
A	1	1	0	0	0	1	1	0
B	0	1	1	1	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1	0

#### 4.4.2 Modulace

Modulace značí přenos informací o žádaném průběhu signálu, který může představovat napětí nebo proud, z řídicích systémů na výkonové prvky jako jsou v našem případě tranzistory, které vhodným spínáním signál zrekonstruují [66]. Stručně lze říct, že referenční signál modulujeme na nosný signál a výsledný modulovaný signál je poslán na výkonové součástky.

Modulačních metod je mnoho a jejich analýza by si vyžadovala samostatné kapitoly. My si ze všech nabízených možností vybereme dopřednou modulaci, tj. bez zpětné vazby a konkrétně tzv.

SVM (*space vector modulation*) neboli modulaci prostorového vektoru. Principem SVM je složení referenčního prostorového vektoru ze základních vektorů střídače [67]. Referenční vektor nacházející se v určitém sektoru je vhodné skládat ze základních vektorů, které tento sektor ohraničují. Referenční vektor na Obr. 29 bychom tedy sestavili pomocí vektorů  $\mathbf{U}_3$  a  $\mathbf{U}_4$ . Poloha (úhel) referenčního vektoru je dána poměrnou dobou sepnutí dvou základních vektorů ohraničující sektor a jeho amplituda je dána poměrnou dobou sepnutí základních a nulových vektorů. Toto tvrzení lze obecně vyjádřit pro referenční vektor v kterémkoliv sektoru následujícím vztahem:

$$\mathbf{U}_{\text{ref}} \cdot T_c = \mathbf{U}_R \cdot \frac{T_R}{T_c} + \mathbf{U}_L \cdot \frac{T_L}{T_c} + \mathbf{U}_0 \cdot \frac{T_0}{T_c} \quad (4-13)$$

kde  $\mathbf{U}_R$  a  $\mathbf{U}_L$  jsou vektory ohraničující sektor,  $\mathbf{U}_0$  je jakýkoliv ze dvou nulových vektorů a  $T_R$ ,  $T_L$  a  $T_0$  jsou doby sepnutí jednotlivých vektorů,  $T_c$  je celková spínací perioda modulace. Pro upřesnění vektor  $\mathbf{U}_0 = \mathbf{U}_7 = \mathbf{U}_8$ . Rozhodnutí, který ze dvou nulových vektorů použít závisí na tom, které tranzistory byly sepnuté v předchozím okamžiku. Pokud by např. byly sepnuté tranzistory pro vytvoření vektoru  $\mathbf{U}_2$ , tak je efektivnější, z hlediska času potřebného k sepnutí tranzistorů, využít v další sekvenci nulový vektor  $\mathbf{U}_7$ , protože je potřeba sepnout pouze jeden tranzistor, zatímco pro vektor  $\mathbf{U}_8$  bychom museli dva tranzistory vypnout [68]. To vidíme v Tab. 4-1.

Pro vytvoření referenčního vektoru je nutné spočítat doby sepnutí jednotlivých vektorů. Obecné vztahy pro jejich výpočet vypadají následovně:

$$T_R = T_c \frac{\sqrt{3} \cdot |\mathbf{U}_{\text{ref}}|}{U_{\text{DC}}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma + \frac{n-1}{3} \cdot \pi\right) \quad (4-14)$$

$$T_L = T_c \frac{\sqrt{3} \cdot |\mathbf{U}_{\text{ref}}|}{U_{\text{DC}}} \sin\left(\gamma - \frac{n-1}{3} \cdot \pi\right) \quad (4-15)$$

$$T_0 = T_c - T_R - T_L, \quad (4-16)$$

kde  $\gamma$  je úhel mezi referenčním vektorem a osou  $\alpha$ ,  $n$  je sektor, ve kterém se referenční vektor nachází a  $U_{\text{DC}}$  je velikost napětí ve stejnosměrném meziobvodu. V okamžiku, kdy známe časy sepnutí jednotlivých vektorů, je posledním krokem nalezení dob sepnutí horních a dolních tranzistorů jednotlivých fází střídače. Tyto doby se budou odvíjet od sektoru, ve kterém se referenční vektor nachází. Jednotlivé časy sepnutí horních tranzistorů pro daný sektor jsou uvedené v Tab. 4-2. Časy sepnutí dolních tranzistorů nemusíme uvádět, protože jsou pouze doplňkem do modulační periody [67].

Tab. 4-2 Doby sepnutí horních tranzistorů napěťového střídače pro všechny sektory [67].

Sektor	Doba sepnutí	Sektor	Doba sepnutí
1	$T_A = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$	4	$T_A = \frac{T_0}{2}$
	$T_B = T_L + \frac{T_0}{2}$		$T_B = T_R + \frac{T_0}{2}$
	$T_C = \frac{T_0}{2}$		$T_C = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$
2	$T_A = T_R + \frac{T_0}{2}$	5	$T_A = T_L + \frac{T_0}{2}$
	$T_B = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$		$T_B = \frac{T_0}{2}$
	$T_C = \frac{T_0}{2}$		$T_C = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$
3	$T_A = \frac{T_0}{2}$	6	$T_A = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$
	$T_B = T_L + T_R + \frac{T_0}{2}$		$T_B = \frac{T_0}{2}$
	$T_C = T_L + \frac{T_0}{2}$		$T_C = T_R + \frac{T_0}{2}$



Vypočtené spínací sekvence horních a dolních tranzistorů obsahují informaci o průběhu referenčního signálu každé fáze. Následně se porovnávají s nosným signálem, tj. v našem modelu trojúhelníkový signál. Výsledkem jsou spínací pulzy, které jsou posílány na tranzistory. Mají označení  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$  a nabývají dvou hodnot. „0“ značí sepnutí dolního tranzistoru příslušné fáze a „1“ zase sepnutí horního tranzistoru.

Znovuvytvoření referenčního signálu jednotlivých fází pomocí spínacích pulzů je realizováno následujícím způsobem:

$$u_A = \frac{2 \cdot S_A - S_B - S_C}{3} \cdot U_{DC} \quad (4-17)$$

$$u_B = \frac{2 \cdot S_B - S_A - S_C}{3} \cdot U_{DC} \quad (4-18)$$

$$u_C = \frac{2 \cdot S_C - S_A - S_B}{3} \cdot U_{DC} \quad (4-19)$$

## 4.5 Odvazbení

Blok odvazbení zajišťuje kompenzaci vzájemné vazby mezi osami  $d$  a  $q$  motoru, které nejsou zahrnuty ve výstupních napětích proudových regulátorů. Výstupní napětí regulátorů proudu jsou dána pouze regulačními odchylkami proudů jedné osy. Jak ale vidíme z rovnic (3-13) a (3-34), napětí v osách  $d$  a  $q$  jsou navzájem svázána indukovaným napětím vybuzeným spřaženými magnetickými toky v opačné ose. Způsob kompenzace je ihned patrný z následujících rovnic:

$$\begin{aligned} U_d &= U_{dreg} - \omega_e \Psi_q, \\ U_q &= U_{qreg} + \omega_e \Psi_d, \end{aligned} \quad (4-20)$$

kde  $U_{dreg}$  a  $U_{qreg}$  jsou napětí na výstupu regulátorů proudu  $i_d$  a  $i_q$ . Odvazbení by nám mělo poskytnout přesnější regulaci.

## 4.6 Regulátory

V našem modelu budeme používat klasické PI regulátory pro regulaci proudů i rychlosti. Tyto regulátory se skládají z proporcionálního a integračního členu a v základu je jejich matematické vyjádření ve spojitě rovině následující:

$$y(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt, \quad (4-21)$$

Kde funkce  $y(t)$  je funkcí výstupní hodnota regulátoru,  $e(t)$  je regulační odchylka a  $K_p$ ,  $K_i$  jsou proporcionální a integrační konstanty.

