

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STAVEBNÍ**



DIPLOMOVÁ PRÁCE

2022

MARŠÁL JAKUB

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební
Katedra betonových a zděných konstrukcí

Klopení železobetonových nosníků

Vypracoval: Bc. Jakub Maršál
Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.
Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

Praha 2022

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Maršál Jméno: Jakub Osobní číslo: 477153

Zadávací katedra: Katedra betonových a zděných konstrukcí

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Klopení železobetonových nosníků

Název diplomové práce anglicky: Torsional buckling of reinforced concrete beams

Pokyny pro vypracování:

- Úvod do problematiky klopení železobetonových nosníků
- Rešerše výpočetních postupů a experimentálních měření publikovaných v literatuře
- Přehled vztahů pro výpočet torzní tuhosti
- Vývoj výpočetního nástroje pro vyčíslení torzní tuhosti
- Praktické příklady výpočtu včetně porovnání s výsledky experimentů
- Vyhodnocení výsledků, formulace doporučení

Seznam doporučené literatury:

- ČSN EN 1992-1-1.
- Vzorové příklady a experimenty od prof. Waltera Pauliho
- Pauli, W.: Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton, Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1990.
- Podklady k programům FERMO a TRIMAS
- Kalkan, I.: Lateral Torsional Buckling of Rectangular Reinforced Concrete Beams. Dissertation Thesis, Georgia Institute of Technology, 2009.
- Kalkan, I., Kartal, S.: Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. International Journal of Civil and Environmental Engineering 11(7), 2017.
- Revahti, P., Menon, D.: Estimation of Critical Buckling Moments in Slender Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal 103-S32, 2006.
- Samostatně vyhledejte další vhodnou literaturu

Jméno vedoucího diplomové práce: doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 19.9.2022

Termín odevzdání diplomové práce: 9.1.2023

Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

23.9.2022

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně pod odborným dohledem doc. Ing. Petra Bílého, Ph.D. Všechny použité prameny jsou uvedeny v seznamu citované literatury na konci této práce.

Jsem si vědom a plně respektuji, že se na mou práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., ve znění zákona č.81/2005 Sb. (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Maršál Jakub

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Petrovi Bílému, Ph.D. za jeho ochotu, trpělivost, věcné poznámky a připomínky k práci, za čas, který byl ochotný vynaložit konzultacím a rady, které mi pomohly prokousat se prací. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Davidu Krybusovi, Ph.D. ze společnosti RIB Software GmbH za jeho připomínky, poskytnuté materiály, pomoc se začátky v programování, nejvíce však za jeho čas, který mně a mé práci byl ochotný věnovat. Dále bych chtěl poděkovat přímo společnosti RIB Software GmbH, že mi umožnili pracovat v jejich programech a podílet se na jejich vývoji. Jsem vděčný, že mi byla umožněna diplomová práce i s programováním, které jsem si já sám chtěl vyzkoušet. V neposlední řadě bych rád poděkoval všem, kdo byl schopný mě po dobu mých dosavadních studií rozptýlit a přivést na jiné myšlenky.

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je nalezení uspokojivého řešení na problematiku klopení železobetonových nosníků a sestavení výpočetního nástroje, který by zvládl tuto problematiku vhodným způsobem vyřešit. Nejdříve je však nutné provést rešerši existujících přístupů k této problematice a sepsat základní myšlenky problematiky pro klopení železobetonových nosníků, jelikož je tato problematika jen málo probádaná a chybí pro ni nějaké podchycení i v normách. Následná praktická část pak navazuje na práci prof. Pauliho, který se klopení věnoval a zkoumal jeho účinky na 6 tělesech. Tato tělesa byla nejprve vymodelována v programu FERMO. Pozorovaly se na nich odchylky ve výsledcích v závislosti na změnách ve specifikaci modelů v programu. Na závěr byl sestaven výpočet, vycházející z teoretických poznatků prof. Pauliho, který měl za úkol provést stanovení torzní tuhosti průřezu pouze pro jeho tlačnou část. Tento výpočet měl sloužit jako rozšíření výpočetního softwaru FERMO a jeho výpočetní knihovny TRIMAS.

Klíčová slova

Železobeton, torzní tuhost, klopení, nosník

Abstract

The objective of this diploma thesis is to find a satisfactory solution to the problem of lateral buckling of reinforced concrete beams and to construct a calculation tool, that would be able to solve this problem in a suitable way. First, however, it is necessary to carry out a search of existing approaches to this issue and to write down the basic ideas of the issue for lateral buckling of reinforced concrete beams, as this issue is little researched and there are no guidelines for it even in the standards. The subsequent practical part then follows on from the work of prof. Pauli, who devoted himself to lateral buckling and investigated its effects on 6 beams. These beams were modeled in the FERMO program. Then, deviations in the results were observed depending on the changes in the specification of each model in the program. Subsequently, a calculation based on the theoretical thesis of prof. Pauli, that had the task of determining the torsional stiffness of the cross-section only for the compressed part, was prepared. This calculation was to serve as an extension of the FERMO software and its calculation core – TRIMAS.

Key words

Reinforced concrete, torsional stiffness, buckling, beam

Obsah

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Úvod | 10 |
| 2 | Klopení železobetonových nosníků | 11 |
| 2.1 | Definice a základní poznatky | 11 |
| 2.2 | Výpočet klopení dle světových norem | 12 |
| 2.3 | Analýza klopení experimentálně | 13 |
| 2.4 | Existující formulace | 14 |
| 2.5 | Analytické vyjádření torzní tuhosti dle Kalkana | 15 |
| 2.6 | ČSN EN 1992-1-1 | 17 |
| 2.7 | St. Venantova torzní konstanta | 17 |
| 2.7.1 | Základní charakteristika | 17 |
| 2.7.2 | Řešení membránové analogie metodou konečných diferencí | 18 |
| 2.7.3 | Konvergenční studie na čtvercovém průřezu | 20 |
| 2.7.4 | Mostní nosníky | 21 |
| 3 | Výpočetní programy | 23 |
| 3.1 | Úvod | 23 |
| 3.2 | Výpočet v softwaru – FERMO | 23 |
| 3.2.1 | Výpočet torzní tuhosti | 24 |
| 3.2.2 | Únosnost na posouvající sílu a kroucení v deformovaném stavu | 26 |
| 3.3 | TRIMAS – Výpočtové algoritmy | 27 |
| 3.3.1 | Integrace napětí | 27 |
| 3.3.2 | Vyhodnocení tangenciální (tečné) tuhosti | 28 |
| 3.3.3 | Výpočet únosnosti průřezu | 29 |
| 3.3.4 | Výpočet celkové únosnosti v krocích zatížení | 29 |
| 3.3.5 | Vyskytující se problémové případy | 30 |
| 3.3.6 | Interpretace výsledků | 30 |
| 4 | Referenční experimenty pro praktickou část práce | 32 |
| 4.1 | Úvod | 32 |
| 4.2 | Zkoušky prof. Pauliho | 32 |
| 4.2.1 | Základní informace | 32 |
| 4.2.2 | Materiálové vlastnosti – ocel | 32 |
| 4.2.3 | Materiálové vlastnosti – beton | 33 |
| 4.2.4 | Zatížení | 34 |

| | | |
|-------|---|----|
| 4.2.5 | Uložení..... | 35 |
| 4.2.6 | Imperfekce | 36 |
| 4.2.7 | Zkušební tělesa..... | 37 |
| 4.2.8 | Shrnutí a vyhodnocení výsledků zkoušek..... | 43 |
| 5 | Praktická výpočetní část..... | 44 |
| 5.1 | Zadání experimentů do výpočetních programů | 44 |
| 5.1.1 | Úvodní informace..... | 44 |
| 5.1.2 | Geometrie | 44 |
| 5.1.3 | Materiály | 45 |
| 5.1.4 | Zatížení | 46 |
| 5.1.5 | Uložení..... | 46 |
| 5.1.6 | Imperfekce | 47 |
| 5.1.7 | Předpětí..... | 47 |
| 5.2 | Díličí výsledky..... | 47 |
| 5.2.1 | Etapa 1..... | 48 |
| 5.2.2 | Etapa 2..... | 49 |
| 5.2.3 | Etapa 3..... | 49 |
| 5.2.4 | Etapa 4..... | 49 |
| 5.2.5 | Etapa 5..... | 50 |
| 5.2.6 | Ověřování redukčního součinitele | 51 |
| 5.2.7 | Etapa 6..... | 51 |
| 5.2.8 | Shrnutí výpočetních modelů z etap | 52 |
| 5.3 | Aplikace výpočtu pouze na tlačené části průřezu | 52 |
| 5.3.1 | Poznámky na úvod | 52 |
| 5.3.2 | Definice výpočtu..... | 53 |
| 5.4 | Vyhodnocení..... | 57 |
| 5.4.1 | Příklad z výpočtu | 58 |
| 5.4.2 | Náhled do celého výpočtu..... | 60 |
| 5.4.3 | Shrnutí | 61 |
| 6 | Závěr | 63 |
| 7 | Zdroje | 65 |
| 8 | Přílohy..... | 67 |
| 8.1 | Příloha – Výpočetní kód v jazyce C++ | 67 |

1 Úvod

V minulosti bylo klopení považováno za problematiku zejména ocelových prvků. U železobetonových prvků převládají značně masivnější průřezy než u prvků ocelových. Tím pádem železobetonové prvky disponují mnohem větší ohybovou a torzní tuhostí, a tudíž obvykle neklopí. Předpětí však umožňuje efektivní využití nosníků na velká rozpětí, kde hraje velkou roli vlastní váha nosníku. Vzniká tak potřeba co nejlehčího nosníku a co nejefektivnějšího průřezu. Zároveň se k tomu přidávají hlediska ekonomická a ekologická, tudíž je zde jasný cíl – použít na nosník co nejmenší množství betonu. Mohou tak vzniknout průřezy velice subtilní a může docházet ke klopení i u průřezů železobetonových.

Tato problematika však není v současných normách dostatečně specifikována. Současné normy nabízejí pouze určité limity v rozměrech průřezu. Je předpokládáno, že pokud budou limity dodrženy, nedojde na nosníku ke klopení, porušení bude ohybové. Není zde však stanoven kritický moment, při kterém dojde ke klopení a nestanovují ani jak případné klopení průřezu řešit. Tyto limitní hodnoty se navíc v experimentálních pracích ukázaly jako nespolehlivé. I nosník navržen v souladu s normou může klopit.

Motivací této práce je tudíž snaha o nalezení uspokojivého řešení pro štíhlé pruty náchylné na klopení. Ve spolupráci se společností RIB Software GmbH vznikla snaha otestovat stávající implementaci a vyvinout nový algoritmus, schopný uspokojivě vyřešit problém klopení na základě experimentů z dřívější práce prof. Pauliho, který se v Německu problematice rozsáhle věnoval. V neposlední řadě je motivací práce také zájem autora o funkci programů ve stavebnictví a rozšíření obzorů v této části statické branže.

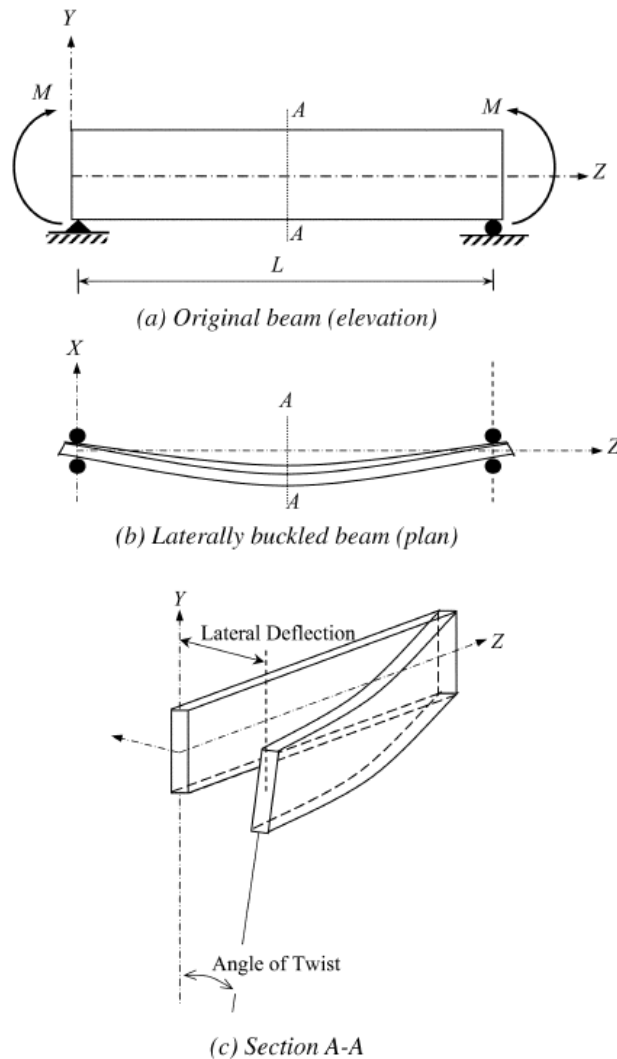
V práci je věnován prostor popisu klopení, existujícím řešením problematiky klopení, St. Venantově konstantě jako jednomu z hlavních parametrů klopení, přístupům, existujícím ve výpočetních programech, využitých pro vypracování práce. Na závěr také navázání na práci prof. Pauliho a aplikaci různých přístupů na experimenty, tudíž snaha o nalezení optimálního řešení, jež by se nejvíce blížilo reálným experimentům.

V praktické části bude řešeno rozšíření pro firemní software společnosti RIB Software GmbH. Software využívá pro výpočet torzních tuhostí pouze zjednodušené doporučené redukce torzních tuhostí (koeficienty 0,8 pro vyztužený a 0,6 pro předpjatý průřez), které jsou vztažené na celý průřez. To však v praxi neplatí, jelikož klopení vzdoruje pouze tlačaná část průřezu. Tato práce má za úkol torzní tuhost specifikovat pouze na tlačanou část průřezu. Praktická část značně navazuje na činnost prof. Pauliho, kterou započal svou disertační prací.

2 Klopení železobetonových nosníků

2.1 Definice a základní poznatky

Klopením rozumíme ztrátu stability za ohybu, při které dojde k vybočení prutu z roviny jeho prvotního ohybu. Při porušení nosníku vlivem klopení dochází k prostorovému vybočení, které zahrnuje boční ohyb a pootočení průřezu (obr. 1). Tlačená část má tendenci vybočit ve směru nejmenšího odporu, tažená část průřez stabilizuje.



Obr. 1 Klopení štíhlého železobetonového nosníku [1]

Na ocelové pruty působí vzhledem ke štíhlostem jejich částí průřezu různé druhy klopení a vzpěru. Tyto štíhlé profily mají nižší ohybové a torzní tuhosti, tudíž mají nižší odolnost vůči klopení v porovnání s mohutnějšími průřezy (např. ze železobetonu). Běžné železobetonové pruty klopení podléhají jen zřídka, jelikož mají velké ohybové a torzní tuhosti. Štíhlostní problém klopení se však v současnosti stává více a více aktuálním i pro železobetonové konstrukce. Souvisí to:

- se zvětšováním rozponu prvků,
- se zeštíhlováním průřezu prvků,
- se vzrůstající pevností betonu a výztuže.

Výše uvedené body umožňuje technologický pokrok a také efektivní využití předpínacích lan. Jelikož dané body jsou i ekonomicky výhodné a snižují vlastní tíhu prvku, dává jejich aplikace smysl. Nicméně vnáší nový problém do řešení železobetonových nosníků.

2.2 Výpočet klopení dle světových norem

Ve světových normách nejsou žádná doporučení, jak vypočítat kritický moment klopení (takový moment, při němž dochází k poruše nosníku klopením) ŽB prutů. Předpokládá se, že pokud jsou dodrženy štíhlostní poměry prutů, které jsou omezeny hodnotami v normách (Tab. 1), kolaps prutu nastane ohybovým namáháním, nikoliv klopením. Tyto předepisované hodnoty nejsou spolehlivé, kolaps klopením může nastat i na prutech, které vyhovují limitním podmínkám v normě [1]. Zároveň je možné říct, že vzorce pro výpočet kritického momentu klopení v prutech, které nabízejí předchozí badatelé (např. Hansell a Winter [2], Sant a Bletzacker [3], Massey [4], viz tab.2), přeceňují dle výzkumu [1] únosnost málovyztuženého prvku. Je tedy nutné rozlišovat, zda se jedná o prvek málovyztužený (tahová kapacita tahové výztuže je menší než celková tlaková kapacita betonu a tláčené oceli), běžně vyztužený či převyztužený (tahová kapacita tažené oceli je větší než kombinovaná tlaková kapacita betonu a tláčené oceli). Velmi důležitým faktorem pro určování tuhosti je také stádium, ve kterém se prvek nachází, zda se nachází ve stádiu před či po vzniku trhlin.

Tab. 1 Štíhlostní limity obsažené v jednotlivých normách [1]

| | Code | Slenderness limit for RC beams | |
|---|--------------------------|---|---|
| | | Simply supported or continuous span | Cantilever span |
| 1 | ACI 318 ¹⁰ | $L < 50b$ | $L < 50b$ |
| 2 | BS:8110 ¹¹ | $L < \begin{cases} 250b^2/d, & \text{whichever is less} \\ 60b \end{cases}$ | $L < \begin{cases} 100b^2/d, & \text{whichever is less} \\ 25b \end{cases}$ |
| 3 | IS:456 ¹² | $L < \begin{cases} 250b^2/d, & \text{whichever is less} \\ 60b \end{cases}$ | $L < \begin{cases} 100b^2/d, & \text{whichever is less} \\ 25b \end{cases}$ |
| 4 | Eurocode 2 ¹³ | $L < 35b$ $h < 2.5b$ | $L < 35b$ $h < 2.5b$ |
| 5 | AS 3600 ¹⁴ | $L < \begin{cases} 180b^2/h, & \text{whichever is less} \\ 60b \end{cases}$ | $L < \begin{cases} 100b^2/h, & \text{whichever is less} \\ 25b \end{cases}$ |

Oproti štíhlosti u sloupů jsou štíhlé pruty ve vodorovném směru poměrně neprobádané. Některé normy předepisují limitní štíhlosti primárně proto, aby kolaps prutu nastal důsledkem materiálového porušení, nikoliv stabilitního. Předpisy pro stanovení této stabilitní únosnosti prutu však v normách nejsou uvedeny. Pro jejich popis je potřeba přesné stanovení kritického momentu klopení a předpovídat podmínky, za kterých stabilita řídí maximální únosnost.

Nehomogenita a pružnoplastické chování železobetonu komplikuje výpočet kritického momentu klopení pro železobetonové prvky. Navíc jsou ohybové a torzní tuhosti železobetonového prutu a momenty klopení ovlivněny různými druhy trhlin. Kalkan [5] tvrdí, že na štíhlých ŽB prutech torzní trhání průřezu začíná až v době dosažení „elastického klopení“ (průřez zůstává neporušen torzními trhlinami, ty vznikají až v průběhu klopení), zatímco trhliny

od ohybu začínají vznikat už na začátku zatěžování. Tudíž je nutno využít torzní tuhost před vznikem trhlin pro výpočet kritického momentu klopení železobetonového prutu, ale určitým způsobem v ní zohlednit možné potrhání průřezu od ohybových účinků.

Ideální prutový prvek bez imperfekcí, který je ohýbaný ve směru největší ohybové tuhosti průřezu, může při určitém kritickém zatížení či momentu podélně vybočit. Pokud je zatížení na prutu pod hodnotou kritického břemena, předpokládá se, že je prut stabilní. V okamžiku dosažení kritického břemena mohou nastat dva stavy. Prvek může zůstat ve své poloze (triviální řešení), ale může také zároveň vybočit ze své původní polohy s určitým zakřivením. Tento jev je spojen se ztrátou ohybové tuhosti. Tato problematika je dobře známá u ocelových průřezů, kde je velká štíhlost prvků obvyklá. Ne však už tak dobře u štíhlých železobetonových prutů.

Vzhledem k přesné specifikaci vlastností prvku se problematika klopení týká zejména prefabrikovaných nosníků. Prefabrikovaný vazník je postupně zatěžován různými zatěžovacími stavy od jeho výroby v prefab. betonárně, skladování, přepravy, zvedání, po jeho finální působení v konstrukci. V každé situaci je vystaven jiným okrajovým podmínkám, a tudíž různým odolnostem vůči klopení. Z tohoto důvodu je záhodno poruchu nestability prefabrikovaného betonového nosníku překonat přesným odhadem kritických momentů nosníku v různých fázích výstavby.

Kritický moment klopení prutu, jehož torzní deformace nejsou omezeny, je přímo závislý na ohybové a torzní tuhosti prutu. Tudíž přesný výpočet momentu klopení může být získán pouze přesnou hodnotou ohybové a torzní tuhosti. Ačkoli torzní chování a tuhost štíhlých ŽB nosníků při čistě torzních namáháních byly rozsáhle studovány, o torzní tuhosti ŽB nosníků v okamžiku vybočení není mnoho studií.

2.3 Analýza klopení experimentálně

Poprvé byla problematika studována Marshalllem [6] v roce 1948. Ten tvrdil, že železobetonové prvky se se štíhlostní problematikou a s ní spojenou stabilitou setkávají jen zřídka a chování za ohybu zůstává neovlivněno vysokou štíhlostí průřezu.

Na jeho práci navázali Hansell a Winter [2], kteří provedli testy na 10 štíhlých železobetonových prutech. Žádný z nich nebyl porušen stabilitou, všechny byly porušeny ohybem ve vertikální rovině. Byly však pozorovány boční průhyby prutů, což naznačovalo přítomnost štíhlostních efektů. Poté uvedli, že žádný z testovacích prutů nebyl dostatečně dlouhý, aby podlehl stabilitnímu kolapsu. Uvedli tudíž, že štíhlostní poměr musí být spíše ve tvaru $\frac{L*d}{b^2}$ než jednoduché L/b .

Dále se problematice věnoval Siev [7]. Ten zkoumal klopení prutů s počáteční imperfekcí. Ve své studii podrobil testům 6 zkušebních těles. Zjistil, že štíhlostní chování prvku závisí také na procentu vyztužení.

Sant a Bletzacker [3] testovali 11 prutů s různým poměrem $\frac{L*d}{b^2}$ a vysokým procentem vyztužení. Stabilitní porušení bylo pozorováno u 9 ze zkušebních prutů. Přestože byla jejich studie založena na převyztužených prutech, předložili analytický výraz pro výpočet kritického

momentu klopení aplikovatelného i na podvyztužené pruty. Tvrdí, že náchylnost železobetonových prutů k poruše stability roste s růstem poměru d/b .

Massey [4] se snažil problém klopení popsat s teorií, která zahrnuje tuhost při deformaci. Testoval 11 převyztužených obdélníkových prutů vyztužených z jedné i z obou stran. Na základě experimentálních výsledků zjistil, že namáhání od deplanace lze zanedbat, pokud koncům nosníku není bráněno v pootočení.

King [8] přišel s metodou, která kontroluje podélnou stabilitu pomocí rovnováhy deformované pozice. Aydin a Kirac [9] vyvinuli algoritmus, který generuje hodnotu poměru kritické štíhlosti $\frac{L*d}{b^2}$ jakéhokoliv železobetonového prutu.

2.4 Existující formulace

Timoshenko [10] a další předložili základní rovnici pro predikci kritických (vzpěrných) momentů v prutech pro homogenní elastický materiál za různých podmínek zatížení a koncových stavů. Pro takové nosníky s pravoúhlým průřezem lze zobecněnou rovnici pro kritický vzpěrný moment (M_{bcr}) vyjádřit jako

$$M_{bcr} = \frac{C_1}{C_2 * L} \sqrt{B * K}, \quad (2.01)$$

kde B je ohybová tuhost prutu kolem „vedlejší“ osy

$$B = \frac{Eb^3d}{12}, \quad (2.02)$$

K je torzní tuhost

$$K \approx \frac{Gb^3d}{3}, \quad (2.03)$$

když $b \ll d$ a L je rozpon prutu. Konstanta C_1 závisí na druhu zatížení. Konstanta C_2 zahrnuje okrajové podmínky prutu. Tato konstanta je také známá jako konstanta efektivní délky a nabývá hodnoty 1,0 pro prostě uložený prut a 0,5 pro prut oboustranně vetknutý.

