

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY



Diplomová práce

Nekolokované hlčení vibrací složitých mechanických systémů

Non-collocated absorption of vibrations of complex
mechanical systems

Autor: Bc. Jan Gregor

Vedoucí: prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.

Rok: 2023

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Gregor** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **473675**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**
Specializace: **Mechatronika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Nekolokované hlcení vibrací složitých mechanických systémů

Název diplomové práce anglicky:

Non-collocated absorption of vibrations of complex mechanical systems

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se s metodami pasivního a aktivního hlcení mechanických vibrací.
- 2) Seznamte se s metodami redukce dynamických modelů složitých struktur.
- 3) Zkoumejte nekolokované hlcení vibrací jednodimenzionálních mechanických struktur.
- 4) Optimalizujte a simulačně ověřte funkčnost nekolokovaných aktivních hltičů na jednodimenzionálních strukturách.
- 5) Zkoumejte nekolokované hlcení vibrací prostorových mechanických struktur s použitím prostorového hltiče.
- 6) Optimalizujte a simulačně ověřte funkčnost nekolokovaných prostorových aktivních hltičů na prostorových strukturách.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Olgac, N., Jenkins, R., Time-Delayed Tuning of Vibration Absorbers for Non-Collocated Suppression. American Control Conference (ACC), pp. 1381–1386, 2020.
[2] Šika, Z., Zavřel, J., Valášek, M.: Residual Modes for Structure Reduction and Efficient Coupling of Substructures. Bulletin of Applied Mechanics, vol. 5, no. 19, pp. 54-59, 2009.
[3] Šika, Z., Vyhlídal, T., Neusser, Z., Two-Dimensional Delayed Resonator for Entire Vibration Absorption. Journal of Sound and Vibration, 500, 116010, 2021.
[4] Vyhlídal, T., Michiels, W., Neusser, Z., Bušek, J., Šika, Z., Analysis and optimized design of an actively controlled two-dimensional delayed resonator, Mechanical Systems and Signal Processing 178, 109195, 2022.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:


prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D. odbor mechaniky a mechatroniky FS

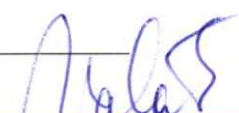
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **26.10.2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **27.01.2023**

Platnost zadání diplomové práce:


prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

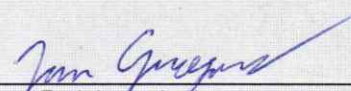

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

26.10.2022

Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Anotační list

Název:	Nekolokované hlcení vibrací složitých mechanických systémů
Anglický název:	Non-located absorption of vibrations of complex mechanical systems
Autor:	Bc. Jan Gregor
Akademický rok:	2022/2023
Studijní program:	Aplikované vědy ve strojním inženýrství
Specializace:	Mechatronika
Ústav/odbor:	Ústav mechaniky, mechatroniky a biomechaniky Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedoucí diplomové práce:	prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 74 Počet obrázků: 32 Počet příloh: 2
Klíčová slova:	Delayed resonator, modální a stavový popis, nekolokované hlcení vibrací, prostorový aktivní hltič, simulační model, unifrekvenční hltič
Keywords:	Delayed resonator, modal and state-space description, non-located vibration absorption, spatial active vibration absorber, simulation model, uni-frequency absorber
Abstrakt:	Práce se zabývá návrhem prostorového aktivního hltiče mechanických vibrací a ověřením jeho funkčnosti na kolokované i nekolokované hlcení vibrací složitě struktury. Byl vytvořen model pro chování soustavy ve frekvenční i časové oblasti a simulačně byl ověřen efekt hltiče na chování soustavy.
Abstract:	The thesis deals with the design of a spatial active vibration absorber and proving its positive effect on collocated and non-located vibration absorption of a complex structure. A simulation model in the frequency and time domain was created in order to verify the effect of the vibration absorber.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně za použití uvedené literatury a programů.

V Praze dne

.....

Bc. Jan Gregor

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu Prof. Ing. Zbyňku Šikovi, Ph.D. za vedení mé diplomové práce a pomoc při tvorbě této práce. Děkuji také projektu Grantové agentury České republiky 21-00871S "Aktivní nekolokované hlcení vibrací pro roboty a mechanické konstrukce" jehož týmu jsem byl součástí. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu při studiu.

Obsah

Seznam obrázků	9
Seznam tabulek	10
Úvod	11
Cíle práce	13
1 Hlcení mechanických vibrací	15
1.1 Hltič mechanických vibrací	15
1.2 Kolokované a nekolokované hlcení vibrací	16
1.3 Pasivní hltiče vibrací	17
1.4 Aktivní hltiče vibrací	18
1.4.1 Delayed resonator	18
2 Redukce mechanických modelů	21
2.1 Popis systému v modálních souřadnicích	21
2.1.1 Stavový popis v modálních souřadnicích	22
2.2 Redukce	23
3 Nekolokovaný hltič vibrací v jednom směru	25
3.1 Popis a model jednodimenzionální struktury	25
3.2 Stabilita	27
3.3 Použití zpětné integrální silové vazby	28
3.3.1 Určení parametru silové zpětné vazby	29
3.4 Výsledky	30
4 Hlcení vibrací prostorové struktury	33
4.1 Prostorový hltič	34
4.1.1 Dynamický model hltiče	34
4.1.2 Unifrekvenční hltič	37
4.2 Primární struktura	38
4.3 Připojení hltiče k poddajné soustavě	39

4.4	Kolokované hlcení vibrací pro libovolnou sílu	42
4.5	Simulační výsledky	43
4.5.1	Stabilita soustavy s připojeným hltičem	44
4.5.2	Kolokované hlcení	45
4.5.3	Simulace v časové oblasti	49
4.5.4	Nekolokované hlcení	50
5	Aktivní hltič	54
5.1	Naladění reálného hltiče na unifrekvenční hltič	54
5.2	Simulační výsledky	57
5.2.1	Aktivní kolokované hlcení	58
5.2.2	Aktivní nekolokované hlcení	62
6	Optimalizace hltiče	64
6.1	Vliv hmotnosti hltiče	64
6.2	Parametry pro optimalizaci	65
6.3	Cílová funkce	66
6.4	Výsledky	66
	Závěr	68
	Literatura	70
	Přílohy	72
A	Stavové matice \mathbf{A} a \mathbf{A}_f	72
B	Matice \mathbf{G}_i a \mathbf{G}_{pi}	73

Seznam obrázků

1.1	Demonstrace principu hltiče mechanických vibrací	15
1.2	Poddajná soustava s hltičem, nekolokovaná úloha hlcení vibrací x_1 , kolokovaná úloha hlcení vibrací x_2	16
1.3	Aktivní a ideální hltič připojené k tělesu	19
3.1	Jednodimenzionální struktura	25
3.2	Přenos z budící síly na polohu x_1 s hltičem naladěným na 22,5 Hz . . .	27
3.3	Póly a nuly soustavy zobrazené v komplexní rovině, v grafu není vzhledem k měřítku vykreslena nula s hodnotou -195	28
3.4	Připojení integrální silové zpětné vazby ke struktuře	29
3.5	Závislost reálné složky pólů soustavy na parametru zesílení p	30
3.6	Přenos z budící síly na polohu x_1 s hltičem naladěným na 22,5 Hz a přidaným sky-hookem	31
3.7	Póly a nuly soustavy s přidaným sky-hookem zobrazené v komplexní rovině, v grafu není vzhledem k měřítku vykreslena jedna nula s hodnotou -195	31
3.8	Simulace chování struktury s aktivním DR hltičem a integrální zpětnou silovou vazbou v čase, aktivní hltič zapnut v čase 5 s	32
4.1	Idealní prostorový hltič	33
4.2	Schématické znázornění prostorové soustavy	38
4.3	Schématické znázornění přibližného umístění v rámci prostorové soustavy	39
4.4	Umístění pólů soustavy s připojeným hltičem v komplexní rovině . . .	44

4.5	Singulární čísla pro strukturu s hltičem naladěným na frekvenci 15,8 Hz	45
4.6	Přenos ze síly na polohu bodu P_2	46
4.7	Přenos ze síly na polohu \mathbf{X}_p , hltič naladěný na 15,5 Hz	47
4.8	Časový průběh polohové výchylky bodů P_i ve směrech definovaných vektorem \mathbf{X}_p při buzení periodickou silou o frekvenci 15,5 Hz	49
4.9	Časový průběh polohové výchylky bodů hltiče \mathbf{X}_a	50
4.10	Přenos ze síly na polohu bodu 41, hltič naladěný na 15,5 Hz	51
4.11	Přenos ze síly na polohu bodu 6, hltič naladěný na 15,5 Hz	51
4.12	Schéma soustavy, označení bodů z tabulky 4.3 a vyznačením umístění hltiče	53
5.1	Přenos ze síly na polohu bodu P_2 při použití aktivního hltiče, naladěného na 15,5 Hz	58
5.2	Porovnání časového průběhu výchylky bodů P_i , ideální a aktivní DR hltič	59
5.3	Časový průběh polohové výchylky bodů P_i ve směrech definovaných vektorem \mathbf{X}_p při buzení periodickou silou o frekvenci 15,5 Hz, zapnutí aktuátoru v čase $t = 50s$	60
5.4	Přenos ze síly na polohu bodu P_1 , vlevo hltič naladěný na 15,5 Hz, vpravo na 24,5 Hz	61
5.5	Přenos ze síly na polohu bodu 6, aktivní hltič naladěný na 15,5 Hz, srovnání s ideálním hltičem	62
5.6	Porovnání časového průběhu výchylky bodu 6, ideální a aktivní DR hltič	63
6.1	Vliv hmoty hltiče na jeho kmitání v čase s aktivním hltičem zapnutým v čase 50 sekund, vlevo hltič s hmotností 1000 kg, vpravo hltič s hmotností 10 kg	64
6.2	Srovnání kmitání bodu 6 pro soustavu bez hltiče (vlevo) a pro optimalizovanou polohu hltiče (vpravo), aktivní hltič zapnutý v čase 50 sekund	66
6.3	Srovnání kmitání bodu 5 pro soustavu bez hltiče (vlevo) a pro optimalizovanou polohu hltiče (vpravo), aktivní hltič zapnutý v čase 50 sekund	67

Seznam tabulek

3.1	Parametry struktury z obrázku 3.1	27
4.1	Parametry hltiče použité pro simulaci	44
4.2	Vyčíslení přenosu v bodech uchycení hltiče P_i (viz obrázek 4.1) pro soustavu bez a s hltičem pro dvě různé frekvence naladění hltiče	48
4.3	Vyčíslení přenosu v bodech struktury dle obrázku 4.12	52
5.1	Parametry reálného hltiče použité pro simulaci	57
5.2	Dopočtené parametry zesílení a zpoždění DR pro naladění na frekvence 15,5 Hz a 24,5 Hz	59

Úvod

Mechanické vibrace mají negativní vliv ve spoustě technických aplikacích. Může se jednat o vibrace přesných přístrojů jako je elektronový mikroskop, obráběcích strojů, kde vlivem vibrací dochází ke zhoršení povrchu obrobku, vibrace různých robotů, kde je požadována vysoká přesnost (produkce mikročipů, chirurgický robot) nebo vibrace mostů a vysokých budov, kde může dojít ke snížení životnosti struktury. Existuje celá řada dalších příkladů, ale pro všechny je společné, že mechanické vibrace působí negativně na funkci zařízení nebo snižují jeho životnost.

Naším cílem je tyto rušivé vibrace tlumit. Hlčení mechanických vibrací pomocí pasivních a aktivních hltičů je jedním z používaných způsobů, jak potlačit vibrace. Pasivní hltiče nepotřebují dodávat energii, ale mají spoustu nevýhod, jako třeba úzké pásmo frekvencí hlčení, které je možno odstranit použitím aktivního hltiče. Nevýhodou u aktivního hlčení vibrací je riziko instability. Nejčastěji se hltič při použití připojuje do místa, kde chceme hltit vibrace. Toto ale nemusí být v praktické aplikaci vždy možné a proto je namístě řešit i úlohy nekolokovaného hlčení, neboli pokud přichycení hltiče a hlčené místo nejsou totožné. Pasivní i aktivní hltiče jsou ve spoustě aplikací navrhovány jako systémy s jedním stupněm volnosti, hltící vibrace v daném směru. Takových hltičů může pak být použito více najednou v různých směrech. Nahrazení jedním prostorovým hltičem se šesti stupni volnosti může být zajímavým řešením pro hlčení vibrací složité mechanické struktury.

V této práci je zpracován přehled různých aktivních a pasivních metod hlčení vibrací a taktéž popis systému v modálních souřadnicích a jeho redukce. Princip nekolokovaného hlčení bude ověřen na jednoduché jednodimenzionální struktuře. Hlavní náplní práce je návrh prostorového hltiče, který bude mít jednu vlastní frekvenci, a jeho použití pro hlčení vibrací složité mechanické struktury. To bude obsahovat zkoumání chování prostorové struktury s hltičem, naladění reálného hltiče na ideální pomocí aktivního prvku a ověření funkčnosti takového aktivního hltiče. Nakonec bude zkoumána možnost zlepšení výsledků chování hltiče optimalizací parametrů a polohy.

Diplomová práce byla řešena v návaznosti na projekt Grantové agentury České republiky 21-00871S "Aktivní nekolokované hlcení vibrací pro roboty a mechanické konstrukce" jehož týmu byl diplomant v rámci svého navazujícího magisterského studia součástí.

Cíle práce

Cíle práce a kapitoly, ve kterých byly tyto cíle řešeny, jsou:

- **Seznamte se s metodami pasivního a aktivního hlčení mechanických vibrací.**

V kapitole 1 je představen princip hlčení mechanických vibrací pomocí hltiče. Hlčení vibrací je rozděleno na kolokované a nekolokované. Jsou představeny různé pasivní a aktivní metody hlčení vibrací, především zpožděná zpětná vazba.

- **Seznamte se s metodami redukce dynamických modelů složitých struktur.**

Kapitola 2 se zabývá popisem mechanického systému v modálních souřadnicích, tvaru stavového systému vhodného pro redukci a následně redukcí mechanického systému.

- **Zkoumejte nekolokované hlčení vibrací jednodimenzionálních mechanických struktur.**

Specifika nekolokovaného hlčení vibrací a zkoumání chování konkrétní jednodimenzionální struktury, především z hlediska stability, je uvedeno v kapitole 3.

- **Optimalizujte a simulačně ověřte funkčnost nekolokovaných aktivních hltičů na jednodimenzionálních strukturách.**

V kapitole 3 je dále rozvíjena úloha nekolokovaného hlčení dané struktury, použití silové integrální zpětné vazby pro stabilitu nekolokované úlohy a nalezení jejích optimálních parametrů. V simulační části je pak ověřeno použití aktivní zpožděné zpětné vazby pro naladění reálného hltiče na ideální.

- **Zkoumejte nekolokované hlcení vibrací prostorových mechanických struktur s použitím prostorového hltiče.**

Prostorový ideální unifrekvenční hltič je navržen v kapitole 4. Je vytvořen dynamický model hltiče. Hltič je poté připojen na složitou rámovou modální strukturu. Je zkoumáno kolokované a nekolokované hlcení vibrací této komplexní struktury.

- **Optimalizujte a simulačně ověřte funkčnost nekolokovaných prostorových aktivních hltičů na prostorových strukturách.**

Návrh aktivního prostorového hltiče a simulační ověření funkčnosti tohoto hltiče na kolokovanou a nekolokovanou úlohu hlcení vibrací prostorové struktury je v kapitole 5. V kapitole 6 je optimalizována poloha umístění hltiče na prostorové soustavě pro zlepšení výsledků nekolokovaného hlcení vibrací struktury.

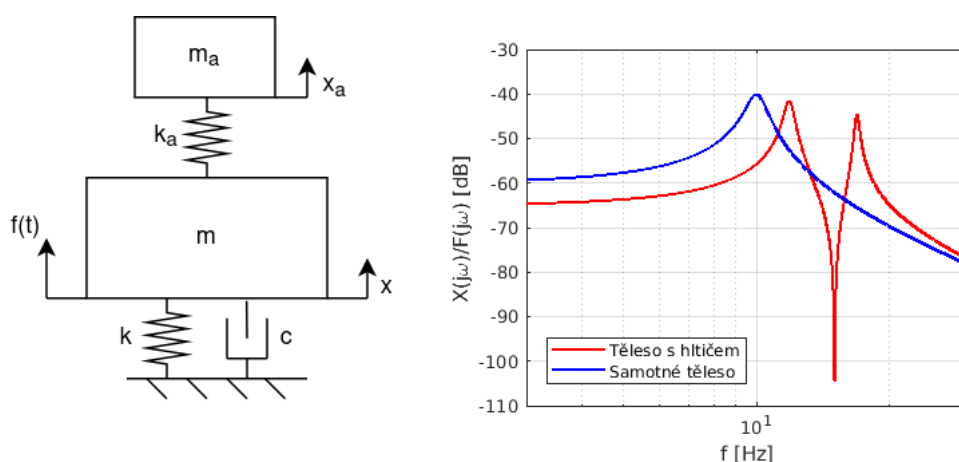
Kapitola 1

Hlčení mechanických vibrací

Tato kapitola představuje koncept mechanického hltiče vibrací, definuje úlohu hlčení vibrací z hlediska umístění hltiče na soustavě a představuje různé známé a publikované metody pasivních a aktivních hltičů vibrací. Zvýšená pozornost je věnována aktivnímu konceptu hlčení vibrací: delayed resonator (zpožděná zpětná vazba).

1.1 Hltič mechanických vibrací

Potlačení vibrací soustavy připojením hltiče je dlouhou dobu známý princip [1]. Používá se především v případech, kdy zařízení pracuje s konstantními otáčkami a dochází tak k periodickému buzení o určité frekvenci. Hltič představuje v nejjednodušším případě hmota připojená pružným elementem k primárnímu tělesu. V momentě, kdy frekvence



Obrázek 1.1: Demonstrace principu hltiče mechanických vibrací

buzení odpovídá vlastní frekvenci samotného hltiče, hltič se dostává do rezonance a vibrace primárního tělesa se utlumí. Tento jev, na kterém je fungování hltiče založen, se nazývá antirezonance. Princip hltiče je zobrazen na obrázku 1.1. Hltič o hmotnosti m_a je připojen na těleso o hmotnosti m , které je buzeno periodickou silou. Pohybové rovnice soustavy jsou

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k + k_a)x - k_ax_a = f(t), \quad (1.1.1)$$

$$m_a\ddot{x}_a + k_ax_a - k_ax = 0. \quad (1.1.2)$$

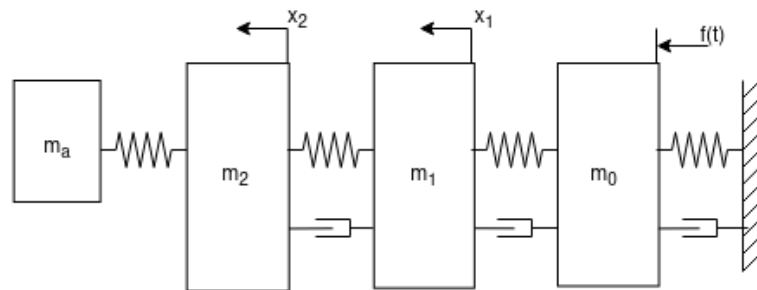
U této jednoduché soustavy se dá snadno z pohybových rovnic pomocí Laplaceovy transformace vyjádřit frekvenční přenos z budící síly na polohu x :

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \left(-\omega^2 m + j\omega c + k + k_a - \frac{k_a^2}{k_a - \omega^2 m_a} \right)^{-1}. \quad (1.1.3)$$

Pro hodnoty parametrů: $m = 10kg$, $k = 1000Nm$, $c = 10Ns/m$, $m_a = 1kg$ a $k_a = 225Nm$; vykreslený přenos (obrázek 1.1 vpravo) nám zobrazuje propad amplitudy v místě vlastní frekvence hltiče $\sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$, která je v tomto případě rovna 15 Hz. Efekt hlčení vibrací na dané frekvenci lze porovnat s modrou křivkou představující kmitání samotného buzeného tělesa.

1.2 Kolokované a nekolokované hlčení vibrací

Hlčení mechanických vibrací lze rozdělit dle vzájemné polohy hltiče a hlčeného místa. Prvním a snažším případem je umístění hltiče do místa, kde chceme potlačit vibrace. Tento případ nazýváme kolokovaným hlčením. V praktickém použití je ale často nemožné umístit hltič do místa, kde chceme vibrace potlačit. Příkladem můžou být



Obrázek 1.2: Poddajná soustava s hltičem, nekolokovaná úloha hlčení vibrací x_1 , kolokovaná úloha hlčení vibrací x_2

různé druhy robotů (obráběcí, chirurgický), kde není místo v oblasti pracovní hlavice pro umístění hltiče. Úlohu, kde místo hlcení vibrací a místo umístění hltiče jsou různé, nazveme nekolokovanou. Na obrázku 1.2 je zobrazena poddajná struktura s připojeným hltičem o hmotnosti m_a . Při buzení soustavy periodickou silou na tělese 0, hlcení vibrací tělesa 2 bude kolokovanou úlohou. Hlcení vibrací tělesa 1 bude v takovém případě úlohou nekolokovanou. Na aktivní nekolokované hlcení jednodimenzonální struktury jsou zaměřeny [2], [3], [4] a také kapitola 3. V kapitole 4 je zkoumáno jak kolokované, tak nekolokované hlcení prostorové soustavy.

1.3 Pasivní hltiče vibrací

Pasivní hltiče vibrací neobsahují žádný aktivní prvek. Nejjednodušším případem je hltič z obrázku 1.1. Největší výhodou pasivních hltičů je, že k hlcení vibrací nepotřebují dodávat energii. Nevýhodou je, že pásmo frekvencí, ve kterých hltič pohlcuje vibrace, je velmi úzké, je symetrické kolem vlastní frekvence hltiče a i malé výchýlení od vlastní frekvence může vést k rozladění. Možnosti, jak zlepšit vlastnosti, vychází z ladění parametrů hltiče. Parametrický rozbor pro zkoumání charakteristik hltiče a efekt ladění a rozladění parametrů je uveden v [5]. Problém úzkého pásu hlcených frekvencí je řešen v [6]. Zde je navržena robustní metoda, jak nalezením parametrů hltiče lze snížit amplitudy v rezonancích pro široké pásmo frekvencí. Článek [7] představuje semi-aktivní hltič, kde pasivní hltič obsahuje element s řízenou proměnlivou tuhostí. Takto navržený hltič s řízením se může automaticky vyhýbat efektu rozladění v momentě, že se změní budící frekvence primární struktury a také vzhledem k hystereznímu chování má navíc další disipace energie, tedy i disipace tlumení. V [8] je hlceno více módů primární soustavy pomocí více hltičů s jedním stupněm volnosti. Hltič s více stupni volnosti a jeho výsledky jsou řešeny v [9]. Optimální hltič se dvěma stupni volnosti dosahuje lepšího hlcení vibrací než hltič s jedním stupněm volnosti nebo i než dva takové hltiče s optimálním rozložením hmoty.

