Posudek oponenta k bakalářské práci Davida Čapka s názvem:

„Kvantové procházky s více částicemi“

Kvantové procházky jsou dnes široce využívanou platformou pro modelování a studium různých vlastností kvantové dynamiky zahrnující například různé aspekty kvantového transportu či algoritmické aplikace překonávající jejich klasické protějšky. Předložená bakalářská práce se zabývá kvantovou procházkou jedné a dvou částic na přímce. Je napsaná v českém jazyce a skládá se ze čtyř hlavních částí. V první se autor věnuje kvantové procházce jedné částice na přímce. Po úvodním zavedení potřebných definic se autor detailně věnuje jednotlivým krokům odvození pravděpodobnostního rozdělení pozice chodce inicializovaného v počátku pro velký počet kroků. S pomocí Fourierovy analýzy a následné metody slabé limity je odvozena limitní hustota pseudorychlosti a z ní vyplývající limitní rozdělení polohy kvantového chodce pro celou jednoparametrickou třídu mincí. Následně je pak přechodem k bázi vlastních stavů mince diskutován vliv počátečního stavu chodce na toto rozdělení.

V druhé části se studie rozšiřuje o druhou částici na přímce. Pro vzájemně neinteragující částice je ukázáno, že úlohu lze převést na kvantovou procházku jedné částice na dvoudimenzionální mřížce. Aplikací analogického avšak výpočetně podstatně náročnějšího postupu jsou zrevidovány kroky pro odvození limitní hustoty pseudorychlosti. Opět je diskutován vliv počátečního stavu chodců na výslednou limitní distribuci jejich pozic. Chování této distribuce pro provázané stavy je ilustrováno na příkladu singletového stavu. Velmi krátce jsou pak diskutovány situace, kdy částice považujeme za nerozlišitelné fermiony nebo bosony.

V třetí části se autor věnuje kvantové procházce s dvěma interagujícími částicemi na přímce. Jsou krátce shrnuty výsledky pro Hadamardovu procházku s delta interakcí, která přidává relativní fázi stavům odpovídajícím stejné pozici částic. Krátce jsou vysvětleny numerické simulace, kterými autor získal přibližné hodnoty bodového a spojitého spektra evolučního operátoru. Poslední část je věnována vlivu měření jedné částice na dynamiku druhé. Nejprve jsme seznámeni s Wheelerovým konceptem měření s odloženou volbou a následně je vysvětlena modifikovaná kvantová procházka jedné částice na 2D mřížce s odloženou volbou počátečního stavu mince. Známé experimentální výsledky jsou pak porovnány se získanými numerickými simulacemi pro dva vzájemně ortogonální počáteční stavy.

Práce je z velké části rešeršní studií doplněnou o numerické simulace autora. Významnou část prvních dvou kapitol tvoří velmi podrobné a náročné odvození limitní hustoty pseudorychlosti částice na přímce a 2D mřížce. Zde se autor dopustil několika chyb, které se ale některé vyskytují již v původních zdrojích, z kterých autor čerpal. První je chyba ve znaménku ve vztahu pro operátor polohy ve Fourierově obraze, díky níž mají liché momenty pseudorychlosti opačné znaménko. Druhou je chyba v druhé rovnici vztahu (1.25). Třetí chybou je fakt, že autor si nejspíše neuvědomil, že transformace od k k v není regulární a integraci přes k je nutné rozdělit na dvě části, z níž každá, jak se ukáže, dá stejný příspěvek. Při přechodu od proměnné k k v musíme tedy výrazy vynásobit 2 a dostaneme tak správně uvedený výsledek (1.26). Obě tyto kapitoly jsou jinak ucelené a přehledně zpracované s výjimkou části 2.6.2 Bosony, kde bych očekával, že autor více rozvede konstrukci distribuce pro pozici částic a rovněž rozebere další možné počáteční stavy bosonů.

Třetí kapitolu považuji za velmi stručnou a nepříliš dobře vysvětlenou. Není zřejmé, proč se diskuze hned na začátku zúžila na antisymetrický stav. Vysvětlení přechodu od popisu pomocí souřadnic k popisu pomocí souřadnic celkové a relativní hybnosti není jasné. Nepomůže tomu ani nejednotné značení funkcí a operátorů ve Fourierově obraze. V celé kapitole je opomenuto zmínit, že uvažovaná procházka je Hadamardova. Dále chybí vysvětlení pojmů jako je kvazienergie a Brillouinova zóna. Při popisu simulací chybí vysvětlení, jakým způsobem bylo nalezeno spektrum s omezením na antisymetrické vztahy.

Rozsah čtvrté kapitoly je postačující. Tato část je napsána přehledně s jednou výjimkou. Vysvětlení, že jde o jiný typ procházky na mřížce, než je uvedený v kapitole 2, je třeba poskytnout již při představování experimentu. Z něj je totiž zřejmé, že procházka závisí pouze na dvoudimenzionálním vnitřním stupni volnosti a liší se tedy nějakým způsobem od předchozí studované varianty.

Po formální stránce je práce spíše průměrná. Práce obsahuje poměrně velké množství chyb v interpunkci. Dále zájmena kde, který, což a podobně by neměly uvádět větu hlavní. Našel jsem řadu patrně asi překlepů v různých matematických formulacích. Příkladem je chybějící znaménko v (1.12), nejednotné značení limitní hustoty pseudorychlosti - občas omega, občas w, stejné označení vlastních vektorů mince před vztahem (1.30), přehození řádků v maticích (2.10), chyba ve znamínkách fází vlastních hodnot ve vztahu (2.17), formálně špatně zapsané vztahy (1.16) a (2.20). Rovněž jsou asi překlepy ve vztahu pro polohu vrcholů x_1=-x_2=rho +/- t na straně 30 a v popisku obrázku 3.1. V referencích je třeba používat stejný formát. Buď uvádět celá křestní jména, anebo naopak jen jejich zkratky. Závěrečné práce uvedené v referencích by měly být doplněny o jejich druh.

Je zřejmé, že pro splnění zadání bakalářské práce musel student nastudovat a porozumět poměrně velkému množství látky. Vzhledem k rozsahu těchto materiálů si myslím, že student v této roli i přes určité výše uvedené výhrady obstál. Navíc vyzdvihuji řadu provedených numerických simulací doprovázející jednotlivé části práce, které ilustrují zajímavé vlastnosti a chování kvantových částic v procházkách. Navrhuji proto ohodnotit práci klasifikačním stupněm C (dobře) a doporučuji bakalářskou práci k obhajobě.

otázky k obhajobě:

1. Jak vypadá správný tvar druhé rovnice ve vztahu (1.25) ?
2. Jak vypadá pravděpodobnostní rozdělení *p(x,y)* dvou neinteragujících částic kvantové procházky na přímce zapsané pomocí limitní hustoty *omega(v_x,v_y)* ? (analogický vztah k (1.29))
3. Proč počáteční stav a potažmo váhová funkce nemá vliv na to, kde s největší pravděpodobností nalezneme obě neinteragující částice kvantové procházky na přímce?
4. Je pravděpodobnostní rozdělení dvou bosonů kvantové procházky na přímce totožné s pravděpodobnostním rozdělením dvou rozlišitelných částic iniciovaných v symetrickém stavu?

Posudek vypracoval Ing. Jaroslav Novotný, PhD. - Katedra fyziky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

V Praze dne 23.1. 2023

podpis