Oponentský posudek na disertační práci

Lagrangian methods for continuum dynamics

pana

Ing. Davida Fridricha

Obsah práce

Práce pana Ing. Davida Fridricha se zabývá vývojem numerické metody pro řešení úloh hydrodynamiky a elastoplasticity v Lagrangeovských souřadnicích. Autor v anglicky psané práci popisuje numerické schéma vycházející z Laxova-Wendroffova schématu v Richtmyerově úpravě formulované ve smyslu metody konečných objemů. Práce je členěna do devíti kapitol. V úvodní kapitole autor popisuje na třech stranách historický kontext a rozbor současného stavu řešené problematiky. Druhá kapitola je věnována odvození Reynoldsova transportního teorému a Eulerových rovnic v Lagrangeovských souřadnicích. Obsah této části lze bezesporu nalézt i v mnoha knihách či učebnicích věnovaných mechanice kontinua. Přesto je její zařazení do práce užitečné především pro lepší pochopení dalších částí práce.

Hlavní přínos práce je soustředěn v kapitolách 3 až 8, kde autor postupně popisuje novou numerickou metody pro řešení Eulerových rovnic v 1D (kapitola 3), dále popisuje její rozšíření ve smyslu metody konečných objemů do 2D v kartézském a cylindrickém souřadném systému (kapitoly 4 a 5) a úpravu této metody pro elastoplastické problémy (kapitoly 6 až 8). Numerické schéma přitom vychází z Richtmyerovy varianty Laxova-Wendroffova schématu. Autor ukazuje přednosti Wendroffovy-Whiteovy varianty prediktorového kroku oproti standardní Laxově-Friedrichsově variantě. Dále navrhuje stabilizaci schématu pomocí umělé vazkosti vycházející z HLL schématu. Tuto vazkost modifikuje vynásobením koeficienty τ pro každou ze složek systému a dále zavádí limiter TVD typu omezující umělou vazkost jen na místa s výraznými změnami gradientů rychlosti a navrhuje novou korekci schématu pro přesnější rozlišení kontaktních nespojitostí. Pro navržené schéma poté autor provádí důkaz splnění tzv. geometrického zákona zachování (GCL), který je velmi důležitou ingrediencí při práci s deformující se sítí. Na vybraných testovacích případech pak autor zkoumá numerické vlastnosti navrženého schématu. Ukazuje mimo jiné vylepšení řešení v blízkosti počátku souřadného systému pro Nohův problém (obr. 3.7) či lepší zachycení nespojitostí díky omezení vlivu umělé vazkosti (obr. 3.9). Dále provádí numericky pro vybrané případy analýzu chyby a ukazuje, že navržené metoda je (prakticky) druhého řádu přesnosti (viz např. tabulka 4.1 nebo 5.2).

V závěru autor shrnuje dosažené výsledky a provádí jejich diskusi. Dále zmiňuje, že většina z výsledků byla autorem již publikována v časopisech (3 impaktované) a ve sborníku mezinárodní konference.

Hodnocení

Práce obsahuje popis autorem navržené numerické metody pro řešení úloh mechaniky kontinua v Lagrangeovských souřadnicích. Tato metoda přináší významná vylepšení oproti původnímu Laxovu-Wendroffovu schématu a nachází uplatnění především při řešení problémů obsahujících významné nespojitosti v řešení a to ať už ve formě kontaktních nespojitostí pro případ mechaniky tekutin, tak pro případ interakcí tekutin s elastickými tělesy.

Popis metody je srozumitelný a zvolená metodika odvození a ověření metody je adekvátní. Samotná metoda byla již publikována v impaktovaných časopisech.

Po formální stránce jsem v práci našel drobné nedostatky (viz níže). Ty však dle mého názoru nijak nesnižují vysokou úroveň předložené práce. Proto práci jednoznačně **doporučuji** k obhajobě.

Poznámky k práci

1. K lepší čitelnosti práce by určitě pomohl seznam použitého značení.
2. Při odvození Reynoldsova teorému autor používá pro divergenci označení $\nabla_x\cdot$ (viz např. vzorec 2.33. O něco dále používá jen $\nabla\cdot$ (bez $_x$, viz vzorec 2.38).
3. Vztah pro časový krok mezi vzorci 3.23 a 3.24 je zapsán nevhodně. Δt je jak na levé, tak na pravé straně rovnítka. Z doprovodného textu je sice zřejmé, co autor tímto vztahem zamýšlel, nicméně by bylo lepší použít vhodnější značení.
4. Ve vzorci 3.48 má zřejmě v prvním zlomku za rovnítkem vážený průměr toků F, nikoliv hodnot řešení w, viz např. vzorec 3.45. Zjevně se zde jedná o překlep.
5. U některých grafů nejsou popsány osy a to ani na obrázku či v jeho popisku, ani v textu. Není tak na první pohled zřejmé, jakou veličinu znázorňují (viz např. obrázek 3.7 nebo 3.9).
6. Ve vzorci 6.4 a 6.6 zřejmě chybí ½. Symetrická část tenzoru rychlosti deformace se v literatuře definuje jako $D=(\nabla U + (\nabla U)^t)/2$. Podobně i pro antisymetrickou část W.

Otázky k práci

K předložené práci mám pouze dva dotazy:

1. Jaký vliv má náhrada globálního časového kroku Δt lokálním krokem ΔT_f na přesnost schématu? Je tato oprava používána všude a nebo jen na rozhraních odpovídajících kontaktním nespojitostem?
2. Je možné použít dvourozměrnou variantu limiteru (obr. 4.3) či jeho modifikaci i pro případ nestrukturovaných sítí?

V Praze, dne 8.1.2021

Doc. Ing. Jiří Fürst, PhD.