

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyzikální elektroniky

Bakalářská práce
Natálie Slivková

Praha – 2022

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyzikální elektroniky

**Generace plazmové vlny
ultrakrátkými laserovými impulzy**
Bakalářská práce

Autor práce: **Natálie Slivková**
Vedoucí práce: **Ing. Dominika Mašlárová**
Konzultanti: **doc. Ing. Jan Pšikal, PhD.**
Školní rok: **2021/2022**

Před svázáním místo této stránky **vložíte zadání práce** s podpisem děkana (v jedné kopii práce bude list s originálem podpisu).

Toto bude jediný oboustranný list ve Vaší práci!

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškerou použitou literaturu.

V Praze dne

.....
Natálie Slivková

Poděkování

Tímto bych chtěla moc poděkovat Ing. Dominice Mašlárové, za vedení mé bakalářské práce, za obrovskou trpělivost, ochotu a energii, kterou mi věnovala a moc si vážím všech znalostí a cenných zkušeností, které mi předala během tvorby této práce.

Dále bych chtěla poděkovat doc. Ing. Janu Pšikalovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky, důležité k dokončení této práce.

V neposlední řadě bych chtěla poděkovat celé své rodině za podporu v průběhu celého mého studia.

Natálie Slivková

Název práce: **Generace plazmové vlny ultrakrátkými laserovými impulzy**

Autor: Natálie Slivková

Druh práce: Bakalářská práce

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Studijní obor: Informatická fyzika

Vedoucí práce: Ing. Dominika Mašlárová
Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská,
České vysoké učení technické v Praze;
Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i

Konzultant: doc. Ing. Jan Pšikal, Ph.D.
Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská,
České vysoké učení technické v Praze

Abstrakt: Práce se zabývá studiem vlastností plazmové vlny generované pomocí ultrakrátkého laserového impulzu v podkriticky hustém plazmatu. Teoretický úvod této práce zahrnuje stručný popis interakcí laseru a plazmatu a mechanismů urychlování elektronů pomocí laseru. Pozornost je věnovaná především urychlování elektronů pomocí brázdové vlny (angl. laser wakefield acceleration). Pomocí 2D particle-in-cell simulací je zkoumáno, jak se vlastnosti plazmové vlny mění s přidáním druhého laserového impulzu, opožděného o jednu plazmovou vlnovou délku a půlku plazmové vlnové délky. Dále, jak se tyto výsledky mění v čase a v závislosti na intenzitě laserového impulzu a jak je metoda přidání druhého impulzu citlivá na mírnou odchylku opoždění. Z výsledků simulací pozorujeme, že může být vybuzena plazmová vlna s nižším minimem podélného elektrického pole, než pro případ s jedním laserovým impulzem. Tím pádem může dojít k výraznějšímu urychlování elektronů. Opoždění druhého impulzu musí být však vzhledem k vysoké citlivosti metody nastaveno s velkou přesností.

Klíčová slova: plazmová vlna, laserové plazma, urychlování elektronů, brázdová vlna, particle-in-cell simulace

Title: **Plasma wave driven by ultrashort laser pulses**

Author: Natálie Slivková

Type of work: Bachelor thesis

Branch of study: Computational physics

Supervisor: Ing. Dominika Mašlářová
Department of Physical Electronics, Faculty of Nuclear Sciences and
Physical Engineering, Czech Technical University in Prague;
Institute of Plasma Physics of the CAS

Consultant: doc. Ing. Jan Pšikal, Ph.D.
Department of Physical Electronics, Faculty of Nuclear Sciences and
Physical Engineering, Czech Technical University in Prague

Abstract: The thesis studies the characteristics of the plasma wave driven by an ultrashort laser pulse in underdense plasma. Theoretical introduction contains a brief description of laser-plasma interactions and electron acceleration using a laser pulse, especially the method called "laser wakefield acceleration". Via 2D particle-in-cell simulations, the properties of the plasma wave are examined. Changes caused by an additional laser pulse delayed by one plasma wavelength or half the plasma wavelength are investigated. Furthermore, it is analysed how the results change due to the temporal evolution, laser pulse intensity and a slight deviation in the delay. It is demonstrated that the plasma wave can be generated with a lower minimum of the longitudinal electric field than in the case of using just one laser pulse. Therefore, it is possible to accelerate electrons to significantly higher energies. However, the delay of the second laser pulse must be set precisely, due to the high sensitivity of the method.

Keywords: plasma wave, laser plasma, wakefield, electron acceleration, Particle-in-cell simulation

Obsah

1	Úvod	8
2	Interakce laserového záření s plazmatem	10
2.1	Parametry plazmatu	10
2.2	Laserové parametry	12
2.3	Vznik laserového plazmatu	13
2.4	Pohyb částice v relativistickém laserovém poli	15
2.5	Ponderomotorická síla	17
2.6	Vlny v plazmatu	19
3	Laserové plazmové urychlování	21
3.1	LWFA (Laser Wakefield Acceleration) - Urychlování brázdovou vlnou .	21
3.2	Bubble regime - Bublinový režim	24
3.3	PBWA (Plasma Beat Wave Acceleration) - Urychlování záznějovou vlnou	24
3.4	Multiple laser pulses (Laser pulse train) - Urychlování několika lasero- vými impulzy ("vláčkem" impulzů)	25
3.5	SM-LWFA (Self-Modulated Laser Wakefield Acceleration) - Automodu- lované urychlování brázdovou vlnou	25
3.6	Injekce elektronů v režimu LWFA	26
4	Plazmové simulace	28
4.1	Metoda Particle-in-cell	28
4.1.1	Řešení rovnic pro elektromagnetické pole, metoda FDTD (me- toda konečných diferencí)	31
4.1.2	Stabilita algoritmu PIC	32
4.2	Kód SMILEI	33
4.3	MetaCentrum	33
4.3.1	Gridové počítání	33
5	Výsledky	35
5.1	Nastavení simulací v kódu SMILEI	35
5.2	Simulace pro jeden laserový impulz	36
5.3	Simulace pro dva laserové impulzy	38
5.4	Změna amplitudy v závislosti na intenzitě laserového impulzu	42
5.5	Vývoj elektrického pole v čase	44
5.6	Citlivost metody	46
6	Závěr	48

1 Úvod

Otázka urychlování částic otevřela na počátku minulého století dveře novému směru fyziky, který sehrává důležitou roli ve zkoumání otázek ohledně povahy a původu vesmíru či v revolučních praktických aplikacích v běžném životě. Urychlené částice se dají získat buď přirozenou cestou, a to třeba z rozpadu nestabilních jader či v podobě kosmického záření anebo pomocí urychlovačů. Prvotní pokusy o sestrojení urychlovače částic proběhly již na konci 20. let minulého století a první lineární urychlovače částic byly sestrojeny na počátku 30. let. Tyto urychlovače byly velmi dlouhé a urychlovaly zejména těžké částice. V roce 1931 Ernest Lawrence zkonstruoval první kruhový urychlovač, neboli cyklotron. V průběhu 40. let byl zkonstruován betatron, který elektrony urychluje v tzv. vírovém elektrickém poli. V roce 1944 nezávisle na sobě Vladimír Veksler a Edwin McMillan objevili jev, kterému říkáme autofázování částic, na kterém jsou založeny dnešní urychlovače jako synchrotron, fázotron, synchrofázotron. Těmito urychlovači je možné urychlit částice na energii až tisíce MeV. [1] K dnešnímu datu už bylo dosaženo energií v řádu 100 GeV pro elektrony [2] a až \sim TeV energie pro ionty [3].

Koncem 70. let navrhli T. Tajima a D. Dawson zcela nový typ urychlovače, který urychluje elektrony elektrickým polem tzv. brázdové vlny, generované ultrakrátkým laserovým impulzem procházejícím plynným prostředím, které se následnou ionizací mění na plazma, nebo případně předionizovaným prostředím. [4] V angličtině se této metodě říká „laser wakefield acceleration“ nebo zkráceně LWFA. Do češtiny lze její název volně přeložit jako „urychlování brázdovou vlnou vybuzenou laserovým impulzem“. Urychlovače založené na tomto principu jsou schopny v plazmatu udržovat elektrické pole větší jak stovky GV/m. Konvenční urychlovače jsou přitom schopné kvůli technickým limitům dosáhnout jen 100 MeV/m, jsou velmi rozměrné a náročné na stavbu a údržbu. [5] Proto jsou plazmové urychlovače mnohem kompaktnější alternativou.

Jedním z hlavních cílů komunity je zvyšování energie urychlovaných elektronů, pokud možno se zachováním kvality elektronového svazku. Velikou motivací do budoucna je i urychlovač, který bude zprostředkovávat srážky elektronů a jejich antičástic, pozitronů (anglicky electron-positron collider), kde je cílem dosáhnout až TeV energie. [6] Větší energií na kratší vzdálenosti je možné dosáhnout zvyšováním amplitud brázdového pole vlny. Jednou z možností, jak toho docílit, je přidat další laserový impuls do brázdového pole vytvořeného hlavním, čerpacím impulzem. [54] Právě studiem této techniky se bude zabírat tato bakalářská práce.

V první kapitole se seznámíme základními principy interakcí mezi laserovým impulzem a plazmatem. Jsou komentovány jednotlivé důležité parametry laseru a plazmatu, vznik laserového plazmatu a pohyb částice v relativistickém poli laseru. Poslední podkapitola je pak věnována plazmovým vlnám. Všechny tyto poznatky jsou důležité pro pochopení principu urychlování částic plazmovou vlnou generovanou laserovým impulzem.

Druhá kapitola pojednává o samotném principu urychlování částic pomocí laseru. V dnešní době je známo několik druhů laserových plazmových urychlovačů. V této kapitole budeme komentovat nejznámější režimy urychlování elektronů a mechanismy injekce elektronů v režimu LWFA.

Třetí kapitola se zabývá plazmovými simulacemi, konkrétně kinetickými simulacemi pomocí metody particle-in-cell (PIC), která patří k oblíbeným numerickým metodám užívaných ve fyzice plazmatu. Pro účely této práce byl užit open-source kód SMILEI, jehož stručný popis je obsažen také v této kapitole. V neposlední řadě je dále popsán princip gridového počítání prostřednictvím organizace MetaCentrum, jelikož simulace v této práci jsou výpočetně náročné a zabírají velké množství paměti.

V poslední kapitole jsou diskutovány výsledky 2D PIC simulací, které byly provedeny za účelem popsat vlastnosti plazmové vlny generované dvěma laserovými impulzy metodou LWFA a analyzovat rozdíly oproti tradičnímu použití jednoho impulsu.

2 Interakce laserového záření s plazmatem

Studium interakcí mezi ultrakrátkým laserovým paprskem a plazmatem je v dnešní době již poměrně rozsáhlým a populárním oborem fyziky plazmatu a tvoří základ pro vývoj mnoha nových revolučních technologií. Jelikož plazma dokáže udržovat vysoká elektrická pole, častokrát větší i než několik set GV/m, stává se díky této vlastnosti velice atraktivním médiem pro urychlování částic. [42] Hlavním účelem této kapitoly bude obecně shrnout základní fyzikální poznatky týkající se této problematiky, důležité k porozumění principu urychlování částic relativistickou plazmovou vlnou, která je generována intenzivním laserovým impulzem.

