



Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Analýza napjatosti ve vybraných dnech pro válcové tlakové nádoby navinuté z kompozitních materiálů

Stress Analysis of Chosen Domes for Cylindrical Composite Pressure Vessels
Manufactured by Filament Winding

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2023

Bc. Ondřej Novotný

Studijní program: Aplikované vědy ve strojním inženýrství

Studijní obor: Aplikovaná mechanika

Vedoucí práce: Ing. Bc. Zdeněk Padovec Ph.D.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Novotný** Jméno: **Ondřej** Osobní číslo: **475073**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**
Specializace: **Aplikovaná mechanika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Analýza napjatosti ve vybraných dnech pro válcové tlakové nádoby navinuté z kompozitních materiálů

Název diplomové práce anglicky:

Stress Analysis of Chosen Domes for Cylindrical Composite Pressure Vessels Manufactured by Filament Winding

Pokyny pro vypracování:

- proveďte rešerši technologie výroby a použití tlakových nádob z kompozitních materiálů
- popište a analyzujte geometrii skořepin o dvou křivostech
- na základě klasické laminátové teorie pro různé materiálové kombinace proveďte analýzu napjatosti tenkostěnných skořepin vybraných meridiánových tvarů (sloužící jako dna válcových nádob) namáhaných vnitřním přetlakem
- analytický výpočet srovnajte s MKP simulací

Seznam doporučené literatury:

- [1] Padovec, J., Napětí ve stěnách vinutých kompozitních tlakových nádob různých meridiánových tvarů, Strojnírenství, 31 (5), 1981.
- [2] Padovec, J., Valenta, F., Příspěvek k pevnostnímu výpočtu tlakových nádob z vláknitých kompozitních materiálů, Acta Polytechnica 21(2), 1979.
- [3] Laš, V., Mechanika kompozitních materiálů, Plzeň, Západočeská univerzita, 2004.
- [4] Šubrt, V., Teorie desek a skořepin, Praha, ČVUT, 2001.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Bc. Zdeněk Padovec, Ph.D. odbor pružnosti a pevnosti FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **26.10.2022** Termín odevzdání diplomové práce: **27.01.2023**

Platnost zadání diplomové práce:

Ing. Bc. Zdeněk Padovec, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

28. 11. 2022

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Ing. Bc. Zdeňku Padovcovi Ph.D. za jeho odborné rady a věcné připomínky.

Dále bych rád poděkoval své rodině a přítelkyni za podporu během celého studia.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci „Analýza napjatosti ve vybraných dnech pro válcové tlakové nádoby navinuté z kompozitních materiálů“ vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s vytvořením této diplomové práce neporušil autorská práva třetích osob.

Datum

.....

Podpis

.....

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá napjatostí den navíjených vysokotlakých nádob z kompozitních materiálů. V práci je proveden rozbor kompozitních materiálů, je popsána metoda přesného navíjení, která je klíčová pro výrobu vysokotlakých nádob. Dále je přiblížena problematika napjatosti v tenkostěnných rotačních skořepinách, membránová napjatost a metody vyhodnocení ve formě pevnostních kritérií. K výpočtům je užito dvou metod, a to exaktní forma, pomocí analytického výpočtu a následně také metoda konečných prvků. Práce dále porovnává vliv materiálových vlastností užitého kompozitního materiálu na výsledný tvar den a přináší náhled na konkrétní výsledky zadané problematiky.

Klíčová slova

dno, metoda přesného navíjení, kompozitní materiál, vlákno, matrice

Abstract

This master thesis deals with problematics of domes of filament wound high-pressure vessels made from composite materials. The thesis provides an analysis of composite materials, description of filament-winding method, which is crucial for production of filament wound high-pressure vessels. Furthermore, the problematics of stress in thin-walled rotary shells is described and the role of failure criterions is also explained. Two methods of computing are used. The first one, the exact one, uses analytical calculations, whereas the second one is based on finite element method. This thesis also focuses on the impact of variation of material properties on the final shape of the dome. It also brings an insight into the concrete results of this example.

Key words

dome, filament winding technology, composite material, fibre, matrix

Cíl

Cílem této diplomové práce je analýza problematiky navíjení válcových tlakových nádob z kompozitních materiálů, převážně pak jejich den. Následně použití takto nabytých informací ke srovnání jednotlivých, již známých tvarů den, a to z hlediska parametrů jako jsou napjatost, pevnostní kritéria a například také určitá tvarová odlišnost. Výstupem by měl být ucelený přehled výsledků v grafech pro snadné vyhodnocení míry vhodnosti použití jednotlivých typů den, a nepochybně také zřetelné slovní zhodnocení těchto výstupů.

Seznam použitých zkratk

MKP — Metoda konečných prvků

KLT — Klasická laminační teorie

ODR — Obyčejná diferenciální rovnice

PAN — polyakrylonitrilové prekurzory

HM — *high modulus*

HS— *high strength*

Obsah

1	Úvod	10
2	Kompozitní materiály	11
2.1	Vláknové kompozity	15
2.1.1	Vlákna kompozitu	15
2.1.2	Skelné vlákno	15
2.1.3	Uhlíkové vlákno	16
2.1.4	Bórové vlákno	16
2.1.5	Aramidové vlákno (kevlar)	16
2.2	Matrice	18
2.2.1	Polymerní matrice	18
2.2.2	Epoxidová pryskyřice	19
2.2.3	Ostatní druhy pryskyřic	19
3	Vysokotlaké nádoby	20
3.1	Typ 1	21
3.2	Typ 2	21
3.3	Typ 3	21
3.4	Typ 4	22
4	Metoda přesného navíjení	24
4.1	Suché navíjení	26
4.2	Mokrý navíjení	26
4.2.1	Geodetické navíjení	26
4.2.2	Negeodetické navíjení	27
5	Tenkostěnná skořepina – analýza	30
6	Kompozitní materiály – analýza	34
6.1	Příčně izotropní materiál	34
6.2	Ortotropní materiál	36
7	Kritéria porušení	38
7.1	Makromechanická kritéria	40
7.1.1	Kritérium maximálního napětí	40
7.1.2	Tsai-Wu kritérium pevnosti	41
8	Praktická část	43
8.1	Úvod praktické části	43
9	Analytická část	44
9.1	Geodetický izotenzoid	50

9.2	Skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$	53
9.3	Skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$	54
9.4	Skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$	56
9.5	Kulová skořepina	57
9.6	Graficko-početní metoda	58
9.7	Porovnání dalších geometrických vlastností	60
10	MKP	62
11	Porovnání výsledků obou metod výpočtu	67
12	Vliv materiálových vlastností na tvar vybraných den	71
13	Závěr	76
14	Seznam použitých zdrojů	78
15	Seznam obrázků	80
16	Seznam použitého softwaru	81
17	Seznam příloh	82

1 Úvod

Kompozitní materiály nachází v poslední době své stále větší uplatnění. Vyhledávány jsou převážně pro svůj dobrý podíl pevnosti ku hmotnosti, jinými slovy dokážou zaručit úsporu hmotnosti při zachování požadovaných pevnostních kritérií a v mnoha případech dokážou nahradit nejužívanější konstrukční materiál, ocel. Kompozitní materiály však nejsou, na rozdíl od, v konstrukci nejčastěji používaných, ocelí izotropní, a je tedy třeba brát v potaz jejich rozdílné mechanické vlastnosti s ohledem na směr namáhání.

Tato diplomová práce se bude zabývat převážně analýzou napjatosti den vysokotlakých nádob, navíjených z kompozitních materiálů. Jednotlivé typy zakončení válcových nádob budou blíže zkoumány, s ohledem na co nejvyšší úsporu parazitního objemu ve formě den, u kterých je důležité, aby zajistily co možná nejpříznivější skladnost samotných nádob. Práce se bude také zabývat napjatostí ve stěně den a bude provedeno porovnání pěti zadaných skořepin. Tyto skořepiny budou blíže popsány také z matematického hlediska, aby byl čtenáři umožněn náhled na jejich odvození.

Výpočty budou provedeny jednak analytickou formou, a to v programu Matlab, kde bude mimo jiné vypočítán geometrický tvar příslušných skořepin. Dále rozložení napjatosti jak v souřadném systému respektujícím nádobu jako celek, tak také v souřadném systému respektujícím směr vláken. Obojí vyjádření má své opodstatnění. Pomocí napjatosti v souřadném systému respektujícím směr vláken je např. dále umožněno vyjádřit hodnoty vybraných pevnostních kritérií, jinak řečeno určit bezpečnost daných den vzhledem k zadanému zatížení (vnitřnímu přetlaku p). Druhá část práce bude následné ověření takto získaných výsledků jinou metodou, a to metodou konečných prvků. Model dna zde bude zhotoven jako tenká uzavřená rotační skořepina s příslušnými materiálovými vlastnostmi.

V závěru práce budou nejen prezentovány výsledky z popsané problematiky a vzájemné srovnání obou metod, ale také představen i vliv materiálových vlastností kompozitních materiálů na výsledné tvary jednotlivých skořepin, které jsou na těchto hodnotách závislé.

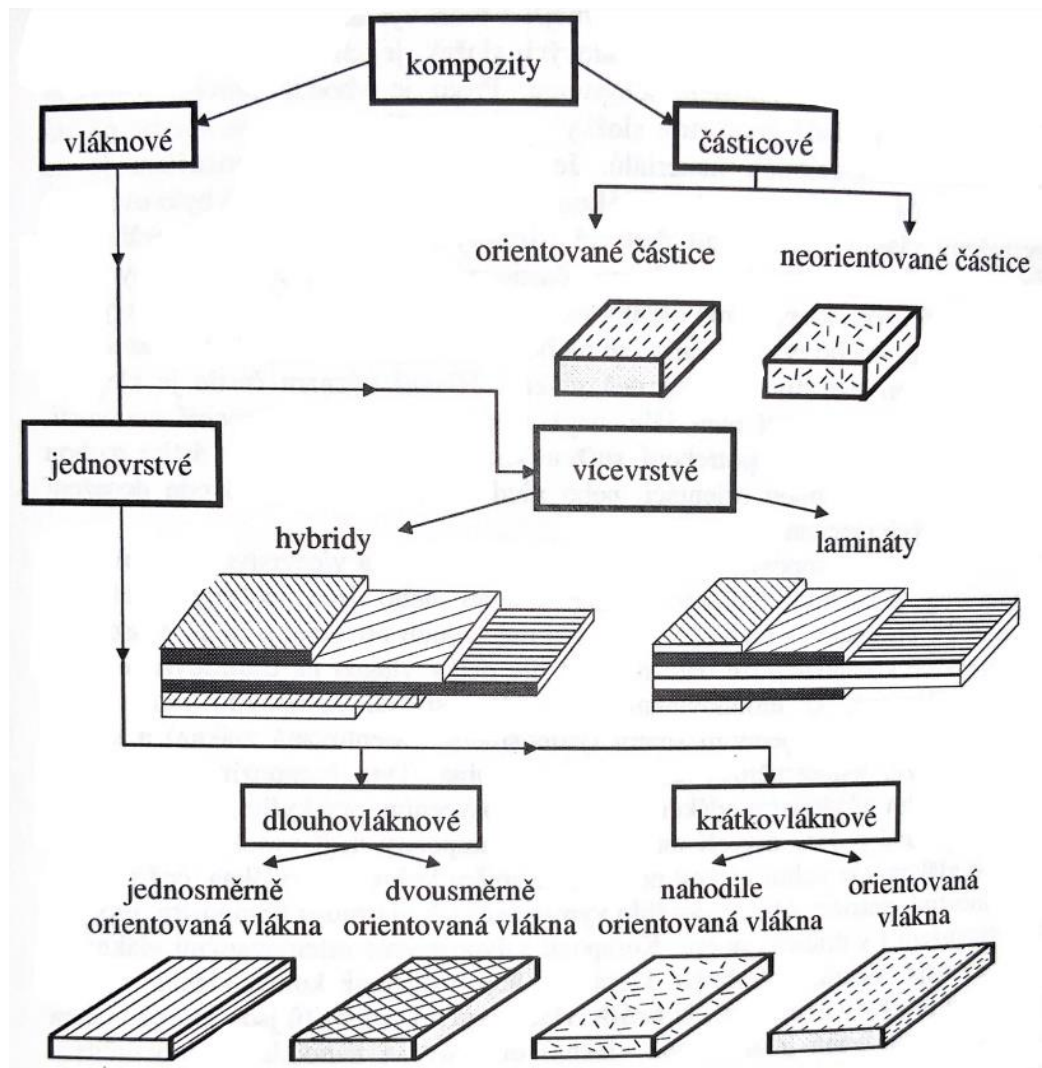
2 Kompozitní materiály

„Pod pojmem kompozitní materiály (kompozity) rozumíme heterogenní materiály složené ze dvou nebo více fází, které se vzájemně výrazně liší svými mechanickými, fyzikálními a chemickými vlastnostmi. Obvykle je jedna fáze v kompozitu spojitá, takovou fází nazýváme matrice. Fází, která je nespojitá, nazýváme výztuž. V porovnání s matricí má výztuž obvykle výrazně lepší mechanické vlastnosti (modul pružnosti, pevnost, tvrdost atd.) a hlavním cílem vyztužení je tedy zlepšení uvedených vlastností.“ [1]

Kompozitní materiály nemají využití pouze ve strojírenství, nýbrž se s nimi můžeme setkat dnes již v téměř každém odvětví. Například ve stavebnictví ve formě vyztužení betonových ploch železným pletivem, kdy vzhledem k synergickému efektu docílíme výrazně lepších vlastností oproti čistému betonu, který by byl podstatně náchylnější jak na statické namáhání, tak i na vznik trhlin vlivem dynamického namáhání. Dalším příkladem je v minulosti často používaná kombinace hlíny (matrice) a slámy (výztuž) pro pevnější zdivo. Asfaltobeton, používaný pro stavbu silnic je tentýž případ, asfalt jako matrice a kamenivo jako výztuž. I zde by opět samotný asfalt a potažmo i kamenivo snadno podléhalo deformaci vlivem vozidel na vozovce a v druhé řadě by ani povrch nebyl pro jízdu vhodný, jejich kombinací a vlivem synergického efektu je opět docíleno velice příznivého finálního produktu. [2]

Kompozitní materiály, dále jen kompozity, lze rozdělit na podskupiny několika možnými způsoby:

1. podle materiálu výztuže,
2. podle materiálu matrice,
3. podle geometrického tvaru výztuže na:
 - vláknové,
 - částicové,
 - skeletové.
4. podle použití. [2]



Obrázek 1 — Rozdělení kompozitů [3]

Jak již bylo zmíněno, hlavní předností kompozitu je tzv. synergická vlastnost, tedy dosažení ještě lepších vlastností, než kterých by bylo docíleno pouhým součtem těchto vlastností, vztažených na příslušné procentuální zastoupení těchto prvků v kompozitu jako celku. Tato skutečnost otevírá širokou škálu možných kombinací materiálů. Ne všechny kombinace jsou však zcela vhodné. Tato práce se bude výhradně zabývat vláknovými kompozity, skládajícími se ze skelných, resp. uhlíkových vláken v kombinaci s epoxidovou maticí, které budou v práci detailněji představeny včetně jejich výhod a nevýhod pro použití právě pro navíjené nádoby a případné alternativy, které by se daly místo těchto zvolených kombinací použít. [2]

Jak je z předchozího obrázku patrné, výtěž se v matici může vyskytovat v několika různých podobách, ať už v podobě nahodile umístěných či orientovaných částic nebo dlouhých vláken,

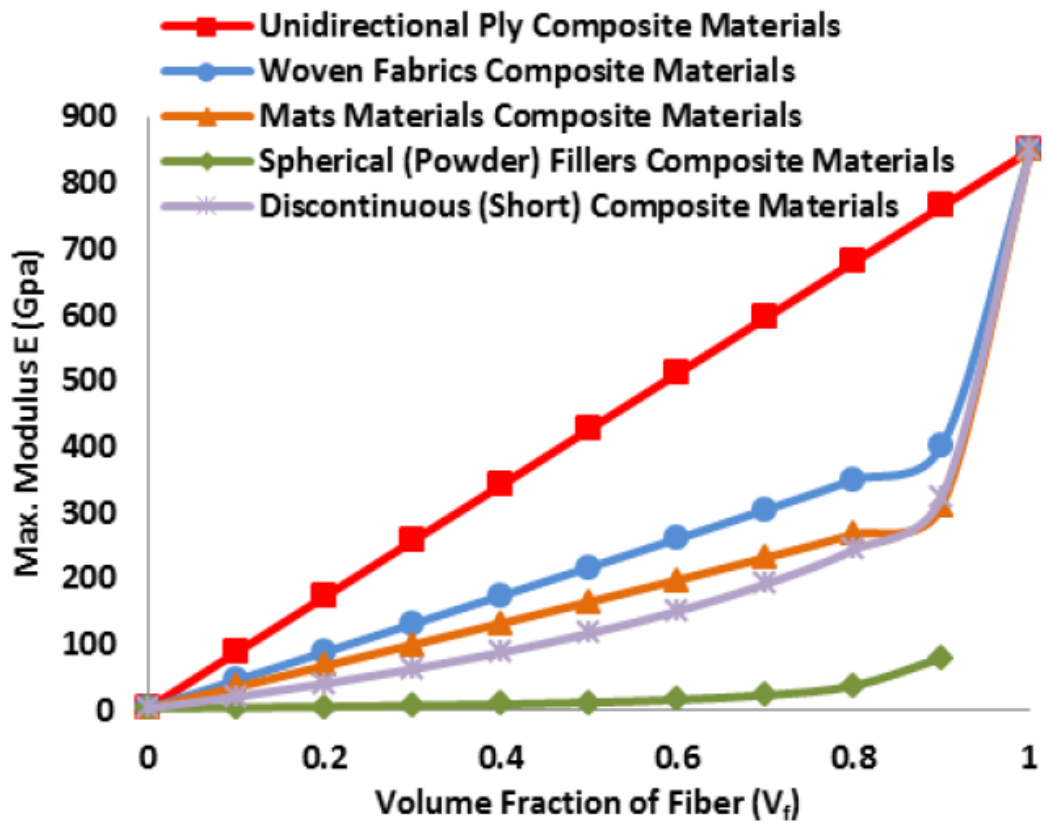
ta mohou být taktéž jednosměrně nebo dvousměrně orientována, krátká vlákna pak případně i nahodile orientována. [2]

Vlákna se pak dále zpracovávají do tzv. polotovarů, které jsou posléze využívány k výrobě komponentů z kompozitních materiálů. Mezi nejčastěji se vyskytující polotovary se řadí následující:

- příze,
- tkaniny,
- rohože:
 - povrchové,
 - ze sekaných pramenců,
 - z kontinuálních vláken,
- roving,
- spředený roving.

Pro metodu přesného navíjení je vhodné použít polotovar typu roving. Jedná se o navinutý pramenec nekonečných vláken, obvykle složený z 1 000 až 24 000 dílčích vláken. Tento údaj má také své označení, podle počtu jednotlivých vláken v rovingu se značí následujícím způsobem: 1k odpovídá označení pro 1 000 dílčích vláken, 6k pro 6 000 vláken, 24k pro 24 000 vláken. [4]

Na obrázku 2 je vyobrazeno srovnání závislostí modulu pružnosti jednotlivých druhů polotovarů na jejich procentuálním zastoupení v materiálu jako celku.



Obrázek 2 — Závislost modulu pružnosti na druhu polotovaru kompozitu [5]

2.1 Vláknové kompozity

Vláknové kompozity jsou takové kompozity, u kterých jsou jako forma výztuže zastoupena tenká vlákna různých materiálů. Tato vlákna na rozdíl od matrice vykazují velice dobré mechanické vlastnosti. Navíc dle paradoxu vláknité struktury je dokázáno, že pokud je materiál seskupen ve formě tenkých vláken, vykazuje podstatně vyšší pevnost než materiál v celistvé formě. Dále také platí, že pokud materiál obsahuje více tenčích vláken, dosahuje lepších vlastností než materiál s méně vlákeny o větším průměru. [2]

Z tohoto lze tedy vyvodit, že snahou by mělo být obsáhnout v kompozitu více vláken menšího průřezu, avšak zde není limitace přednostně technologií výroby vláken, nýbrž bezpečností, kdy velice tenká vlákna, okolo 1 – 2 μm mohou být například vdechnuta a poškodit dýchací soustavu.

2.1.1 Vlákná kompozitu

Vlákno je ta část vláknových kompozitních materiálů, vykazující podstatně lepší mechanické vlastnosti a podílí se tedy z větší části na výsledných mechanických vlastnostech celkového kompozitu. Jednotlivá vlákna jsou spojena matricí, přičemž odlišujeme několik typů orientace a druhu vláken např. jednosměrná dlouhá vlákna, jednosměrná krátká vlákna, dvousměrné vyztužení, více směrné vyztužení, náhodná orientace dlouhých či krátkých vláken. [2]

2.1.2 Skelné vlákno

Skelná vlákna jsou vyráběna tažením z taveniny přímo ze sklářských platinových pecí. Následně vlákna chladnou a jsou opatřena ochranou vrstvou, zabraňující jejich oxidaci a zároveň zlepšující jejich vlastnosti, např. zvýšení adheze, zlepšení ohebnosti, čímž je zabráněno lámání vláken. [2]

Hlavní předností skelného vlákna je jeho cena, která se liší dle průměru vláken, a to zhruba od 80 do 200 Kč za kg. Skelné vlákno je velice pevné, nicméně s nízkou tuhostí. Avšak sklovina, z níž se skelná vlákna skládají, se dělí na více typů: S-sklovina (*strength*) s již zmiňovanou vysokou pevností, E-sklovina (*electrical*), která vykazuje zvýšenou tuhost a C-sklovina (*corrosion*), mající zvýšenou chemickou odolnost. Mechanické vlastnosti skelného vlákna jsou napříč vláknem samotným izotropní a pro vysokotlaké nádoby je skelné vlákno vhodné hlavně pro svou dobrou korozivzdornost a ohnivzdornost, což je velice příznivé pro bezpečnost.

Hustota skelných vláken se pohybuje napříč druhy sklovin mezi 2,5 až 2,7 g/cm³, mez pevnosti v tahu 3 400 – 4 400 MPa a Younguv modul pružnosti v tahu 73 000 – 86 000 MPa.

Pro úplnost jsou dalšími druhy skelných vláken vlákna z D-skloviny (*dielectric*) a A/AR skloviny (*alkaline resistant*). [4][6]

2.1.3 Uhlíkové vlákno

Uhlíková vlákna patří mezi vlákna s velmi vysokou pevností, korozní i tepelnou odolností, dále odolností proti otěru. Jsou vyráběna především pyrolýzou, a to buďto polyakrylonitrilových prekurzorů (PAN) nebo smol na bázi dehtu, a to ve třech krocích – stabilizace, karbonizace, grafitizace. Uhlíková vlákna můžeme rozdělit do dvou základních kategorií:

- HS – vysokopevnostní (*High Strength*),
- HM – vysokomodulová (*High Modulus*).

Přednost uhlíkových vláken je nejen jejich velmi dobrá pevnost v tahu, avšak také hustota, která dosahuje téměř poloviční hodnoty, jako tomu je u skelných vláken, a dokonce více než čtvrtinové hodnoty oproti vláknům z ocele. Průměr vláken dosahuje obecně hodnot mezi 5 až 10 μm. Díky tomu jsou uhlíková vlákna tolik vyhledávána jako konstrukční řešení, kde rozhodující roli hraje úspora hmotnosti. [7]

Za hlavní nevýhodu uhlíkových vláken lze považovat jejich cena. Ta se pohybuje od 500 Kč do 10 000 Kč za kilogram dle kvality výroby, druhu vláken, jejich průměru apod.