Ve spoustě aplikací (například tlumení vibrací budov nebo velkých strojů) je poměr hmotnosti hltiče a primární soustavy velmi malý. Použití pasivního hltiče má v takových případech několik slabých míst: velice úzké pásmo frekvencí, dlouhý přechodový děj, neboli na začátku buzení primární soustavy nepracuje hltič efektivně a nežádoucí oscilace hltiče při náhodném buzení. Zlepšením se dá dosáhnout použitím aktivního hltiče a zmíněná slabá místa jsou uvažována při návrhu řídicího algoritmu [10].

1.4 Aktivní hltiče vibrací

Přidáním aktivního prvku k hltiči můžeme dosáhnout lepších charakteristik tlumení, ať už se jedná o široké pásmo frekvencí, nebo aktivní přeladování hltiče. Výhodné tak může být použití aktivních hltičů pro roboty a jiné aplikace, kde dochází ke změně frekvencí rušivých sil. Nevýhodou je potencionální destabilizace vlivem akční síly aktuátoru a také narozdíl od pasivních hltičů potřeba dodávat energii pro hlacení vibrací.

V literatuře najdeme nespočet různých aktivních hltičů využívající všechny možné druhy aktuátorů a řídicích algoritmů. V článku [11] je navržený aktivní hltič, který je složen ze dvou reakčních hmot mezi, kterými je umístěn aktuátor. Tento dvoumotový hltič hltí vibrace v širokém pásmu frekvencí a při srovnání s jednohmotovým aktivním hltičem se stejným algoritmem dosahuje lepších výsledků. Jako aktuátor mohou být využity i piezoaktuátory, jako v [12]. Piezoaktuátory jsou zde využívány pro hlacení vibrací jedno a dvou dimenzionálních struktur s mnoha módy, jako jsou například nosníky a desky.

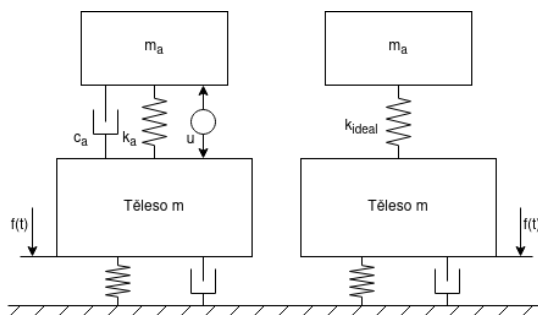
Využití výhod aktivních hltičů a použití pro hlacení vibrací koncového bodu sériového robota je uvedeno v [13]. Zde je použit rovinný hltič se třemi stupni volnosti a lineární kvadratický regulátor se stavovým pozorovatelem jako řídicí algoritmus. Data pro řídicí algoritmus jsou získávána z akcelerometrů a relativního pohybu tří voice coil aktuátorů.

Z celé řady existujících řídicích algoritmů a použitých aktuátorů, se budeme dále více zabývat jedním specifickým případem a to konceptem delayed resonator.

1.4.1 Delayed resonator

Delayed resonator (DR), volně přeloženo jako zpožděná zpětná vazba, je koncept aktivního laděného hltiče navržený v devadesátých letech minulého století N. Olgacem [14]. Principem je naladění reálného hltiče na hltič ideální. Výhodami DR je jednoduchá implementace, kdy je senzor instalován pouze na hltiči nebo pouze na aktuátoru, dále úplné potlačení vibrací pro naladěnou frekvenci a také nezávislost parametrů aktuátoru na parametrech primární struktury. [15] Je také možné ladit parametry DR hltiče v reálném čase. V [16] je navrženo ladění v reálném čase na DR principu pro buzení různými měnícími se frekvencemi.

Následující popis principu DR a určení parametrů pro jednodimenzionální případ vychází z [15]. Na obrázku 1.3 vlevo je znázorněn aktivní hltič vibrací připojený na



Obrázek 1.3: Aktivní a ideální hltič připojené k tělesu

základní těleso. Dynamika hltiče je popsána diferenciální rovnicí ve tvaru

$$m_a \ddot{x}_a(t) + c_a \dot{x}_a(t) + k_a x_a(t) = u(t), \quad (1.4.1)$$

kde x_a je výchylka hltiče a u silový vstup. Parametry hltiče jsou: hmotnost m_a , tuhost k_a , tlumení c_a . Při buzení tělesa periodickou silou f s frekvencí ω je požadováno, aby hltič plně potlačil vibrace tělesa. Na obrázku 1.3 vpravo je znázorněn ideální hltič vibrací, který tohoto dosáhne. Hltič lze popsat rovnicí

$$m_a \ddot{x}_a(t) + k_{ideal} x_a(t) = 0 \quad (1.4.2)$$

a pro vlastní frekvenci hltiče $\sqrt{\frac{k_{ideal}}{m_a}}$ stejnou jako je budící frekvence ω dojde k úplnému utlumení vibrací tělesa. Cílem aktivního hltiče je eliminovat tlumení hltiče a upravit ostatní parametry tak, aby se hltič choval stejně jako ideální. Budeme uvažovat polohovou zpětnou vazbu ve tvaru

$$u(t) = g x_a(t - \tau), \quad (1.4.3)$$

kde g je zesílení a τ je zpoždění. Diferenciální rovnice pro reálný (1.4.1) a ideální hltič (1.4.2) lze přepsat do frekvenční oblasti použitím Laplaceovy transformace jako

$$(-\omega^2 m_a + j\omega c_a + k_a - g e^{-j\omega\tau}) X_a(j\omega) = 0, \quad (1.4.4)$$

$$(-\omega^2 m_a + k_{ideal}) X_a(j\omega) = 0. \quad (1.4.5)$$

Požadavek, aby se reálný hltič choval jako ideální, neboli aby se tyto dvě rovnice rovnaly, nám dává podmínku mezi parametry

$$g e^{-j\omega\tau} = g (\cos \omega\tau - j \sin \omega\tau) = j\omega c_a + k_a - k_{ideal}. \quad (1.4.6)$$

Rozdělením na reálnou a imaginární část dostáváme soustavu dvou rovnic

$$g \cos \omega\tau = k_a - k_{ideal}, \quad (1.4.7)$$

$$-g \sin \omega \tau = \omega c_a. \quad (1.4.8)$$

Řešením této soustavy dostaneme vztahy pro parametry aktuátoru

$$g = -\sqrt{(k_a - k_{ideal})^2 + (\omega c_a)^2}, \quad (1.4.9)$$

$$\tau = \frac{1}{\omega} \left(\arctan \frac{\omega c_a}{k_a - k_{ideal}} + 2(k - 1)\pi \right), k = 1, 2, \dots \quad (1.4.10)$$

Parametr k značí větev zpoždění. S těmito odvozenými parametry zpětná vazba (1.4.3) naladí reálný hltič tak, aby se choval jako ideální.

Existuje celá řada modifikací a rozvíjení základního konceptu. Využití DR hltiče pro nekolokované hlčení je řešeno v [2], [3] a [4]. Rozvinutím DR konceptu do roviny se zabývá [15] a navrhuje ideální rovinný hltič, na který je posléze nalazen reálný hltič pomocí zpětné polohové vazby se zpožděním. Pro splnění podmínky, aby se reálný hltič choval jako ideální, je v tomto případě potřeba splnit podmínky mezi geometrickými parametry. V článku je analyticky dokázáno, že při splnění těchto podmínek, dochází k úplnému utlumení vibrací rovinné platformy, na kterou je hltič přidělán. K úplnému utlumení dochází nezávisle na síle. Dalším zkoumáním a optimalizací rovinného hltiče s DR se zabývá [17]. Prostorový hltič vibrací se 6 stupni volnosti je navržen v [18]. Je založen na Stewartově platformě s pružinami a voice coil aktuátory v každé noze. Použitím zpožděné zpětné polohové vazby z encondérů ve voice coil aktuátorech je možné naladit hltič na ideální pro danou frekvenci.

Rozšíření DR konceptu na prostorový hltič se šesti stupni volnosti bude dále rozvíjeno v dalších kapitolách této práce.

Kapitola 2

Redukce mechanických modelů

Pro potřeby simulace chování mechanických systémů je potřeba co nejpřesnější dynamický model, ale na druhé straně, co nejmenší možný, vzhledem k výpočetní náročnosti simulace. Původní model je často vytvořen pomocí metody konečných prvků a obsahuje velký počet stupňů volnosti. Takový model je možno zredukovat několika způsoby, s ohledem na další obsah práce, se následující část zabývá stavovým popisem mechanického systému v modálních souřadnicích a jeho možnou redukcí dle [19].

2.1 Popis systému v modálních souřadnicích

Mechanický systém lze popsat diferenciální rovnicí s použitím fyzikálních souřadnic

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}. \quad (2.1.1)$$

Použitím modální transformace $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{q}$, modálních souřadnic \mathbf{q} a násobením rovnice (2.1.1) modální maticí \mathbf{V}^T zleva dostaneme rovnici

$$\mathbf{V}^T\mathbf{M}\mathbf{V}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}^T\mathbf{B}\mathbf{V}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}^T\mathbf{K}\mathbf{V}\mathbf{q} = \mathbf{V}^T\mathbf{f}. \quad (2.1.2)$$

Modální matice \mathbf{V} je složena z vlastních tvarů soustavy odpovídajícím nenulovým vlastním frekvencím a je normována maticí hmotnosti dle vztahu

$$\mathbf{V}^T\mathbf{M}\mathbf{V} = \mathbf{I}. \quad (2.1.3)$$

Pro diagonální matice vlastních frekvencí soustavy Ω platí vztah

$$\mathbf{V}^T\mathbf{K}\mathbf{V} = \Omega^2 \quad (2.1.4)$$

a při uvažování proporcionálního tlumení lze diagonalizovat také rychlostní člen a to

$$\mathbf{V}^T \mathbf{B} \mathbf{V} = 2\mathbf{b}_r \Omega, \quad (2.1.5)$$

kde \mathbf{b}_r je diagonální matice poměrných utlumů jednotlivých módů. Použitím předchozích vztahů je rovnici (2.1.2) možno zapsat v diagonalizovaném tvaru a rozpadá se na N nezávislých diferenciálních rovnic, kde N je počet módů.

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2\mathbf{b}_r \Omega \dot{\mathbf{q}} + \Omega^2 \mathbf{q} = \mathbf{V}^T \mathbf{f}. \quad (2.1.6)$$

2.1.1 Stavový popis v modálních souřadnicích

Pro stavový popis v modálních souřadnicích je výhodné zvolit stavový vektor takový, abychom dostali balancovaný tvar, který je výhodný jak pro redukci, tak i z hlediska výpočetní náročnosti. Stavový vektor \mathbf{z} pro takový model je ve tvaru

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \Omega_1 q_1 & \dot{q}_1 & \Omega_2 q_2 & \dot{q}_2 & \dots & \Omega_N q_N & \dot{q}_N \end{bmatrix}^T. \quad (2.1.7)$$

Po vyjádření stavového systému pomocí definovaného stavového vektoru dostáváme blokově diagonální systémovou matici

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_1 & \dots & 0 & 0 \\ -\Omega_1 & -2b_{r1}\Omega_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \Omega_N \\ 0 & 0 & \dots & -\Omega_N & -2b_{rN}\Omega_N \end{bmatrix}. \quad (2.1.8)$$

Matice \mathbf{A} je mimo jiné tridiagonální, což přináší výhodu při numerickém řešení. Matice \mathbf{B} má tvar

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{V}_N \end{bmatrix}^T. \quad (2.1.9)$$

Celý systém lze dohromady zapsat známými rovnicemi stavového systému (2.1.10) (2.1.11), kde v tomto případě vstup $\mathbf{u} = \mathbf{f}$.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (2.1.10)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{D} \mathbf{u} \quad (2.1.11)$$

Výstupy stavového systému z rovnice (2.1.11) lze volit dle potřeby. Nejpoužívanější jsou poloha, rychlost a zrychlení a dají se odvodit z modálního popisu mechanického systému. V případě polohy platí $\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{q}$ a po vyjádření

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{V}_N & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (2.1.12)$$

a tedy výstupní matice polohy jsou

$$\mathbf{C}_{POS} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{v}_1}{\Omega_1} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{v}_2}{\Omega_2} & \mathbf{0} & \dots & \frac{\mathbf{v}_N}{\Omega_N} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.1.13)$$

$$\mathbf{D}_{POS} = \mathbf{0}. \quad (2.1.14)$$

V případě rychlosti platí $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}$, poté lze psát

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{V}_N \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (2.1.15)$$

a tedy výstupní matice rychlosti jsou

$$\mathbf{C}_{VEL} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{V}_N \end{bmatrix}, \quad (2.1.16)$$

$$\mathbf{D}_{VEL} = \mathbf{0}. \quad (2.1.17)$$

Pro vyjádření výstupu zrychlení je potřeba použít diferenciální rovnici (2.1.6) a dosadit do vztahu

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\ddot{\mathbf{q}} = -2\mathbf{V}\mathbf{b}_r\Omega\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{V}\Omega^2\mathbf{q} + \mathbf{V}\mathbf{V}^T\mathbf{f} \quad (2.1.18)$$

a s použitím stavového vektoru lze zapsat zrychlení jako

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{V}_1\Omega_1 & -2\mathbf{V}_1b_{r1}\Omega_1 & \dots & -\mathbf{V}_N\Omega_N & -2\mathbf{V}_Nb_{rN}\Omega_N \end{bmatrix} \mathbf{z} + \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{V}_i\mathbf{V}_i^T \right) \mathbf{u} \quad (2.1.19)$$

a výstupní matice zrychlení jsou

$$\mathbf{C}_{ACC} = \begin{bmatrix} -\mathbf{V}_1\Omega_1 & -2\mathbf{V}_1b_{r1}\Omega_1 & \dots & -\mathbf{V}_N\Omega_N & -2\mathbf{V}_Nb_{rN}\Omega_N \end{bmatrix}, \quad (2.1.20)$$

$$\mathbf{D}_{ACC} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_i\mathbf{V}_i^T \end{bmatrix}. \quad (2.1.21)$$

2.2 Redukce

K redukci systému lze přistupovat více způsoby. Původní stavový systém je popsán následujícími maticemi

$$SS_{orig} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D} \end{bmatrix}. \quad (2.2.1)$$

Nejsnazším způsobem, jak takový systém zredukovat, je omezit systém na určité frekvence a vypuštění módů s vlastními frekvencemi mimo požadované pásmo. Zredukováný systém je potom popsán maticemi

$$SS_{tru} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D} \end{bmatrix}. \quad (2.2.2)$$

Taková redukce většinou nepostihuje nejlépe původní systém, především při nízkých frekvencích a nízkých stupňů aproximace. Redukce s residuem označovaná jako single perturbation approximation (SPA) [20] zohledňuje vypuštěné stavy staticky narozdíl od prvního způsobu. Systém redukováný s residuem je popsán jako

$$SS_{spa} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21} & \mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21} & \mathbf{D} - \mathbf{C}_2\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.2.3)$$

Při použití popisu výše uvedeným stavovým modálním popisem s vhodně zvoleným vektorem lze popis zjednodušit. Pokud budeme uvažovat systémovou matici ve tvaru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2.4)$$

a porovnáním se vztahem (2.1.8) musí platit, že submatice $\mathbf{A}_{12} = \mathbf{0}$ a $\mathbf{A}_{21} = \mathbf{0}$. Potom se maticový popis systému zjednoduší na

$$SS_{MODALspa} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D} - \mathbf{C}_2\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.2.5)$$

Výsledný maticový popis se od jednoduché redukce dle (2.2.2) liší pouze v matici výstupu \mathbf{D} . Vzhledem ke zvolenému modálnímu popisu lze, ale inverzi matice \mathbf{A}_{22} snadno analyticky vyjádřit, což je velice výhodné vzhledem k častému vysokému počtu stupňů volnosti původního systému a tudíž veliké výpočetní náročnosti inverze matice.

V závislosti na zvoleném výstupu stavového systému a zvolené redukci je potřeba určit matice \mathbf{D} . V případě jednoduchého vypuštění stavů dle (2.2.2) se matice výstupů nemění a jsou stejné jako pro původní systém. V případě redukce s residuem dle (2.2.5) se změní výstupní matice polohy a to na

$$\mathbf{D}_{POS,SPA} = \sum_{i=n+1}^N \frac{\mathbf{V}_i\mathbf{V}_i^T}{\Omega_i^2} = \mathbf{G} - \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{V}_j\mathbf{V}_j^T}{\Omega_j^2}. \quad (2.2.6)$$

Matice může být zjednodušena pomocí matice poddajnosti (inverzní matice tuhosti) systému $\mathbf{G} = \mathbf{K}^{-1}$. [19] Zjednodušením docílíme toho, že k výpočtu se použijí redukováné stavy n , a ne vypouštěné $N - n$, kterých může být v některých případech velmi mnoho.

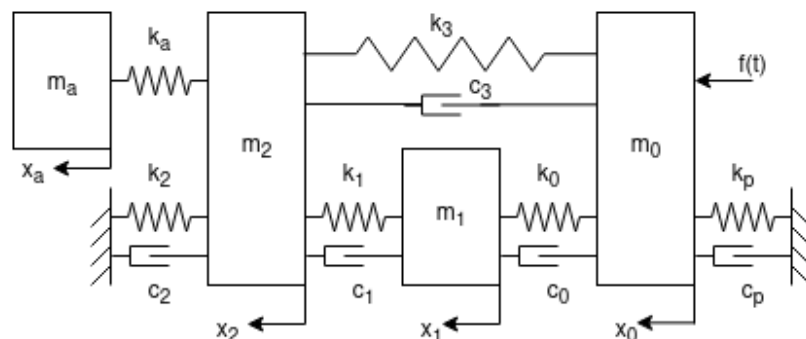
Kapitola 3

Nekolokovaný hltič vibrací v jednom směru

V této kapitole se budeme zabývat nekolokovaným hlcením jednodimenzionální mechanické struktury. Zkoumání takových struktur může být užitečné pro nižší náročnost analytického řešení a principy aplikované na jednodimenzionálních strukturách se dají posléze rozšířit i do prostoru na složitější případy. Bude zkoumána jednoduchá mechanická struktura, především z hlediska stability při použití hltiče pro nekolokované hlcení. Tato kapitola vychází z [2].

3.1 Popis a model jednodimenzionální struktury

Bude zkoumána struktura na obrázku 3.1. Řetězec tří tuhých hmotných těles, jednotlivé hmotnosti m_i , je navzájem projen pružnými a tlumícími elementy. Navíc je zde také



Obrázek 3.1: Jednodimenzionální struktura

paralelní pružina spojující tělesa 0 a 2. Pružiny mají tuhosti k_i , tlumiče tlumení c_i . Těleso 0 je buzeno vnější harmonickou periodickou silou. Cílem úlohy je minimalizovat výchylku tělesa 1 pomocí ideálního hltiče vibrací umístěného na tělese 2. Jedná se tedy o úlohu nekolokovaného hlčení. Problém této struktury při nekolokovaném hlčení je popsán v [2]. Představme si strukturu na obrázku 3.1 bez projevovací pružiny mezi tělesy 0 a 2, tj. pružiny k_3 a tlumení c_3 . V případě, že chceme hltit vibrace tělesa 1, struktura se rozdělí na dvě části. Jedna část přenáší vibrace na těleso 1 a druhá podstruktura se chová jako hltič. Tento problém je poté stejný jako kolokované hlčení, s tím rozdílem, že hltičem v resonanci není jedna hmota, ale celá vícetělesová podstruktura, viz [3]. V momentě, kdy propojíme tělesa 0 a 2 paralelní pružinou, nebude již možné rozdělit strukturu na dvě části, protože neexistuje jediná cesta pro přenos sil. Postup pro řešení úlohy musí pak být obecnější než v prvním případě, viz [2].