My jsme se ale rozhodli, že je nebudeme modelovat podle rovnice (4-21), ale využijeme už předem vytvořené bloky, které jsou k dispozici v našem simulačním prostředí. Jejich ladění proběhlo iterativním procesem „pokus-omyl“, kdy se zkoušely různé kombinace konstant regulátorů a porovnávaly se průběhy simulací. Tento postup určitě není doporučován, kvůli jeho zdoluhavému charakteru, ale v našem případě se tak došlo k relativně kvalitním výsledkům. Zvolené konstanty regulátorů jsou v Tab. 4-3. Jiný známý způsob ladění je pomocí tzv. Ziegler-Nicholsovy metody, která nabízí více systematický přístup. Jednotlivé kroky této metody jsou popsány v [59]. Bohužel tato metoda není vhodná pro kaskádní zapojení více regulátorů, což zrovna v FOC nastává. Nakonec naše simulační prostředí nabízí i automatizované ladění regulátorů v případě, že se jedná o bloky regulátorů z jeho knihoven. Tato možnost byla vyzkoušena, ale nesetkala se s uspokojivými výsledky. Důvod mohl být ve špatném počátečním nastavení procesu ladění.

Tab. 4-3 Konstanty regulátorů

Konstanty regulátorů	SynRM			PMa-SynRM		
	Regulátor $\Omega$	Regulátor $i_d$	Regulátor $i_q$	Regulátor $\Omega$	Regulátor $i_d$	Regulátor $i_q$
$K_P$	3	2000	2000	0,25	5000	5000
$K_I$	15	20	20	0,9	10	10

Při ladění regulátorů jsme se snažili dosáhnout takové reakce systému na jednotkový skok žádané rychlosti, při kterém by byl minimalizovaný překmit  $h_{\max}$ . Zároveň se hledal kompromis, při kterém by doba regulace  $T_{\text{reg}}$  byla dostatečně malá, aby se systém dal označit za dynamický, ale taky aby nebyla příliš nízká, protože by příliš velké zrychlení mohlo mít negativní vliv např. na zátěžný mechanismus. Dále by regulace měla být plynulá a nemělo by docházet k oscilacím.

Výsledek našeho snažení bude představen v následující kapitole.

## KAPITOLA 5: SIMULACE A VÝSLEDKY

Pro samotnou simulaci jsme využili komerční software *Matlab & Simulink*, ke kterému má škola licenci. K tomu abychom mohli simulovat námi navržené modely, je potřeba je správně parametrizovat. Parametry potřebné k simulaci jsou v Tab. 5-1. Oba modely byly simulovány ve spojitě rovině. V Tab. 5-2 je pak uvedeno nastavení samotné simulace.

Tab. 5-1 Parametry modelů

Význam	Značení v simulaci	Hodnota	
		SynRM	PMA-SynRM
<b>Typ motoru</b>		SynRM	PMA-SynRM
Jmenovitý výkon	$P_n$	15 kW	6 kW
Jmenovité napětí	$U_n$	380 V	380 V
Jmenovitý proud	$I_n$	34 A	12,23 A
Jmenovitá rychlost	$n_n$	1500 ot · min <sup>-1</sup>	1500 ot · min <sup>-1</sup>
Maximální rychlost	$n_{max}$	3000 ot · min <sup>-1</sup>	Není uvedeno
Jmenovitý moment	$M_n$	95 N · m	38,2 N · m
Počet pólpárů	$p_p$	2	2
Moment setrvačnosti	$J$	0,0624 kg · m <sup>2</sup>	0,00243 kg · m <sup>2</sup>
Odpor statorového vinutí	$R_s$	3,19 Ω	0,56 Ω
Indukčnost v ose d	$L_d$	0,2227 H	0,0185 H
Indukčnost v ose q	$L_q$	0,0310 H	0,0030 H
Spřažený magnetický tok PM	$\psi_{PM}$	-	0,13 Wb
Napětí stejnosměrného meziobvodu	$U_{DC}$	540 V	540 V
Spínací frekvence střídače	$f_{PWM}$	10 kHz	10 kHz

Tab. 5-2 Nastavení simulace

Nastavení simulace	
Typ solveru	Ode4 (Runge-Kutta)
Krok simulace (fixed step)	10 <sup>-5</sup> s
Doba simulace	4,5 s

Vybraný synchronní reluktanční motor je značky SIEMENS. Jedná se o typ s označením SIMOTICS 1RV4164B, jehož datasheet je v [69]. Naměřené elektrické parametry, které nebyly v manuálu uvedeny, jsou v [18]. S výběrem PMA-SynRM to ale nebylo tak jednoduché. V úvodu bylo řečeno, že sériová výroba klasických SynRM započala teprve v roce 2011 a sériová výroba PMA-SynRM ještě nezačala. V dnešní době probíhá pouze intenzivní výzkum těchto motorů. Tudíž se mi nepodařilo najít úplný technický datasheet. Musel jsem tedy čerpat z článků zabývajících se výzkumem a modelováním těchto motorů a spoléhat se na správnost uváděných dat, která byla vždy nekompletní. Nakonec se mi v [70] podařilo najít motor s údaji uvedenými v Tab. 5-1, kde

schází maximální rychlost, ale my budeme s tímto motorem pracovat v režimu bez odbuzování, takže to pro nás nečiní problém.

Uvažujeme, že motor bude napájen z napěťového střídače s topologií s IGBT uvedenou v části 4.4.1. Spínací frekvenci jsme zvolili 10 kHz, což je dnes běžná hodnota pro napájení motorů podobných výkonů [71].

Napětí stejnosměrného meziobvodu uvažujeme pro oba motory 540 V. Toho lze dosáhnout např. při použití konvenčního nepřímého frekvenčního měniče, který je napájen ze sítě se sdruženým napětím 400 V. To je vidět ze vztahu:

$$U_{DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{s,rms} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot 400 \doteq 540 \text{ V.} \quad (5-1)$$

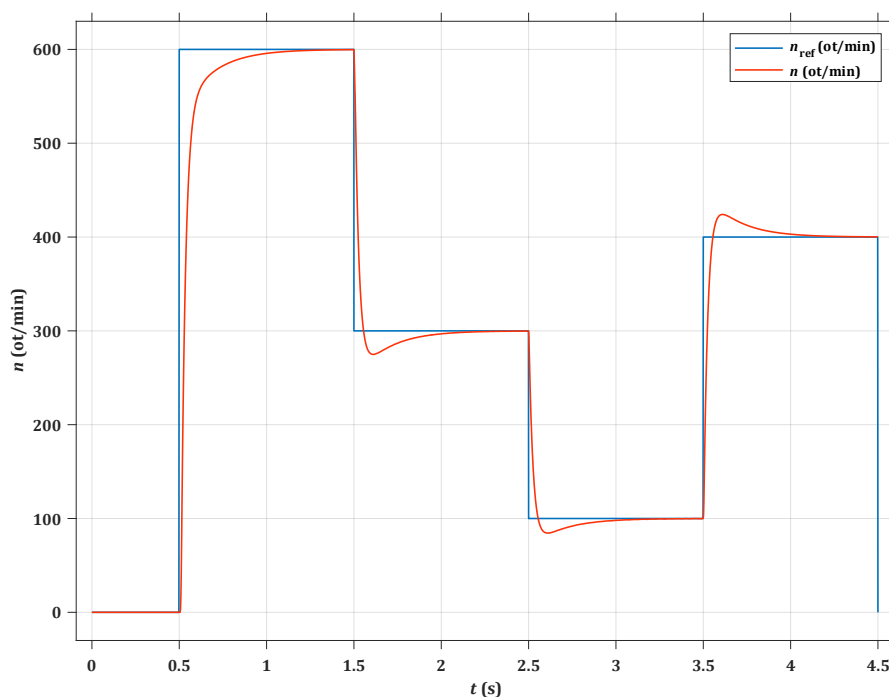
Při této velikosti  $U_{DC}$  a s modulační technikou SVM dokáže střídač dodat jmenovité napětí pro oba motory. Proto stejné napětí v meziobvodu používáme v obou simulacích. Nakonec budeme také předpokládat, že střídač je navržen na proud větší, než je jmenovitý proud obou motorů. Reálný střídač s parametry jsme nevyhledávali, protože to pro tuto úlohu není podstatné.