2.1.4 Bórové vlákno

Mezi další používané vlákno se řadí například bórové vlákno, které má velice příznivou přilnavost vůči matrici. Bórové vlákno se vyrábí o podstatně větším průměru než ostatní zmíněná vlákna, a to okolo 100 μm, což je jeden z důvodů, proč ho nelze dobře ohýbat a je proto pro použití při navíjení vysokotlakých nádob nevhodné. Navíc také vykazuje mnohem lepší pevnost v tlaku než tahu, což opět nenahrává použití pro vysokotlaké nádoby. [2][7]

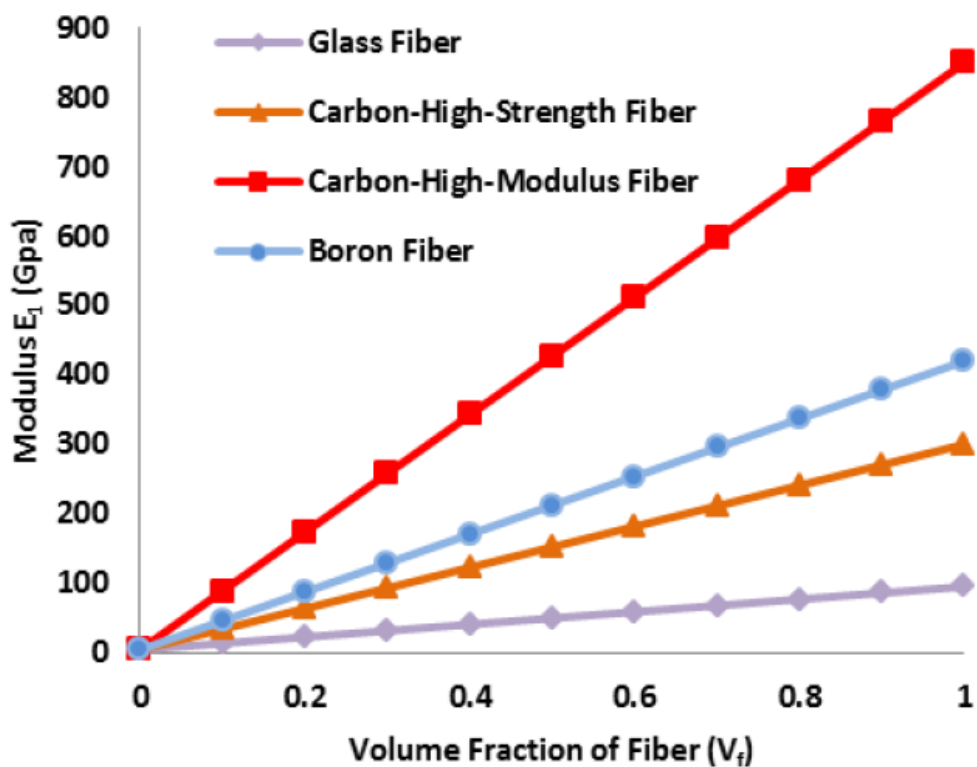
2.1.5 Aramidové vlákno (kevlar)

Aramidové vlákno, jinak označováno jako kevlar, je vyráběno z aromatických polyamidů. Vyznačuje se vysokým modulem pružnosti v tahu a oproti uhlíkovým vláknům není křehké. Hustota aramidových vláken je dokonce ještě nižší než u uhlíku, zde je hodnota 1,45 g/cm³.

Zde na rozdíl od ostatních materiálů je velmi značný rozdíl v mezi pevnosti v tahu a tlaku. Pro tah dosahují aramidová vlákna hodnoty až 1 800 MPa, kdežto pro tlak je to podstatně méně, a to 230 MPa. Youngův modul pružnosti vláken je 80 000 MPa. [2]

Pro použití pro vysokotlaké nádoby také nejsou vhodnou volbou, vzhledem ke svému hydrofilnímu chování. Absorpce vody zapříčiní degradaci mechanických vlastností a tím pádem se takováto tlaková nádoba, uložená například ve vlhkém prostředí, může stát velice nebezpečná vzhledem k hrozící poruše materiálu. [4]

Dalšími typy vláken mohou být například vlákna keramická, kovová nebo čedičová. Srovnání nejvýznamnějších vláken je znázorněno v grafu na obrázku níže.



Obrázek 3 — Modul pružnosti pro jednosměrný kompozitní materiál-epoxidová matrice s různými výztužnými vlákny [5]

Z grafu je patrné, že nejlepší výsledky dosahuje uhlíkové vlákno, a to ve formě HM, tedy vysokomodulové, dále vlákno bórové, které je však, jak bylo zmíněno výše, pro účely práce zcela nevhodné. Dále opět uhlíkové vlákno, tentokrát ve formě HS tedy vysokopevnostní a vlákno skelné.

2.2 Matrice

Matrice je obecně řečeno tou fází, která nevykazuje tak dobré mechanické vlastnosti, ale plní spíše funkci pojiva. Jinými slovy zajišťuje, že kompozit jako takový drží celistvý tvar a dále chrání samotná vlákna před mechanickým, ale i chemickým poškozením. Jejím úkolem je dále také přenos namáhání na vlákna v ní obsažená.

Kompozity můžeme také dělit dle matrice, resp. podle materiálu, ze kterého je vyrobena, a to na:

- kompozity s kovovou matricí,
- kompozity s polymerní matricí,
- kompozity s uhlíkovou matricí,
- kompozity se skelnou matricí,
- kompozity s keramickou matricí,
- kompozity se silikátovou matricí. [2]

Tato práce se bude dále vzhledem k zadání zabývat pouze kompozity s polymerní matricí, která patří mimo jiné mezi nejvíce využívaný druh matrice.

2.2.1 Polymerní matrice

Polymerní matrice můžeme ještě dále rozdělit na dva druhy a to:

- termoplasty,
- termosety.

Hlavní rozdíl termoplastů a termosetů, jak už samotný název napovídá, tkví ve způsobu jejich vytvrzení. Zatímco u termoplastu dochází při výrobě kompozitu pouze k jeho roztavení a následnému ztuhnutí, u termosetů dochází při tomto procesu k jeho vytvrzení. Některé druhy termosetů potřebují ke svému vytvrzení a získání finálních vlastností také přísadu, katalyzátor. Tento děj je dále nevratný a provádí se proto již v požadované formě. Tento proces se nazývá síťování. Termosety dosahují příznivějších mechanických vlastností oproti termoplastům, převážně pak pevnosti a tuhosti. Navíc také vlivem vytvrzení ztrácejí možnost přechodu zpět v kapalnou fázi vlivem nižší hodnoty teploty degradace oproti teplotě tání a namísto zkapalnění tedy při určité dané teplotě ztrácí své příznivé vlastnosti a degradují. V mnoha případech termosety vykazují také nedostatečnou houževnatost, což je problém, který lze

řešit například různými vhodnými přísadami. Mezi další přednosti termosetických pryskyřic patří především jejich dobrá chemická odolnost a korozivzdornost, což je klíčové pro výrobu součástí vystavených nestálým povětrnostním podmínkám a styku s různými plynnými či kapalnými látkami, jako je tomu právě v případě tlakových nádob. Nejen proto je také pro tento účel zvolena právě epoxidová pryskyřice, která spadá do kategorie termosetů. [8]

Jako další předností termosetických pryskyřic lze zmínit také lepší smáčivost vláken a s tím spojenou přilnavost mezi vlákny a matricí, což je příznivé pro soudržnost kompozitu a distribuci napětí. Naopak nepříznivá pro termosety je jejich nerecyklovatelnost. Vzhledem k procesu vytvrzení se, jak již bylo zmíněno, nelze dostat zpět na původní fázi před vytvrzením. Vyřadí-li se tedy součástka z provozu, není možné ji recyklovat, a tedy znovu využít. [4]

2.2.2 Epoxidová pryskyřice

Jak již bylo zmíněno, epoxidová pryskyřice, nesoucí označení EP-R (EP jako epoxidová pryskyřice a R jakožto označení skupiny termosetů, jenž dříve nesly název reaktoplasty), patří do kategorie termosetických pryskyřic a k jejímu vytvrzení je třeba teplo či tvrdidlo (katalyzátor), potažmo kombinace obojího, nicméně použití katalyzátorů zde není možné v takové míře, jako je tomu například u vinylesterových či polyesterových pryskyřic a tak je doba jejího vytvrzení delší než u dvou dalších zmíněných, což má za následek vyšší náklady na výrobu u tohoto typu pryskyřice. Její výhodou jsou především dobré mechanické vlastnosti i při dynamickém namáhání a dále již zmiňovaná, u tlakových nádob velice žádaná, korozivzdornost. [4]

2.2.3 Ostatní druhy pryskyřic

Pro úplnost a přehlednost budou uvedeny ještě další varianty polymerních matric:

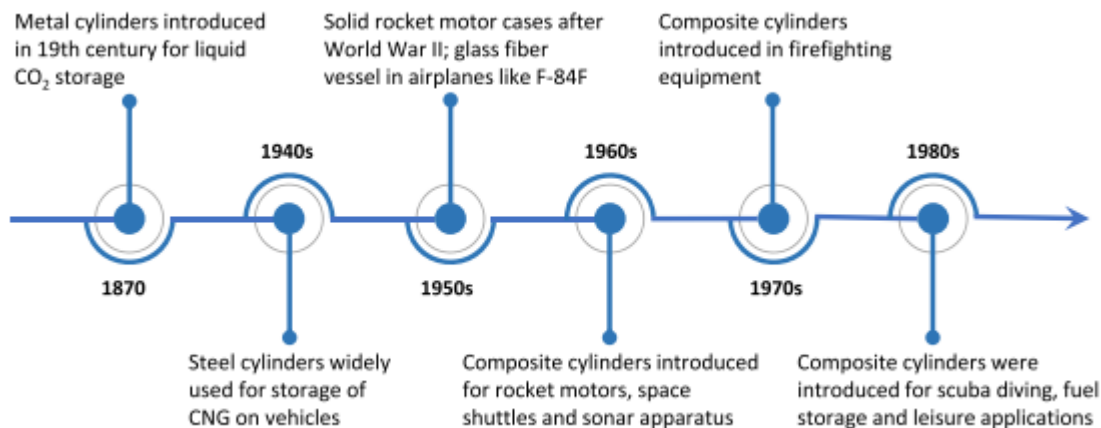
- nenasycené polyesterové pryskyřice (UP-R),
- vinylesterové pryskyřice (VE-R),
- fenolické pryskyřice (PF-R). [4]

3 Vysokotlaké nádoby

Vysokotlakou navíjenou nádobu si lze představit jako symetrické rotační těleso. Jedná se o válec, zakončený dny specifického tvaru spolu s ventily, jež mohou být na jedné, či obou stranách. Tato práce se v rámci zjednodušení omezí pouze na symetrickou úlohu, tedy budou předpokládána totožná dna s ventily na obou koncích nádoby.

Vysokotlaké nádoby jsou nenahraditelnou složkou transportu tekutin (kapalin a plynů) v natlakovaném stavu. Vzhledem k stále ubývajícím zásobám ropy je snaha hledat jiné alternativní zdroje paliva, mezi něž se řadí také zemní plyn.auta poháněna zemním plynem vyžadují zásobník pro toto palivo, tedy nádobu, která bude schopna uchovávat stlačený zemní plyn za takových podmínek, tedy tlaku, aby se dosáhlo co nejvyššího možného uchovaného množství. K tomu slouží tzv. plynové bomby ať už na LPG či CNG. Dříve se tyto plynové bomby dodávaly ocelové, nicméně vzhledem k jejich větší náchylnosti ke tvorbě vad, jako jsou trhliny a jiné defekty a také k náchylnosti na korozi, se od ocelové konstrukce upustilo ve prospěch kompozitních nádob. Jedním z hlavních přínosů použití kompozitních materiálů pro vysokotlaké nádoby, ať už v automobilovém, či jiném průmyslu, je beze sporu signifikantní úspora hmotnosti. To se projeví už při samotném transportu, kdy úspora hmotnosti má za následek menší náklady na palivo během expedice oněch kompozitních součástí, zároveň se ale benefit úspory hmotnosti promítne i finálnímu uživateli. Například v automobilu kompozitní plynová bomba namísto ocelové opět ušetří cenné kilogramy a automobil tedy dosahuje příznivější hmotnosti, což opět ústí v nižší spotřebu. Stejný princip pak platí i v jiných odvětvích, využívajících vysokotlaké navíjené nádoby. Jedním z nich může být například letecký, či potravinářský průmysl, ve kterém je pro změnu největší důraz kladen na chemickou odolnost a sterilitu. [9]

Na obrázku níže je vyobrazena jednoduchá časová osa, vztahující se na vývoj v oblasti vysokotlakých nádob. Je patrné, že první využití vysokotlakých nádob se vyskytlo ve druhé polovině 19. století, zatím ve formě ocelových nádob. První zmínka o použití kompozitních materiálů v oblasti vysokotlakých nádob je vztažena k 50. létům 20. století, kdy bylo použito skelné vlákno v leteckém průmyslu. Později v 80. letech 20. století se již vysokotlaké nádoby z kompozitních materiálů dostávají do širšího spektra použití a lze je spatřit například jako zásobník kyslíku pro potápěče. [9]



Obrázek 4 — Vývoj tlakových nádob v čase [9]

Obecně lze rozdělit vysokotlaké nádoby na 4 základní typy.

3.1 Typ 1

Jedná se o první verzi vysokotlakých nádob používaných již v druhé polovině 19. století. Materiálem je ocel, potažmo hliník, nebo jejich slitiny bez jakýchkoliv prvků kompozitních materiálů. Nádoby jsou velice těžké a v přepočtu vychází poměr hmotnosti na objem 0,8 – 1,4 kg/l. Ocelové nádoby jsou náchylné na vznik trhlin vlivem častých změn tlaku uvnitř nádoby spolu s působením porézní látky. Často se tedy v těchto případech volí varianta hliníkové nádoby s hladkým povrchem, pro eliminaci koncentrátorů napětí a případného vzniku trhlin. [9]

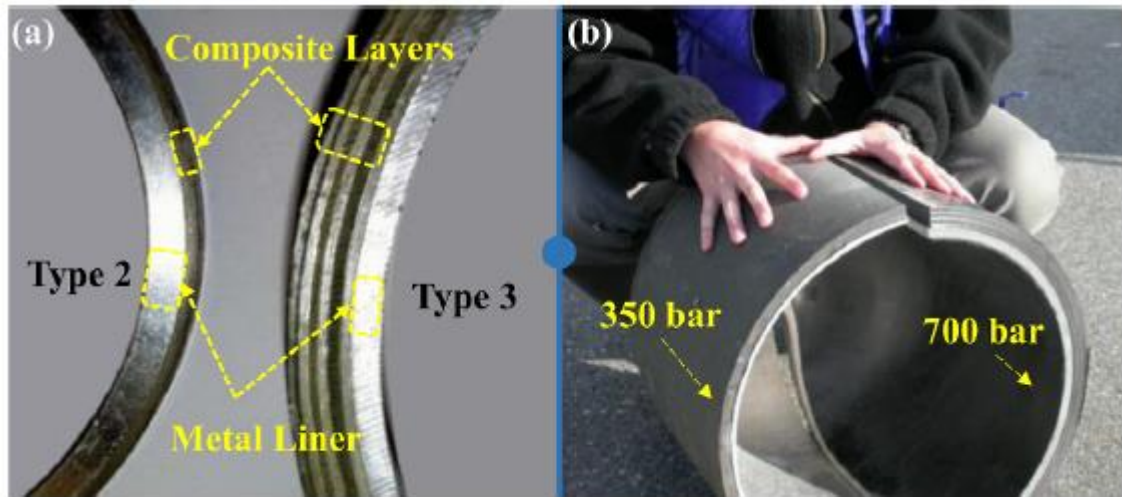
3.2 Typ 2

Tento typ vysokotlakých nádob se skládá z většinové části z ocele a na vnějším povrchu válce je navinuta slabší vrstva kompozitu, která však ještě nepokrývá dna nádoby, ta zůstávají pouze ocelová, musí být tedy konstruována s ohledem na tuto skutečnost tak, aby dorovнала vlastnosti zbytku nádoby. V porovnání s předchozím typem, při zachování stejných pevnostních kritérií přináší tento typ nádob až 35% úsporu hmotnosti, za cenu 1,5krát vyšší výrobní ceny. Zde vychází poměr hmotnosti na objem 0,5 – 0,68 kg/l. [9]

3.3 Typ 3

Další technologický posun umožnil zkonstruovat nádobu tak, aby mohl být ovinut celý její povrch kompozitním materiálem. Pro tento koncept se začaly více využívat hliníkové vložky

namísto ocelových. Oproti druhému typu, kdy převážnou tloušťku stěny zaujímal kovová složka nádoby, zde se již trend obrací a převážnou část zaujímá kompozit. To je umožněno zejména možností kontinuálního navíjení válce spolu s dny nádoby a utvoření celistvé struktury. Porovnání těchto dvou typů nádob (typ 2 a typ 3) je znázorněno na obrázku 5. [9]



Obrázek 5 — Srovnání dvou typů navíjených nádob [9]

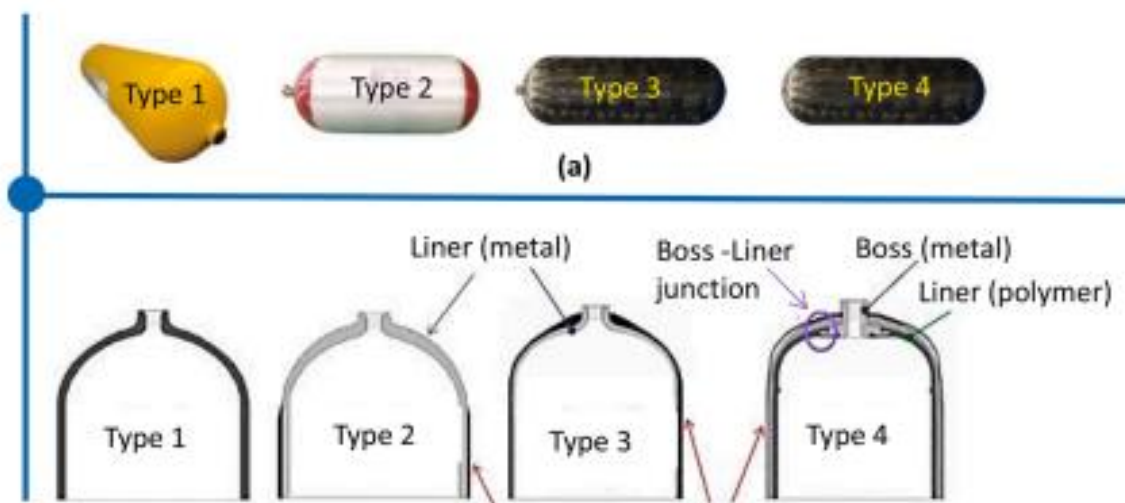
Opět je díky příznivějšímu poměru kompozit-ocel dosaženo nižší hmotnosti v porovnání s předchozími typy nádob, u třetího typu se poměr hmotnosti ku objemu pohybuje v rozmezí 0,41 – 0,45 kg/l. Cena atakuje trojnásobek prvního typu.

3.4 Typ 4

Aktuálně posledním vývojovým stádiem vysokotlakých navíjených nádob je čtvrtý typ, u kterého je již celá nosná složka navinuta z kompozitního materiálu. Jedinou kovovou složkou jsou ventily na konci, resp. koncích den. Ty jsou vyráběny nejčastěji z nerezové oceli, potažmo pak z hliníkových slitin. Dále samozřejmě nádoba obsahuje nejčastěji plastovou vložku, která slouží také jako izolant tekutiny uvnitř nádoby. Pro méně namáhané nádoby, které navíc nejsou vystaveny vysokým teplotám, je možné pro vložku použít jako materiál elastomery. Pro vyšší zátěžové podmínky jsou však již nevhodné a volí se například polyamidy či polyethyleny s vysokou hustotou. U tohoto typu nádoby je výsledkem doposud nejnižší hmotnost, a to v poměru 0,25 – 0,39 kg/l za cenu téměř čtyřnásobné ceny nádoby, oproti nádobě prvního typu. [9]

Klíčovou úlohou je udržet tekutinu uvnitř nádoby, průsak není za žádných okolností přípustný. Je nesmírně důležité, aby byla zaručena kompatibilita materiálu vložky spolu s druhem uchovávané tekutiny, aby nedocházelo k degradaci materiálu nádoby, potažmo přímo k reakci mezi materiálem a tekutinou. [9]

V současné době je prováděn výzkum a vývoj 5. typu navíjených nádob, které by měly fungovat na bázi jednocelové odstranitelné vložky, tedy celé tělo nádoby by bylo pouze kompozitní. Zatím je však na toto téma velice málo dostupných informací. [9]

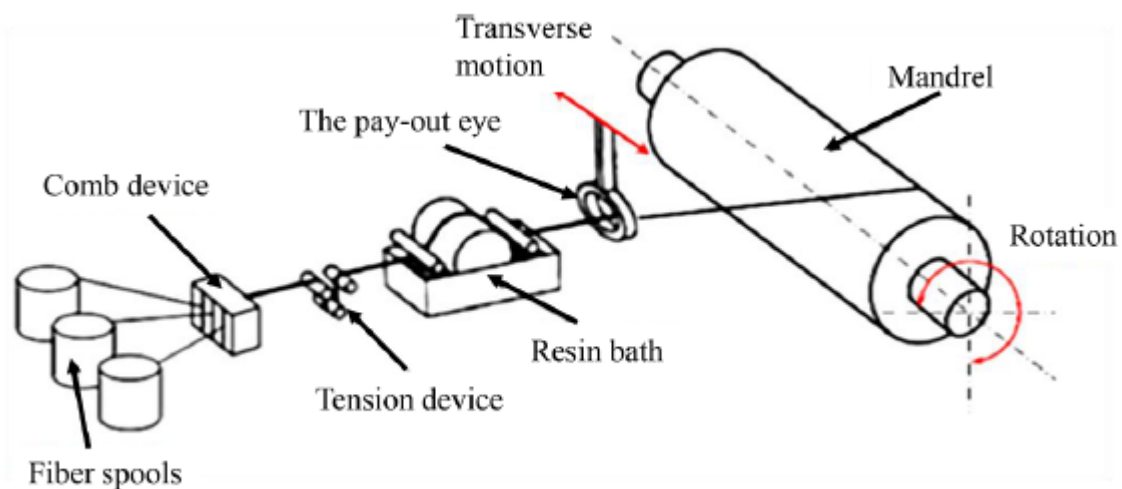


Obrázek 6 — Srovnání všech typů vysokotlakých nádob [9]

4 Metoda přesného navíjení

Metoda přesného navíjení je jednou z nejrozšířenějších technologií pro výrobu součástí z kompozitních materiálů. Jde o proces, při kterém dochází k nepřerušovanému navíjení jednoho z polotovarů, nejčastěji rovingu, na šablonu/vložku, umístěnou na trnu, jež koná rotační pohyb. Jedná se o velice efektivní formu produkce kompozitních výrobků, kterou lze vyrábět nejrůznější rotační součásti, od florbalových či golfových holí, rybářských prutů, přes skříně raketových motorů, až po, v této práci zkoumané, navíjené vysokotlaké nádoby. [9]

Samotný proces přesného navíjení, začíná kontinuálním odvíjením vláken polotovaru (rovingu) z jednoho či více zásobníků (cívek) a jejich následné penetraci v pryskyřicové lázni. Přes vodící trysku jsou napanetrovaná vlákna dále unášena a navíjena na trn s vložkou. Vodící tryska má možnost posuvu v axiálním směru navíjené nádoby, čímž je zajištěn požadovaný úhel náviny v každém místě. [9]



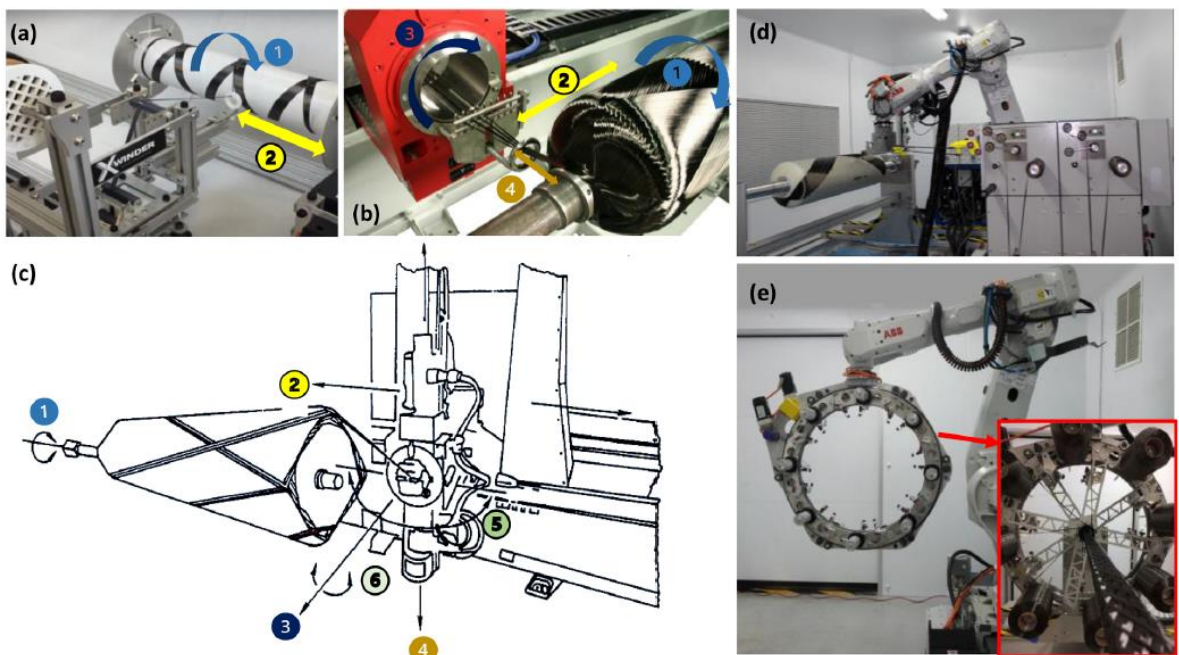
Obrázek 7 – Princip metody přesného navíjení [9]

Výše popsaný proces platí pro tzv. mokré navíjení, kdy tedy k prosycení vláken matricí dochází už při samotném navíjení a není zapotřebí dalšího prosycování již na navinutém dílci, jako je tomu u suchého navíjení. Vzhledem ke kontinuálnímu prosychání matrice po čas navíjení je celý proces omezen na maximální možnou rychlost navíjení, která nesmí být překročena.