Předchozí rovnice může být velmi efektivně využita v ocelových prvcích, kde může být jednoduše určen modul pružnosti a ohybová a krouticí tuhost. Ale na železobetonové prvky nemůže být přímo použita kvůli nehomogenitě materiálu, přítomnosti výztuže a trhlinám. Pro tyto faktory je nutno rovnici modifikovat. Za hlavní faktory, které ovlivní podélnou stabilitu železobetonového prutu, jsou považovány: výskyt příruby – T nebo L průřez, stupeň trhlin v betonu, příspěvek podélného vyztužení k ohybové a torzní tuhosti, příspěvek smykového vyztužení ke smykovým tuhostem, nelineární chování betonu a oceli a efekt postupného zatěžování (vliv dotvarování).

Je jasné, že důkladná analýza problému s uvážením všech faktorů by byla velmi složitá. Zavádějí se tedy konzervativní předpoklady související s ohybovou tuhostí $B = (EI)_{eff}$ a torzní tuhosti $K = (GC)_{eff}$, kde C je polární moment setrvačnosti průřezu [11]. Návrhy různých badatelů je možné nalézt v následující tabulce (Tab. 2).

Tab. 2 Některá analytická vyjádření efektivních ohybových a torzních tuhostí [1]

| | Author | Flexural rigidity $B = (EI)_{eff}$ | Torsional rigidity $K = (GC)_{eff}$ |
|---|----------------------------------|--|--|
| 1 | Hansell and Winter ² | $B = E_{sec} \left(\frac{b^3 c}{12} \right)$ | $K = \left(\frac{E_{sec}}{2(1+\nu_c)} \right) \left(\frac{b^3 c}{3} \left(1 - 0.35 \frac{b}{d} \right)^2 \right)$ |
| 2 | Sant and Bletzacker ⁴ | $B = E_r \left(\frac{b^3 d}{12} \right)$ $E_r = \frac{4E_c E_{tan}}{(\sqrt{E_c} + \sqrt{E_{tan}})^2}$ $E_{tan} = \frac{1}{2} E_c$ | $K = \left(\frac{E_r}{2(1+\nu_c)} \right) \left(\frac{b^3 d}{3} \right)$ |
| 3 | Massey ⁵ | $B = E_{sec} \left(\frac{b^3 c}{12} \right) + E_s \Sigma I_{sy}$ | $K = \left(G_c \frac{E_{sec}}{E_c} \right) (\beta_c b^3 d_1) + \frac{1}{3} \left(G_s - G_c \frac{E_{sec}}{E_c} \right) \Sigma b_1^3 d_s$ $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)}; G_s = \frac{E_s}{2(1+\nu_c)}$ |

Hansell a Winter [2] navrhli použití sečného modulu pružnosti E_{sec} betonu a omezili efektivní průřez na beton v ohybové tlakové zóně (ohyb vzhledem k hlavní ose) pro výpočet B a K. Sant a Bletzacker [3] navrhli použití redukovaného modulu E_r , z hlediska kombinace krátkodobého modulu pružnosti E_c a tečnového modulu $E_{tan} = E_c/2$. Massey [5] vylepšil návrh Hansella a Wintera [2], když zahrnul do výpočtu příspěvek podélné výztuže.

Většina experimentálních studií uváděných v existující literatuře často vychází ze studií Santa a Bletzackera a Masseyho, které byly prováděny na silně vyztužených štíhlých profilech nosníku, a za předpokladu, že vysoký stupeň tahového vyztužení přispívá ke zvýšené boční stabilitě nosníků. Jejich teoretické předpovědi jsou prohlašovány za ověřené na základě experimentálních výsledků jejich zkoušek převyztužených nosníků. Hansell a Winter již dříve testovali málovyztužené štíhlé nosníky, tyto nosníky však nebyly dostatečně štíhlé, aby podléhaly klopení.

Problematika však zatím není dostatečně probádána a vyřešena a kritický moment klopení není možné dostatečně přesně určit. Nejspíše proto nejsou v normách žádné podklady pro řešení kritického momentu M_{bcr} . Hlavní problém je, že se nerozlišují převyztužené a podvyztužené nosníky.

2.5 Analytické vyjádření torzní tuhosti dle Kalkana

Torzní tuhost železobetonového prutu závisí na přítomnosti diagonálních tahových trhlin v prutu. Pokud maximální torzní moment v prutu zůstane pod kritickým krouticím momentem (T_{cr} dle značení tohoto autora), celý prut se chová jako pevné a homogenní těleso a krouticímu momentu odolává smykovým napětím po obvodu průřezu. V této fázi příspěvek od podélné a smykové výztuže můžeme zanedbat a krouticí tuhost před vznikem trhlin (GC_u) reflektuje odolnost prutu vůči krouticím (torzním) momentům [5].

Dle normy ACI 318M-05 [12] se kritický krouticí moment, při kterém začínají vznikat trhliny, vypočítá jako:

$$T_{cr} = 0,33 * \sqrt{f'_c} * \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right), \quad (2.04)$$

kde f'_c je specifikovaná pevnost v tlaku betonu, A_{cp} je oblast ohraničená vnějším obvodem průřezu a p_{cp} je obvod této oblasti. Rovnice byla vyvinuta za předpokladu, že diagonální tahové trhliny začínají vznikat, jakmile hlavní diagonální tahové napětí v nosníku dosáhne hodnoty pevnosti v tahu betonu.

Torzní tuhost před vznikem trhlin se dá získat z rovnice pro elastická a homogenní tělesa:

$$GC_u = \beta_c * b^3 * h * G_c, \quad (2.05)$$

kde G_c je smykový modul pružnosti betonu, b a h jsou rozměry průřezu a β_c je St. Venantova torzní konstanta, která bude důsledněji řešena v kapitole 2.7. Po zjednodušení na obdélníkový průřez dostáváme vyjádření pro výpočet torzní tuhosti štíhlého železobetonového prutu před vznikem trhlin:

$$GC_u = \frac{b^3 * h}{3} * \left(1 - 0,63 * \frac{b}{h}\right) * G_c. \quad (2.06)$$

Diagonální tahové trhliny způsobují, že betonové jádro ŽB nosníku je neúčinné, a proto je torzní tuhost zajištěna ekvivalentní tenkostěnnou trubkou po obvodu průřezu ve fázi po potrhání. Tato pomyslná tenkostěnná trubka se skládá z vnějšího plášťového betonu, podélných výztužných prutů a uzavřených třmenů. Pomocí prostorové příhradové analogie bylo různými výzkumníky vyvinuto několik vyjádření torzní tuhosti ŽB nosníku po vzniku trhlin.

Tavio a Teng [13] zavedli toto vyjádření pro torzní tuhost ŽB prutů:

$$GC_{cr} = \frac{4 * \mu * E_s * A_0^2 * A_{cp}}{p_0^2 * \left(\frac{1}{\rho_l} + \frac{1}{\rho_s}\right)}, \quad (2.07)$$

kde E_s je modul pružnosti výztuže, A_0 je plocha ohraničená osou zóny smykového toku, p_0 je obvod této oblasti, ρ_l a ρ_s odpovídají objemovému poměru podélné a smykové výztuže v daném pořadí, získaného z:

$$\rho_l = \frac{A_l}{A_{cp}},$$

$$\rho_s = \frac{A_t * p_1}{A_{cp} * s}, \quad (2.08)$$

kde A_l je plocha celkového podélného vyztužení v průřezu, A_t je plocha příčného řezu jedné větve jednoho třmínku, s je rozteč třmínků a p_1 je obvod oblasti ohraničené středovou osou uzavřeného třmínku.

Zóna smykového toku, poprvé navržená Hsu [14], odpovídá ekvivalentní tenkostěnné trubce (vrstva betonu na vnější části průřezu), která odolává torzním momentům po vytvoření diagonálních tahových trhlin, kdy jádrový beton přestává přispívat k torzní tuhosti. Tloušťka zóny smykového toku (t_d) se vypočítá z:

$$t_d = \frac{4 * T_a}{A_{cp} * f'_c}, \quad (2.09)$$

kde T_a je aplikovaný krouticí moment. Rovnice (2.09) byla získána z příhradového modelu vyjadřujícího redukcí tuhosti průřezu. Hodnota torzní tuhosti vypočítaná z (2.07) je označena jako torzní tuhost na vzniku trhlin.

2.6 ČSN EN 1992-1-1

V platné normě ČSN EN 1992-1-1 [15] je nestabilita štíhlých nosníků v příčném směru řešena pouze velmi stručně v kapitole 5.9. Zde se říká, že se s ní musí uvažovat tam, kde je to nutné, např. u prefabrikovaných nosníků při dopravě a montáži, u nosníků bez dostatečného příčného ztužení v dokončené konstrukci atd. Musí se uvažovat geometrické imperfekce.

Při ověřování nosníků bez ztužení se má jako geometrická imperfekce předpokládat průhyb $L/300$, kde L je celková délka nosníku. U dokončených konstrukcí se dovoluje uvažovat ztužení vyvozené připojenými prvky.

Výpočet klopení probíhá jako výpočet nelineární úlohy podle teorie druhého řádu s uvážením imperfekcí. Imperfekce se do výpočtu zavádějí hlavně proto, aby bylo umožněno postupné přiblížení ke konečnému stavu deformace. Je tudíž vyloučen náhlý kolaps nosníku. Zároveň imperfekce umožňují dopočtení výsledné síly, kdy dojde k porušení nosníku.

Účinky druhého řádu ve spojení s příčnou nestabilitou mohou být zanedbány, pokud jsou splněny následující podmínky:

- Trvalé situace:

$$\frac{l_{ot}}{b} \leq \frac{50}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}}; \quad \frac{h}{b} \leq 2,5, \quad (2.10)$$

- Dočasné situace

$$\frac{l_{ot}}{b} \leq \frac{70}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}}; \quad \frac{h}{b} \leq 3,5, \quad (2.11)$$

kde je l_{ot} vzdálenost mezi torzními vazbami; h je celková výška nosníku ve střední části l_{ot} ; b je šířka tlačené příruby.

Při návrhu podpěrných konstrukcí je třeba uvažovat kroucení v souvislosti s příčnou nestabilitou.

2.7 St. Venantova torzní konstanta

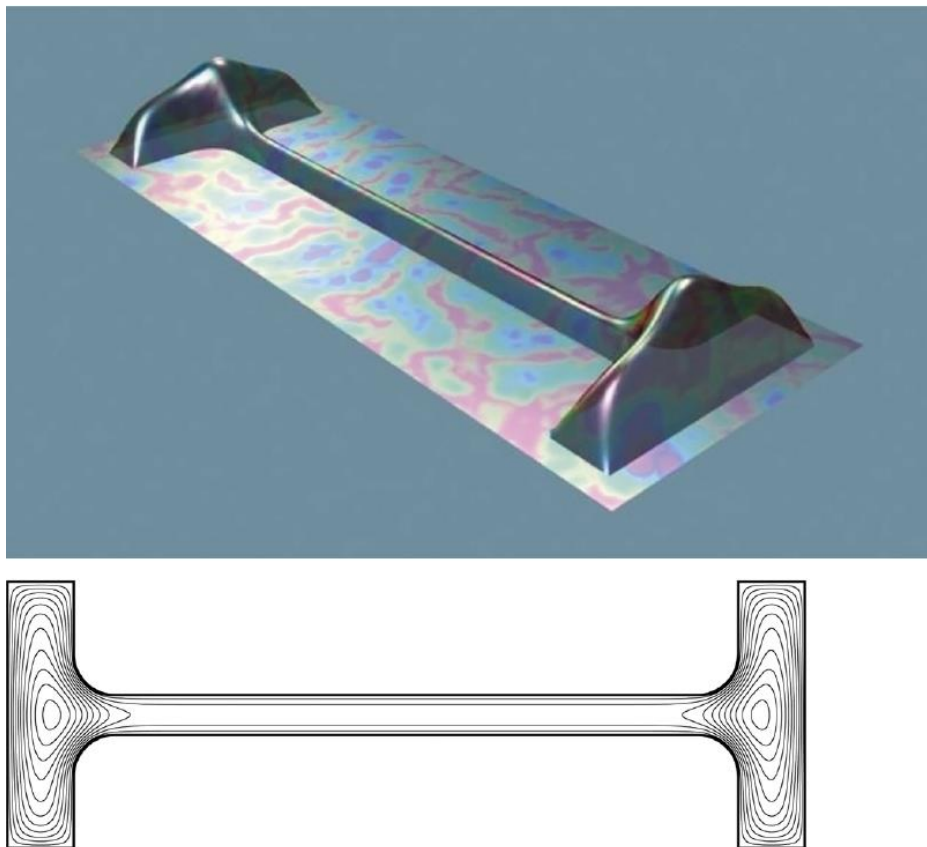
2.7.1 Základní charakteristika

Jak již bylo uvedeno, důležitým parametrem pro stanovení torzní tuhosti před vznikem trhlin je St. Venantova konstanta. Pro výpočet St. Venantovy konstanty již výpočetní programy existují, proto se jí praktická část práce nezabývá. Protože St. Venantově konstantě není věnován prostor v praktické části, bude představena alespoň v části teoretické.

Dle [16] lze pro výpočet použít tzv. Prandtlovu membránovou analogii. Aplikujeme obruč po obvodě průřezu s napnutou membránou s nulovou ohybovou tuhostí. Tuto membránu zatížíme jednostranným přetlakem, takže dojde k pronutí membrány.

Deformovaný tvar membrány je úměrný Prandtlově funkci napětí. Sklon deformované membrány je úměrný smykovému napětí od volného kroucení [17]. Na základě plochy pod deformovanou membránou jsme schopni stanovit St. Venantovu torzní konstantu. Tato metoda je zvláště užitečná pro výpočet St. Venantovy torzní konstanty typických nosníků s I průřezem z předpjatého betonu nebo pro výpočet všech průřezových vlastností libovolného nepravidelně tvarovaného otevřeného průřezu.

Membránová analogie vyžaduje vyhodnocení objemu fiktivní mýdlové bubliny. Výpočet objemu mýdlové bubliny na základě membránové analogie se provádí numerickým řešením řídicí diferenciální rovnice (s použitím techniky konečných diferencí) pro pořadnice a sečtením objemů každého dílčího kvádrů pod průměrnou souřadnicí.



Obr. 2 Vyobrazení mýdlové bubliny na průřezu I [18]

Při analýze a návrhu konstrukcí jsou často potřebné torzní a jiné vlastnosti průřezů. Článek [16] představuje počítačový program pro výpočet St. Venantovy torzní konstanty předpjatých betonových profilů (v článku značena J , toto značení je zde zachováno). Ostatní průřezové vlastnosti jsou programem vyhodnoceny automaticky jako vedlejší produkty.

2.7.2 Řešení membránové analogie metodou konečných diferencí

Tvar mýdlové bubliny je určen parciální diferenciální rovnicí druhého řádu:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{q}{s'} \quad (2.12)$$

kde z je osa bubliny vyobrazená na obr. 3, x je rovinná souřadnice ve směru osy x , y je rovinná souřadnice ve směru y , q je tlak pod bublinou a S je membránové napětí.

St. Venantova torzní konstanta J je závislá na objemu V mýdlové bubliny [19], [20], [21] jako:

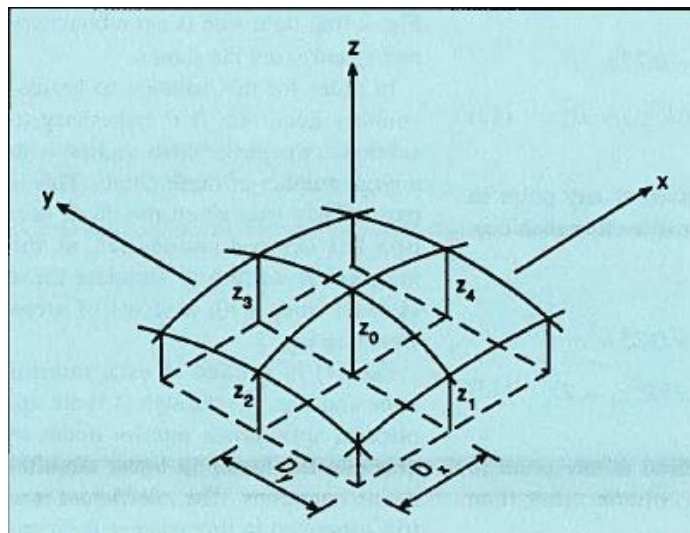
$$J = \frac{4S}{q} * V \quad (2.13)$$

Transformace parciálních derivací na přibližné centrální rozdíly se provádí rozšířením Taylorovy řady:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \approx \frac{z_4 - 2z_0 + z_2}{D_x^2} \approx \frac{R^2 * (z_4 - 2z_0 + z_2)}{D_y^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \approx \frac{z_3 - 2z_0 + z_1}{D_y^2}, \quad (2.15)$$

kde z_0, z_1, z_2, z_3 a z_4 jsou ordináty mýdlové bubliny v bodech 0, 1, 2, 3 a 4, R je poměr velikosti intervalů sítě v jednotlivých směrech ($= D_y/D_x$), D_x je velikost oka sítě ve směru osy x , D_y je velikost oka sítě ve směru osy y .



Obr. 3 Síť a osy souřadnic pro mýdlovou bublinu [16]

Dosazením rovnic (2.14) a (2.15) do rovnice (2.12) dává přibližnou konečnou diferenční rovnici (2.16). Objem bubliny pro libovolnou hodnotu S/q lze zjistit řešením (2.16) v každém bodě sítě.

$$z_0 * \frac{1+R^2}{2} = \frac{1}{4} * \left(\frac{q * D_y^2}{S} + z_1 + z_2 * R^2 + z_3 + z_4 * R^2 \right). \quad (2.16)$$

Při nastavení $q = 4 * S$ (viz 2.02) se St. Venantova torzní konstanta rovná objemu bubliny V a rovnice (2.16) se zjednoduší na:

$$z_0 * \frac{1+R^2}{2} = D_y^2 + \frac{z_1 + z_2 * R^2 + z_3 + z_4 * R^2}{4}. \quad (2.17)$$

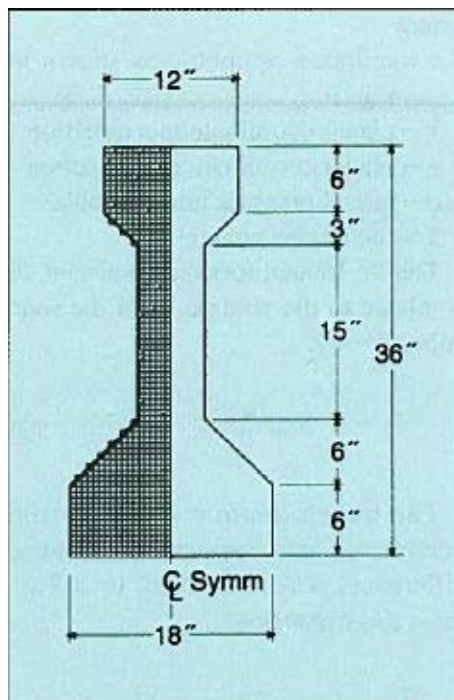
Přeuspořádáním rovnice (2.17) získáme síťovou rovnici (2.18) v obecném vnitřním bodě sítě:

$$0,5(1 + R^2) * z_0 - 0,25z_1 - 0,25R^2z_2 - 0,25z_3 - 0,25R^2z_4 = D_y^2. \quad (2.18)$$

Je třeba připomenout, že síťový bod „1“ je spodní uzel, síťový bod „3“ je horní uzel, síťový bod „2“ je levý uzel a síťový bod „4“ je pravý uzel ve vztahu ke středovému uzlu sítě "0", jak je znázorněno na obr. 3.

Obecnou rovnici vnitřní sítě (2.18) je pro praktické použití třeba dále upravit tak, aby vyjadřovala, že pořadnice mýdlové bubliny je na všech hranicích rovna nule. Podrobnosti zde nebudou rozebírány, v případě potřeby je lze dohledat v [16].

Aby řešení bylo přiměřeně přesné, je nutné rozdělit průřez nosníku velkým počtem bodů sítě. To platí zejména tehdy, když má průřez zešikmené hranice, protože program (uvedený v [16]) je napsán tak, aby simuloval tyto zkosené čáry sérií kroků zobrazených na obr. 4.



Obr. 4 Typický vzor sítě pro symetrický nosník (pozn. rozměry v palcích 1 in. = 25,4 mm) [16]

Rovnice (2.18) a její variace jsou aplikovány na každý uzel pro generování výsledné soustavy lineárních rovnic. Matice koeficientů generovaná tímto způsobem je nesymetrická pásová matice. Celkový počet konečných diferencních síťových rovnic (n) je roven celkovému počtu vnitřních síťových bodů v modelovaném řezu.

Po vyřešení souřadnic mýdlové bubliny nebo membrány se vypočte objem tvaru ohraničeného plochou průřezu a membránou sečtením objemů jednotlivých objemových prvků.

2.7.3 Konvergenční studie na čtvercovém průřezu

Uvažujme čtvercový průřez o rozměrech 254 x 254 mm (10 x 10 palců). Přesná hodnota St. Venantovy torzní konstanty J je dána vztahem [20]:

$$J = 2,25a^4, \quad (2.19)$$

kde a je polovina šířky čtverce.

Když dosadíme šířku čtverce 254 mm, lze hodnotu J vypočítat jako $5,8533 \times 10^8 \text{ mm}^4$. Počet dílků na každé straně oproti vypočteným hodnotám J je uveden v tabulce 3. Jak je vidět z tabulky 3, numerická metoda konečných rozdílů poskytuje poměrně pomalu konvergující řešení dolní meze pro tento příklad čtvercového řezu.

Tab. 3 Konvergence St. Venantovy torzní konstanty na čtvercovém poli 254x254mm (10x10 palců) [16]

| Number of subdivisions (1) | J (x 10^8 mm^4) (2) | Percentage deviation from exact J (3) |
|-------------------------------|-------------------------------------|--|
| 4 | 4.9455 | -15.50 |
| 8 | 5.5801 | -4.67 |
| 16 | 5.7791 | -1.27 |
| 32 | 5.8328 | -0.35 |
| 64 | 5.8466 | -0.11 |

K výpočtu St. Venantovy torzní konstanty pro tenkostěnné otevřené průřezy a pro masivní otevřené průřezy, např. předpjaté I-nosníky, T-nosníky a plné profily, lze použít vzorce uvedené například v AASHTO LRFD [odkaz]:

$$J \approx \frac{1}{3} \sum b t^3 \left[1 - 0,63 \frac{t}{b} + 0,052 \left(\frac{t}{b} \right)^2 \right], \quad (2.20)$$

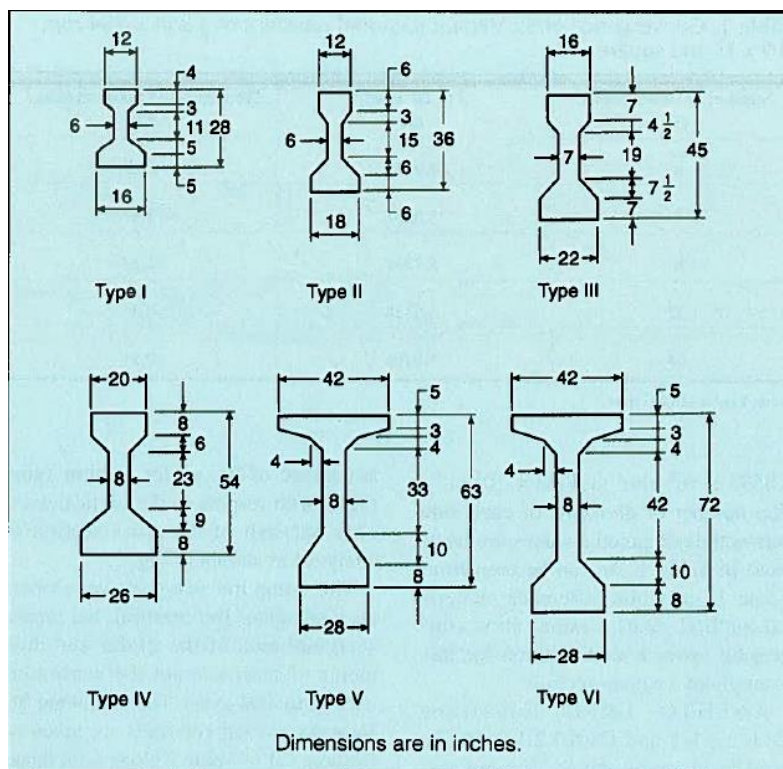
$$J \approx \frac{A^4}{40 \cdot I_p}, \quad (2.21)$$

kde b je šířka dílčí části průřezu, t je tloušťka dílčí části průřezu, A je plocha průřezu a I_p je polární moment setrvačnosti.