## 5.1 Simulace

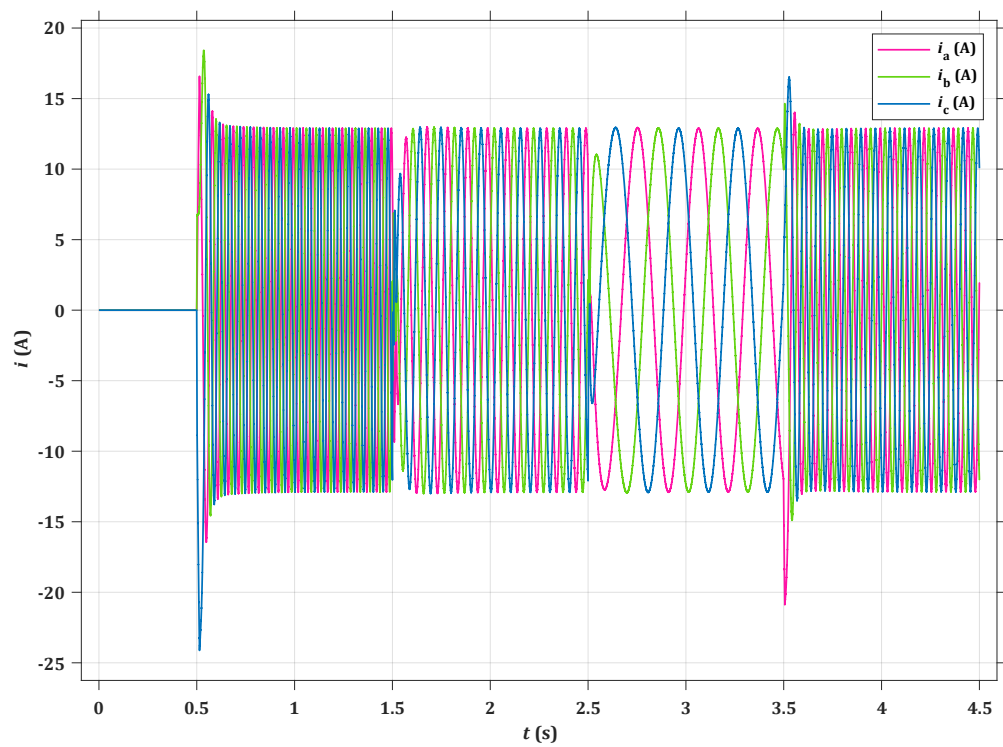
Průběhy nezávislých proměnných jednotlivých simulací jsou znázorněny v Tab. 5-3 a v Tab. 5-4. V nich byla sledována reakce pohonu na změny v žádané rychlosti, které byly realizovány jednotkovými skoky. Zátěžný moment byl po celou dobu konstantní. Sledované veličiny byly rychlost, moment a proud motoru. Komentáře k jednotlivým průběhům následují v části 5.2.

Tab. 5-3 Simulace SynRM

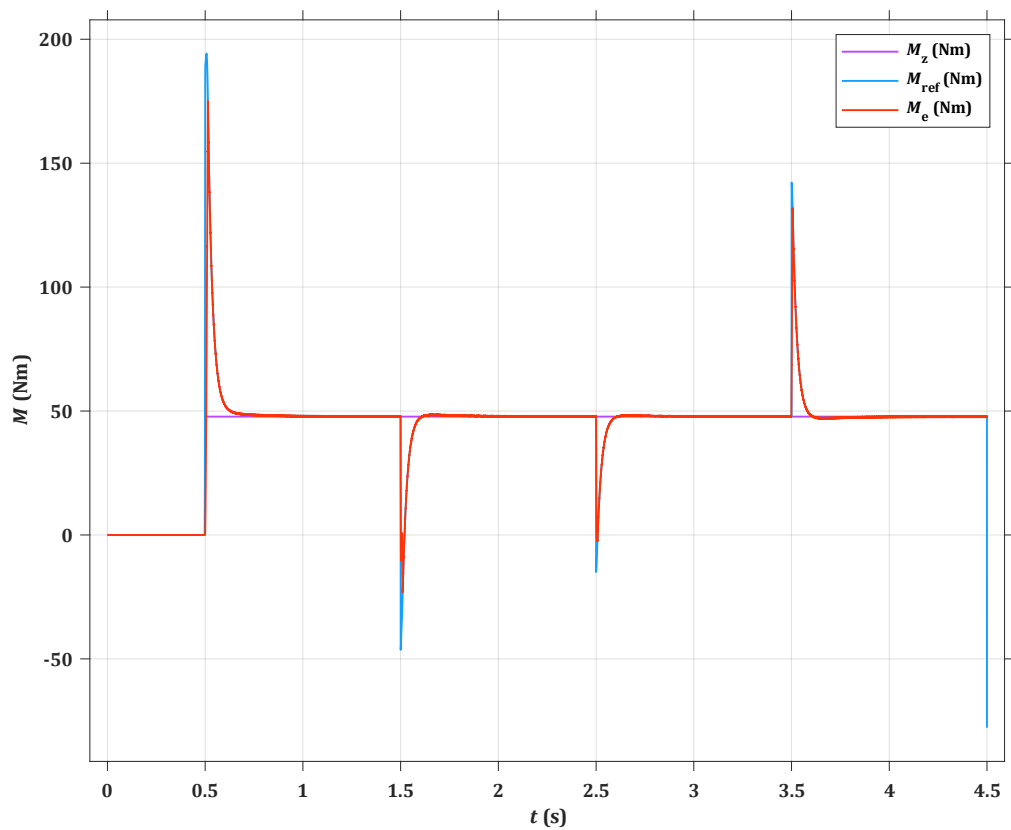
Nezávislé proměnné pro simulaci SynRM										
Čas v simulaci $t$ (s)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Žádaná rychlost $n_{ref}$ (ot/min)	0	600	600	300	300	100	100	400	400	0
Zátěžný moment $M_z$ (Nm)	0	47,7	47,7	47,7	47,7	47,7	47,7	47,7	47,7	47,7



Obr. 30 Průběh žádané rychlosti  $n_{ref}$  (modrá) a skutečné rychlosti  $n$  (červená) SynRM.



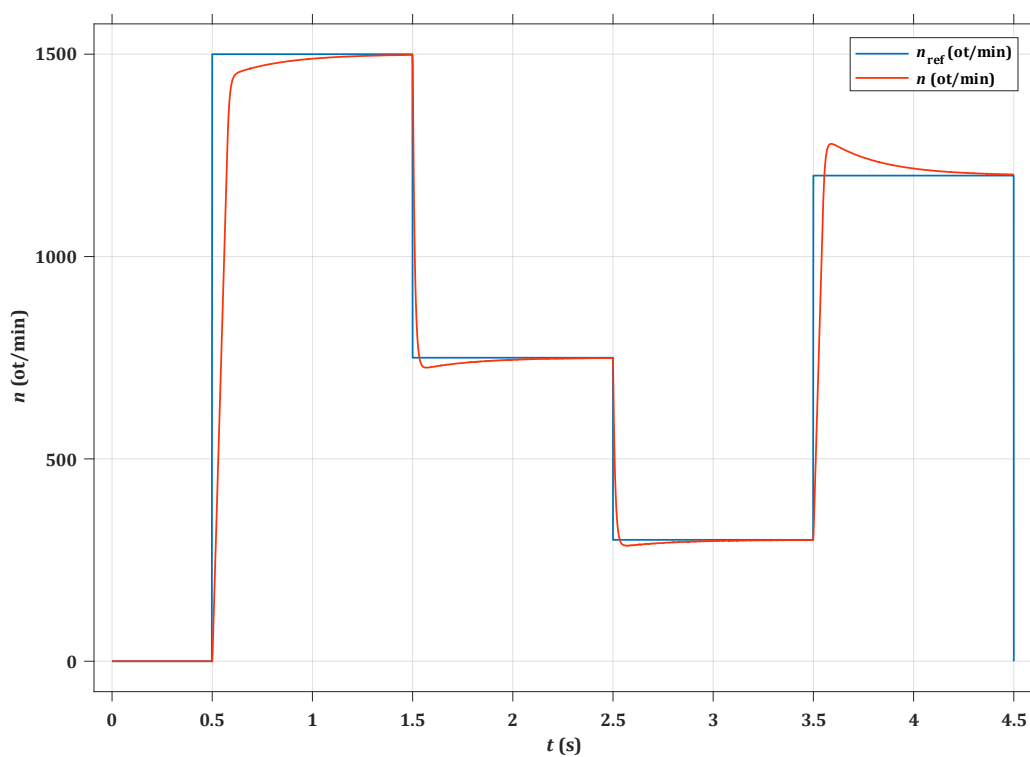
Obr. 31 Průběhy odebíraných fázových proudů SynRM.