Rozmach metody přesného navíjení započal v období druhé světové války. První výrobky, určené pro vojenské účely byly navíjeny na soustruhu. Až v roce 1947 sestavila Americká armáda stroj určený přímo pro navíjení kompozitními vlákny, který měl dřevěný trn.

Později v padesátých letech zaznamenala rozmach výroba raketových motorů, čehož byly kompozitní materiály nedílnou součástí. Vznikl proto jednoduchý, již dvouosý navíjecí stroj. Stroj byl tedy schopen konat dva pohyby, resp. pohyby ve dvou osách. Jedním byl rotační pohyb trnu a druhým pohybem pak horizontální pohyb vodící trysky. První řídicí systémy pro navíjecí stroje přišly počátkem sedmdesátých let. Byly převzaty ze systémů, řídicích obráběcí stroje a vykazovaly značnou dávku chyb, byly nepřesné a obtížně programovatelné. Posun přišel v devadesátých letech, kdy do výroby byly implementovány počítačem řízené ovládací programy, zajišťující výrobní automatizaci. Díky přesným servopohonům se zpřesnila a zároveň urychlila výroba. Dále přibývala i sofistikovanost strojů, nejprve 4osý, 6osý a následně i 7osý výrobní stroj. Jednotlivé varianty strojů podle počtu os a znázornění jejich pohybů je vyobrazeno na obrázku níže. [9]

- a) 2osý navíjecí stroj,
- b) 4osý navíjecí stroj,
- c) 6osý navíjecí stroj. [9]



Obrázek 8 – Druhy navíjecích strojů [9]

V současné době jsou využívány všechny druhy zmíněných strojů, přičemž každý je vhodný na jinou aplikaci. Pro méně tvarově náročné výrobky je dostačující i 2osý navíjecí stroj, v potaz je samozřejmě potřeba brát i pořizovací cena stroje, která pochopitelně s větší sofistikovaností stroje narůstá. Na složitějších strojích lze navíjet i složité nesymetrické součásti. [9]

Jak již bylo nastíněno, rozlišují se dva typy navíjení, suché a mokré.

4.1 Suché navíjení

Při suchém navíjení lze volit velice vysokou hodnotu rychlosti navíjení, která může dosahovat až 200 m/min. Na druhou stranu smyková pevnost mezi jednotlivými vrstvami je u této metody velice nízká, což je její hlavní nevýhodou. Dále dodatečné prosycování je náročnější než prosycování u metody mokrého navíjení, a to zapříčiňuje také vyšší cenu této technologie. [9]

4.2 Mokré navíjení

Metoda mokrého navíjení spočívá v impregnaci vláken těsně před jejich navinutím na navíjenou součást. Ta probíhá v lázni, umístěné mezi cívkami rovingu a vodící tryskou. Při tomto procesu je důležité udržovat hladinu pryskyřice stále na stejné úrovni, aby docházelo k rovnoměrnému prosycení. Vlákna jsou tedy navíjena již prosycena a po dokončení navíjení je celá součást vložena do pece pro kompletní vytvrzení. Nevýhodou mokrého navíjení je omezená rychlost navíjení, vzhledem k nutnosti prosycení vláken je tato rychlost omezena, obvykle na hodnotu 1 – 10 m/min, avšak celkový proces jako takový je ve výsledku rychlejší, ekonomičtější a dosahuje vyšší přesnosti výroby. Tato metoda je tedy upřednostňována před metodou suchého navíjení. [9]

4.2.1 Geodetické navíjení

Geodetické navíjení spočívá v navíjení vláken po geodetických drahách, tedy drahách, spojujících vždy dva libovolné body spojitého útvaru takovým způsobem, že křivka mezi těmito dvěma body je právě ta nejkratší. Vlastnosti geodetického navíjení jsou takové, že ve vláknech nedochází ke vzniku smykového napětí mezi jednotlivými vrstvami v nezátíženém stavu, ale vzhledem k pevně danému směru navíjení je tento způsob tvarově velice omezující. Co se týče válců, tedy většinové části vysokotlakých nádob, zde není žádný problém navinout ho po geodetických drahách, ale ku příkladu kužel nelze takto navinout a pochopitelně také některé druhy den není touto formou možné zhotovit. Je proto nutné využít i jiného principu, tedy navíjení negeodetického, u kterého je však nutno řídit se jasně danými podmínkami a zákonitostmi, i tento druh navíjení má svá omezení. [9]

4.2.2 Negeodetické navíjení

Negeodetické navíjení přináší širší škálu možností pro metodu přesného navíjení. Stěžejním úkolem při výrobě vysokotlakých navíjených nádob je konstrukce jejich zakončení, tedy den. Je kladen důraz na jejich kompaktnost, zároveň však funkčnost. Jednou z dobrých možností pro tvar dna je geodetický izotenzoid, jež lze, jak už samotný název napovídá, navinout metodou geodetického navíjení. Je však známo, že existují i výhodnější tvary den, na které je ale nutné použít metodu negeodetického navíjení. U negeodetického navíjení dochází totiž k tvorbě smykového napětí mezi jednotlivými navinutými vrstvami, a ty mají tedy tendenci po sobě sklouzávat. To je pochopitelně nežádoucí, a je tedy nutné tomuto jevu zabránit. K určení chování jednotlivých, na sobě ležících, vrstev kompozitu lze použít tzv. koeficient skluzu λ , který vyjadřuje poměr mezi geodetickým zakřivením a normálovým zakřivením [10]:

$$\lambda = \frac{k_g}{k_n}.$$

(1)

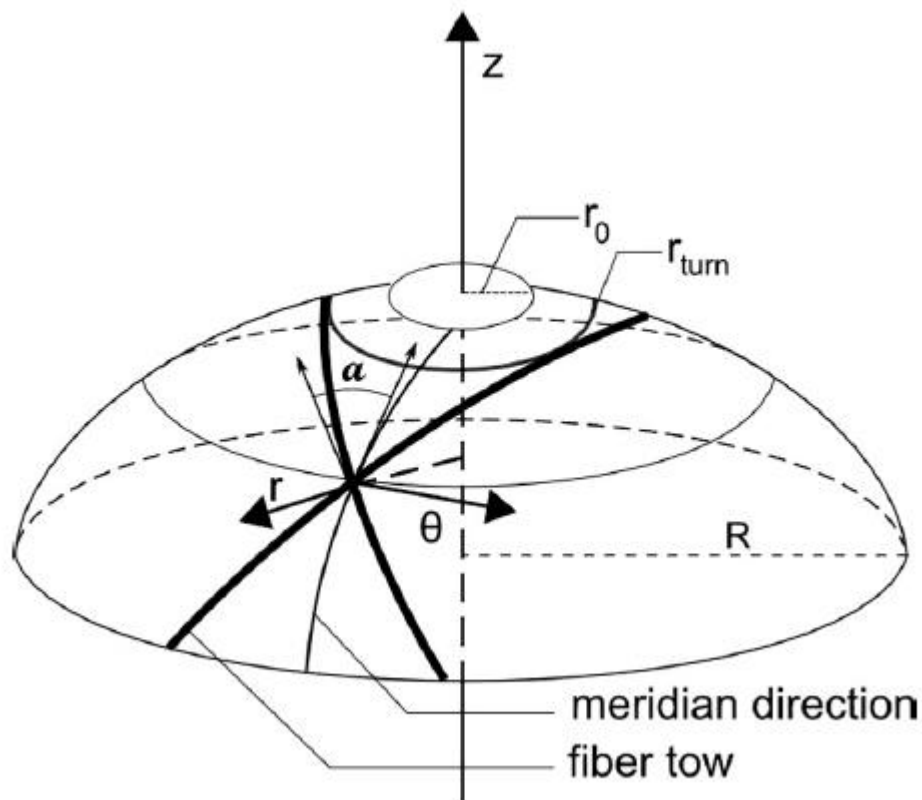
Pokud je výsledkem rovnice $\lambda = 0$, jedná se o geodetické navíjení, v každém dalším případě jde již o navíjení negeodetické, a to buďto pozitivní ($\lambda > 0$) nebo negativní ($\lambda < 0$). Obecně je doporučeno nepřesáhnout hodnotu $|\lambda| = 0,2$ pro mokré navíjení a hodnotu $|\lambda| = 0,5$ pro suché navíjení, avšak různé materiály matrice a vláken vykazují rozdílné třecí vlastnosti, které hrají svou roli v oblasti smykového napětí mezi vrstvami a případnému skluzu.

Obecná rovnice, popisující proces navíjení je následující:

$$\frac{d\alpha}{dz} = \lambda \left[\frac{\sin \alpha \tan \alpha}{r} - \frac{r''}{1+r^2} \cos \alpha \right] - \frac{r' \tan \alpha}{r}.$$

(2)

Jednotlivé veličiny jsou znázorněny na obrázku níže, pro korektnost však budou popsány i slovně. Úhel α je tedy úhel mezi směrem navinutých vláken a meridiánem dna, z reprezentuje v tomto případě, s ohledem na přiložený obrázek, osu rotace dna, avšak později v této práci bude osa rotace značena jako y . Dále λ již zmiňovaný koeficient skluzu a r je aktuální meridiánový poloměr s ohledem na aktuální polohu na ose z , r' dále derivace onoho poloměru vzhledem k souřadnici z . [11]



Obrázek 9 — Popis vybraných parametrů dna [11]

V případě negeodetického navíjení platí, že nelze takovouto úlohu řešit exaktně a je tedy třeba užít iterační metody, např. Runge-Kutta.

Rotační plocha může být popsána pomocí polárních souřadnic následovně:

$$S(\theta, z) = (r(z) \cos \theta, r(z) \sin \theta, z).$$

(3)

Pomocí diferenciální geometrie pak lze vyjádřit:

$$E = r'^2 + 1, \quad F = 0, \quad G = r^2.$$

(4)

Po substituci této rovnice do Liouvilleova teorému platí:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + \frac{r' \sin \alpha}{r\sqrt{1+r'^2}}.$$

(5)

$$k_n = -\frac{r''}{(1+r'^2)^{\frac{3}{2}}} \cos^2 \alpha + \frac{1}{r\sqrt{1+r'^2}} \sin^2 \alpha .$$

(6)

Dosazením těchto dvou rovnic do rovnice pro koeficient skluzu platí:

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\lambda \left(\frac{r''}{(1+r'^2)^{\frac{3}{2}}} \cos^2 \alpha - \frac{1}{r\sqrt{1+r'^2}} \sin^2 \alpha \right) - \frac{r' \sin \alpha}{r\sqrt{1+r'^2}} .$$

(7)

Dále pak lze dle [11] psát:

$$\frac{dz}{ds} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{r'^2 + 1}} ,$$

(8)

a substitucí této rovnice do předchozí vychází již zmíněná rovnice (2).

5 Tenkostěnná skořepina – analýza

Jako skořepina je chápán útvar, jehož jeden rozměr, v tomto případě tloušťka s , ztateně zaostává za rozměry zbylými. Např. pro rotačně symetrické skořepiny, jako je například válcová skořepina, pak musí platit následující vztah:

$$s \ll R .$$

(9)

Napětí ve stěně skořepiny může obecně vznikat vlivem všech možných druhů namáhání, tedy tah, tlak, smyk, ohyb a krut. Ne vždy jsou však všechna namáhání přítomna, resp. je žádoucí, aby ve stěně skořepiny nedocházelo k ohybu a krutu. V takovém případě se jedná o membránovou napjatost a problematiku lze řešit známou Laplaceovou rovnicí:

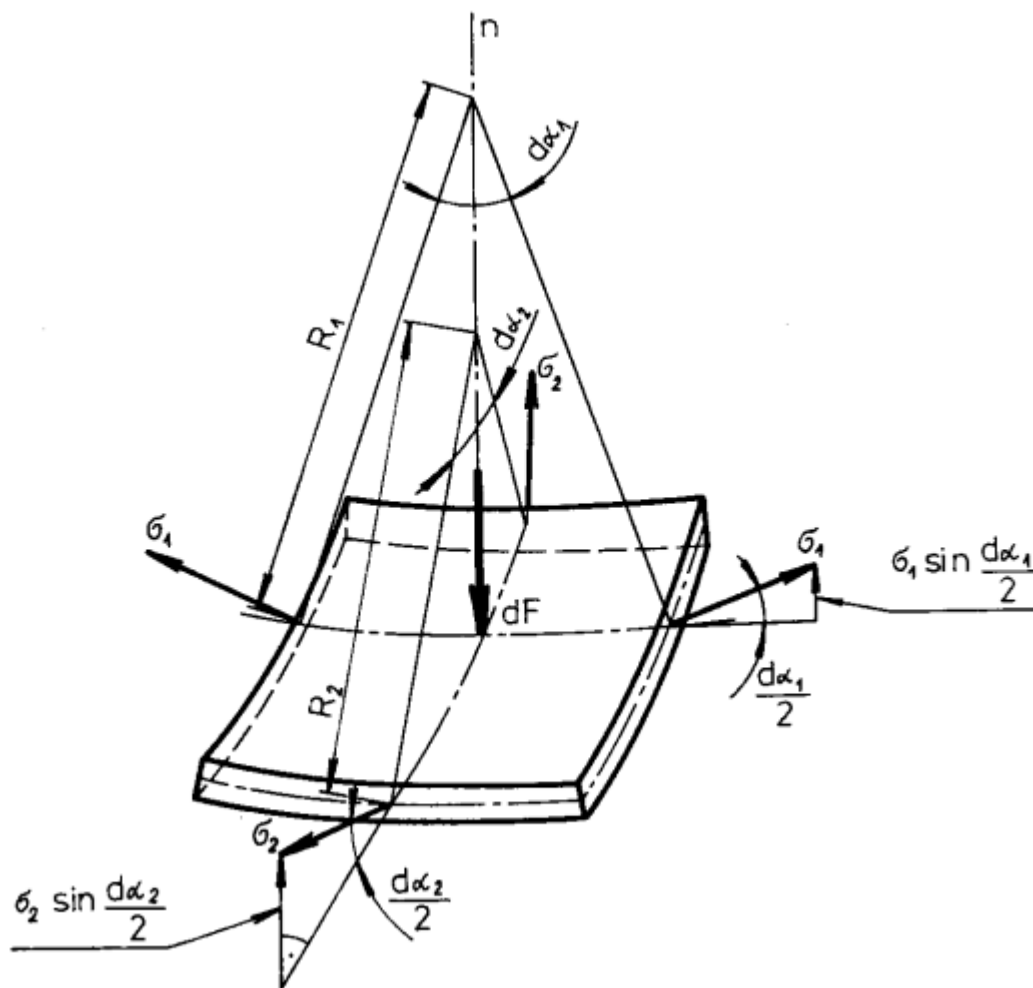
$$\frac{\sigma_1}{R_1} + \frac{\sigma_2}{R_2} = \frac{p}{s} .$$

(10)

Stěna skořepiny (nádoby) tedy v takovémto případě přenáší pouze vnitřní síly tahové, tlakové a smykové. Pokud se skořepina nachází v membránovém stavu, lze obecně říct, že namáhání je v takové chvíli příznivější, než pokud by v tomto stavu nebyla. Pokud je totiž membránový stav porušen, dochází k výchybkám napětí a tuto skutečnost je třeba zohlednit při návrhu a konstrukci dané skořepiny. Pro zachování membránového stavu v celé skořepině je třeba dodržet jisté zákonitosti, které membránový stav definují. [12]

- V celé skořepině musí být dodržena alespoň C1 spojitost, tedy nesmí docházet ke skokové změně křivosti skořepiny, či dokonce průřezu.
- Vnitřní zatížení skořepiny je spojitě a nevykazuje náhlé změny.
- Působí-li na skořepinu vnější síly, mají pouze tečný směr k povrchu skořepiny.

V rámci této práce je řešen pouze stav membránové napjatosti, tedy výše zmíněné podmínky jsou za každých okolností splněny. Řešeny jsou pouze dna, splňující minimálně C1 spojitost po celém svém tvaru a také na rozhraní válec-dno. Na nádobu, resp. dno nádoby působí spojitě zatížení ve formě vnitřního přetlaku a nádoba je tedy řešena jako uzavřená. Vnější síly nejsou uvažovány. [12]



Obrázek 10 — Vyňatý element tenké rotační skořepiny [12]

Z vyznačeného elementu je pro získání výsledných rovnic napjatosti tenkostěnné rotační skořepiny třeba nejprve sestavit rovnice rovnováhy. Rotačně symetrické skořepiny obecně obsahují dva hlavní poloměry křivosti, vyjma koule, která má pouze jeden poloměr křivosti (respektive dva, které jsou si rovny). Dále lze takovouto skořepinu segmentovat pomocí rovnoběžek, často značených jako k a meridiánů, značených jako m . Rovnoběžky jsou takové křivky na povrchu skořepiny, s jejichž rovinou má osa rotace skořepiny právě jeden společný bod a zároveň je na tuto rovinu kolmá, přičemž samotné rovnoběžky neprotíná. Meridiány jsou naopak takové křivky, v jejichž rovinách právě leží osa rotace skořepiny a všechny meridiánové roviny se tedy protínají v ose rotace, resp. osa rotace je průnikem těchto rovin. [12]

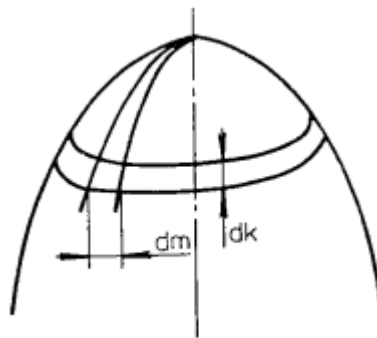
Mimo jiné, vlastností rotačně symetrických skořepin je také jednotnost napětí po celém obvodu rovnoběžky, napětí se mění pouze pokud je měněna poloha na meridiánu.

Z vyjmutého elementu je patrné, že na element působí síla dF , jež reprezentuje vnitřní přetlak v nádobě, dále napětí σ_1 resp. σ_2 , což jsou napětí ve směru meridiánu, resp. ve směru rovnoběžky. Rovnice rovnováhy ve směru normály k elementu má tvar:

$$2 \cdot \sigma_1 \cdot \sin \frac{d\alpha_1}{2} \cdot dm \cdot s + 2 \cdot \sigma_2 \cdot \sin \frac{d\alpha_2}{2} \cdot dk \cdot s - dF = 0.$$

(11)

Zde dm resp. dk jsou rozměry elementu ve směru meridiánovém, resp. rovnoběžkovém. Dále s zde zastupuje rozměr tloušťky stěny. [12]



Obrázek 11 — Vyznačení elementu rotační skořepiny [12]

Z hlediska infinitezimálně malého elementu lze považovat úhly α_1 a α_2 za malé úhly a je možné psát:

$$\sin \frac{d\alpha_1}{2} \approx \frac{d\alpha_1}{2}, \quad \sin \frac{d\alpha_2}{2} \approx \frac{d\alpha_2}{2},$$

(12)

a dále:

$$dm = R_2 d\alpha_2, \quad dk = R_1 d\alpha_1, \quad dF = p \cdot dm \cdot dk.$$

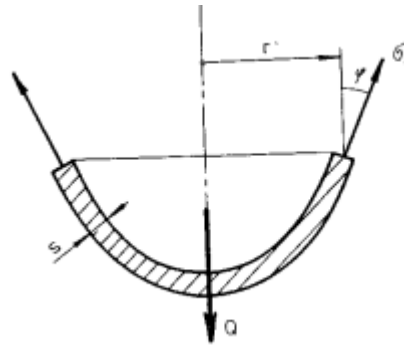
(13)

Po dosazení těchto rovnic do rovnice (11) vyjde Laplaceova rovnice (10), která zde již byla zmíněna, tedy:

$$\frac{\sigma_1}{R_1} + \frac{\sigma_2}{R_2} = \frac{p}{s}.$$

(14)

Rovnice obsahuje dvě neznámé a je proto nezbytné pro jejich určení sestavit druhou rovnici, tou je rovnice rovnováhy oddělené horní, či dolní části skořepiny. [12]



Obrázek 12 — Oddělená dolní část skořepiny [12]

Odtud:

$$\sigma_1 \cdot \cos \varphi \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot s - Q = 0, \quad (15)$$

$$\sigma_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot \cos \varphi}. \quad (16)$$

6 Kompozitní materiály – analýza

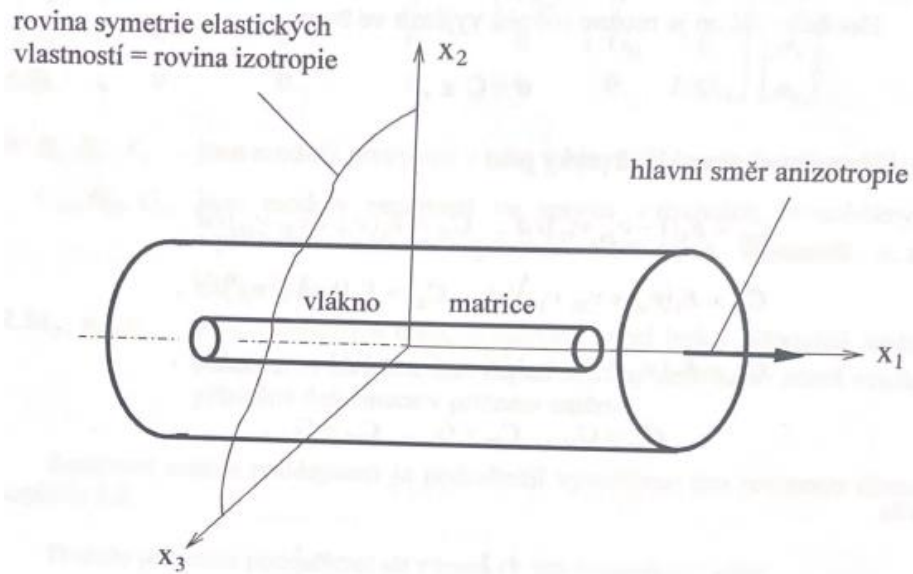
Obecný kompozitní materiál lze považovat za anizotropní, což by znamenalo 21 na sobě nezávislých prvků pro matici tuhosti, resp. matici poddajnosti. Pakliže je materiál zcela anizotropní, nemá žádnou rovinu symetrie, což se materiálových vlastností týče (elastické vlastnosti). Jak ale již bylo uvedeno v přehledu struktur kompozitních materiálů, určité druhy materiálů mohou vykazovat jisté roviny symetrie. Varianty anizotropie, které mohou nastat jsou následující:

- anizotropní materiál (21 nezávislých konstant),
- materiál s jedinou rovinou symetrie (13 nezávislých konstant),
- **ortotropní materiál (9 nezávislých konstant),**
- pseudoizotropní materiál (5 nezávislých konstant),
- **příčně izotropní materiál (3 nezávislé konstanty),**
- izotropní materiál (2 nezávislé konstanty). [3]

6.1 Příčně izotropní materiál

„Existuje-li v anizotropním materiálu (v každém jeho bodě) symetrie elastických vlastností vzhledem k nějaké rovině, nazývá se tato rovina rovinou symetrie elastických vlastností a směr kolmý k této rovině hlavním směrem anizotropie.“ [3]

Pro příčně izotropní materiál navíc platí, že tato rovina symetrie elastických vlastností je zároveň rovinou izotropie, tedy ve všech směrech v této rovině vykazuje materiál tytéž vlastnosti. [3]



Obrázek 13 — Zobrazení vlákna v souřadném systému [3]

Tato rovina je rovinou x_2x_3 a tedy v příčných směrech k vláknům jsou materiálové vlastnosti totožné.