Dosazením hodnot pro plochy a polárního momentu setrvačnosti do (2.21) se St. Venantova torzní konstanta vypočte jako $6,2435 \times 10^8 \text{ mm}^4$ ($1,4978 \times 10^3 \text{ in}^4$), což je o 6,67% větší než přesná hodnota.

2.7.4 Mostní nosníky

Obr. 5 ukazuje šest typických předpjatých profilů nosníku, které se často používají u dálničních mostů v USA. Aby bylo možné využít symetrie průřezu nosníku vzhledem ke svislé ose, je analyzována pouze polovina průřezu, jak je znázorněno na obr. 4.



Obr. 5 Typické mostní průřezy AASHTO, rozměry uvedeny v palcích (1 palec = 25,4mm) [16]

Je zajímavé poznamenat, že hodnoty J z [22] pro nosníky typu I a typu VI jsou menší než hodnoty udané metodou konečných rozdílů, zatímco hodnoty J z [22] pro nosníky typu II až typu V jsou větší než hodnoty udané numerickou metodou. Bylo prokázáno, že numerická metoda konečných rozdílů poskytuje aproximaci dolní meze ve studii konvergence. Hodnota J vypočtená z (2.21) je o 29,2 procenta vyšší než hodnota vypočtená z numerické metody konečných rozdílů pro nosník typu V.

Tab. 4 Torzní konstanta pro mostní nosníky [22]

| Section (1) | J (in. ⁴) (2) | J (in. ⁴) from Eq. (19) (3) | J (in. ⁴) from Ref. 7 (4) | Percentage difference (2) and (4) (5) |
|-------------|-----------------------------|---|---|---------------------------------------|
| Type I | 4,820 | 5,560 | 4,745 | -1.56 |
| Type II | 7,372 | 8,236 | 7,793 | +5.71 |
| Type III | 16,210 | 17,808 | 17,044 | +5.15 |
| Type IV | 30,229 | 31,143 | 32,924 | +8.92 |
| Type V | 35,044 | 45,284 | 35,433 | +1.11 |
| Type VI | 37,347 | 43,251 | 36,071 | -3.42 |

3 Výpočetní programy

3.1 Úvod

Praktická část se opírá o výpočty z programů společnosti RIB Software GmbH – FERMO (program pro návrh prefabrikovaných nosníků) a TRIMAS (výpočetní knihovna FERMA, obecný MKP program). Tyto programy budou následně rozšířeny o poznatky z praktické části práce v oblasti klopení nosníků. Program TRIMAS funguje jako výpočetní knihovna FERMA, jelikož se část výpočtů FERMA odehrává právě v TRIMASu.

3.2 Výpočet v softwaru – FERMO

V praktické části práce se hojně využívá Software FERMO [23]. Ten využívá následující:

- Nelineární posudek prostorové stability na klopení dle EN 1992-1-1, kap. 5.8.6 [15], je tedy nutné vzít v potaz vliv dotvarování. Pokud neexistuje přesnější model, lze dotvarování vzít v úvahu vynásobením všech hodnot přetvoření v deformačním diagramu faktorem $1+\varphi_{eff}$, kde φ_{eff} je efektivní poměr dotvarování podle EN 1992-1-1, kap. 5.8.4.
- Geometricky a fyzikálně nelineární výpočet na imperfektním systému přírůstkovou metodou zatěžování.
- Zohlednění spolupůsobení betonu mezi trhlinami (tzv. tahové zpevnění).

Klopením se rozumí kolaps nosníku zatěžovaného ve svislé rovině způsobený vodorovným vybočením jeho tlačené pásnice při současném natočení kolem podélné osy. Vzhledem k tomu, že prefabrikované nosníky bývají velmi štíhlé, má jejich posouzení na boční vychýlení zásadní význam. Posouzení je nutné vždy, pokud není jiným způsobem zajištěna bezpečnost proti klopení během manipulace, transportu, montáže a konečného stavu prvku a pokud šířka tlačené pásnice b nevyhovuje podmínce:

$$b \geq \sqrt[4]{\left(\frac{l_{ot}}{50}\right)^3 * h}, \quad (3.01)$$

Tento zjednodušený posudek, od autora Pauliho, dává značně širší tlačené pásnice, resp. kratší rozteče stabilitních podpor, než jaké je možné doložit přesnějším, a tedy i hospodárnějším výpočtem.

Posouzení klopení probíhá prostorovým materiálově nelineárním výpočtem s teorií 2. řádu na deformovaném tvaru (sinusový průběh imperfekce) dle ČSN EN 1992-1-1 [15], 5.8.6. Zohledňuje se výrazně nelineární chování betonového prvku. Tímto způsobem se stanovují efektivní ohybové, tahové a kroutivé tuhosti a zohledňuje se vliv vzniku ohybových i torzních trhlin. Kritický moment pro klopení se vypočítá jako

$$M_{tcr} = \sqrt{1 + \frac{\sigma_x + \sigma_p}{f_{ctm}}} \cdot W_t \cdot f_{ctm}, \quad (3.02)$$

kde M_{tcr} je kritický moment při klopení, σ_x je napětí vzniklé od zatížení, σ_p je napětí od předpětí, f_{ctm} je tahová pevnost betonu a W_t je průřezový modul v kroucení, který se vypočítá se jako suma modulů jednotlivých částí průřezu (A , t jsou průřezové plochy a tloušťky částí):

$$W_t = \sum 2A \cdot t. \quad (3.03)$$

3.2.1 Výpočet torzní tuhosti

U betonových a předpjatých konstrukcí s libovolným tvarem průřezu a prostorovým zatížením s přihlédnutím k teorii II. řádu a vzniku trhlin není doposud obecně přesný výpočet torzní tuhosti uspokojivě vyřešen. Může být z důvodu nelineárního a reálného chování materiálu stanoven pouze přibližně.

V případě posouzení stability na klopení se stanovuje torzní tuhost po dílčích průřezech s využitím St. Venantova předpokladu pro tlustostěnné průřezy. Provede se výpočet po částech horní, dolní pásnice a stojina a následně se jejich součet uvažuje v nelineárním výpočtu jako celková torzní tuhost před vznikem trhlin. Současně se tažené pásnice z celkové torzní tuhosti vylučují. Tuto informaci je nutné zohlednit v praktické části práce.

Jednotlivé torzní tuhosti pro pásnice získáme ze vzorce

$$I_t = \frac{\pi}{16} b^3 \frac{h^3}{b^2 + h^2}, \quad (3.04)$$

torzní tuhosti pro stojiny pak ze vzorce

$$I_t = b^3 \frac{h}{3} \left(1 - 0,63 \frac{b}{h} + 0,52 \left(\frac{b}{h} \right)^5 \right). \quad (3.05)$$

Pro torzní tuhost celého průřezu pak platí, že se rovná součtu všech torzních tuhostí stojin a pásnic.

Zejména v blízkosti podpor a při malém ohybovém namáhání při současném namáhání na kroucení může docházet k významnému poklesu torzní tuhosti, který vede na prudký nárůst deformací a s ním související ztrátu stability. V mezním případě se vytváří plastický kloub. V této situaci dramaticky vzrůstají vodorovné deformace, aniž by podstatným způsobem rostlo vnější zatížení.

Při vzniku trhlin klesá torzní tuhost zpravidla podstatně rychleji než ohybová tuhost. Významnými vlivy jsou:

- Štíhlost průřezu h/b
- Intenzita zatížení vyjádřená středním mechanickým stupněm vyztužení na kroucení $\omega_{s,Tm}$, které se stanoví podle (3.06) [24].
- Stupeň předpětí σ_{pm}/f_{ck}
- V případě překročení kroučícího momentu na mezi vzniku trhlin dojde ke snížení tuhosti

$$\omega_{s,Tm} = \sqrt{\omega_{sl,T} * \omega_{sw,T}}, \quad (3.06)$$

$$\omega_{sl,T} = \frac{A_{sl,T} * f_{yk,sl}}{A_{c,a} * f_{ck}},$$

$$\omega_{sw,T} = \frac{A_{sw,T} * u_k}{A_{c,a} * s_w} * \frac{f_{yk,sw}}{f_{ck}},$$

kde $A_{sl,T}$ a $A_{sw,T}$ je plocha torzní podélné, respektive třmínkové výztuže, $f_{yk,sl}$ a $f_{yk,sw}$ je charakteristická mez kluzu torzní podélné nebo třmínkové výztuže, f_{ck} je charakteristická pevnost v tlaku měřená na válci, $A_{c,a}$ je plocha betonového průřezu, u_k je plocha jádrové oblasti a s_w je rozteč třmínků.

V těchto porušených oblastech se pak uvažuje s konstantní sníženou torzní tuhostí.

Následující tabulka obsahuje různá přibližná řešení torzní tuhosti ve stavu s trhlinami.

Tab. 5 Různá řešení torzní tuhosti ve stavu s trhlinami [23]

| Torzní tuhosti ve stavu s trhlinami | Předpjatý beton | Železobeton |
|--|---|---|
| Leonhardt/Schelling [70], DAfStb H.239 | | $0,10 \cdot (G \cdot I_T)^I$ |
| Zedler [65] | $0,20 - 0,50 \cdot (G \cdot I_T)^I$ | $0,10 \cdot (G \cdot I_T)^I$ |
| Fischer/Volz [69] ^(a) | $48 \cdot \omega_{sTm} - 0,75$ | $80 \cdot \omega_{sTm} \approx 0,05 - 0,15 \cdot (G \cdot I_T)^I$ |
| Zilch/Staller [73] | $\frac{4 \cdot A_k^2}{u_k} \cdot E_s \cdot \sqrt{\frac{A_{sl}}{u_k} \cdot \frac{A_{sw}}{s_w}}$ | |
| Lampert [66] | $\frac{4 \cdot A_k^2 \cdot A_{ca}}{u_k} \cdot \frac{E_s}{\left(\frac{1}{\rho_{sw}} + \frac{1}{\rho_{sl}}\right) + \left(\lambda \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{4 \cdot A_{ca}}{u_k \cdot t_{eff}}\right)}$ | |

Ve stavu bez trhlin se rovněž nedoporučuje uvažovat s plnou teoretickou elastickou torzní tuhostí. Z důvodu vzniku mikrotrhlin a nelineárního chování materiálu se torzní tuhosti ve stavu bez trhlin snižují následovně.

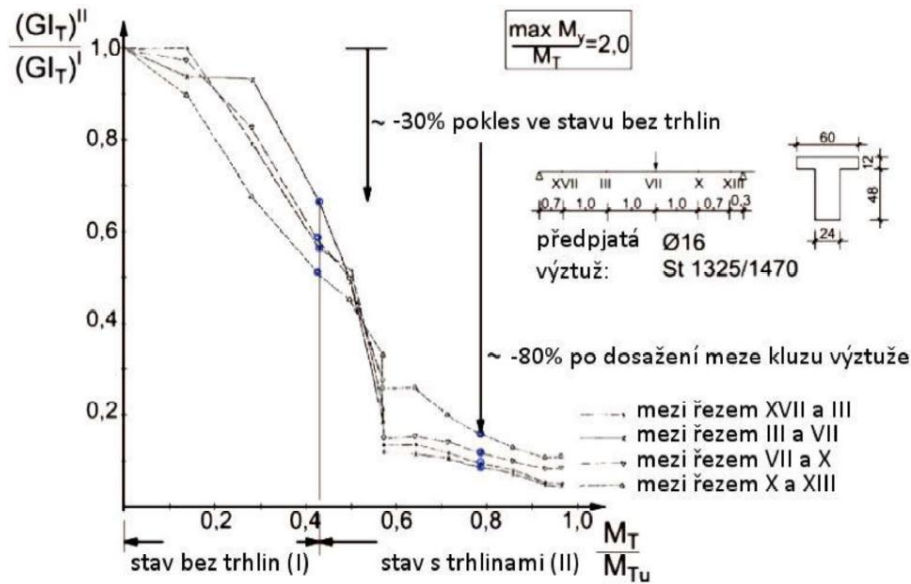
Tab. 6 Torzní tuhosti ve stavu bez trhlin dle [23]

| Torzní tuhosti ve stavu bez trhlin | Předpjatý beton | Železobeton |
|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|
| Leonhardt/Schelling [70] | | $0,80 \cdot (G \cdot I_T)^I$ |
| Kordina/Teutsch [63] ^(a) | $0,50 - 0,70 \cdot (G \cdot I_T)^I$ | |
| Pauli [71] ^(b) | $0,60 \cdot (G \cdot I_T)^I$ | |
| Kolodziejcyk [72] | $0,60 \cdot (G \cdot I_T)^I$ | $1,00 \cdot (G \cdot I_T)^I$ |

a): předpjatý nosník s dodatečnou soudržností a $\frac{M_y}{M_T} \leq 4$

b): předpjatý vazník ve formě

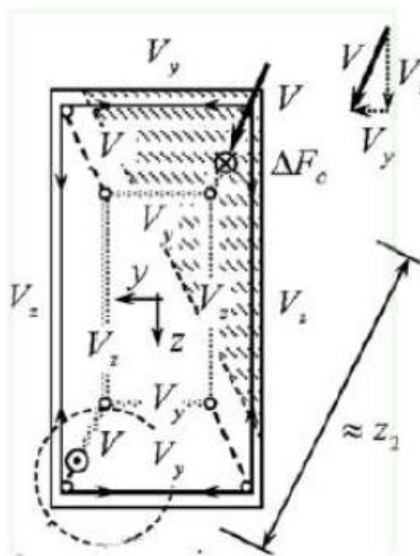
Pokud se snížení torzní tuhosti ve stavu bez trhlin nezohlední, pak jsou výsledky výpočtu únosnosti přeceněné. Úroveň bezpečnosti dle EN 1990 není splněna. Doporučuje se snížení torzní tuhosti ve stavu bez trhlin u předpjatých vazníků na $0,60 (G \cdot I_T)^I$ a u ŽB vazníků na $0,80 (G \cdot I_T)^I$. U předpjatých nosníků je redukce vyšší, jelikož moment od vlastní tíhy nad podporou je příliš malý a nedostatečně kompenzuje tahy od předpětí v důsledku ohybu. Tato skutečnost může nad podporou způsobovat vznik mikrotrhlin při horní hraně horní pásnice.



Obr. 6 Pokles tuhosti dle Teutsch/Kordina [25]

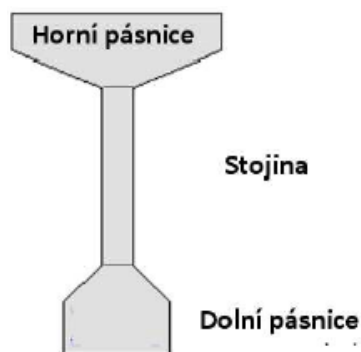
3.2.2 Únosnost na posouvající sílu a kroucení v deformovaném stavu

V rámci posouzení stability na klopení probíhají opakovaně automaticky návrhy na posouvající sílu a kroucení pro vnitřní účinky, stanovené tímto nelineárním výpočtem a za předpokladu působení plného návrhového zatížení na mezi únosnosti. Návrh na posouvající sílu dílčího průřezu stojiny probíhá v tomto případě pro oba směry V_y a V_z . Touto metodou lze navrhovat železobetonové nosníky s obdélníkovým průřezem a šikmo působící příčnou silou.



Obr. 7 Šikmo působící posouvající síla na obdélníkovém průřezu [23]

Zjištěné odolnosti prvků se svislými třmínky se násobí přídatnými součiniteli, které zohledňují sklon posouvající síly a snižují odolnost se vzrůstajícím úhlem. Návrh styku stojina-pásnice pak probíhá rovněž opětovně pro tyto nelineární vnitřní účinky. Zcela jiná situace je u návrhu na kroucení. Návrh průřezu na kroucení probíhá po dílčích průřezích, tj. pro horní pásnici, stojinu a dolní pásnici. Současně se působící návrhový kroučící moment rozděluje na tyto dílčí průřezy v poměru jejich elastické torzní tuhosti.



Obr. 8 Vnitřní rozdělení průřezu na dílčí části [23]

Následující návrh pak již probíhá analogicky jako u lineárních vnitřních účinků, avšak s průřezovými charakteristikami dílčích průřezů. Výsledné množství výztuže se stanovuje jako obálka nutné výztuže spočtená pro lineární a nelineární vnitřní účinky.

Pokud se posuzuje stabilita na klopení, jsou při jejím úspěšném posouzení zpravidla současně rozhodující výsledky návrhu na posouvající sílu a kroucení pro nelineární vnitřní účinky.

3.3 TRIMAS – Výpočtové algoritmy

V praktické části se hojně využívá program TRIMAS od společnosti RIB Software GmbH, který funguje jako výpočetní knihovna k programu FERMO. Je vhodné si jej tedy představit a charakterizovat jeho základní principy. [26]

Základními komponenty nelineárního výpočtu průřezu jsou:

- Charakteristiky průřezu, které jsou získány nahrazením skutečného průřezu soustavou dílčích mnohoúhelníkových průřezů. Zároveň se zohledňuje přítomnost výztuže a oslabení betonového průřezu v místech, kde se nachází pruty výztuže.
- Vztahy popisující charakteristické deformační diagramy materiálů.
- Hodnoty dílčích součinitelů bezpečnosti.
- Hodnoty zatížení prvku.
- Integrace napětí pro určení tuhostí.
- Zjištění tangenciální tuhosti.
- Ověření s limitními hodnotami napětí.

Program zároveň využívá funkci tzv. double bookkeeping. Jedná se o dvojí výpočet, kdy se nejdříve posuzuje deformace a rovnováha za využití středních materiálových hodnot, následně se pro kontrolu využije posudek na únosnost pro bezpečnost návrhu, při kterém posuzuje únosnost průřezu s užitím návrhových hodnot.

3.3.1 Integrace napětí

Nejdůležitější část výpočtu průřezu, integrace stavu napjatosti přes průřez, se provádí osvědčenými postupy z programu INCA2 (volně dostupný freeware z [27]) pro výpočet složených průřezů masivní konstrukce při dvuosém ohybu s podélnou silou.

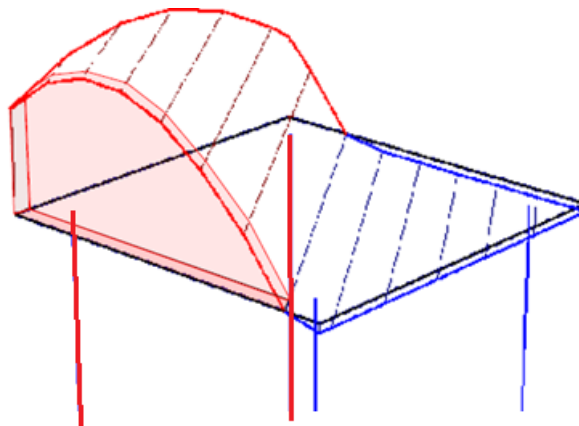
Vstupní hodnoty pro integraci napětí jsou hodnoty napětí pro roviny deformace ϵ_0 , κ_y a κ_z , kde ϵ_0 je přetvoření v těžišti a κ_y a κ_z jsou křivosti ve směru osy y , resp. osy z . Za předpokladu, že průřezy zůstanou pod napětím rovinné a kolmé ke střednici a pokud je znám vztah napětí a přetvoření, lze v libovolném bodě průřezu určit skutečné přetvoření pro odpovídající napětí.

Výsledné vnitřní síly jsou definovány integrálem:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ -M_z \end{bmatrix} = \int_A \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ y \end{bmatrix} * \sigma[\epsilon(y, z)] dA. \quad (3.07)$$

Pro integraci napětí jednotlivých bodů (včetně zohlednění přítomnosti výztuže) se určí aktuální přetvoření (včetně vlivu předpětí) na příslušné souřadnici (y/z). Pomocí této hodnoty lze vypočítat odpovídající napětí a následně vnitřní síly. Tyto jednotlivé síly jsou integrovány do výslednic sil v průřezu.

Aby bylo možné určit výslednou normálovou sílu a také její působiště pro polygonálně ohraničené části průřezu, musí být jasně určen objem napěťového tělesa. Na následujícím obrázku je to označeno červeně (beton v tlaku) a modře (tažená část betonu).



Obr. 9 Napěťové těleso [26]

Jak je znázorněno na šrafované části grafu, těleso lze rozdělit na desky o tloušťce dx . Pokud je známo rozložení napětí a šířka jednotlivých desek, lze určit objem tělesa.

Protože funkce popisující průběh napětí jsou známé a sledují jednoduché matematické funkce, lze plochu A určit i analyticky (analytická integrace).

Pokud je známa plocha pod touto funkcí a těžiště výslednice, lze integrací podél hranice průřezu určit vnitřní síly.

3.3.2 Vyhodnocení tangenciální (tečné) tuhosti

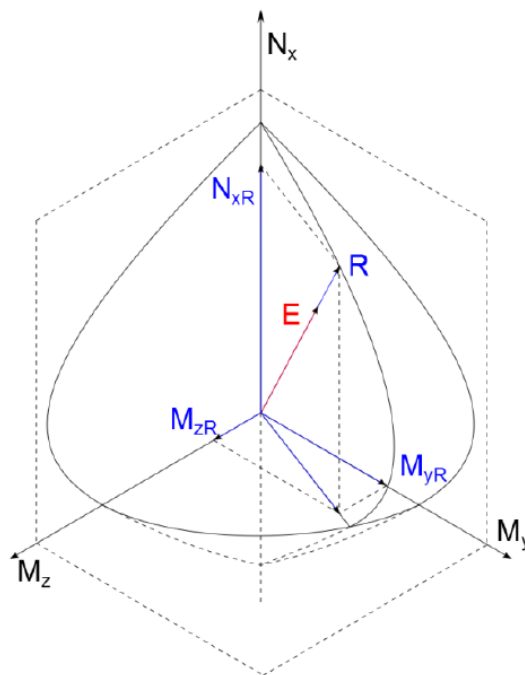
Pro určení tuhosti průřezu v jeho aktuálním stavu je vztah napětí a přetvoření linearizován. To musí být provedeno po částech kvůli spojitým definicím a v každém bodě se získá tangenciální modul pružnosti. Tato hodnota se pak integruje přes průřez a jako výsledek se získá deformační a ohybová tuhost průřezu vzhledem k místnímu souřadnému systému průřezu.