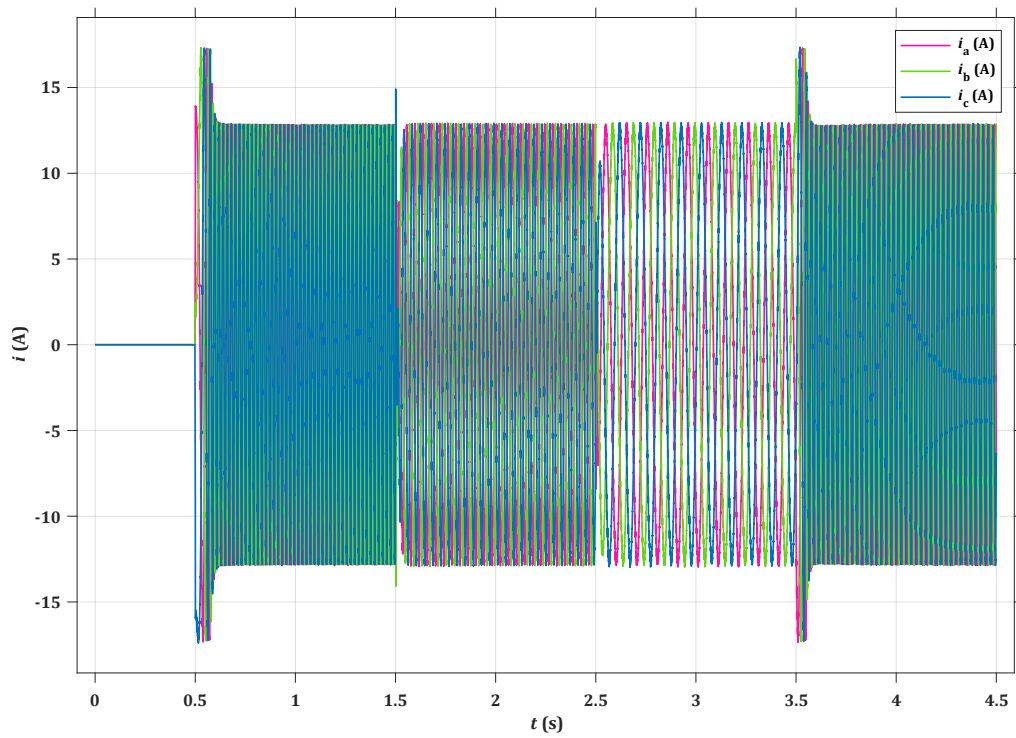
Obr. 32 Průběhy žádaného momentu  $M_{ref}$  (modrá), zátěžného momentu  $M_z$  (fialová) a momentu SynRM  $M_e$  (červená) v reakci na změnu žádané rychlosti  $n_{ref}$ .

Tab. 5-4 Simulace PMA-SynRM

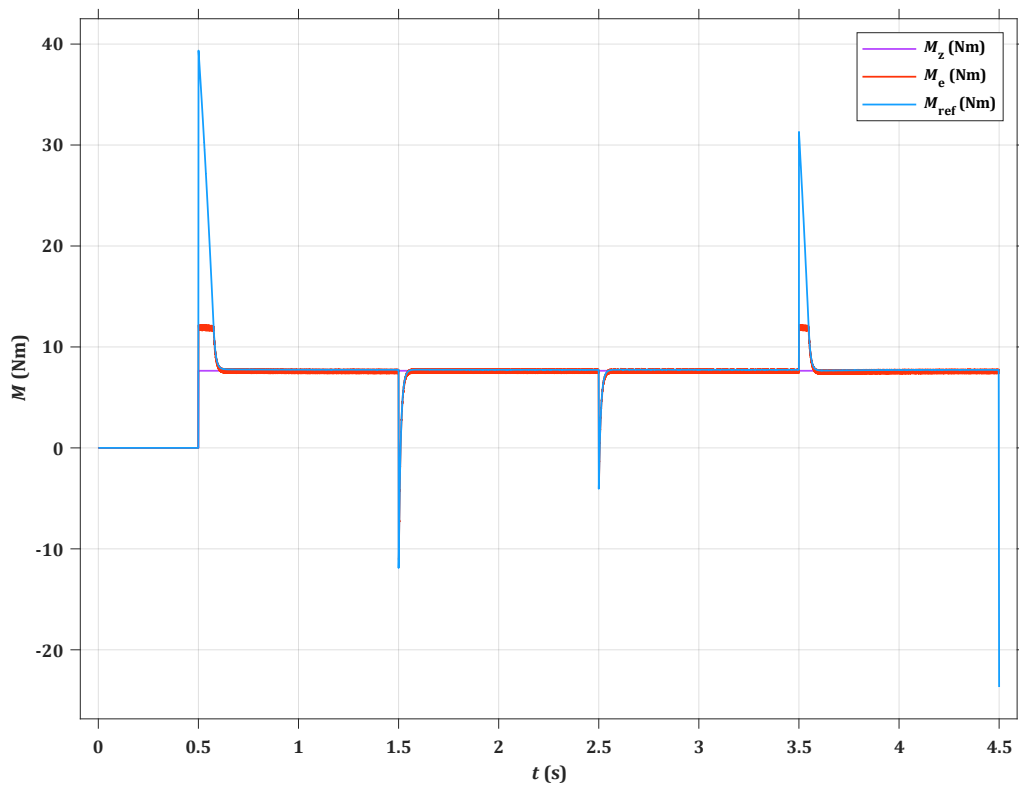
Nezávislé proměnné pro simulaci PMA-SynRM										
Čas v simulaci $t$ (s)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Žádaná rychlost $n_{ref}$ (ot/min)	0	1500	1500	750	750	300	300	1200	1200	0
Zátěžný moment $M_z$ (Nm)	0	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6



Obr. 33 Průběh žádané rychlosti  $n_{ref}$  (modrá) a skutečné rychlosti  $n$  (červená) PMA-SynRM.



Obr. 34 Průběhy odebíraných fázových proudů PMA-SynRM.



Obr. 35 Průběhy žádaného momentu  $M_{ref}$  (modrá), zátěžného momentu  $M_z$  (fialová) a momentu PMA-SynRM  $M_e$  (červená) v reakci na změnu žádané rychlosti  $n_{ref}$ .

## 5.2 Zhodnocení

### 5.2.1 SynRM

Nejprve je nutné zmínit několik problémů, které nastaly během modelování. V technickém manuálu daného motoru nebyl uveden maximální proud, tudíž jsem ho musel podle rovnic (4-1) a (4-10) omezit na jmenovitý proud uvedený v parametrech modelu. To mělo za následek nevyužití celkového potenciálu motoru. I přesto hodnoty momentů, které jsme obdrželi s využitím MTPA, byly téměř dvojnásobné oproti jmenovitému momentu a maximální hodnota dosaženého momentu byla podle výsledků simulace na Obr. 32 175 Nm. Tato hodnota mohla být ještě vyšší, kdyby se změnily konstanty regulátoru rychlosti. Při jmenovitém proudu a strategii MTPA dokáže motor vyvinout moment téměř 665 Nm. To lze zjistit při dosažení  $I = I_n$  a  $\beta = 45^\circ$  do rovnice (3-29). Kvůli nastavení regulátorů a omezení proudu na jmenovitou hodnotu jsme tedy při rozběhu nevyužívali maximálně výkon stroje.