Pro zkoumání chování struktury vytvoříme dynamický model. Dynamika soustavy se dá vyjádřit 4 diferenciálními rovnicemi druhého řádu.

$$m_0\ddot{x}_0 = -k_p \cdot x_0 - c_p \cdot \dot{x}_0 - k_0(x_0 - x_1) - k_3(x_0 - x_2) - c_0(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) - c_3(\dot{x}_0 - \dot{x}_2) + f(t) \quad (3.1.1)$$

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_0(x_1 - x_0) - k_1(x_1 - x_2) - c_0(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (3.1.2)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_1(x_2 - x_1) - k_3(x_2 - x_0) - k_2 \cdot x_2 - k_a(x_2 - x_a) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_0) - c_2\dot{x}_2 \quad (3.1.3)$$

$$m_a\ddot{x}_a = -k_a(x_a - x_2) \quad (3.1.4)$$

Soustavu diferenciálních rovnic vyjádříme jako stavový systém se stavovým vektorem definovaný polohami a rychlostmi

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x_0 & \dot{x}_0 & x_1 & \dot{x}_1 & x_2 & \dot{x}_2 & x_a & \dot{x}_a \end{bmatrix}^T \quad (3.1.5)$$

a ze stavového systému snadno získáme přenos z budící síly na tělese 0 na polohu x_1 jako

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Z}(s)}{\mathbf{F}(s)} = \mathbf{C} [(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}] + \mathbf{D}, \quad (3.1.6)$$

kde stavová matice \mathbf{A} je uvedena v příloze A. Vektor \mathbf{B} obsahuje převrácené hmotnosti v sudých prvcích vektoru. Matice \mathbf{C} a \mathbf{D} mají tvar odpovídající výstupu stavového systému

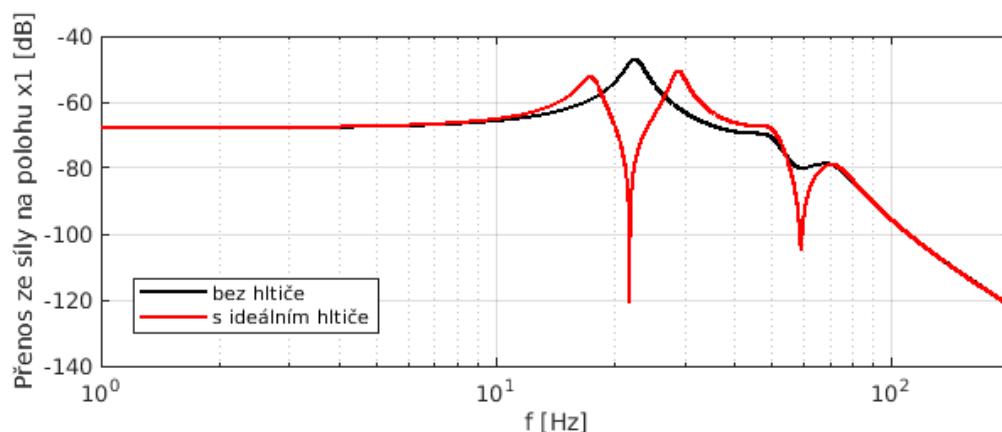
$$x_1 = \mathbf{Cz} + \mathbf{D}f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T f. \quad (3.1.7)$$

Substitucí $s = j\omega$ a následným vykreslením pro pásmo frekvencí dostáváme přenos. Parametry použité pro získání přenosů a později používané i pro ostatní simulace této struktury v této kapitole jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Parametr	Hodnota	Parametr	Hodnota	Parametr	Hodnota
m_0	1 kg	k_1	1450 N/m	c_1	4,9 kg/s
m_1	0,5 kg	k_2	380 N/m	c_2	2,2 kg/s
m_2	1,15 kg	k_3	405 N/m	c_3	2 kg/s
k_p	1500 N/m	c_p	5 kg/s	m_a	0,5 kg
k_0	410 N/m	c_0	2,1 kg/s	k_a	253 N/m

Tabulka 3.1: Parametry struktury z obrázku 3.1

Na obrázku 3.2 je červenou křivkou vykreslen přenos soustavy z budící síly na polohu x_1 a pro srovnání černou křivkou také stejný přenos pro soustavu bez hltiče. Lze pozorovat, že ideální hltič při naladění na frekvenci 22,5 Hz skutečně v této frekvenci hltí vibrace soustavy. Skutečný hltič lze naladit tak, aby se choval jako ideální, jako zpožděný rezonátor (DR) dle principu uvedeného v úvodu této práce. Soustava má díky hltiči ještě druhou antirezonanci kolem frekvence 60 Hz. Z vykresleného přenosu ale nedostáváme žádnou informaci o stabilitě systému a bez zkoumání stability systému nemůže určit, zda je aplikace hltiče možná. Stabilitou se bude zabývat další část této kapitoly.

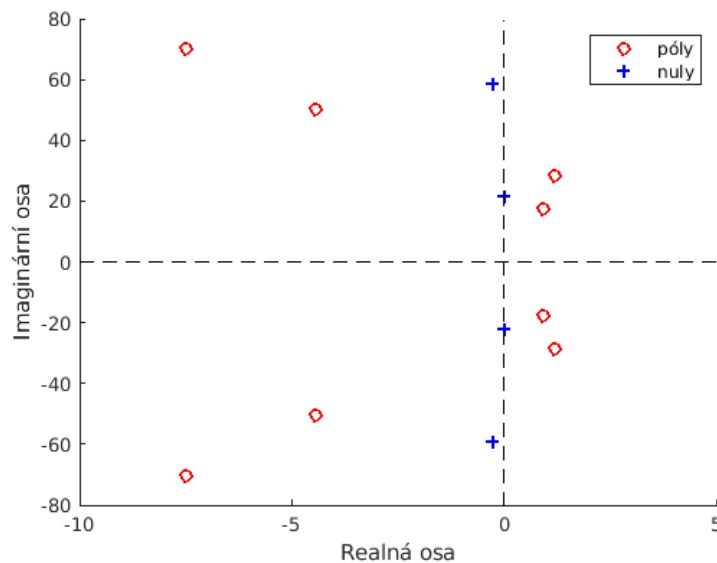


Obrázek 3.2: Přenos z budící síly na polohu x_1 s hltičem naladěným na 22,5 Hz

3.2 Stabilita

Stabilitu soustavy určíme z přenosu (3.1.7), respektive z pólů systému. Další možností, jak určit stabilitu, by bylo simulací v časové oblasti, respektive odezva na skok síly.

Stabilní systém má všechny póly v levé polorovině komplexní roviny. Na obrázku 3.3 jsou vykresleny póly a nuly soustavy. Systém má 8 pólů a 5 nul, v grafu jsou vykresleny pouze 4 nuly, pátá nula má hodnotu -195 a při zobrazení všech nul v komplexní rovině není graf přehledný. Některé z pólů se nacházejí v kladné části reálné osy a tudíž systém není stabilní a je potřeba najít řešení pro zestabilnění systému. Z polohy dvou nul na imaginární ose vidíme, že pro frekvenci odpovídající těmto nulám dochází k utlumení kmitání do 0, neboli potvrzení výsledku z přenosu na obrázku 3.2.



Obrázek 3.3: Póly a nuly soustavy zobrazené v komplexní rovině, v grafu není vzhledem k měřítku vykreslena nula s hodnotou -195

K dosažení stability systému lze použít stabilizující rychlostní a polohovou zpětnou vazbu jako je to použito v [2]. V našem případě, ale budeme zkoumat použití jiného aktuátoru, který je jednodušší na implementaci v reálné aplikaci.

3.3 Použití zpětné integrální silové vazby

Pro stabilizaci systému použijeme integrální silovou zpětnou vazbu s jedním parametrem zesílení p . Silová integrální zpětná vazba je velice robustní a nenáročné řešení.

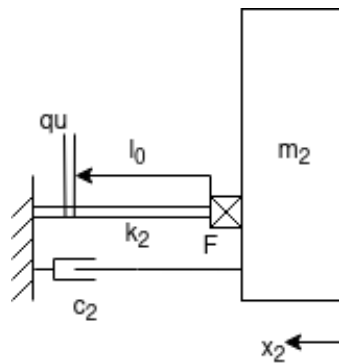
V jednoduchých případech odpovídá konceptu sky-hook, rozdílem může být chování při připojení k poddajným soustavám, kde je silová integrální zpětná vazba robustnější, kdežto u klasického sky-hooku hrozí nestabilita [21].

V systému umístíme aktuátor v místě pružiny k_2 na těleso 2 dle obrázku 3.4. Aktuátor má řídicí napětí u , volnou délku l_0 a prodloužení qu , kde q je parametrem. Silovou integrální zpětnou vazbu můžeme popsat rovnicí

$$u = p \int F dt \quad (3.3.1)$$

a její derivací dostaneme diferenciální rovnici

$$\dot{u} = pk_2(x_2 - qu). \quad (3.3.2)$$



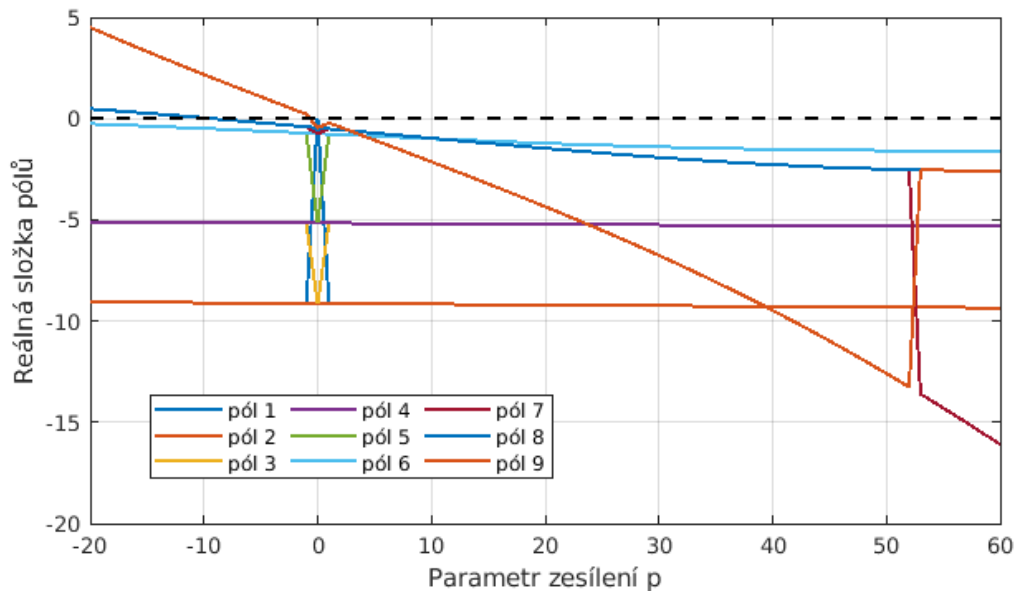
Obrázek 3.4: Připojení integrální silové zpětné vazby ke struktuře

Rovnicí (3.3.2) rozšíříme původní stavový systém soustavy o jeden stav, kde devátý novým stavem bude napětí v aktuátoru u . Matice upraveného stavového systému \mathbf{A}_f je uvedena v příloze A.

3.3.1 Určení parametru silové zpětné vazby

Silová integrální zpětná vazba má jeden parametr zesílení p . Tímto parametrem můžeme ladit chování aktuátoru. Nabízí se otázka, zda je struktura s přidanou zpětnou vazbou stabilní a popřípadě, jak je stabilita závislá právě na parametru zesílení p . Na obrázku 3.5 je vykreslena reálná složky pólů v závislosti na parametru zesílení. Stabilní oblast je pro záporné reálné složky pólů, v obrázku oblast pod černou přerušovanou čarou. Lze tak pozorovat, že pro jakékoli reálné parametry zesílení p je soustava stabilní. Pro to, jakou hodnotu parametru zesílení zvolit, byla použita Newtonova metoda řešení nelineární rovnice čitatele přenosu, neboli nalezení řešení čitatele přenosu protínající nulu. Newtonovou metodou byla nalezena hodnota minima pro parametr zesílení roven 28. Pro tuto hodnotu zesílení jsou nuly orientované téměř na imaginární ose, ale ne

numericky přesně. Teoreticky by tak mělo docházet k velmi malým kmitům, ale vzhledem k poměru netlumených a tlumených kmitů je to i vzhledem k výskytu různých jiných zdrojů tření a tlumení v realitě, pro tento případ dostačující. Numericky nebylo nalezeno řešení, které by stejně jako případ na začátku kapitoly s nestabilním hltičem měl numericky přesně umístěné nuly na imaginární ose.

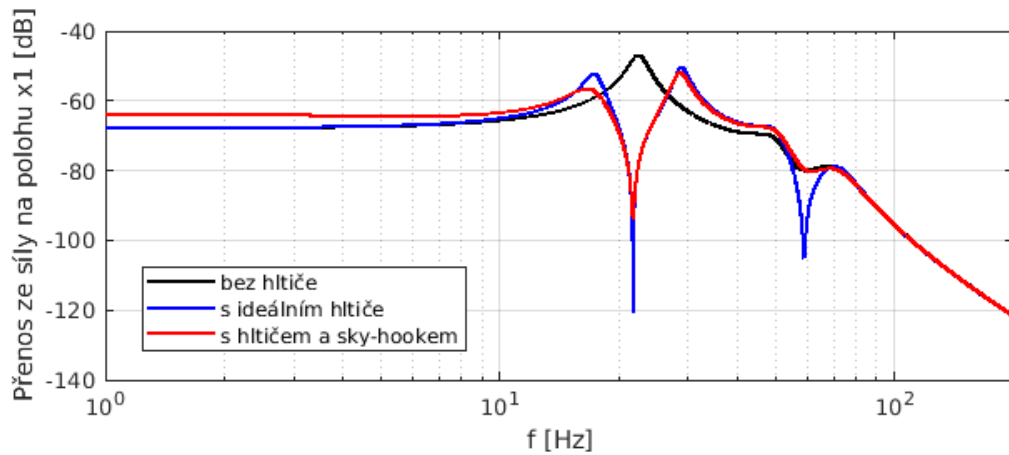


Obrázek 3.5: Závislost reálné složky pólů soustavy na parametru zesílení p

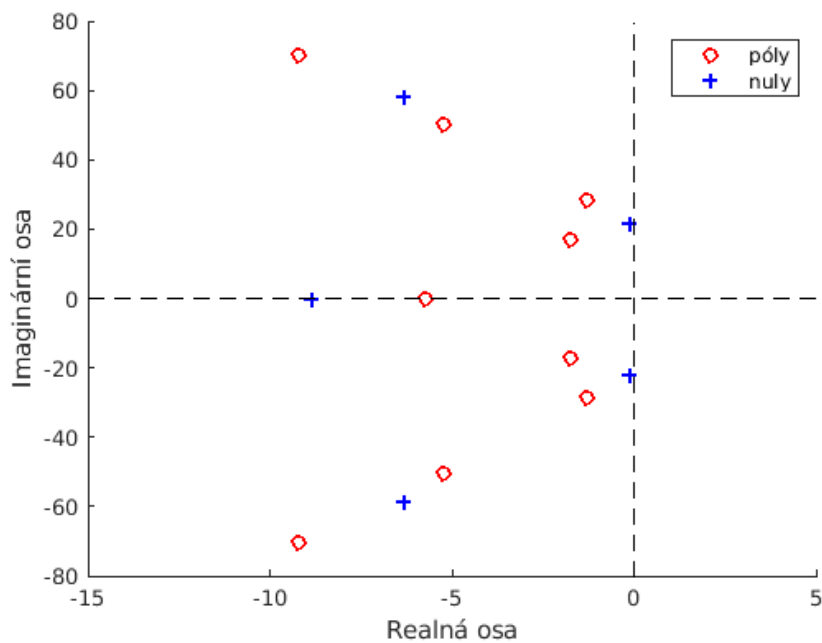
3.4 Výsledky

Na obrázku 3.6 je srovnání přenosů struktury bez hltiče, s hltičem a s hltičem společně se zpětnou silovou vazbou. Chování se přidáním silové zpětné vazby v podstatě nezměnilo, ale získali jsme stabilní řešení, jak je vidět z umístění pólů v komplexní rovině na obrázku 3.7. Pro vykreslení pólů byl použit ideální hltič především proto, že systém se zpožděnou zpětnou vazbou má nekonečně mnoho pólů. Vzhledem k tomu, že pro nekolo-kované hlcení tělesa 1 vychází nestabilita právě z nekolokovanosti a ne z typu použitého hltiče, budeme předpokládat, že pokud má soustava s ideálním hltičem všechny póly umístěné v levé polorovině komplexní roviny, potom bude stabilní i při použití DR hltiče, který se jako ideální chová. Kontrolou stability pro nás bude časová simulace.

Posledním ověřením je provedení simulace v časové oblasti. V této simulaci je místo ideálního hltiče použit aktivní DR hltič, pro jednodimenzionální případ odvozen stejně



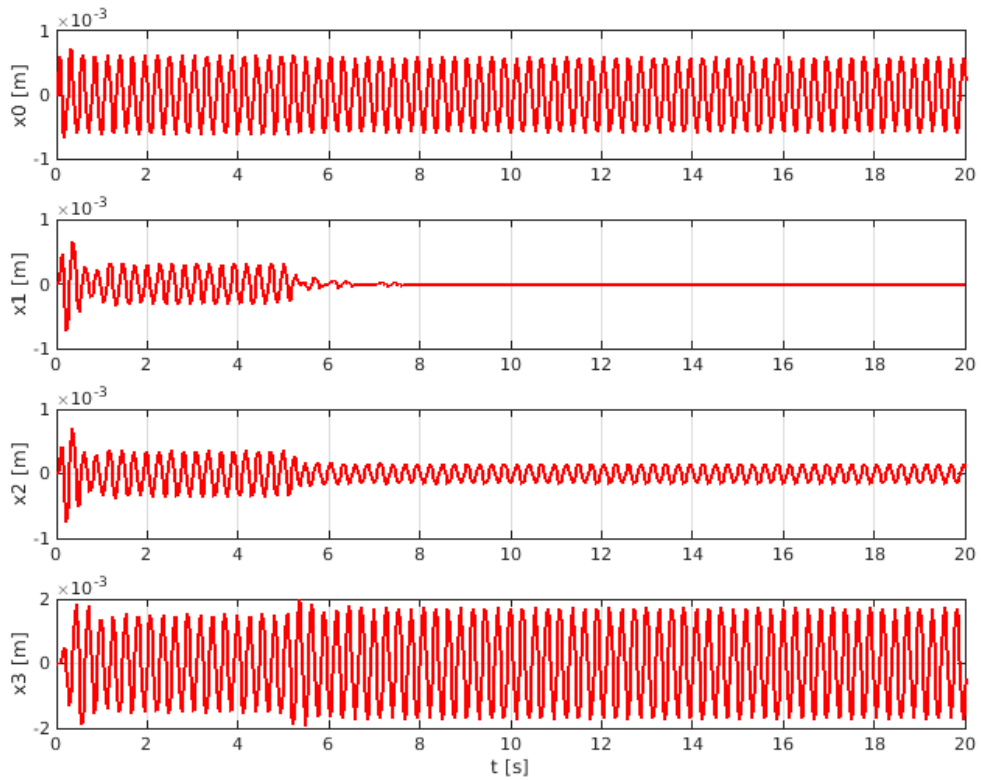
Obrázek 3.6: Přenos z budící síly na polohu x_1 s hltičem naladěným na 22,5 Hz a přidaným sky-hookem



Obrázek 3.7: Póly a nuly soustavy s přidaným sky-hookem zobrazené v komplexní rovině, v grafu není vzhledem k měřítku vykreslena jedna nula s hodnotou -195

jako v kapitole 1.4.1. Hltič je naladěn na frekvenci 22,5 Hz a parametry pro toto naladění jsou: zesílení $g = -51,9 N/m$ a zpoždění $\tau = 0,0586 s$. Na obrázku 3.8 je zobrazeno kmitání všech třech těles a hltiče v čase při buzení periodickou silou o frekvenci 22,5 Hz. V čase 5 sekund dojde k zapnutí aktuátoru. Potvrdily se závěry odvozené z přenosů a zkoumání stability při použití silové zpětné integrální vazby. Na cíleném tělese 1 došlo

vlivem aktivního DR hltiče k pohlcení vibrací a silová integrální zpětná vazba zajišťuje stabilitu systému. Taktéž jsme ověřili, že aktivní DR hltič ladí parametry reálného hltiče, tj. eliminuje jeho tlumení a modifikuje tuhost, na parametry hltiče ideálního pasivního. Na takto jednoduché struktuře se ukázalo, že nekolokované hlcení může být problematické a komplikovanější než hlcení kolokované.

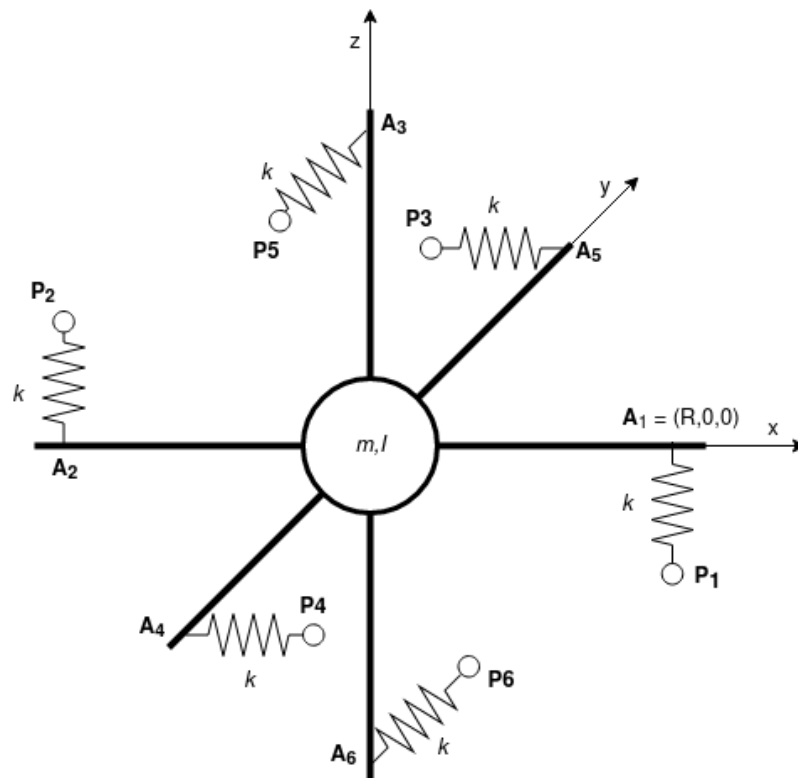


Obrázek 3.8: Simulace chování struktury s aktivním DR hltičem a integrální zpětnou silovou vazbou v čase, aktivní hltič zapnut v čase 5 s

Kapitola 4

Hlčení vibrací prostorové struktury

V této kapitole bude zkoumáno hlčení vibrací komplexní prostorové struktury. Pro tento účel je potřeba navrhnout odpovídající prostorový hltič a vytvořit jeho dynamický model pro simulaci chování. Důležitou částí úlohy bude propojení modelů hltiče a primární struktury. Zkoumáno bude, jak hlčení kolokované, tak nekolokované.



Obrázek 4.1: Ideální prostorový hltič

4.1 Prostorový hltič

Cílem je navrhnout hltič, který bude hltit vibrace primární struktury ve všech směrech, ve 3 posuvných a ve 3 rotačních a v ideálním případě toho bude schopen dosáhnout pasivně bez aktivního zásahu řízení. Výchozí uvažovaná struktura ideálního hltiče je na obrázku 4.1. Jedná se o tuhý prostorový kříž, který je připojený k primární struktuře v 6 bodech P_i , tlumení v pružinách je pro ideální hltič zanedbáno, body na hltiči A_i leží na povrchu koule se středem v těžišti hltiče a poloměrem R . Hltič má čtyři parametry: hmotnost m , tuhost pružin k , souřadnice umístění uchycení pružin od těžiště R a moment setrvačnosti I . Z požadavku na naledění hltiče na jedinou frekvenci budou později odvozeny vztahy mezi parametry hltiče. Pružiny mají volnou délku L .