Zatímco diferenciacie funkcí v oblasti tlaku (parabola, obdélník, přímka) je možná bez problémů, komplexní funkce v oblasti tahu představuje problém při uvažování tahového změkčení. Napětí zde není pouze funkcí přetvoření v tomto bodě, ale závisí také na maximálním napětí výztuže v průřezu. Tento vztah nyní již nelze důsledně linearizovat, takže není dosaženo konzistentní tečné (tangenciální) tuhosti v potrhaném stavu průřezu.

3.3.3 Výpočet únosnosti průřezu

Využití průřezu pro vypočtené vnitřní síly se určí iteračním postupem. Průřez se považuje za plně využitý, pokud je ve stavu přetvoření, ve kterém je v jednom bodě dosaženo mezního přetvoření, buď v betonu nebo v oceli. Tyto stavy přetvoření se nazývají mezní stavy přetvoření. Pro dosažení libovolného mezního přetvoření dvouose namáhaného průřezu jsou zavedeny dva parametry. Hlavní úhel zakřivení popisuje sklon nulové čáry přetvoření a tzv. index přetvoření parametrizuje bod, kde je dosaženo mezního přetvoření [28].

Integrací napětí, která náleží meznímu přetvoření, se získají únosnosti průřezu. Systém hledá hlavní úhel zakřivení a index deformace, jejichž výsledkem je vektor vnitřní síly, jehož směr odpovídá směru působícího vektoru vnitřní síly. Využití μ se vypočítá jako podíl délek vektorů.



Obr. 10 Interakční diagram únosnosti [26]

$$\mu = \frac{E}{R} = \frac{\sqrt{N_{xE}^2 + M_{yE}^2 + M_{zE}^2}}{\sqrt{N_{xR}^2 + M_{yR}^2 + M_{zR}^2}} \quad (3.08)$$

3.3.4 Výpočet celkové únosnosti v krocích zatížení

V nelineárním výpočtu je nezbytné použít zatěžování v několika krocích, nikoliv zatížení v jednom kroku. Protože deformace zjištěné v prvním kroku lineárního prediktoru se velmi často liší od nelineárních výsledků, může se stát, že při výpočtu v jednom zatěžovacím kroku dojde v některých bodech k překročení únosnosti a následná iterace nebude konvergovat.

Zejména pro výpočty, kde jsou průřezy v plastickém stavu, by se měly používat malé zatěžovací kroky. Musíte dát systému takříkajíc „čas, aby se přemístil“.

Zadáním součinitele úměrnosti („součinitel zvýšení“) se odpovídajícím způsobem rozdělí celé definované zatížení. Tento přírůstek zatížení je aplikován na každý zatěžovací krok až do maximálního počtu zatěžovacích kroků (tj. do dosažení únosnosti průřezu). Pokud není dosaženo stabilního rovnovážného stavu pro úroveň zatížení, přírůstek zatížení se změní s definovaným dělicím faktorem.

Očekává se, že tento nový přírůstek zatížení bude pokračovat od předchozí dosažené stabilní úrovně zatížení. K této změně přírůstku zatížení dochází tak často, jak je to potřeba pro dosažení konvergence výpočtu.

S touto formulací je možné aplikovat definovaný stav zatížení v několika krocích nastavením např. 0,20 jako faktoru zvýšení a nastavením úrovně zatížení na $0,20 \cdot 5 = 1,0$ s 5 danými počty kroků. Pokud není dosaženo konvergence výpočtu v jednom zatěžovacím kroku, sníží se přírůstek zatížení o dělicí součinitel, a tudíž není dosaženo plánované úrovně zatížení. Zde je třeba buď dále snížit faktor přírůstku a odpovídajícím způsobem zvýšit počet zatěžovacích stupňů, nebo je pak třeba předpokládat, že pro aplikované zatížení nelze dosáhnout stabilního rovnovážného stavu. V tomto případě je třeba provést příslušné změny systému (průřez, výztuž, kvalita materiálu, uložení atd.).

Při výpočtu zatížení, které může být prvek přeneseno, je maximální počet zatěžovacích kroků zvolen tak velký, aby součin součinitele zvýšení a počtu zatěžovacích kroků byl větší než očekávané zatížení. Mezní zatížení při dosažení únosnosti prvku je pak stanoveno na základě počtu kroků výpočtu, u kterých je možno dosáhnout konvergence výpočtu.

V průběhu zatěžování se postupně zaznamenávají napětí a přetvoření odpovídající jednotlivým krokům (úrovním) zatížení. S těmito daty lze graficky vyhodnotit vztahy zatížení a deformace. To umožňuje snadno zjistit, zda systém již dosáhl mezní únosnosti dosažením plastického stavu napjatosti, nebo zda bylo únosnosti dosaženo lokální poruchou (např. dosažení mezního stavu přetvoření v jediném průřezu).

3.3.5 Vyskytující se problémové případy

Ačkoliv se to neočekává, je možné, že výpočet nedosáhne konvergence. Pokud se tak v zatěžovacím kroku stane, může to být v mnoha případech připsáno skutečnosti, že tahová nebo ohybová tuhost v určitých bodech prvku klesla na velmi malé hodnoty. To je obvykle případ v oblastech nulového momentu. Přeskupením vnitřních sil se tento nulový moment stane nenulovým, posune se směrem k teoreticky tlačenému povrchu a vyvolává zde tahová napětí. Pokud zde není zadána žádná nebo příliš malá výztuž, dochází ke ztrátě únosnosti. Proto je vždy nutné dbát na to, aby byly při modelování zohledněny odpovídající přesahy a kotevní délky výztuže a zadána konstrukční výztuž.

3.3.6 Interpretace výsledků

Vzhledem k různým použitým nelinearitám a algoritmům je třeba při interpretaci výsledků vzít v úvahu zejména následující vlivy:

- V důsledku trhání betonu dochází k protažení podélné osy dílce. To vede k prodloužení prvku a tím, např. u nosníku o jednom poli, k odpovídajícímu posunutí ložisek.
- Při použití parabolického deformačního diagramu pro stanovení vnitřních sil nedochází k maximálním napětím při dosažení mezního přetvoření na hraně průřezu. Díky šikmému průběhu paraboly jsou zde vznikající napětí odpovídajícím způsobem nižší.
- Výpočet relativních tuhostí se týká odpovídajících tuhostí $EI(lin)$, které jsou základem pro elastický výpočet. Zde se bere v úvahu celková plocha průřezu s plným modulem pružnosti betonu. V nelineárně vypočtené tuhosti $EI(nl)$ je naopak průřez integrován s jeho příslušnými dílčími plochami a tangenciálním modulem pružnosti náležejícím deformaci přítomné v daném bodě průřezu. To může vést k poměru tuhosti $EI(nl)/EI(lin) > 1,0$ v případech silně vyztužených a lehce namáhaných průřezů.
- Výstupní deformace, napětí a tuhost jsou vypočteny v Gaussově bodě konečného prvku a odtud extrapolovány na hodnoty uzlů na koncích prvku. To může mít za následek hodnotu uzlu udávající maximální napětí oceli > 550 MPa, ačkoli dané mezní napětí 550 MPa bylo zachováno v Gaussově bodě. V takových případech by měly být zohledněny hodnoty na počátečním a koncovém uzlu příslušného prvku a střední hodnota mezi těmito dvěma by měla být porovnána s mezní hodnotou, která má být dodržena.

4 Referenční experimenty pro praktickou část práce

4.1 Úvod

V praktické části bude řešeno rozšíření pro firemní software společnosti RIB Software GmbH. Software využívá pro výpočet torzních tuhostí pouze zjednodušené doporučené redukce torzních tuhostí (0,8 pro vyztužený a 0,6 pro předpjatý průřez), které jsou vztažené na celý průřez. Takový model prvku však není ideální, jelikož klopení vzdoruje pouze tlačena část průřezu. Tato práce má za úkol torzní tuhost specifikovat pouze na tlačenu část průřezu. Praktická část značně navazuje na práci prof. Pauliho, kterou započal disertační prací [29] v německém Darmstadtu. V rámci části disertační práce zkoumal 6 zkušebních těles a jejich náchylnost na klopení. Jeho experimenty jsou popsány v dalších podkapitolách.

4.2 Zkoušky prof. Pauliho

4.2.1 Základní informace

Postupně mezi lety 1986 a 1988 bylo zkoušeno 6 těles. Byla snaha každé z těles namáhat jiným způsobem a sledovat jeho chování z hlediska klopení. Vzhledem k určitému stáří experimentů bylo potřeba specifikovat určité parametry prvků dle současných norem. Například dle nynější normy jsou zkoušky pevnosti na krychli prováděny na vzorcích 150x150x150 mm, v té době byly podobné zkoušky prováděny na vzorcích 200x200x200 mm dle DIN 1045, lišily se také standardizované materiálové vlastnosti.

V [29] je k nalezení také ruční výpočet, ve kterém autor zohledňuje vliv polohy středu smyku. Tento vliv se však neukázal jako podstatný, proto v této práci zohledněn nebude.

4.2.2 Materiálové vlastnosti – ocel

4.2.2.1 Betonářská ocel

Byla použita ocel s typizovanými dobovými vlastnostmi. Ty byly následně zkontrolované měřením. Zajímavým faktorem je mez kluzu, která je vyšší, než se uvažuje v dnešní době. Ve výpočetní části práce bylo nutné tuto hodnotu změnit oproti dnešním standardizovaným 500 MPa.

Tab. 7 Předpokládané vlastnosti betonářské oceli

| | |
|--------------------------|-------------|
| Mez kluzu | 575 MPa |
| Přetvoření na mezi kluzu | 2,9 ‰ |
| Mezní přetvoření | 20 ‰ |
| Modul pružnosti | 200 000 MPa |

Materiálové zkoušky na oceli byly prováděny na profilu $\phi=25$ mm. Výsledky jsou totožné s předpoklady.

4.2.2.2 Předpínací ocel

Předpínací ocel nebyla zkoušena, byla využita předpínací ocel, která byla v té době standardní. Předpokládaly se její standardní vlastnosti.

Tab. 8 Základní vlastnosti předpínací oceli

| | |
|--------------------------|-------------|
| Mez kluzu | 1570 MPa |
| Přetvoření na mezi kluzu | 8,5 ‰ |
| Modul pružnosti | 200 000 MPa |

4.2.3 Materiálové vlastnosti – beton

Předpokládané vlastnosti betonu se od naměřených už celkem liší, viz tabulky 10 a 11. Jsou také zajímavější než u oceli. Je zde předem specifikována pouze pevnost hranolu (pravděpodobně krychličky), zároveň je zajímavý poměr modulů pružnosti v tlaku (E) a smyku (G). Smykový modul je zde udáván nižší, než by byl v dnešní době. Způsobují to členy 0,8 resp. 0,6 ve vzorcích uvažovaných pro výpočet modulu pro vyztužené (4.01) a předpjaté (4.02) nosníky. Tento fakt však také způsobil, že se Poissonovo číslo dostalo mimo současné požadované normové hodnoty pro beton (0,2 – 0,5), což způsobilo další problémy v zadávání do programu, který umožňoval zadání pouze ve zmíněném intervalu. Veškeré specifikované hodnoty je možné nalézt v tab. 9.

$$G_0 = \frac{0.8 \cdot E_0}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.01)$$

$$G_0 = \frac{0.6 \cdot E_0}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.02)$$

Tab. 9 Tehdejší normové vlastnosti betonu zkoušených vzorků

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Tlaková pevnost hranolu | 55 | 55 | 50 | 50 | 50 | 45 | [MPa] |
| Přetvoření na tlak. mezi kluzu | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | [‰] |
| Přetvoření na tlak. mezi porušení | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | [‰] |
| Tahová pevnost hranolu | 3,6 | 3,6 | 2,8 | 2,8 | 2,8 | 2,7 | [MPa] |
| Přetvoření na tah. mezi kluzu | 0,1 | 0,1 | 0,08 | 0,079 | 0,08 | 0,079 | [‰] |
| Přetvoření na tah. mezi porušení | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | [‰] |
| Youngův modul pružnosti E | 36000 | 36000 | 35000 | 36000 | 35000 | 31000 | [MPa] |
| Smykový modul G | 11500 | 11500 | 11200 | 11500 | 8400 | 7440 | [MPa] |

Zkoušky materiálových vlastností probíhaly na krychličkách o rozměrech 200x200x200 mm a válcích o průměru 150 mm a výšce 300 mm. Zatímco rozměry zkušebních válců jsou shodné s dnešními, tak rozměry krychle jsou o 50 mm větší v každém směru.

V tabulce tab. 10 jsou k nalezení všechny zjištěné vlastnosti v experimentu.

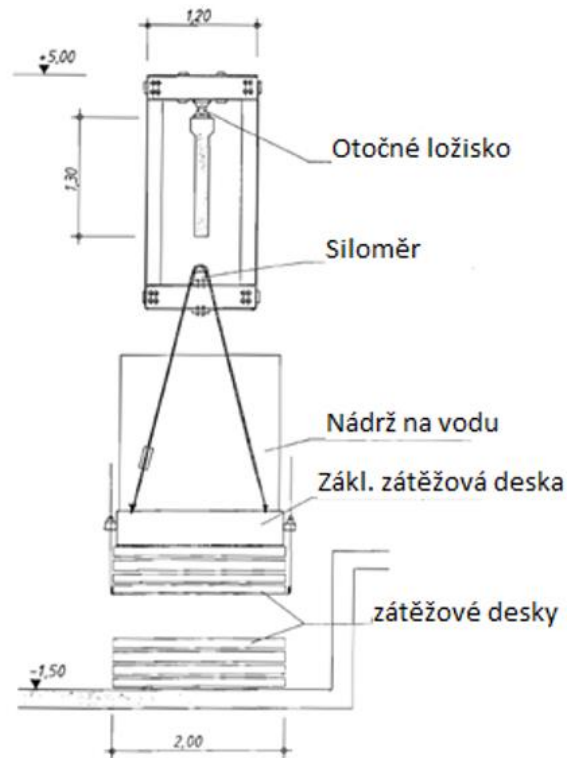
Tab. 10 Hodnoty základních veličin pro beton získané z experimentů

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|--|------|------|------|------|------|------|-------|
| Pevnost změřená na krychlích | 57,0 | 57,0 | 56,9 | 61,2 | 57,5 | 44 | [MPa] |
| Pevnost změřená na válcích | 55,1 | 58,7 | 50,1 | 52,1 | 49,5 | 41,0 | [MPa] |
| Tahová pevnost | 3,8 | 3,6 | 2,9 | 2,7 | 2,9 | 2,7 | [MPa] |
| Tlak. pevnost ze vzorku získaného jádrovým vrtem | 68.0 | 63.0 | 62.9 | 66.6 | 63.6 | 57.0 | [MPa] |

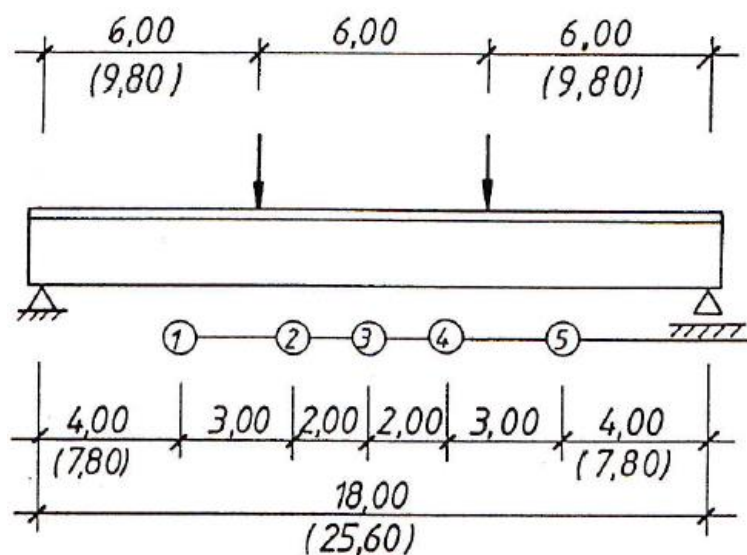
4.2.4 Zatížení

Nosníky byly zatěžovány čtyřbodovým ohybem s maximálním celkovým zatížením 500 kN. Ve zkoušce tělesa 3 došlo navíc k drobnému přitížení. U nosníků č. 3 a 4 bylo ještě využito vodorovné zatížení v příčném směru. Podrobnosti budou uvedeny v popisu zkoušek jednotlivých nosníků.

Svislé zatížení nepůsobilo přímo na nosník, bylo vnášeno ve zvýšené poloze (u nosníků 1 a 2 bylo nadvýšení 12,5 mm, u ostatních 16 mm) prostřednictvím ocelového rámu, aby zatěžovací konstrukce nebránila klopení a nevnášela nežádoucí efekty.



Obr. 11 Zatěžovací zařízení



Obr. 12 Schéma zatížení na tělesa 1-5, v závorce na těleso 6

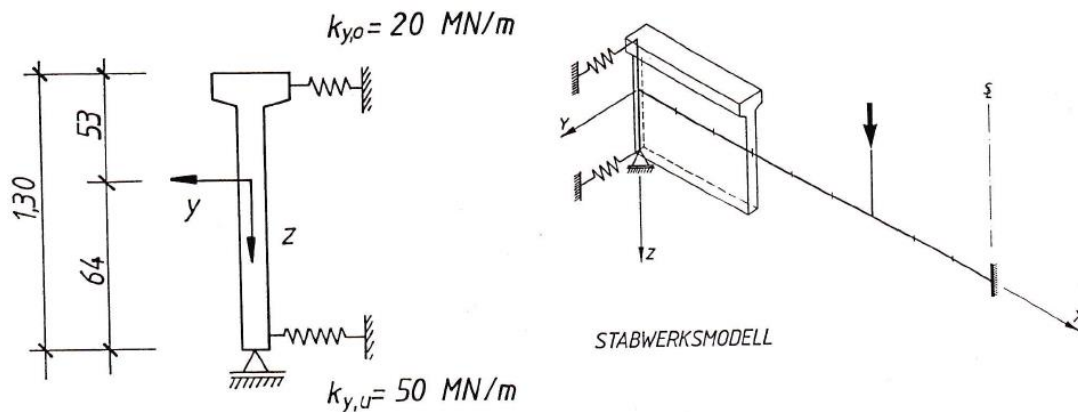
Tab. 11 Zatížení aplikované na zkušební tělesa

| | |
|---|---------------|
| Vlastní tíha rámu | 12 kN |
| Základní zatěžovací deska a prázdná nádrž na vodu | 150 kN |
| Zatěžovací desky 1 – 8 (8x23.5 kN) | 188 kN |
| Plná nádrž na vodu | 150 kN |
| Celkem | 500 kN |

4.2.5 Uložení

Nosníky byly uloženy mezi vidlicemi ocelového rámu, viz obr. 14. Díky skutečnosti, že se vidlice podpory daly do určité míry otáčet, bylo možné regulovat průběh experimentu. Toto se zejména využilo u tělesa č. 3, viz dále.

Uložení nebylo plně tuhé. Mělo dva úchyty – na horní pásnici a na spodní části stojiny. Jelikož nikde nebyla specifikována vzdálenost tohoto uchycení, uvažovalo se, že se nacházelo přesně v polovině výšky pásnice a ve stejné vzdálenosti od spodního povrchu průřezu (viz obr. 13).

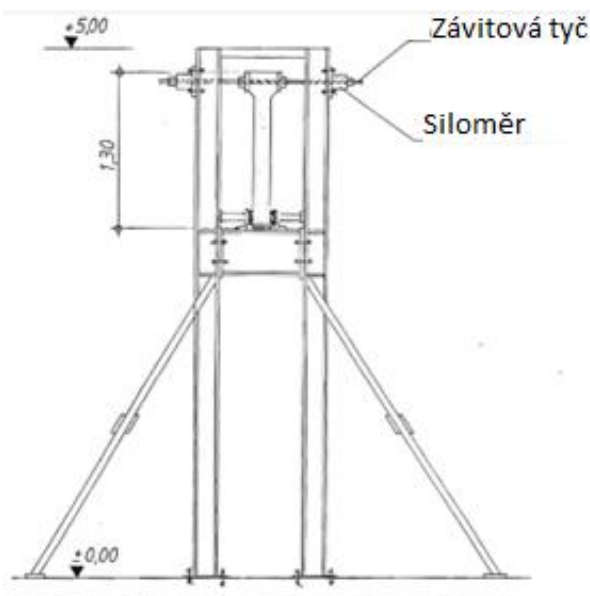


Obr. 13 Schéma uložení v podpoře s příslušnými tuhostmi

Příslušné tuhosti uložení pak byly uvažovány jako

$$k_{y,o} * \left(h_t - \frac{h_{pás}}{2} \right)^2 + k_{y,u} * \left(h - h_t - \frac{h_{pás}}{2} \right)^2 = k, \quad (4.03)$$

kde $k_{y,o}$ je tuhost v uložení na horní straně průřezu, h_t je vzdálenost těžiště od horní hrany průřezu, $h_{pás}$ je výška pásnice, $k_{y,u}$ je tuhost v uložení na dolní straně průřezu, h je celková výška průřezu a k je celková výsledná tuhost v uložení.



Obr. 14 Úložný rám tvořící podporu

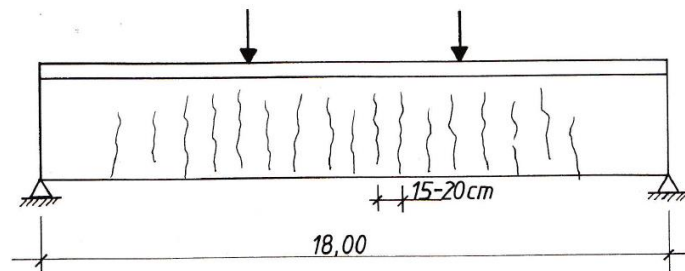
4.2.6 Imperfekce

V rámci zkoušek byla snaha vyzkoumat co nejvíce možných alternativ působení na průřez, které mohou způsobovat klopení. Proto byly zadány různé imperfekce. Jsou k nalezení v tab. 12. Nebyla zde uvažována standardní excentricita $L/300$, jelikož se počítalo se specifikovanými imperfekcemi.

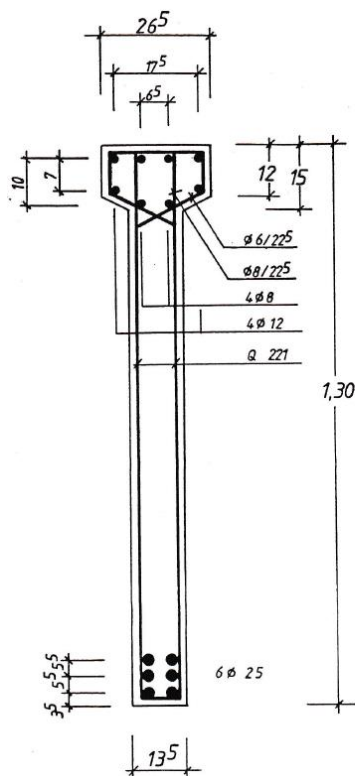
Imperfekce se do experimentů zaváděly hlavně proto, aby bylo umožněno postupné přiblížení ke konečnému stavu deformace. Je tudíž vyloučen náhlý kolaps nosníku. Zároveň imperfekce umožňují dopočtení výsledné síly, kdy dojde k porušení nosníku. Ruční výpočty prof. Pauliho je možné dohledat v [29].