2.1 Parametry plazmatu

Plazmatem nemůžeme nazvat jakýkoliv ionizovaný plyn, jelikož každý plyn je v určitém malém stupni ionizován. Definice plazmatu dle učebnice o fyzice plazmatu od F. Chena [15] tedy zní:

”Plazma je kvazineutrální plyn nabitých a neutrálních částic, který vykazuje kolektivní chování.”

Pro konkrétní vysvětlení výše zmíněných pojmů jako je kvazineutralita a kolektivní chování je nejprve nutné definovat následující parametry, které budou určovat podmínky pro ionizovaný plyn, jenž nazýváme plazmatem. Jeden z nejdůležitějších parametrů plazmatu je Debyeova délka λ_{De} , která je definována jednoduchým vztahem [52]

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}}, \quad (1)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, k_B Boltzmanova konstanta, T_e teplota elektronů, e velikost náboje elektronu a n_e elektronová koncentrace. Obecně Debyeovou délkou λ_{De} rozumíme charakteristickou vzdálenost, ve které potenciál bodového náboje i pole poklesne na $1/e$ hodnoty dané Coulombovým zákonem. [52] Debyeova délka je důležitým parametrem, pomocí kterého je již možné zadefinovat pojem kvazineutralita.

Kvazineutralita znamená, že v určitém dostatečně velkém objemu je celkový elektrický náboj nulový. Přestože je plazma složeno převážně z nabitých částic, z velké vzdálenosti se jeví jako kvazineutrální. V okolí každého iontu je dostatečný počet elektronů, které jeho náboj stíní. Tato podmínka platí nejen pro čas, ale také pro prostor – pokud se nějaká část plazmatu pohybuje dostatečně pomalu, stíhá se přesouvat i její stínění. [20] Pro charakteristický rozměr plazmatu L můžeme definovat podmínku [15]:

$$\lambda_{De} \ll L, \quad (2)$$

která je zároveň první podmínkou kvazineutrality a říká nám, že charakteristický rozměr plazmatu musí být větší než Debyeova délka. [20]

Jelikož kvazineutralita není zachována pro velmi rychlé jevy, váže se k tomuto pojmu i časová podmínka a to, že

$$\tau \gg \frac{1}{\omega_{pe}}, \quad (3)$$

kde τ je charakteristický čas děje a ω_{pe} je plazmová frekvence elektronů, definována vztahem [21]

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}}. \quad (4)$$

Plazmové frekvenci elektronů se dále podrobněji budeme věnovat dále v textu.

Tímto jsme vyřešili problém kvazineutrality a můžeme se zabývat definicí pojmu kolektivní chování. K tomu je potřeba zadefinovat další klíčový parametr a tím je plazmatický parametr. Plazmatický parametr nám udává počet elektronů v Debyeově sféře a je definovaný jako [52]

$$N_D = \frac{4}{3}\pi(\lambda_{De})^3 n_e. \quad (5)$$

Plazmatický parametr je důležitý k určení podmínky pro dominanci kolektivního chování částic. Kolektivní chování můžeme chápat jako pohyby, které nezávisí pouze na lokálních podmínkách, ale rovněž na stavu plazmatu ve vzdálených oblastech. [15] Kromě podmínky pro charakteristický rozměr plazmatu L dané vztahem (2), kolektivní chování bude dominovat pokud je splněna podmínka

$$N_D \gg 1. \quad (6)$$

Kolektivní chování lze také definovat jako vzájemné působení částic pomocí makroskopických elektromagnetických polí, na rozdíl od mikroskopických polí, kde na sebe působí částice při binární srážce. [21] Pokud bude splněna podmínka (6) hovoříme také o ideálním plazmatu, k jehož popisu lze použít rovnice ideálního plynu. [52]

K plazmovému parametru se také vážou pojmy jako srážková frekvence a již výše zmíněná plazmová frekvence elektronů. Jejich poměr nám totiž udává další podmínku pro dominanci kolektivního chování. Elektronová plazmová frekvence udává sílu kolektivního působení, kde při $\omega_{pe} > \nu_c$ bude kolektivní chování dominovat.[21] Pokud tedy vezmeme poměr srážkové frekvence a plazmové frekvence dostáváme [21]

$$\frac{\nu_c}{\omega_{pe}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\ln\Lambda}{n_0 \lambda_{De}} = \frac{\ln\frac{3}{2}N_D}{\frac{3}{2}N_D}, \quad (7)$$

kde ν_c je srážková frekvence definovaná vztahem [21]

$$\nu_c = \frac{8\pi n_0 e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 m_e^2 v_0^3} \ln\Lambda, \quad (8)$$

kde n_0 je hustota rozptylujících částic, v_0 rychlost elektronů a $\ln\Lambda$ je tzv. Coulombův logaritmus (poměr srážkové frekvence všech srážek k frekvenci rozptylu nad 90 stupňů [21]). Obecně velké lambda odpovídá rovnici

$$\Lambda = \frac{\lambda_{De}}{b_0} = 2\pi n_e \lambda_{De}^3 = \frac{3}{2} N_D, \quad (9)$$

kde b_0 je Landauova délka, která odpovídá rozptylu na 90 stupňů a rovná se

$$b_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qq_0}{mv_0^2}, \quad (10)$$

kde q je náboj jedné částice, q_0 náboj druhé částice a m hmotnost. Za v_0 v tomto případě budeme dosazovat tepelnou rychlost elektronů v_{Te} , která se rovná

$$v_0 = v_{Te} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}}. \quad (11)$$

Jelikož víme, že platí podmínka (6) můžeme o rovnici (7) říct, že [21]

$$\frac{\nu_c}{\omega_{pe}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\ln\Lambda}{n_0 \lambda_{De}} = \frac{\ln\frac{3}{2} N_D}{\frac{3}{2} N_D} \ll 1. \quad (12)$$

Z výrazu (12) je již jasné, že při dominanci kolektivního chování musí platit vztah $\omega_{pe} > \nu_c$.

2.2 Laserové parametry

K popisu principu laser-plazma interakcí je potřeba zavést jeden z důležitých parametrů, kterým je amplituda normalizovaného vektorového potenciálu laserového pole. Lze vyjádřit pomocí vzorečku [19]

$$a_0 = \left(\frac{e^2}{2\pi^2 \epsilon_0 m_e^2 c^5} \lambda_L^2 I_L \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

kde I_L je maximální intenzita laserového impulzu, e je náboj elektronu, m_e hmotnost elektronu, λ_L vlnová délka laseru, ϵ_0 permitivita vakua a c je rychlost světla.

Pro laserové impulzy, jejichž intenzita v příčné rovině je dána Gaussovskou funkcí je daná vzorečkem [19]

$$I_L = \frac{2P}{\pi w_0^2}. \quad (14)$$

Výkon laserového impulzu P v předchozím vzorci je daný vztahem [19]

$$P = 2\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{E}{\tau_0} \approx \frac{E}{\tau_0}, \quad (15)$$

kde E je energie impulzu a τ_0 je doba jeho trvání ve FWHM (Full Width at Half Maximum neboli šířka v polovině výšky), w_0 ohnisková vzdálenost. Pokud parametr a_0

překročí hodnotu 1, oscilace elektronů v laserovém poli se stávají relativistické, což je typické pro laserové plazmové urychlovače. [19].

Laserový impulz se šíří v plazmatu, jehož hustota n_p je menší, než tzv. kritická hustota $n_{cr} = \varepsilon_0 m \omega_L^2 / e^2$, tzn. $n_p < n_{cr}$. Takové plazma označujeme jako podkriticky husté. Naopak pro $n_p > n_{cr}$ je plazma nadkriticky husté. [42]

Index lomu (podkriticky hustého) plazmatu je dán vztahem

$$\frac{ck_L}{\omega_L} = \sqrt{1 - \frac{n_p}{(\gamma n_{cr})}}, \quad (16)$$

kde k_L je laserové vlnové číslo, ω_L frekvence laserového impulzu, n_p hustota, γ je Lorentzův faktor. Samofokusace laserového impulzu nastává pokud index lomu plazmatu má své maximum na optické ose. Tomuto druhu samofokusace říkáme relativistická a nastává pokud relativistická hmotnost elektronů, pohybujících se rychlostí blížíící se rychlosti světla, narůstá díky jejich oscilačnímu pohybu způsobeného elektrickým polem laseru (tzv. "quiver motion") či v důsledku vybuzení brázdového pole, kdy dochází k změnám lokální hustoty elektronů působením ponderomotorické síly. [42] K relativistickému samofokusování laseru dochází, pokud výkon laseru P vyhovuje podmínce [42]

$$P > P_c, \quad (17)$$

kde P_c je tzv. kritický výkon laseru definovaný vztahem [10]

$$P_c \approx 17,5 \cdot \left(\frac{\omega_L}{\omega_p}\right)^2 \text{ GW}. \quad (18)$$

Pokud je splněna podmínka (17) po určité době šíření svazku dochází k jeho zhroucení do téměř nulového poloměru. Pro $P = P_c$ by se však svazek měl být schopen šířit plazmatem (pokud nedochází k jiným ztrátám či nestabilitám) s konstantním poloměrem, což představuje ideální scénář pro koncept laserových plazmových urychlovačů. [10]

2.3 Vznik laserového plazmatu

Rychlý vývoj vysoceintenzivních laserů a neustálé zlepšování jejich výkonu nám umožňuje studovat různé nové oblasti fyziky a jejich praktické aplikace. Laserové impulzy, které jsou tyto lasery schopné generovat, mají schopnost svým elektrickým polem ionizovat atomy či molekuly a vzniká tak plazma. Ionizace atomů zapříčiní vznik volných elektronů. Interakce zejména těchto elektronů s paprskem pak poskytují základ pro široké spektrum jevů. Obvykle je třeba rozlišovat dva typy ionizačních procesů. První proces je optická ionizace laserovým polem a druhý proces, který vzniká v důsledku "kolizí" volných elektronů s atomy a ionty, a který nazýváme elektronová ionizace či srážková ionizace (dříve ionizace nárazem elektronu). [31]

Abychom získali představu o tom, kdy dochází k ionizaci polem, potřebujeme znát typickou sílu pole, potřebnou k odstranění elektronů z atomu. Definujeme Bohrov poloměr [11]

$$a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 5.3 \times 10^{-9} \text{ cm.} \quad (19)$$

Síla elektrického pole je [11]

$$E_a = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_B^2} \simeq 5.1 \times 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}. \quad (20)$$

Následně můžeme definovat tzv. "atomickou" intenzitu I_a , která se dá chápat jako "práh" ionizace [11]

$$I_a = \frac{\epsilon_0 c E_a^2}{2} \simeq 3.51 \times 10^{16} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}. \quad (21)$$