4.1.1 Dynamický model hltiče

Pro simulaci chování primární soustavy s připojeným hltiče je neprve potřeba vytvořit dynamický model hltiče. Vektor souřadnic $\mathbf{X}_a = [x_a, y_a, z_a, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z]^T$ popisuje obecnou polohu tělesa hltiče v prostoru. Obecná poloha hltiče je popsána transformačními maticemi

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}(x_a)\mathbf{T}(y_a)\mathbf{T}(z_a)\mathbf{T}(\varphi_x)\mathbf{T}(\varphi_y)\mathbf{T}(\varphi_z). \quad (4.1.1)$$

Jelikož předpokládáme malé vibrace a tedy malé úhly natočení hltiče, můžeme uvažovat $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$, $\sin^2 \varphi \approx 0$ a $\cos^2 \varphi \approx 1$, což vede ke zjednodušení matice \mathbf{T} na transformační matici \mathbf{T}_a (4.1.3).

$$\mathbf{T} \approx \begin{bmatrix} \cos \varphi_y \cos \varphi_z & -\cos \varphi_y \sin \varphi_z & \sin \varphi_y & x_a \\ \cos \varphi_x \sin \varphi_z & \cos \varphi_x \cos \varphi_z & -\cos \varphi_y \sin \varphi_x & y_a \\ -\cos \varphi_x \cos \varphi_z \sin \varphi_y & \cos \varphi_z \sin \varphi_x & \cos \varphi_y \cos \varphi_x & z_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

$$\mathbf{T}_a = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_z & \varphi_y & x_a \\ \varphi_z & 1 & -\varphi_x & y_a \\ -\varphi_y & \varphi_x & 1 & z_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1.3)$$

Pro vyjádření síly v pružinách mezi body A_i a P_i je potřeba vyjádřit polohy bodů r_i . Rozšířený radius vektor polohy bodu $\Delta \mathbf{r}_{A_i} = [\Delta x_{A_i}, \Delta y_{A_i}, \Delta z_{A_i}, 1]^T$ lze dostat jako

$$\Delta \mathbf{r}_{A_i} = \mathbf{T}_a \mathbf{r}_{A_i} - \mathbf{r}_{A_i} = (\mathbf{T}_a - \mathbf{I}) \mathbf{r}_{A_i}, \quad (4.1.4)$$

kde matice \mathbf{I} je jednotková matice a matice $\mathbf{T}_a - \mathbf{I}$ má tvar

$$\mathbf{T}_a - \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_z & \varphi_y & x_a \\ \varphi_z & 0 & -\varphi_x & y_a \\ -\varphi_y & \varphi_x & 0 & z_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.1.5)$$

Síly v bodech A_i lze dopočítat jako skalární součin násobený tuhostí pružiny

$$F_i = k \begin{bmatrix} \Delta x_{A_i} - x_{P_i} \\ \Delta y_{A_i} - y_{P_i} \\ \Delta z_{A_i} - z_{P_i} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}_i, \quad (4.1.6)$$

kde $x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}$ jsou polohy bodu uchycení hltiče k soustavě. Tyto polohy jsou získávány z dynamického modelu systému. Vektor \mathbf{e}_i je jednotkový vektor ve směru osy, ve kterém síla působí, protože uvažujeme malé výchylky a tudíž lze považovat vychýlení pružiny ze směru souřadných os za zanedbatelné. Pro polohu bodu A_1 platí

$$\Delta \mathbf{r}_{A_1} = \begin{bmatrix} \Delta x_{A_1} \\ \Delta y_{A_1} \\ \Delta z_{A_1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_z & \varphi_y & x_a \\ \varphi_z & 0 & -\varphi_x & y_a \\ -\varphi_y & \varphi_x & 0 & z_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a + R\varphi_z \\ z_a - R\varphi_y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.1.7)$$

Síla působící v bodě A_1 je dle rovnice (4.1.6) rovna

$$F_1 = k \begin{bmatrix} x_a - x_{P_1} \\ y_a + R\varphi_z - y_{P_1} \\ z_a - R\varphi_y - z_{P_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = k(z_a - R\varphi_y - z_{P_1}). \quad (4.1.8)$$

Opakováním stejného postupu i pro zbývající dvojice bodů A_i, P_i dostaneme i síly ve zbylých bodech F_i :

$$F_2 = k(z_a + R\varphi_y - z_{P_2}) \quad (4.1.9)$$

$$F_3 = k(x_a - R\varphi_z - x_{P_3}) \quad (4.1.10)$$

$$F_4 = k(x_a + R\varphi_z - x_{P_4}) \quad (4.1.11)$$

$$F_5 = k(y_a - R\varphi_x - y_{P_5}) \quad (4.1.12)$$

$$F_6 = k(y_a + R\varphi_x - y_{P_6}) \quad (4.1.13)$$

Ze znalosti sil působících na hltič můžeme sestavit pohybové rovnice hltiče ve tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_a = f(\mathbf{X}_a, z_{P_1}, z_{P_2}, x_{P_3}, x_{P_4}, y_{P_5}, y_{P_6}). \quad (4.1.14)$$

kde \mathbf{M} je matice hmotnosti

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.1.15)$$

a pravou stranu rovnice (4.1.14) lze zapsat dle rovnice (4.1.16), respektive celou rovnici lze zapsat v maticovém zápisu (4.1.17).

$$f(\mathbf{X}_a, \mathbf{X}_p) = \begin{bmatrix} -k(x_a - R\varphi_z - x_{P_3}) - k(x_a + R\varphi_z - x_{P_4}) \\ -k(y_a - R\varphi_x - y_{P_5}) - k(y_a + R\varphi_x - y_{P_6}) \\ -k(z_a - R\varphi_y - z_{P_1}) - k(z_a + R\varphi_y - z_{P_2}) \\ k(y_a - R\varphi_x - y_{P_5})R - k(y_a + R\varphi_x - y_{P_6})R \\ k(z_a - R\varphi_y - z_{P_1})R - k(z_a + R\varphi_y - z_{P_2})R \\ k(x_a - R\varphi_z - x_{P_3})R - k(x_a + R\varphi_z - x_{P_4})R \end{bmatrix} \quad (4.1.16)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_a = -\mathbf{K}\mathbf{X}_a - \mathbf{K}_p\mathbf{X}_p, \quad (4.1.17)$$

kde matice \mathbf{K} je matice tuhosti hltiče (4.1.18) a matice \mathbf{K}_p je matice tuhosti připojení k hlcenému systému (4.1.19).

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2kR^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2kR^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2kR^2 \end{bmatrix} \quad (4.1.18)$$

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & -k \\ -k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kR & -kR \\ kR & -kR & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kR & -kR & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.19)$$

4.1.2 Unifrekvenční hltič

Cílem je nastavení parametrů hltiče m, k, R, I tak, aby hltič měl všechny vlastní frekvence totožné. Hltič, který má všechny své vlastní frekvence totožné, nazveme unifrekvenční. Dynamika ideálního prostorového hltiče dle obrázku 4.1 je popsána rovnicí

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_a + \mathbf{K}\mathbf{X}_a = 0 \quad (4.1.20)$$

nebo po Laplacově transformaci ve tvaru

$$(s^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{X}_a(s) = 0. \quad (4.1.21)$$

Matice hmotnosti \mathbf{M} i matice tuhosti \mathbf{K} jsou diagonální a maticová soustava se tak rozpadá na 6 nezávislých rovnic. Podmínku pro vztah mezi parametry hltiče dostaneme řešením těchto 6 nezávislých rovnic. První 3 rovnice jsou totožné a to

$$ms^2 + 2k = s^2 + \frac{2k}{m} = 0. \quad (4.1.22)$$

Z rovnice (4.1.22) dostaneme vlastní frekvenci

$$\Omega_{1,2,3} = \sqrt{\frac{2k}{m}}. \quad (4.1.23)$$

Zbylé 3 rovnice jsou taktéž totožné a vypadají

$$Is^2 + 2kR^2 = s^2 + \frac{2kR^2}{I} = 0. \quad (4.1.24)$$

Druhá vlastní frekvence získaná z rovnice (4.1.24) je

$$\Omega_{4,5,6} = \sqrt{\frac{2kR^2}{I}}. \quad (4.1.25)$$

Z rovnosti vlastních frekvencí $\Omega_{1,2,3}$ a $\Omega_{4,5,6}$ (nutná podmínka unifrekvenčního hltiče) dostáváme podmínku pro parametry hltiče (4.1.26).

$$\Omega_{1,2,3} = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \Omega_{4,5,6} = \sqrt{\frac{2kR^2}{I}} \longrightarrow I = mR^2. \quad (4.1.26)$$

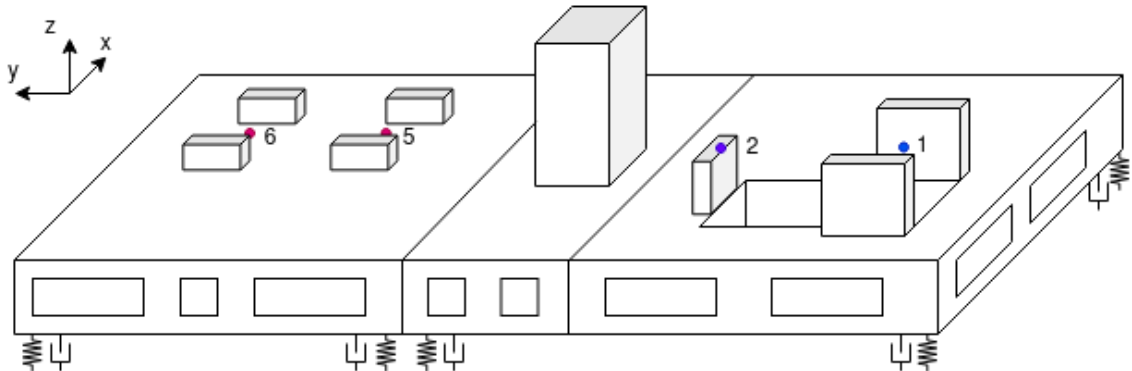
Rovnice (4.1.26) nám dává podmínku o rozložení hmoty ve struktuře hltiče. Parametr R je nezávisle volitelný, parametry m a k jsou nezávislé vzhledem k podmínce unifrekvenčnosti hltiče, ale jsou závislé mezi sebou a na nastavení těchto parametrů závisí vlastní frekvence hltiče

$$\Omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}. \quad (4.1.27)$$

Pro geometrii hltiče, která splňuje podmínku (4.1.26) lze volbou m a k dle vztahu (4.1.27) dosáhnout unifrekvenčního hltiče naladěného na libovolnou frekvenci.

4.2 Primární struktura

Prostorová poddajná soustava, na které budeme pomocí prostorového hltiče pohlcovat vibrace, je zjednodušeně znázorněna na obrázku 4.2. Jedná se o uložený složitý rám, složený z několika těles, s mnoho stupni volnosti. Popis celého systému je zredukovaný na 63 bodů, tj. 189 souřadnic. Body 1 a 2 jsou místa působení budící periodické síly. Body 5 a 6 jsou hlavním místem, které chceme nekolokovaně hltit.

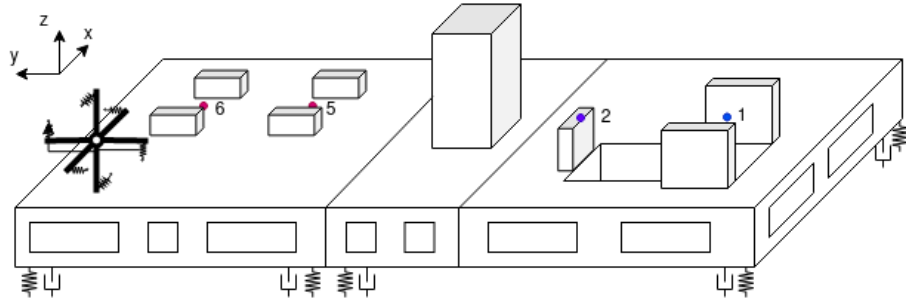


Obrázek 4.2: Schématické znázornění prostorové soustavy

Mechanický model je sestaven v modálních souřadnicích dle kapitoly 2.1 a stavový popis systému je s ohledem na případnou snadnou redukci systému sestaven dle kapitoly 2.1.1. Vstupem pro sestavení modelu struktury je 50 prvních vlastních frekvencí struktury a odpovídající vlastní tvary normované dle matice hmotnosti (2.1.3). Dále je použit model proporcionálního tlumení, kdy každému vlastnímu tvaru je přiřazen poměrný útlum (2.1.5). Dostáváme pak stavový systém se stavovou maticí \mathbf{A} o velikosti 100x100 ve tvaru (2.1.8), maticí \mathbf{B} o velikosti 100x189 ve tvaru (2.1.9). Matice požadovaného výstupu o odpovídající velikosti taktéž definujeme dle kapitoly 2.1.1.

4.3 Připojení hltiče k poddajné soustavě

Problém připojení hltiče k soustavě spočívá zaprvé v různém popisu systémů a zadruhé v nemožnosti připojit hltič přímo na některé ze 63 bodů, kterými je chování soustavy definováno. Na obrázku 4.3 je zobrazeno přibližné umístění hltiče na rámu. Vzhledem ke struktuře hltiče lze pozorovat, že uchytňné body volně poletují v prostoru. V následující části budou definovány tyto úchytné body pomocí existujících bodů, tak aby odpovídaly poddajnému chování soustavy.



Obrázek 4.3: Schématické znázornění přibližného umístění v rámci prostorové soustavy

Dynamika hltiče připojeného k soustavě přes body P_i je vyjádřena diferenciální rovnicí (4.1.17), kterou lze zapsat také jako

$$s^2 \mathbf{M} \mathbf{X}_a(s) = -\mathbf{K} \mathbf{X}_a(s) - \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p(s). \quad (4.3.1)$$

Přenos ze souřadnic hltiče \mathbf{X}_a na souřadnice soustavy, kde je hltič uchycen \mathbf{X}_p lze vyjádřit jako

$$\mathbf{G}_a(s) = \frac{\mathbf{X}_a(s)}{\mathbf{X}_p(s)} = -(s^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p. \quad (4.3.2)$$

Primární soustava, na kterou budeme hltič připojovat, je vyjádřena v modálních souřadnicích, kdežto dynamika hltiče je popsána souřadnicemi \mathbf{X}_a a \mathbf{X}_p . Je potřeba vyjádřit souřadnice \mathbf{X}_p pomocí modálních souřadnic, abychom mohli spojit model hltiče s modelem primární struktury. Vektor \mathbf{X}_p obsahuje souřadnice bodů primární struktury, kde je hltič přichycen. Jak již bylo zmíněno, tyto body v primární struktuře neexistují a musí být dopočítány. K tomu použijeme 4 body primární struktury.

Nejprve zvolíme 4 vhodné body Q_i primární soustavy, které neleží v jedné rovině. Body P_i vyjádříme jako lineární kombinaci zvolených 4 bodů Q_i . Pro toto vyjádření

potřebujeme nejprve matici \mathbf{s} pro transformaci, kterou dostaneme ze vztahu

$$\begin{bmatrix} x_{Q2} - x_{Q1} & x_{Q3} - x_{Q1} & x_{Q4} - x_{Q1} \\ y_{Q2} - y_{Q1} & y_{Q3} - y_{Q1} & y_{Q4} - y_{Q1} \\ z_{Q2} - z_{Q1} & z_{Q3} - z_{Q1} & z_{Q4} - z_{Q1} \end{bmatrix} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} x_{Q2l} - x_{Q1l} & x_{Q3l} - x_{Q1l} & x_{Q4l} - x_{Q1l} \\ y_{Q2l} - y_{Q1l} & y_{Q3l} - y_{Q1l} & y_{Q4l} - y_{Q1l} \\ z_{Q2l} - z_{Q1l} & z_{Q3l} - z_{Q1l} & z_{Q4l} - z_{Q1l} \end{bmatrix}. \quad (4.3.3)$$

Matice na pravé straně rovnice (4.3.3) obsahuje souřadnice bodů Q_i v lokálních souřadnicích a jedná se o matici konstant. Lze tak snadno vyjádřit matici \mathbf{s} jako

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} x_{Q2} - x_{Q1} & x_{Q3} - x_{Q1} & x_{Q4} - x_{Q1} \\ y_{Q2} - y_{Q1} & y_{Q3} - y_{Q1} & y_{Q4} - y_{Q1} \\ z_{Q2} - z_{Q1} & z_{Q3} - z_{Q1} & z_{Q4} - z_{Q1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Q2l} - x_{Q1l} & x_{Q3l} - x_{Q1l} & x_{Q4l} - x_{Q1l} \\ y_{Q2l} - y_{Q1l} & y_{Q3l} - y_{Q1l} & y_{Q4l} - y_{Q1l} \\ z_{Q2l} - z_{Q1l} & z_{Q3l} - z_{Q1l} & z_{Q4l} - z_{Q1l} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (4.3.4)$$

V momentě, kdy známe matici \mathbf{s} můžeme vyjádřit body P_i jako

$$P_i = Q_1 + \mathbf{s} [P_{ixl}, P_{iy l}, P_{izl}]^T, \quad (4.3.5)$$

kde souřadnice P_{ixl} , $P_{iy l}$ a P_{izl} jsou rozměry hltiče, respektive zástavbového prostoru hltiče. Pro jednotlivé body potom platí

$$P_1 = Q_1 \quad (4.3.6)$$

$$P_2 = Q_1 + \mathbf{s} [-2R, 0, 2L]^T \quad (4.3.7)$$

$$P_3 = Q_1 + \mathbf{s} [-R - L, R, L]^T \quad (4.3.8)$$

$$P_4 = Q_1 + \mathbf{s} [-R + L, -R, L]^T \quad (4.3.9)$$

$$P_5 = Q_1 + \mathbf{s} [-R, -L, L + R]^T \quad (4.3.10)$$

$$P_6 = Q_1 + \mathbf{s} [-R, L, L - R]^T. \quad (4.3.11)$$

Nyní jsou body P_i vyjádřeny jako lineární kombinace bodů Q_i , tj. například pro souřadnice P_{1x} platí

$$P_{1x} = f(Q_{1x}, Q_{2x}, Q_{3x}, Q_{4x}). \quad (4.3.12)$$

Potřebujeme ale vyjádřit souřadnice bodů P_i jako funkci modálních souřadnic $\mathbf{Z}(s)$. Vzhledem k tomu, že mezi modálními a absolutními souřadnicemi platí vztah (4.3.15) a matice \mathbf{D} je nulová, potom

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{C}_{abs} \mathbf{Z}(s), \quad (4.3.13)$$

kde matice \mathbf{C}_{abs} vznikne z rovnic (4.3.6) až (4.3.11) nahrazením souřadnic bodů Q_i příslušnými řádky matice \mathbf{C} . Rozměr matice je tedy 6 x (2 x počet modů).

Celou soustavu lze popsat jako stavový systém 1. řádu, kde se připojený hltič promítne jako působící vnější síla

$$s\mathbf{Z}(s) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(s) + \mathbf{B}\mathbf{F}(s) + \mathbf{B}\mathbf{P}(\mathbf{S}_1\mathbf{X}_a(s) + \mathbf{S}_2\mathbf{X}_p(s)), \quad (4.3.14)$$

$$\mathbf{X}(s) = \mathbf{C}\mathbf{Z}(s) + \mathbf{D}\mathbf{F}(s). \quad (4.3.15)$$

Matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} a \mathbf{D} jsou matice stavového systému, vyjádřeného z mechanického systému v modálních souřadnicích. Matice \mathbf{S}_1 a \mathbf{S}_2 jsou matice tuhosti připojeného hltiče v dynamických rovnicích primární struktury (rovnice (4.3.16) a (4.3.17)). Matice \mathbf{P} je matice o rozměru 189x6, která promítá síly z hltiče působící na body P_i na body v primární struktuře. Matice \mathbf{P} vychází z lineární kombinace použitou k vyjádření bodů uchycení hltiče a obsahuje pouze 12 nenulových řádků a to ty, které odpovídají souřadnicím bodů Q_i .

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k & 0 & -kR & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 & kR & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & 0 & -kR \\ k & 0 & 0 & 0 & 0 & kR \\ 0 & k & 0 & -kR & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & kR & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k \end{bmatrix} \quad (4.3.17)$$

Rovnici (4.3.15) lze po dosazení (4.3.14), (4.3.2) a (4.3.13) vyjádřit jako přenos ze síly působící na primární strukturu na polohu bodů primární struktury

$$\frac{\mathbf{X}(s)}{\mathbf{F}(s)} = \mathbf{C} \left\{ s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{P} \left[-\mathbf{S}_1 (s^2\mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p + \mathbf{S}_2 \right] \mathbf{C}_{abs} \right\}^{-1} \mathbf{B}. \quad (4.3.18)$$

4.4 Kolokované hlčení vibrací pro libovolnou sílu

Nejprve budeme zkoumat chování soustavy s hltičem v místech uchycení hltiče, tedy body P_i na obrázku 4.1. Hlčení vibrací bude tedy kolokované ve smyslu hltič-místo hlčení. Působíště síly je ale v jiném místě primární struktury. Bude nás zajímat, jak závisí působíště síly na hlčení a jak je schopen hltič hltit vibrace v daném případě. Dosazením (4.3.2) lze vyjádřit rovnici (4.3.14) jako

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{Z}(s) - \mathbf{BP} \left[-\mathbf{S}_1 (s^2\mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p + \mathbf{S}_2 \right] \mathbf{X}_p(s) = \mathbf{BF}(s). \quad (4.4.1)$$

Násobením celé rovnice nejprve maticí $(\mathbf{BP})^T$ zleva a poté maticí $\left[(\mathbf{BP})^T (\mathbf{BP}) \right]^{-1}$ také zleva dostaneme výraz

$$\mathbf{H}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{Z}(s) - \left[-\mathbf{S}_1 (s^2\mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p + \mathbf{S}_2 \right] \mathbf{X}_p(s) = \mathbf{HBF}(s), \quad (4.4.2)$$

kde matice \mathbf{H} je zavedena jako (4.4.3) pro zjednodušení zápisu a dále pro matici (\mathbf{BP}) musí platit vztah (4.4.4), aby platila rovnice (4.4.2). Lze numericky ověřit, že zadané matice \mathbf{B} a \mathbf{P} jsou matice konstant a splňují rovnici (4.4.4).

$$\mathbf{H} = \left[(\mathbf{BP})^T (\mathbf{BP}) \right]^{-1} (\mathbf{BP})^T \quad (4.4.3)$$

$$\left[(\mathbf{BP})^T (\mathbf{BP}) \right]^{-1} (\mathbf{BP})^T (\mathbf{BP}) = \mathbf{I} \quad (4.4.4)$$

Za použití substituce $s = j\omega$, kde ω je libovolná frekvence a použití singulárního rozkladu (4.4.5), kde matice \mathbf{U} a \mathbf{V} jsou ortogonální matice a diagonální matice \mathbf{D} (4.4.6) obsahuje 6 singulárních čísel na hlavní diagonále, lze přepsat rovnici (4.4.2) na rovnici (4.4.7) a následně manipulací s maticemi dostaneme rovnici (4.4.8).

$$\left[-\mathbf{S}_1 ((j\omega)^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p + \mathbf{S}_2 \right] = \mathbf{UDV} \quad (4.4.5)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (4.4.6)$$

$$\mathbf{H}(j\omega\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{Z}(j\omega) - \mathbf{UDVX}_p(j\omega) = \mathbf{HBF}(j\omega) \quad (4.4.7)$$

$$\mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{H}(j\omega\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{Z}(j\omega) - \mathbf{V}\mathbf{X}_p(j\omega) = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{F}(j\omega) \quad (4.4.8)$$

Pokud pro matici \mathbf{D} bude platit, že všechna singulární čísla jsou stejná a pro frekvenci blíží se k frekvenci naladění hltiče, tj. $\omega \rightarrow \omega_a$, bude platit, že singulární čísla se blíží k nekonečnu, tj. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 \rightarrow \infty$. Potom pro matici \mathbf{D} musí platit

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_a} \mathbf{D} = \infty \longrightarrow \lim_{\omega \rightarrow \omega_a} \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{0} \quad (4.4.9)$$

a z rovnice (4.4.8) dostaneme, že

$$-\mathbf{V}\mathbf{X}_p(j\omega) = -\mathbf{V}[x_{P_3}, x_{P_4}, y_{P_5}, y_{P_6}, z_{P_1}, z_{P_2}]^T = \mathbf{0} \quad (4.4.10)$$

Jelikož matice \mathbf{V} je nenulová, tak z rovnice (4.4.10) vyplývá, že vektor \mathbf{X}_p musí být nulový a to nezávisle na síle působící na primární strukturu. Vzhled k definici tohoto vektoru to znamená, že lineární kombinace 4 bodů primární struktury, pomocí které jsou vyjádřeny souřadnice bodu P_i vystupující v dynamických rovnicích hltiče, musí být nulová. Neboli existuje takový vektor modálních souřadnic \mathbf{Z} , pro který je lineární kombinace definující 6 souřadnic ve vektoru \mathbf{X}_p nulový.