Tab. 12 Zadané imperfekce v jednotlivých zkouškách

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|
| Průměr vodorovného vychýlení horní a spodní hrany, proloženo parabolickou křivkou – ve středu nosníku viz obr. 16 | 20 | -3 | -6 | 2,5 | 16 | 11 | [mm] |
| Excentricita zatížení ve vodorovném směru | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 2 | [mm] |
| Natočení prutu | 0 | 0,3 | 0,3 | 0,15 | 0,3 | 0,4 | [%] |
| Otočení v podpoře | 0,5 | 0 | 1,0 | 0 | 0 | 0 | [%] |



Obr. 17 Schéma trhlin při průběhu zkoušky



Beton B 45
Stahl BSt 500 S

Bewehrung
oben 4 ϕ 12 + 4 ϕ 8
unten 6 ϕ 25
Bügelmatte ϕ 221
Steckbügel ϕ 8/225 +
 ϕ 6/225

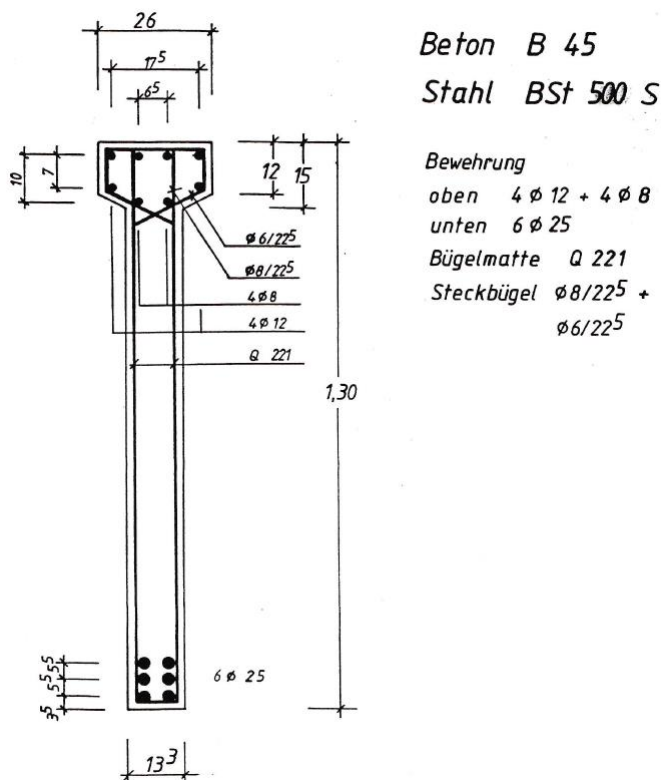
Obr. 18 Schéma průřezu tělesa 1

4.2.7.2 Těleso 2

Poté, co se zkušební zařízení osvědčilo v první zkoušce, mělo být ve druhé zkoušce stanoveno mezní zatížení bez ovlivnění nežádoucími nedokonalostmi při vnášení zatížení.

Pomocí optického měření byl nosník co nejpřesněji vyrovnán s podpěrami. Po zatížení základní zatěžovací deskou byl pozorován podobný obrazec trhlin, jak je popsáno v testu č. 1 (viz obr. 17).

Jak se vertikální zatížení neustále zvyšovalo, horní pás se snažil vychýlit do strany. Během zatěžovací zkoušky došlo v důsledku rychlého nárůstu horizontálních deformací k porušení – v tomto okamžiku neočekávanému, protože naměřené deformace byly výrazně nižší ve srovnání s prvním testem. V podstatě první pokus byl z velké části reprodukován. Přímé srovnání měření ukázalo, že ačkoli bylo zatížení při porušení jen nepatrně vyšší (o 4 %), horizontální deformace byly výrazně menší než u prvního testu.



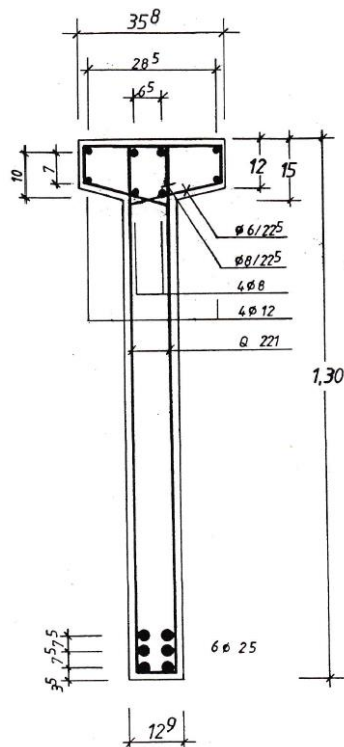
Obr. 19 Schéma průřezu tělesa 2

4.2.7.3 Těleso 3

Hlavním parametrem pozorování třetí zkoušky byla rozšířená horní pásnice. Tím bylo dosaženo značného zvýšení stability na klopení. Stávající zatížení nestačilo na porušení.

Po zatížení nosníku na maximální možné zatížení bez zadání jakýchkoli předdeformací nedocházelo téměř k žádným vodorovným deformacím. Možné další zvýšení zátěže by pravděpodobně vedlo k ohybovému porušení. Z tohoto důvodu byla naplněná vodní nádrž nejprve odčerpána a poté byla na vidlicích v podpoře specifikována nesouosost (natočení) průřezu 1,0 %. To mělo za následek výrazné zvýšení horizontálních deformací ve středu rozpětí. Na vidlicích byla horní pásnice posunuta o 12 mm od svislice. Ve středu pole došlo k nárůstu cca 40 mm. Když byla nádrž na vodu znovu naplněna, mohly být nyní také pozorovány účinky způsobené teorií druhého řádu. Maximální možné přetížení však nebylo dostatečné k tomu, aby způsobilo poruchu. Na základě dostupných deformačních měření však bylo zřejmé, že kritického stavu bylo téměř dosaženo.

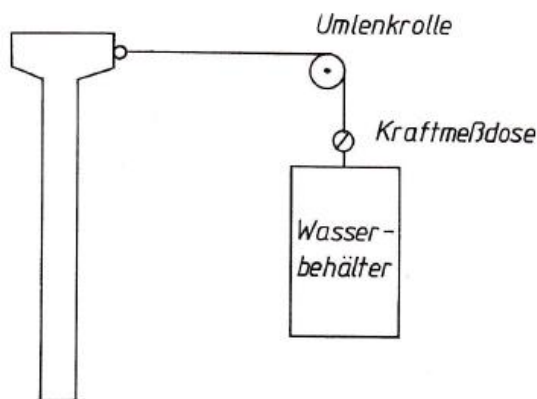
Aby konečně došlo k porušení, byl nosník dodatečně vystaven vodorovnému zatížení, které působilo na horní pás ve středu pole (viz obr. 21). Nádoba byla připojena přes vychylovací válec a postupně plněna vodou. Ještě předtím, než bylo možné provést první měření, se nosník vychýlil na stranu. V době poruchy působilo vodorovné zatížení cca 1,6 kN.



Beton B 45
Stahl BSt 500 S

Bewehrung
oben 4 ϕ 12 + 4 ϕ 8
unten 6 ϕ 25
Bügelmatte ϕ 221
Steckbügel ϕ 8/225 +
 ϕ 6/225

Obr. 20 Schéma průřezu tělesa 3



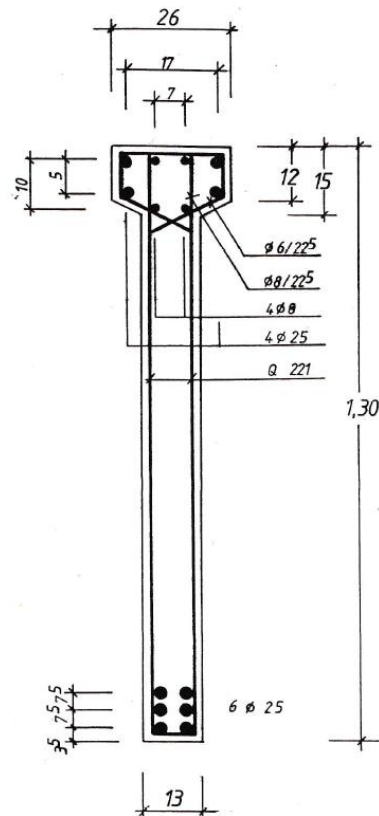
Obr. 21 Vnesení vodorovného zatížení

4.2.7.4 Těleso 4

Těleso 4 bylo výrazně více vyztuženo v oblasti horní pásnice (4 x 25 místo 4 x 12). Vliv vyššího vyztužení však neměl tak silný účinek jako rozšíření horní pásnice.

Ve zkoušce tělesa 4 se zároveň opět testoval vliv vodorovné síly. Ve středu rozpětí bylo horizontální zatížení aplikované na horní pás (obdobně jako u tělesa 3) postupně zvyšováno a poté opět snižováno, zatímco vertikální zatížení bylo udržováno konstantní. Jednotlivé úrovně zatížení lze nalézt v [29].

Nakonec však došlo k porušení klopením při zvyšování vertikální síly, tudíž za nulové horizontální síly. Horizontální síla tudíž u tělesa 4 nebude uvažována ve výpočtech v programu.



Beton B 45
Stahl BSt 500 S

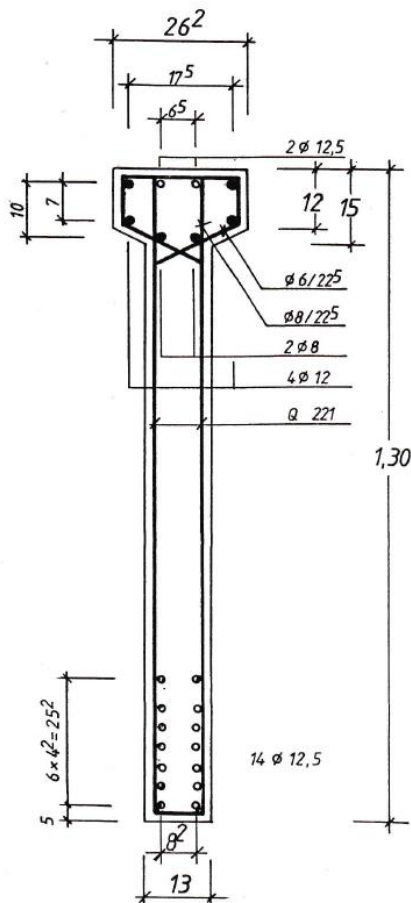
Bewehrung
oben 4 ϕ 25 + 4 ϕ 8
unten 6 ϕ 25
Bügelmatte Q 221
Steckbügel ϕ 8/225 +
 ϕ 6/225

Obr. 22 Schéma průřezu tělesa 4

4.2.7.5 Těleso 5

Hlavním rozdílem mezi tímto testovaným tělesem a předchozími bylo vnesené předpětí. Nosník byl předpjatý při horním i dolním okraji průřezu. Při vrchním okraji byla 2 lana předpjatá silou 60 kN pro každé lano a při spodním okraji stojiny bylo 14 lan předpjatých na sílu 102 kN pro každé lano (viz obr. 22).

První patrný rozdíl oproti nosníkům vyztuženým pouze betonářskou výztuží se objevil po aplikaci základního zatížení; nebyly pozorovány žádné ohybové trhliny. Dokonce i při úrovních zatížení těsně před kolapsem nebyly v ohybové zóně zjištěny žádné viditelné trhliny. Byly uvažovány ztráty od dotvarování a smršťování v úrovni 11 %.



Beton B 45
 Stahl BSt 500 S
 St 1570/1770

Bewehrung
 oben $4 \phi 12 + 2 \phi 8$

Bügelmatte Q 221
 Steckbügel $\phi 8/225 +$
 $\phi 6/225$

Spannbewehrung
 oben $2 \phi 12,5$
 $V_0 = 60 \text{ kN}$
 unten $14 \phi 12,5$
 $V_0 = 102 \text{ kN}$
 $a_2 = 0,93 \text{ cm}^2/\text{Litze}$

Obr. 23 Schéma průřezu tělesa 5

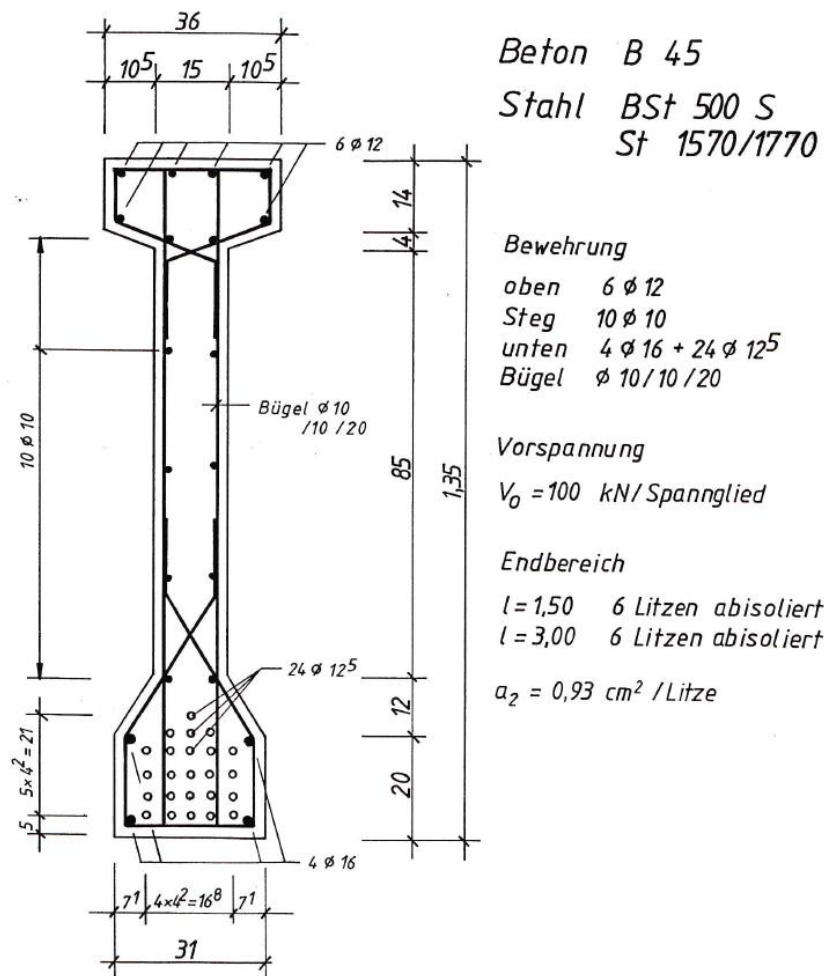
4.2.7.6 Těleso 6

Šestý a poslední test byl proveden s výrazně větším rozpětím (z 18 m na 25,6 m). Došlo také ke značné změně průřezu nosníku přidáním spodní pásnice. Tento nosník byl také předpjatý. Ve spodní pásnici bylo 24 lan předpjatých silou 100 kN pro každé lano. Byla zde využita i separace, když 6 lan bylo separováno 1,5 m od kraje nosníku a dalších 6 lan bylo separováno 3 m od kraje nosníku.

V této zkoušce byl předem učiněn pokus o dosažení co největších předdeformací. Nejprve se mělo během betonáže posunout bednění. To se však ukázalo jako nemožné, protože stávající ocelové bednění bylo příliš tuhé. Nosník byl poté při skladování ustaven tak, že byl na koncích držen bočně a uprostřed rozpětí byla pomocí tahu lanka provedena předdeformace o 4 cm. Po uvolnění napětí však došlo k obnově nedeformované výchozí pozice. Umělé vytváření nežádoucích imperfekcí tak nemohlo být realizováno.

V posledním kroku byl učiněn pokus o zvětšení stávajících nedokonalostí v důsledku deformací dotvarováním. Za tímto účelem byl nosník vystaven relativně vysokému zatížení (základní zátěžová deska spolu se 4 dalšími zátěžovými deskami) po dobu čtyř dnů po instalaci na zkušební zařízení. Jak se očekávalo, během této fáze došlo k deformacím od dotvarování. Měření však ukázala, že deformace spodního pásu byly větší než deformace horního pásnice.

Poté, co se vnesení předdeformací přímo do nosníku ukázalo jako extrémně obtížné, byla při testu znovu použita osvědčená metoda z testů 1 a 3 – nesouosost (natočení) průřezů v úložných rámech.



Obr. 24 Průřez nosníku tělesa 6

4.2.8 Shrnutí a vyhodnocení výsledků zkoušek

V experimentech došlo u všech těles k zásadním deformacím nejen ve vertikálním směru, ale také ve směru horizontálním. Nejedná se tudíž o porušení ohybem, nýbrž o porušení klopením. Výsledné deformace a síly potřebné k deformacím jsou k nalezení v následující tabulce.

Tab. 13 Výsledky experimentů

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|--------------------------|-----|-----|------------|-------|-------|-------|------|
| Velikost jednoho břemene | 190 | 198 | 253,5/1.6* | 237,5 | 200,5 | 226,5 | [kN] |
| Horizontální deformace | 162 | 83 | 141 | 47 | 184 | 220 | [mm] |
| Vertikální deformace | 116 | 61 | 117 | 95 | 71 | 140 | [mm] |

*Pozn.: U tělesa 3 je uvedena i vodorovná síla při vybočení.

5 Praktická výpočetní část

5.1 Zadání experimentů do výpočetních programů

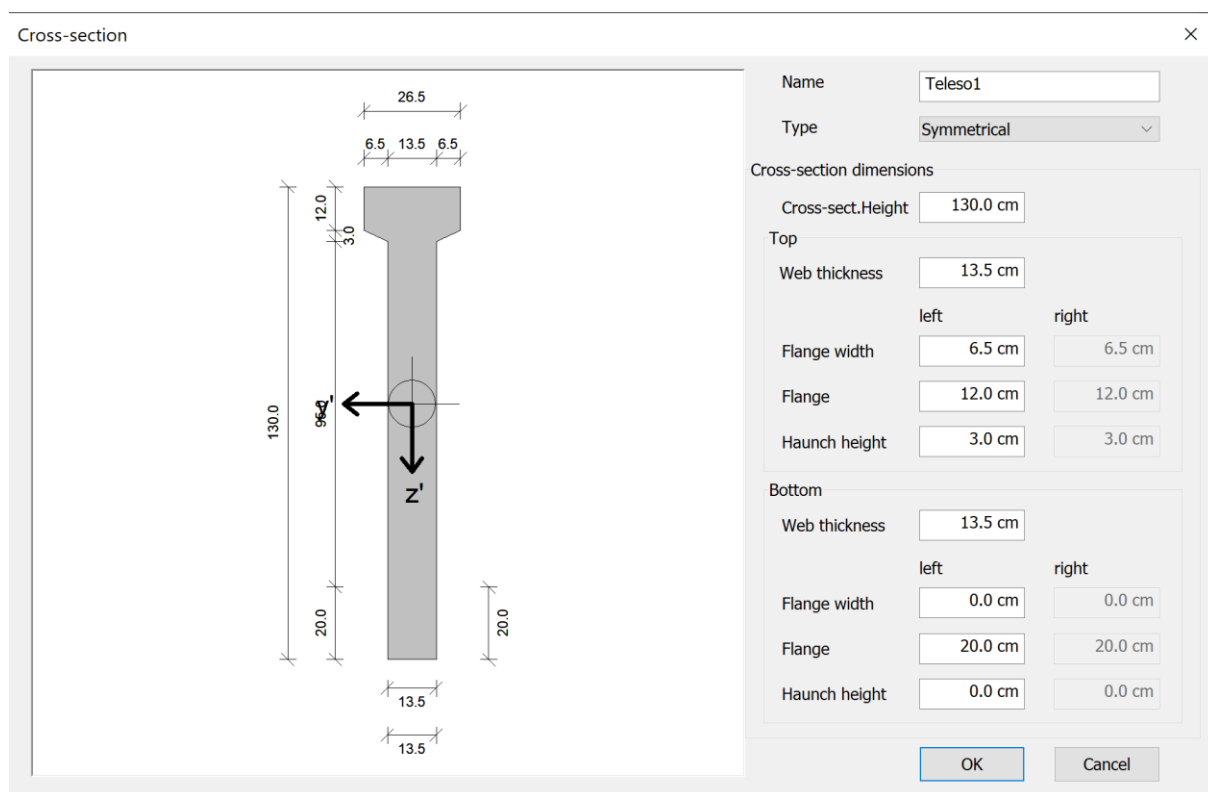
5.1.1 Úvodní informace

Výpočet probíhal v Softwaru FERMO. Zde byla specifikována geometrie zkušebních těles, materiálové vlastnosti, předpětí, zatížení, výpočetní kombinace atd. Samotné výpočty jdou otevřít i přímo ve výpočetní knihovně TRIMAS, kde byly zjišťovány síly způsobující kolaps nosníků.

V softwaru byla uvažována německá verze eurokódu DIN EN 1991-1-1/NA, jelikož má z platných norem nejbližší k původní německé normě platné v době vykonávání disertační práce prof. Pauliho.

5.1.2 Geometrie

Vzhledem ke značné variabilitě tvaru zkušebních těles byla vymodelována základní varianta odpovídající průřezu tělesa 1. Ostatní tělesa se pak pouze upravovala pozměněním tohoto průvodního tělesa. Při modelování byla využita symetrie průřezu – průřez se zadával jako symetrický.



Obr. 25 Modelování geometrie průřezu

Tělesa 1 až 5 mají shodnou délku – 18 m. I v tomto ohledu se tedy nemuselo mnoho měnit v průběhu zadávání, pouze těleso 6 muselo být prodlouženo na předepsanou délku 25,6 m.

5.1.3 Materiály

Vzhledem k tomu, že materiály ve zkouškách byly uzpůsobeny normě DIN 1045, bylo nutné pozměnit některé základní vlastnosti pro beton a ocel, které odpovídají současným normovým hodnotám. Vycházelo se ze současných materiálů, které se nastavily jako výchozí pro výpočty a následně se upravovaly vlastnosti zjištěné experimenty.

5.1.3.1 Beton

Hodnoty tlakových pevností se v rámci etap měnily. Byly jedním z hlavních parametrů, jejichž vliv se v průběhu výpočtu zkoumal. Pevnosti použité v jednotlivých etapách jsou k nalezení v příslušných kapitolách, které se etapám věnují.

Tahové pevnosti z tab. 10 byly použity od etapy 3 dále beze změny, jelikož zde nebyla zjištěna odchylka tehdejšího způsobu zkoušení vzorků od současného.

V průběhu výpočtu však bylo zjištěno, že do výpočtů vstupuje střední hodnota válcové pevnosti f_{cm} , návrhové tlakové pevnosti jsou stanoveny pouze pro potřeby kontroly únosnosti.

Další odlišností je smykový modul G, který byl v práci [29] stanoven podle vztahu, který neodpovídá dnešním postupům. Je zde nutné poznamenat, že prof. Pauli ve své práci při výpočtu smykového modulu použil součinitele 0,8 pro prostě vyztužený a 0,6 pro předpjatý průřez (viz 4.01 a 4.02). Smykový součinitel, který je udáván v jeho práci, je tudíž o tyto hodnoty redukován. Současné postupy použité v programu FERMO požadují, aby Poissonův součinitel byl v rozmezí 0,2 – 0,5. Zde byl Poissonův součinitel nastaven na 0,499 (nejvyšší hodnota povolená v programu) a k němu program automaticky dopočetl smykový modul.

| Concrete properties | |
|---|-----------|
| Parameter | |
| char. cylinder compr. strength $f(ck)$ | 42.69 MPa |
| char. cube compr. strength $f(ck,cube)$ | 50.82 MPa |
| mean cylinder compr. strength $f(cm)$ | 50.69 MPa |
| mean compressive strength $f(ctm)$ | 3.80 MPa |

| non-linear methods (parabola-graph) | |
|--|------------|
| Compressive strain, centered $Eps(c1)$ | -2.40 o/oo |
| Ultimate compressive strain $Eps(c1u)$ | -3.50 o/oo |

| Design (parabola-rectangle-graph) | |
|--|------------|
| Compressive strain, centered $Eps(c2)$ | -2.00 o/oo |
| Ultimate compressive strain $Eps(c2u)$ | -3.50 o/oo |
| Exponent n of the parabola | 2.00 |

| Design (stress block) | |
|--|------------|
| Compressive strain, centered $Eps(c3)$ | -1.75 o/oo |
| Ultimate compressive strain $Eps(c3u)$ | -3.50 o/oo |

Buttons: OK, Zrušit

Obr. 26 Pevnosti a přetvoření betonu zadané do výpočtu pro těleso 5

5.1.3.2 Výztuž

Zde byla jako standardní ocelářská výztuž vybrána B500B a opět bylo nutné dle tab. 7 upravit některé vlastnosti – zejména pak pevnost na mezi kluzu na 575 MPa.

