

Posudek oponenta na disertační práci

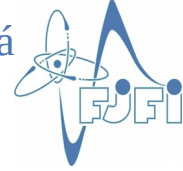
ing. Josefa Navrátila: Reaction diffusion equations and pattern formation in biology

Tématem práce je vyšetřit vznik vzorů, tj netriviálních stacionárních prostorově nehomogenních řešení, ve spřažených reakčně-difuzních rovnicích za přítomnosti jednostranných členů. Jmenovitě je kladen důraz na efekt přítomnosti jednostranných členů na existenci kritických a bifurkačních bodů v oblasti stability, tj kde se žádné vzorky v případě klasických (hladkých) členů nevyskytují. Předložená práce je založena na dvou již vyšlých článcích a jedné odeslané práci, kde je J. Navrátil jediným autorem. Vzhledem k tomu, že je práce velmi teoretická a využívající velmi pokročilé metody lineární i nelineární funkcionální analýzy, tak kandidát bezpochyby splňuje formální požadavky kladené na úspěšné zakončení doktorského studia.

Práce je koncipována jako standardní doktorská práce, která nejprve v úvodu přibližuje čtenářům potřebné informace ohledně motivace k reakčně-difuzním rovnicím, připomíná základní poznatky o nich a nakonec shrnuje výsledky práce, které dává do souvislosti s obvyklými poznatky v oboru. Téma je vskutku aktuální a zároveň velmi nové, jelikož studium vlivu nehladkých jednostranných členů není v literatuře uvažováno. Praktický význam těchto nových členů bude patrně ještě předmětem debaty, avšak je zřejmé, že vedou na nový typ problému, který je z matematického hlediska velmi nový a zajímavý. Rovnou podotýkám, že z mého pohledu předkládaná práce problematiku vlivu jednostranných členů na existenci a umístění kritických a bifurkačních bodů z velké míry zodpovídá. Podobně bych rád též upozornil na šíři zvolených přístupů k dané problematice (variační metody, metoda topologického stupně, implicitní funkce, ale i numerická diskretizace včetně implementace), která ukazuje na autorův velký přehled v dané problematice i schopnost samostatně tyto pokročilé metody nelineární analýzy užít pro pokrok v porozumění vzniků vzorů s jednostrannými členy. Navíc Josef Navrátil i odvodil potřebná zobecnění bifurkačních teorémů (Rabinowitz a Crandall-Rabinowitz) na případ zahrnující pozitivní homogenní operátory, které ve svém přístupu používal.

Jedinou mojí připomínkou je menší čtivost práce, i když upřímně nemohu posoudit, jak velkou roli v tom hraje skutečnost, že nejsem do detailů seznámený se všemi užitými přístupy a bohužel též nemohu zaručit správnost všech důkazů i přes souběžné listování a studium v patřičných knihách. Oceňuji, že se autor snaží práci prokládat poznámkami a shrnutími, které práci mají odlehčit a umožnit většímu porozumění, ale má osobní potíž byla zejména s nutnou souběžnou prací se zdroji a neustálé listování v práci. Práce má poměrně velké nároky na paměť čtenáře, značení se i měnilo a na čtení jsem si nakonec musel vyhradit celé dny, abych byl schopen práci s porozuměním číst (např viz znění Theorem 12 či 16, 17). Je však patrné velké množství odvedené vědecké práce, schopnost pracovat na obtížném matematickém problému i publikovat zjištěné poznatky. Předkládaná práce je komplexní pojetí odpovědi na hlavní řešenou otázku v disertaci a, jsem přesvědčen, že ukazuje autorovo velmi dobré pochopení studované problematiky ze všech uvažovaných pohledů.

Předkládanou disertační práci doporučuji, aby byla přijata k obhajobě a níže připojuji své poznámky k práci.



V Praze 3.6.2020

Václav Klika
KM FJFI, ČVUT v Praze

Významnější poznámky/otázky:

1. Jak přesně užíváte Fredholmovu alternativu k ukázání, že (d_1 I-b_11 A) je invertibilní (v neznám)?
2. Jak obtížné by bylo rozšířit Theorem 6 na jiné než λ_{\max} ? Nezdá se to vůbec být jasné/snadné, avšak znalost jen největšího bifurkačního bodu je poněkud speciální. Podobně Theorem 8.
3. Můžete mi prosím přiblížit obsah a význam Signorini type boundary conditions?
4. Prosím o srozumitelné vysvětlení sdělení Theoremu 21.
5. Co máte na mysli numerickým důkazem Proposition 9, když jde o jednoznačnost?
6. Proč ve Fig 5.2 končí lower bound křivka? To se nezdají být průsečíky s asymptotikami. Je to tím, že se soustředíte pouze na 6 vlastních čísel? Mimochodem v obrázku 1.4 to vypadá trochu jinak. Myslíte, že C_E vskutku končí na rozhraní s asymptotikou?
7. Chybí (mi) shrnutí a interpretace pozorovaných numerických experimentů. Těž nerozumím například Experimentům 7-9*, kdy experiment 8 není, myslím, v C_E .
8. Bylo by dobré oddělit efekt jednostrannosti přidávaných členů od prosté heterogeneity (pomocí hladkých členů). Ukazuje se totiž, že prostorová závislost má významné a rozmanité důsledky na vznik vzoru, např pohyb vzoru či akumulace, viz 10.1137/S0036139900375112, 10.1103/PhysRevE.97.052206, 10.1098/rsif.2019.0621

Drobné poznámky/otázky:

1. Holder continuity $C^{k,p}$, proctor C_f
2. Chybí mi definice základního pojmu v práci: positively homogeneous of a certain degree.
3. Schnakenberg vs Schnackenberg
4. Angličtinu ještě trochu vylepšit (např poznámky k Introduction..)
5. V lineární analýze jde o více než jen o Ansatz, jak naznačováno nad rovnicí (1.7), viz např 10.1063/1.4985256.
6. Důkaz Remark 7 je k dispozici, jen je nesepsaný?
7. Proč je (3.13) předpokladem?
8. Spodní část obrázku 5.2 je patrně nesprávná.
9. Pár citací má drobné překlepy, jedna práce je uvedena dvakrát.
10. Další drobnosti a překlepy jsou k nahlédnutí u mě.