Z rovnice (4.4.10) také plyne, že k úplnému utlumení dojde v 6 souřadnicích bodů P_i definovaných vektorem \mathbf{X}_p , ale o chování bodů P_i v ostatních 12 souřadnicích nic nevyplývá. To znamená, že pro každý bod P_i uchycení hltiče k primární struktuře platí, že v jedné souřadnici dojde k úplnému utlumení vibrací, ale ve zbylých dvou směrech k úplnému utlumení nedododje.

4.5 Simulační výsledky

V této části ověříme simulačně chování soustavy ve frekvenční a časové oblasti a ověříme stabilitu. Budeme rozlišovat a zkoumat dva případy hlcení mechanických vibrací výše popsané struktury s pasivním hltičem. Prvním případem je kolokované hlcení vibrací. Kolokovanost v tomto smyslu znamená, že hltič připojujeme přímo na místo, kde chce utlumit mechanické vibrace. Budící vnější síla, ale působí v úplně jiném místě struktury než je umístěn hltič (bod 1). Druhým případem je nekolokované hlcení, neboli hltič je umístěn jinde než je místo, kde chceme tlumit vibrace. Budící síla působí, stejně jako u prvního případu, v úplně jiném místě struktury.

Pro simulaci chování soustavy byly použity parametry v tabulce 4.1. Parametry jsou určeny odhadem, aby co nejvíce odpovídaly realitě. Tuhost pružin hltiče k , která není v tabulce uvedena, je závislý parametr na volené vlastní frekvenci hltiče a určí se

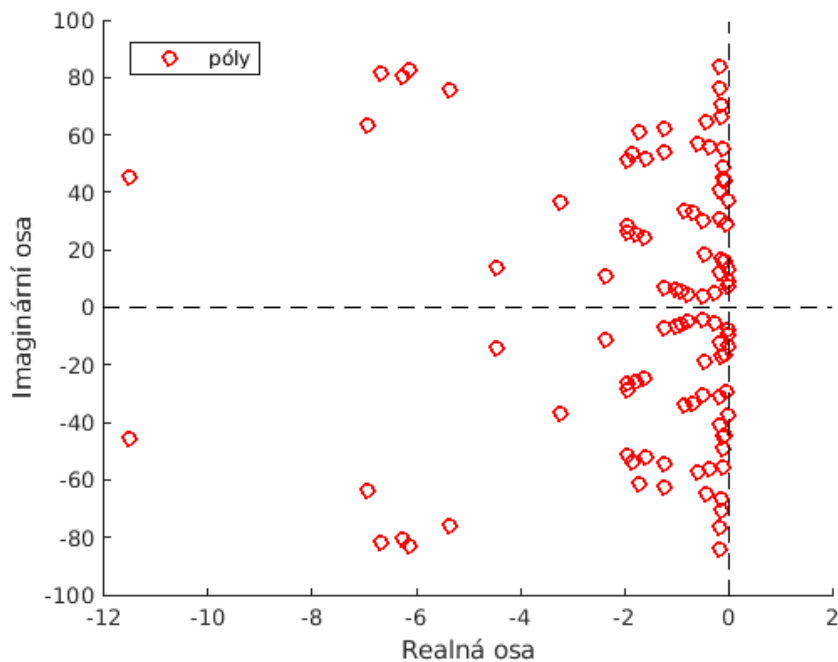
dle vztahu (4.1.27). Volba hmotnosti hltiče ovlivňuje chování soustavy v celém pásmu frekvencí, ale nemá vliv na oblast vlastní frekvence hltiče.

Parametr	Hodnota
Hmotnost hltiče m	100 kg
Rozměrový parametr hltiče R	500 mm
Volná délka pružin hltiče L	300 mm

Tabulka 4.1: Parametry hltiče použité pro simulaci

4.5.1 Stabilita soustavy s připojeným hltičem

Nejprve se zaměříme na stabilitu soustavy po připojení hltiče. Vzhledem k tomu, že připojovaný hltič je pasivní, nemělo by k destabilizaci systému dojít. I tak je ale zjišťování stability důležité i proto, že z přenosů ve frekvenční oblasti nejsme schopni identifikovat, zda bude soustava stabilní.



Obrázek 4.4: Umístění pólů soustavy s připojeným hltičem v komplexní rovině

Pro řešení stability systému budeme vycházet ze stavového popisu (4.3.14). Můžeme v tomto stavovém systému vyjádřit novou matici \mathbf{A}_n stavového systému s připojeným

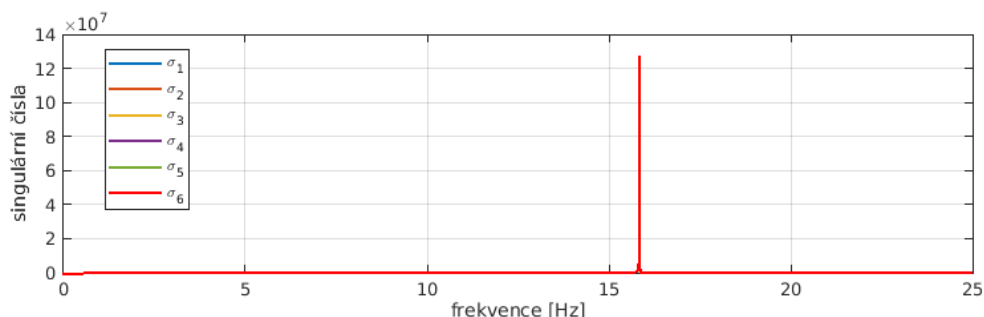
hltičem a řešení stability dostaneme jako problém vlastních čísel z rovnice

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_n) = \det \left\{ \lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{P} \left[-\mathbf{S}_1 (\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p + \mathbf{S}_2 \right] \mathbf{C}_{abs} \right\} = 0. \quad (4.5.1)$$

Na obrázku 4.4 jsou vykreleny póly soustavy v komplexní rovině. Pro stabilitu systému je potřeba, aby všechny póly soustavy ležely v levé polorovině komplexní roviny. Na obrázku je vidět, že soustava toto splňuje pro všechny póly a je tudíž stabilní.

4.5.2 Kolokované hlcení

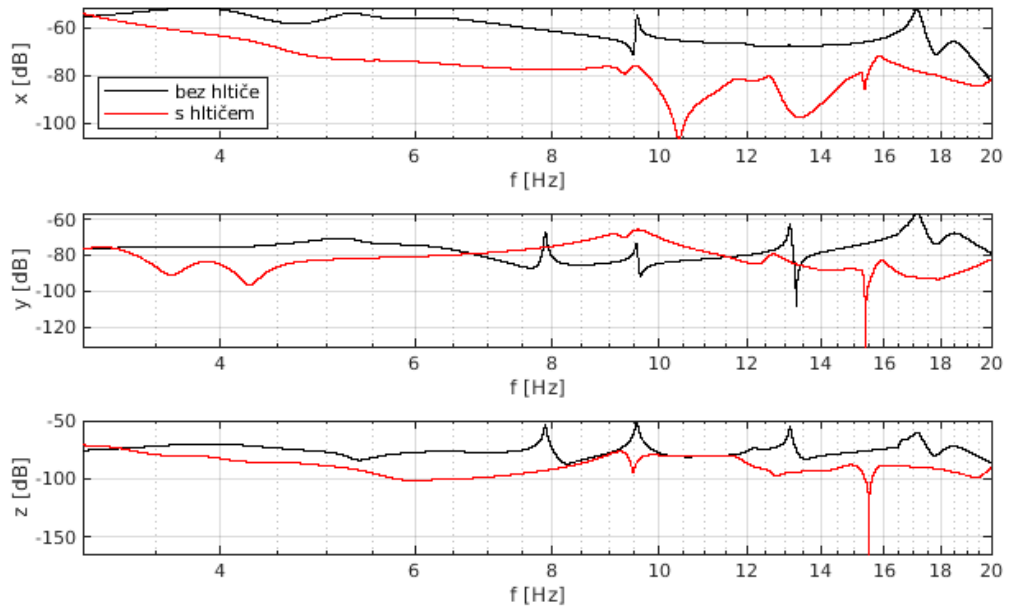
V této části simulačně ověříme, zda dosáhneme stejných výsledků pro kmitání bodů P_i , kde je uchycen hltič, jako dle odvozených vztahů z části 4.4, tj. dosáhneme úplného utlumení v 1 směru pro každý bod P_i . Nejprve ověříme podmínku, abychom ze singulárního rozkladu dle rovnice (4.4.5) dostali 6 stejných singulárních čísel, které se pro frekvenci rovnou frekvenci naladění htiče blíží k nekonečnu. Na obrázku 4.5 jsou vykresleny singulární čísla matice (4.4.5), kde frekvence htiče je 15,8 Hz. Všechna singulární



Obrázek 4.5: Singulární čísla pro strukturu s hltičem naladěným na frekvenci 15,8 Hz

čísla jsou v tomto případě stejná a v místě frekvence 15,8 Hz roustou do vysokých hodnot (v závislosti na velikosti kroku při vykreslení, pro nekonečně malý krok by teoreticky hodnoty vyrostly do nekonečna). Toto platí i pro libovolnou frekvenci naladění htiče.

Na obrázku 4.6 jsou vykresleny přenosy dle odvozeného vztahu (4.3.18) ze síly působící na primární strukturu na polohu (respektive na amplitudu kmitání polohy v dB) ve směrech x, y a z bodu P_2 . Černá křivka představuje přenos z budící vnější síly na primární soustavu bez připojeného hltiče, červená křivka přenos z budící síly na soustavu s připojeným hltičem naladěným na frekvenci 15,5 Hz. Pro bod P_2 by dle dříve odvozených vztahů mělo dojít k úplnému utlumení pouze ve směru z, což je souřadnice, která vystupuje v pohybových rovnicích hltiče. Z obrázku 4.6 lze zjistit, že k utlumení dochází ve všech směrech pro frekvenci rovnou frekvenci naladění htiče,



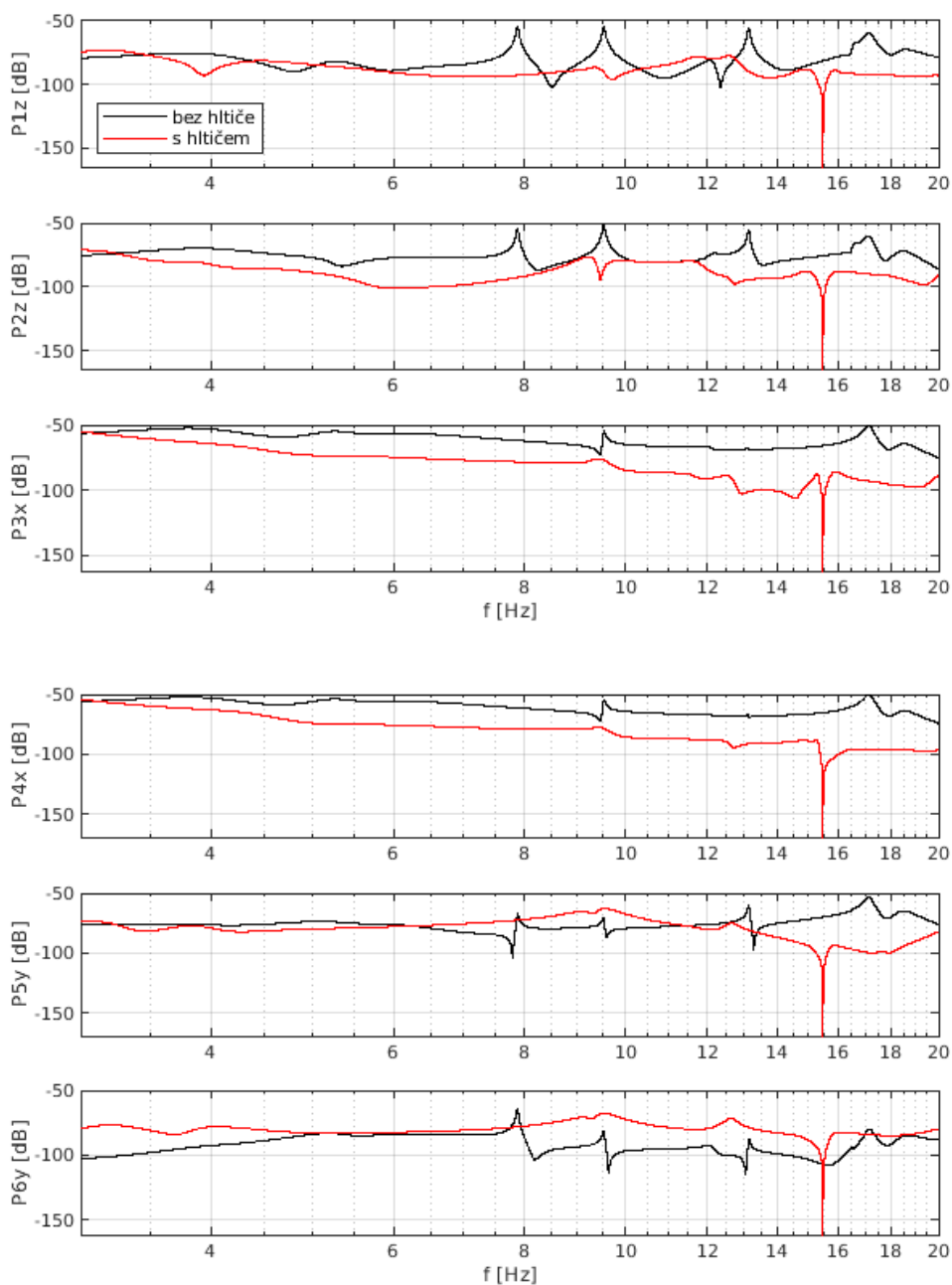
Obrázek 4.6: Přenos ze síly na polohu bodu P_2

ale pro směry y a z jsou tato utlumení výraznější, kdežto ve směru x je utlumení menší a spíše výsledkem utlumení soustavy v celém pásmu frekvencí, než propadem v místě vlastní frekvence hltiče. Hltič připojený na soustavu ovlivňuje chování soustavy i ve frekvencích mimo vlastní frekvence hltiče. Přenosy pro soustavy s hltičem a bez hltiče se výrazně liší pouze v pásmu přibližně mezi 3 Hz až 20 Hz. Pro vyšší frekvence, které nejsou v tomto případě vykreslené, se chování příliš neliší. Šíře ovlivněného pásma je závislá na parametrech hltiče, především na hmotnosti.

Na obrázku 4.7 jsou vykresleny přenosy ze síly na polohu pro 6 souřadnic bodů uchycení hltiče P_i , které vytupují v pohybových rovnicích ve vektoru \mathbf{X}_p . Parametry a naladění hltiče jsou stejné jako v předchozím případě. Z přenosů je patrné, že ve všech souřadnicích z vektoru \mathbf{X}_p dochází k utlumení pro frekvenci rovnou vlastní frekvenci hltiče. Dle odvození v části 4.4 by toto utlumení mělo být úplné. Abychom toto ověřili, vyčíslíme hodnotu přenosu ve všech bodech P_i . Přenos z budící síly na polohu vyčíslíme dle rovnice (4.5.2), za použití substituce $s = j\omega$ a dosazení frekvence dle naladění hltiče.

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{X}_p(s)}{\mathbf{F}(s)} = \mathbf{C}_{abs} \left\{ s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{P} \left[-\mathbf{S}_1 (s^2\mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}_p \mathbf{C}_{abs} + \mathbf{S}_2 \mathbf{C}_{abs} \right] \right\}^{-1} \mathbf{B}_m \quad (4.5.2)$$

Vyčíslení přenosu z budící síly na body P_i , kde je uchycen hltič, pro dvě různé nastavení hltiče a různé působíště budící síly je v tabulce 4.2. V tabulce je vyčíslen přenos



Obrázek 4.7: Přenos ze síly na polohu \mathbf{X}_p , hltič naladěň na 15,5 Hz

v 18 souřadnicích bodů P_i pro čtyři různé případy: soustava bez hltiče buzená periodickou silou s frekvencí 15,5 Hz; soustava s hltičem naladěným na frekvenci 15,5 Hz a buzená silou o stejné frekvenci; soustava bez hltiče buzená silou o frekvenci 24,5 Hz a soustava s hltičem naladěným na 24,5 Hz buzená silou o stejné frekvenci. Zvýrazněné souřadnice jsou ty souřadnice, které se vyskytují v dynamických rovnicích hltiče. Z hodnot v ta-

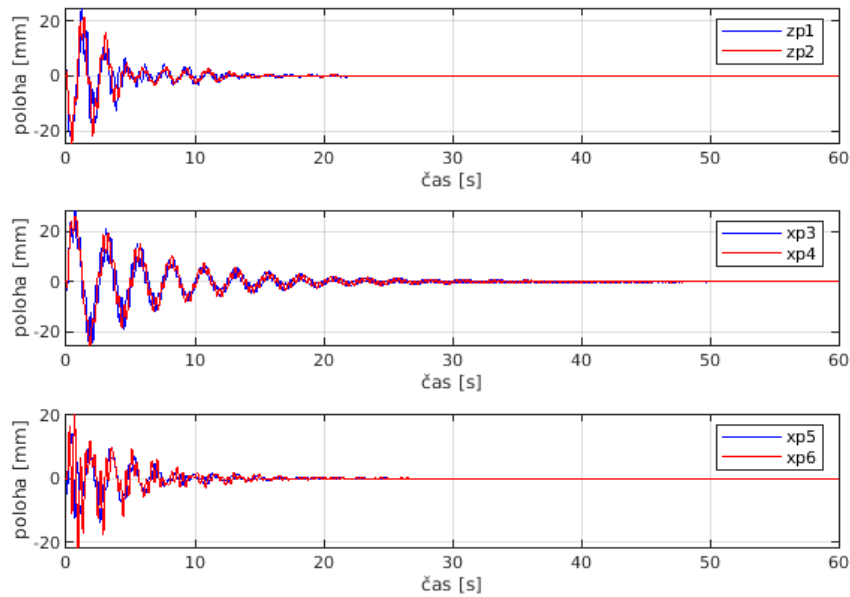
Bod	$ G(j\omega) $ systém bez hltiče	$ G(j\omega) $ pro $\omega =$ $\omega_a = 15,5Hz$	$ G(j\omega) $ systém bez hltiče	$ G(j\omega) $ pro $\omega =$ $\omega_a = 24,5Hz$
P_{1x}	4,14e-05	7,84e-05	3,13e-05	3,47e-05
P_{1y}	2,49e-05	1,13e-05	2,35e-05	5,42e-07
P_{1z}	9,60e-05	2,69e-20	1,08e-04	3,82e-21
P_{2x}	1,03e-05	7,84e-05	2,60e-05	3,47e-05
P_{2y}	2,96e-05	1,13e-05	6,22e-05	5,42e-07
P_{2z}	1,24e-04	7,10e-20	1,34e-04	8,61e-21
P_{3x}	2,68e-05	2,21e-19	2,42e-05	2,14e-20
P_{3y}	2,72e-05	8,12e-06	1,80e-05	3,91e-07
P_{3z}	1,14e-04	1,12e-05	1,09e-04	1,46e-06
P_{4x}	2,45e-05	2,36e-19	3,31e-05	2,19e-20
P_{4y}	2,69e-05	8,12e-06	2,33e-05	3,91e-07
P_{4z}	1,06e-04	1,12e-05	1,33e-04	1,46e-06
P_{5x}	5,00e-06	1,28e-04	2,73e-05	5,68e-05
P_{5y}	3,13e-05	3,25e-20	9,42e-05	7,36e-21
P_{5z}	1,10e-04	6,51e-06	1,49e-04	3,02e-06
P_{6x}	5,27e-05	1,28e-04	3,02e-05	5,68e-05
P_{6y}	2,38e-05	1,67e-20	5,55e-05	1,79e-20
P_{6z}	1,09e-04	6,51e-06	9,42e-05	3,02e-06

Tabulka 4.2: Vyčíslení přenosu v bodech uchycení hltiče P_i (viz obrázek 4.1) pro soustavu bez a s hltičem pro dvě různé frekvence naladění hltiče

bulce lze pozorovat, že dochází ve většině směrech k řádovému útlumu. Jako směr, ve kterém k útlumu nedochází, se jeví některé směry x . Zvýrazněné souřadnice \mathbf{X}_p mají pro frekvence, na kterou je hltič naladěn, nulový přenos (numerická nula) a to pro libovolné frekvence naladění hltiče. K úplnému utlumení dochází pouze ve jednom daném směru pro každý bod P_i , což odpovídá odvozenému předpokladu, že v souřadnicích vyjádřených vektorem \mathbf{X}_p dochází k úplnému utlumení nezávisle na působišti síly a také to odpovídá přenosu 4.7. V ostatních dvou směrech také většinou dojde k neúplnému útlumu, ale v některých x směrech může dojít i k drobnému zhoršení.