Problém u ocelářské výztuže nastal u třmínků, které do softwaru FERMO nejdou vložit. Software si smykovou výztuž dopočítává sám na základě působících vnitřních sil. I když jsou tedy v [29] třmínky specifikované, nebylo možné je do softwaru zahrnout, nešlo tedy ani ověřit, jaký vliv na klopení mají. V současné podobě výpočtu klopení však není vliv třmínků implementován, nezohledňují se.

Předpínací ocel nebyla zkoušena. Byla využita standardní dobová předpínací ocel se standardními vlastnostmi. Z knihovny materiálů byla tudíž vybrána taková, která byla identická s vlastnostmi popsanými ve [29], tudíž lana Spannbett, Litzentypen 1770, 0,5 inch. Samotná problematika vnášení předpětí bude představena v kapitole 5.1.7.

5.1.4 Zatížení

Na místa specifikována v kapitole 4.2.4 na obr. 12 byla vnesena silová bodová zatížení o hodnotě 100 kN pro nepředpjeté průřezy (nosníky 1 až 4) a o hodnotě 50 kN pro průřezy předpjeté (nosníky 5 a 6). Tyto hodnoty byly zvoleny proto, aby bylo ve výpočetní knihovně TRIMAS možno zjistit maximální únosnost do porušení klopením za předpokladu plného uvažování vlastní tíhy a předpětí.

Zadané zatížení se může zdát podhodnocené oproti zatížení, které vyšlo z experimentů. Toto zadání má však své opodstatnění. Výpočetní knihovna TRIMAS počítá tak, že se parabolicky blíží kolapsu postupným přidáváním zatížení. Následně vyvodí součinitel, kterým můžeme přenásobit zadané zatížení pro dosažení maximální únosnosti nosníku. Jedná se tudíž o inverzní součinitel k míře využití průřezu. Zároveň není vhodné překročit vloženým zatížením únosnost. Pokud dosáhneme koeficientu zatížení pod 1, nepůsobí v plné síle ani vlastní tíha či předpjetí, které mohou mít kladné stabilizující účinky. Hodnoty 100, resp. 50 kN byly zvoleny tedy proto, že se pohybujeme pod maximálním zatížením, které nosník unese, a zároveň po jednoduchém přenásobení koeficientem maximálního zatížení jsme schopni stanovit skutečnou únosnost prvku.

Zároveň bylo při zadávání síly nutno zohlednit výstřednost síly (na obr. 27 označeno jako eY) a nadvýšení síly z důvodu působení v ložisku ocelového rámu. Toto nadvýšení je na obr. 27 specifikováno jako eZ.

| LC | Type | Related to | | | a [m] | P [kN] | M [kNm] | eY [cm] | eZ from reference [cm] | Related to | n | dx[m] |
|----|-------------|------------|----------------|---|------------|-----------|---------|----------|------------------------|------------|-------|------------|
| | | PoR | Load direction | | | | | | | | | |
| 1 | Single load | Support | A | z | a = 6.000 | P = 50.00 | | eY = 0.5 | eZ = -16.0 | OK | n = 0 | dx = 0.000 |
| | Single load | Support | A | z | a = 12.000 | P = 50.00 | | eY = 0.5 | eZ = -16.0 | OK | n = 0 | dx = 0.000 |

Obr. 27 Zadání sil a jejich excentricit pro nosník 5

5.1.5 Uložení

Nosník byl uvažován jako prostě uložený s posuvnou podporou na jednom konci. Bylo zde však nutno zohlednit tuhost v uložení dle rovnice 4.03. Podpory jsou tudíž dokonale tuhé pro ohyb a elastické v otočení.

5.1.6 Imperfekce

Kromě již zmíněných excentricit u zatížení jsou zde i další imperfekce – pootočení nosníku, pootočení v podpoře a excentricita nosníku ve vodorovném směru, která odpovídá průměru výchylek horní a spodní hrany nosníku, proložených parabolou (viz kap. 4.2.6, obr. 16). Tyto hodnoty jdou jednoduše zadat pomocí nastavení parametrů stabilitního výpočtu (okno „Properties“, skupina „Overturning stability“). Hodí se zde tedy poznamenat, že imperfekce nejsou stanoveny na klasických $l/300$.

Jak již plyne z popisu imperfekcí v kapitole 4.2.6, u některých nosníků bylo uvažováno pootočení v podpoře. Jelikož v softwaru FERMO nelze zadat pootočení v podpoře, je nutné tento problém vyřešit jinak. Bylo tedy připočteno k pootočení nosníku jako celku. To by za normálních okolností mělo vyvozovat stejný účinek, nicméně v experimentu je uvažován parabolický průběh této veličiny – uprostřed nosníku je nejvyšší (součet pootočení nosníku a pootočení v podpoře) a v podporách nejnižší (pouze pootočení v podpoře). FERMO umí uvažovat konstantní pootočení po celé délce nosníku, je tudíž uvažována bezpečná hodnota jako součet konstantních pootočení nosníku a pootočení v podpoře.

5.1.7 Předpětí

U těles 5 a 6 bylo stanoveno předpětí silou pro jedno lano. Tyto síly jsou vyobrazeny na schématu pro každý z průřezů (obr. 23 a obr. 24). Je zde zároveň předepsaná plocha průřezu jednoho předpínacího lana – 93 mm^2 . Pomocí těchto údajů je možné stanovit předpínací napětí, které se následně zadá do softwaru FERMO. Ztráty se vyřeší redukcí předpínací síly o ztráty od dotvarování a smršťování. Předpínací napětí se pak dopočítá dle rovnice

$$\frac{V_0 \cdot (1-Z)}{A_p} = \sigma_p, \quad (5.01)$$

kde V_0 je počáteční síla v předpínacím laně, Z jsou ztráty v procentech (11 % pro těleso 5, 9 % pro těleso 6), A_p je plocha jednoho předpínacího lana a σ_p je výsledné napětí působící v předpínacím laně.

5.2 Dílčí výsledky

V průběhu výpočtů byly zkoumány vlivy různých vstupů na výsledek výpočtu. Zkoumány byly vlivy pevnosti, tuhosti podpor, nadvýšení síly, zvýšení vodorovného vychýlení nosníku, ztrát předpětí a redukce torzní tuhosti. V tab. 14 je možné nalézt výsledné síly při porušení nosníku klopením získané v procesu ladění modelu. Zároveň je zde možné nalézt i výsledné hodnoty získané prof. Paulim.

Tab. 14 Výsledky výpočtů z programu FERMO zaměřených na zkoumání vlivu vstupních parametrů na dosaženou únosnost nosníku

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 |
|---|--------|--------|-----------------|-------|-------|--------|
| Poruchové zatížení ve zkoušce | 190 | 198 | 253,5/ 1,6 | 237,5 | 200,5 | 226,5 |
| Program prof. Pauliho [29] | 185 | 195 | 253,5/ 2,1 | 203 | 215 | 225 |
| Aproximace – ruční výpočet z [29] | 171 | 183 | 233/1,6 | 181 | 188 | 191 |
| Etapa 1 | 226 | 221 | 305/ 3,05 | 226 | 105 | 140 |
| Etapa 2 | 224 | 219 | 267/ 2,67 | 223 | 102 | 136 |
| Etapa 3 | 189,75 | 185,4 | 211,65/ 2,12 | 195 | 90,75 | 105,75 |
| Etapa 4 | 189,75 | 185,4 | 206,1/ 1,34 | 195 | 90,75 | 105,75 |
| Etapa 5 | 183,45 | 181,2 | 201,45/ 1,27 | 190,2 | 82,88 | 97,88 |
| Etapa 6 | 203,1 | 199,65 | 203,1/ 1,34 | 210 | 94,2 | 97,88 |
| Potřebná úprava redukčního součinitele torzní tuhosti z etapy 5 * | 0,81 | 0,82 | | 0,89 | 0,86 | 0,78 |
| Potřebná úprava redukčního součinitele torzní tuhosti z etapy 6 * | 0,75 | 0,77 | | 0,83 | 0,79 | 0,78 |

* Pozn. význam redukčních součinitelů je blíže diskutován v kap. 5.2.6.

S přihlédnutím k faktu, že se některé parametry zkoušek zjišťovaly postupně a dodatečně upravovaly – zejména pak problematika pevností betonu, byly výpočty rozděleny do několika etap. V rámci jednotlivých etap se zkoumaly vlivy různých vstupních parametrů na výpočet torzní tuhosti.

5.2.1 Etapa 1

V původní disertační práci [29] byla pevnost betonů specifikována na více místech různě a nebylo tedy zřejmé, jaké hodnoty se mají uvažovat. První model pracoval s pevnostmi a dalšími předpokládanými vlastnostmi betonu, které jsou uvedeny v tab. 9. Je zde deklarovaná předpokládaná tlaková pevnost „hranolu“ v MPa. Ta je však ještě na vzorcích původní velikosti. Tyto pevnosti byly pouze převzaty jako hodnoty krychelných pevností a dle současných norem k nim byla přiřazena pevnost, která by příslušela válcovým vzorkům. Tlakové pevnosti použité v první etapě výpočtu příkladů jsou uvedeny v tab. 15. K daným pevnostním třídám byly uvažovány i ostatní příslušné vlastnosti dle současné platné normy.

Tab. 15 Tlakové pevnosti uvedené v první etapě

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | |
|---|----|----|----|----|----|----|-------|
| Char. válcová tlak. pevnost f_{ck} | 45 | 45 | 40 | 40 | 40 | 35 | [MPa] |
| Char. krychelná tlak. pevnost $f_{ck,cube}$ | 55 | 55 | 50 | 50 | 50 | 45 | [MPa] |

Zároveň nebyla uvažována reálná torzní tuhost v podporách, která se řešila v kapitole 4.2.5 dle rovnice 4.03. Podpory byly uvažovány tudíž jako dokonale tuhé v kroucení. Ve výpočtu nebylo specifikováno nadvýšení působící síly (síla působila přímo na nosník) a nebylo uvažováno vodorovné vychýlení nosníku způsobené natočením podpor. Síly k porušení vychází u nepředpjatých nosníků vyšší, kromě nosníku 4, kde v experimentu vyšla značně vyšší síla než u ostatních. U nosníků předpjatých vychází síla při porušení mnohem nižší. Je to způsobeno redukcí torzní tuhosti součinitelem 0,6, která má dle zjištění zásadní vliv na výpočet.

5.2.2 Etapa 2

V druhé etapě byl výpočet doplněn o nadvýšení síly a o zvýšení vodorovného vychýlení nosníku od pootočení v podporách u příkladů 1 a 3 (viz tab. 12). Vliv nadvýšení síly nemá obecně velký vliv na výpočet, dochází ke snížení únosnosti v řádu jednotek kN. Zajímavý je však nosník 3, kde dochází k výraznému zvýšení vodorovného vychýlení. Jelikož je nosník sám o sobě málo náchylný na klopení, přidání této imperfekce mu snížilo únosnost o 10 %.

5.2.3 Etapa 3

V etapě 3 dochází ke zvýšení pevností f_{ck} a $f_{ck,cube}$ na hodnoty změřené přímo z experimentů v tab. 10. Dle tab. 10 se také změnila tahová pevnost f_{ctm} , která v předchozích etapách odpovídala normovým hodnotám z etapy 1. Změnila se také střední tlaková pevnost f_{cm} . Ta se zvýšila na hodnotu f_{ck} . K tomuto kroku se přikročilo s úvahou, že hodnoty v tab. 10 jsou reálně změřené na reálném experimentu na 6 vzorcích. Bylo tudíž usouzeno, že je možné tuto hodnotu uvedenou jako f_{ck} považovat za střední. Od této myšlenky se však později zase ustoupilo. Příslušné pevnosti zadané v etapě 3 jsou uvedeny v tab. 16.

Tab. 16 Pevnosti uvedené ve třetí etapě

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | |
|---|------|------|------|------|------|------|-------|
| Char. válcová tlak. pevnost f_{ck} | 55,1 | 58,7 | 50,1 | 52,1 | 49,5 | 41,0 | [MPa] |
| Char. krychelná tlak. pevnost $f_{ck,cube}$ | 57,0 | 57,0 | 56,9 | 61,2 | 57,5 | 44,0 | [MPa] |
| Střední válc. tlak. pevnost f_{cm} | 55,1 | 58,7 | 50,1 | 52,1 | 49,5 | 41,0 | [MPa] |
| Střední tahová pevnost f_{ctm} | 3,8 | 3,6 | 2,9 | 2,7 | 2,9 | 2,7 | [MPa] |

Zároveň se do výpočtu zavádí torzně netuhá podpora (dle rovnice 4.03), která má za následek značné snížení únosnosti na klopení.

5.2.4 Etapa 4

Jak je patrné z kapitoly 4.2.3, normové zkoušení pevnosti v tlaku probíhalo na vzorcích odlišné velikosti oproti současným předpisům (v případě krychelné pevnosti) a zároveň vzorky zůstávaly v suchém prostředí – dnes zůstávají po dobu zrání ponořené do vody. Tyto dva faktory bylo nutné zohlednit ve výpočtu. Musí tedy dojít k přepočtu pevností. Přepočet pevností byl proveden podle [30] a je znázorněn v (5.02).

$$f_{ck} = k_{150/200} * k_{\frac{cyl}{cube}} * k_l * f_c = 1,05 * 0,8 * 0,92 * f_c = 0,77 * f_c, \quad (5.02)$$

kde faktor $k_{150/200}$ popisuje převod pevnosti z 200 mm na 150 mm zkušební krychli, $k_{cyl/cube}$ je převod z krychlové pevnosti v tlaku na pevnost válcovou a k_l popisuje převod ze suchého skladování na skladování ve vodě [30].

Dle [30] bylo zjištěno, že koeficient $k_{150/200}$ je pro přepočítání z 200 mm na 150 mm krychle stanoven na 1,05; koeficient $k_{cyl/cube}$ pro přepočítání krychelných pevností na válcové je stanoven jako 0,8 a koeficient k_l zohledňující vlhkost v průběhu zrání je 0,92.

V etapě 4 dochází ke snížení f_{ck} a $f_{ck,cube}$ při zachování shodného f_{cm} s etapou 3. Ustoupilo se z myšlenky shodnosti f_{ck} s f_{cm} . Vstupní pevnosti do etapy 4 jsou uvedeny v tab. 17.

Tab. 17 Pevnosti uvedené ve čtvrté etapě

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Char. válcová tlak. pevnost f_{ck} | 42,43 | 45,2 | 38,58 | 40,12 | 38,12 | 31,57 | [MPa] |
| Char. krychelná tlak. pevnost $f_{ck,cube}$ | 43,89 | 43,89 | 43,81 | 47,12 | 44,18 | 33,88 | [MPa] |
| Střední válcová tlak. pevnost f_{cm} | 55,1 | 58,7 | 50,1 | 52,1 | 49,5 | 41,0 | [MPa] |
| Střední tahová pevnost f_{ctm} | 3,8 | 3,6 | 2,9 | 2,7 | 2,9 | 2,7 | [MPa] |

Ačkoliv byl použitý přístup na snížení pevností v této etapě špatný, ukázal zajímavé zjištění – výsledky výpočtu jsou hodnotami f_{ck} a $f_{ck,cube}$ ovlivněny pouze tehdy, kdy nejdříve dojde k porušení ve výpočtu na únosnost, to je důsledkem systému výpočtu výpočetní knihovny na základě double bookkeeping, viz dále. Jedinou vstupní pevností pro posudek deformace je střední tlaková pevnost f_{cm} . Pro ověření byla střední tlaková pevnost f_{cm} u tělesa 1 namátkově snížena o 2 MPa, což mělo za následek snížení síly při klopení ze 189,75 na 187,5 kN.

Zajímavostí je zde nosník č.3, u kterého dochází ke snížení únosnosti. To je důsledkem skutečnosti, že program pracuje na principu double bookkeeping, kdy se nejdříve posuzuje deformace a rovnováha za využití středních materiálových hodnot, následně se pro kontrolu využije posudek na únosnost, při kterém posuzuje únosnost průřezu s užitím návrhových hodnot. Problém se zde nachází v širší horní pásnici než u ostatních těles. Jak předpokládal i prof. Pauli v [29], nosník je velmi slušně využit nejen na klopení ale také na ohyb. Při posouzení deformace a rovnováhy ze středních materiálových hodnot je nosník porušen klopením. Jelikož program funguje jako prostředek pro dimenzování nosníků, provede kontrolu výpočtu s pomocí návrhových hodnot. Za okolností, že bychom navrhovali nový nosník s předepsanými vlastnostmi, došlo by dříve k porušení ohybem.

5.2.5 Etapa 5

V etapě 5 dochází ke snížení pevností na $0,92 f_{cm}$. Tato redukce vychází z rovnice 5.02, konkrétně ze součinitele $k_l = 0,92$, který zohledňuje vlhkost při zrání. Jelikož se změnil způsob skladování vzorků po dobu zrání vzorků, je nutné touto hodnotou přenásobit původní hodnotu válcové pevnosti stanovené v experimentu (tab. 10).

$$f_{cm} = f_{cm,prev} * k_l \quad (5.03)$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \text{ MPa}. \quad (5.04)$$

$$f_{ck,cube} = \frac{f_{ck}}{k_{150/200} * k_{cyl/cube}}, \quad (5.05)$$

Zároveň se vrací myšlenka, že se jedná o střední hodnoty, jelikož se jedná o reálně změřené hodnoty. Redukcí tímto součinitelem tudíž dostáváme hodnotu f_{cm} . Hodnota f_{ck} se získá standardním způsobem dle současné normy dle 5.04. Na krychelnou pevnost $f_{ck,cube}$ se musíme vrátit do rovnice 5.02. Pro její získání budou využity koeficienty pro přepočítání rozměrů $k_{150/200} = 1,05$ a převodu z krychle na válec $k_{cyl/cube} = 0,8$. Krychelná pevnost $f_{ck,cube}$ se tudíž v etapě 5 dopočítá dle 5.05. Hodnoty pevností vstupující do etapy 5 jsou k nalezení v tab. 18. Snížení f_{cm} má za následek snížení sil potřebných ke kolapsu.

Tab. 18 Pevnosti uvedené v páté etapě

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Char. válcová tlak. pevnost f_{ck} | 42,69 | 46,00 | 38,09 | 39,93 | 37,54 | 29,72 | [MPa] |
| Char. krychelná tlak. pevnost $f_{ck,cube}$ | 50,82 | 54,77 | 45,35 | 47,54 | 44,69 | 35,38 | [MPa] |
| Střední válcová tlak. pevnost f_{cm} | 50,69 | 54,00 | 46,09 | 47,93 | 45,54 | 37,72 | [MPa] |
| Střední tahová pevnost f_{ctm} | 3,8 | 3,6 | 2,9 | 2,7 | 2,9 | 2,7 | [MPa] |

Zároveň dochází k zohlednění ztrát předpětí od dotvarování a smršťování s využitím redukce původní předpínací síly. Ztráty se zohlední tudíž přenásobením předpínacího napětí.

5.2.6 Ověřování redukčního součinitele

V posledních dvou řádcích tabulky je ověřována potřebná redukce torzní tuhosti k dosažení sil při porušení zjištěných v experimentu. Byla snaha nastavit takový redukční součinitel, který by při zadání sil při porušení v experimentu vykázal 100% využití nosníku. Program FERMO doporučuje redukci 0,8 u normálně vyztužených průřezů a 0,6 u předpjatých. U tělesa 3 je tato hodnota irelevantní, jelikož dochází k poruše ohybem. Tuto hodnotu by bylo možné stanovit, pokud by byla stanovena vyšší charakteristická válcová tlaková pevnost f_{ck}

Je patrné, že doporučení pro prvky železobetonové je odpovídající, jelikož poskytuje výsledky mírně na straně bezpečnosti. Pro prvky předpjaté je doporučení příliš konzervativní, jelikož únosnost podhodnocuje zhruba o 50 % skutečné hodnoty.

5.2.7 Etapa 6

Současná implementace výpočtu v programu FERMO do výpočtu torzní tuhosti nepočítá taženou (dolní) pásnici. Tělesa 1-5 mají pouze horní – tlačnou pásnici. Při výpočtu byl zvolený symetrický průřez, který defaultně uvažuje zadanou horní i spodní pásnici. Většina zkušebních těles byla však bez spodní pásnice, tudíž v programu byla definovaná šířka spodní pásnice shodná s šířkou stojiny. Nicméně v případě, že je tato šířka definovaná stejně, ale je v programu stále zadaná jako pásnice, není torzní moment setrvačnosti této části průřezu vůbec počítán. Jelikož v nové implementaci výpočtu vycházíme z celého průřezu tělesa, který se následně redukuje na svou tlačnou část, měla by být tato část „prodloužených“ stojin započítána i ve stávajících výpočtech z programu FERMO pro relevantní referenční výsledky.

Vznikla zde tedy iniciativa dodatečně sestavit ještě etapu 6, kde se prodlouží délka stojiny a spodní pásnice se uvažuje s nulovou výškou. Změna zadání se projeví u průřezů 1-5, jelikož těleso 6 má definovanou spodní pásnici, tu tudíž nelze uvažovat jako prodloužení stojiny. U prvních 5 těles dochází k nárůstu torzní únosnosti průřezu. Po této změně nastala shoda zjištěných hodnot torzního momentu setrvačnosti z programu FERMO s hodnotou vypočtenou ručním výpočtem.

Další změna oproti předchozí etapě se opět týká pevností. Konkrétně charakteristické krychelné pevnosti v tlaku $f_{ck,cube}$. Jak bylo stanoveno v etapě 5, hodnota $f_{ck,cube}$ vychází z výpočtu charakteristické válcové pevnosti v tlaku f_{ck} dle rovnice 5.02. V předchozí etapě je tato hodnota vydělena koeficientem převodu z krychle na válec $k_{cyl/cube} = 0,8$, ale také koeficientem pro přepočet rozměrů $k_{150/200} = 1,05$, jelikož se vychází z válcového tělesa odpovídajícího dnešním normovým hodnotám, není důvod tento koeficient ve výpočtu zahrnout. Tato změna je aplikována na všech zkušebních tělesech (1 až 6). Výsledné pevnosti vstupující do výpočtu v šesté etapě jsou uvedeny v tab. 19.

Tab. 19 Pevnosti uvedené v šesté etapě

| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Char. válcová tlak. pevnost f_{ck} | 42,69 | 46,00 | 38,09 | 39,93 | 37,54 | 29,72 | [MPa] |
| Char. krychelná tlak. pevnost $f_{ck,cube}$ | 53,36 | 57,5 | 47,61 | 49,91 | 46,93 | 37,15 | [MPa] |
| Střední válcová tlak. pevnost f_{cm} | 50,69 | 54,00 | 46,09 | 47,93 | 45,54 | 37,72 | [MPa] |
| Střední tahová pevnost f_{ctm} | 3,8 | 3,6 | 2,9 | 2,7 | 2,9 | 2,7 | [MPa] |

Pro zajímavé srovnání etapy 6 s etapou 5 je i zde provedeno ověření redukčního součinitele. Tento výpočet má za cíl ukázat rozdíl v něčem, co se může zdát jen kosmetický detail při zadávání tvaru, kdy průřez je vlastně shodný s průřezem předchozím, ale je v něm uvažována i spodní část stojiny. Redukční součinitel nebude počítán pro těleso 3, které je poručeno ohybem. U tělesa 6 zase zůstane hodnota stejná, jelikož těleso má spodní pásnici a nelze ji nahradit uvažováním stojiny.