Dalším problémem se ukázala být maximální rychlost stroje při strategii MTPA. Jak už bylo řečeno v části 4.3, tak motor nedokázal dosáhnout jmenovité rychlosti při řízení pomocí strategie MTPA. Tehdy totiž byl dosažen limit statorového napětí, daný napětím ve stejnosměrném meziobvodu a modulační strategií. Pomocí rovnice (4-9) lze vypočítat maximální možnou dosažitelnou rychlost při strategii MTPA. Předpokládejme, že by se motor rozbíhal se strategií MTPA a při proudu, který jsme my omezili na jmenovitou hodnotu. Po dosažení do rovnice (4-9) a převedení na ot/min pomocí (3-20) dostáváme rychlost při maximálním možném napětí ze střídače rovnu  $n_{base} \doteq 98,9$  ot/min. Pokud bychom zanedbali úbytek napětí na odporech vychází tato rychlost  $n_{base} \doteq 194,7$  ot/min. Náš motor ale, jak je vidět v Obr. 31, pracuje při nižším než jmenovitém proudu. To může být způsobeno, jak už bylo řečeno, nastavením regulátorů. Proto jsme byli schopni dosáhnout vyšších rychlostí na Obr. 30. Možná řešení, jak zvýšit tuto hodnotu, jsou tedy buď snížit proud motoru, to ale má za následek menší moment, a tedy nižší dynamiku nebo zvýšit velikost napětí v meziobvodu. Při větším napětí v meziobvodu můžeme ale poškodit motor, pokud na to není navržený. My jsme se nejdříve rozhodli implementovat odbuzování, jak bylo vysvětleno v kapitole 4.3. Dlouho se nám ale nedařilo vyřešit problém plynulého přechodu mezi CTR, CPR a RPR. Jedním z řešení se ukázalo být využití dalšího regulátoru, tentokrát typu I, který by měnil žádané hodnoty složek proudů  $i_d^*$  a  $i_q^*$  v závislosti na velikosti rozdílu maximálního napětí ze střídače daného rovnicí (4-3) a okamžitého statorového napětí. Tento postup byl převzat z [72]. Ale kvůli potížím s laděním regulátorů, neuspokojivým výsledkům a časové tísni jsme byli nuceni odstoupit od implementování odbuzování, a tak jsme nebyli schopni rozšířit pracovní oblast rychlostí motoru více, než je prezentováno na průbězích v Obr. 30. Zajímavé také je, že při rychlosti  $n_{base}$  uvedené výše, jmenovitém proudu  $I_n$  a s ním spojeném momentu při strategii MTPA nedosahuje motor jmenovitého výkonu  $P_n$ . Pokud bychom zanedbali úbytek napětí na odporu a počítali s rychlostí  $n_{base} \doteq 194,7$  ot/min, tak při této rychlosti je výkon motoru roven:

$$P = \Omega_{base} \cdot M_{MTPA} = n_{base} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot M_{MTPA} = 194,7 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 665 \doteq 13,6 \text{ kW.} \quad (5-2)$$

Pochopitelně při respektování úbytku napětí na odporech by výkon motoru byl ještě nižší.

I přes všechny zmíněné problémy a nedostatky se ale samotný model motoru, který byl sestaven podle představených rovnic v kapitole 3.2, jeví být funkční a relevantní.

### 5.2.2 PMa-SynRM

U simulace druhého motoru nebyly takové problémy jako u simulace SynRM. Jmenovité rychlosti jsme dosáhli, aniž bychom museli implementovat odbuzování, to je vidět na Obr. 33. Jako maximální proud motoru byl znovu zvolen jmenovitý proud, protože v článku, ze kterého jsme čerpali, nebyl maximální proud motoru uveden. To přináší omezení, která byla zmíněna v části 5.2.1.

Jediný problém, který zde nastal, se týkal dosažitelného momentu stroje při jmenovitém proudu a při řízení pomocí strategie MTPA. Ten totiž nečinil ani třetinu jmenovitého momentu.



MTPA křivku obsahující proudy  $i_d$  a  $i_q$  pro velký rozsah žádaných momentů jsme vypočítali pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů. Výsledky jsme si graficky ověřili a skutečně nám udávají nejmenší možný statorový proud pro žádaný moment. Jenže při jmenovitém proudu je generovaný moment méně než třetinový oproti jmenovitému momentu. To je patrné z Obr. 35. Příčinu tohoto problému se nepodařilo objevit. Proto bylo nutné snížit velikost zátěžného momentu při simulaci na takovou hodnotu, aby motor neměl problém se rozběhnout. Na Obr. 35 je také vidět, že žádaný moment je mnohem větší než moment, který může motor poskytnout. Řešením by mohlo být navýšení maximálního proudu, ale jelikož neznáme hodnotu maximálního proudu motoru, nemohli jsme tak učinit. Regulátory PMa-SynRM byly naladěny jinak oproti SynRM a na Obr. 34 je vidět, že motor při rozběhu pracuje se jmenovitým proudem, který jsme označili jako maximální.

Stejně jako u zhodnocení SynRM ale konstatujeme, že samotný model motoru se jeví být funkční a relevantní. V závislosti na změny v požadované rychlosti dokáže reagovat a přizpůsobit se. Průběhy proudů a momentu se nezdají být nějak neobvyklé.

## ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se věnuje rozdělení synchronních reluktančních motorů a představení matematického popisu dvou vybraných motorů – klasického SynRM a SynRM s PM. Ty byly zvoleny, protože jsou dle mého názoru nejperspektivnější a nejzajímavější ze všech ostatních zmíněných reluktančních motorů. Ačkoliv koncept klasického SynRM se datuje do 30. let minulého století, tak jeho výzkum stále intenzivně probíhá. Stále se přichází s novými architekturami rotoru a provádějí se optimalizace se snahou navrhnout takový rotor, který by měl nejlepší možné vlastnosti. U PMA-SynRM nastává občas dokonce problém najít kvalitní literaturu zabývající se danou problematikou. Myslím si tedy, že tato práce může být přínosná tím, že na jednom místě shromáždí bohaté množství poznatků současné doby týkajících se synchronních reluktančních motorů a kombinuje to s ověřenými metodami a fakty. To dohromady tvoří základ pro pochopení a následné hlubší studium synchronních reluktančních motorů.

Praktická část se zabývá sestavením modelů z představených matematických rovnic popisujících zkoumané motory. Ty lze použít a jsou použity pro simulaci v programu *Matlab & Simulink*, který umožňuje řešení soustavy těchto rovnic. Kromě rovnic charakterizujících motor bylo nutné prezentovat a sestavit i model řízení a regulace. Tato část možná nebyla probrána tak detailně, jak by si zasloužila, ale kvůli omezenému rozsahu a času jsem se rozhodl předložit pouze informace, které byly potřeba k sestavení modelu a výjimečně jsem to doplnil o poznatky, které mi přišly vhodné či zajímavé.

Z výsledků mi přijde správné usoudit, že matematické modely samotných motorů jsou funkční a relevantní, ačkoliv se objevilo několik problémů během sestavování modelů nebo po jejich odsimulování. Ty ale podle mého názoru nesouvisely se samotnými modely motorů, nýbrž s modely regulace.

