

## Vyjádření školitele k disertační práci Ing. Josefa Navrátila

### Reaction-Diffusion Equations and Pattern Formation in Biology

Ing. J. Navrátila jsem poznal jako pravidelného aktivního účastníka interdisciplinárního matematicko-biologického semináře před asi osmi roky a brzy potom mě požádal o vedení svého doktorandského studia. Z hlavního tématu semináře se odvíjelo i téma disertační práce, která navazuje na mé dřívější výsledky se střídajícími se spoluautory (hlavně J. Eisner a M. Váth) týkající se vlivu různých jednostranných podmínek na bifurkace prostorových vzorů u systémů reakce-difúze.

Práce na disertaci začala přípravou našeho společného článku označeného [32], ke kterému jsem dal základní ideu. Dál na něm J. Navrátil pracoval samostatně s pomocí pravidelných konzultací, na kterých jsme řešili hlavně formální stránku věci. Jediným problémem bylo jasné a přesné sepisování textu. Ve zmíněném článku se ukazuje variační charakteristika největšího vlastního čísla pozitivně homogenního (nelineárního) operátoru a výsledek se užívá k důkazu toho, že pro systém reakce-difúze vykazující Turingovu nestabilitu řízenou difúzí a doplněný jistými jednostrannými členy bifurkují z konstantního řešení stacionární prostorově nehomogenní řešení (spatial patterns) i v oblasti parametrů difúze, kde je taková bifurkace bez jednostranných členů vyloučena (oblast stability základního konstantního řešení). Nejde o standardní užití variačního přístupu, původně nevariační problém se nejdříve musí převést na variační jistou redukci systému na jedinou operátorovou rovnici. V článku se uvažují pouze smíšené okrajové podmínky, které nemají z hlediska interpretací v biologii příliš jasný smysl. Dalším cílem bylo modifikovat vše i na případ čistě Neumannových okrajových podmínek, což přináší podstatné komplikace, ale je to přirozené z hlediska interpretací. Na tom už J. Navrátil pracoval zcela samostatně, často velmi dlouho bez kontaktu se mnou. Jednak rozšířil abstraktní výsledky týkající se variační charakterizace největších vlastních čísel pozitivně homogenních operátorů na širší okruh rovnic, jednak na tomto základě dokázal i pro případ Neumannových podmínek existenci bifurkací v oblasti stability konstantního řešení a dokonce i do jisté míry popsal jejich rozložení. Pro zkoumání bifurkací použil postupně variační metody, topologické metody a abstraktní větu o implicitní funkci. Stal se platným spoluautorem společného článku s L. Reckem, M. Váthem a mnou. Teoretické výsledky jsou doplněny numerickými výpočty a příslušnými obrázky a tabulkami ukazujícími vliv jednostranných zdrojů (jednostranných členů) na vznik i tvar prostorových vzorů popsaných modifikovaným Schnakenbergovým systémem.

Je na místě poznamenat, že veškeré předepsané zkoušky skládal student hladce, studium se protáhlo pouze díky přetrvávajícím problémům se srozumitelným sepisováním textu. Téma práce považuji za náročné, autor musel využít znalostí nelineární analýzy, teorie parciálních diferenciálních rovnic, speciálně slabých řešení, zvláště oceňuji jeho znalosti funkcionální analýzy. Pracuje se s nehladkými úlohami, které nemají linearizaci. To přináší řadu obtíží, klasické přístupy založené většinou na linearizaci nelze použít. Autor samostatně rozvinul i své vlastní myšlenky a dokázal i některé výsledky, které nebyly plánované. Slabou stránkou je však stále kulturnost a jasnost prezentace výsledků.

Předložená disertační práce přináší původní výsledky a podle mého názoru dokazuje, že Ing. Josef Navrátil je schopen se dobře orientovat a tvůrčím způsobem pracovat i v dosti náročné problematice. **Předkládanou práci doporučuji k obhajobě.**

V Praze 22. 2. 2020

Prof. RNDr. Milan Kučera, DrSc.  
školitel