4.5.3 Simulace v časové oblasti

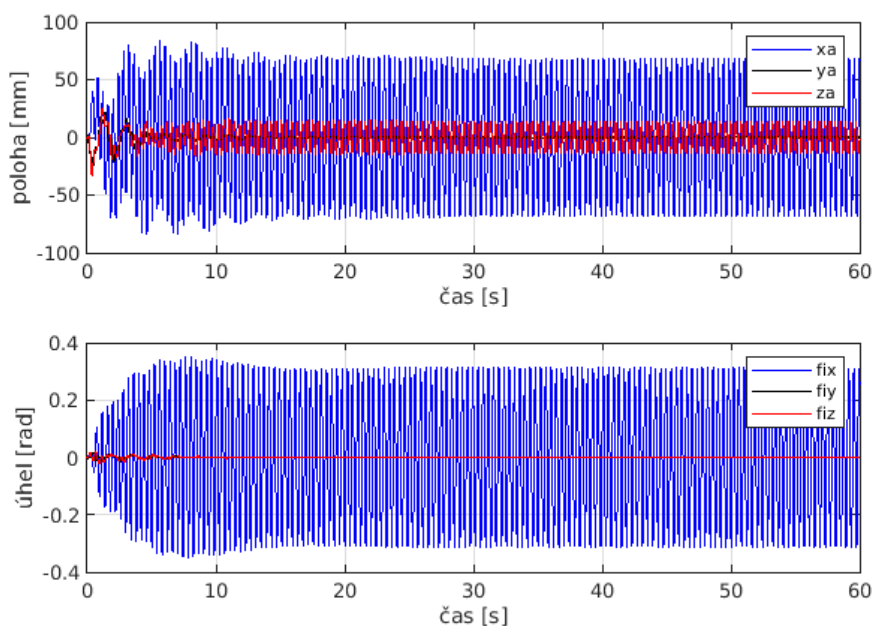
Vykreslením přenosů soustavy jsme dostali výsledek, který potvrdil odvozenou teorii, že v bodech uchycení htiče dojde k úplnému utlumení vibrací v jednom směru pro každý bod. Nakonec provedeme i časovou simulaci, která nám potvrdí chování systému, které by mělo odpovídat závěrům ze zjišťování stability a z přenosů. Simulace byla prováděna se stejnými parametry z tabulky 4.1 jako předchozí simulace.



Obrázek 4.8: Časový průběh polohové výchylky bodů P_i ve směrech definovaných vektorem \mathbf{X}_p při buzení periodickou silou o frekvenci 15,5 Hz

Jako buzení soustavy je uvažována obecná prostorová periodická sinusová síla působící v bodě soustavy 1, řádově 100 N ve všech směrech. Frekvence buzení a frekvence naladění htiče jsou totožné. Na obrázku 4.8 je vykreslen časový průběh výchylky polohy souřadnic \mathbf{X}_p uchycení htiče. Kmitání způsobené budící silou je asi během 50 až 60 sekund úplně utlumen v souladu s předchozími výsledky. Délka přechodného děje je závislá na parametrech htiče, především na hmotnosti, při zvýšení hmotnosti dojde k utlumení rychleji.

Na obrázku 4.9 je ze stejné simulace jako u předešlého obrázku vykreslena výchylka souřadnic htiče. Po krátkém přechodovém ději se pohyb htiče ustálí a htič svým kmitáním absorbuje vibrace primární struktury. Velikost výchylky souřadnic htiče je závislé na hmotnosti htiče, při nižší hmotnosti htiče musí htič kmitat s větší

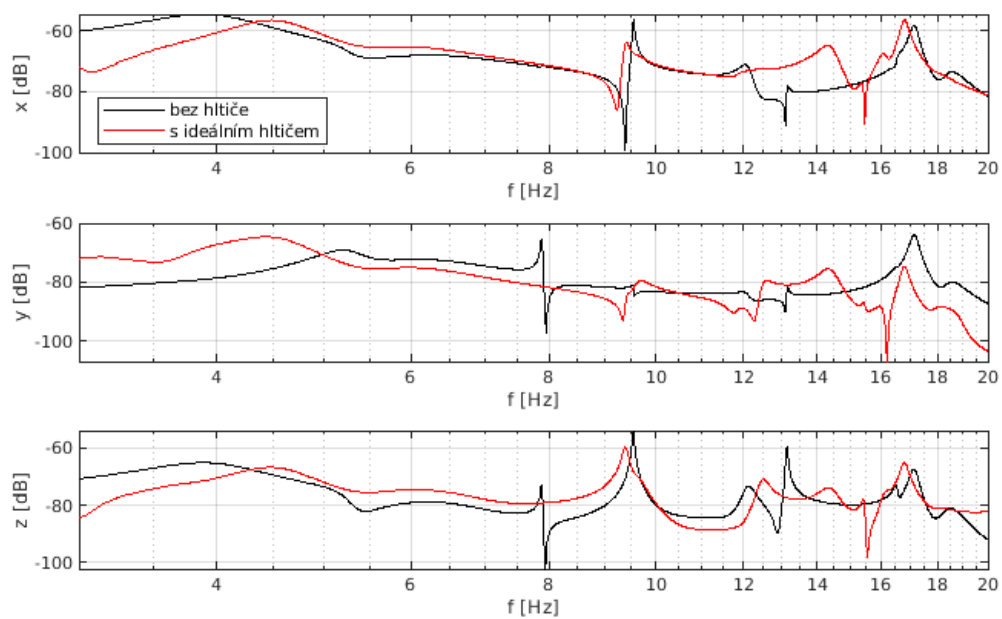


Obrázek 4.9: Časový průběh polohové výchylky bodů hltiče \mathbf{X}_a

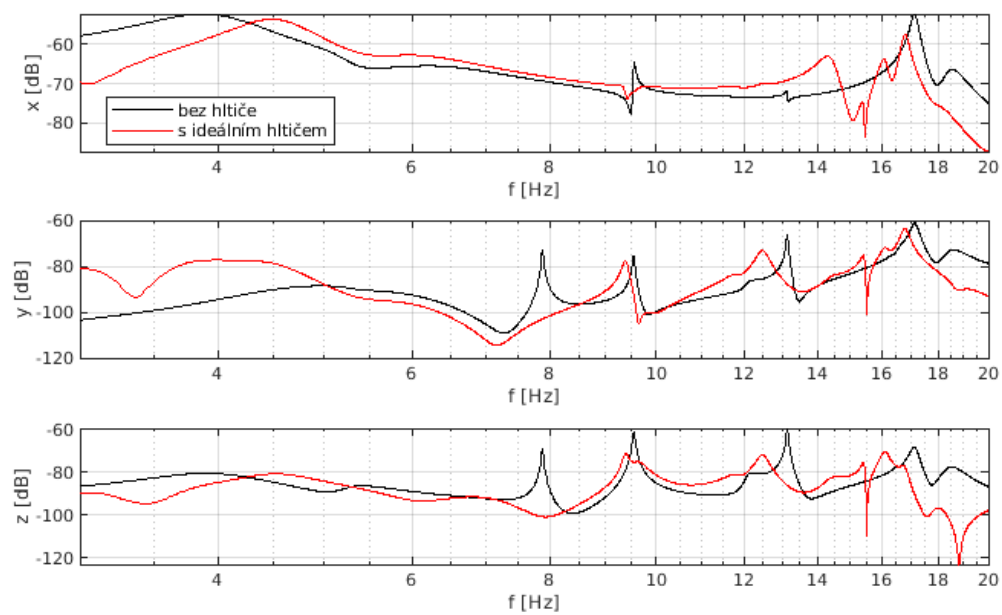
výchylkou, aby jeho energie byla stejná. Hodnota úhlové výchylky φ_x je přibližně kolem 0,3 radiánu, $\sin \varphi_x$ pro tuto hodnotu úhlu je asi 0,296. Toto souhlasí s předpokladem malých výchylek a linearizace, který byl použit při tvorbě dynamického modelu hltiče.

4.5.4 Nekolokované hlcení

V první části simulačních výsledků se zkoumalo kolokované hlcení, neboli chování bodů, kde je hltič připojen k soustavě. Nyní se zaměříme na nekolokované hlcení a tedy na body soustavy, kde není hltič přichycen. Uvažujeme působíště budící síly, hltič a hlcené místo jako tři různá místa. Na obrázcích 4.10 a 4.11 jsou vykresleny přenosy ze síly na dva různé body soustavy. V obou případech dochází v okolí vlastní frekvence hltiče 15,5 Hz k propadu alespoň v některých směrech. Tento propad ale není úplný a například pro bod 41 na obrázku 4.10 ve směru y se hlavní propad posunul lehce mimo vlastní frekvenci hltiče. Obecně nelze říci, v jakém směru, jak a jestli bude hlcený bod kmitat, na rozdíl od případu kolokovaného hlcení není nic zaručené exatními vztahy. Vliv na dosažitelné výsledky má především umístění hltiče v rámci soustavy. Pro lepší představu o kmitání celé soustavy, v tabulce 4.3 jsou hodnoty přenosů ze síly na polohu vybraných bodů soustavy bez hltiče buzené vnější silou o frekvenci 15,5 Hz a soustavy s hltičem naladěným na frekvenci 15,5 Hz a buzené stejnou silou.



Obrázek 4.10: Přenos ze síly na polohu bodu 41, hltič naladěň na 15,5 Hz

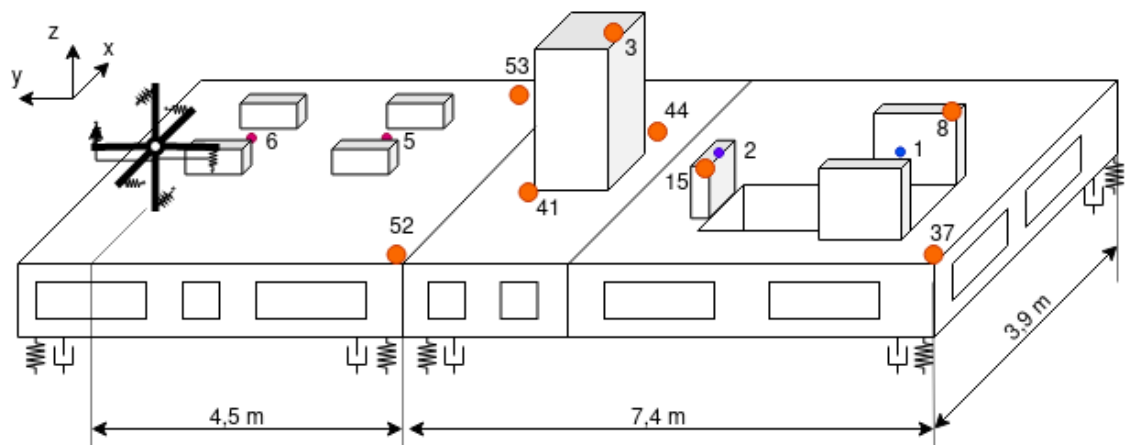


Obrázek 4.11: Přenos ze síly na polohu bodu 6, hltič naladěň na 15,5 Hz

Bod/směr	$ G(j\omega) $ bez hltiče	$ G(j\omega) $ pro $\omega = \omega_a = 15,5Hz$
3x	1,62e-04	3,49e-05
3y	4,90e-05	2,74e-06
3z	7,22e-05	2,98e-05
5x	4,00e-04	1,51e-04
5y	9,31e-05	8,82e-06
5z	4,16e-05	6,91e-06
41x	1,52e-04	9,77e-05
41y	8,44e-05	3,33e-05
41z	1,06e-04	2,08e-05
44x	1,85e-04	1,04e-04
44y	1,53e-04	2,95e-05
44z	2,15e-04	5,13e-06
15x	9,09e-04	6,49e-05
15y	1,41e-04	7,90e-05
15z	7,37e-05	4,68e-05
8x	4,81e-04	4,53e-04
8y	3,03e-04	6,79e-05
8z	1,49e-04	5,31e-05
52x	7,79e-05	7,02e-05
52y	1,65e-04	4,11e-05
52z	1,95e-04	4,95e-06
53x	8,41e-05	7,05e-05
53y	1,94e-04	3,86e-05
53z	3,13e-04	3,13e-04
37x	5,36e-04	3,58e-04
37y	1,92e-04	7,33e-05
37z	9,24e-05	8,26e-05

Tabulka 4.3: Vyčíslení přenosu v bodech struktury dle obrázku 4.12

Pro vyčíslení přenosů byly zvoleny body z různých komponent napříč celou soustavou, tak aby bylo, co nejlépe obsaženo kmitání celé soustavy. Tyto body jsou vyznačeny na obrázku 4.12 i s orientačními rozměry vzdálenosti od hltiče. Z tabulky je možné vypočítat, že ve všech bodech, ve všech směrech dochází k útlumu, často i řádovému. Je těžké vypočítat z tabulky nějaký trend kromě toho, že k útlumu dochází všude. Je ale potřeba zdůraznit, že toto neplatí pro libovolnou polohu hltiče. Při určitých polohách hltiče může dojít i ke zhoršení. I přes to, že nelze analyticky dokázat úplné hlcení některých bodů struktury jako v případě kolokovaného hlcení, ze simulačních výsledků vyplývá, že i při nekolokovaném hlcení vibrací dochází k částečnému hlcení vibrací. Dá se tak říci, že hltič má smysl v ideálním případě uložit do místa, kde se budou hltit vibrace, ale určitých výsledků dosáhneme i pokud toto není možné a hltič musí být umístěn mimo bod hlcení vibrací. V případě nekolokovaného hlcení je velký prostor pro optimalizaci parametrů a polohy hltiče pro zlepšení chování v požadovaném místě.



Obrázek 4.12: Schéma soustavy, označení bodů z tabulky 4.3 a vyznačením umístění hltiče

Simulace v časové oblasti pro nekolokované hlcení odpovídá přenosům a budeme se jí více věnovat až později při srovnání ideálního hltiče s aktivním a především při optimalizaci parametrů a polohy hltiče.

Kapitola 5

Aktivní hltič

V předchozí kapitole jsme se věnovali návrhu ideálního mechanického hltiče pro hlčení vibrací prostorové soustavy. Takto navržený hltič má výhodu, že je pasivní a nepotřebuje zdroj energie pro hlčení vibrací. Pro to, aby se hltič choval jako ideální unifrekvenční, je potřeba dosáhnout toho, že pružiny ve struktuře hltiče budou mít zanedbatelné tlumení a budou mít všechny stejnou tuhost. Tohoto dosáhnout je obtížné a tak se nabízí použít aktivní hltič, který se bude chovat jako ideální unifrekvenční.

5.1 Naladění reálného hltiče na unifrekvenční hltič

Reálný hltič je možno vyjádřit pohybovou rovnicí jako

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_a + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_a + \mathbf{K}\mathbf{X}_a = \mathbf{L}\mathbf{U}, \quad (5.1.1)$$

kde matice \mathbf{M} je stejná jako pro ideální hltič (4.1.15). Matice tuhosti \mathbf{K} odpovídá svojí strukturou matici tuhosti pro ideální hltič (4.1.18) a je odvozena stejným způsobem, akorát se šesti různými tuhosti pružin ve struktuře hltiče. Matice tuhosti v diagonálním tvaru je tak

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_3 + k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_5 + k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 + k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (k_5 + k_6) R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (k_1 + k_2) R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (k_3 + k_4) R^2 \end{bmatrix}. \quad (5.1.2)$$

Matice tlumení \mathbf{C} má totožný tvar jako matice tuhosti, ale s parametry tlumení jednotlivých pružin c_i namísto tuhostí k_i . Vektor \mathbf{U} je vektor šesti akčních sil aktuátorů a matice \mathbf{L} promítá akční síly do souřadnic hltiče.

Pro naladění reálného hltiče na unifrekvenční hltič chovající se jako ideální budeme uvažovat koncept zpožděného rezonátoru (Delayed Resonator - DR). Budeme uvažovat, že každé ze 6 pružných uložení hltiče je vybaveno senzorem polohy, který měří výchylku l_i z rovnovážné polohy. Akční zpětnou zpožděnou vazbu můžeme zapsat jako

$$u_i(t) = g_i l_i(t - \tau_i) \quad (5.1.3)$$

a akční síly budou vypadat jako

$$u_1(t) = g_1(z_a(t - \tau_1) - R\varphi_y(t - \tau_1) - z_{p1}(t - \tau_1)), \quad (5.1.4)$$

$$u_2(t) = g_2(z_a(t - \tau_2) + R\varphi_y(t - \tau_2) - z_{p2}(t - \tau_2)), \quad (5.1.5)$$

$$u_3(t) = g_3(x_a(t - \tau_3) - R\varphi_z(t - \tau_3) - x_{p3}(t - \tau_3)), \quad (5.1.6)$$

$$u_4(t) = g_4(x_a(t - \tau_4) + R\varphi_z(t - \tau_4) - x_{p4}(t - \tau_4)), \quad (5.1.7)$$

$$u_5(t) = g_5(y_a(t - \tau_5) - R\varphi_x(t - \tau_5) - y_{p5}(t - \tau_5)), \quad (5.1.8)$$

$$u_6(t) = g_6(y_a(t - \tau_6) + R\varphi_x(t - \tau_6) - y_{p6}(t - \tau_6)). \quad (5.1.9)$$

Tyto akční síly mají dosáhnout toho, že se hltič bude chovat jako ideální. Z porovnání rovnic ideálního a reálného hltiče dostaneme podmínku

$$g_i e^{-j\omega\tau_i} = jc_i\omega + k_i - k_{ideal}. \quad (5.1.10)$$

Z této rovnosti se dají vyjádřit i -té zesílení g a i -té zpoždění τ pro prostotový aktivní DR hltič

$$g_i = -\sqrt{(k_i - k_{ideal})^2 + (\omega c_i)^2}, \quad (5.1.11)$$

$$\tau_i = \frac{1}{\omega} \left(\arctan \frac{\omega c_i}{k_{ideal} - k_i} \right). \quad (5.1.12)$$

Použitím zpožděného rezonátoru dostaneme pohybovou rovnici pro hltič připojený ke struktuře přes body \mathbf{X}_p jako zpožděný systém se 6 zpožděními (5.1.13), nebo rovnici (5.1.14) vyjádřenou v Laplacově transformaci.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_a + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_a + \mathbf{C}_p\dot{\mathbf{X}}_p + \mathbf{K}\mathbf{X}_a + \mathbf{K}_p\mathbf{X}_p - \sum_{i=1}^6 \mathbf{G}_i\mathbf{X}_a(t - \tau_i) - \sum_{i=1}^6 \mathbf{G}_{pi}\mathbf{X}_p(t - \tau_i) = \mathbf{0}. \quad (5.1.13)$$

$$\left(s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{C} + \mathbf{K} - \sum_{i=1}^6 \mathbf{G}_i e^{-s\tau_i} \right) \mathbf{X}_a(s) + \left(s \mathbf{C}_p + \mathbf{K}_p - \sum_{i=1}^6 \mathbf{G}_{pi} e^{-s\tau_i} \right) \mathbf{X}_p(s) = \mathbf{0} \quad (5.1.14)$$

Matice zesílení $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3, \mathbf{G}_4, \mathbf{G}_5, \mathbf{G}_6$ a $\mathbf{G}_{p1}, \mathbf{G}_{p2}, \mathbf{G}_{p3}, \mathbf{G}_{p4}, \mathbf{G}_{p5}, \mathbf{G}_{p6}$ jsou odvozeny z akčních sil (5.1.3)(5.1.9) a jsou uvedeny v příloze B. Rozdělené zesílení na matice \mathbf{G}_i a \mathbf{G}_{pi} má pouze formální důvod pro práci se souřadnicemi. Matice \mathbf{K}_p má stejnou strukturu jako matice pro ideální hltič (4.1.19) a jednotlivé prvky jsou

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_3 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_5 & -k_6 \\ -k_1 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 R & -k_6 R \\ k_1 R & -k_2 R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 R & -k_4 R & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.1.15)$$

Matice \mathbf{C}_p je opět totožná akorát namísto tuhostí k_i obsahuje tlumení c_i . Soustavu s připojeným aktivním hltičem můžeme vyjádřit jako stavový systém

$$s\mathbf{Z}(s) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(s) + \mathbf{B}\mathbf{F}(s) + \mathbf{B}\mathbf{P} \left[\left(\mathbf{S}_1 + s\mathbf{C}_1 - \sum_{i=1}^6 \mathbf{H}_i e^{-s\tau_i} \right) \mathbf{X}_a + \left(\mathbf{S}_2 + s\mathbf{C}_2 - \sum_{i=1}^6 \mathbf{H}_{pi} e^{-s\tau_i} \right) \mathbf{X}_p \right] \quad (5.1.16)$$

kde matice tuhosti \mathbf{S}_1 a \mathbf{S}_2 vycházejí z matic tuhosti pro přijetí pasivního hltiče 4.3.16, respektive 4.3.17 a mají tvar

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_1 & 0 & -k_1 R & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & 0 & k_2 R & 0 \\ k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_3 R \\ k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_4 R \\ 0 & k_5 & 0 & -k_5 R & 0 & 0 \\ 0 & k_6 & 0 & k_6 R & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.1.17)$$

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 \end{bmatrix}. \quad (5.1.18)$$

Matice tlumení \mathbf{C}_1 a \mathbf{C}_2 opět odpovídají příslušným maticím tuhostí, akorát s prvky tlumení c_i namísto prvků k_i . Matice zesílení \mathbf{H}_i a \mathbf{H}_{pi} promítají aktivní hltič na primární soustavu a jsou sestaveny na stejném principu jako matice zesílení \mathbf{G}_i a \mathbf{G}_{pi} . Zbylé matice jsou totožné jako v případě pasivního hltiče v kapitole 4.

Dosazením rovnice (5.1.14) do rovnice (5.1.16) a použití vztahu (4.3.13) mezi vektorem \mathbf{X}_p a stavovým vektorem \mathbf{Z} a přidání požadovaného výstupu stavového systému získáme přenos z budící síly na požadovanou polohu, obdobně jako v kapitole 4.

5.2 Simulační výsledky

Při simulaci chování pasivního hltiče jsme odděleně zkoumali, jak se chovají body, kde je hltič uchycen, a jak ostatní body primární struktury. Jelikož aktuátor ladí reálný hltič s různými tuhostmi a s tlumením tak, aby se choval jako ideální pasivní, simulováním chování aktivního hltiče budeme pouze ověřovat, že se celá soustava chová úplně stejně jako s pasivním hltičem. Tuhosti a tlumení reálného hltiče jsou uvedeny v tabulce 5.1. Ostatní parametry a velikost a poloha budící síly jsou stejné jako pro simulace v kapitole 4.5.