Pokud je intenzita laseru vyšší než atomická intenzita, tj. $I > I_a$ je ionizace zaručena pro všechny druhy látek. [11] Ve skutečnosti ale ionizace může nastat i pro hodnoty laserové intenzity nižší než I_a . Atom lze totiž ionizovat i pokud absorbovaná energie elektronem, bude kombinací energií několika fotonů s energií menší, než práh ionizace. V takovém případě hovoříme o tzv. multifotonové ionizaci, kterou můžeme vidět na obrázku 1(a). [12] Pokud elektrony absorbují více fotonů, než je potřeba k jeho emisi z atomového obalu, přebytečná energie se následně stává kinetickou energií. Takovému typu ionizace říkáme nadprahová viz obrázek 1(b). Výsledná přebyteková kinetická energie elektronu je dána vzorcem

$$E_f = (n + s)\hbar\omega - E_{ion}, \quad (22)$$

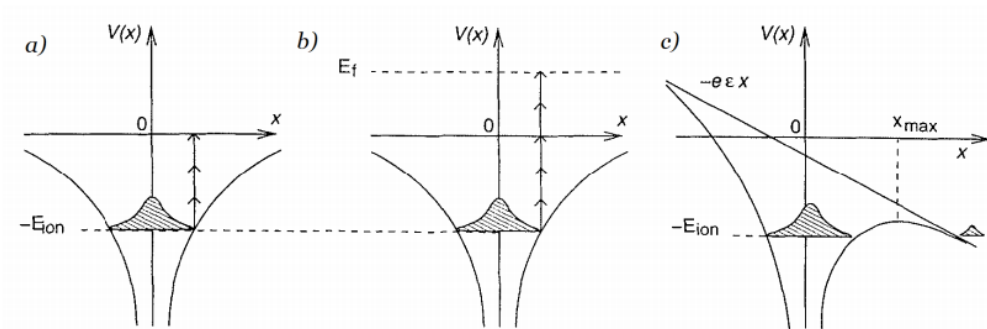
kde n je počet fotonů potřebný pro multifotonovou ionizaci, s je přebytek, co je absorbován. [10]

Poslední proces ionizace, který může nastat je tunelová ionizace. Pro dostatečně silné laserové pole může nastat i tzv. tunelová ionizace viz obrázek 1(c). V případě klasické ionizace, elektron musí mít dostatek energie k překonání potenciálové bariéry. Pokud na něj působí silné laserové pole, je narušen elektrický potenciál jádra a šířka potenciální bariéry značně klesá. V důsledku toho můžou elektrony bariérou snadněji pronikat a v případě velkého narušení ji dokonce i překonat. [10]

Keldysh a Perelomov zavedli parametr γ , často také označovaný jako Keldyshův parametr, který nám pomáhá od sebe rozlišovat procesy ionizace [10]:

$$\gamma = \omega_L \sqrt{\frac{2E_{ion}}{I_L}}, \quad (23)$$

kde ω_L je frekvence elektromagnetické vlny (laseru), I_L intenzita laseru, E_{ion} ionizační energie.



Obrázek 1: Druhy ionizace polem

- a) Multifotonová ionizace b) Nadprahová multifotonová c) Tunelová ionizace,
převzato od P. Gibbon (2005) [10]

Pokud $\gamma > 1$ jedná se o multifotonovou ionizaci, pokud $\gamma < 1$ jedná se o tunelovou ionizaci. [10]

Elektronová ionizace, která vzniká v důsledku interakcí mezi elektrony a jinými částicemi, je podrobně popsána například v Lemr a Borovcová [13]. Zde postačí zmínit, že se jedná o celkem jednoduchý ionizační proces. Rychlý elektron s kinetickou energií okolo 70 eV, se přibližuje k neutrální částici (atom, molekula) a následně deformuje rozložení jejích elektronů. Tím může dojít k uvolnění valenčního elektronu. Uvolněný elektron má energii menší než 1 eV a hovoříme o pomalém elektronu. [13] V případě interakcí laser-plazma o relativistických intenzitách jsou energie elektronů mnohem vyšší než 70 eV.

2.4 Pohyb částice v relativistickém laserovém poli

Volné elektrony vzniklé ionizací z předchozí kapitoly interagují s elektromagnetickým polem laseru. Elektrické a magnetické pole laseru se řídí Maxwellovými rovnicemi (68) - (71), které alternativně můžeme zapsat za pomoci skalárního a vektorového potenciálu (φ, \vec{A}) vztahy

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (24)$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{x}}. \quad (25)$$

Vektorový potenciál zde splňuje podmínku $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. Pro skalární potenciál ve vakuu platí $\varphi = 0$ a tedy obě pole \vec{E} a \vec{B} budou záviset pouze na vektorovém potenciálu \vec{A} . [14]

Víme, že pohyb elektronů v relativistickém poli (s elektrickou intenzitou \vec{E} a magnetickou indukcí \vec{B}), je popsán rovnicí pro Lorentzovu sílu, danou vztahem

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})), \quad (26)$$

kde v tomto případě \vec{p} je hybnost elektronu, q jeho náboj a $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m\gamma}$ je jeho rychlost, kde m je hmotnost elektronu a γ Lorentzův faktor daný vztahem

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (27)$$

kde $\beta = \frac{v}{c}$.

Pokud do rovnice (26) dosadíme tvary (24) a (25) získáme

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + e(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{A} - e \nabla(\vec{v} \cdot \vec{A}). \quad (28)$$

Na laser teď budeme nahlížet jako na rovinnou elektromagnetickou vlnu polarizovanou podél osy x a šířící se ve směru osy z , tj.

$$\vec{E}(z) = E_L \cos(k_L z - \omega_L t) \vec{e}_x, \quad (29)$$

kteřou lze psát ve tvaru vektorového potenciálu

$$\vec{A}(z) = A_0 \sin(k_L z - \omega_L t) \vec{e}_x, \quad (30)$$

kde $A_0 = E_L/\omega_L$.

Pokud vezmeme v úvahu vztah $|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|$ můžeme zanedbat v nerelativistickém režimu, tj. pokud $\beta \ll 1$, druhý člen rovnice (26) a získáme

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \simeq -e\vec{E} = e \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (31)$$

Tudíž elektron bude oscilovat ve směru elektrického pole rychlostí

$$\beta = -\frac{eA_0}{mc} \sin(\omega_L t) \equiv -a_0 \sin(\omega_L t), \quad (32)$$

kde $a_0 = eA_0/mc = eE_L/mc\omega_L$ je normalizovaný vektorový potenciál laseru. [14] Při $a_0 < 1$ elektron v elektromagnetickém poli osciluje na laserové frekvenci a navíc se elektron oddaluje z oblastí s vysokou intenzitou. Tento pohyb je důsledkem ponderomotorické síly zmíněné v následující kapitole.

Naopak pokud již zmíněný parametr $a_0 \geq 1$ elektronové oscilace se stávají relativistické a musíme brát v potaz i člen $(\vec{v} \times \vec{B})$ rovnice (26). Podrobný popis řešení pro relativistický případ lze najít v P.Gibbon [10]. V návaznosti na tento postup je přeepsané laserové pole tvaru

$$\vec{a}(z) = a_0 \sin(k_L \xi) \vec{e}_x, \quad \xi = z - ct. \quad (33)$$

Normalizované složky hybnosti elektronu jsou uváděny ve tvaru [10]

$$u_x = \gamma \beta_x = \frac{dx}{d\xi} = a = a_0 \sin(k_L \xi) \quad (34)$$

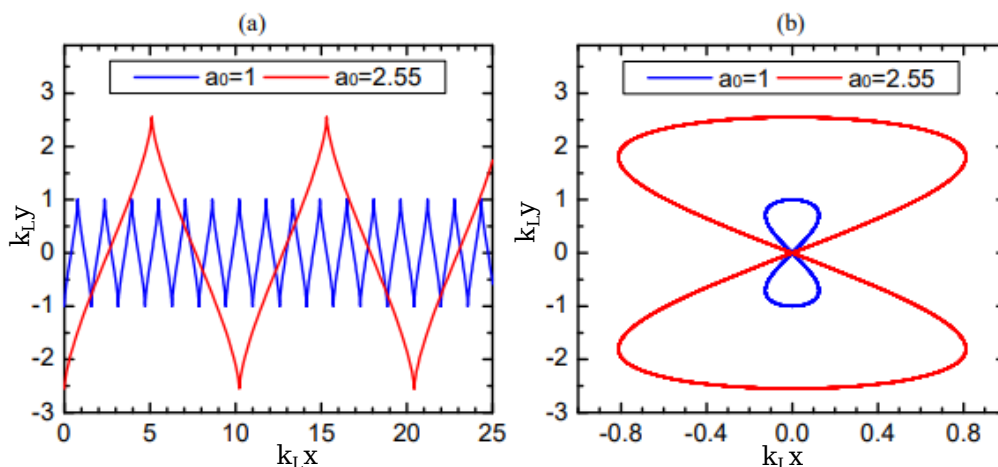
$$u_z = \gamma\beta_z = \frac{dz}{d\xi} = \frac{a^2}{2} = \frac{a_0^2}{2}\sin^2(k_L\xi). \quad (35)$$

Integrací pak získáváme trajektorie pro pohyb elektronu dané vztahy

$$x = -\frac{a_0}{k_L}\cos(k_L\xi) \quad (36)$$

$$z = \frac{a_0^2}{8k_L}[2k_L\xi - \sin(2k_L\xi)]. \quad (37)$$

Z těchto rovnic již vidíme, že síla ($\vec{v} \times \vec{B}$) unáší elektron ve směru laserového paprsku a elektrony zároveň oscilují na laserové frekvenci. Na obrázku 2 lze vidět pohyb elektronu odpovídající hodnotám parametru $a_0 = 1$ a $a_0 = 2,55$. Lze z něj také snadno vypočítat, že čím větší bude hodnota parametru a_0 tím více bude dominovat přímý pohyb elektronu nad oscilačním pohybem. Tento pohyb elektronů jsme již dříve zmínili v textu pod anglickým názvem "quiver" motion a úzce souvisí s relativistickou samofokusací laseru.[19] [14]



Obrázek 2: Pohyb elektronu v laboratorní soustavě.

(a) Laboratorní pohled, (b) pohled pohybující se s částicí. Vlna se pohybuje ve směru x a y je příčný rozměr, k_L je laserové vlnové číslo. Převzato z Jinchuan Ju (2013) [14].