## LITERATURA

- [1] PATEL, Arpit. *Design and performance of high efficiency Synchronous reluctance motor for an industrial application* [online]. Bedford Park, Australia, 2017 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://flex.flinders.edu.au/file/b317847b-ed3f-49ed-843b-8ea72cb47bbb/1/Design%20of%20Line-Start%20PM%20Synchronous%20Reluctance%20Motor%20for%20an%20Industrial%20Application.pdf>. Master of science thesis. Flinders University, Faculty of Science and Engineering.
- [2] RYPAN, Jakub. *Reluktanční synchronní motor* [online]. Praha, 2021 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/96679>. Bakalářská práce. ČVUT v Praze, Fakulta elektrotechnická.
- [3] NGO, Duc-Kien a Min-Fu HSIEH. Performance Analysis of Synchronous Reluctance Motor with Limited Amount of Permanent Magnet. *Energies 2019* [online]. 11 September 2019 [cit. 2023-05-24]. ISSN 1996-1073. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.3390/en12183504>
- [4] 180 years in the making: Unlocking the holy grail of motor efficiency. *DesignSolutions* [online]. 2021, 26 Aug 2021 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://designsolutionsmag.co.uk/180-years-in-the-making-unlocking-the-holy-grail-of-motor-efficiency/>
- [5] Koncepte motoru SynRM<sup>2</sup>. Účinnost IE4 – IE5 a vyšší. Řešení motoru speciálně pro výrobce OEM. *ABB* [online]. Curych, Švýcarsko: ABB, c2016, 2016 [cit. 2023-05-28]. Dostupné z: <https://library.e.abb.com/public/ebed45c8669f4cc18f13191490e47654/12241%20-%20ABB%20-%20Leaflet%20A4%20SynRM.pdf>
- [6] MOGHADDAM, Reza Rajabi. *Synchronous Reluctance Machine (SynRM) Design* [online]. Stockholm, 2007 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:753114/FULLTEXT01.pdf>. Master thesis. Royal Institute of Technology, Department of Electrical Engineering.
- [7] STIPETIC, Stjepan, Damir ZARKO a Niksa CAVAR. Adjustment of Rated Current and Power Factor in a Synchronous Reluctance Motor Optimally Designed for Maximum Saliency Ratio. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online]. 2020, **56**(3), 2481-2490 [cit. 2023-05-24]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2020.2971442
- [8] PANKRÁČ, V. Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole ZS 2015/2016. *Elmag.fel.cvut* [online]. Praha Fel ČVUT, 2015 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: [https://elmag.fel.cvut.cz/sites/default/files/users/pankrac/files/text\\_A1B17EMP\\_22\\_leden\\_2016.pdf](https://elmag.fel.cvut.cz/sites/default/files/users/pankrac/files/text_A1B17EMP_22_leden_2016.pdf)
- [9] YAMMINE, M. SAMER. *CONTRIBUTION A L'AMELIORATION DES PERFORMANCES DE LA MACHINE A RELUCTANCE VARIABLE SYNCHRONE PAR LA CONCEPTION ET L'INJECTION D'HARMONIQUES* [online]. Toulouse, France, 2015 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://oatao.univ-toulouse.fr/14555/1/yammine.pdf>. Master thesis. Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [10] TINAZZI, F., S. BOLOGNANI, S. CALLIGARO, P. KUMAR, R. PETRELLA a M. ZIGLIOTTO. Classification and review of MTPA algorithms for synchronous reluctance and interior permanent magnet motor drives. In: *2019 21st European Conference on Power Electronics and Applications (EPE '19 ECCE Europe)* [online]. IEEE, 2019, P.1-P.10 [cit. 2023-05-24]. ISBN 978-9-0758-1531-3. Dostupné z: doi:10.23919/EPE.2019.8915144
- [11] KOBRLÉ, Pavel a Jiří PAVELKA. *Elektrické pohony a jejich řízení*. 3. přepracované vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2016. ISBN 978-80-01-06007-0.
- [12] JANOUC, Marek. *ŘÍZENÍ SYNCHRONNÍHO MOTORU S PERMANENTNÍMI MAGNETY* [online]. Praha, Česká republika, 2021 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/92739>. Diplomová práce. ČVUT v Praze.
- [13] DIANOV, Anton, Fabio TINAZZI, Sandro CALLIGARO a Silverio BOLOGNANI. Review and Classification of MTPA Control Algorithms for Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Power Electronics* [online]. 2022, **37**(4), 3990-4007 [cit. 2023-05-24]. ISSN 0885-8993. Dostupné z: doi:10.1109/TPEL.2021.3123062
- [14] ARMANDO, Eric, Paolo GUGLIELMI, Gianmario PELLEGRINO, Michele PASTORELLI a Alfredo VAGATI. Accurate Modeling and Performance Analysis of IPM-PMASR Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online]. 2009, **45**(1), 123-130 [cit. 2023-05-24]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2008.2009493

- [15] GASTREICH, Wally. WHAT IS A STEPPER MOTOR AND HOW IT WORKS?. *REALPARS* [online]. 2018, July 9, 2018 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://realpars.com/stepper-motor/>
- [16] Advantage and Disadvantage of Stepper Motors. *EEEGUIDE.COM* [online]. [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://www.eeeguide.com/electrical-and-electronics-engineering-articles/stepper-motor-and-switched-reluctance-motor-drives/>
- [17] Stepper Motors Basics: Types, Uses, and Working Principles. *Monolithicpower* [online]. [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://www.monolithicpower.com/en/stepper-motors-basics-types-uses>
- [18] HRIŇA, Róbert. *Řízení synchronního reluktančního motoru* [online]. Praha, Česká republika, 2020 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/87741>. Diplomová práce. ČVUT v Praze.
- [19] CREDO, Andrea, Giuseppe FABRI, Marco VILLANI a Mircea POPESCU. High Speed Synchronous Reluctance Motors for Electric Vehicles: a Focus on Rotor Mechanical Design. In: *2019 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 165-171 [cit. 2023-05-24]. ISBN 978-1-5386-9350-6. Dostupné z: doi:10.1109/IEMDC.2019.8785083
- [20] GUNDOGDU, Tayfun a Guven KOMURGOZ. The impact of the selection of permanent magnets on the design of permanent magnet machines - a case study: Permanent magnet synchronous machine design with high efficiency. *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY* [online]. 2013, January 2013, **2013**(89) [cit. 2023-05-24]. ISSN 0033-2097. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/286402395\\_The\\_impact\\_of\\_the\\_selection\\_of\\_permanent\\_magnets\\_on\\_the\\_design\\_of\\_permanent\\_magnet\\_machines\\_-\\_a\\_case\\_study\\_Permanent\\_magnet\\_synchronous\\_machine\\_design\\_with\\_high\\_efficiency](https://www.researchgate.net/publication/286402395_The_impact_of_the_selection_of_permanent_magnets_on_the_design_of_permanent_magnet_machines_-_a_case_study_Permanent_magnet_synchronous_machine_design_with_high_efficiency)
- [21] BOZTAS, Gullu a Omur AYDOGMUS. Comparison of Permanent-Magnet Assisted Synchronous Reluctance Motors with Different Rotor Structures. In: *2019 11th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 166-171 [cit. 2023-05-25]. ISBN 978-605-01-1275-7. Dostupné z: doi:10.23919/ELECO47770.2019.8990616
- [22] MA, X. Y., G. J. LI, Z. Q. ZHU, G. W. JEWELL a J. E. GREEN. *Investigation on Synchronous Reluctance Machines with Different Rotor Topologies and Winding Configurations* [online]. Sheffield, UK, 2017 [cit. 2023-05-24]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2017.0199>
- [23] KIM, Hyunwoo, Yeji PARK, Huai-Cong LIU, Pil-Wan HAN a Ju LEE. Study on Line-Start Permanent Magnet Assistance Synchronous Reluctance Motor for Improving Efficiency and Power Factor. *Energies* [online]. 2020, **13**(2) [cit. 2023-05-28]. ISSN 1996-1073. Dostupné z: doi:10.3390/en13020384
- [24] HUDAK, P., V. HRABOVCOVA a P. RAFAJDUS. Geometrical dimension influence of multi-barrier rotor on reluctance synchronous motor performances. In: *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. SPEEDAM 2006* [online]. IEEE, 2006, s. 346-351 [cit. 2023-05-26]. ISBN 1-4244-0193-3. Dostupné z: doi:10.1109/SPEEDAM.2006.1649796
- [25] DABIJA, Ovidiu, Alecsandru SIMION, Leonard LIVADARU, Nicolae-Daniel IRIMIA a Sorin VLASCEANU. Study of a skewed rotor cage synchronous reluctance motor using finite element analysis. In: *2013 8TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ADVANCED TOPICS IN ELECTRICAL ENGINEERING (ATEE)* [online]. IEEE, 2013, 2013, s. 1-6 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-4673-5980-1. Dostupné z: doi:10.1109/ATEE.2013.6563405
- [26] KERSTEN, Anton. *Efficiency Investigation of Line Start Synchronous Reluctance Motors* [online]. Gothenburg, Sweden, 2017 [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/254772/254772.pdf>. Master's thesis. CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Department of Energy and Environment.
- [27] KOLEHMAINEN, Jere. Synchronous Reluctance Motor With Form Blocked Rotor. *IEEE Transactions on Energy Conversion* [online]. 2010, **25**(2), 450-456 [cit. 2023-05-26]. ISSN 0885-8969. Dostupné z: doi:10.1109/TEC.2009.2038579
- [28] STATON, D.A., T.J.E. MILLER a S.E. WOOD. Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor. *IEE Proceedings B Electric Power Applications* [online]. 1993, **140**(4) [cit. 2023-05-26]. ISSN 01437038. Dostupné z: doi:10.1049/ip-b.1993.0031
- [29] ORLOVA, Svetlana, Vladislav PUGACHOV, Anton RASSNLKIN, Ants KALLASTE a Toomas VAIMANN. Design of Rotors for Synchronous Reluctance Motor: Analytical Treatment and Optimization. In: *2019 21st European Conference on Power Electronics and Applications (EPE '19 ECCE Europe)* [online]. IEEE, 2019, 2019, P.1-P.10 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-9-0758-1531-3. Dostupné z: doi:10.23919/EPE.2019.8914760