Matice poddajnosti má v takovém případě po dosazení materiálových konstant následující tvar:

$$S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix}.$$

(17)

Vzhledem k již zmiňované rovině x_2x_3 musí platit následující rovnosti:

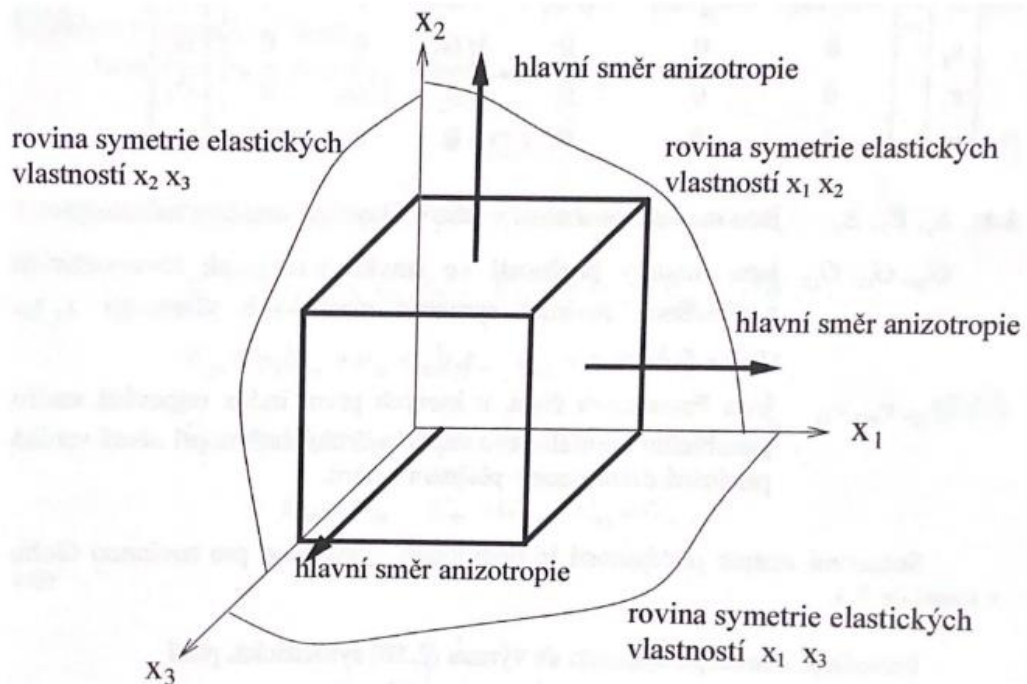
$$E_2 = E_3, \quad G_{12} = G_{13}, \quad G_{23} = G_{32}, \quad \nu_{12} = \nu_{13}, \quad \nu_{23} = \nu_{32}.$$

(18)

Z toho je následně patrné, že matice poddajnosti obsahuje přesně pět nezávislých elastických konstant tak, jak bylo uvedeno v přehledu, tedy $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{23}$. [3]

6.2 Ortotropní materiál

Přesune-li se pozornost z vlákna na celý polotovár, v tomto případě roving, je vhodnější uvažovat takovýto materiál jako ortotropní. Ten má hned tři roviny symetrie elastických vlastností, přičemž všechny jsou na sebe kolmé. Zde již však neplatí rovnosti mezi jednotlivými prvky matice (18), jako tomu bylo v případě příčně izotropního materiálu, a tedy ortogonálně anizotropní neboli ortotropní materiál má 9 nezávislých elastických konstant. [3]



Obrázek 14 — Hlavní směry anizotropie [3]

Při metodě přesného navíjení se využívá polotovár typu roving, resp. jednosměrný roving, jež lze považovat za ortotropní monovrstvu. Polotovár je navíjen na trn pod podmínkami stanoveným úhlem, a to takovým způsobem, kdy k úplnému návinu, resp. k překrytí celé vložky dochází až po několika cyklech. Ty probíhají pod úhly $\pm\omega$, čímž vzniká ze dvou opačně orientovaných jednosměrných ortotropních monovrstev rovnovážná dvojrstva, přičemž její chování v zatíženém stavu je stejné jako chování ortotropní monovrstvy. [13]

Předpoklady, které musí být splněny, aby mohl být takovýto kompozitní materiál počítán pomocí klasické laminační teorie (KLT), jsou:

- „Chování kompozitu i jeho složek je elastické. Kompozit se uvažuje jako elastické ortotropní kontinuum.“

- *Tloušťka stěny je podstatně menší, než je nejmenší poloměr skořepiny ($h \ll R$). Lze předpokládat, že při namáhání vnitřním přetlakem je stěna ve stavu membránové napjatosti.*
- *Kompozitní stěna obsahuje stejný počet vláken uložených pod úhlem $+\omega$, jako je počet vláken s orientací $-\omega$ (vzhledem k ose skořepiny). Lze si tedy stěnu představit jako rovnovážnou dvojvrstvou složenou z monovrstvy obsahující vlákna pouze ve směru $+\omega$ a z monovrstvy s vlákny orientovanými ve směru $-\omega$.*
- *Obě monovrstvy mají stejnou tloušťku a stejný objemový obsah vláken. Jejich spojení je dokonalé. Stěna jako rovnovážná dvojvrstva se chová jako ortotropní materiál s osami ortotropie ležícími v osách os symetrie obou systémů vláken.“ [14]*

7 Kritéria porušení

Vzhledem k nehomogenitě kompozitních materiálů je určení stavu porušení kompozitních materiálů poněkud náročnější, než je tomu např. u homogenních ocelí. Nejčastějším druhem porušení kompozitů, převážně zde užívaného polotovaru typu roving je vznik trhlin ve vláknech a jejich následný lom. Výhoda kompozitu při otázce porušení spočívá v tom, že inicializuje-li se trhlina v určitém vlákně, u kterého následně dojde k jeho lomu, nešíří se tatáž trhlina okamžitě do dalších vláken, ale nastává tzv. oslabení kompozitu v oblasti integrity pouze o konkrétní poškozené vlákno a nastává redistribuce napětí pomocí matrice, tedy zbylá vlákna jsou následně více namáhána. Poškozené vlákno však dále částečně plní svou funkci. Po překročení určitého počtu porušených vláken dochází k porušení kompozitového prvku jako takového. Klíčovým prvkem v problematice šíření trhlin je smykové napětí na rozhraní vláken a matrice, které je úzce spjato s přílnavostí mezi těmito dvěma fázemi. Čím je přílnavost vyšší, tím vyšší je i smykové napětí. [3]

Kritéria porušení kompozitů lze rozdělit na dvě hlavní kategorie, podle toho, z jakého hlediska je na problematiku nahlíženo, a to následujícím způsobem:

- mikromechanické hledisko,
- makromechanické hledisko.

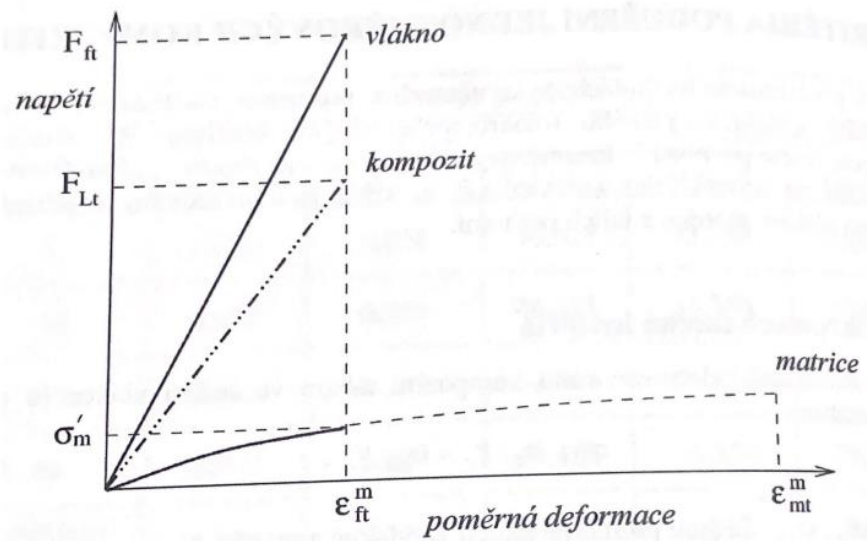
Mikromechanické hledisko uvažuje mechanické vlastnosti vláken, matrice a jejich rozhraní, tedy uvažuje jednotlivé složky zvlášť a ve svých výpočtech je následně skládá dohromady. Jako příklad je zde uveden vzorec výpočtu napětí tahového namáhání kompozitu ve směru vláken:

$$\sigma_L = \sigma_{Lf}V_f + \sigma_{Lm}V_m . \quad (19)$$

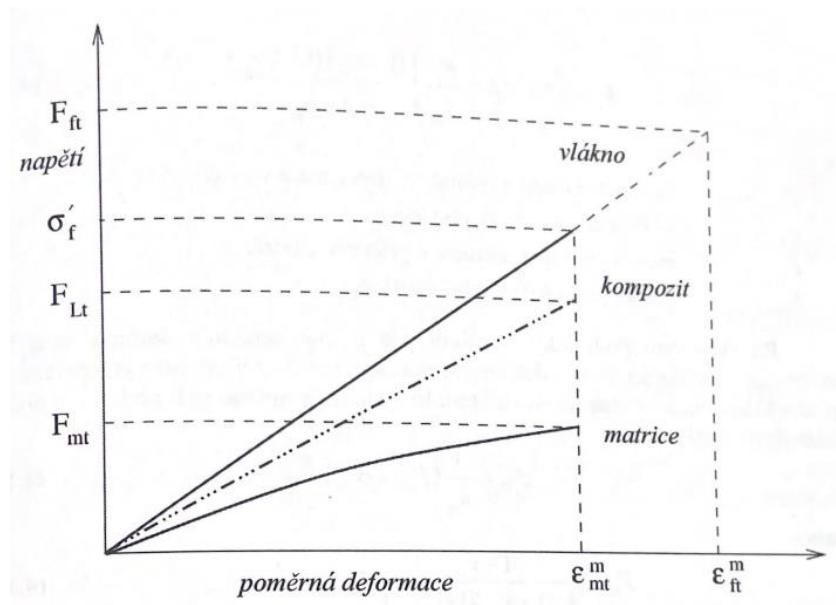
V této rovnici σ_{Lf} a σ_{Lm} zastupují průměrná napětí ve vláknech a matrici a V_f a V_m pak objemové podíly vláken a matrice, přičemž celkový součet V_f a V_m je roven právě 1, tedy výsledné tahové napětí kompozitu nemůže být vyšší, než některé z dvojice σ_{Lf} a σ_{Lm} . Při následném výpočtu je třeba rozlišovat, zda je mezní tahová deformace vlákna menší či větší než mezní tahová deformace matrice. [3]

$$\varepsilon_{ft}^m < \varepsilon_{mt}^m, \quad \varepsilon_{ft}^m > \varepsilon_{mt}^m . \quad (20)$$

Ve výše zmíněných případech nastávají následující skutečnosti.



Obrázek 15 — Poměrné prodloužení vláken menší, než matrice [3]



Obrázek 16 — Poměrné prodloužení matrice menší, než vláken [3]

7.1 Makromechanická kritéria

Makromechanický pohled nahlíží na kompozitní materiál jako na jeden celek, a jsou zadány pevnostní vlastnosti v daných směrech pro kompozit jako takový. Obvykle se zadává 5 hlavních pevností, ačkoliv ne všechna kritéria pracují s veškerými z nich. Jsou to:

- tahová pevnost ve směru vláken F_{Lt} ,
- tlaková pevnost ve směru vláken F_{Lc} ,
- tahová pevnost ve směru kolmém na vlákna F_{Tt} ,
- tlaková pevnost ve směru kolmém na vlákna F_{Tc} ,
- smyková pevnost F_{LT} . [3]

Pro určení pevnosti daného kompozitního materiálu lze užít několika kritérií. Kritéria se mezi sebou liší svou sofistikovaností, avšak vycházejí z podmínek pevnosti pro homogenní izotropní materiál. Tyto podmínky byly následně upraveny tak, aby vyhovovaly vlastnostem kompozitních materiálů. Jak již bylo zmíněno, v těchto kritériích se předpokládá homogenita materiálu a není tedy rozlišováno vlákno a matrice. Mezi známá kritéria porušení patří například:

- kritérium maximálního napětí,
- kritérium maximální deformace,
- Hillovo kritérium pevnosti,
- Tsai-Hillovo kritérium pevnosti,
- Tsai-Wu kritérium pevnosti. [3]

Z těchto kritérií budou v této práci popsány kritérium maximálního napětí a Tsai-Wu kritérium, které jsou později využívány v analytické a MKP části.

7.1.1 Kritérium maximálního napětí

Hlavní rovnice pro kritérium maximálního napětí jsou následující:

$$-F_{Lc} < \sigma_L < F_{Lt} ,$$

$$-F_{Tc} < \sigma_T < F_{Tt} ,$$

$$-F_{LT} < \sigma_{LT} < F_{LT} .$$

Jinými slovy tedy toto kritérium hodnotí zvlášť tah a tlak v příčném a podélném směru vláken a smyk, přičemž žádná z hodnot napětí nesmí překročit tuto mez. Následný koeficient porušení je pak vypočítán jako maximum z hodnot podílů napětí v příslušných směrech vzhledem k příslušným pevnostem. [3]

7.1.2 Tsai-Wu kritérium pevnosti

Toto kritérium vychází z modifikovaného polynomu s podmínkou ve tvaru:

$$f_i \sigma_i + f_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6. \quad (22)$$

Zde f_i a f_{ij} jsou tenzory pevnosti prvního a druhého řádu. Pro rovinnou napjatost pak dochází ke zjednodušení, kdy:

$$i, j = 1, 2, 6. \quad (23)$$

Dále pak výrazy, ve kterých se nachází σ_6 v první mocnině vypadnou, jelikož pevnost laminy, která je zatížena smykem ve směru hlavních materiálových os je nezávislá na znaménku smykového napětí. Tedy:

$$f_6 = f_{16} = f_{26} = 0. \quad (24)$$

Výsledný tvar pak tedy nabývá následující formy:

$$f_1 \sigma_L + f_2 \sigma_T + f_{11} \sigma_L^2 + f_{22} \sigma_T^2 + f_{66} \sigma_{LT}^2 + 2f_{12} \sigma_L \sigma_T = 1. \quad (25)$$

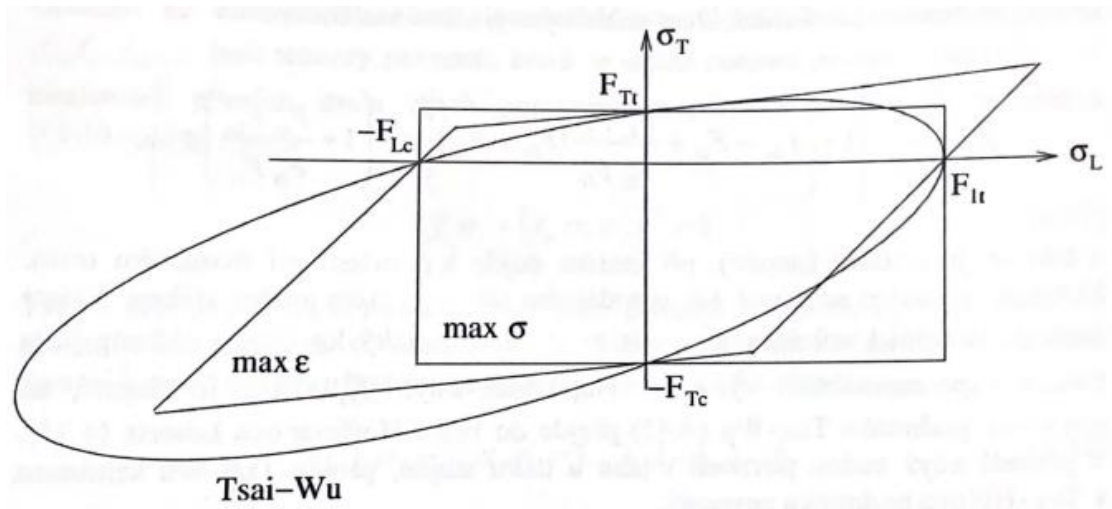
Příslušné tenzory pevnosti lze získat buďto experimentálně, nebo pro kritérium Tsai-Wu lze užít již přímo dané koeficienty, a to dle [3] ve tvaru:

$$\left(\frac{1}{F_{Lt}} - \frac{1}{F_{Lc}} \right) \sigma_L + \left(\frac{1}{F_{Tt}} - \frac{1}{F_{Tc}} \right) \sigma_T + \frac{\sigma_L^2}{F_{Lt} F_{Lc}} + \frac{\sigma_T^2}{F_{Tt} F_{Tc}} + \frac{\sigma_{LT}^2}{F_{LT}^2} + 2f_{12}^* \frac{\sigma_L \sigma_T}{F_{Lt} F_{Lc}} = 1. \quad (26)$$

Zde poslední neznámou je veličina f_{12}^* , tedy vazební koeficient. Ten může být dle [15] vyjádřen takto:

$$f_{12}^* = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{F_{Lt}F_{Lc}} \frac{1}{F_{Tt}F_{Tc}}}$$

(27)



Obrázek 17 — Mezní křivky kritérií [3]

8 Praktická část

8.1 Úvod praktické části

V praktické části této práce bude řešena analýza den navíjených kompozitních vysokotlakých nádob metodami výpočtu jak analytickými (software *Matlab*), tak numerickými (software *ABAQUS*), tedy pomocí MKP. Oba přístupy budou pro jednotlivé varianty den porovnávány. V programu Matlab byl sestaven kód, který ze zadaných základních hodnot vypočítá veškeré potřebné veličiny od napjatosti, přes pevnostní kritéria až po tvary den. Soubor s kódem je také připojen k práci, ve formě on-line přílohy.

Podnětem k práci bylo sestavení programu, který dokáže jednoduše vyhodnotit stav napjatosti za předem stanovených podmínek, vyjádřit tuto napjatost v patřičném souřadném systému a v neposlední řadě vyhodnotit, zda tato napjatost je v mezích bezpečnosti a navržená součást tedy namáhání vydrží, či nikoliv. Dále program počítá samotnou geometrii den, aby bylo možné je mezi sebou porovnat i z hlediska tvaru, nejen napjatosti a také tato dna vymodelovat v programu ABAQUS pro MKP analýzu. Na základě výsledků a grafů je posléze umožněno racionálně a převážně na základě dat, jež jsou zároveň ověřena odlišnou metodou výpočtu, rozhodnout, jaká varianta dna bude pro zadané podmínky ideální.

V grafech jsou tedy srovnány nejen všechny vyšetřované tvary den, ale také obě metody, aby byla ukázána korektnost výpočtů.

9 Analytická část

Program je sestaven a rozdělen pro 5 odlišných tvarových zakončení (den) válcových nádob s pevně danými vstupními parametry, jimiž jsou polární otvor r_0 , poloměr na rovníku R a tloušťka stěny na rovníku h_0 .

Celá problematika je řešena pro kompozitní materiál složený ze skelných vláken, a epoxidové matrice, jež byl detailněji popsán dříve v této práci. Práce se zabývá také vlivem materiálových vlastností na změnu tvaru a mechanických vlastností vyšetřovaných den. Je porovnán kompozitní materiál s výztuží ze skelných vláken s kompozitním materiálem s výztuží z uhlíkových vláken, při zachování totožné matrice.

```
%%Parametry kompozitu

%%Epoxidová matrice + skelné vlákno

%Matrice (Epoxid)
E_m = 4500;      %MPa
G_m = 1600;     %MPa
mi_m = 0.4;     %-

%Skelné vlákno
E_f = 74000;    %Mpa
G_f = 30000;   %Mpa
mi_f = 0.25;   %-

V_f = 0.6;     %-      %Podíl vláken
V_m = 1-V_f;   %-      %Podíl matrice

%Materiálové vlastnosti kompozitu [MPa]
F_Lt = 1200;   %Podélná pevnost kompozitu v tahu
F_Ld = 600;    %Podélná pevnost kompozitu v tlaku
F_Tt = 45;     %Příčná pevnost kompozitu v tahu
F_Td = 145;    %Příčná pevnost kompozitu v tlaku
F_LT = 65;     %Smyková pevnost kompozitu

%Geometrie
r_0 = 20;      %mm      %Polární otvor
R = 50;        %mm      %Poloměr na rovníku
h_0 = 1;       %mm      %Tloušťka stěny na rovníku

%Vnitřní přetlak
p = 1; %MPa
```

Obrázek 18 — Parametry vyšetřovaného kompozitního materiálu

Na celou problematiku může být obecně nahlíženo dvojitým způsobem:

- Síťová teorie,
- Klasická laminační teorie (KLT).

Síťová teorie pohlíží na problematiku pouze z hlediska vláken, zatížení je přenášeno sítí tuhých a dokonale ohebných vláken, a tedy zanedbává vliv matrice, kdežto laminační teorie uvažuje materiál jako celek, anizotropní kontinuum, tedy bere v potaz synergii mezi vlákny kompozitu a matricí a mechanické vlastnosti jsou tedy počítány s ohledem na vlákna i matrici dle příslušných vztahů: [13]

```
%Výpočet elastických konstant|
E_L = (E_m*V_m)+(E_f*V_f);
E_T = 1/((V_m/E_m)+(V_f/E_f));
G_LT = 1/((V_m/G_m)+(V_f/G_f));
mi_LT = (mi_m*V_m)+(mi_f*V_f);
```

Obrázek 19 — Výpočet elastických konstant

Dalším z následků užití síťové teorie je nemožnost odhalení poruchy součásti vlivem ztráty těsnosti kompozitní stěny, popř. defektu na rozhraní vlákno-matrice.

Jak již bylo zmíněno, v této práci je pracováno s principem KLT, kdy se vychází z Hookeova zákona pro anizotropní tělesa, konkrétně tedy pro ortotropní materiál. Dále je uvažována stěna, skládající se z více navinutých, pevně spojených vrstev a jak již popis KLT napovídá, stěna je počítána jakožto jeden celek. Vzhledem k tomu, že je celý případ uvažován jako rovinná úloha, omezí se veškeré vzorce pouze na dvojrozměrný prostor, čímž se výpočet značně zjednoduší.

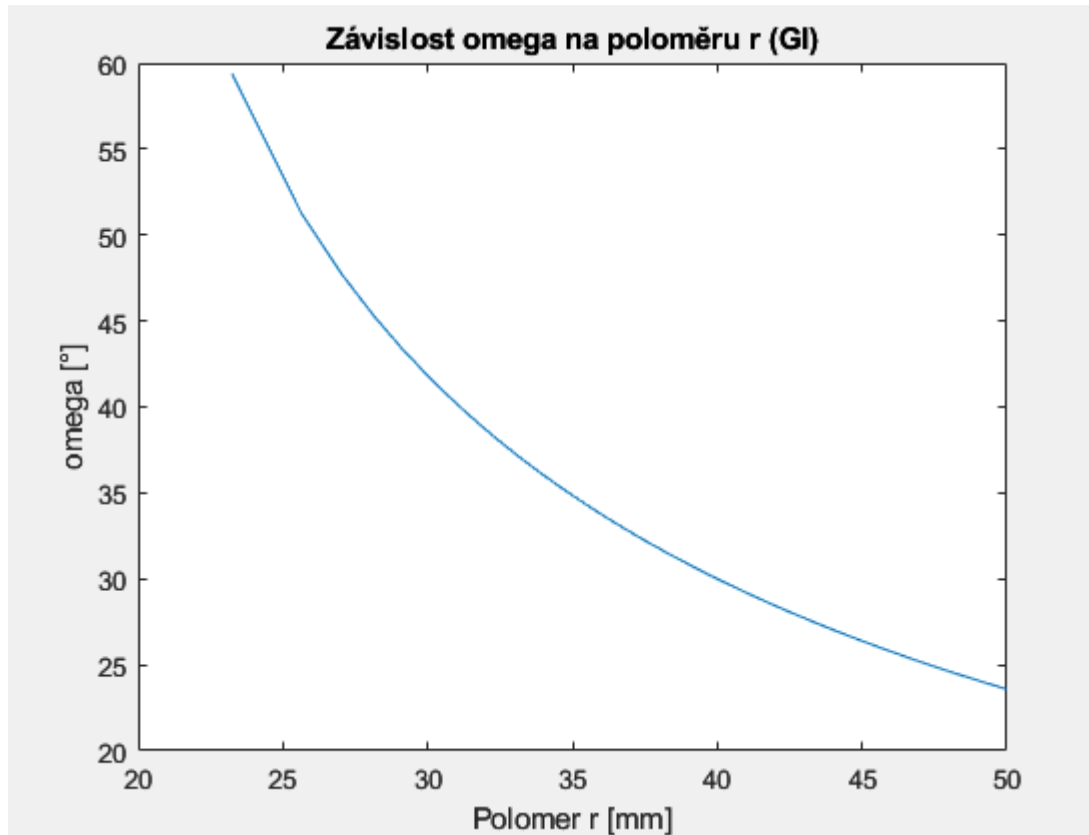
V kapitole 6.2 byl na základě popisu ortotropní monovrstvy a na ni navazující rovnovážné dvojrvtvy zmiňován úhel vinutí ω , jež se pochopitelně v oblasti dna mění. Váže se k němu vztah:

$$\sin \omega = r_0/r ,$$

(28)

Kde r je poloměr obecné rovnoběžky z intervalu $\langle r_0, R \rangle$ a ze kterého je zřejmé, že přibližujeme-li se směrem k polárnímu otvoru, úhel vinutí se zvětšuje a limitně dosahuje hodnoty 90° . Tento vzorec vychází z geodetické podmínky vinutí vlákna. Celá praktická část je

omezena pouze na geodetické navíjení, tedy tato podmínka platí v celém rozsahu praktické části.