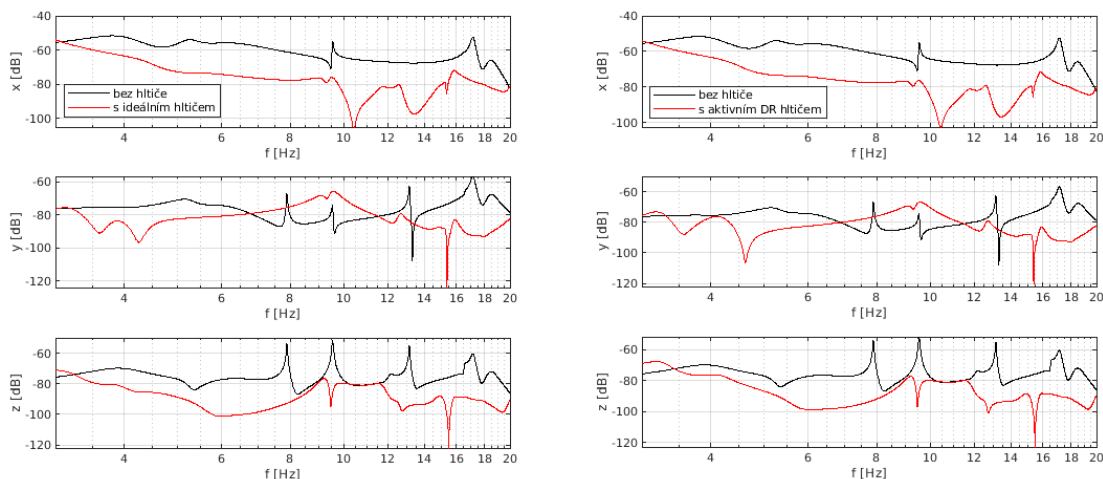
Tuhost	Hodnota	Tlumení	Hodnota
k_1	11 589 Nm	c_1	4 Ns/m
k_2	11 634 Nm	c_2	5,5 Ns/m
k_3	11 707 Nm	c_3	4,8 Ns/m
k_4	11 570 Nm	c_4	3,7 Ns/m
k_5	11 792 Nm	c_5	3 Ns/m
k_6	11 653 Nm	c_6	4,4 Ns/m

Tabulka 5.1: Parametry reálného hltiče použité pro simulaci

Prvním krokem by obdobně jako u pasivního hltiče mělo být ověření stability. Pokud bychom postupovali stejným postupem jako při ověřování stability v části 4.5.1, vzhledem k tomu, že se jedná o systém se zpožděním, výsledkem bude nekonečně mnoho pólů, které všechny musí ležet v levé polorovině komplexní roviny. Protože soustava má nekonečný počet pólů, budeme stabilitu ověřovat pouze z časové simulace při buzení soustavy silou a pokud nedojde při změně podmínek a parametrů k destabilitě, budeme považovat soustavu za stabilní.

5.2.1 Aktivní kolokované hlcení

V prvním případě budeme opět zkoumat chování bodů P_i , kde je uchycen hltič. Budící periodickou silu působící na soustavu uvažujeme totožnou jako v případě simulací pasivního hltiče. Na obrázku 5.1 je vykreslen přenos ze síly na polohu bodu P_2 . V levé části obrázku je zobrazen přenos pro ideální hltič (totožný s obrázkem 4.6) a v pravé části je pro srovnání stejný přenos s aktivním DR hltičem. Z obou přenosů můžeme



Obrázek 5.1: Přenos ze síly na polohu bodu P_2 při použití aktivního hltiče, naladěného na 15,5 Hz

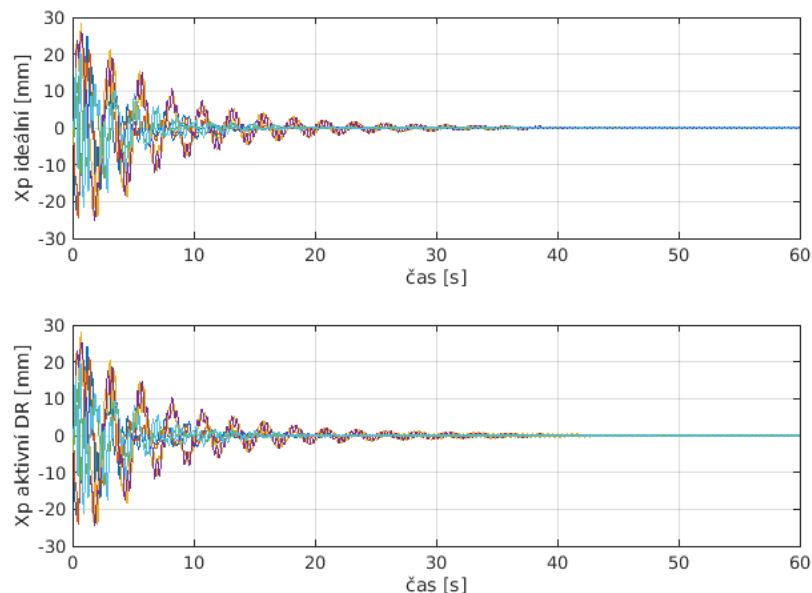
pozorovat, že aktivní hltič se chová stejně jako ideální. Stejně se dají srovnat přenosy pro aktivní hltič s přenosy pro pasivní hltič i v ostatních bodech P_i a platí stejný závěr jako u zde vykresleného bodu P_2 . Použitím aktivního hltiče dosahujeme stejných výsledků jako při použití ideálního pasivního, neboli k úplnému utlumení pro frekvenci naladění dochází v 6 směrech definovaných vektorem \mathbf{X}_p , v ostatních souřadnicích bodů P_i taktéž dochází k útlumu, ale ne úplnému, viz kapitola 4.5.2.

Ověřili jsme, že aktivní hltič se chová jako ideální ve frekvenční oblasti. Simulace chování v časové oblasti nám, kromě potvrzení chování hltiče odpovídající přenosům, také pomůže posoudit stabilitu. Na obrázku 5.2 je srovnání časových průběhů souřadnic \mathbf{X}_p . Graf nahoře představuje chování soustavy s ideálním hltičem, graf dole s aktivním DR hltičem. Soustava je buzena obecnou prostorovou silou v jednom bodě soustavy o frekvenci 15,5 Hz. Pro hlcení vibrací o této frekvenci jsou v tabulce 5.2 dopočteny hodnoty jednotlivých zesílení a zpoždění aktuátoru. Oba časové průběhy jsou totožné. Na obrázku 5.3 jsou vykresleny časové průběhy polohy souřadnic bodů P_i definovaných

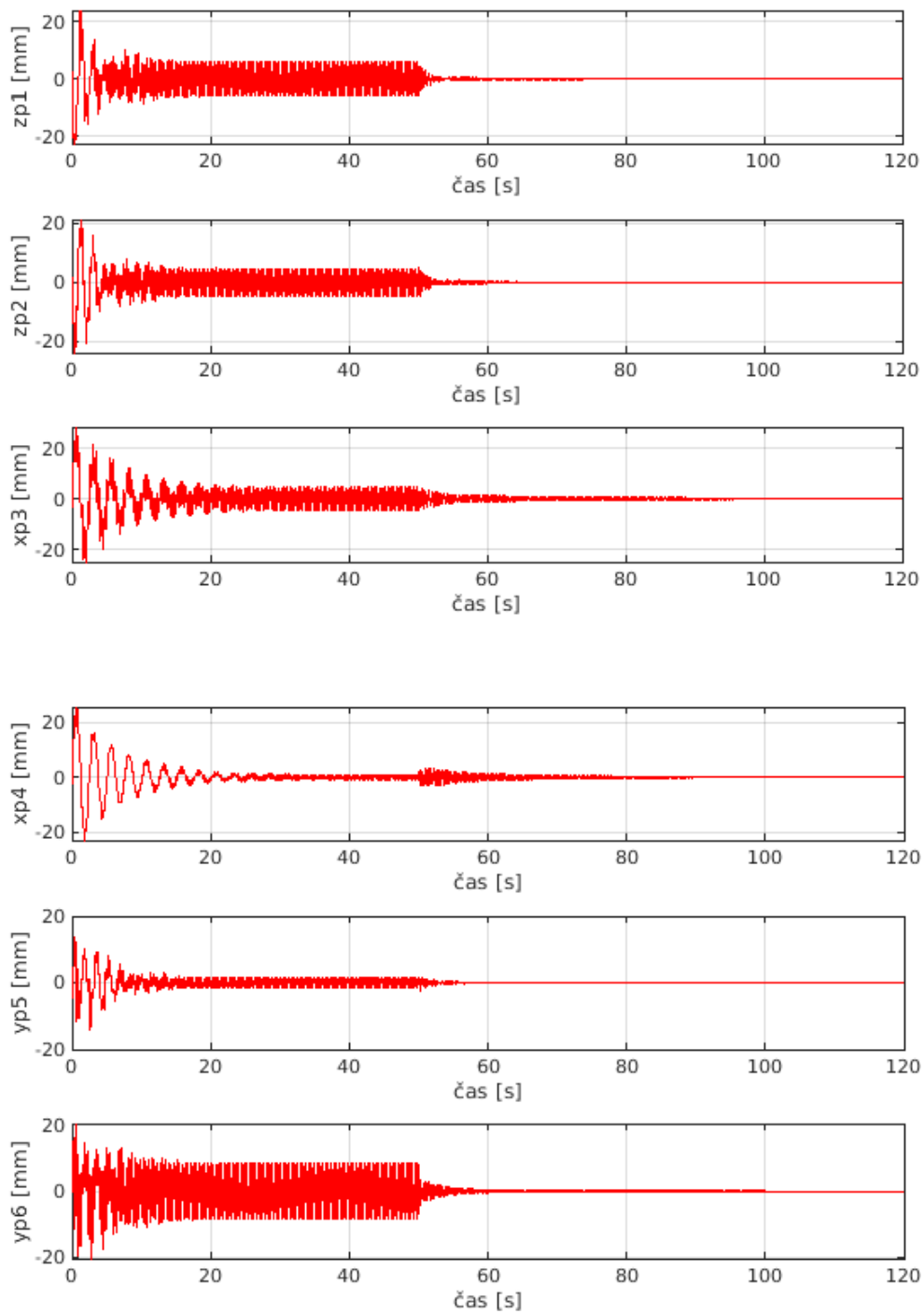
vektorem \mathbf{X}_p . V čase $t = 50s$ dochází k zapnutí aktuátoru. Před zapnutím zpožděné zpětné vazby dochází k lehkému utlumení a malým kmitům. V tomto momentě hltí vibrace soustavy reálný hltič, který ale nepohlcuje vibrace úplně, vzhledem k tomu, že v důsledku rozladěnosti parametrů a tlumení není unifrekvenční a ideální. Zapnutím aktuátoru dojde k tomu, že hltič je naladěný na ideální a dojde k úplnému potlačení vibrací ve všech šesti směrech. Potvrdilo se tedy, že aktivní hltič dosahuje při kolokovaném hlčení stejných výsledků jako ideální pasivní hltič. Z časových průběhů se dá usuzovat, že i systém s aktivním hltičem je stabilní.

Zesílení	15,5 Hz	24,5 Hz	Zpoždění	15,5 Hz	24,5 Hz
g_1	-415,6 N/m	-18 508 N/m	τ_1	0,0097 s	0,0002 s
g_2	-375,8 N/m	-18 463 N/m	τ_2	0,0148 s	0,0003 s
g_3	-302,2 N/m	-18 390 N/m	τ_3	0,0160 s	0,0003 s
g_4	-433,8 N/m	-18 527 N/m	τ_4	0,0086 s	0,0002 s
g_5	-213,1 N/m	-18 305 N/m	τ_5	0,0142 s	0,0002 s
g_6	-353,6 N/m	-18 444 N/m	τ_6	0,0125 s	0,0002 s

Tabulka 5.2: Dopočtené parametry zesílení a zpoždění DR pro naladění na frekvence 15,5 Hz a 24,5 Hz

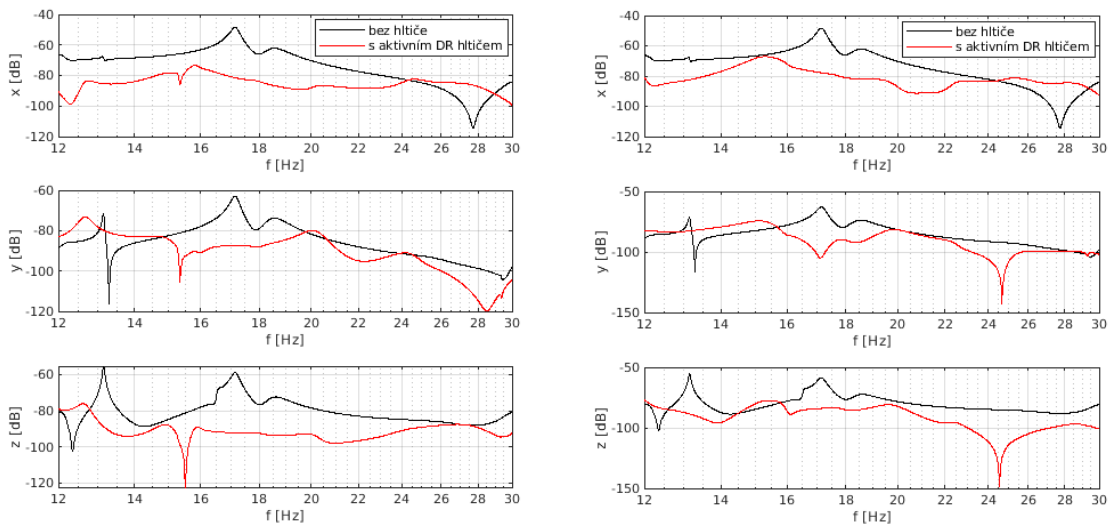


Obrázek 5.2: Porovnání časového průběhu výchylky bodů P_i , ideální a aktivní DR hltič



Obrázek 5.3: Časový průběh polohové výchylky bodů P_i ve směrech definovaných vektorem \mathbf{X}_p při buzení periodickou silou o frekvenci 15,5 Hz, zapnutí aktuátoru v čase $t = 50s$

Předchozí časové simulace i vykreslování přenosů ladili hltič na frekvenci 15,5 Hz. Velkou výhodou aktivních hltičů a v tomto případě DR hltiče, je možnost ladit hltič na jiné frekvence pomocí aktivního prvku. Pokud chceme změnit frekvenci hlcení pasivního hltiče, musíme změnit parametry, například v případě zde navrženého pasivního hltiče by se musely vyměnit pružná uložení, nebo přidat hmotu. U aktivního hltiče tohoto dosáhneme pouhou změnou parametrů aktuátoru, což je výrazně jednodušší a má mnohem větší využití. Na obrázku 5.4 je vykreslen přenos z budící síly na polohu bodu P_1 (ve směru z dochází k úplnému hlcení vibrací). Levý přenos má DR hltič laděný na 15,5 Hz, pravý přenos je soustava s hltičem laděným na 24,5 Hz. Veškeré parametry jsou pro oba případy stejné jako v případě předchozích simulací. Jediným rozdílem těchto dvou případů jsou parametry zesílení a zpoždění DR aktuátoru. V tabulce 5.2 jsou tyto parametry pro oba případy naladění uvedeny. Jak vyplývá i z těchto přenosů,

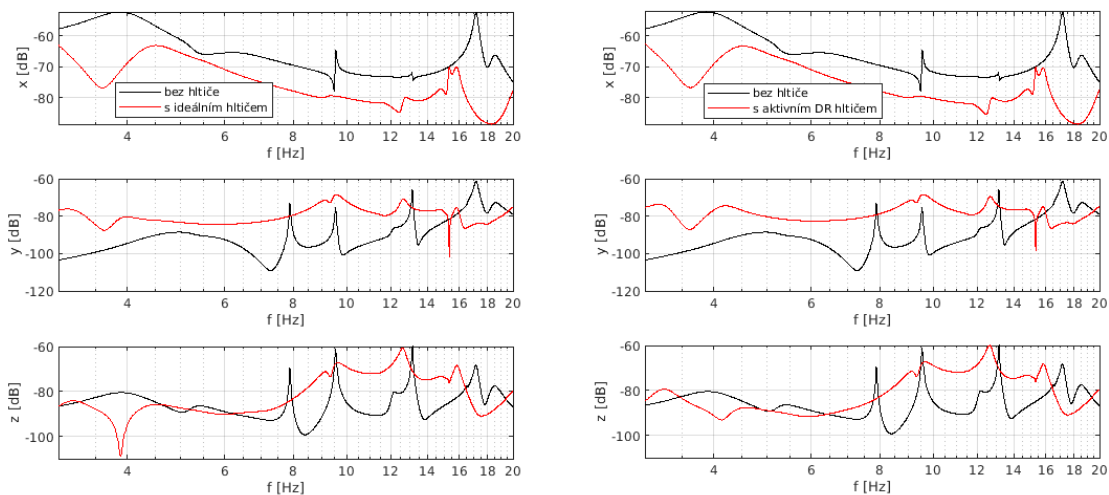


Obrázek 5.4: Přenos ze síly na polohu bodu P_1 , vlevo hltič naladěný na 15,5 Hz, vpravo na 24,5 Hz

teoreticky můžeme ladit aktivní DR hltič na libovolnou frekvenci. Jediným rizikem je, že pro hodně vzdálené frekvence od vlastních frekvencí reálného hltiče rostou hodnoty parametrů zesílení a klesají hodnoty zpoždění. Je poté potřeba zvážit, jaké jsou limitace velikosti parametrů aktivního členu při reálné aplikaci.

5.2.2 Aktivní nekolokované hlčení

Stejně jako v případě kolokovaného hlčení, v této části ověříme, zda se i pro nekolokované hlčení chová aktivní hltič jako ideální. Jedná se o stejnou simulaci jako pro předchozí případ, pouze sledujeme jiné výstupy. Na obrázku 5.5 je vykreslen přenos ze síly na polohu bodu 6. Obrázek vlevo odpovídá ideálnímu hltiči, graf vpravo ak-



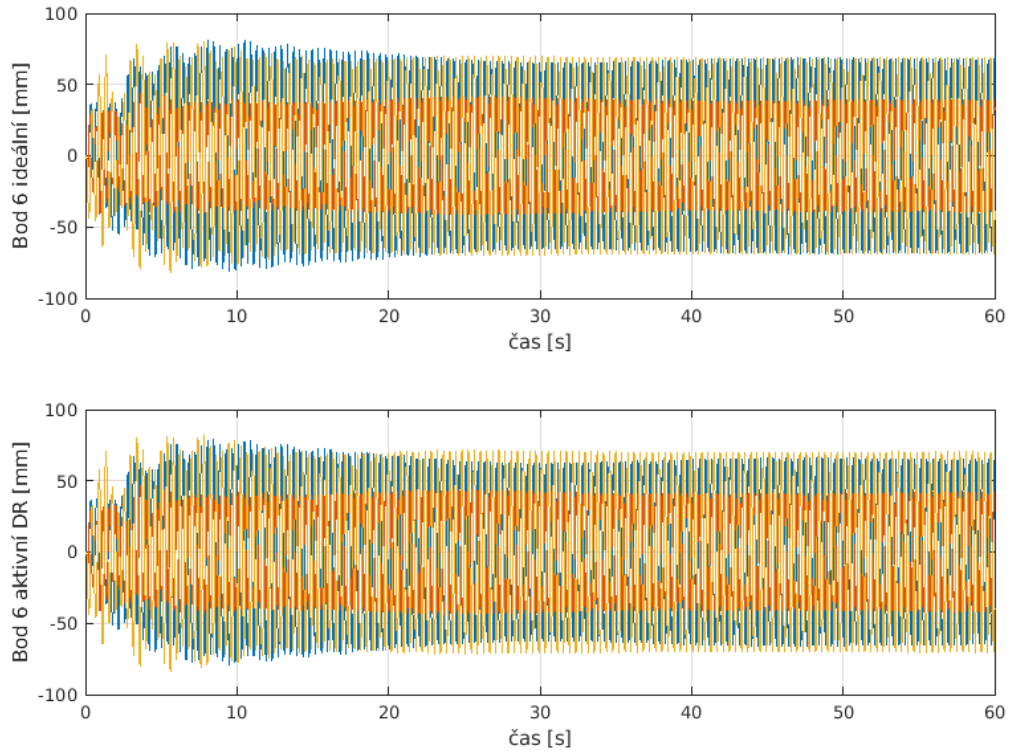
Obrázek 5.5: Přenos ze síly na polohu bodu 6, aktivní hltič naladěň na 15,5 Hz, srovnání s ideálním hltičem

tivnímu. Oba přenosy jsou totožné a tudíž i v případě nekolokovaného hlčení je reálný hltič naladěň pomocí DR aktuátoru na hltič ideální. Přenosy pro ostatní body taktéž odpovídají chování ideálního hltiče.

Pro kontrolu stability i v nekolokovaném případě a také pro ilustraci chování, je na obrázku 5.6 zobrazen časový průběh výchylky polohy bodu 6 (ve třech směrech x,y,z) a to v horním grafu pro soustavu s ideálním hltičem a v dolním grafu pro soustavu s aktivním hltičem. Časové průběhy jsou, stejně jako u kolokovaného hlčení, stejné. Týká se to i ostatních bodů soustavy a odpovídá přenosům. Ani v případě nekolokovaného hlčení nedošlo k destabilizaci a soustava s aktivním hltičem se zpožděnou zpětnou vazbou (DR) se chová stabilně. Potvrdili se tak dříve získané výsledky pro ideální pasivní hltiče.

Výsledky nekolokovaného hlčení byly doposud velmi orientační, jelikož nevycházejí z přímého odvození, jako u hlčení kolokovaného, kde dochází k úplnému útlumu nezávisle na parametrech hltiče. Tyto výsledky sloužily spíše k ověření funkčnosti použitého

hltiče a k posouzení stability. Pro posouzení možností nekolokovaného hlčení bude potřeba optimalizovat parametry hltiče přímo na úlohu nekolokovanosti.