- [30] VAGATI, A., A. CANOVA, M. CHIAMPI, M. PASTORELLI a M. REPETTO. Design refinement of synchronous reluctance motors through finite-element analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online]. **36**(4), 1094-1102 [cit. 2023-05-26]. ISSN 00939994. Dostupné z: doi:10.1109/28.855965
- [31] DZIECHCIARZ, Arkadiusz a Claudia MARTIS. New shape of rotor flux barriers in synchronous reluctance machines based on Zhukovski curves. In: *2015 9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)* [online]. IEEE, 2015, 2015, s. 221-224 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-4799-7514-3. Dostupné z: doi:10.1109/ATEE.2015.7133768
- [32] CREDO, Andrea, Giuseppe FABRI, Marco VILLANI a Mircea POPESCU. High Speed Synchronous Reluctance Motors for Electric Vehicles: a Focus on Rotor Mechanical Design. In: *2019 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 165-171 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-5386-9350-6. Dostupné z: doi:10.1109/IEMDC.2019.8785083
- [33] YU, Hui, Xinxing ZHANG, Jinghua JI a Liang XU. Rotor Design to Improve Torque Capability in Synchronous Reluctance Motor. In: *2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 1-5 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-7281-3398-0. Dostupné z: doi:10.1109/ICEMS.2019.8921518
- [34] CREDO, Andrea, Marco VILLANI, Mircea POPESCU a Nicolas RIVIERE. Synchronous reluctance motors with asymmetric rotor shapes and epoxy resin for electric vehicles. In: *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 4463-4469 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-7281-0395-2. Dostupné z: doi:10.1109/ECCE.2019.8912668
- [35] KOLEHMAINEN, Jere. *Dovetail rotor poles in synchronous permanent magnet and reluctance machines* [online]. Espoo, Finland, 2011 [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: <http://lib.tkk.fi/Diss/2011/isbn9789526041957/isbn9789526041957.pdf>. DOCTORAL DISSERTATION. Aalto University, Department of Electrical Engineering.
- [36] TURSINI, M., M. VILLANI, G. FABRI, A. CREDO, F. PARASILITI a A. ABDELLI. Synchronous Reluctance Motor: Design, Optimization and Validation. In: *2018 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)* [online]. IEEE, 2018, 2018, s. 1297-1302 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-5386-4941-1. Dostupné z: doi:10.1109/SPEEDAM.2018.8445304
- [37] MUTEBA, M., B. TWALA a D. V. NICOLAE. Torque ripple minimization in synchronous reluctance motor using a sinusoidal rotor lamination shape. In: *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)* [online]. IEEE, 2016, 2016, s. 606-611 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-5090-2538-1. Dostupné z: doi:10.1109/ICELMACH.2016.7732588
- [38] BIANCHI, Nicola, Silverio BOLOGNANI, Diego BON a Michele DAI PRE. Rotor Flux-Barrier Design for Torque Ripple Reduction in Synchronous Reluctance and PM-Assisted Synchronous Reluctance Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online]. 2009, **45**(3), 921-928 [cit. 2023-05-26]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2009.2018960
- [39] SANADA, M., K. HIRAMOTO, S. MORIMOTO a Y. TAKEDA. Torque ripple improvement for synchronous reluctance motor using asymmetric flux barrier arrangement. In: *38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003* [online]. IEEE, 2003, s. 250-255 [cit. 2023-05-26]. ISBN 0-7803-7883-0. Dostupné z: doi:10.1109/IAS.2003.1257510
- [40] DOORSAMY, W., M. MUTEBA, B. TWALA a D.V. NICOLAE. Investigation into effects of a novel rotor cut-off design for synchronous reluctance machines. In: *2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)* [online]. IEEE, 2017, 2017, s. 315-320 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-1-5090-1412-5. Dostupné z: doi:10.1109/ISIE.2017.8001266
- [41] OZCELIK, Nezh Gokhan, Ugur Emre DOGRU, Murat IMERYUZ a Lale T. ERGENE. Synchronous Reluctance Motor vs. Induction Motor at Low-Power Industrial Applications: Design and Comparison. *Energies* [online]. 2019, **12**(11) [cit. 2023-05-26]. ISSN 1996-1073. Dostupné z: doi:10.3390/en12112190
- [42] BRIGGNER, VIKTOR. *Design and comparison of PMSynRM versus PMSM for pumping applications* [online]. Stockholm, Sweden, 2018 [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1249540/FULLTEXT01.pdf>. Master of Science Thesis. KTH Royal Institute of Technology,.
- [43] HUYNH, Thanh Anh, Min-Fu HSIEH, Kai-Jung SHIH a Hsiu-Fu KUO. An Investigation Into the Effect of PM Arrangements on PMSynRM Performance. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online].