2.5 Ponderomotorická síla

Světelná vlna, která dopadne na těleso na něj působí silou zvanou tlak záření. Tato síla je ovšem slabá. V případě interakce elektromagnetické vlny s plazmatem působí na oscilaci nabitě částice síla, která může dosahovat velmi vysokých hodnot. Tato síla se nazývá ponderomotorická síla a můžeme ji chápat jako další složku tlaku záření. Tato síla je nelineární, nízkofrekvenční a má schopnost vytlačit nabitě částice z oblastí intenzivního pole do míst s nižší intenzitou. Pomocí ponderomotorické síly lze také vysvětlit spoustu nelineárních jevů v plazmatu [15]. Kompletní odvození této síly je

podrobně znázorněno v učebnici fyziky plazmatu od F. Chena [15]. Ponderomotorickou sílu můžeme dělit na dvě části. Síly v důsledku kmitání nabitě částice v nehomogenním elektrickém poli a síly v důsledku působení magnetického pole na oscilující částici. [21] Pro kompletní odvození začneme první složkou a to síly v důsledku kmitání nabitě částice s nábojem q a hmotností m v nehomogenním elektrickém poli \vec{E} s frekvencí ω . Pro elektrické pole platí:

$$\vec{E} = \vec{E}_0(\vec{r})\cos(\omega_L t) \quad (38)$$

$$m\ddot{\vec{r}} = q\vec{E} = q\vec{E}_0(\vec{r})\cos(\omega_L t), \quad (39)$$

kde budeme předpokládat, že vektor \vec{r} lze rozepsat jako

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_1 \quad (40)$$

a středovaná hodnota vektoru \vec{r}_0 je

$$\overline{\vec{r}} = \vec{r}_0. \quad (41)$$

Dosazením (40) do (39) dostaneme

$$m(\ddot{\vec{r}}_0 + \ddot{\vec{r}}_1) = q[\vec{E}_0 + (\vec{r}_1 \Delta)\vec{E}_0]\cos(\omega_L t). \quad (42)$$

Díky výrazu (41) můžeme psát zjednodušený výraz

$$m\ddot{\vec{r}}_1 = q\vec{E}_0\cos(\omega_L t) \quad (43)$$

a integrací dostáváme

$$\vec{r}_1 = -\frac{q\vec{E}_0}{m\omega_L^2}\cos(\omega_L t). \quad (44)$$

Aproximujeme-li výraz (39) pomocí Taylorova rozvoje prvního řádu, můžeme pak vyjádřit \vec{r}_0

$$\vec{r}_0 = \frac{q}{m}(\overline{\vec{r}_1\cos(\omega_L t)}\Delta)\vec{E}_0 = -\frac{q^2}{2m^2\omega_L^2}(\vec{E}_0\Delta)\vec{E}_0. \quad (45)$$

Tímto dostaneme první složku ponderomotorické síly, kterou je nízkofrekvenční síla

$$\vec{F}_E = -\frac{q^2}{2m\omega_L^2}(\vec{E}_0\Delta)\vec{E}_0. \quad (46)$$

V případě vysokofrekvenčního magnetického působení na nabitou částici předpokládáme

$$\vec{v} = \frac{q}{m\omega_L}\vec{E}_0\sin(\omega_L t) \quad (47)$$

a

$$\vec{B} = \vec{B}_0(\vec{r})\sin(\omega_L t), \quad (48)$$

kde

$$\vec{B}_0 = -\frac{1}{\omega_L}\text{rot}\vec{E}_0. \quad (49)$$

Síla \vec{F}_B je pak dána výrazem

$$\vec{F}_B = \overline{q\vec{v} \times \vec{B}} = \frac{q^2}{m\omega_L} \vec{E}_0 \times \overline{\vec{B}_0 \sin^2(\omega_L t)} = -\frac{1}{2} \frac{q^2}{m\omega_L^2} \vec{E}_0 \times \text{rot} \vec{E}_0. \quad (50)$$

a výsledná ponderomotorická \vec{F}_P síla je pak dána součtem $\vec{F}_E + \vec{F}_B$:

$$\vec{F}_P = \vec{F}_E + \vec{F}_B = -\frac{1}{2} \frac{q^2}{m\omega_L^2} [(\vec{E}_0 \Delta) \vec{E}_0 + \vec{E}_0 \times \text{rot} \vec{E}_0] = -\frac{1}{4} \frac{q^2}{m\omega_L^2} \Delta E_0^2 = -\frac{1}{4} \frac{q^2}{m\omega_L^2} \Delta |E_0|^2. \quad (51)$$

Na částici působí síla \vec{F}_P , která je přímo úměrná gradientu potenciální energie W_{osc} tj.

$$\vec{F}_P = -\Delta W_{osc}. \quad (52)$$

Důsledkem síly \vec{F}_P je samofokusace laserového paprsku v plazmatu. Plazma funguje jako konvexní čočka, fokusující svazek do malého průřezu, jelikož je ponderomotorickou silou vytlačováno z laserového svazku ven. [15] V případě vysokých intenzit laserových impulzů je ještě nutné udělat korekci vztahu (48), kde se užívají relativistické efekty. [16]

2.6 Vlny v plazmatu

Jedna z důležitých charakteristik plazmatu je, že v něm může docházet k šíření různých druhů vlnění. Studium těchto vln, které se dají vybudit různými vzruchy, nám poskytuje spoustu užitečných informací, jenž nám usnadňují porozumět jevům, které se dějí uvnitř plazmatu. V následujících řádcích si stručně popíšeme některé z vln, které se mohou šířit plazmatem.

Prvním jednoduchým souborem vln, šířících se v plazmatu, který si popíšeme, jsou vlny bez přítomnosti magnetického pole, tj. vlny elektrostatické. Částice v plazmatu vykazují kolektivní chování. Pokud s plazmatem bude interagovat elektromagnetická vlna (například laserový impulz) či jiný rozruch (například gravitační povahy), elektrony budou lehce vychýleny ze své původní pozice, a následně jsou zase táhnuty zpět, díky vzniklému elektrickému poli mezi elektrony a ionty (zde ovšem můžeme zanedbávat pohyby iontů, jelikož jejich hmotnost mnohonásobně větší než hmotnost elektronů. Díky tomu se pohybují mnohem pomaleji a jednalo by se pouze o malou korekci [20]). V důsledku setrvačnosti elektrony začnou oscilovat kolem své rovnovážné osy s frekvencí, kterou definujeme jako elektronová plazmová frekvence. Ta je daná vztahem (4) definovaným výše v textu, jež se dá snadno odvodit z pohybové rovnice pro elektrony. [15] [17]

Tyto kmity nazýváme elektronové plazmové oscilace. V případě, že se plazmové oscilace budou šířit plazmatem, hovoříme o tzv. plazmových vlnách. Plazmové vlny, se dají popsat disperzním vztahem

$$\omega_L^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k_L^2, \quad (53)$$

kde c je rychlost světla, k_L vlnový vektor, ω_L je frekvence šířících se vln. Z této rovnice lze snadno vypočítat, že se vlny plazmatem šíří, jen při frekvencích, které jsou vyšší, než je plazmová frekvence elektronů, tj. $\omega_L > \omega_{pe}$. Pokud by platilo $\omega_L < \omega_{pe}$ elektrony

budou kmitat s velkou amplitudou a přijímají energii vlny, u které následně nastává útlum. [17]

V plazmatu se ovšem mohou šířit i vlny na nízké frekvenci, které souvisí s pohyby iontů. V tomto případě se bude jednat o iontové plazmové oscilace a iontové vlny. Iontovou plazmovou frekvenci můžeme zadefinovat vztahem

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{Q_i^2 n_i}{\epsilon_0 m_i}}, \quad (54)$$

kde Q_i je náboj iontu, m_i hmotnost iontu, ϵ_0 permitivita vakua, n_i iontová hustota. Takové vlny jsou obdobou zvukových vln. [17] V plazmatu však není zvuk nesen neutrálními atomy, ale přenášejí ho nabitě ionty či elektrony. Elektrony, na rozdíl od iontů, ho však přenášejí velmi pomalu.[18]

Pro pozdější účely je nutné zmínit, že podélné plazmové vlny se užívají pro urychlování částic. Plazmová vlna vzniká při průchodu intenzivního laserového impulzu (elektromagnetické vlny) plynným prostředím. [17] Laserový impulz ionizuje plyn na plazma. Za impulzem vzniká "brázda" zvlhčené koncentrace elektronů a podélného elektrického pole. [7] Tomuto typu urychlování se říká urychlování brázdovou vlnou, anglicky Laser-Wakefield-Acceleration (LWFA) a jeho princip je popsán dále v textu.

Nyní se již dostáváme k vlnám, které se nachází v přítomnosti magnetického pole. Pro účely této práce však postačí pouhý přehled těchto vln. Vrátime-li se ke zvukovým vlnám a podíváme se, co se stane pokud na ně bude působit i magnetické pole, zjistíme, že jejich chování je zcela odlišné od obyčejných akustických vln. Zvuk se zde šíří ve vlnoplochách. Důležité vlny, co stojí za zmínku, jsou Alfvénovy vlny, šířící se rovnoběžně s magnetickým polem, tj. příčně po magnetických siločárách a magnetozvukové vlny, pohybující se kolmo na magnetické pole. [17] Podrobný popis těchto vln, včetně odvození disperzních vztahů, lze najít například v učebnici F. Chena [15].

Posledním souborem vln jsou elektronové (elektromagnetické) vlny, které prochází silným magnetickým polem. Zde také rozlišujeme případ, kdy se vlna šíří kolmo na magnetické pole a nebo podél pole. Vlna, která se šíří kolmo na pole, je rozdělena na "řádnou" (tzv. O vlna) a "mimořádnou" (tzv. X vlna). Tyto pojmy jsou převzaty z krystalové optiky. Správně řečeno, "řádnou" vlnou nazveme tu vlnu, která není ovlivněna magnetickým polem a její vlnoplochy jsou kulového tvaru. [15] Pro "řádnou" vlnu tedy platí stejný disperzní vztah, jako v případě vln bez přítomného magnetického pole a pro její šíření tedy musí být její frekvence vyšší než elektronová plazmová frekvence. [17] V případě "mimořádné" vlny jsou elektrony naopak silně ovlivňovány magnetickým polem a proto se změní i její disperzní vztah. Tyto vlny mají sklon být elipticky polarizované. Proto se často označuje jako vlna, částečně příčná a částečně podélná. Disperzní vztah pro mimořádnou vlnu je poměrně složitý. K podrobnému pochopení tohoto vztahu a obecně této vlny se vážou ještě další dva pojmy a to jsou mezní frekvence a rezonanční frekvence a oba tyto pojmy se týkají indexu lomu. Pokud index lomu bude klesat k nule (vlnová délka se stává nekonečnou) budeme hovořit o

mezní frekvenci, pokud naopak index lomu bude růst do nekonečna (vlnová délka klesá k nule) budeme hovořit o rezonanci. Mimo konkrétních odvození disperzních vztahů, se můžeme dočíst, že při rezonanci "mimořádná" vlna ztrácí svůj elektromagnetický charakter a stává se elektrostatickou. Mezní frekvenci dále rozdělujeme na levotočivou a pravotočivou. Společně s rezonanční frekvencí rozdělují disperzní diagram na oblasti, kde se vlna může a nemůže šířit. [15]