5.2.8 Shrnutí výpočetních modelů z etap

Obecně jde z výsledků výpočtu ve výpočetním programu říct, že největší vliv na výpočet má právě problematická torzní tuhost. Zatímco u ostatních faktorů (pevnost betonu, tuhost podpor, nadvýšení síly, zvýšení vodorovného vychýlení nosníku, ztráty předpětí) se změny ve výsledných silách pohybují v rámci několika procent, snížení torzní tuhosti má za následek rapidní snížení únosnosti, a to až na polovinu původní hodnoty jako například u předpjatých těles 5 a 6.

5.3 Aplikace výpočtu pouze na tlačené části průřezu

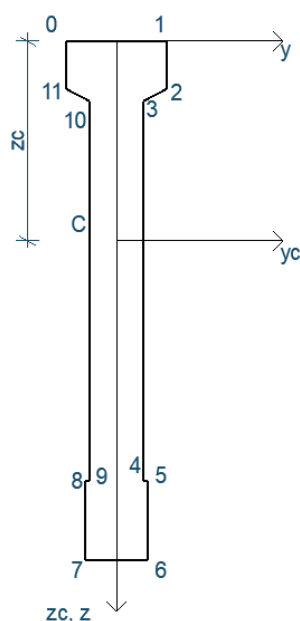
5.3.1 Poznámky na úvod

Hlavní myšlenkou výpočtu bude vztáhnout torzní tuhost průřezu pouze k tlačené části průřezu, jelikož tažená část průřezu nevzdoruje klopení. Některé hlavní myšlenky budou převzaty z výpočtu prof. Pauliho a popsány dále.

Výpočet bude řešen rozšířením výpočetní knihovny TRIMAS, tudíž jako hlavní výstup by mělo být rozšíření v programovacím jazyce C++ pro již komerčně využívaný program FERMO a jeho výpočetní knihovnu TRIMAS. Kód byl napsán ve vývojářském prostředí Visual Studio 2019, kde byl následně uskutečněn výpočet a postupná kontrola hodnot. Celý kód je uveden v příloze 8.1.

5.3.2 Definice výpočtu

Nejprve je nutno propojit zadání z programu FERMO a získat z nich vstupy přímo do kódu TRIMASu. Z těchto vstupních dat se propíše 12 bodů, které charakterizují průřez typu I. Tyto body jsou označeny 0 – 11 (viz obrázek 28). Zde je zajímavé, že i když by se u většiny průřezů měly shodovat body, které vyjadřují přechod ze stojiny na spodní pásnici s rohovými body vrchní hrany spodní pásnice, tak tomu tak není. Tyto body se souřadnicově o 1 mm liší a to proto, aby průřez typu I byl vždy charakterizován 12 rozdílnými body a každý z nich popisoval vždy stejný bod průřezu. Tyto souřadnice jsou vztaženy k souřadnicovému systému, kdy osa z je rovnoběžná s horní hranou horní pásnice a osa y je osou symetrie průřezu. Počátek této souřadnicové soustavy je tedy uprostřed horní hrany horní pásnice. Zde je nutno poznamenat, že většina výpočtů v programu je vztažena k souřadnicovému systému s počátkem v těžišti průřezu, ale vzhledem k nutnému dopočtu tlačené části průřezu je osa z na horní hraně průřezu výhodnější, proto se k ní budou všechny výpočty transformovat.



Obr. 28 Vynesené těleso pomocí souřadnic ze vstupních dat

Dalšími hlavními vstupy jsou křivosti ve směru os y a z – κ_y a κ_z , dále pak přetvoření v těžišti průřezu ϵ_0 . Tyto hodnoty jsou postupně propočítávány již existující částí programu a postupně se mění s navyšováním zatížení na dané těleso. V kódu jsou tyto vstupní hodnoty označovány jako κ_{pY} , κ_{pZ} a ϵ_{ps} .

Nejprve je nutné specifikovat jednotlivé velikosti částí průřezu. Z výše vypsanych 12 bodů se zjistí výška a šířka pásnice (H_{flange} , B_{flange}), výška a šířka stojiny (H_{web} , B_{web}) a celková výška průřezu (H). Zde je nutné poznamenat určité zjednodušení při řešení problematiky náběhů. Jelikož bylo nutné určité zjednodušení, budou pásnice i stojiny

uvažovány jako obdélníky a tento přechod bude přesně v polovině výšky náběhů. Toto zjednodušení je nutné z hlediska St. Venantovy konstanty, jejíž určení pro složitější obrazec by bylo výpočetně náročné. Při zjednodušení na obdélníky se mohou aplikovat vzorce 3.04 a 3.05 pro výpočty torzních tuhostí pásnice a stojiny. Výsledná torzní tuhost se následně sčítá.

Následně je nutné z křivostí a přetvoření určit tlačnou část průřezu. Jelikož jsou momenty v jednotlivých směrech vůči ohybovým tuhostem nezanedbatelné, jedná se o výpočet namáhání šikmým ohybem. Je tedy nutno najít nějakou alternativu pro zjištění polohy normálové osy v průřezu. Nejdříve se určí dva body, kde je nulové přetvoření a tím pádem i nulové napětí. To bude zjišťováno z rovnice 5.06.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa_y * y + \kappa_z * z. \quad (5.06)$$

Hledáme tedy přímku, kde se přetvoření $\varepsilon = 0$, a tudíž i napětí $\sigma = 0$. Pro zjednodušení jsou stanoveny 2 takové body na hranách stojiny – jsou dosazeny ypsilonové souřadnice bodů 4 a 9. Ve vzorcích jsou uvedeny jako 3 resp. 5, jelikož některé body nebyly pro výpočet potřeba, a tudíž v kódu nebyly specifikovány (pro úplnou specifikaci průřezu a veškerých podmínek bylo využito pouze 7 bodů). Hledá se souřadnice z. Přetvoření v těžišti ε_0 a křivosti v osách y a z κ_y a κ_z jsou stanoveny v předchozích analýzách programu. Jednotlivé souřadnice se dopočítají pomocí rovnic 5.07. V kódu jsou pak nazvány jako *zNeutralAxis1* a *zNeutralAxis2*.

$$z_1 = \frac{-\varepsilon_0 - \kappa_y * y_3}{\kappa_z},$$

$$z_2 = \frac{-\varepsilon_0 - \kappa_y * y_5}{\kappa_z}. \quad (5.07)$$

Z těchto dvou hodnot pak bude udělán průměr, který bude uvažován jako zetová souřadnice neutrální osy. V kódu je označována jako *compressionZoneHeight*. Je zde nutno říci, že to jsou hodnoty k souřadnicovému systému s počátkem v těžišti. V jednotlivých výpočtech bude tedy od této hodnoty ještě odečtena zetová souřadnice těžiště.

V dalším kroku je nutno rozdělit výpočet dle toho, kde se nachází neutrální osa. Bude aplikováno několik možností, které jsou popsány dále. Jedná se o polohu neutrální osy „pod“ průřezem, což by nasvědčovalo, že je celý průřez tlačný. Další variantou je poloha neutrální osy někde v průřezu. Poslední alternativou je neutrální osa nad průřezem, což by nasvědčovalo, že je celý průřez tažený. Tyto jednotlivé alternativy jsou rozlišeny podmínkami „if“ a „else if“.

5.3.2.1 Průřez je tlačný

Celý průřez je tlačný, což znamená, že se neutrální osa nachází „pod“ průřezem. Tato část výpočtu je ošetřena podmínkou 5.08:

$$compressionZoneHeight - z_1 > H, \quad (5.08)$$

kde *compressionZoneHeight* – z_1 je výška tlačené zóny transformovaná k horní hraně průřezu a *H* je výška průřezu.

Předpokládá se, že do této kategorie spadají všechny průřezy na začátku zatěžování a předpjaté prvky po celou dobu zatěžování. Jak již bylo dříve řečeno, dochází k zjednodušení

na dva obdélníky – pro pásnici a stojinu. Pro každý obdélník je nutno dopočítat torzní momenty setrvačnosti I_t . Ty vychází z rovnic 3.04 a 3.05 a pro výsledný torzní moment setrvačnosti se sečtou. V kódu je torzní moment setrvačnosti stojiny specifikován jako I_{tWeb} (5.09) a torzní moment setrvačnosti pásnice jako $I_{tFlange}$ (5.10).

$$I_{tWeb} = B_{web}^3 * \frac{H_{web}}{3} * \left(1 - 0,63 * \frac{B_{web}}{H_{web}} + 0,52 * \left(\frac{B_{web}}{H_{web}} \right)^5 \right), \quad (5.09)$$

$$I_{tFlange} = \frac{\pi}{16} * B_{flange}^3 * \frac{H_{flange}^3}{B_{flange}^2 + H_{flange}^2}, \quad (5.10)$$

$$I_t = I_{tWeb} + I_{tFlange}. \quad (5.11)$$

5.3.2.2 Průřez je tažený

Extrémní případ, který by neměl nastat, nicméně je nutné jej v kódu zohlednit. Je stanoven podmínkou 5.12. Při spadnutí výpočtu do této podmínky je výpočet opatřen varovnou hláškou o taženém průřezu. Podmínka pouze stanovuje $I_t=0$.

$$compressionZoneHeight - z_1 < 0, \quad (5.12)$$

kde $compressionZoneHeight - z_1$ je výška tlačené zóny transformovaná k horní hraně průřezu.

5.3.2.3 Neutrální osa prochází průřezem – stojinou

Pokud neutrální osa prochází průřezem, je nutné vzhledem k výpočtu torzního momentu setrvačnosti nutné rozlišit, kudy neutrální osa prochází. Obě tyto podmínky jsou však společně rozlišeny od taženého a tlačného průřezu příkazem „else“. Pro tento případ je pak specifikovaná další podmínka 5.13.

$$compressionZoneHeight - z_1 > H_{flange}, \quad (5.13)$$

kde $compressionZoneHeight - z_1$ je výška tlačené zóny transformovaná k horní hraně průřezu a H_{flange} je výška pásnice.

Jednotlivé torzní momenty setrvačnosti pro jednotlivé obdélníky se stanovují podle rovnic 5.14 a 5.15.

$$I_{tWeb} = B_{web}^3 * \frac{compressionZoneHeight - z_1 - H_{flange}}{3} * \left(1 - 0,63 * \frac{B_{web}}{compressionZoneHeight - z_1 - H_{flange}} + 0,52 * \left(\frac{B_{web}}{compressionZoneHeight - z_1 - H_{flange}} \right)^5 \right), \quad (5.14)$$

$$I_{tFlange} = \frac{\pi}{16} * B_{flange}^3 * \frac{H_{flange}^3}{B_{flange}^2 + H_{flange}^2}. \quad (5.15)$$

Je zajímavé zde sledovat záměnu výšky stojiny H_{web} za matematický výraz, který nejdříve vztáhne výšku tlačené oblasti k horní hraně průřezu a následně od této výšky odečte výšku stojiny H_{flange} .

5.3.2.4 Neutrální osa prochází průřezem – pásnicí

Poslední existující situace nastane, když neutrální osa prochází horní pásnicí průřezu. Jelikož je oddělená od 5.3.2.3 příkazem „else if“, je zde specifikovaná doplňující podmínka 5.16.

$$\text{compressionZoneHeight} - z_1 < H_{flange}, \quad (5.16)$$

kde $\text{compressionZoneHeight} - z_1$ je výška tlačené zóny transformovaná k horní hraně průřezu a H_{flange} je výška pásnice.

$$I_{tWeb} = 0, \quad (5.17)$$

$$I_{tFlange} = \frac{\pi}{16} * B_{flange}^3 * \frac{(\text{compressionZoneHeight} - z_1)^3}{B_{flange}^2 + (\text{compressionZoneHeight} - z_1)^2}. \quad (5.18)$$

Vzhledem k absenci tlačené části průřezu v oblasti stojiny můžeme rovnou specifikovat $I_{tWeb}=0$. U pásnice je zaměněna výška pásnice H_{flange} za člen $\text{compressionZoneHeight} - z_1$, který vyjadřuje transformaci výšky tlačené zóny k horní hraně průřezu.

5.3.2.5 Koeficient K_a

Nyní je nutné zavést koeficient K_a , který je v kódu označen jako *coefKa*. Tento koeficient vychází z postupu prof. Pauliho. Koeficient slouží jako pomocný pro výpočet koeficientu K_{II} . Koeficient K_a vyjadřuje poměr plochy tlačené zóny (*reducedArea*) ku ploše celého průřezu (*Area*), viz 5.19.

$$\text{coefKa} = \frac{\text{reducedArea}}{\text{Area}}, \quad (5.19)$$

Pro průřezy pouze tažené (spadající do kap. 5.3.2.2) je plocha tlačené zóny nulová, tudíž koeficient K_a je roven 0. Pro průřezy s neutrální osou procházející průřezem je nutné plochu tlačené zóny dopočítat – pro průřezy s neutrální osou ve stojině podle 5.20 a pro průřezy s neutrální osou v pásnici dle 5.21.

$$\text{reducedArea} = B_{flange} * H_{flange} + B_{web} * (\text{compressionZoneHeight} - z_1 - H_{flange}) \quad (5.20)$$

$$\text{reducedArea} = B_{flange} * (\text{compressionZoneHeight} - z_1), \quad (5.21)$$

Pro pouze tlačené průřezy se předpokládá, že plocha tlačené oblasti je shodná s plochou průřezu. Jelikož sem spadají předpjaté průřezy i normálně vyztužené průřezy na začátku zatěžovacího cyklu, vyvolá to u koeficientu K_{II} drobné nesrovnalosti, viz dále.

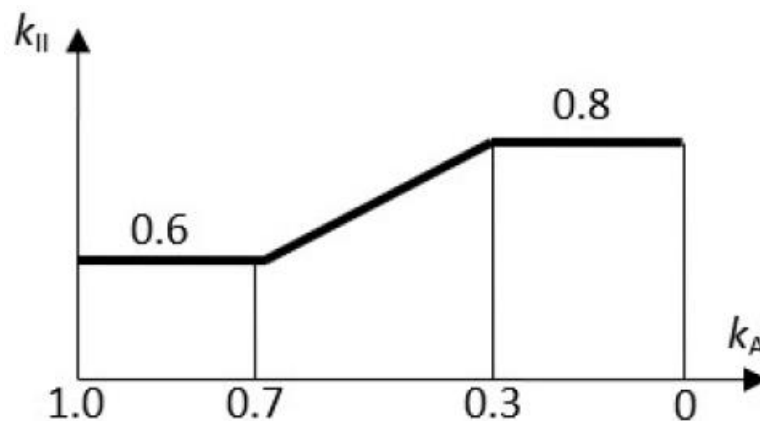
5.3.2.6 Koeficient K_{II}

Koeficient K_{II} má za úkol zohlednit vznik mikrotrhlin. V kódu je veden pod jménem *coefKII*. Určuje se podle koeficientu K_a . I touto myšlenkou je sledován postup prof. Pauliho. Pokud je koeficient K_a získaný z rovnice 5.19 menší než 0,3, pak koeficient K_{II} je roven 0,8. Je to případ průřezů s malou plochou tlačené oblasti. Zároveň by sem teoreticky spadaly i průřezy tažené, pro ty to však z logického hlediska nemá smysl, jelikož je u nich definován nulový torzní moment setrvačnosti a tím pádem i nulová torzní tuhost.

Pokud koeficient K_a leží mezi hodnotami 0,3 a 0,7, pak se koeficient K_{II} dopočítá pomocí lineární interpolace (dle obr. 29), viz 5.22.

$$coefK_{II} = 0,8 + (coefK_a - 0,3) * \frac{0,6-0,8}{0,7-0,3} \quad (5.22)$$

Pokud je koeficient K_a vyšší než 0,7, pak je koeficient K_{II} roven 0,6. Sem spadají průřezy předepjaté ale také průřezy klasicky vyztužené na počátku vnášení síly. Byť by sem měly fakticky spadat jen průřezy předpjeté, spadají sem i klasicky vyztužené průřezy při inicializaci výpočtu. Tato skutečnost ve finále nemá velký vliv na výpočet programu, pouze na začátku více rozhodí iteraci.



Obr. 29 Průběh koeficientu K_{II} v závislosti na K_a

Jak je vidět, koeficient K_{II} se pohybuje v rozmezí 0,6 a 0,8. Jedná se o stejné hodnoty stanovené již několikrát dříve. Ačkoliv může vypadat, že jde o druhotnou redukci torzní tuhosti vzhledem k tlačené zóně, není tomu tak. Tento koeficient slouží jako redukce z důsledku mikrotrhlin, které do výpočtu vnáší předdeformaci, která způsobí snížení torzní tuhosti.

5.3.2.7 Torzní tuhost

Celkový torzní moment setrvačnosti se vypočítá jako součet torzních momentů setrvačnosti jednotlivých komponent. Nyní již jsou dostupné všechny potřebné údaje pro výpočet torzní tuhosti. Z knihovny materiálů je ještě nutno „přivolat“ smykový modul betonu G . Torzní tuhost, která je v kódu označována jako *torsionalStiffness*, se pak dopočítá pomocí 5.23.

$$torsionalStiffness = coefK_{II} * G * I_t. \quad (5.23)$$

5.4 Vyhodnocení

Při sestavení výpočtu se kontrolovaly jednotlivé případy, kde se nachází neutrální osa a jaké dané situaci odpovídají vyhodnocované hodnoty – zejména pak torzní tuhosti. Brzy se ve výpočtu začaly objevovat neočekávané výsledky – výpočet začal padat do kategorie, která nasvědčovala tomu, že je celý průřez tažený. Zajímavé bylo, že při namátkové kontrole se pohybovala neutrální osa 7 metrů nad průřezem.

Při detailnější kontrole bylo zjištěno, že předchozí nelineární výpočet počítá prakticky nulovou únosnost průřezu. To je dáno obrovským snížením torzní tuhosti, která je zastoupena také v matici tuhosti původním členem $0,8 * G * I_t$. V modifikaci výpočtu dochází k rapidnímu

snížení tohoto členu. Jak ukázaly dřívější výsledky, výpočet únosnosti průřezu je na jakoukoliv redukcí tohoto členu nesmírně citlivý. Z tab. 14 je vidět, že již pouze snížení členu z 0,8 na 0,6 snižuje únosnost průřezu na 50 %. Zde je tato redukce ještě vyšší.

Při nahlédnutí přímo do výpočtových iterací je vidět, že již při vnášení drobného zlomku zatížení výpočet nekonverguje. Když výpočet nedosáhne konvergence, sníží se zatížení aplikované na těleso. Opět probíhá kontrola, zda výpočet konverguje. V případě úspěšné konvergence v prvním případě se zatížení zvýší.

Postupně se výpočet dostává do naprosto nerealistických mezí, jelikož torzní tuhost spadne postupně až na 0, což znamená, že z průřezu úplně zmizela tlačaná oblast. To je i zásadní rozdíl oproti původnímu programu, kde torzní tuhost zdaleka neklesá tak rychle, jelikož je uvažována torzní tuhost celého průřezu (kromě spodní pásnice) pouze s redukcí na mikrotrhliny.

Výpočtově se v tomto případě dostáváme na nereálné vlastnosti průřezů a vstupních hodnot ε_0 , κ_y a κ_z . Nastává nevyvážený stav a výpočet ustřelí mimo reálné hodnoty. Průřez se začne nerealisticky deformovat pod minimálním zatížením. Výpočet začíná na hodnotě 0,1 původního zatížení, dochází však k divergenci. Přešlo se tak na poloviční krok – 0,05 původního zatížení. Opět nastala divergence výpočtu. Konvergence nastává až při 0,001 hodnoty původního zatížení.

5.4.1 Příklad z výpočtu

Pro validaci tvrzení je zde uveden jeden příklad. Jedná se o první iteraci na tělese T1. Bude zkoumán střed nosníku. Hodnota zatížení je rovna 0,1 hodnoty původní – 100 kN. Hodnoty přetvoření na průřezu byly zjištěny jako:

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= -0,00240934264 \text{ m}, \\ \kappa_y &= 0,03016214464623, \\ \kappa_z &= 0,081278397976.\end{aligned}\tag{5.24}$$

Při zjišťování polohy neutrální osy pomocí souřadnic na hranách stojiny dostáváme následující hodnoty dosazením hodnot 5.24 do rovnic 5.07:

$$\begin{aligned}z_1 &= \frac{0,00240934264 - 0,03016214464623 \cdot 0,0675}{0,081278397976} = 0,00459406 \text{ m}, \\ z_2 &= \frac{0,00240934264 + 0,03016214464623 \cdot 0,0675}{0,081278397976} = 0,054692114 \text{ m}.\end{aligned}\tag{5.25}$$

Po zprůměrování hodnot získáváme výšku tlačené zóny. Zde se hodí podotknout, že je to hodnota vztažená k souřadnicovému systému s počátkem v těžišti:

$$\text{compressionZoneHeight} = \frac{0,00459406 + 0,054692114}{2} = 0,0296430872 \text{ m}.\tag{5.26}$$

Nyní je nutno dle postupu výše zjistit, kam spadla neutrální osa dle podmínek zmíněných v kap. 5.3.2.1 – 5.3.2.4. Dále se bude postupovat dle příslušné kapitoly. Je však nutné zjistit, jaká je vzdálenost těžiště od horní pásnice, aby se mohly příslušné výpočty počítat

v souřadnicovém systému s počátkem uprostřed horní pásnice. Vzdálenost těžiště byla zjištěna již stávajícím programem jako:

$$z_s = 0,59831739467 \text{ m.} \quad (5.27)$$

Pro přesné určení potřebujeme znát také výšku pásnice H_{flange} . Ta byla z jednotlivých bodů průřezu spočítána jako:

$$H_{flange} = 0,135 \text{ m.} \quad (5.28)$$

Při srovnání s podmínkou 5.08 a 5.13 zjistíme, že nám výpočet spadá do kapitoly 5.3.2.3, tedy že neutrální osa prochází stojinou. Pro úplnost je vhodné doplnit, že z_1 je souřadnice bodu na horní hraně horní pásnice. Platí tudíž, že $z_s = -z_1$. Tento bod zde slouží k zajištění transformace tlačené zóny k horní hraně pásnice. H je výška průřezu.

$$\begin{aligned} & \text{compressionZoneHeight} - z_1 > H, \\ & 0,0296430872 + 0,59831739467 > 1,3, \\ & 0,6228170339 > 1,3. \end{aligned}$$

Při dosazení do podmínky 5.08 zjistíme, že podmínka není splněna. Nejedná se tudíž o pouze tlačný průřez.

$$\begin{aligned} & \text{compressionZoneHeight} - z_1 > H_{flange}, \\ & 0,0296430872 + 0,59831739467 > 0,135 \\ & 0,6228170339 > 0,135. \end{aligned}$$

Podmínka 5.13 je splněna. Můžeme tedy říct, že neutrální osa prochází stojinou průřezu. Na řadu přichází dosazování do vzorců dle kapitoly 5.3.2.3. Nejprve se určí torzní tuhosti jednotlivých komponent průřezu – části tlačené stojiny dle 5.14 a celé pásnice dle 5.15.

$$\begin{aligned} I_{tWeb} &= B_{web}^3 * \frac{\text{compressionZoneHeight} - z_1 - H_{flange}}{3} * \left(1 - 0,63 * \right. \\ & \left. \frac{B_{web}}{\text{compressionZoneHeight} - z_1 - H_{flange}} + 0,52 * \left(\frac{B_{web}}{\text{compressionZoneHeight} - z_1 - H_{flange}} \right)^5 \right), \\ I_{tWeb} &= 0,135^3 * \frac{0,0296430872 + 0,59831739467 - 0,135}{3} * \left(1 - 0,63 * \right. \\ & \left. \frac{0,135}{0,0296430872 + 0,59831739467 - 0,135} + 0,52 * \left(\frac{0,135}{0,0296430872 + 0,59831739467 - 0,135} \right)^5 \right) \\ I_{tWeb} &= 0,0003348614 \text{ m}^4, \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} I_{tFlange} &= \frac{\pi}{16} * B_{flange}^3 * \frac{H_{flange}^3}{B_{flange}^2 + H_{flange}^2}, \\ I_{tFlange} &= \frac{\pi}{16} * 0,265^3 * \frac{0,135^3}{0,265^2 + 0,135^2}, \\ I_{tFlange} &= 0,00010164148 \text{ m}^4, \end{aligned} \quad (5.30)$$

Nyní je potřeba dořešit příslušné koeficienty K_a a K_{II} . Pro koeficient K_a je nutné znát plochu tlačené části průřezu (*reducedArea*) a plochu celého průřezu (*Area*). Plocha průřezu je stanovena podobně jako poloha těžiště stávajícím výpočtem programu. Byla stanovena jako:

$$Area = 0,19345 \text{ m}^2. \quad (5.31)$$

Plochu tlačené části průřezu dopočítáme pomocí příslušné rovnice 5.19 jako:

$$\begin{aligned} reducedArea &= 0,265 * 0,135 + 0,135 * (0,0296430872 + 0,59831739467 - 0,135) \\ reducedArea &= 0,102324665056 \text{ m}^2. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Koeficient K_a se tedy pak dopočítá z rovnice 5.19 jako poměr tlačené ploše průřezu ku ploše celého průřezu:

$$coefKa = \frac{0,102324665056}{0,19345} = 0,528946317168. \quad (5.33)$$

Nyní je nutné dopočítat koeficient K_{II} . Koeficient K_a leží v rozmezí 0,3 a 0,7. Je tedy nutno využít pro dopočet K_{II} interpolaci dle 5.22.

$$coefK_{II} = 0,8 + (0,528946317168 - 0,3) * \frac{0,6-0,8}{0,7-0,3} = 0,6855268414. \quad (5.34)$$

Zbývá finální výpočet torzní tuhosti dle 5.23. Pro finalizaci výpočtu je ještě nutné doplnit smykový modul $G = 12\,008\,000$ kPa. Torzní moment setrvačnosti se dopočítá jako součet torzních tuhostí jednotlivých komponent.

$$I_t = I_{tWeb} + I_{tFlange} = 0,0003348614 + 0,00010164148 = 0,00043650288405 \text{ m}^4. \quad (5.35)$$

$$torsionalStiffness = coefK_{II} * G * I_t.$$

$$\begin{aligned} torsionalStiffness &= 0,6855268414 * 12008000 * 0,00043650288405 \\ torsionalStiffness &= 3593,207196 \text{ kNm}^2. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Když získanou hodnotu porovnáme s hodnotou, kterou by program vydal před aplikací tohoto výpočtu – tedy $0,8 * G * I_t$, kde se torzní moment setrvačnosti počítá na celém průřezu, získali bychom hodnotu $8092,1143488$ kNm². Tedy hodnotu více než 2x vyšší. Při uvážení, jak velký vliv mělo na výpočet snížení hodnoty o 20 % je jasné, že toto snížení je příliš vysoké a vypočítaná únosnost průřezu bude minimální.