Obrázek 20 — Závislost omega na poloměru pro geodetický izotenzoid

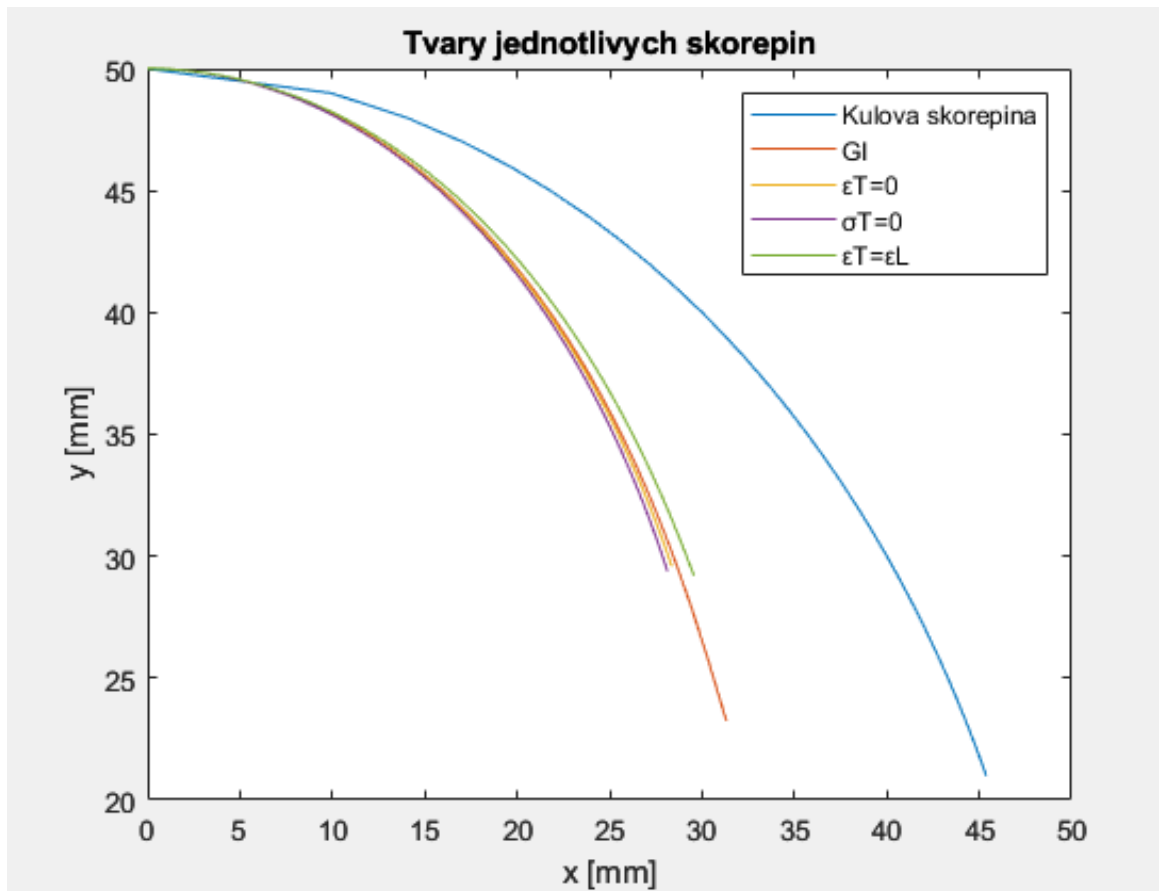
Mezi další zkoumané parametry patří například tloušťka stěny. Ta pochopitelně také vykazuje konstantní (zadanou) hodnotu na rovníku a napříč válcovou plochou, ale pakliže jde o dno nádoby, zde opět platí, že čím blíže k polárnímu otvoru, tím je tloušťka stěny větší. Je to dáno tím, že šířka navíjeného polotovaru je stále konstantní, avšak poloměr se směrem k polárnímu otvoru zmenšuje a dochází tak k častějšímu překryvu.

Další důležitou roli hrají i úhel normály ke střednicové ploše skořepiny ψ a poloměry křivosti hlavních řezů zkoumaných skořepin R_φ, R_ψ .

V této práci budou zkoumány následující tvary skořepin:

- kulová skořepina,
- geodetický izotenzoid,
- skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$,
- skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$,
- skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$.

Pro srovnání jejich tvarů slouží následující obrázek.

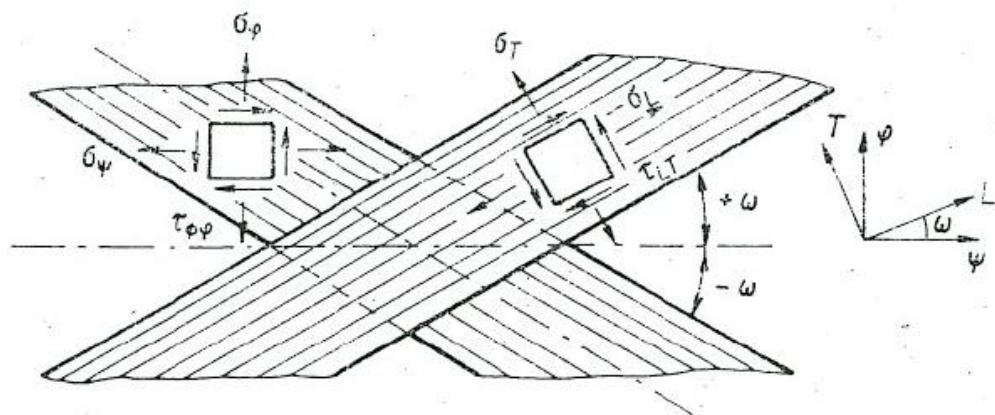


Obrázek 21 — Tvary jednotlivých skořepin

Je nutné poznamenat, že toto tvarové rozložení vychází ze zadaných parametrů pro skelná vlákna s epoxidovou maticí, viz obrázek č. 18. V pozdější části této práce bude zkoumán vliv materiálových parametrů na tvary jednotlivých den, přičemž ovlivněny budou následující typy skořepin: skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$, skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$ a skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$.

Dále je možné si na obrázku povšimnout, že některé tvary skořepin nedosahují hodnoty $r_0 = 20$ mm. Je tomu proto, že např. geodetický izotenzoid vykazuje pro určitou hodnotu $r = r_0\sqrt{3/2}$ inflexní bod a mění se v tomto místě jeho křivost. Dále je také spolu s ventilem montována koncová příruba, která sahá nejméně do hodnoty $r = r_0 \cdot 1,45$, což pro konkrétní řešený případ je hodnota $r = 29$ mm. Vzhledem k tomu, že příruba značně zpevní sdílenou oblast, není nutné napjatost v této oblasti dále vyšetřovat.

Tvar sám o sobě není hlavní klíčový faktor pro výběr vhodného typu dna. Je třeba vyšetřit problematiku napětí a pomocí pevnostních kritérií určit dno, které nejlépe snáší namáhání, potažmo relativní prodloužení. Vzhledem k anizotropii vyšetřovaného materiálu v kombinaci s různými navíjecími úhly je nutné užití transformace mezi dvěma souřadnými systémy. Počáteční výpočet je prováděn v souřadném systému respektující tvar nádoby (globální souřadný systém), resp. dna, tudíž hlavními osami jsou osa rotace nádoby, resp. dna a osa na ni kolmá (ležící v rovině rovníkové). Pro následné vyhodnocení pevnostních kritérií je vzhledem k zadaným hodnotám pevnosti v tahu, tlaku ve směru a proti směru vláken a smykové pevnosti potřeba přepočítat tato napětí do příslušných směrů (lokální souřadný systém) pomocí transformačních matic, a to v každém vyšetřovaném místě dna, vzhledem k odlišnému úhlu vinutí.



Obrázek 22 — Orientace souřadných systémů rovnovážné dvojvrstvy [14]

U dna ve tvaru koule je, jak již bylo nastíněno, jasně dán tvarový profil ze zadaných parametrů r_0 (poloměr polárního otvoru) a R (poloměr na rovníku). Podobně tomu je i u geodetického izotenzoidu, který také není funkcí elastických konstant a je tedy závislý na dvou výše zmíněných parametrech. Závislost mezi těmito parametry je však složitější, než pouze sinová

a kosinová závislost a vychází se zde ze síťové teorie. Pro odvození nejen tvaru geodetického izotenzoidu, ale i dalších příslušných tvarů den, je zapotřebí definovat obecně platné zákonitosti.

Vzhledem k řešení uzavřené nádoby a uvažování membránové napjatosti lze pro napětí ve směru meridiánovém a tangenciálním dle [14] psát:

$$\sigma_{\psi} = \frac{N_{\psi}}{h} = \frac{pR_{\varphi}}{2h}, \quad \sigma_{\varphi} = \frac{N_{\varphi}}{h} = \frac{pR_{\varphi}}{2h} \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}} \right).$$

(29)

Dále pro hlavní poloměry křivosti skořepiny:

$$R_{\psi} = - \frac{[1 + (r')^2]^{\frac{3}{2}}}{r''},$$

(30)

$$R_{\varphi} = r \cdot [1 + (r')^2]^{\frac{1}{2}}.$$

(31)

Dosazením vhodně upravených rovnic pro napětí do rovnic pro hlavní poloměry křivosti lze získat diferenciální rovnici skořepiny:

$$R_{\varphi} = \frac{2N_{\psi}}{p}, \quad R_{\psi} = \frac{R_{\varphi}}{2 - \frac{N_{\varphi}}{N_{\psi}}},$$

(32)

$$\frac{2N_{\psi}}{p} = r \cdot [1 + (r')^2]^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{2N_{\psi}}{p \left(2 - \frac{N_{\varphi}}{N_{\psi}} \right)} = - \frac{[1 + (r')^2]^{\frac{3}{2}}}{r''},$$

(33)

$$- \frac{[1 + (r')^2]^{\frac{3}{2}}}{r''} \left(2 - \frac{N_{\varphi}}{N_{\psi}} \right) = r \cdot [1 + (r')^2]^{\frac{1}{2}},$$

(34)

$$-[1 + (r')^2] \cdot \left(2 - \frac{N_\varphi}{N_\psi}\right) = r \cdot r'',$$

(35)

kdy po finální úpravě výsledná diferenciální rovnice skořepiny nabývá následujícího tvaru dle [14]:

$$r \cdot r'' = [1 + (r')^2] \cdot \left(\frac{N_\varphi}{N_\psi} - 2\right).$$

(36)

9.1 Geodetický izotenzoid

Pro již zmiňovaný geodetický izotenzoid dále platí, že jeho tvar vychází ze síťové teorie a lze tedy dle [14] psát následující soubor rovnic:

$$\frac{N_\varphi}{N_\psi} = \tan^2 \omega.$$

(37)

Dalším význačným prvkem geodetického izotenzoidu je také již zmiňovaná přítomnost inflexního bodu, který zapříčiňuje změnu křivosti z konkávní křivky na konvexní. Pro určení tohoto bodu platí následující rovnice:

$$r = r_0 \sqrt{3/2}.$$

(38)

Dále lze z diferenciální rovnice skořepiny vyjádřit poměr hlavních poloměrů křivosti

$$\frac{R_\varphi}{R_\psi} = -\frac{r \cdot r''}{[1 + (r')^2]} = \frac{2 - 3\frac{r_0^2}{r^2}}{1 - \frac{r_0^2}{r^2}}.$$

(39)

Poté je vhodné definovat také úhel ψ , který označuje úhel normály ke střednicové ploše skořepiny a je definován takto:

$$\sin \psi = \frac{r}{R_\varphi}.$$

(40)

Z geometrie rotačních skořepin dále platí, že

$$\frac{dr}{d\psi} = R_\psi \cos \psi .$$

(41)

Pakliže se tyto dvě rovnice upraví:

$$R_\psi = \frac{dr}{\cos \psi d\psi} , \quad R_\varphi = \frac{r}{\sin \psi} ,$$

(42)

A posléze dosadí do rovnice (39):

$$\frac{\frac{r}{\sin \psi}}{\frac{dr}{\cos \psi d\psi}} = \frac{2 - 3 \frac{r_0^2}{r^2}}{1 - \frac{r_0^2}{r^2}} ,$$

(43)

$$r \cdot \cotg \psi \frac{d\psi}{dr} = \frac{2r^2 - 3r_0^2}{r^2 - r_0^2} ,$$

(44)

$$\cotg \psi d\psi = \frac{2r^2 - 3r_0^2}{r^2 - r_0^2} \frac{dr}{r} .$$

(45)

Tato ODR 1. řádu lze dále integrovat postupnou integrací levé a pravé strany, a to v mezích $\psi \in \langle \psi; \frac{\pi}{2} \rangle, r \in \langle r; R \rangle$.

$$\int_{\psi}^{\frac{\pi}{2}} \cotg \psi d\psi = \int_r^R \frac{2r^2 - 3r_0^2}{r^2 - r_0^2} \frac{dr}{r} ,$$

(46)

$$[\log(\sin \psi)]_{\psi}^{\frac{\pi}{2}} = \left[3 \log(r) - \frac{1}{2} \log(r^2 - r_0^2) \right]_r^R ,$$

(47)

$$[0 - \log(\sin \psi)] = \left[\log(R)^3 - \log(r)^3 - \log(R^2 - r_0^2)^{\frac{1}{2}} + \log(r^2 - r_0^2)^{\frac{1}{2}} \right] ,$$

(48)

$$-\log(\sin \psi) = \log\left(\frac{R}{r}\right)^3 + \log\left(\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

(49)

$$-\log(\sin \psi) = \log\left[\left(\frac{R}{r}\right)^3 \cdot \left(\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right],$$

(50)

$$\sin \psi = \left(\frac{r}{R}\right)^3 \sqrt{\frac{R^2 - r_0^2}{r^2 - r_0^2}}.$$

(51)

Pakliže je tato rovnice dosazena do rovnice (40), lze vyjádřit jeden z hlavních poloměrů křivosti.

$$\frac{r}{R_\varphi} = \left(\frac{r}{R}\right)^3 \sqrt{\frac{R^2 - r_0^2}{r^2 - r_0^2}},$$

(52)

$$R_\varphi = \frac{R^3}{r^2} \sqrt{\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}}.$$

(53)

Pro vyjádření druhého hlavního poloměru křivosti je třeba tento vztah pro R_φ dosadit do poměru hlavních poloměrů křivosti dle [14]:

$$\frac{R^3}{R_\psi r^2} \sqrt{\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}} = \frac{2r^2 - 3r_0^2}{r^2 - r_0^2},$$

(54)

$$\frac{1}{R_\psi} \sqrt{\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}} = \frac{r^2 \cdot (2r^2 - 3r_0^2)}{R^3 \cdot (r^2 - r_0^2)},$$

(55)

$$R_{\psi} = \frac{\sqrt{\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2}}}{\frac{r^2 \cdot (2r^2 - 3r_0^2)}{R^3 \cdot (r^2 - r_0^2)}},$$

(56)

$$R_{\psi} = \frac{R^3}{r^2} \frac{(r^2 - r_0^2)^{\frac{3}{2}}}{(R^2 - r_0^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (2r^2 - 3r_0^2)}.$$

(57)

9.2 Skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$

U tohoto typu skořepiny již záleží na materiálových vlastnostech, které následně ovlivňují její tvar. Výchozím stanovením je nulová příčná deformace vláken napříč celým dnem. Dosazením

$$\varepsilon_T = 0, \gamma_{\psi\varphi} = 0,$$

do rovnice:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_{\psi} \\ \varepsilon_{\varphi} \\ \frac{1}{2}\gamma_{\psi\varphi} \end{bmatrix},$$

(58)

kde matice [T] je:

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \omega & \sin^2 \omega & 2 \cdot \cos \omega \sin \omega \\ \sin^2 \omega & \cos^2 \omega & -2 \cdot \cos \omega \sin \omega \\ -\cos \omega \sin \omega & \cos \omega \sin \omega & \cos^2 \omega - \sin^2 \omega \end{bmatrix},$$

(59)

vyjde:

$$0 = \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_{\psi} + \cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_{\varphi},$$

(60)

$$\varepsilon_{\psi} \cdot \operatorname{tg}^2(\omega) + \varepsilon_{\varphi} = 0.$$

(61)

Do rovnice (61) je dále zapotřebí dosadit kombinaci rovnice (29) a rovnice následující:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\psi} \\ \varepsilon_{\varphi} \\ \gamma_{\psi\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\overline{E}_{\psi}} & -\frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}} & 0 \\ -\frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}} & \frac{1}{\overline{E}_{\varphi}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\overline{G}_{\psi\varphi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{\psi} \\ \sigma_{\varphi} \\ \tau_{\psi\varphi} \end{bmatrix}.$$

(62)

Dále vzhledem k rovnosti

$$\frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}} = \frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}},$$

(63)

Ize dle [14] dále psát:

$$\varepsilon_{\psi} = \frac{1}{\overline{E}_{\psi}} - \frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}} \cdot \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}}\right), \quad \varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{\overline{E}_{\varphi}} \cdot \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}}\right) - \frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}}.$$

(64)

$$\left[\frac{1}{\overline{E}_{\psi}} - \frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}} \cdot \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}}\right) \right] \operatorname{tg}^2 \omega + \frac{1}{\overline{E}_{\varphi}} \cdot \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}}\right) - \frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}} = 0,$$

(65)

$$\left[\frac{1}{\overline{E}_{\varphi}} - \frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}} \operatorname{tg}^2 \omega \right] \cdot \left(2 - \frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}}\right) = \frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}} - \frac{1}{\overline{E}_{\psi}} \operatorname{tg}^2 \omega,$$

(66)

$$\frac{R_{\varphi}}{R_{\psi}} = 2 - \frac{\frac{\overline{\mu}_{\varphi\psi}}{\overline{E}_{\varphi}} - \frac{1}{\overline{E}_{\psi}} \operatorname{tg}^2 \omega}{\frac{1}{\overline{E}_{\varphi}} - \frac{\overline{\mu}_{\psi\varphi}}{\overline{E}_{\psi}} \operatorname{tg}^2 \omega}.$$

(67)

9.3 Skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$

Zde na rozdíl od nulového prodloužení v příčném směru k vláknům dochází k nulovému příčnému napětí. Opět tvar dna závisí na materiálových vlastnostech, ze kterého je dno navinuto. Ze vztahu mezi napětími a prodlouženími pro souřadný systém respektující směr vláken lze dle [14] vypsát následující rovnice:

$$\sigma_T = 0 = \frac{\mu_{LT} E_T}{1 - \mu_{LT} \mu_{TL}} \varepsilon_L + \frac{E_T}{1 - \mu_{LT} \mu_{TL}} \varepsilon_T, \quad (68)$$

kdy po úpravě platí:

$$\varepsilon_T = -\mu_{LT} \varepsilon_L. \quad (69)$$

Dále lze vyjádřit poměry relativních prodloužení v meridiánovém a tangenciálním směru, a to z dosazení transformovaných rel. prodloužení do výše uvedené rovnice.

$$\varepsilon_L = \cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi, \quad \varepsilon_T = \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi, \quad (70)$$

$$\sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi = -\mu_{LT} [\cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi], \quad (71)$$

$$\operatorname{tg}^2(\omega) \frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} + \mu_{LT} \frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} = -\mu_{LT} \operatorname{tg}^2(\omega) - 1, \quad (72)$$

$$\frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} = -\frac{\mu_{LT} \operatorname{tg}^2(\omega) + 1}{\operatorname{tg}^2(\omega) + \mu_{LT}}. \quad (73)$$

K odvození poměru hlavních poloměrů křivosti pro tento typ skořepiny je třeba ještě vyjádřit poměry napětí v meridiánovém a tangenciálním směru ze známého vztahu s maticí redukované tuhosti:

$$\sigma_\psi = Q_{11} \varepsilon_\psi + Q_{12} \varepsilon_\varphi, \quad \sigma_\varphi = Q_{21} \varepsilon_\psi + Q_{22} \varepsilon_\varphi, \quad (74)$$

$$\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_\psi} = \frac{Q_{21} \varepsilon_\psi + Q_{22} \varepsilon_\varphi}{Q_{11} \varepsilon_\psi + Q_{12} \varepsilon_\varphi} = \frac{Q_{21} \frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} + Q_{22}}{Q_{11} \frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} + Q_{12}}. \quad (75)$$

Dále lze vyjádřený poměr relativních prodloužení do této rovnice dosadit a po úpravách lze vyjádřit kýžený poměr hl. poloměrů křivosti dle [14].

$$\frac{R_\varphi}{R_\psi} = 2 - \frac{\overline{E}_\varphi}{Q_{11}} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2(\omega) + \mu_{LT}}{\operatorname{tg}^2(\omega) \cdot (\overline{\mu}_{\varphi\psi} - \mu_{LT}) + \overline{\mu}_{\varphi\psi} \cdot \mu_{LT} - 1} - \overline{\mu}_{\varphi\psi} . \quad (76)$$

9.4 Skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$

Tento typ skořepiny je stejně jako dva předchozí závislý na materiálových parametrech kompozitu. Podmínkou pro navíjení je stejně jako u všech ostatních typů geodetická podmínka a dále, jak plyne z názvu, je ve všech místech dna totožné relativní prodloužení v podélném a příčném směru. Snadno lze dokázat, že pokud platí rovnice:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_L , \quad (77)$$

platí také rovnice srovnávající relativní prodloužení v meridiánovém a tangenciálním směru, ke které lze dle [16] dospět vyjádřením přes přepočtení pomocí transformační matice následovně:

$$\cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi = \sin^2(\omega) \cdot \varepsilon_\psi + \cos^2(\omega) \cdot \varepsilon_\varphi , \quad (78)$$

$$\frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} + \operatorname{tg}^2(\omega) = \operatorname{tg}^2(\omega) \frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} + 1 , \quad (79)$$

$$\frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} [1 - \operatorname{tg}^2(\omega)] = 1 - \operatorname{tg}^2(\omega) , \quad (80)$$

$$\frac{\varepsilon_\psi}{\varepsilon_\varphi} = 1, \quad \varepsilon_\psi = \varepsilon_\varphi . \quad (81)$$

Dále je nutné definovat tzv. matici tahové tuhosti dna, která je definována následujícím vztahem:

$$\overline{A}_{ij} = \overline{Q}_{ij} \cdot h , \quad (82)$$

kde matice \overline{Q}_{ij} představuje matici tuhosti rovnovážné dvojvrstvy a h tloušťku stěny v příslušném místě dna. Podle KLT dále platí, že:

$$\begin{bmatrix} N_\psi \\ N_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{11} & \overline{A}_{12} \\ \overline{A}_{21} & \overline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\psi \\ \varepsilon_\varphi \end{bmatrix}, \quad (83)$$

z čehož lze dále vyjádřit poměr sil:

$$\frac{N_\varphi}{N_\psi} = \frac{\overline{A}_{21} \cdot \varepsilon_\psi + \overline{A}_{22} \cdot \varepsilon_\varphi}{\overline{A}_{11} \cdot \varepsilon_\psi + \overline{A}_{12} \cdot \varepsilon_\varphi}, \quad \overline{A}_{12} = \overline{A}_{21}, \quad (84)$$

a vzhledem k již odvozené rovnosti obou relativních prodloužení je lze z jmenovatele i čitatele na pravé straně vytknout a pokrátit jimi. Z rovnice (29) lze vyjádřit vztah mezi silami, resp. napětími a hlavními poloměry křivosti:

$$\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_\psi} = \frac{N_\varphi}{N_\psi} = 2 - \frac{R_\varphi}{R_\psi}. \quad (85)$$

Tedy lze již psát výsledný poměr dle [16] jako:

$$\frac{R_\varphi}{R_\psi} = 2 - \frac{\overline{A}_{12} + \overline{A}_{22}}{\overline{A}_{11} + \overline{A}_{12}}. \quad (86)$$

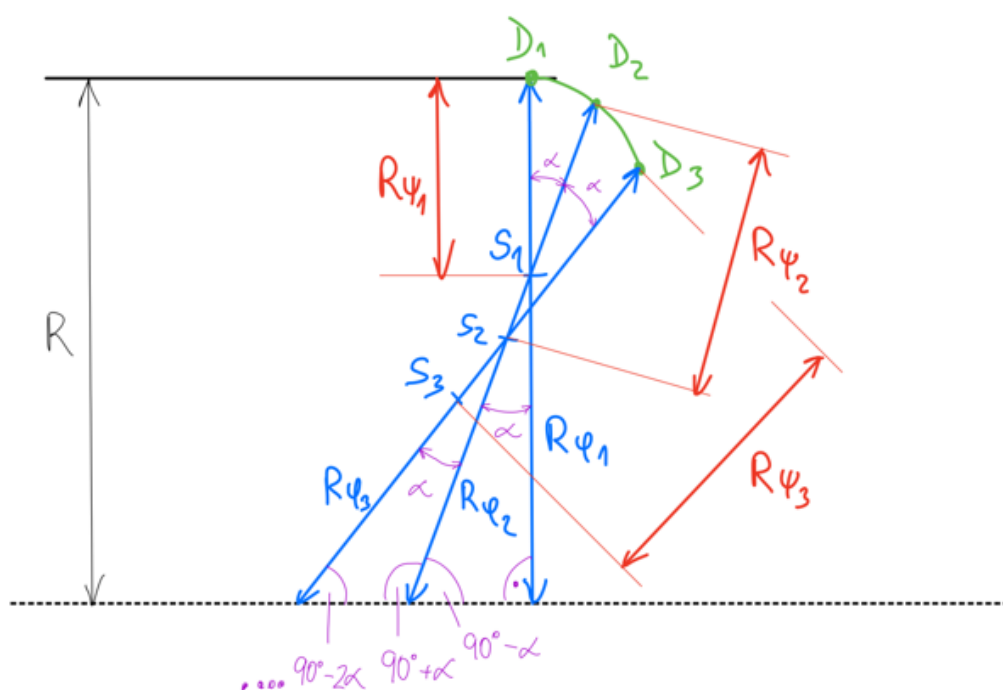
9.5 Kulová skořepina

Jako poslední tvar byla záměrně ponechána kulová skořepina, pro ilustraci jednoduchosti problematiky jejího tvaru. Ten je, jak již bylo uvedeno, stanoven předem dle obecně známé definice koule, resp. kulové plochy. Za zmínku stojí z toho vyplývající poznatek, že v každém místě této plochy platí dle [14]:

$$\frac{R_\varphi}{R_\psi} = 1. \quad (87)$$

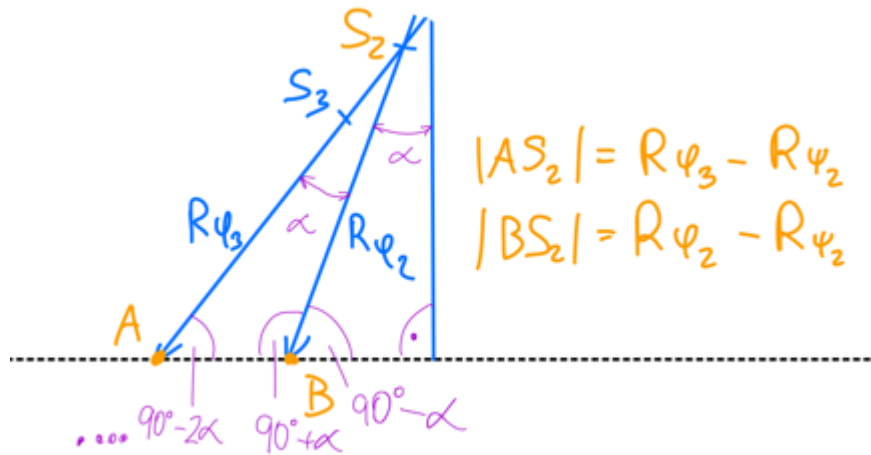
9.6 Graficko-početní metoda

Z uvedených rovnic pro skořepiny, jež jsou závislé na materiálových parametrech (skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$, skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$, skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$), je možné si povšimnout, že pro dvě neznámé R_φ a R_ψ je uvedena vždy jen jedna rovnice, vyjadřující jejich poměr. K sestavení patřičného tvaru skořepiny je tak potřeba metoda, na jejímž základě bude možné spolu s danou rovnicí tento tvar určit. K tomuto účelu slouží právě graficko-početní metoda, jejíž princip je uveden na následujícím obrázku.