- 2018, **54**(6), 5856-5868 [cit. 2023-05-26]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2018.2853042
- [44] BOZTAS, Gullu a Omur AYDOGMUS. Comparison of Permanent-Magnet Assisted Synchronous Reluctance Motors with Different Rotor Structures. In: *2019 11th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)* [online]. IEEE, 2019, 2019, s. 166-171 [cit. 2023-05-26]. ISBN 978-605-01-1275-7. Dostupné z: doi:10.23919/ELECO47770.2019.8990616
- [45] Feritový magnet. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2021 [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Feritov%C3%BD\\_magnet](https://cs.wikipedia.org/wiki/Feritov%C3%BD_magnet)
- [46] Alnico. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2022, 6 December 2022 [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Alnico>
- [47] Magnets for Motor Applications. *ADAMS MAGNETIC PRODUCTS* [online]. Elmhurst, Illinois: Adams Magnetic Products Co. [cit. 2023-05-26]. Dostupné z: <https://www.adamsmagnetic.com/applications-and-markets-served/magnets-motor-applications/>
- [48] TAP, Alper, Liridon XHELADINI, Tasdemir ASAN, Murat IMERYUZ, Murat YILMAZ a Lale T. ERGENE. Effects of the rotor design parameters on the torque production of a PMSynRM for washing machine applications. In: *2017 International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM) & 2017 Intl Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP)* [online]. IEEE, 2017, 2017, s. 370-375 [cit. 2023-05-27]. ISBN 978-1-5090-4489-4. Dostupné z: doi:10.1109/OPTIM.2017.7974998
- [49] MOHANARAJAH, Thushanthan, Mahmood NAGRIAL, Jamal RIZK a Ali HELLANY. A Novel Method to Optimize Permanent Magnet Assisted Synchronous Reluctance Machines. *Electric Power Components and Systems* [online]. 2020, **48**(9-10), 933-943 [cit. 2023-05-27]. ISSN 1532-5008. Dostupné z: doi:10.1080/15325008.2020.1821837
- [50] SCHMIDT, Erich. Synchronous reluctance machines with high-anisotropy rotors — Comparison of their operational characteristics. In: *2014 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)* [online]. IEEE, 2014, 2014, s. 1-6 [cit. 2023-05-27]. ISBN 978-0-6469-2375-8. Dostupné z: doi:10.1109/AUPEC.2014.6966496
- [51] KOBRLE, Pavel. *Matematický model asynchronního motoru a transformace souřadnic: Učební text pro potřeby vlastní výuky* [online]. Peking, Čína, 2019, srpen 2019 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://motor.feld.cvut.cz/>
- [52] WEI, M.-Y., T.-H. LIU a C.-K. LIN. Design and implementation of a passivity-based controller for sensorless synchronous reluctance motor drive systems. *IET Electric Power Applications* [online]. 2011, **5**(4) [cit. 2023-05-27]. ISSN 17518660. Dostupné z: doi:10.1049/iet-epa.2010.0061
- [53] FARHAN, A., A. SALEH a A. SHALTOUT. *High performance Reluctance Synchronous Motor drive using Field Oriented Control* [online]. Cairo, Egypt, 2013 [cit. 2023-05-27]. ISBN 978-0-9567157-3-9. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6642215/references#references>
- [54] RAJABI MOGHADDAM, REZA. *Synchronous Reluctance Machine (SynRM) in Variable Speed Drives (VSD) Applications* [online]. Stockholm, Sweden, 2011 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:417890/FULLTEXT01.pdf>. Doctoral thesis. KTH School of Electrical Engineering.
- [55] NASUI-ZAH, Ioana, Andreea-Madalina NICORICI a Claudia MARTIS. Saturation and cross-saturation in synchronous reluctance machines. In: *2018 International Conference and Exposition on Electrical And Power Engineering (EPE)* [online]. IEEE, 2018, 2018, s. 0347-0351 [cit. 2023-05-27]. ISBN 978-1-5386-5062-2. Dostupné z: doi:10.1109/ICEPE.2018.8559766
- [56] BRIGGNER, VIKTOR. *Design and comparison of PMSynRM versus PMSM for pumping applications* [online]. Stockholm, Sweden, 2018 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1249540/FULLTEXT01.pdf>. Master of Science Thesis. KTH Royal Institute of Technology.
- [57] KUMAR CHAKALI, ANIL. *SENSORLESS SPEED CONTROL OF PERMANENT MAGNET-ASSISTED SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTOR (PMA-SYNRM)* [online]. Texas, USA, 2009 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://oaktrust.library.tamu.edu/handle/1969.1/ETD-TAMU-2009-12-7405?show=full>. Master of Science thesis. Texas A&M University.
- [58] HUA, Yizhou, Huangqiu ZHU, Min GAO a Zongyou JI. Design and Analysis of Two Permanent-Magnet-Assisted Bearingless Synchronous Reluctance Motors with Different Rotor

- Structure. *Energies* [online]. 2021, **14**(4) [cit. 2023-05-27]. ISSN 1996-1073. Dostupné z: doi:10.3390/en14040879
- [59] JOSEF KITTRILL, Richard. *ZPŮSOBY ŘÍZENÍ SYNCHRONNÍHO MOTORU S PERMANENTNÍMI MAGNETY* [online]. Praha, Česká republika, 2022 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/101725>. Bakalářská práce. ČVUT v Praze.
- [60] MOHAMED, Essam E. M. Voltage regulation feedback and deadbeat predictive current control of interior PM machines. *International Transactions on Electrical Energy Systems* [online]. 2020, **30**(7) [cit. 2023-05-27]. ISSN 2050-7038. Dostupné z: doi:10.1002/2050-7038.12413
- [61] AHMED KHAN, Waqar. *Torque Maximizing and Flux Weakening Control of Synchronous Machines* [online]. Espoo, Finsko, 2016 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://core.ac.uk/download/pdf/80719727.pdf>. Master of Science thesis. Aalto University.
- [62] BURGI JAKOB LAURELL, RICHARD. *Adaptive Maximum Torque Per Ampere Control of IPMSM: Using Current Ripple measurement and Virtual Signal Injection combined with Model Reference Adaptive Control* [online]. Gothenburg, Sweden, 2019 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://odr.chalmers.se/server/api/core/bitstreams/4ed232bd-fad6-4be5-99b1-78945181c327/content>. Master's thesis. CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Department of Electrical Engineering.
- [63] ELDEEB, Hisham, Christoph M. HACKL, Lorenz HORLBECK a Julian KULLICK. A unified theory for optimal feedforward torque control of anisotropic synchronous machines. *International Journal of Control* [online]. 2017, **91**(10), 2273-2302 [cit. 2023-05-27]. ISSN 0020-7179. Dostupné z: doi:10.1080/00207179.2017.1338359
- [64] CHEN, Shih-Gang, Faa-Jeng LIN, Chia-Hui LIANG a Chen-Hao LIAO. Development of FW and MTPV Control for SynRM via Feedforward Voltage Angle Control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* [online]. 2021, **26**(6), 3254-3264 [cit. 2023-05-27]. ISSN 1083-4435. Dostupné z: doi:10.1109/TMECH.2021.3056745
- [65] MIGUEL-ESPINAR, Carlos, Daniel HEREDERO-PERIS, Gabriel GROSS, Marc LLONCH-MASACHS a Daniel MONTESINOS-MIRACLE. Maximum Torque per Voltage Flux-Weakening Strategy With Speed Limiter for PMSM Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* [online]. 2021, **68**(10), 9254-9264 [cit. 2023-05-27]. ISSN 0278-0046. Dostupné z: doi:10.1109/TIE.2020.3020029
- [66] STEJSKAL, Petr. *Modulační techniky pro víceúrovňové střídače* [online]. Praha, Česká republika, 2015 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/61749>. Diplomová práce. ČVUT v Praze.
- [67] KOTYK, Monika. *Strategie MTPA (Maximum Torque Per Ampere) v elektrických pohonech s asynchronními motory* [online]. Praha, Česká republika, 2022 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10467/101962>. Diplomová práce. ČVUT v Praze.
- [68] Space Vector Modulation (SVM) for Motor Control. *MathWorks* [online]. Massachusetts, USA: The MathWorks, c1994-2023 [cit. 2023-05-27]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/solutions/electrification/space-vector-modulation.html>
- [69] Datasheet for synchronous reluctance motor SIMOTICS. *SIEMENS* [online]. Mnichov, Německo, c2009-2023 [cit. 2023-05-28]. Dostupné z: <https://support.industry.siemens.com/cs/products/1fp1014-1db4-...../simotics-gp-vs4000-1fp10-lv-motor?pid=1207940&mlfb=1FP1014-1DB4-...&mfnc=en-CZ>
- [70] AMIN, Mahmoud a Ghada A. Abdel AZIZ. A Hardware-in-the-Loop Realization of Speed Sensorless Control of PMA-SynRM with Steady-State and Transient Performances Enhancement. In: *2018 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS)* [online]. IEEE, 2018, 2018, s. 1-8 [cit. 2023-05-29]. ISBN 978-1-5386-4536-9. Dostupné z: doi:10.1109/IAS.2018.8544552
- [71] GLAMPE, Mike. How Pulse Width Modulation in a VFD works. *KEBAmerica* [online]. Shakopee, Minnesota, USA: KEB Automation, c2023, October 10th, 2021 [cit. 2023-05-28]. Dostupné z: <https://www.kebamerica.com/blog/pulse-width-modulation-in-vfds/>
- [72] MANZOLINI, Virginia, Davide DA RU a Silverio BOLOGNANI. An Effective Flux Weakening Control of a SynRM Drive Including MTPV Operation. *IEEE Transactions on Industry Applications* [online]. 2019, **55**(3), 2700-2709 [cit. 2023-05-28]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2018.2886328