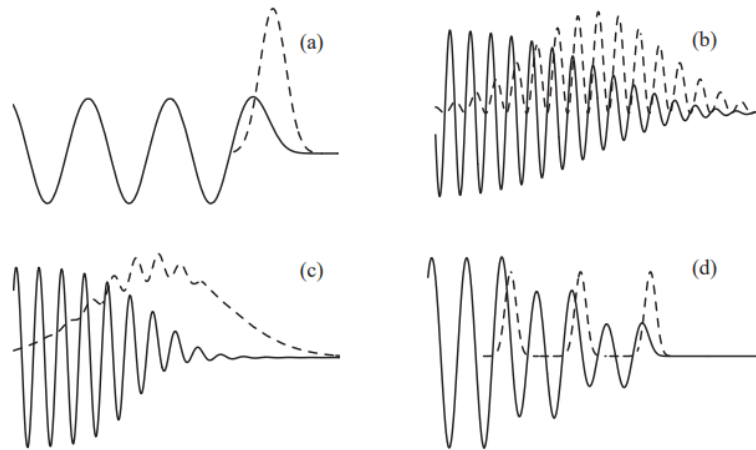
Elektromagnetické vlny šířící se ve směru magnetického pole představují silně kruhově polarizované elektromagnetické vlny, jejichž rovina polarizace se stáčí buď doprava, nebo doleva a značíme je vlna R a vlna L. Pro vlnu R to znamená, že při pohledu proti mířícím siločarám se vektor elektrického pole otáčí ve směru pohybu hodinových ručiček a pro vlnu L naopak. [15] Existují i nízkofrekvenční vlny R, které jsou sice stále elektromagnetickými vlnami, jejich frekvence však odpovídají zvukovým frekvencím. Jejich záznam je slyšitelný. Balík R vln se podél siločár šíří s disperzí, vlny vyšší frekvence mají vyšší rychlost, takže k případnému posluchači nebo přístroji dolétnou nejdříve. Detektor tak zaznamená signál, který trvá několik sekund a jehož frekvence se postupně snižuje. Takový signál připomíná hvízdnutí, proto se těmto vlnám říká hvizdy. [17]

3 Laserové plazmové urychlování

V této kapitole se dostáváme ke stručnému popisu principu laserového urychlování částic v plazmatu. Tento způsob urychlování částic v posledních letech podléhá rapidnímu vývoji, díky neustálému technologickému pokroku v oblasti laserové techniky. Interakce vysoceintenzivních laserů s hmotou vede k řadě zajímavých jevů ve fyzice plazmatu. Jedná se například o urychlování nabitých částic jako jsou elektrony (dnes na energie až \sim GeV), ionty (dnes až desítky MeV) či pozitrony. Urychlovače založené na tomto principu jsou schopny v plazmatu udržovat elektrické pole větší než několik stovek GV/m. Toto pole, generované relativistickou plazmovou vlnou v důsledku oscilace částic, je schopné částice urychlovat. V dnešní době rozpoznáváme několik druhů laserových plazmových urychlovačů. Nejznámější dva režimy urychlování částic jsou urychlování částic pomocí brázdové vlny, anglicky laser-wakefield-acceleration a urychlování pomocí záznějové vlny, anglicky plasma-beat-wave-acceleration. Principy těchto metod společně s dalšími příklady můžeme vidět na obrázku 3 a jsou důkladněji vysvětleny v následujícím textu.

3.1 LWFA (Laser Wakefield Acceleration) - Urychlování brázdovou vlnou

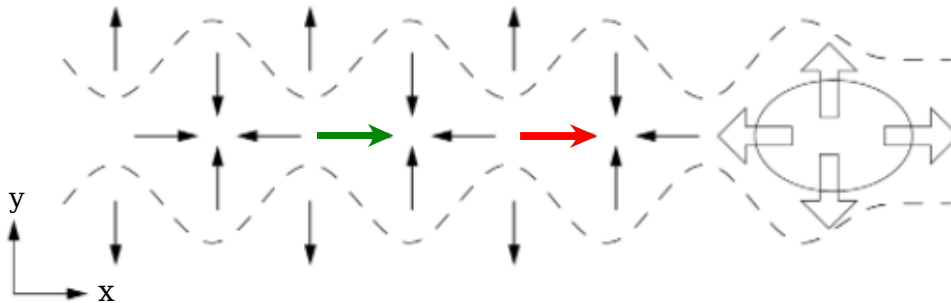
S prvotním návrhem pro tento typ urychlování přišli na konci 70. let minulého století T. Tajima a D. Dawson, kteří jsou mimo jiné i průkopníky v oblasti plazmových simulací. Základní myšlenka tohoto druhu urychlování částic je hezky popsána v článku P. Kulhánka [7], kde autor přirovnává elektron nesený na vlně elektrického pole a urychlený v "brázdovém poli" neboli z angličtiny poli "wakefield" k surfaři na vlnách v oceánu. Standardní princip LWFA urychlovačů je, že ultrakrátký (≤ 1 ps) vysoce-



Obrázek 3: Druhy laserových plazmových urychlovačů

- a) LWFA - urychlování brázdovou vlnou b) PBWA - urychlování záznejovou vlnou c) SM - LWFA - Automodulované urychlování brázdovou vlnou d) Laser pulse train - urychlování "vláčkem" impulzů, převzaté od Esarey a kol. (2003) [23]

intenzivní ($\geq 10^{18} \text{ W/cm}^2$) laserový impulz budeme fokusovat do nějakého plynného média. Takto intenzivní laserový impulz ionizuje atomy plynu na laserové plazma a budí plazmové oscilace ve směru gradientu intenzity laseru. Tyto oscilace vznikají v důsledku ponderomotorické síly a oscilují s plazmovou frekvencí ω_p ($\sim \omega_{pe}$). Šíření těchto oscilací plazmatem dává vznik plazmové vlně (wakefeldu), která je znázorněna na obrázku 4. [22] Tento jev byl již popsán v předchozích kapitolách.



Obrázek 4: Brázdové pole plazmové vlny v důsledku působení ponderomotorické síly.

Můžeme zde pozorovat laserový impulz pohybující se ve směru osy x , kde y znázorňuje příčný rozměr. Na obrázku je na ose šíření impulzu vyznačena červenou šipkou urychlovací část v první periodě a zelenou šipkou urychlovací část v druhé periodě. Převzato z D. A. Jaroszynski a kol. (2009) [42] a upraveno.

Pokud je délka laserového impulzu L delší než vlnová délka plazmatu λ_p , energie v plazmové vlně se znovu absorbuje laserovým impulzem. Pokud je však délka impulzu přibližně stejná jako vlnová délka plazmatu, ponderomotorická síla probouzí plazmové

vlny s fázovou rychlostí rovnou laserové grupové rychlosti, které se již znovu neabsorbují. [22] Pro typicky užívaný osově souměrný (Gaussovský) laserový impulz elektrické pole wakefieldu bude nabývat maximální amplitudy pokud $L \simeq \lambda_p/2$, kde $L = c\tau_L$ je délka laserového impulzu, $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ je vlnová délka plazmatu. [23]

Jak už bylo zmíněno výše v textu, plazmová vlna se šíří plazmatem fázovou rychlostí v_φ , která je ekvivalentní s grupovou rychlostí v_g šíření laserového impulzu plazmatem tj. [42],

$$v_g = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2}} \equiv v_\varphi, \quad (55)$$

kde ω_L je frekvence laserového impulzu, pro kterou platí disperzní vztah [23]

$$\omega_L^2 = \omega_p^2 + c^2 k_L^2, \quad \omega_L \gg \omega_p. \quad (56)$$

Pro výpočty brázdových polí používáme analytická řešení, které existují v 3D lineárním režimu a v 1D nelineárním režimu. [24]

Pokud se jedná o lineární 3D model ($a_0 \ll 1$), můžeme pole wakefieldu zkoumat pomocí fluidních rovnic jako je Poissonova rovnice či rovnice kontinuity. V tomto případě je elektrické pole wakefieldu dáno jednoduchou rovnicí [24]

$$E_x = E_{max} \left[\omega_p \left(\frac{x}{v_\varphi} - t \right) \right], \quad v_\varphi \simeq c, \quad (57)$$

kde x udává směr šíření plazmové vlny a E_{max} je maximální amplituda plazmové vlny, a kterou můžeme odhadnout pomocí Poissonovy rovnice [24]

$$\nabla \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 e (n_0 - n_e), \quad (58)$$

kde \vec{E} je elektrické pole brázdové vlny.

Pomocí jednoduchého tvrzení, že všechny plazmové elektrony oscilují s vlnovým číslem $k_p = \omega_p/c$ dostáváme vztah [24]

$$k_p E_{max} = \varepsilon_0 e n_0, \quad (59)$$

neboli $E_{max} = E_0$, kde E_0 je tzv. pole lámání vln dané vztahem [24]

$$E_0 = \frac{cm_e \omega_p}{e}, \quad (60)$$

za předpokladu, že $E \ll E_0$, E je velikost elektrického pole brázdové vlny.

Je možné, že maximální amplituda plazmové vlny překročí hodnotu E_0 , tj. $E \geq E_0$ a plazmová vlna se tím tak stává vysoce nelineární. Použitím nelineárních, relativistických fluidních rovnic v jedné dimenzi získáme maximální amplitudu periodické plazmové vlny [24]

$$E_{max} = \sqrt{2(\gamma_p - 1)} E_0, \quad (61)$$

kde relativistický Lorentzův faktor je dán vztahem

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}}. \quad (62)$$

V 1D nelineárním režimu můžeme řešení zkoumat, za předpokladu, že se laserový impulz nevyvíjí v čase a bude pouze funkcí souřadnice. Konkrétní podrobný popis rovnic pro pole brázdové vlny tohoto režimu lze najít například v článku od Esarey a kol. [24].

3.2 Bubble regime - Bublinový režim

Většina teorií popisující brázdové pole se odkazuje na lineární fluidní teorii nebo 1D fluidní teorii. Nicméně v nedávných experimentech LWFA se začla užívat metoda takzvaného blow-out režimu neboli bubble režimu. Zde již zmíněné teorie narazí na limity. Bublinový režim probouzí brázdové pole pomocí světelného tlaku nebo tlaku laserového paprsku, který vytlačuje elektrony radiálním směrem "ven" a ty po sobě zanechávají tzv. iontovou dutinu. [33] Proto se této metodě občas říká "cavitated wakefield" režim. Tyto vytlačené elektrony tvoří okolo bubliny jakési pouzdro a nakonec jsou prostorovým nábojem iontů vtaženy zase zpět, čímž se probouzí brázdové pole. Pro impulzy s vysokou intenzitou ($a_0 \geq 4$), které vyhovují vztahu [25]

$$k_p w_0 = 2\sqrt{a_0}, \quad (63)$$

má iontová dutina ideální sférický tvar. Proto se tento režim označuje jako bublinový režim. Pro hodnoty $a_0 < 4$ se ovšem tvar bubliny může měnit. [25] Obecně lze tohoto režimu dosáhnout nejspolehlivěji, pokud je laserový impulz kratší než $\lambda_p/2$ a intenzita laserového impulzu je relativistická (tj. $a_0 \gg 1$). Vztah (63) ovšem platí i pro laserové impulzy delší než jedna plazmová vlnová délka λ_p . To pak vede na automodulovaný režim laserového impulzu. [25] Pokud svazek elektronů dostaneme do bubliny, může se svazek rapidně zrychlit ve směru šíření laseru v důsledku obrovského elektrického pole uvnitř bubliny. Toto pole je obvykle mnohonásobně silnější než pole RF lineárních urychlovačů. [34] Podrobný popis včetně výhodných vlastností této metody urychlování lze najít například v literatuře od W. Lu [33] či O. Jansena [25].