Obrázek 23 — Graficko-početní metoda

Z obrázku je patrné, že metoda postupuje krok po kroku, význačnými body jsou středy otáčení S_i , kolem kterých rotuje úsečka vždy o totožný úhel α , vymezující délku jednoho z hlavních poloměrů křivosti R_{φ_i} a vzdálenost $|S_i D_i|$ poté délku druhého hlavního poloměru křivosti R_{ψ_i} . Na základě obecných vlastností úhlů (střídané, doplňkové) a trigonometrie, přesněji sinové věty, lze určit druhou rovnici pro závislost mezi R_φ a R_ψ .



Obrázek 24 – Detail graficko-početní metody

Na základě sinové věty lze pro trojúhelník ABS_2 psát:

$$\frac{R_{\varphi_2} - R_{\psi_2}}{\sin(90 - 2\alpha)} = \frac{R_{\varphi_3} - R_{\psi_2}}{\sin(90 + \alpha)},$$

(88)

$$R_{\varphi_3} = \frac{R_{\varphi_2} - R_{\psi_2}}{\sin(90 - 2\alpha)} \cdot [\sin(90 + \alpha)] + R_{\psi_2}.$$

(89)

Obecně lze tuto rovnici zapsat jako:

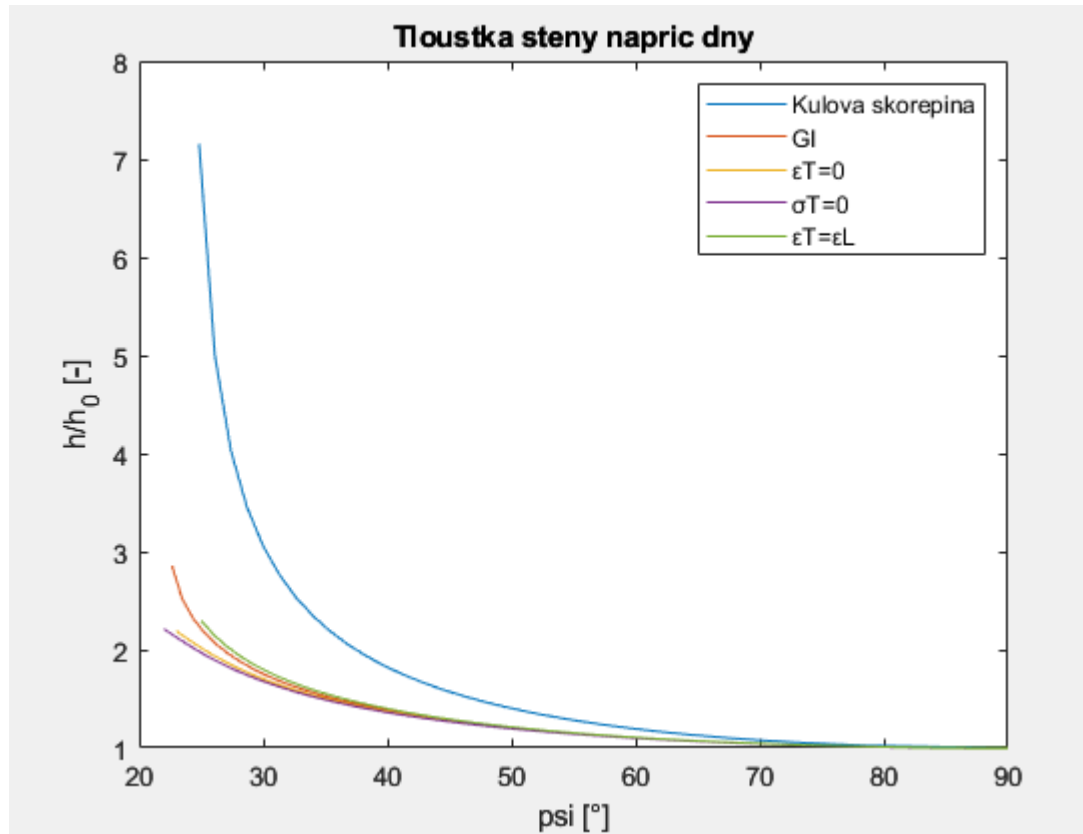
$$R_{\varphi_{i+1}} = \frac{R_{\varphi_i} - R_{\psi_i}}{\sin(90 - i \cdot \alpha)} \cdot [\sin(90 + (i - 1) \cdot \alpha)] + R_{\psi_i}.$$

(90)

Tuto rovnici lze v tomto tvaru zakomponovat do cyklu v programu Matlab.

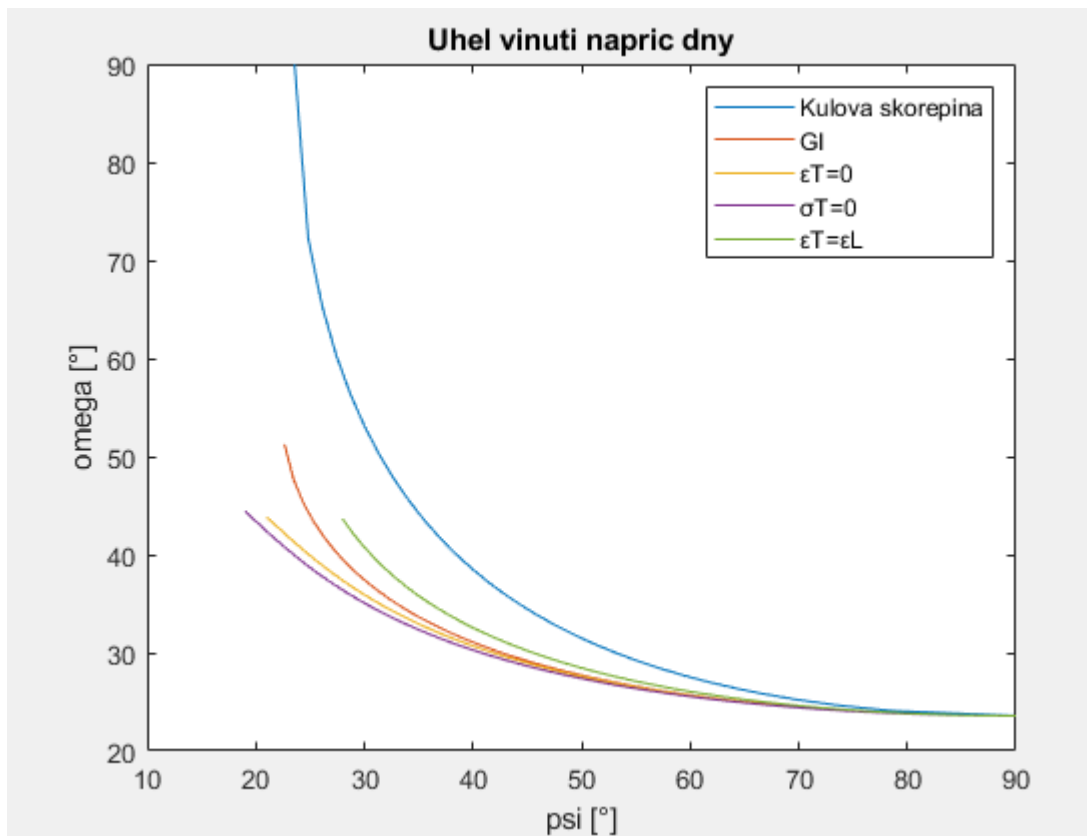
9.7 Porovnání dalších geometrických vlastností

Dále budou srovnány pouze základní geometrické vlastnosti příslušných den. Napjatost a pevnostní kritéria budou kompletně rozebrána v části porovnání analytického výpočtu spolu s metodou MKP.



Obrázek 25 — Poměrná tloušťka stěny napříč dny

Z obrázku vyjadřujícího bezrozměrnou tloušťku stěny napříč jednotlivými dny je možné porovnat jednotlivé tloušťky den v závislosti na úhlu normály ke střednicové ploše ψ . Lze vidět, že nejpříznivěji z hlediska množství použitého materiálu, resp. výsledné hmotnosti vychází skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$, naopak nejhůře je na tom z tohoto hlediska kulová skořepina. Dále by bylo vhodné porovnat také úhel vinutí, opět v závislosti na úhlu normály ke střednicové ploše.

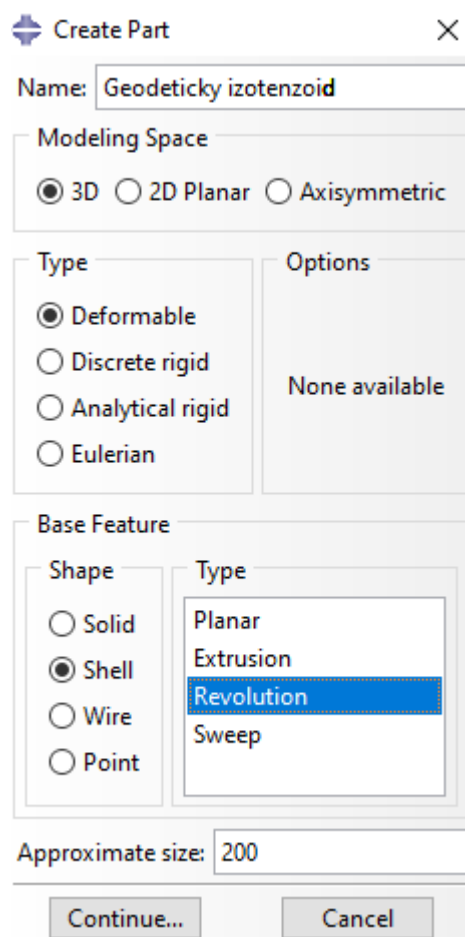


Obrázek 26 — Úhel vnutí napříč dny

Charakteristika úhlu vnutí napříč dny v závislosti na úhlu normály ke střednicové ploše skořepiny vykazuje obdobný trend, jako tomu bylo u poměrné tloušťky stěny.

10 MKP

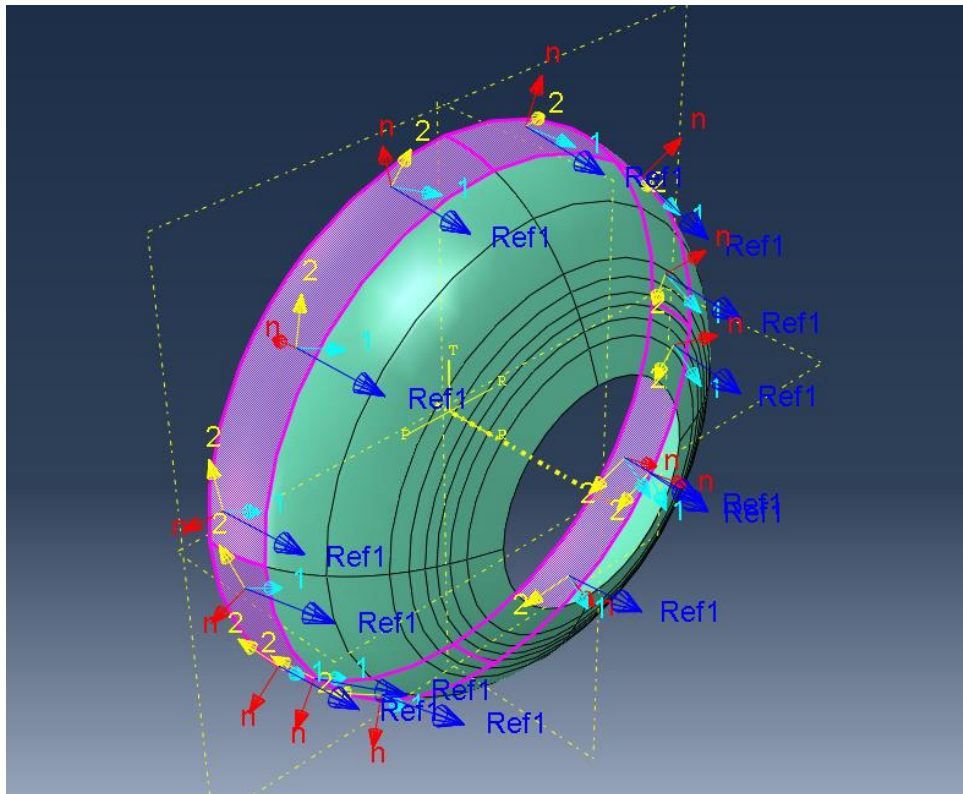
Metoda konečných prvků byla zvolena k ověření skutečností, ke kterým bylo dospěno analytickou metodou. Z analytické metody v programu Matlab byly převzaty dílčí souřadnice jednotlivých bodů dna, na jejichž základě byla dna vymodelována v programu ABAQUS. Dna byla modelována jako skořepiny, resp. deformovatelné skořepiny (*deformable shell*).



Obrázek 27 — Definice modelu ABAQUS

Type Revolution zde značí metodu modelování, která byla zvolena jako rotace křivky, složené z jednotlivých bodů vypočítaných analyticky programem Matlab. Takto vzniklá skořepina byla následně rozdělena pomocí rovnoběžek na patřičně jemné segmenty, aby jim mohly být přiřazeny jednak patřičné materiálové vlastnosti, které jsou však pro celý model konstantní, tak zejména informace o úhlu vinutí a tloušťce stěny, což jsou v tomto případě proměnné, které jsou závislé na poloze na meridiánu. Jemnost těchto rovnoběžkových segmentů byla stanovena jako kompromis mezi náročností a přesností výpočtu. U definování parametrů jednotlivých segmentů je klíčové dbát důraz na správný směr souřadného systému pro definici

příslušné vrstvy tak, aby souřadný systém respektoval směr vláken a byl v modelu správně určen.



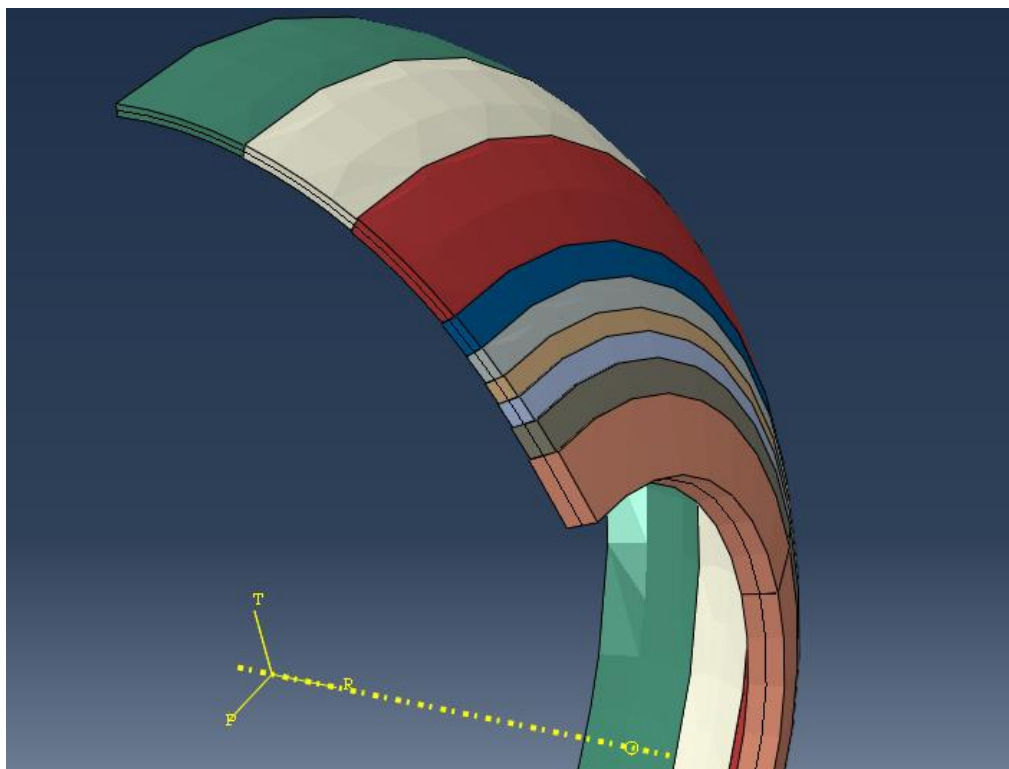
Obrázek 28 — Souřadný systém vláken

Každý ze zde uvedených devíti segmentů má přiřazen totožné materiálové vlastnosti, avšak jiný úhel vinutí a jinou tloušťku stěny. Tím je dosaženo co nejpřesnějšího přiblížení k analytickému modelu.

	Ply Name	Region	Material	Thickness	CSYS	Rotation Angle	Integration Points
1 ✓	1	(Picked)	Lamina	0.5	<Layup>	23.5782	3
2 ✓	2	(Picked)	Lamina	0.5	<Layup>	-23.5782	3

Obrázek 29 — Definice vrstvy v sekci Property

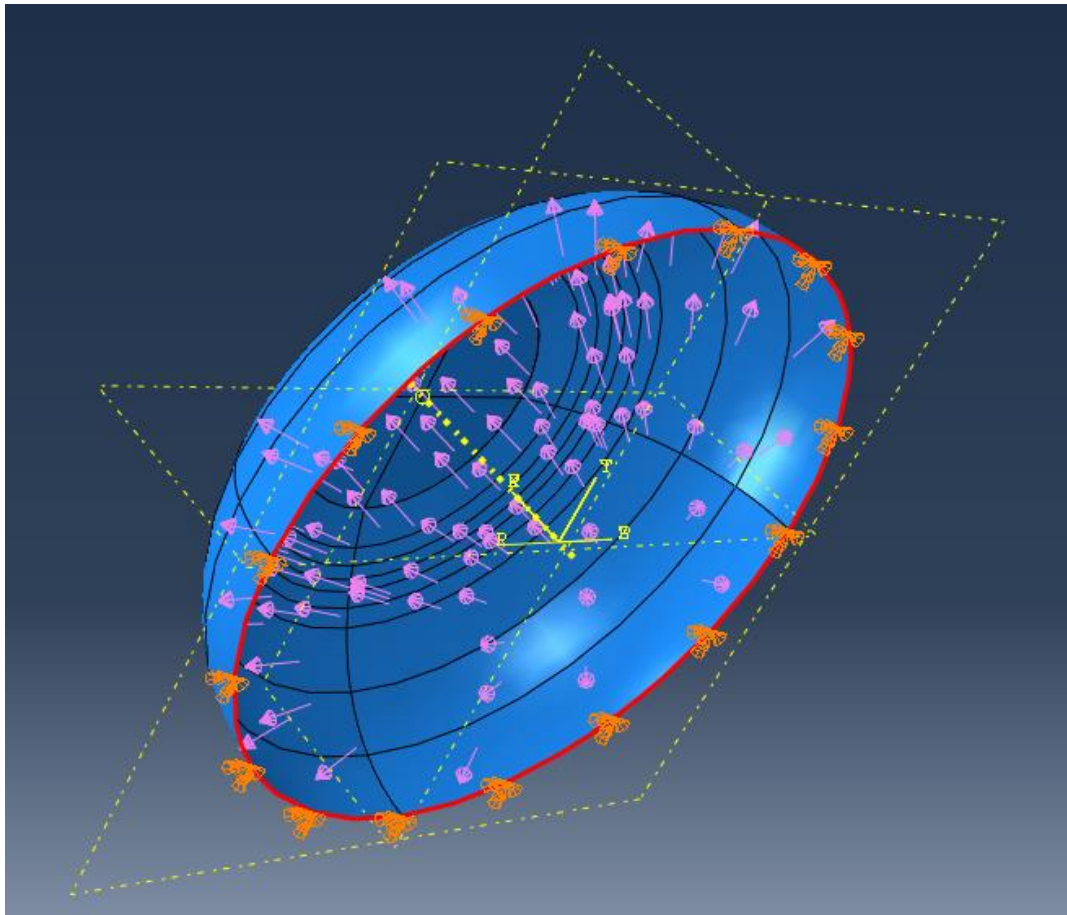
Zde je možné si všimnout, že jednotlivé segmenty jsou navíc definovány jako rovnovážná dvojrstva, respektující kladný a záporný směr navíjení $\pm\omega$. Spolu s tím je také potřeba rozdělit tloušťku vrstvy na poloviny.



Obrázek 30 — Tloušťka jednotlivých segmentů skořepiny (geodetický izotenzoid)

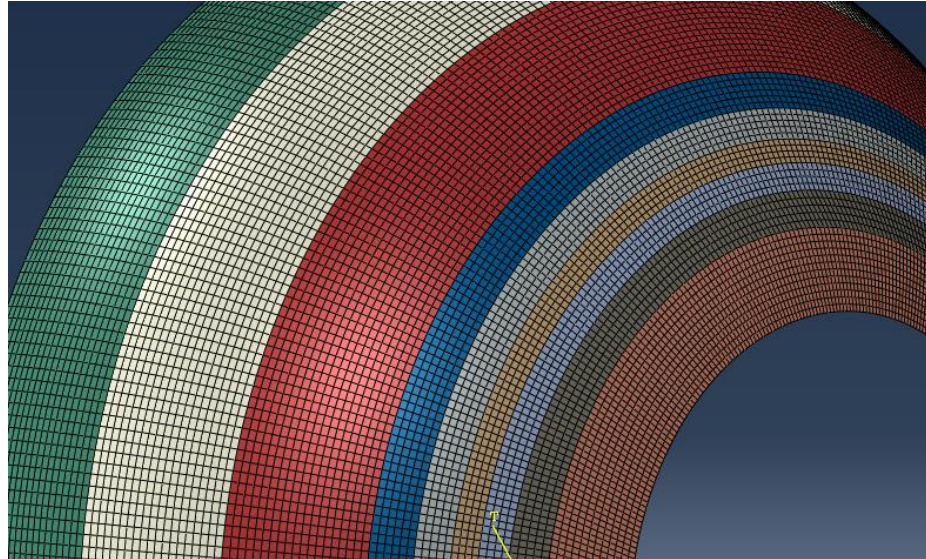
Z obrázku 30 lze vidět, že tloušťka stěny se směrem k polárnímu otvoru zvětšuje, tak jak bylo vyhodnoceno a znázorněno na grafu v analytické části. Hodnoty jako úhel vinutí a tloušťka stěny, které jsou v oblasti dna proměnné v závislosti na poloze na meridiánu jsou pro příslušné segmenty brány jako střední hodnota z dat z analytické části pro začátek a konec segmentu. V oblasti rovníku se tyto parametry mění pomaleji, a tak není potřeba tak jemného dělení segmentů, avšak blíže k polárnímu otvoru je změna parametrů větší, a proto je potřeba dělení segmentů této skutečnosti upravit. Poslední segment na obrázku je však větší než předchozí. Je tomu proto, že geodetický izotenzoid mění v inflexním bodě (konec šedého segmentu) svou křivost a není tak dále pokračováno v navíjení dle jeho geometrie. Tvar modelu je v této části tedy pouze interpolován k polárnímu otvoru $r_0 = 20$ mm tak, aby bylo možné dno uzavřít tuhým víčkem a počítat problém jako uzavřenou nádobu. Z posledního segmentu byl tedy pro výsledky uvažován pouze první element.

