Bakalářská práce Teodora Delova: posudek oponenta

Marek Otáhal

Bakalářská práce Teodora Delova se zabývá geometrickou algebrou: jedním z možných zobecnění lineární algebry, nacházejícím uplatnění v některých oblastech počítačové grafiky a fyziky. Cílem práce je podat neformální úvod do pojmů geometrické algebry, a poté vysvětlit formální matematickou konstrukci geometrické algebry nad lineárním prostorem $\mathbb{R}^n$.

Struktura a úroveň práce. Práce sestává z pěti kapitol: krátký úvod a závěr, neformální úvod do geometrické algebry, aplikace geometrické algebry, a konstrukce algebry $GA(n)$ nad $\mathbb{R}^n$.

Úlohu konstrukce geometrické algebry $GA(n)$ v kapitole 4 pan Delov splnil. Citovanou literaturu (Macdonald 2002) k tomuto tématu zjevně prostudoval a dodal relativně pěkné vysvětlení některých partií, které byly v článku rychle odbyty. Úvodní dvě strany o relacích ekvivalence a třídách ekvivalence se však daly zkrátit, a místo toho rozšířit zbylé části důkazu, které jsou v textu pouze naznačeny.

Výrazně zvláštním dojmem ale působí kapitoly 2 a 3. Kapitola 2 uvádí nejprve klasické pojmy z lineární algebry téměř až středoškolským způsobem, poté definuje lineární prostor, vysvětluje, že $\mathbb{R}^n$ je lineární prostor. Následuje definice orientovaných délek, obsahů a objemů. Připouštím, že může být obtížné podat současně korektní a přitom neformální definici těchto pojmů. Text pana Delova mi zde však přijde zmatený, extrémně krátký a nepříliš osvětlující. Podobně zmatené je vysvětlení skalárního, vnějšího a geometrického součinu, komplexních čísel a rotací pomocí geometrické algebry. Také kvalita textu je v ostrém kontrastu se čtvrtou kapitolou.

Využití geometrické algebry (kapitola 3) je probráno velmi krátce a nepůsobí vůbec přesvědčivě. V zásadě se omezuje na tři nepříliš vysvětlená tvrzení: vnějším součinem můžeme detekovat lineární nezávislost, souvisí s determinantem a lze jeho pomocí formulovat Cramerovo pravidlo. Text je znovu výrazně horší než ve čtvrté kapitole.

Konkrétní výtky. Konkrétních problémů (především v kapitolách 2 a 3) je velmi mnoho, vybírám několik ilustrativních:

(1) Obrázky mají nízké rozlišení, občas jsou prapodivně roztáhnuté.
(2) Příklady skalárů jsou inspirované fyzikou? Očekával bych, že budou zmíněny v matematickém smyslu, tedy příklady těles, která jsou jako skaláry v lineární algebře používána.

(3) Definice 2.1.3 (vektorový prostor) obsahuje zničehonic i axiomy pro (asociativní) algebru, aniž by bylo řečeno, co za strukturu to je.
(4) Definice orientovaného obsahu (2.1.5): „[...] část roviny, která má váhu a orientaci. Váha a orientace musí být dobře definovaná.“ Co to znamená? Vůbec to nechápu.
(5) Vnější součin jsem zatím vždy viděl jako *exterior product* nebo *wedge product*, pod *outer product* vektorů $u, v \in \mathbb{R}^n$ si představím uv^T.
(6) Příklad výpočtu s vnějším součinem je špatně. Zjevně jde o překouknutí, ale je to nešťastné.
(7) Definice (sic) 2.2.4 říká: Následující dvě vlastnosti vnějšího součinu platí. Poté následuje pět vlastností.
(8) Na straně 11 se dělí výrazem **uu**. To je operace, která předtím nikde nebyla zmíněna.
(9) Je nějaký systém za značením vektorů jednou boldem a jednou ne? V textu se užívá **u** a u zdánlivě náhodně.
(10) V části týkající se zrcadlení je zvláštní značení s tečkou nad vektorem – co znamená?
(11) Citace [7] je neúplná (nicméně článek lze snadno dohledat).
(12) A tak dále...

Hodnocení. Práce působí jako slepenec uspěchaného textu (kapitoly 2, 3) a relativně uspokojivého textu (kapitola 4). Pan Delov z mého pohledu splnil nejdůležitější část zadání (konstrukce geometrické algebry nad $\mathbb{R}^n$), ale neformální úvod a aplikace jsou přinejmenším nedotažené, spíše však v rozkladu! Odborně, formálně i jazykově je práce nevyrovnaná a těžko se tedy hodnotí. Kdyby celý text vypadal jako jeho začátek, mé hodnocení by bylo *nedoporučuji k obhajobě, případně navrhuji hodnocení nedostatečně.* Kdyby celý text vypadal jako jeho konec, mé hodnocení by bylo *doporučuji a navrhuji hodnocení velmi dobře.*

Bakalářská práce v současné podobě mi přijde s výhradami obhajitelná, a práci hodnotím klasifikačním stupněm E (dostatečně).

Otázka k obhajobě.

(1) Proč je text tak nevyrovnaný, vznikaly první kapitoly ve spěchu?
(2) Napravte chybu v příkladu s vnějším součinem (str. 9).