3.3 PBWA (Plasma Beat Wave Acceleration) - Urychlování záznějovou vlnou

Tento typ urychlovačů je společně s urychlovači pomocí brázdové vlny jeden z původních konceptů laserového plazmového urychlování navrženým v roce 1979 T. Tajimou a D. Dawsonem. V plazmových záznějových urychlovačích je relativistická plazmová vlna generována ponderomotorickou silou dvou separátních ultrakrátkých laserových impulzů s frekvencí ω_1 a ω_2 . Toho lze dosáhnout pokud vhodně upravíme laserové frekvence a hustotu plazmatu, aby byla splněna rezonanční podmínka $\Delta\omega \equiv \omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_p$. Takto generovaná vlna připomíná sérii krátkých světelných impulzů, každý $\pi c \omega_p$ dlouhý, pohybujících se skrze plazma grupovou rychlostí světla, která se pro $\omega_{1,2} \gg \omega_p$

blíží rychlosti světla. Elektronů v plazmatu působí ponderomotrickou silou těchto impulzů. [22] V případě nelineárního režimu, dochází k nárůstu amplitudy plazmové vlny a tím pádem k prodloužení periody plazmové vlny. Jelikož perioda záznějové vlny je dána pevně, na rozdíl od periody plazmové vlny, plazmová vlna se časem dostane mimo fázi se záznějovou vlnou. Tímto rozladěním se omezí amplituda plazmové vlny a dochází k následné saturaci plazmové vlny. Nárůst plazmové vlny se zastaví, když rozdíl mezi plazmovou vlnou a záznějovou vlnou dosáhne $\pi/2$. [24] Další podrobnější popis takové generované plazmové vlny lze najít například v článku od Esarey a kol. [24].

3.4 Multiple laser pulses (Laser pulse train) - Urychlování několika laserovými impulzy ("vláčkem" impulzů)

V předchozí sekci jsme popsali, že plazmová vlna lze vybudit kombinací dvou krátkých laserových impulzů. Tyto obecné poznatky můžeme rozšířit na generaci plazmové vlny také pomocí tzv. "vláčku" laserových impulzů. Typům urychlovačů, které užívají této metody optimalizovaného "vláčku" impulzů, říkáme rezonanční urychlovače, anglicky resonant laser plasma accelerators. Pomocí optimalizace šířek jednotlivých impulzů a vzdálenosti mezi nimi lze maximalizovat amplitudu laserového impulzu a potlačit případné nestability (například rozfázování se vznikající plazmovou vlnou). [23] Podrobný popis metody urychlování elektronů pomocí "vláčku" impulzů je popsán například v literatuře od D. Umstadtera [54], kde je stručně popsáno i jak dosáhnout optimálního vybudění "vláčku" impulzů v praxi. Pro tento typ urychlování elektronů lze například využít i injekci elektronů do brázdové vlny. Konkrétní příklady simulací, užívajících více jak jeden laserový impulz k urychlování elektronů můžeme nalézt v článcích od Z. M. Chitgara a kol. [56] a V. Horného a kol. [57], kde autoři k injekci elektronů užívají dvou laserových impulzů.

3.5 SM-LWFA (Self-Modulated Laser Wakefield Acceleration) - Automodulované urychlování brázdovou vlnou

Self - Modulated LWFA je hybridní režim, který kombinuje prvky Ramanova dopředného rozptylu a konceptu urychlování brázdovou vlnou. Ramanův dopředný rozptyl popisuje rozklad světelné vlny s frekvencí ω_L na světelné vlny na frekvencích $\omega_L \pm \omega_p$ a plazmovou vlnu s fázovou rychlostí blízkou rychlosti světla. Takovému procesu říkáme automodulace. Ramanův rozptyl ovšem sám o sobě není považován za vhodnou formu urychlování, ale pokud ho spojíme s konceptem urychlování brázdovou vlnou, stává se již přijatelným kandidátem.[22] Nicméně tato metoda je poměrně složitá, proto se skoro neužívá. Stejně jako v předchozím případě, důkladnější popis tohoto urychlovacího režimu lze najít v článku od Esarey [23].

3.6 Injekce elektronů v režimu LWFA

Laserové plazmové urychlovače můžou produkovat velmi kvalitní elektronové svazky, s energií až několika GeV. Vlastnosti těchto elektronových svazků jsou z velké části ovlivněny injekční fází elektronů do již existujícího brázdrového pole. [56] K injekci elektronů do urychlovací části brázdrové vlny existuje několik injekčních mechanismů a každý tento mechanismus má své výhody a nevýhody. [35] Pro účely této práce si nyní stručně popíšeme nejdůležitější z nich v následujících bodech:

- **Samoinjekce** (angl. self-injection). V mnoha LWFA experimentech jsou elektrony tzv. samoinjektovány do urychlovací části brázdrové vlny. Jedná se o nejjednodušší mechanismus pro experimentální realizaci. Pokud amplituda plazmové vlny dosáhne velmi vysokých hodnot, brázdrové pole zachytí elektrony z plazmatického pozadí do plazmové vlny a tím dojde k jejich následnému urychlení. [27] Tento mechanismus je důsledkem nelineárních jevů a z tohoto důvodu je velmi náročné kontrolovat jeho průběh a hlavně množství zachycených elektronů. [35] Další podrobnější informace o mechanismu samoinjekce elektronů včetně rozdělení v závislosti na trajektorii injektovaných elektronů na příčnou a podélnou samoinjekci je možné dohledat v článcích od S. Kalmykov a kol. [26] či od S. Corde a kol. [27].
- **Ionizační injekce** (angl. ionization injection). Je založena na principu užití směsi plynů, zejména pak plynů s nižším protonovým číslem Z (např. helium) a vyšším protonovým číslem Z (např. dusík). [32] Přední část laserového impulzu ionizuje elektrony z plynu s nižším Z a elektrony z vnějšího obalu plynu s vyšším Z . Ve chvíli, kdy je již vytvořena bublina brázdrového pole a laserové pole dosáhne své maximální intenzity (tzn., že klesne šířka potenciálové bariéry a bude moct docházet k tunelové ionizaci), se doprostřed bubliny uvolní elektrony vnitřního obalu. Tyto elektrony následně sklouznou do zadní části bubliny, tj. do urychlovacího pole brázdrové vlny a jsou urychleny. Pokud jejich rychlost přesáhne rychlost brázdrového pole, dochází k mechanismu injekce. [31] Tento mechanismus je experimentálně populární, kontrolování kvality vzniklého svazku je ovšem značně náročné. Objem injektovaných elektronů je totiž úzce spjatý s intenzitou laseru a k injekci dochází nepřetržitě podél osy šíření impulzu. [35] Podrobný popis této metody injekce elektronů lze nalézt v literatuře od M. Chena a kol. [32] či C. Thauryho a kol. [31].
- **Injekce na hustotním skoku** (angl. density down-ramp injection). Zpomalíme-li brázdrové pole, elektrony se budou zachycovat snadněji. Lokálního snižování fázové rychlosti brázdrového pole můžeme dosáhnout například úpravou hustoty plazmatu. Na této myšlence je založena právě injekce na hustotním skoku. Princip mechanismu spočívá ve vyslání laserového impulzu přes klesající hustotní rampu. Když impulz projde rampou dojde ke zpomalení brázdrového pole. Pokud elektrony dosáhnou vyšší rychlosti, než je rychlost brázdrového pole, dochází k injekci. [35] S touto metodou kontrolovaného injektování elektronů přišel v roce 1998 S. Bulanov [28] a od té doby se pomocí mnoha experimentů prokázala jako spolehlivý způsob injekce elektronů do brázdrového pole. [35]

- **Optická injekce** (angl. optical injection). Myšlenka dodat elektronům energii tak, že jejich počáteční podélná rychlost bude dostačující k jejich zachycení, dala motivaci ke vzniku mechanismu optické injekce. Tento jev je možné přirovnat k surfaři, který pádluje, aby nabral rychlost a chytil vlnu.[35] Optická injekce využívá kombinace dvou či více laserových impulzů (neboli injekčních impulzů) k vyvolání injekce elektronů do brázdrového pole hlavního (řídícího) impulzu. [29] Rozlišujeme dva hlavní typy optické injekce - ponderomotorická injekce a injekce srážejícími se impulzy.[35] Princip ponderomotorické injekce byl navržen v roce 1996 D. Umstadterem a kol. [29]. Tato metoda spočívá v křížení injekčního impulzu s brázdrovým polem v určité vzdálenosti za hlavním impulzem. V důsledku příčné ponderomotorické síly injekčního pulzu mohou elektrony nabýt rychlost ve směru brázdrové vlny, a tím se zachytit v brázdrovém poli a následně urychlit. [29] E. Esarey a kol. tuto metodu injekce dále rozvíjeli a v roce 1997 popsali metodu injekce srážejícími se impulzy. [30] Podstata této metody je, že laserové impulzy se sráží v plazmatu a jejich interferencí vznikají zázněje. Zázněje mohou ponderomotorickou silou tzv. předurychlit elektrony a pro dostatečně vysoké laserové intenzity nastává injekce a následné zachycení elektronů v urychlovacím poli brázdrové vlny. [35] Tato metoda je podrobně popsána v článku od E. Esarey a kol. [30].

4 Plazmové simulace

Počítačové simulace jsou v dnešní době klíčovou součástí tradičního experimentálního a teoretického výzkumu. Dovolují nám totiž, pomocí testování teoretických modelů, získávat informace, které jsou později velmi užitečné k porozumění experimentálního ověření daného problému. První myšlenky na počítačové simulace ve fyzice plazmatu se objevily v druhé polovině 20. století a významnou roli v jejich vývoji sehrál John Dawson a Oscar Beneman. V současnosti, díky rychlému pokroku a rozvoji počítačové techniky, plazmové simulace nalézají uplatnění v širokém spektru fyzikálních jevů. Obecně plazmové simulace dělíme na dvě skupiny - kinetické a fluidní. Kinetický popis hledí na plazma jako na soubor částic. Tyto simulace hledají numerické řešení kinetické plazmové rovnice, jako je Vlasovova nebo Fokker-Planckova rovnice. Fluidní simulace k popisu plazmatu využívají tekutinový model, který na plazma nahlíží jako na tekutinu, obsahující nabitě částice. Tyto simulace numericky řeší magnetohydrodynamické (MHD) rovnice. Spojením fluidních a kinetických modelů je možné vytvořit i hybridní modely, které využívají výhody obou dvou přístupů. Jedním z druhů kinetických simulací je metoda Particle in Cell, pomocí které lze vyřešit i nelineární a kinetické procesy, které nastávají během interakcí laserových svazků s nabitými částicemi. Podrobně je tato metoda popsána v této kapitole.