Jak již bylo zmíněno, aby byl dodržen princip, že se jedná o uzavřenou nádobu, byl polární otvor uzavřen tuhým tělesem a na rovníku vytvořena okrajová podmínka symetrie, simulující zbytek nádoby a respektující tedy uzavřenost modelu. Zatížení dna, opět jako v analytické části konstantní tlak $p = 1$ MPa, jedná se tedy statickou úlohu.



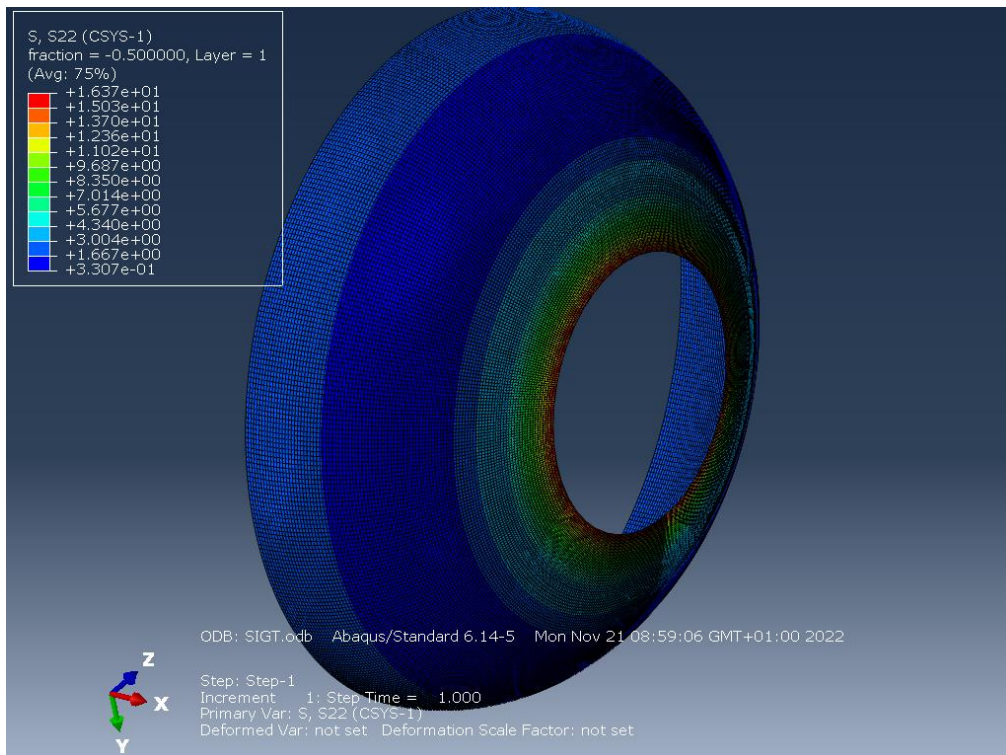
Obrázek 31 — Okrajové podmínky, zatížení

Co se týče síťování, byla stanovena následující podmínka sítě – každý segment s odlišnými vlastnostmi musí obsahovat alespoň tři elementy v meridiánovém směru. Počet elementů závisel na jednotlivých tvarech skořepin, avšak obecně se tato hodnota pohybovala okolo 40 000 elementů, typ elementu S4R.



Obrázek 32 — Síť elementů skořepiny

Samotné výsledky, transformované do příslušných souřadnic, tedy souřadnic, respektujících meridiánový a tangenciální směr byly následně vyexportovány do programu Microsoft Excel, ve kterém lze snadno porovnat data, vycházející z analytické metody z programu Matlab spolu s daty z metody MKP z programu ABAQUS. Zkoumané veličiny tedy byly σ_ψ v programu ABAQUS označováno za S_{11} . Dále σ_φ označováno jako S_{22} , $\tau_{\psi\varphi}$ označováno jako S_{12} . Dále pak pevnostní kritéria, jako je kritérium maximálního napětí a Tsai-Wu kritérium.



Obrázek 33 — Napětí S_{22} neboli σ_φ pro skořepinu $\sigma_T=0$

11 Porovnání výsledků obou metod výpočtu

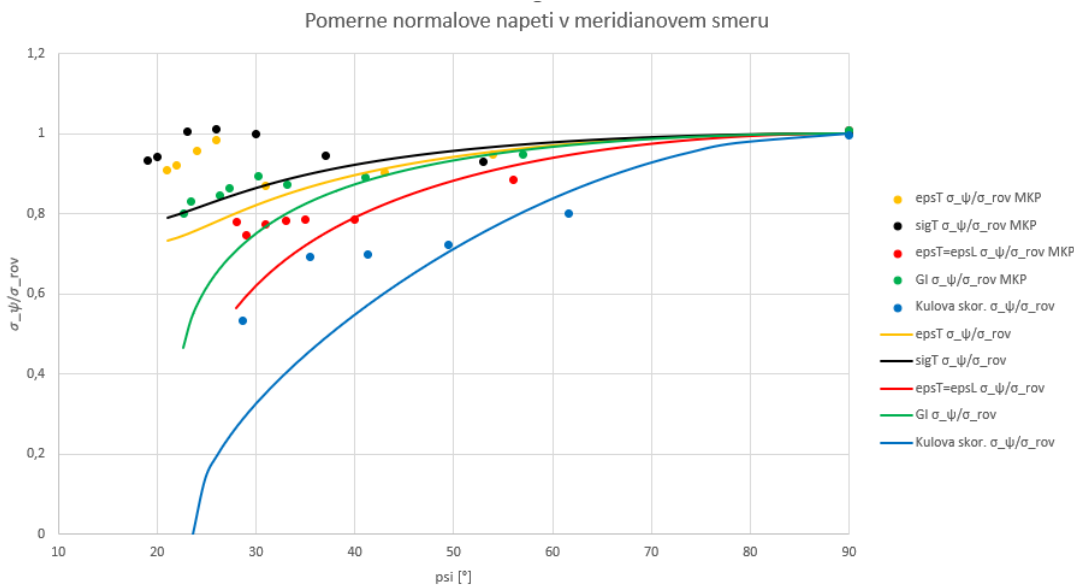
V této části práce budou srovnány nejen jednotlivá dna mezi sebou z hlediska napjatosti a výsledných pevnostních kritérií, ale zároveň bude ukázáno srovnání obou metod výpočtu. Analytickým výpočtem lze generovat podstatně vyšší počet dat, proto veškeré výstupy z této metody jsou interpretovány jako spojitá funkce. Naopak metodou MKP je z každého segmentu, na něž byla jednotlivá dna rozdělena, vybrán jeden zástupce (element), který nejpřesněji reprezentuje daný segment. Na grafech pak hodnoty těchto elementů představují jednotlivé body. Jednotlivá dna v grafech vykazují souhlasné barvy pro obě metody výpočtu, a to napříč všemi grafy v této kapitole tak, aby interpretované výsledky byly co nejpřehlednější. Dále vyobrazená napětí jsou vyjádřena v poměrném stavu, a to vůči meridiánovému napětí na rovníku

$$\sigma_{rov} = \frac{pR}{2h_0} = 25 \text{ MPa} .$$

(91)

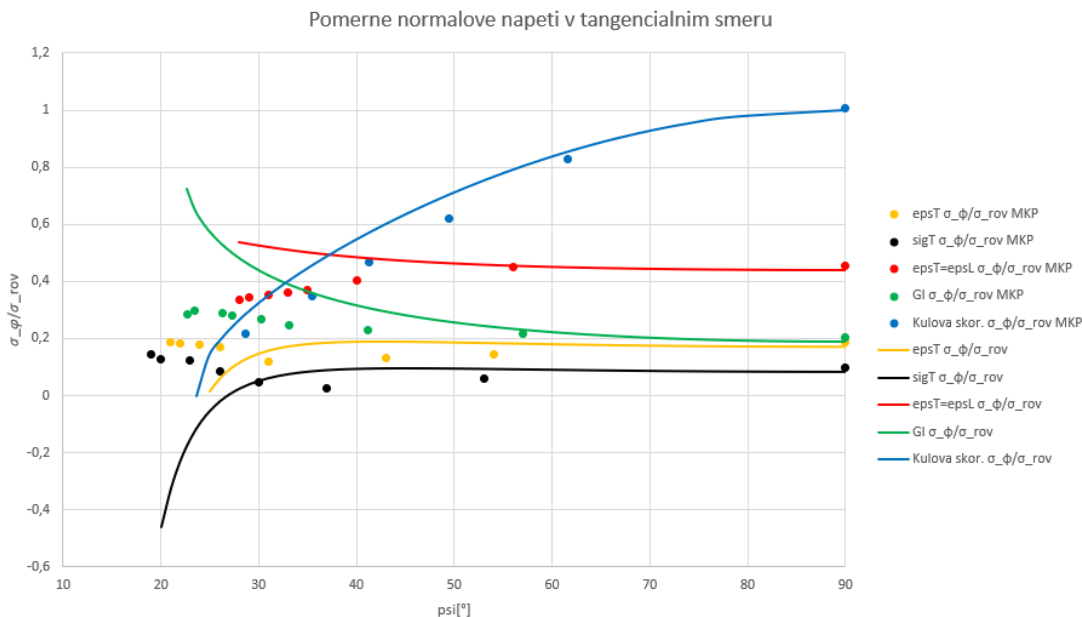
Díky tomu lze na problematiku lépe nahlédnout, a to hlavně z hlediska srovnání trendu napětí od místa s nejvyšší hodnotou, po to nejvíce příznivé místo.

Je také nutné poznamenat, že výsledky jsou zobrazeny pro monovrstvu s kladnou orientací návínu, tedy ω kladné, pro obrácenou orientaci se absolutní hodnota výsledků nemění, změnilo by se pouze znaménko u smykového napětí.



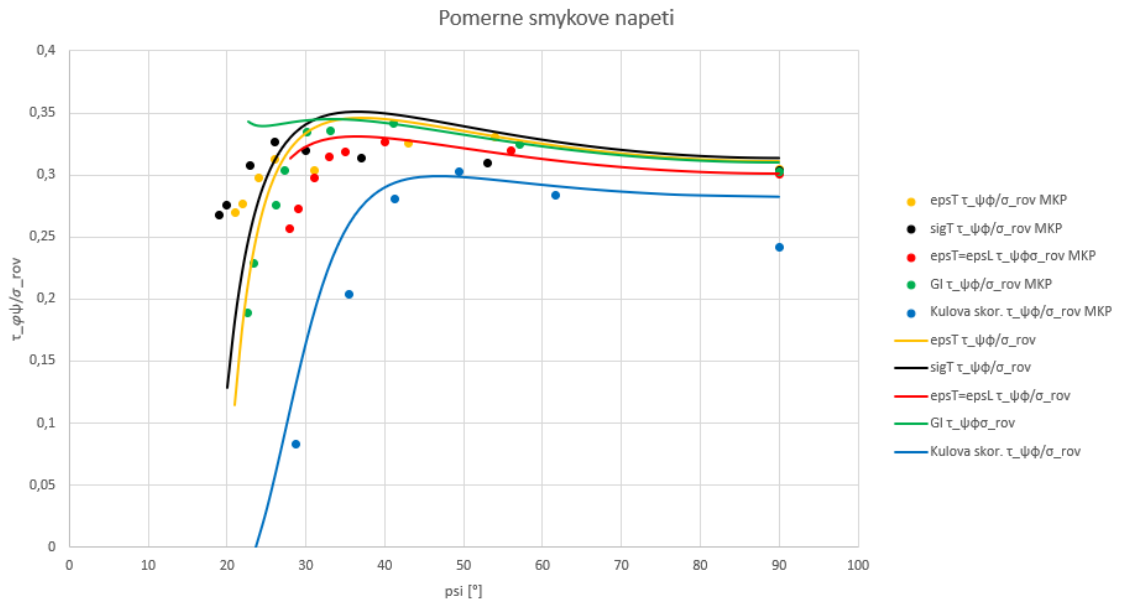
Obrázek 34 — Poměrné normálové napětí v meridiánovém směru

Z průběhu normálového napětí v meridiánovém směru lze vyvodit korelace s tvarem jednotlivých den. Lze si všimnout, že čím prudčeji se dno tzv. zavírá, tím pomaleji klesá ono normálové napětí směrem k polárnímu otvoru.



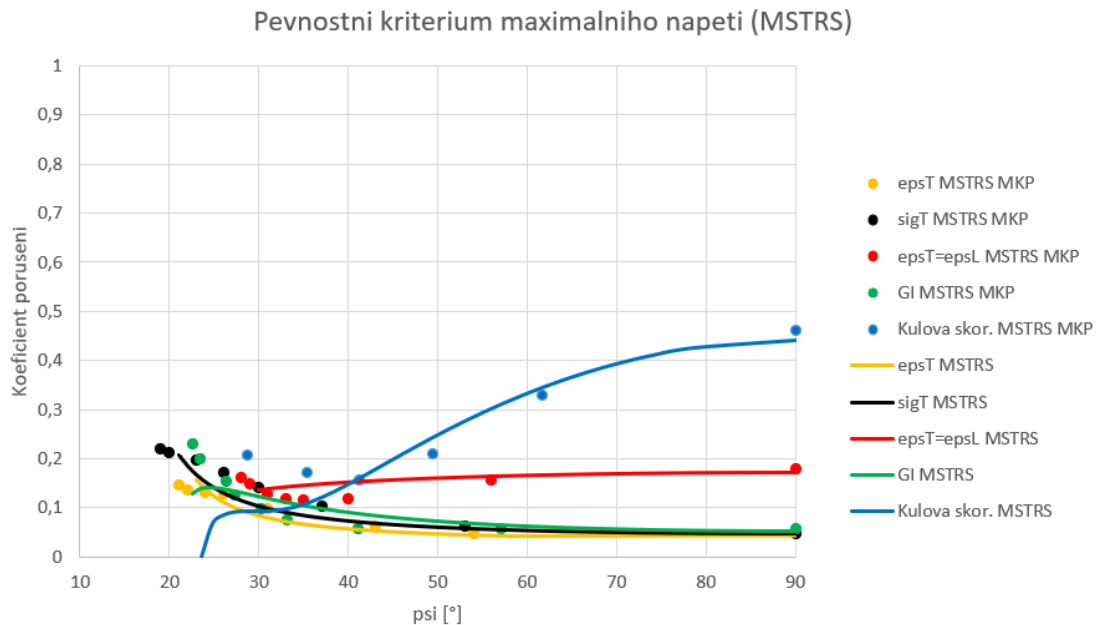
Obrázek 35 — Poměrné normálové napětí v tangenciálním směru

Opačnou skutečnost lze však tvrdit o napětí v tangenciálním směru, které pozitivně ovlivňuje tvar dna, čím příznivější jsou jeho hodnoty, tím se dno rychleji zakřivuje a díky tomu je výsledná nádoba kompaktnější svými rozměry.

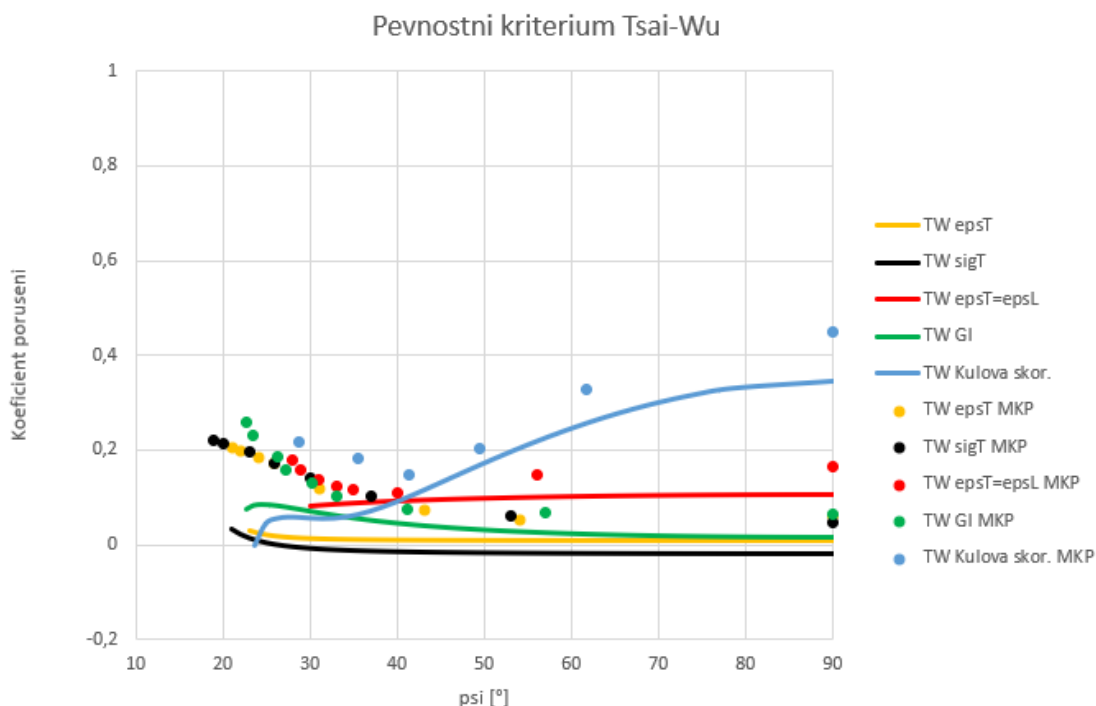


Obrázek 36 — Poměrné smykové napětí

Z hlediska porušení je potřeba zkoumat dva rozdílné problémy, těmi jsou jednak průsak média bez porušení vláken, anebo samotné zprerhání vláken. Lze však říct, že skutečnost průsaku média předchází samotnému kompletnímu porušení a poškození vláken, avšak ve chvíli, kdy nádoba obsahuje vnitřní vložku pro izolaci média a samotného materiálu kompozitu, nemusí se průsak projevit a za určitý čas dojde rovnou k porušení vláken. [14]



Obrázek 37 — Pevnostní kritérium maximálního napětí



Obrázek 38 — Pevnostní kritérium Tsai-Wu

Z výsledků pevnostních kritérií plyne, že nejméně příznivé tvary skořepin dle kritéria porušení jsou kulová skořepina a skořepina se shodným příčným a podélným rel. prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$, jelikož v místě rovníku, tedy na rozhraní válec-dno, kde je navíc tloušťka napříč celým dnem nejmenší, vykazují tyto dvě skořepiny oproti ostatním vyšší hodnoty poměrného normálového napětí v tangenciálním směru. Naopak nejhodnější varianty jsou skořepina s nulovým napětím v příčném směru k vláknům $\sigma_T = 0$ a skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$. Dále například u geodetického izotenzoidu je charakteristika koeficientu porušení taková, že nejvyšší hodnoty dosahuje v oblasti inflexního bodu. V tomto místě je však montován ventil s přírubou, který mimo jiné působí jako výztuha této části.

Co se týče porovnání dat analytické a MKP metody, je dosaženo uspokojivé shody. V oblasti kolem rovníku jsou hodnoty samozřejmě přesnější, než je tomu dále směrem k polárnímu otvoru. To je dáno především tím, že blíže k polárnímu otvoru má změna tloušťky podstatně větší spád než poblíž rovníku a vzhledem k určité segmentaci oblastí nelze naprosto přesně modelovat skořepinu s hodnotami přesně odpovídajícími realitě, ale je třeba zvolit kompromis mezi přesností a náročností výpočtu, jak z hlediska práce na definování jednotlivých drobnějších segmentů, tak také na náročnost hardwarovou, resp. časovou skrze samotný výpočet.

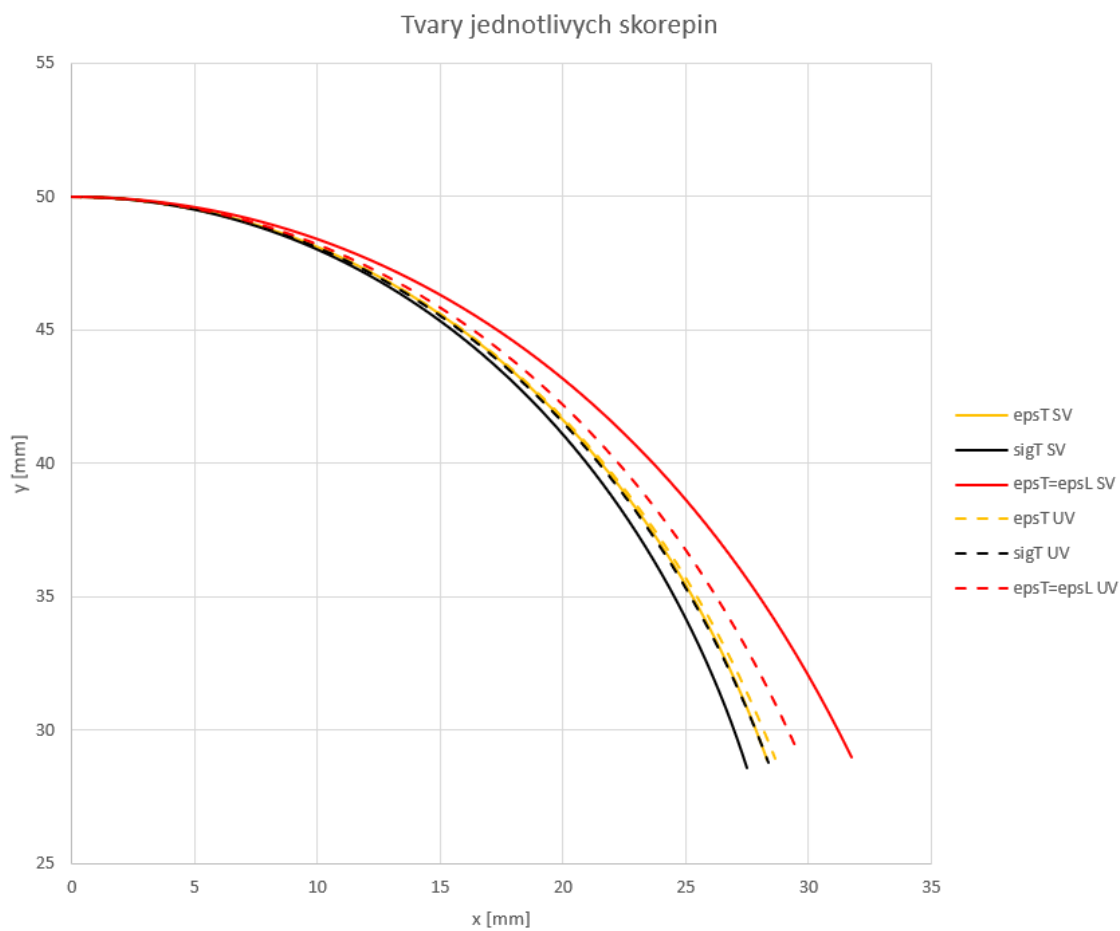
12 Vliv materiálových vlastností na tvar vybraných den

Na základě skutečnosti, že určité druhy skořepin jsou svým tvarem závislé na materiálových parametrech, bylo nasnadě vytvořit srovnání změn těchto tvarů při výpočtu s odlišným materiálem. Ke srovnání byly použity následující dva druhy kompozitních materiálů:

<u>Skelná vlákna + epoxidová matrice</u>	Hodnota	Jednotky	<u>Uhlíková vlákna + epoxidová matrice</u>	Hodnota	Jednotky
Vlákno			Vlákno		
E _{fL} = E _{fT} = E _f	74000	MPa	E _{fL}	230000	MPa
			E _{fT}	15000	MPa
G _f	30000	MPa	G _f	50000	MPa
mi _f	0,25	—	mi _f	0,3	—
Matrice			Matrice		
E _m	4500	MPa	E _m	4500	MPa
G _m	1600	MPa	G _m	1600	MPa
mi _m	0,4	—	mi _m	0,4	—
Pevnosti			Pevnosti		
F _{Lt}	1200	MPa	F _{Lt}	2940	MPa
F _{Lc}	600	MPa	F _{Lc}	900	MPa
F _{Tt}	45	MPa	F _{Tt}	50	MPa
F _{Tc}	145	MPa	F _{Tc}	230	MPa
F _{LT}	65	MPa	F _{LT}	100	MPa

Obrázek 39 — Materiálové vlastnosti kompozitů

Je nutné poznamenat, že skelná vlákna jsou izotropní, a proto je uvedena pouze jedna hodnota pro příčný a podélný modul pružnosti dohromady, kdežto uhlíková vlákna jsou anizotropní. Je také dobré u uhlíkových vláken poukázat na velký rozdíl mezi modulem pružnosti v příčném a podélném směru. Výhodou skelných vláken tedy není jen jejich nízká cena, ale také příznivé vlastnosti v příčném směru vláken, což bude mít pozitivní vliv právě na ty tvary skořepin, které jsou striktní právě k vlastnostem v příčném směru vláken, tedy skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$ a skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$.