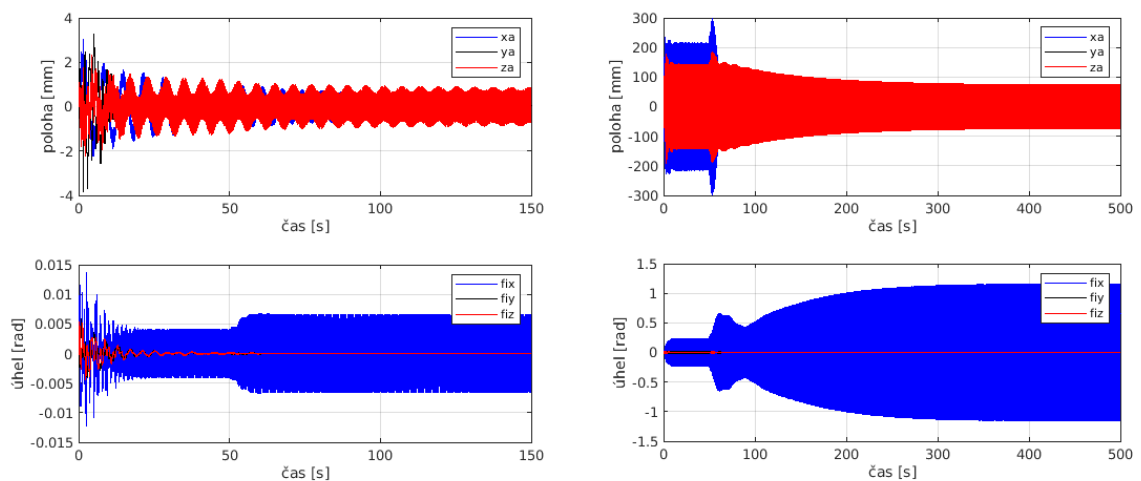
Obrázek 5.6: Porovnání časového průběhu výchylky bodu 6, ideální a aktivní DR hltič

Kapitola 6

Optimalizace hltiče

V případě kolokované úlohy bylo dosaženo výsledku úplného utlumení v jednom směru pro každý ze 6 bodů připojení P_i bez ohledu na parametry hltiče. Toto vychází exatně z odvozené teorie v kapitole 4.4 a jediná nutná podmínka je podmínka unifrekvenčního hltiče pro vztah mezi parametry (4.1.26). Pro nekolokované hlcení je na místě zabývat se otázkou, jak ovlivňují parametry hltiče dosažené tlumení. Pravděpodobně ještě více ovlivňuje dosažitelné tlumení umístění hltiče v rámci soustavy.

6.1 Vliv hmotnosti hltiče



Obrázek 6.1: Vliv hmoty hltiče na jeho kmitání v čase s aktivním hltičem zapnutým v čase 50 sekund, vlevo hltič s hmotností 1000 kg, vpravo hltič s hmotností 10 kg

Hodnota hmotnosti hltiče je důležitým parametrem ke vztahu k hmotnosti primární struktury. Vrátime se k simulaci chování soustavy s hltičem v časové oblasti, konkrétně k časovému průběhu výchylek souřadnic hltiče. Na obrázku 6.1 jsou časové průběhy výchylky souřadnic hltiče pro dvě řádově různé hmoty hltiče. Co je na tomto obrázku především důležité, je měřítko na osách. Podle očekávání lze pozorovat, že výchylky souřadnic hltiče jsou silně závislé na hmotnosti. Dále hmotnost hltiče ovlivňuje délku přechodového děje a tedy dobu dosažení ustáleného stavu. Z praktického hlediska je pak zřejmé, že je nemožné použít příliš malou hmotu hltiče, protože pak by docházelo k nerealizovatelným výchylkám.

6.2 Parametry pro optimalizaci

Hmotnost hltiče má velký vliv, budeme ale předpokládat, že hmotnost hltiče je pevně daná právě s ohledem na jeho chování. V případě aplikace takového hltiče na skutečný rám/stroj také může být hmotnost limitována například možností manipulace. Proto budeme uvažovat hmotnost hltiče jako neměnný parametr, hmotnost hltiče $m = 100$ kg stejně jako v předchozích kapitolách.

Optimalizace chování hltiče při nekolokovaném hlcení bude probíhat ve dvou krocích. Prvním krokem je optimalizování polohy hltiče. Ze zkoumání nekolokovaného hlcení vibrací v kapitole 4.5 bylo zřetelé, že poloha hltiče vzhledem k hlcenému místu hrála určitou roli. Problémem je, jakým způsobem je poloha hltiče definována v našem modelu. Pokud chceme v modelu změnit polohu hltiče, musíme identifikovat a vybrat vhodné 4 body soustavy, tak aby tyto 4 body byly pokud možno blízko u sebe a nesmí ležet v jedné rovině. Z toho plyne, že rozhodně nejsou vhodné všechny možné kombinace 4 bodů. Proto zavedeme parametr posunutí v x a v y směru, tak abychom mohli hltič připojený v definovaném místě, posouvat po rámu. Tato metoda rozhodně neposkytne nejpřesnější výsledky, vzhledem k tomu, že pořad bude pracovat s lineární kombinací původní polohy, ale společně s poznatky o nekolokované úloze z kapitoly 4.5, nám může pomoci identifikovat vhodnější polohu, kterou poté vyjádříme pomocí blízkých bodů a ověříme.

Ve druhé části se zaměříme na optimalizaci parametrů hltiče a zda můžeme dosáhnout nějakého zlepšení. Parametry pro optimalizaci jsou rozměrový parametr hltiče R a rozměr prostoru pro pružiny L . Se změnou parametru R dochází i ke změně momentu setrvačnosti hltiče, dle podmínky unifrekvenčnosti (4.1.26).

6.3 Cílová funkce

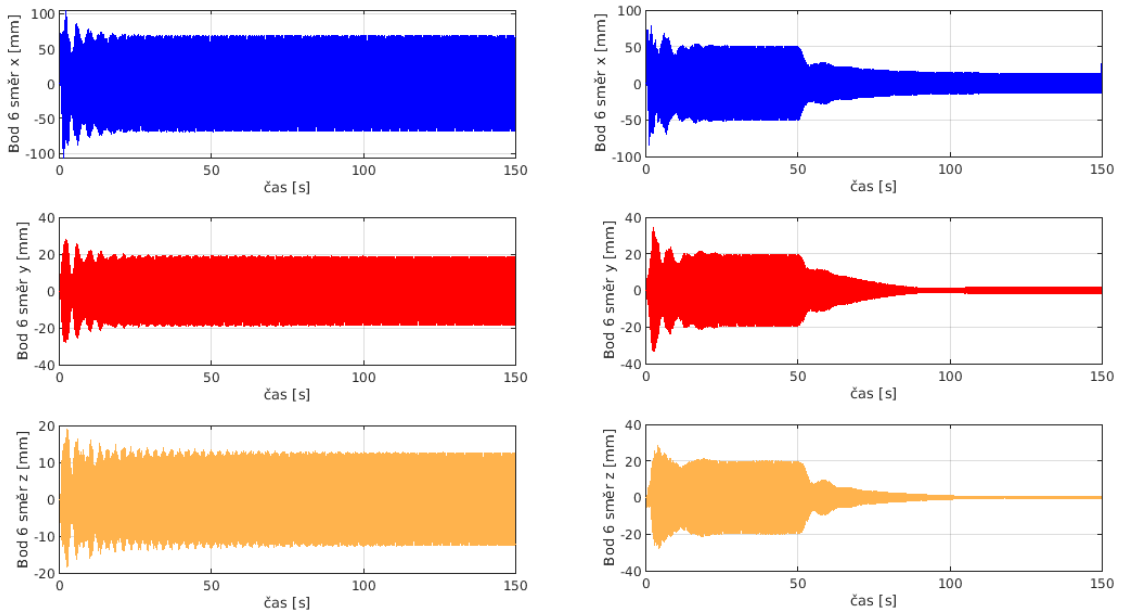
Cílem optimalizace bude minimalizovat přenos z budící síly na tlumený bod. Cílovou funkci zdefinujeme jako součin dílčích váhových funkcí ve tvaru

$$CF = q_1CF_1 + q_2CF_2 + \dots + q_iCF_i, \quad (6.3.1)$$

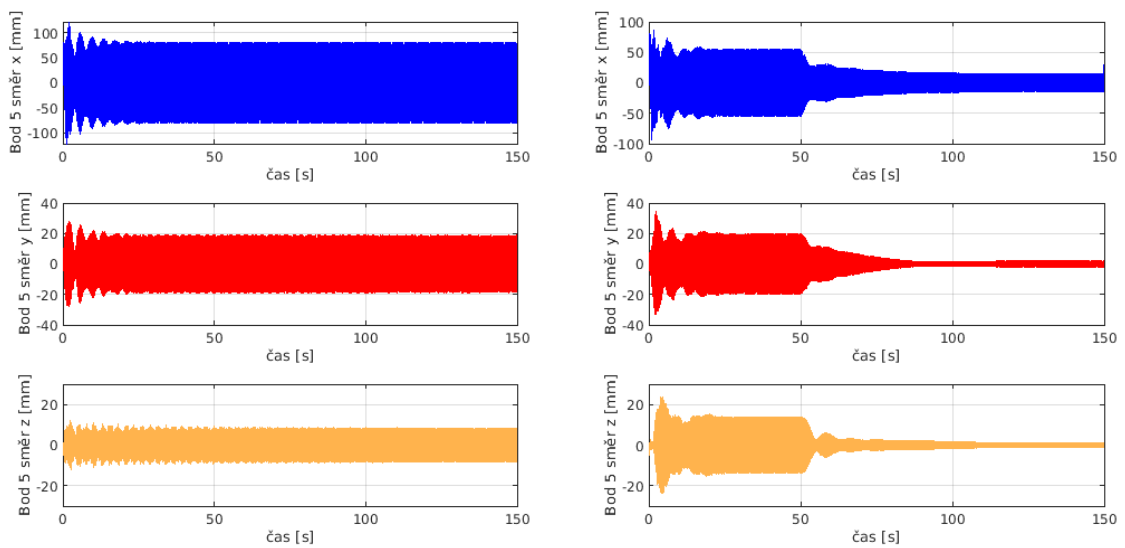
kde q_i jsou váhové koeficienty. Jako dílčí cílové funkce uvažujeme jednotlivé absolutní hodnoty přenosů pro jednu danou frekvenci. Uvažujeme buzení v jednom místě a jeden bod pro který optimalizujeme chování. Pro první krok, kde se snažíme identifikovat vhodnou polohu hltiče, použijeme globální optimalizační algoritmus genetických algoritmů, z důvodu prohledání, co nejširší oblasti, která je ovšem omezena rozměry rámu. Pro optimalizaci rozměrových parametrů použijeme simplexovou metodu.

6.4 Výsledky

Optimalizací polohy bylo identifikováno přibližné umístění hltiče a body uchycení byly vyjádřeny pomocí nové lineární kombinace. Optimalizací polohy bylo identifikováno



Obrázek 6.2: Srovnání kmitání bodu 6 pro soustavu bez hltiče (vlevo) a pro optimalizovanou polohu hltiče (vpravo), aktivní hltič zapnutý v čase 50 sekund



Obrázek 6.3: Srovnání kmitání bodu 5 pro soustavu bez hltiče (vlevo) a pro optimalizovanou polohu hltiče (vpravo), aktivní hltič zapnutý v čase 50 sekund

přibližné umístění hltiče a body uchycení byly vyjádřeny pomocí nové lineární kombinace. Poté byly optimalizovány parametry hltiče. Geometrické parametry po lokální optimalizaci jsou $R = 0.52 \text{ m}$ a $L = 0.29 \text{ m}$. Na obrázku 6.2 je vykresleno srovnání původního chování v časové oblasti bodu 6 soustavy bez hltičem a chování optimalizované soustavy s hltičem. Lze pozorovat zlepšení o 1 řád, ve směru x je toto zlepšení trochu horší než v ostatních směrech. Zlepšení je způsobeno především změnou polohy hltiče, optimalizace geometrických parametrů měla menší vliv. Úplně to samé, ale pro bod 5 je vykresleno na obrázku 6.3. Zde je velice podobné zlepšení, možná lehce horší.

Celá tato kapitola zabývající se optimalizací slouží spíše jako ilustrace možných postupů a ukázání vlivů jednotlivých parametrů a polohy na dosažitelné výsledky. Důležitým závěrem této kapitoly je ukázka toho, že v případě nekolokované hlcení lze optimalizováním polohy a parametrů pro dané podmínky a pro dané místo hlcení ladit chování hltiče tak, aby co nejlépe splňoval naše požadavky a abychom dosáhli zlepšení.

Závěr

Práce se zabývala zkoumáním hlčení mechanických vibrací pomocí hltičů a to v jednodimenzionálním případě a v prostoru. Požadavkem bylo navrhnout prostorový aktivní unifrekvenční hltič mechanických vibrací a ten poté aplikovat na hlčení vibrací složité mechanické soustavy. Principy a problematika nekolokovaného hlčení byly nejprve ověřeny v jednodimenzionálním případě a potom rozšířeny do prostoru.

V úvodu práce byl představen princip fungování hltičů mechanických vibrací. Byla zdefinována kolokovaná a nekolokovaná úloha hlčení vibrací a byla provedena řešerše různých používaných pasivních a aktivních metod pro hlčení vibrací. Z aktivních přístupů byl blíže představen koncept delayed resonator. Dále byl představen popis mechanického systému v modálních souřadnicích a možnosti redukce velkých systémů, tak aby zachovaly své vlastnosti, ale byly výpočetně, co nejjednodušší.

Byla rozebrána problematika nekolokované úlohy hlčení na jednodimenzionální soustavě s jednoduchým hltičem. Ukázalo se, že velkou pozornost je potřeba věnovat stabilitě systému. Pro danou soustavu byla navržena přídavná silová integrální zpětná vazba, abychom dosáhli stability systému. Parametr zpětné vazby byl hledán s ohledem na stabilitu a na dosažení útlumu vibrací. Výsledná soustava s aktivním delayed resonator hltičem a stabilizující zpětnou vazbou dosáhla útlumu vibrací pro dané těleso a především stability.

Hlavní náplní práce bylo hlčení vibrací prostorové složité poddajné soustavy. Byl navržen ideální pasivní hltič se šesti stupni volnosti, vytvořen jeho dynamický model a byla odvozena podmínka unifrekvenčnosti pro vztah mezi parametry hltiče. Hltič byl připojen na prostorový poddajný rám s mnoho stupni volnosti popsáný v modálních souřadnicích. Byl vytvořen model celé soustavy s hltičem a bylo odvozeno, že pro libovolnou vnější budící sílu dojde k úplnému utlumení vibrací v jednom definovaném směru pro každý z šesti bodů přichycení hltiče k primární soustavě. Toto bylo poté též dokázáno simulačně a bylo též ukázáno, že v ostatních směrech těchto šesti bodů také dojde k utlumení, ale neúplnému. Pomocí simulací bylo poté zkoumáno chování hltiče

v nekolokovaných bodech vzhledem k hltiči. Z výsledků vyplynulo, že v celé soustavě dochází k útlumení, ale často malému oproti původnímu stavu a že toto utlumení je silně závislé na poloze hltiče v rámci soustavy.

Ideální pasivní hltič byl použit jako výchozí stav pro návrh aktivního delayed resonator hltiče, jelikož ten funguje na principu ladění reálného hltiče na ideální. Simulačně bylo ověřeno, že navržený aktivní hltič se opravdu chová stejně jako hltič ideální a to jak v případě kolokovaného hlčení vibrací, tak i nekolokovaného. Nakonec byl zkoumán vliv parametrů hltiče, především hmotnosti na jeho chování a byla optimalizována poloha hltiče pro nekolokované hlčení a též byly lokální optimalizací hledány geometrické parametry hltiče pro tento případ. Bylo nalezeno řešení nekolokované úlohy, při kterém došlo k řádovému zmenšení výchylky kmitání zkoumaného místa primární soustavy.

Bylo ukázáno možné využití aktivního prostorového hltiče pro hlčení vibrací složitých soustav a též velký potenciál pro optimalizace této úlohy na konkrétní aplikaci v technické praxi.

Literatura

- [1] H. Frahm, “Device for Damping Vibrations of Bodies.,” US Patent 0989958, 1911.
- [2] H. Silm, W. Michiels a T. Vyhlídal, “Stabilization with Zero Location Constraints for Delay-Based Non-located Vibration Suppression,” *IFAC-PapersOnLine*, roč. 54, č. 18, s. 121–126, 2021, 16th IFAC Workshop on Time Delay Systems TDS 2021.
- [3] N. Olgac a R. Jenkins, “Time-delayed tuning of vibration absorbers for non-located suppression,” in *2020 American Control Conference (ACC)*, IEEE, 2020, s. 1381–1386.
- [4] N. Olgac a R. Jenkins, “Actively Tuned Nonlocated Vibration Absorption: An Unexplored Venue in Vibration Science and a Benchmark Problem,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, roč. PP, s. 1–11, ún. 2020.
- [5] R. Rana a T. Soong, “Parametric study and simplified design of tuned mass dampers,” *Engineering Structures*, roč. 20, č. 3, s. 193–204, 1998, Structural Control.
- [6] C. Verbaan, P. Rosielle a M. Steinbuch, “Broadband damping of non-rigid-body resonances of planar positioning stages by tuned mass dampers,” *Mechatronics*, roč. 24, č. 6, s. 712–723, 2014, Control of High-Precision Motion Systems.
- [7] G.-L. Lin, C.-C. Lin, B.-C. Chen a T.-T. Soong, “Vibration control performance of tuned mass dampers with resettable variable stiffness,” *Engineering Structures*, roč. 83, s. 187–197, 2015.
- [8] H. Rice, “Design Of Multiple Vibration Absorber Systems Using Modal Data,” *Journal of Sound and Vibration*, roč. 160, č. 2, s. 378–385, 1993.
- [9] L. Zuo a S. Nayfeh, “The Two-Degree-of-Freedom Tuned-Mass Damper for Suppression of Single-Mode Vibration Under Random and Harmonic Excitation,” *Journal of Vibration and Acoustics*, roč. 128, ún. 2006.
- [10] I. Nishimura, T. Kobori, M. Sakamoto, N. Koshika, K. Sasaki a S. Ohnishi, “Active tuned mass damper,” *Smart Materials and Structures*, roč. 1, č. 4, s. 306, pros. 1992.

- [11] R. Burdisso a J. Heilmann, “A new dual-reaction mass dynamic vibration absorber actuator for active vibration control,” *Journal of Sound and Vibration*, roč. 214, č. 5, s. 817–831, 1998.
- [12] I. Giorgio, A. Culla a D. Del Vescovo, “Multimode vibration control using several piezoelectric transducers shunted with a multiterminal network,” *Arch. Appl. Mech.*, roč. 79, s. 859–879, zář. 2009.
- [13] K. Kraus, Z. Šika, P. Beneš, J. Krivošej a T. Vyhlídal, “Mechatronic robot arm with active vibration absorbers,” *Journal of Vibration and Control*, roč. 26, s. 107754632091848, dub. 2020.
- [14] N. Olgac a B. Holm-Hansen, “A Novel Active Vibration Absorption Technique: Delayed Resonator,” *Journal of Sound and Vibration*, roč. 176, č. 1, s. 93–104, 1994.
- [15] Z. Šika, T. Vyhlídal a Z. Neusser, “Two-dimensional delayed resonator for entire vibration absorption,” *Journal of Sound and Vibration*, roč. 500, s. 116010, 2021.
- [16] M. Valášek, N. Olgac a Z. Neusser, “Real-time tunable single-degree of freedom, multiple-frequency vibration absorber,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, roč. 133, s. 106244, 2019.
- [17] T. Vyhlídal, W. Michiels, Z. Neusser, J. Bušek a Z. Šika, “Analysis and optimized design of an actively controlled two-dimensional delayed resonator,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, roč. 178, s. 109195, 2022.
- [18] Z. Šika, J. Gregor, J. Krivošej a T. Vyhlídal, “Spatial active absorber for non-collocated vibration suppression,” in *Computational mechanics 2022: book of extended abstracts: 37th conference with international participation*, 2022, s. 133–134.
- [19] Z. Šika, J. Zavřel a M. Valášek, “Residual Modes for Structure Reduction and Efficient Coupling of Substructures,” *Bulletin of Applied Mechanics*, roč. 5, č. 19, s. 54–59, 2009.
- [20] G. Obinata a B. Anderson, “Model Reduction for Control System Design,” *Applied Mechanics Reviews*, roč. 54, č. 5, B81–B82, zář. 2001.
- [21] A. Preumont, “An Introduction to Active Vibration Control,” in *Responsive Systems for Active Vibration Control*, A. Preumont, ed. Dordrecht: Springer Netherlands, 2002, s. 1–41.

Přílohy

A Stavové matice \mathbf{A} a \mathbf{A}_f

Matice \mathbf{A} stavového systému z rovnice (3.1.7) a matice \mathbf{A}_f upraveného stavového systému použitého v kapitole 3.3:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_p - k_0 - k_3}{m_0} & \frac{-c_p - c_0 - c_3}{m_0} & \frac{k_0}{m_0} & \frac{c_0}{m_0} & \frac{k_3}{m_0} & \frac{c_3}{m_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_0}{m_1} & \frac{c_0}{m_1} & \frac{-k_0 - k_1}{m_1} & \frac{-c_0 - c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & \frac{-k_1 - k_2 - k_3 - k_a}{m_2} & \frac{-c_1 - c_2 - c_3}{m_2} & \frac{k_a}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_a}{m_a} & 0 & \frac{-k_a}{m_a} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_p - k_0 - k_3}{m_0} & \frac{-c_p - c_0 - c_3}{m_0} & \frac{k_0}{m_0} & \frac{c_0}{m_0} & \frac{k_3}{m_0} & \frac{c_3}{m_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_0}{m_1} & \frac{c_0}{m_1} & \frac{-k_0 - k_1}{m_1} & \frac{-c_0 - c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & \frac{-k_1 - k_2 - k_3 - k_a}{m_2} & \frac{-c_1 - c_2 - c_3}{m_2} & \frac{k_a}{m_2} & 0 & \frac{k_2 q}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_a}{m_a} & 0 & \frac{-k_a}{m_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & pk_2 & 0 & 0 & 0 & -pk_2 q \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

B Matice \mathbf{G}_i a \mathbf{G}_{pi}

Matice zesílení \mathbf{G}_i a \mathbf{G}_{pi} definované v rovnici (5.1.13):

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_1 & 0 & -g_1 R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g_1 R & 0 & g_1 R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_1 R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_2 & 0 & g_2 R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_2 R & 0 & g_2 R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_2 R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_3 R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_3 R & 0 & 0 & 0 & 0 & g_3 R^2 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 R & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{G}_4 = \begin{bmatrix} g_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_4 R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_4 R & 0 & 0 & 0 & 0 & g_4 R^2 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g_4 R & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{G}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_5 & 0 & -g_5 R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_5 R & 0 & g_5 R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_5 R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{G}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_6 & 0 & g_6 R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_6 R & 0 & g_6 R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{p6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_6 R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$