4.1 Metoda Particle-in-cell

Metoda Particle-in-Cell (částic v buňce) patří mezi jednu z nejoblíbenějších numerických metod ve fyzice plazmatu. [52] Pomocí této metody lze řešit různé druhy diferenciálních rovnic. Nejčastější rovnicí užívanou ve fyzice plazmatu, která lze řešit užitím metody PIC je Vlasovova rovnice. Tato rovnice je zjednodušením Boltzmanovy transportní rovnice. Vlasovova rovnice popisuje vývoj distribuční funkce daného druhu částic pod vlivem vnějších indukovaných elektrických a magnetických polí. K matematickému odvození této metody budeme předpokládat, že pravděpodobnost nalezení částice typu s v elementu fázového prostoru bude daná distribuční funkcí $f_s(\vec{x}, \vec{v}, t)$, danou pro Vlasovovu rovnici [15]

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_s + \frac{\vec{F}_L}{m_s} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0, \quad (64)$$

kde \vec{F}_L je Lorentzova síla působící na částici s rychlostí $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m_s \gamma}$, kde $\gamma = \sqrt{1 + \vec{p}^2 / (m_s c)^2}$, která je rovna

$$\vec{F}_L = q_s (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (65)$$

Tvar Vlasovovy rovnice po dosazení výrazu (65) do výrazu (64) je tedy

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_s + \frac{q_s}{m_s} \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0. \quad (66)$$

Je nutné podotknout, že elektrické pole \vec{E} a magnetické pole \vec{B} je zde považováno za makroskopické, tudíž PIC simulace nezohledňují srážky částic. Pokud je to ovšem nutné, je možné do rovnice zahrnout srážkový člen. [15]

Pro výpočet indukovaných elektromagnetických polí je Vlasovova rovnice často doplněna Poissonovou rovnicí nebo Maxwellovými rovnicemi.

Poissonova rovnice pro skalární potenciál φ je pro elektrické pole tvaru

$$\frac{\partial \varphi^2}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (67)$$

K rovnicím kinetické teorie plazmatu se váže i sada Maxwellových rovnic ve tvaru

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (68)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (69)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (70)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (71)$$

kde ε_0 a μ_0 jsou permitivita a permeabilita vakua, ρ je hustota náboje a \vec{J} je proudová hustota dané vztahy

$$\rho(\vec{x}, t) = \sum_s q_s \int d^3 p f_s(\vec{x}, \vec{p}, t) \quad (72)$$

a

$$\vec{J}(\vec{x}, t) = \sum_s q_s \int d^3 p \vec{v} f_s(\vec{x}, \vec{p}, t). \quad (73)$$

Tento komplikovaný systém Vlasov-Maxwellových rovnic slouží jako kompletní kinetický popis plazmatu.[36]

Distribuční funkce $f_s(\vec{x}, \vec{p}, t)$ je dána superpozicí distribučních funkcí $f_k(\vec{x}_k, \vec{p}_k)$ jednotlivých částic k , tj.

$$f_s(\vec{x}, \vec{p}, t) = \sum_k f_k(\vec{x}_k, \vec{p}_k). \quad (74)$$

Částice k jsou v různých literaturách označovány jako makročástice, superčástice nebo kvazičástice. Každá makročástice však představuje daný počet N_k fyzikálních částic v daném objemu fázového prostoru a její distribuční funkce je daná vztahem

$$f_k(\vec{x}, \vec{p}, t) = N_k S_x(\vec{x} - \vec{x}_k(t)) S_p(\vec{p} - \vec{p}_k(t)). \quad (75)$$

Tvarové funkce souřadnic polohy a rychlosti makročástice S_x a S_p pro metodu PIC lze volit několika způsoby.

Pro tvarové funkce souřadnic rychlosti se běžně v počátcích užívalo Diracovy δ -funkce [37], kvůli velkému počtu částic a statickému šumu není však užití této funkce příliš vhodné.[38][39]

V současné době se proto většinou volí křivky b-spline. [37] Tvarová funkce pro polohu při volbě b-splinu m -tého řádu bude mít tvar

$$S_x(\vec{x} - \vec{x}_k(t)) = b_m\left(\frac{\vec{x} - \vec{x}_k(t)}{\Delta x}\right), \quad (76)$$

kde Δx je velikost nosiče výpočetní částice. B-spline nultého řádu je definován jako

$$b_0(x) = 1, \text{ pokud } |x| < 1/2 \quad (77)$$

a

$$b_0(x) = 0, \text{ pokud jinak.} \quad (78)$$

B-spline vyšších řádů získáme postupným integrováním vzorce

$$b_m(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' b_0(x - x') b_{m-1}(x'). \quad (79)$$

Většina PIC kódů užívá splinu prvního řádu, ale mnoho kódů užívá i splinu nultého a třetího řádu. Vyšší řády se běžně neužívají. [37]

V dalším kroku je potřeba odvodit rovnice pro volné parametry \vec{x}_k a \vec{p}_k , které nám udávají distribuční funkce makročástic. Jelikož Vlasovova rovnice je lineární v distribuční funkci, tak i všechny rovnice jednotlivých makročástic jsou stejné Vlasovovy rovnice. Lineární superpozicí rovnic pro všechny makročástice získáme celkovou distribuční funkci f_s . [37] Dále musíme zmínit, že elektrické pole ovšem závisí na rozložení distribuční funkce f_s a rovnice se tím stává nelineární. Pokud ale volíme libovolné tvarové funkce, nemusíme vždy získat přesné řešení. Obvykle ovšem pro tento případ stačí, když linearita bude splněna alespoň pro několik prvních momentů distribuční funkce Vlasovovy rovnice. Podrobný postup odvození pro nultý moment a první moment má ve své literatuře např. G. Lapenta [37], či O. Klimo [43]. Ve výsledku dostáváme tvary rovnic volných parametrů

$$\frac{dN_k}{dt} = 0 \quad (80)$$

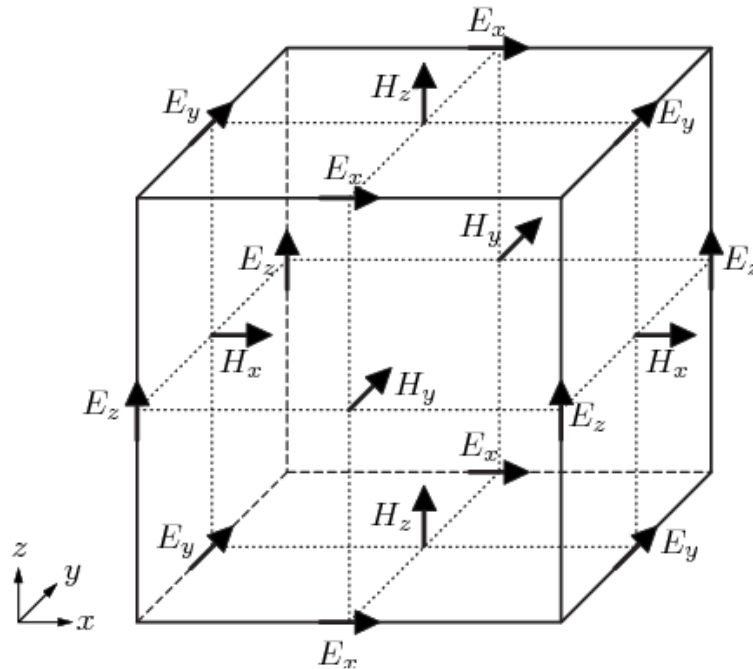
$$\frac{dx_k}{dt} = v_k \quad (81)$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{q_s}{m_s} E_k. \quad (82)$$

Algoritmus Particle in cell se dá pro jednoduchost popsat cyklem, který obsahuje 4 základní kroky. Ještě než se spustí cyklus, je nutné zvolit počáteční podmínky pro výpočetní částice v podobě parametrů, které budou udávat počet částic, jejich polohu x a hybnost p , a podle kterých se částice rozmístí do buněk výpočetní sítě. Dalším krokem je pak spočítat náboje a proudovou hustotu částic. Následně pak vypočteme rovnice pro pole. Posledním krokem je pak výpočet pohybových rovnic. Podrobný postup všech výpočtů každého z kroků cyklu včetně diskretizace částic a polí lze najít v literatuře od D. A. Jaroszynskeho a kol. [42]. V následující podkapitole si však přiblížíme jednu z metod pro výpočet rovnic polí, které zpravidla PIC kódy běžně užívají.

4.1.1 Řešení rovnic pro elektromagnetické pole, metoda FDTD (metoda konečných diferencí)

K řešení Maxwellových rovnic (68) - (71), které popisují elektromagnetické pole, je možné užít několika metod. Metody, které obvykle užívají PIC kódy, jsou FDTD (Finite Differences Time Domain) - metoda konečných diferencí (v časové oblasti) nebo FVM (Finite Volume Method) - metoda konečných objemů. Řešení rovnic pomocí metody konečných objemů je vysvětleno v literatuře G. Lapenty [37]. Nyní se však podíváme na řešení rovnic pro pole pomocí metody konečných diferencí. Tato metoda byla poprvé popsána v roce 1966 v seminární práci, jejíž autorem je Kane S. Yee. S vývojem počítačové techniky se postupně začal tento algoritmus stávat velice populárním. Jedna ze silných stránek této metody je totiž to, že rychle a efektivně běží na vysoce paralelních počítačích. [44]



Obrázek 5: Standardní Yeeho buňka
převzaté od Veronika Kraeck, I. Hahn (2014) [40]

FDTD užívá formulace Maxwellových rovnic diskretizovaných na prostorové síťce, odtud plyne i jiný název metody - metoda sítí. K diskretizaci Maxwellových rovnic lze užít metody Leap-frog, popsané například v přednášce doc. O. Klima [46]. Vzniká tzv. střídací síťka. Buňky prostorové sítě označujeme jako Yeeho buňky. Tyto buňky musí být dostatečně malé, aby byly schopné zachytit detaily a zaručit přesné výsledky. Velikost buňky také bude ovlivňovat i typ materiálu, například materiály, které mají velkou permitivitu nebo vodivost, zkracují vlnovou délku, a budeme muset zvolit menší velikost buňky. [45] Co se týče časových kroků, musíme je volit dostatečně malé, aby

nezpůsobily nestabilitu (viz podkapitola (4.1.2)). [45] Obecně se dá algoritmus metody FDTD, jak je přehledně uvedeno v práci Daniela Hubíka [47] popsat následujícími kroky:

1. Nahradíme všechny derivace v Ampérově a Faradayově zákoně diferencemi. Čas a prostor rozdělíme na úseky.
2. Vypočteme diferenční rovnice, které nám poskytnou rovnice vyjadřující neznámé pole v budoucnu.
3. Posuneme se o jeden krok vpřed a vypočteme magnetické pole.
4. Posuneme se o jeden krok vpřed a vypočteme elektrické pole.
5. Budeme opakovat kroky 3 a 4 dokud se nezastaví simulace.