5.4.2 Náhled do celého výpočtu

Pro zajímavost zde bude uveden i příklad celého výpočtu. Tento výpočet zde bude uveden pro stejný příklad jako ukázka výše. Tedy pro těleso 1 se stejným zadáním. Výpočet začíná na faktoru 0,1, tudíž na 10 % zadaného zatížení. V následující tabulce (tab. 20) je možné nalézt tedy první úroveň výpočtu s úrovní zatížení 0,1. Dále je zde vidět energie residua v dané iteraci, jejíž relativní hodnota se porovnává s se zadanou tolerancí $1 * 10^{-6}$, které se snažíme dosáhnout. Pokud se tato energie dostane pod uvedenou hodnotu $1 * 10^{-6}$, je dosaženo konvergence. V tu chvíli se výpočet pro danou úroveň zatížení zastaví a úroveň zatížení se zvýší. Pokud je dosažen určitý počet iterací bez dosažení konvergence, předpokládá se, že

výpočet nekonverguje. Další hodnotou v tabulce je rozdíl posunů mezi jednotlivými iteracemi Δu . Poslední hodnotou v tabulce je tzv. residuum, které symbolizuje rozdíl mezi vnitřními a vnějšími silami.

Tab. 20 První iterace výpočtu T1 z etapy 5 pro úroveň zatížení 0,1

| | Energie residua | Δu | Residuum |
|----|-----------------|------------|-----------|
| 0 | 1,000e+00 | 1,055e-02 | 2,156e+01 |
| 1 | 2,291e-03 | 9,125e-04 | 5,234e+00 |
| 2 | 2,292e-03 | 1,578e-03 | 3,393e-01 |
| 3 | 8,071e-03 | 2,958e-03 | 7,356e-01 |
| 4 | 2,843e-02 | 5,548e-03 | 1,416e+00 |
| 5 | 1,002e-01 | 1,041e-02 | 2,662e+00 |
| 6 | 3,532e-01 | 1,953e-02 | 4,995e+00 |
| 7 | 1,246e+00 | 3,667e-02 | 9,472e+00 |
| 8 | 4,410e+00 | 6,894e-02 | 1,865e+01 |
| 9 | 1,577e+01 | 1,304e-01 | 4,029e+01 |
| 10 | 6,064e+01 | 2,625e-01 | 9,918e+01 |
| 11 | 2,252e+02 | 4,489e-01 | 2,950e+02 |
| 12 | 5,435e+02 | 7,627e-01 | 4,836e+02 |
| 13 | 1,763e+02 | 1,378e+00 | 6,063e+03 |
| 14 | 1,281e+03 | 2,511e+00 | 1,081e+04 |

Jak je vidět dle hodnoty energie residua, výpočet se postupně vzdaloval od požadované hodnoty $1 \cdot 10^{-6}$ a po 14 iteracích byl ukončen jako divergentní. Obdobně dopadl výpočet pro úroveň zatížení 0,05 i 0,005. Následně se počítala míra zatížení 0,0005, čili 0,05 % ze zatížení. Tato hodnota po 5 iteracích konvergovala. Obdobně konvergovala i míra zatížení 0,001 (viz tab. 21). To byla poslední hodnota, u které bylo dosaženo konvergence. Poslední zkoumaná hodnota byla 0,0015, u které byl výpočet po 15 iteracích ukončen pro divergenci.

Tab. 21 První iterace výpočtu T1 z etapy 5 pro úroveň zatížení 0,001

| | Energie residua | Δu | Residuum |
|---|-----------------|------------|-----------|
| 0 | 1,000e+00 | 5,275e-05 | 1,078e-01 |
| 1 | 4,068e-04 | 2,289e-06 | 5,160e-04 |
| 2 | 7,155e-05 | 9,659e-07 | 2,658e-04 |
| 3 | 1,274e-05 | 4,076e-07 | 2,039e-04 |
| 4 | 2,270e-06 | 1,720e-07 | 1,157e-04 |
| 5 | 4,041e-07 | 7,257e-08 | 8,281e-05 |

5.4.3 Shrnutí

Z výsledků výpočtu lze dovodit, že implementovaný torzní tuhosti vztažený pouze na tlačnou oblast nevede k očekávaným výsledkům. V matici tuhosti v programu je na příslušné pozici uvedena hodnota torzní tuhosti jako $0,8 \cdot G \cdot I_t$. Nový výpočet tuto hodnotu značně redukuje, což vede k nadměrným deformacím, a tudíž nerealistickým výsledkům. Jak ukázaly výsledky z kapitoly 5.2 u jednotlivých modelů, torzní tuhost a její redukce má zdaleka největší vliv na výsledky výpočtu v porovnání s ostatními zkoumanými vlivy. Zatímco při změnách

ostatních výpočetních parametrů se výsledná zatížení, při nichž na tělese nastane kolaps, změnila v rámci několika kN, při změně faktoru redukce torzní tuhosti z 0,8 na 0,6 dosáhneme sotva poloviční únosnosti prvku. Při redukci torzního momentu setrvačnosti pouze na tlačnou oblast dostáváme již při 10% zatížení nižší než poloviční torzní tuhost a výpočet diverguje. Aby se dosáhlo alespoň nějaké konvergence, je nutno snížit zatížení na úplné minimum.

Pro dosažení realističtějších výsledků je možné zkusit zahrnout vlivy na torzní tuhost příznivé – například vliv výztuže, zejména pak třmínků, které by na výpočet mohly mít značný vliv, avšak ani zohlednění výztuže nemusí vést k požadovanému výsledku. Možnou příčinu nezdárné implementace nového postupu je možné najít ve formulaci použitého konečného prvku. Vzhledem k nedostatku času však nebylo možné tuto teorii prověřit.

6 Závěr

Klopení železobetonových prvků je poměrně neprobádaná, nepříliš známá problematika. Nejprve se tudíž v práci musí klopení železobetonových nosníků definovat. Dochází k rešerši existujících přístupů, které nejsou řádně podchyceny ani ve světových normách, kde jsou nosníky, které by mohly podléhat vlivu klopení, omezeny pouze rozměrově.

Důležitou součástí výpočtu je tzv. St. Venantova konstanta. Složitosti a důležitosti jejího výpočtu se věnuje v práci také určitý prostor. Vzhledem k náročnosti výpočtu složitějších tvarů průřezu, u kterých je nutné využít tvar mýdlové bubliny, se často její výpočet idealizuje na jednodušší tvary jako např. obdélníky. Tak tomu bylo i v této práci v praktické části.

Jelikož se praktická část výpočtu odehrává ve statických programech společnosti RIB Software GmbH, věnuje se značná část práce jejich představení a ukázání výpočtů dané problematiky. Jedná se o program FERMO a jeho výpočetní knihovnu TRIMAS.

Praktická část vychází z práce prof. W. Pauliho. Ten se v rámci své disertační práce věnoval klopení a provedl měření na 6 různých zkušebních tělesech. Tyto experimenty popsal a tato práce na ně navazuje. Experimenty byly prováděny ještě za platnosti německé normy před eurokódem DIN 1045. To do výpočtu zavádí zajímavý faktor porovnání s přístupy dnešní a tehdejší doby.

Experimenty se vymodelují v programu FERMO, kde se následně testuje citlivost výpočtu na jednotlivé faktory. Toto testování bylo prováděno v 6 etapách. S přihlédnutím ke skutečnosti, že původní data z experimentů byla zjišťována v souladu s tehdejší normou DIN 1045, je nutné některé hodnoty přepočítat na hodnoty platné dle současné normy – zejména pevnosti betonu. Problematika pevností a vlivu na klopení je v této části práce poměrně značně zkoumána. Dalšími zkoumanými faktory je třeba vliv nadvýšení síly, vliv tuhosti podpory nebo vliv imperfekcí.

Nejcitlivějším faktorem se však ukázal být redukční součinitel torzní tuhosti. Autoři softwaru FERMO v současnosti doporučují použití redukčního součinitele 0,6 pro předpjaté a 0,8 pro klasicky vyztužené průřezy. Za předpokladu, že se do výpočtu torzního momentu setrvačnosti nezapočítá tažená pásnice, je doporučená hodnota 0,8 pro klasicky vyztužené průřezy odpovídající. Pro předpjaté průřezy se doporučuje redukce vyšší – 0,6, jelikož může kvůli předpětí vznikat drobný nadpodporový moment, který není dostatečně vyvážen momentem od vlastní tíhy – ten je nulový, pokud nosník nemá převislé konce. Tato nevyváženost může způsobovat mikrotrhliny na horním povrchu horní pásnice, a tedy snížení torzní tuhosti. Ve výpočtech se však na daných předpjatých nosnících tato redukce ukázala jako přílišná.

Citlivost výpočtu na změnu redukčního součinitele torzní tuhosti a celkový pokles torzní tuhosti se projevila jako zásadní při snaze definovat nový výpočet dle teoretického přibližného pojetí prof. Pauliho při vztáhnutí výpočtu torzní tuhosti pouze na tlačené části průřezu. Pro tyto potřeby byl ve výpočetní knihovně TRIMAS sestaven algoritmus, který byl aplikován na 6 těles zkoušených prof. Paulim. Následný výpočet však ukázal, že program sestavený na těchto myšlenkách příliš redukuje torzní tuhost průřezu, který se následně stává

neúnosným. Torzní tuhost je zastoupena v matici tuhosti členem $0,8 \cdot G \cdot I_t$. Jakmile se člen začne redukovat, celý program přestane dosahovat realistických výsledků. Průřez se postupně stává neúnosným. Vlivem vztažení výpočtu pouze na tlačenu oblast průřezu klesá drasticky torzní tuhost. Jelikož předchozí verze programu počítala s výpočtem $0,8 \cdot G \cdot I_t$ s předpokladem, že I_t se počítá pro celý průřez (kromě tažené pásnice), je tato redukce opravdu zásadní. A jak ukázaly výsledky z kap. 5.2 – celkový výpočet je na snížení torzní tuhosti nesmírně citlivý. Pro dosažení realističtějších výsledků je možné zkusit zahrnout vlivy na torzní tuhost příznivé – například vliv výztuže, avšak ani zohlednění výztuže nemusí vést k požadovanému výsledku. Možnou příčinu nezdárné implementace nového postupu je možné najít ve formulaci použitého konečného prvku. Vzhledem k nedostatku času však nebylo možné tuto teorii prověřit.

Materiálově a geometricky nelineární výpočty jsou komplexní a numericky citlivé úlohy. Přestože se nepodařilo implementovat nový postup, bylo možné ověřit, že stávající metodika programu FERMO, i když zjednodušená, vede k smysluplným výsledkům.

Klopení železobetonových nosníků zůstává i nadále málo prozkoumanou problematikou. Výsledky této práce ukazují, že je potřeba další výzkum v této oblasti železobetonových nosníků, jelikož s pokrokem technologie betonu – zeštíhlování průřezů, využití železobetonových nosníků na delší rozpětí s využitím předpínací výztuže – může být tato problematika stále důležitější.

7 Zdroje

- [1] Revathi, P., and Menon, D., "Estimation of critical buckling moments in slender reinforced concrete beams", ACI Structural Journal, American Concrete Institute, V. 103, No. 2, March / April 2006, pp. 296-303.
- [2] Hansell, W., and Winter, G., "Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", ACI Journal, Proceedings, V. 56, No. 5, Sept. 1959, pp. 193-214.
- [3] Sant, J. K., and Bletzacker, R. W., "Experimental Study of Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", ACI Journal, Proceedings, V. 58, No. 6, Dec. 1961, pp. 713-736.
- [4] Massey, C., "Lateral Instability of Reinforced Concrete Beams Under Uniform Bending Moments", ACI Journal, Proceedings, V. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 164-172.
- [5] Kalkan, I., Kalkan, S., "Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling", International Journal of Civil and Environmental Engineering, World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 11, No. 7, 2017, pp. 969-972.
- [6] Marshall, W. T., "The Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", Journal, Institution of Civil Engineers (London), Vol. 30, No. 6, 1948, pp. 194-196.
- [7] Siev, A., "The Lateral Buckling of Slender Reinforced Concrete Beams", Magazine of Concrete Research, V. 12, No. 36, Aug. 1960, pp. 155-164.
- [8] King, G., and Pauli, W., and Sprey, W., "Lateral Stability of Prestressed and Ordinary Reinforced Concrete Beams", Anniversary Publication, F. Levi, ed., Politecnico di Torino, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, 1989, pp. 238-243.
- [9] Aydin, R., and Kirac, N., "Lateral Buckling of Reinforced Concrete Beams with Lateral Support", Structural Engineering and Mechanics, V. 6, No. 2, Mar. 1998, pp. 161-172.
- [10] Timoshenko, S. P., "Theory of Elastic Stability", 2nd Edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961, pp. 354.
- [11] Šmilauer, V., "Pružnost, pevnost: Kroucení prutu", Praha, ČVUT, 2011, dostupné z: https://mech.fsv.cvut.cz/~smilauer/teaching/PP_prednaska_10_krouceni.pdf. Přednáška 10.
- [12] ACI 318M-05
- [13] Tavio, T., and Teng, S., "Effective Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Members", ACI Structural Journal, V. 101, No. 2, Apr. 2004, pp. 252-260.
- [14] Hsu, T. T. C., "Post-Cracking Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Sections", ACI Journal, Proceedings V. 70, No. 5, May 1973, pp. 352-360.
- [15] ČSN EN 1992-1-1
- [16] Yoo, C. H., "Torsional and Other Properties of Prestressed Concrete Sections", PCI Journal, V. 45, No. 3, Jun. 2000, pp. 66-72.

- [17] Vráblík, L., "133B04K: Účinky krouticího momentu a posouvající síly", Praha, ČVUT, 2021, dostupné z: http://people.fsv.cvut.cz/~vrabluk/Prednasky/B04K_2021_11.pdf . Přednáška 11.
- [18] Hughes, A., "A View of Torsion – Part Two", NSC – New Steel Construction magazine, March 2012, dostupné z: <https://www.newsteelconstruction.com/wp/a-view-of-torsion-part-2/>.
- [19] Kollbrunner, C. F., and Basler, K., "Torsion in Structures", Springer-Verlag, New York, NY, 1969, pp. 1-280.
- [20] Timoshenko, S. P., and Goodier, J. N., "Theory of Elasticity", Second Edition, McGraw-Hill, New York, NY, 1951, pp. 1-506.
- [21] Saada, A. S., "Elasticity, Theory and Applications", Second Edition, Krieger Publishing Co., Malabar, FL, 1993, pp. 1-775.
- [22] Martin, R. S., and Wilkinson, J. H., "Solution of Symmetric and Unsymmetric Band Equations and the Calculation of Eigenvectors of Band Matrices", Numerische Mathematik, No. 9, 1967, pp. 279-301.
- [23] RIB Software GmbH, "FERMO: Betonové a předpjaté prefabrikované a monolitické prosté nosníky pozemních a mostních staveb – Teorie", Praha, 2022, pp. 88-91.
- [24] Volz, C., Fischer, O., "Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung", Beton- und Stahlbeton, Heft 7, 2016, pp. 431-444.
- [25] Teutsch, M., Kordina, K., "Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung", Querkraft und Torsion, DAfStb Heft 334, Verlag Ernst & Sohn 1982.
- [26] RIB Software GmbH, "TRIMAS: Basic Principles", Stuttgart-Möhringen, Apr. 2021, pp. 101–105.
- [27] Pfeiffer, U., "INCA2-Download", Hamburg, Apr. 2022, dostupné z: <http://www.u-pfeiffer.de/inca2/inca2-09.html>
- [28] Dickhut, K., and Hardt, D., and Kaufeld, K., "Kunze: Die Lahntalbrücke der DB", Neubaustrecke Köln-Rhein/Main, Bauingenieur 76, April 2001.
- [29] Pauli, W., "Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton", disertační práce, Darmstadt, Technischen Hochschule Darmstadt, 1990, pp. 1-138, A1 – A107.
- [30] Schnell, J., and Loch, M., "Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte", Der Prüferingenieur, V. 34, 2009, pp. 50-61.

8 Přílohy

8.1 Příloha – Výpočetní kód v jazyce C++

```
double ElementTypeBeam::calculateTorsionalStiffness(SDBSectionBeamPoly* crossSection,
RtMaterial* material, const Design::Bending::StrainPlane& strains)
{
    int key = 1000;
    double torsionalStiffness = 0.8 * crossSection->getIt(key) * material->getGModul();
    // default value

    auto sectionElement = crossSection->getElement(0);

    auto sectionPolygon = dynamic_cast<SDBSectionPolygon*>(sectionElement-
>getSection());
    if (sectionPolygon)
    {
        auto centerOfGravity = sectionPolygon->getCenterOfGravity();
        double zs = centerOfGravity.getZ();

        auto& vertices = sectionPolygon->getVertices();

        auto& vertex1 = vertices.at(0);
        double y1 = vertex1.getY();
        double z1 = vertex1.getZ() - zs;
        auto& vertex2 = vertices.at(1);
        double y2 = vertex2.getY();
        double z2 = vertex2.getZ() - zs;
        auto& vertex3 = vertices.at(4);
        double y3 = vertex3.getY();
        double z3 = vertex3.getZ() - zs;
        auto& vertex4 = vertices.at(7);
        double y4 = vertex4.getY();
        double z4 = vertex4.getZ() - zs;
        auto& vertex5 = vertices.at(9);
        double y5 = vertex5.getY();
        double z5 = vertex5.getZ() - zs;
        auto& vertex6 = vertices.at(10);
        double y6 = vertex6.getY();
        double z6 = vertex6.getZ() - zs;
        auto& vertex7 = vertices.at(11);
        double y7 = vertex7.getY();
        double z7 = vertex7.getZ() - zs;

        double Bflange = y2 - y1;
        double Hflange = (z7 + z6) / 2 - z1;
        double H = z4 - z1;
        double Bweb = y3 - y5;
        double Hweb = H - Hflange;

        double ItWeb = 0.0;
        double ItFlange = 0.0;
        double It = 0.0;

        double eps = strains.getEps0();
        double kappaY = strains.getKappaY();
        double kappaZ = strains.getKappaZ();
        double zNeutralAxis1 = (-eps - kappaY * y3) / kappaZ;
        double zNeutralAxis2 = (-eps - kappaY * y5) / kappaZ;
        double compressionZoneHeight = (zNeutralAxis1 + zNeutralAxis2) / 2.0;
        double Area = crossSection->getA(key);
        double reducedArea = 0.0;
    }
}
```

```

double coefKa = 0.0;
double coefKII = 0.0;

if (strains.isZero(1.e-3)||compressionZoneHeight - z1 > H)
{
    reducedArea = Area;
    ItWeb = pow(Bweb, 3.0) * (Hweb / 3.0) * (1 - 0.63 * (Bweb / Hweb) + 0.52 *
pow(Bweb / Hweb,5.0));
    ItFlange = (RtMath::Pi / 16.0) * pow(Bflange, 3.0) * ((pow(Hflange, 3.0)) /
(pow(Bflange,2.0)+pow(Hflange,2.0)));
}
else if (compressionZoneHeight - z1 < 0.0)
{
    reducedArea = 0.0;
    //assert(!_T("The entire crosssection is in tension."));
    It = 0.0;
}
else
{
    if (compressionZoneHeight - z1 > Hflange)
    {
        reducedArea = Bflange * Hflange + Bweb * (compressionZoneHeight - z1 -
Hflange);
        ItWeb = pow(Bweb, 3.0) * ((compressionZoneHeight - z1 - Hflange) / 3.0) * (1.0
- 0.63 * (Bweb / (compressionZoneHeight - z1 - Hflange)) + 0.52 * pow(Bweb /
(compressionZoneHeight - z1 - Hflange), 5));
        ItFlange = (RtMath::Pi / 16.0) * pow(Bflange, 3.0) * ((pow(Hflange, 3.0)) /
(pow(Bflange, 2.0) + pow(Hflange, 2.0)));
    }
    else if (compressionZoneHeight - z1 < Hflange && compressionZoneHeight - z1 >
0.0)
    {
        reducedArea = Bflange * (compressionZoneHeight - z1);
        ItWeb = 0;
        ItFlange = (RtMath::Pi / 16.0) * pow(Bflange, 3.0) *
((pow(compressionZoneHeight - z1, 3.0)) / (pow(Bflange, 2.0) +
pow(compressionZoneHeight - z1, 2.0)));
    }
}
coefKa = reducedArea / Area;
if (coefKa < 0.3)
{
    coefKII = 0.8;
}
else if (0.3 < coefKa && coefKa < 0.7)
{
    coefKII = 0.8 + (coefKa - 0.3) * ((0.6 - 0.8) / (0.7 - 0.3));
}
else if (coefKa > 0.7)
{
    coefKII = 0.6;
}

It = ItWeb + ItFlange;
double G = material->getGModul();
double ts = G * It;
torsionalStiffness = coefKII * G * It;
}

return torsionalStiffness;
}
}

```