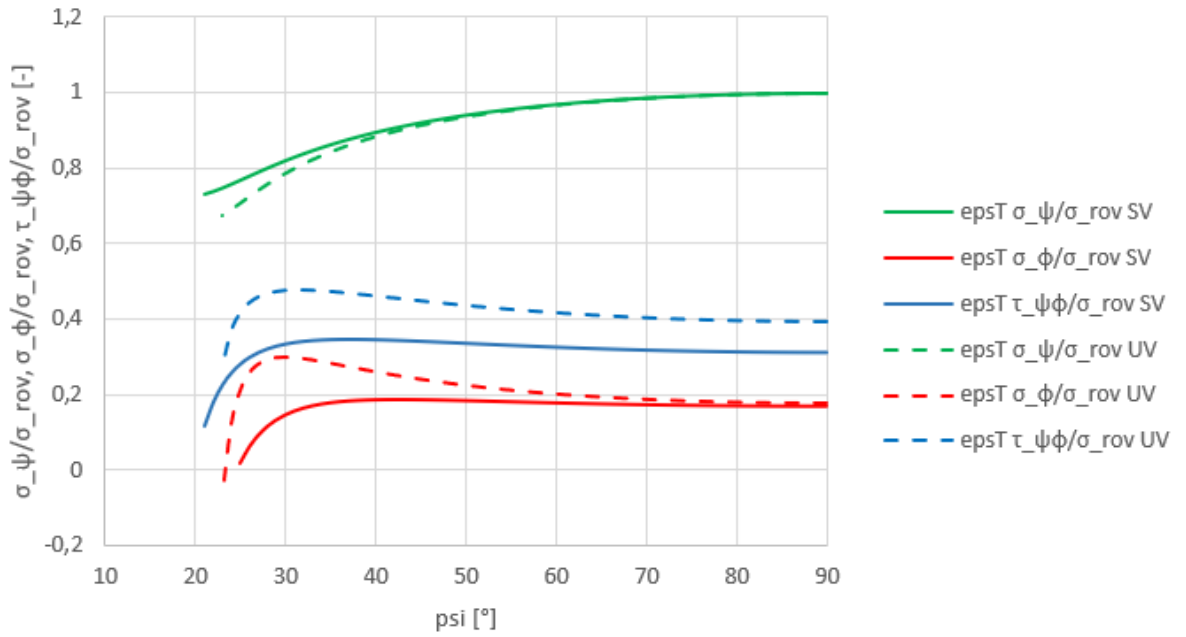


Obrázek 40 — Tvary vybraných skořepin v závislosti na skelných či uhlíkových vláknech

K největším změnám tedy došlo u skořepiny s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$ a to v negativním slova smyslu ve vztahu k uhlíkovým vláknům a u skořepiny se shodným příčným a podélným prodloužením $\epsilon_T = \epsilon_L$ ve smyslu pozitivním ve vztahu k uhlíkovým vláknům. Obdobný trend jako u skořepiny s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$ vykazuje také skořepina s nulovým příčným prodloužením $\epsilon_T = 0$, avšak s ne tak markantním rozdílem.

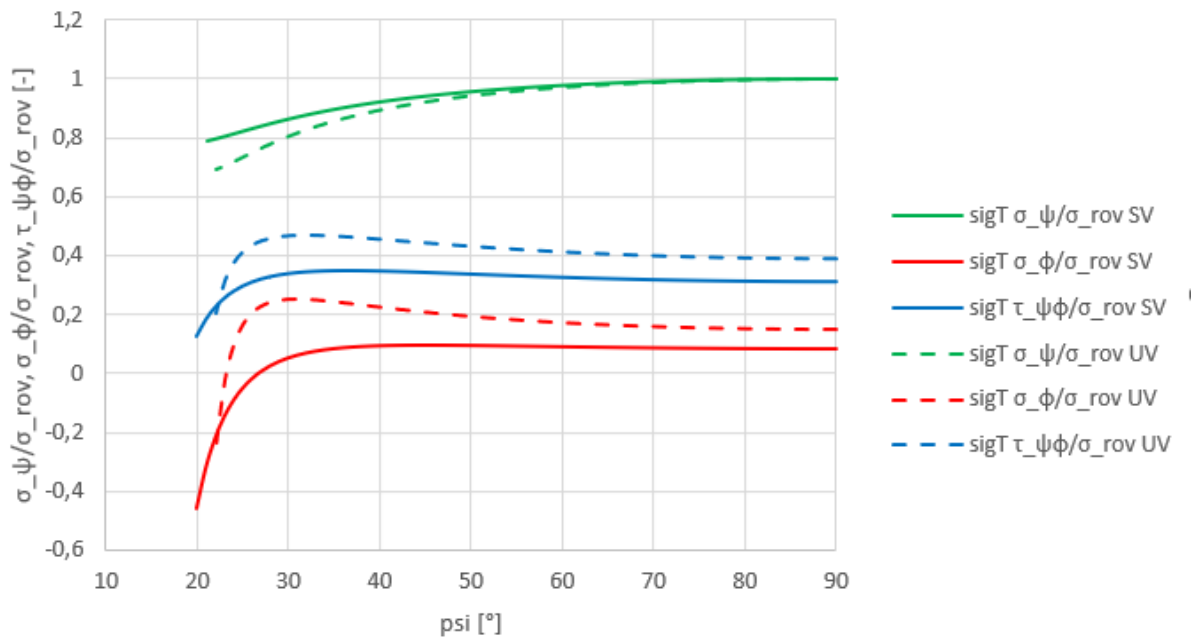
K ucelení pohledu na tyto tři druhy skořepin by bylo vhodné podívat se také na to, jak změna materiálu ovlivnila rozložení napjatosti v jednotlivých dnech. Tak jako v dřívější části této práce jsou napětí uvedena v poměrném stavu, vztažena k meridiánovému napětí na rovníku viz rovnice (91).

Zavislosti pomernych napeti epsT=0



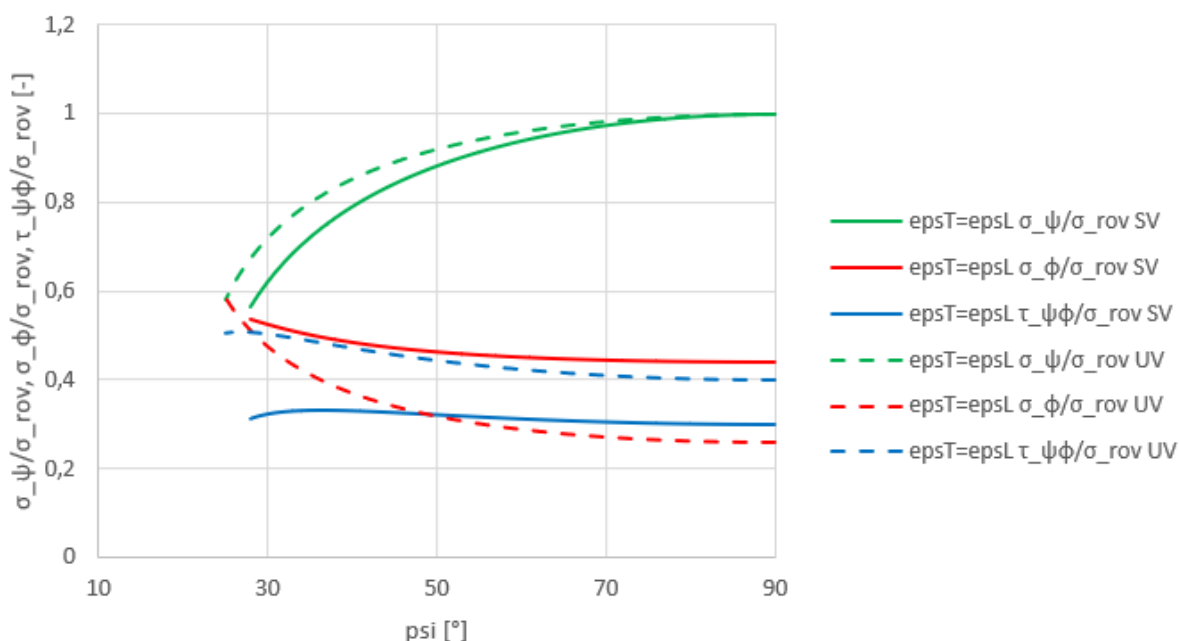
Obrázek 41 — Závislosti poměrných napětí $\epsilon_T=0$

Zavislosti pomernych napeti sigT=0



Obrázek 42 — Závislosti poměrných napětí $\sigma_T=0$

Zavislosti pomernych napeti epsT=epsL

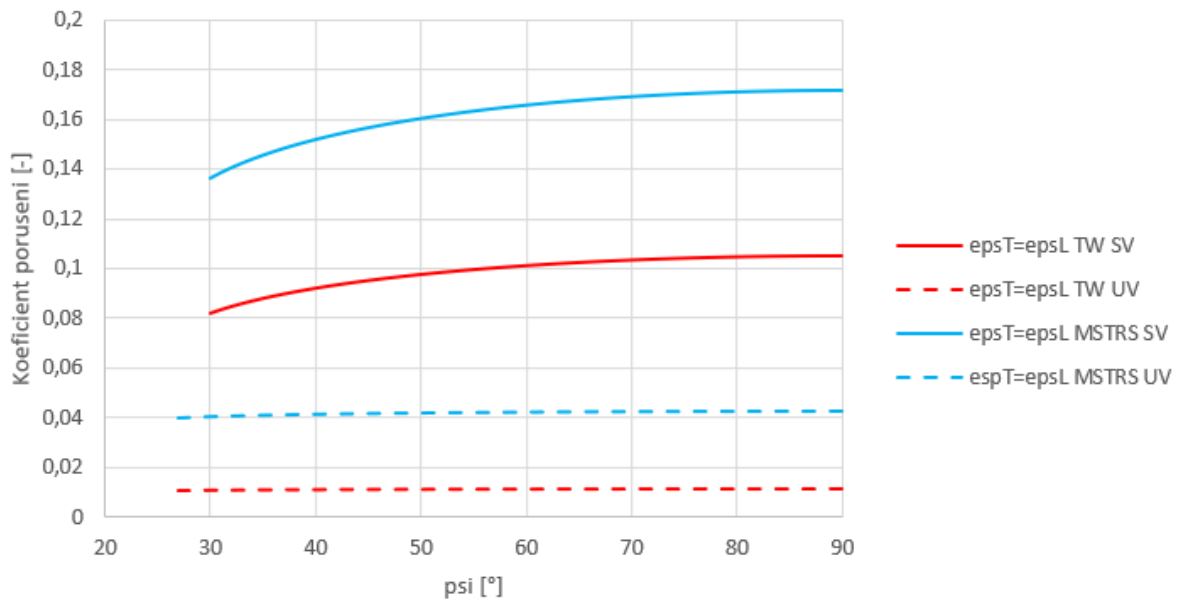


Obrázek 43 — Závislosti poměrných napětí $\varepsilon_T = \varepsilon_L$

Z obrázku je patrné, že pro skořepiny, u kterých došlo ke zvětšení tvaru vlivem změny materiálu na uhlíková vlákna, došlo také k výraznému nárůstu napětí, a to přesněji napětí σ_ψ a τ_ψ . Pro napětí σ_ϕ došlo k mírnému poklesu, který však není tak znatelný a má minimální vliv na zlepšení celkových vlastností. Opačně je tomu pak pro poslední ze tří zmíněných skořepin, a to skořepinu se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$. Zde dochází naopak k nárůstu napětí σ_ψ a τ_ψ a poklesu pouze napětí σ_ϕ . Jak je ale patrné z obrázku srovnávajícího tvary skořepin, má toto napětí největší vliv na změnu zakřivení.

Ještě je nasnadě podívat se i na ovlivnění koeficientu porušení u skořepiny se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$, poněvadž došlo jako u jediné k pozitivní změně tvaru směrem k větší kompaktnosti a jsou tedy očekávány i pozitivní změny v oblasti podmínek porušení.

Pevnostní kritéria pro skořepinu $\epsilon_T = \epsilon_L$



Obrázek 44 — Pevnostní kritéria pro skořepinu $\epsilon_T = \epsilon_L$

Z obrázku vyplývá, že změna materiálu pro tento druh skořepiny je velice příznivá. Při použití skelných vláken dosahovala skořepina vyšších hodnot koeficientu porušení v místě rovníku, tedy tam, kde $\psi = 90^\circ$, což je zároveň místem, kde je nejmenší tloušťka stěny. S uhlíkovými vlákny se však průběh koeficientu napříč dnem vyrovnal, a i hodnota na rovníku je nyní uspokojivá. Lze tedy konstatovat, že nyní se skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\epsilon_T = \epsilon_L$ vyrovnává svými vlastnostmi zbylým dvěma uvedeným skořepinám, potažmo i skořepině tvaru geodetického izotenzoidu, avšak za podmínky užití uhlíkových vláken, tedy za cenu mnohonásobně vyšší výrobní ceny.

13 Závěr

V této práci bylo zpracováno navíjení den tlakových nádob kompozitními materiály. V úvodní části byla provedena analýza problematiky týkající se procesu navíjení, druhů materiálů, matematická analýza a metody vyhodnocení. Bylo zjištěno, že dna nádob, potažmo celé nádoby lze navíjet jednak geodeticky, za splnění geodetické podmínky v každém bodě navíjeného tělesa, nebo také negeodeticky, opět za splnění určitých předpokladů. Tato skutečnost přináší velké možnosti v oblasti navíjených nádob. V této práci bylo zkoumáno hlavně geodetické navíjení, především dna, která z tohoto principu vycházejí. Celkově bylo srovnáno pět různých variant den, a to analytickou metodou a metodou konečných prvků. Byla provedena analýza napjatosti těchto den, vyhodnocení pevnostních kritérií (kritérium maximálního napětí, kritérium Tsai-Wu) a dále bylo provedeno srovnání den z hlediska tvaru, tedy prostoru, který zaujímají. Mezi zkoumané tvary patřily následující: kulová skořepina, geodetický izotenzoid, skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$, skořepina s nulovým příčným prodloužením $\varepsilon_T = 0$ a skořepina se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$. Pro poslední tři zmíněné skořepiny navíc platí, že jejich výsledný tvar je závislý i na materiálových parametrech, a tak bylo také zkoumáno, jaký vliv bude mít na výsledný tvar změna vláken ze skelných na uhlíková, při zachování totožné matrice. Výstupy z jednotlivých analýz jsou uvedeny v příslušných kapitolách, ale pro ucelený výsledný výstup z práce budou uvedeny i zde důležité poznatky, ke kterým bylo v této práci dospěno. Je třeba upozornit, že veškeré výsledky z provedených výpočtů jsou vztaženy na konkrétní materiálové parametry zadaných skelných, resp. uhlíkových vláken s epoxidovou maticí a konkrétní poměr polárního otvoru r_0 a poloměru válcové části R a nelze je tedy brát jako obecně platné pro veškeré kompozitní materiály.

Výsledky ukazují, že z hlediska kritéria tvaru skořepin lze všechny skořepiny s výjimkou kulové skořepiny považovat za velice totožné, nejméně prostoru však zaujímá skořepina s nulovým příčným napětím $\sigma_T = 0$. Z grafů znázorňujících pevnostní kritéria lze dále vyčíst, že nejméně příznivé místo pro napjatost, tedy místo s největším koeficientem porušení pro skořepinu kulovou a skořepinu se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$, se nachází v oblasti rovníku, jinak řečeno v místě $\psi = 90^\circ$, což je obzvláště nepříznivé vzhledem k nejmenší tloušťce stěny v tomto místě. Opačný trend vykazují zbylé tři skořepiny, u nichž je

hodnota koeficientu porušení nejmenší v oblasti rovníku a postupně stoupá směrem k polárnímu otvoru. Drobnou výjimku tvoří geodetický inzotenzoid, pro který je nejvyšší hodnota koeficientu porušení v místě inflexního bodu. V místě kolem polárního otvoru už je však do nádoby zasazen ventil, který svou konstrukcí toto místo zpevňuje. Obecně lze tedy říct, že trojice těchto zmíněných den je vhodnou volbou, pro zakončení tlakových nádob z hlediska uvažování geodetického navíjení. Dále bylo zjištěno, že při změně materiálu ze skelných na uhlíková vlákna, dojde k výraznému zlepšení také koeficientu porušení pro skořepinu se shodným příčným a podélným prodloužením $\varepsilon_T = \varepsilon_L$. Lze tedy říct, že tento druh skořepiny je vhodné použít právě při užití materiálu obsahujícího uhlíková vlákna a u zbylých dvou zkoumaných skořepin je tomu právě naopak.

14 Seznam použitých zdrojů

- [1] KRATOCHVÍL, Bohumil, Václav ŠVORČÍK a Dalibor VOJTĚCH. Úvod do studia materiálů. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2005. ISBN 80-7080-568-4.
- [2] VRBKA, Jan. MECHANIKA KOMPOZITŮ [online]. Brno, 2008 [cit. 2023-01-12]. Dostupné z: https://www.vut.cz/www_base/priloha.php?dpid=83340. Součást projektu CZ.04.1.03/3.2.15.2/0285 „Inovace VŠ oborů strojího zaměření“. Vysoké učení technické v Brně.
- [3] LAŠ, Vladislav. Mechanika kompozitních materiálů. 2., přeprac. vyd. V Plzni: Západočeská univerzita, 2008. ISBN 978-80-7043-689-9.
- [4] EHRENSTEIN, Gottfried W. Polymerní kompozitní materiály. V ČR 1. vyd. Praha: Scientia, 2009. ISBN 978-80-86960-29-6.
- [5] Jweeg, Muhsin & Hammood, Ali & Al-Waily, Muhannad. (2012). Experimental and Theoretical Studies of Mechanical Properties for Reinforcement Fiber Types of Composite Materials. International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering. 12. 62-75.
- [6] Bentur, Arnon. a Sidney. MINDESS. Fibre reinforced cementitious composites. New York: Elsevier science publishers LTD, 1990
- [7] JANČÁŘ, Josef. Úvod do materiálového inženýrství polymerních kompozitů. 1. vyd. Brno, 2003, 194 s. ISBN 80-214-2443-5
- [8] Reis, J.P.; de Moura, M.; Samborski, S. Thermoplastic Composites and Their Promising Applications in Joining and Repair Composites Structures: A Review. Materials 2020, 13, 5832. <https://doi.org/10.3390/ma13245832>
- [9] AZEEM, Mohammad, Hamdan Haji YA, Mohammad Azad ALAM, et al. Application of Filament Winding Technology in Composite Pressure Vessels and Challenges: A Review. Journal of Energy Storage [online]. 2022, 49 [cit. 2023-01-13]. ISSN 2352152X. Dostupné z: doi:10.1016/j.est.2021.103468
- [10] ZU, Lei, Sotiris KOUSSIOS a Adriaan BEUKERS. Design of filament-wound domes based on continuum theory and non-geodesic roving trajectories. Composites Part A: Applied

Science and Manufacturing [online]. 2010, 41(9), 1312-1320 [cit. 2023-01-13]. ISSN 1359835X.
Dostupné z: doi:10.1016/j.compositesa.2010.05.015

[11] LEH, D., P. SAFFRÉ, P. FRANCESCATO a R. ARRIEUX. Multi-sequence dome lay-up simulations for hydrogen hyper-bar composite pressure vessels. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing [online]. 2013, 52, 106-117 [cit. 2023-01-13]. ISSN 1359835X.
Dostupné z: doi:10.1016/j.compositesa.2013.05.007

[12] MICHALEC, Jiří. Pružnost a pevnost I. 3. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2009. ISBN 978-80-01-04224-3.

[13] Padovec, J. Základy konstrukce a výpočtu vinutých tlakových nádob z kompozitních materiálů. Strojírnoství, 30 (6), 1980

[14] Padovec, J. Napětí ve stěnách vinutých kompozitních tlakových nádob různých meridiánových tvarů. Strojírnoství, 31 (5), 1981

[15] Wu, R., Y., Stachurski, Z., Evaluation of the Normal Stress Interaction Parameter in the Tensor Polynomial Strength Theory for Anisotropic Materials, Journal of Composite Materials 18 (1984) 456-463.

[16] Hojjati, M., Ardebili, V. S., Hoa, S. V., Design of domes for polymeric pressure vessels, Composite Engineering 5 (1) (1995) 51–59.

15 Seznam obrázků

Obrázek 1 — Rozdělení kompozitů [3].....	12
Obrázek 2 — Závislost modulu pružnosti na druhu polotovaru kompozitu [5].....	14
Obrázek 3 — Modul pružnosti pro jednosměrný kompozitní materiál-epoxidová matrice s různými výztužnými vlákny [5].....	17
Obrázek 4 — Vývoj tlakových nádob v čase [9]	21
Obrázek 5 — Srovnání dvou typů navíjených nádob [9].....	22
Obrázek 6 — Srovnání všech typů vysokotlakých nádob [9]	23
Obrázek 7 — Princip metody přesného navíjení [9]	24
Obrázek 8 — Druhy navíjecích strojů [9]	25
Obrázek 9 — Popis vybraných parametrů dna [11].....	28
Obrázek 10 — Vyňatý element tenké rotační skořepiny [12].....	31
Obrázek 11 — Vyznačení elementu rotační skořepiny [12].....	32
Obrázek 12 — Oddělená dolní část skořepiny [12].....	33
Obrázek 13 — Zobrazení vlákna v souřadném systému [3].....	35
Obrázek 14 — Hlavní směry anizotropie [3]	36
Obrázek 15 — Poměrné prodloužení vláken menší, než matrice [3]	39
Obrázek 16 — Poměrné prodloužení matrice menší, než vláken [3].....	39
Obrázek 17 — Mezní křivky kritérií [3]	42
Obrázek 18 — Parametry vyšetřovaného kompozitního materiálu	44
Obrázek 19 — Výpočet elastických konstant.....	45
Obrázek 20 — Závislost omega na poloměru pro geodetický izotenzoid.....	46
Obrázek 21 — Tvary jednotlivých skořepin	47
Obrázek 22 — Orientace souřadných systémů rovnovážné dvojvrstvy [14]	48
Obrázek 23 — Graficko-početní metoda	58
Obrázek 24 — Detail graficko-početní metody.....	59
Obrázek 25 — Poměrná tloušťka stěny napříč dny.....	60
Obrázek 26 — Úhel vinutí napříč dny	61
Obrázek 27 — Definice modelu ABAQUS.....	62
Obrázek 28 — Souřadný systém vláken.....	63
Obrázek 29 — Definice vrstvy v sekci Property	63
Obrázek 30 — Tloušťka jednotlivých segmentů skořepiny (geodetický izotenzoid)	64
Obrázek 31 — Okrajové podmínky, zatížení.....	65
Obrázek 32 — Síť elementů skořepiny.....	66
Obrázek 33 — Napětí S22 neboli σ_{φ} pro skořepinu $\sigma^T=0$	66
Obrázek 34 — Poměrné normálové napětí v meridiánovém směru	68
Obrázek 35 — Poměrné normálové napětí v tangenciálním směru	68
Obrázek 36 — Poměrné smykové napětí.....	69
Obrázek 37 — Pevnostní kritérium maximálního napětí.....	69
Obrázek 38 — Pevnostní kritérium Tsai-Wu.....	70
Obrázek 39 — Materiálové vlastnosti kompozitů.....	71
Obrázek 40 — Tvary vybraných skořepin v závislosti na skelných či uhlíkových vláknech.....	72
Obrázek 41 — Závislosti poměrných napětí $\varepsilon^T=0$	73
Obrázek 42 — Závislosti poměrných napětí $\sigma^T=0$	73
Obrázek 43 — Závislosti poměrných napětí $\varepsilon^T= \varepsilon L$	74
Obrázek 44 — Pevnostní kritéria pro skořepinu $\varepsilon^T= \varepsilon L$	75

16 Seznam použitého softwaru

Abaqus 6.14-5

Matlab R2022b

Microsoft Excel

17 Seznam příloh

Analyza_Den.m