4.1.2 Stabilita algoritmu PIC

Jak už bylo naznačeno výše, aby byla metoda PIC stabilní je nutné věnovat pozornost dvěma zásadním veličinám a to velikosti časového kroku a velikosti buněk výpočetní sítě. Časový krok musí být dostatečně malý na to, aby umožnil výpočet šíření elektromagnetických i elektrostatických vln. Zde je nutné zmínit důležitý parametr R , který udává, přes kolik buněk se šíří přesné řešení v jednom časovém kroku. Ten je daný vztahem [46]

$$R = \frac{c\Delta t}{\Delta x}, \quad (83)$$

kde Δt je časový krok a Δx prostorový krok ve směru osi x . Pokud pro hodnoty parametru R platí:

1. pro $R = 1$, nastává pokud volíme časový krok jako $\Delta t = \Delta x/c$. Tuto volbu časového kroku nazýváme magický krok. Chyby časových a prostorových diferencí se vyruší a signál se šíří přesně o jednu buňku v časovém kroku v obou směrech.
2. pro $R < 1$, pak se numerická disperzní relace liší od analytické. Čím menší je R tím silnější je numerická disperze.
3. pro $R > 1$, jsou výsledkem komplexní frekvence. Důsledkem je, že se amplitudy některých vln budou s časem exponenciálně zvětšovat, a tím bude algoritmus je nestabilní.

Podmínkou stability tedy označujeme volbu časového kroku splňující nerovnost [46]

$$c\Delta t < \Delta x. \quad (84)$$

Tato podmínka se nazývá CFL(Courant–Fridrichs–Levyho) podmínka, zkráceně Courantova podmínka. Pro více dimenzí by však bylo nutné podmínku ještě upravit. [41] [46]

Pro malé hodnoty Δt fázová rychlost vln bude vždycky menší než rychlost světla. Ačkoli toto není kritické pro většinu PIC simulací, pro interakce laserových impulzů a plazmatu, kde jsou částice relativistické, to znamená, že jejich grupová rychlost může překročit fázovou rychlost. Toto zapříčiní vznik tzv. Čerenkovova záření. Abychom se tomuto jevu vyhnuli je vhodné pro algoritmy volit co největší časový krok vyhovující CFL podmínce. [42]

4.2 Kód SMILEI

SMILEI (Simulating Matter Irradiated by Light at Extreme Intensities) je poměrně mladý, kolaborativní, open-source Particle-in-Cell kód, který vznikl v roce 2013 v laboratořích na univerzitě Plateau de Saclay v Paříži. Jeho objektově orientovaná struktura (C++) spolu s uživatelsky přívětivým rozhraním Python, z něj dělá univerzální, víceúčelový nástroj pro plazmové simulace. [36] Hlavní výhodou Smilei je, že byl vytvořen ve spolupráci fyziků a odborníků na HPC (neboli High Performance Computing, česky soustavy mnoha počítačů), proto jeho paralelizační metoda, založená na super-dekompoziční patch-based strategii, která umožňuje vylepšené použití mezipaměti a poskytuje přímou implementaci dynamického vyvážení zatížení. SMILEI je plně relativistický, proto lze prakticky normovat všechny rychlosti na rychlost světla a všechny náboje a hmotnosti jsou normovány na elektronový náboj e a hmotnost elektronu m_e . Další přehled nejvíce běžných norem, které SMILEI používá, společně s hlubšími informacemi ohledně principu, struktury a schopností kódu, lze najít v literatuře [36]. Podrobný návod k použití kódu je pak lehce dostupný na webových stránkách <http://www.maisondelasimulation.fr/smilei/index.html#>.

4.3 MetaCentrum

Simulace v této práci jsou výpočetně náročné a zabírají velké množství paměti. Výsledky proto byly získávány prostřednictvím virtuální organizace MetaCentrum VO. Ta je přístupná všem akademickým pracovníkům, zaměstnancům a studentům vědeckovýzkumných institucí v České republice a má široké využití v oblastech jako je výpočetní chemie, materiálové a strukturní simulace, simulace proudění plynů a kapalin, rozpoznávání a generování řeči, fyzikální geodézie, ekologické modelování, zpracování videa, data mining, analýza lékařských obrazů a tak podobně. [48]

4.3.1 Gridové počítání

Organizace MetaCentrum nabízí různé výpočetní služby. Kromě cloudových výpočtů a služby Hadoop (open-source framework pro distribuovaná datová úložiště a distribuované zpracování velkých objemů dat za použití algoritmu MapReduce), dále nabízí zdroje k tzv. gridovému počítání. Dle oficiální dokumentace MetaCentra, tzv. grid představuje síť mnoha propojených počítačů, které mohou být umístěny na různých místech (městech či institucích) a jejich vlastnosti (typ a velikost disku, RAM, CPU, GPU apod.) se mohou lišit. [49]

Přístup ke gridu je zajištěn skrze čelní uzel (angl. frontend), ke kterému se uživatelé MetaCentra přihlašují. Všechny čelní uzly běží pod OS Linux. Uživatelům Linuxu k přihlášení stačí otevřít terminál, pro uživatele systému Windows, je třeba nainstalovat například program PuTTY, který umožňuje otevřít Linuxový terminál ve Windows. [49] Kompletní seznam všech dostupných čelních uzlů organizace MetaCentrum je možné najít na jejich oficiálních stránkách [50].

Pro výpočty prováděné na gridu je nutné sepsat vstupní soubor, který následně přesuneme na čelní uzel (pro Windows například pomocí WinSCP). Na čelním uzlu je možné soubor i nadále upravovat. Zde je ovšem nutné věnovat pozornost tomu, že textové editory pro OS Windows používají pro konec řádků jiný znak než editory na OS Linux. [49]

Všechny výpočetní úlohy je třeba poslat přes plánovací systém PBS (angl. portable batch system) na stroje vyhrazené pro výpočty neboli výpočetní uzly. Tento plánovací systém si udržuje přehled o všech zdrojích gridu (paměť, CPU čas, místo na disku) a nechává výpočetní úlohy čekat ve frontách, dokud se neuvolní dostatek zdrojů pro jejich běh. Uživatel musí zadat požadavky na zdroje jako je počet procesorů, čas běhu a předpokládaná operační paměť. Každý čelní uzel je připojen k právě jednomu PBS serveru. To, ze kterého čelního uzlu byla úloha spuštěna, tedy určuje, na kterých výpočetních uzlech může být počítána. [49] Stručný přehled příkazů pro práci s PBS lze nalézt například na stránkách ITS ČVUT [51].

MetaCentrum uživateli umožňuje sledovat stav spuštěné úlohy a do adresáře, odkud byla úloha odeslána, se po jejím skončení objeví dva soubory: standardní výstup a standardní chybový výstup. [49]

5 Výsledky

V teoretickém úvodu jsme se seznámili s fyzikálním principem urychlování elektronů pomocí plazmové vlny generované ultrakrátkým laserovým impulzem a metodou numerického modelování pomocí PIC kódu ve fyzice laserového plazmatu. Zároveň jsme v sekci 3.4 poukázali na to, že přidání dalšího laserového impulzu do brázdrového pole vlny vybuzené prvním laserovým impulzem může výrazně ovlivnit dynamiku této vlny a tím i následné urychlování elektronů. V této kapitole budeme zkoumat, jak vypadají PIC simulace konkrétních příkladů těchto plazmových vln, a jak se mění užitím jednoho či dvou laserových impulzů.

5.1 Nastavení simulací v kódu SMILEI

Pro výpočty následujících simulací jsme vybrali open source particle-in-cell kód SMILEI, který je popsán v předchozí kapitole. Před samotným spuštěním SMILEI je nutné sepsat vstupní soubor se všemi simulačními parametry a parametry laseru a plazmatu, které tento kód užívá. Vstupní soubor je psán v programovacím jazyce Python. Stručný přehled konkrétních hodnot základních parametrů, užitých pro simulace v této práci můžeme vidět v tabulce 1. Každá provedená simulace je dvoudimenzionální, částice se tedy mohou pohybovat ve směru (x,y) . Kvůli snížení velikosti simulace, jsme užili simulační okno pohybující se ve směru osi x rychlostí $v_w = 0.9997 c$. Souřadnice x pak odpovídá $x := x - v_w t$ pro všechny obrázky v této kapitole.

Jak již bylo zmíněno výše v textu, tyto simulace jsou výpočetně náročné a zabírají velké množství paměti. Výpočty byly proto prováděny prostřednictvím organizace MetaCentrum, jejíž princip je také zmíněn v předchozí kapitole. Všechny výpočty byly provedeny na 16 CPU jednotkách, s vyhrazenou pamětí 80 GB, která nebyla přesažena u žádné provedené simulace. Typická využitá paměť se pohybovala v rozmezí mezi 40-60 GB. Vyhrazený čas běhu pro všechny simulace byl 23 hodin, který také nebyl nikdy přesažen. Úlohy běžely kolem 7-12 hodin, někdy však i déle.

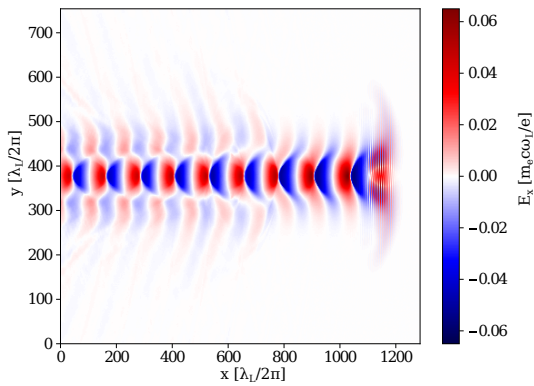
Počet částic na buňku	16
Simulační čas	1036,8 fs
Časový krok	0,0864 fs
Hustota plazmatu	$5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$
Vlnová délka laseru	0.8 μm
Počet buněk na vlnovou délku ve směru x	25
Počet buněk na vlnovou délku ve směru y	15
Normalizovaný vektorový potenciál laseru a_0	2
Poloměr svazku v místě fokusu	10 μm
Velikost okna ve směru x	164 μm
Velikost okna ve směru y	96 μm
Délka impulzu ve FWHM v elektrickém poli	30 fs

Tabulka 1: Parametry simulace

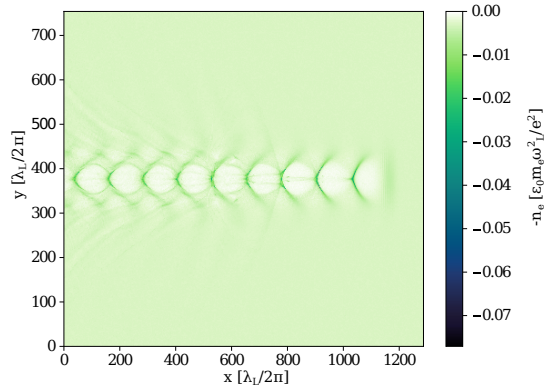
První sloupec uvádí název daného parametru, v druhém sloupci jsou již uvedené konkrétní hodnoty daných parametrů převedené na jednotky SI. Je nutné podotknout, že v kóde SMILEI se užívají normalizované jednotky, jak jsme již zmínili v předchozí kapitole.

5.2 Simulace pro jeden laserový impulz

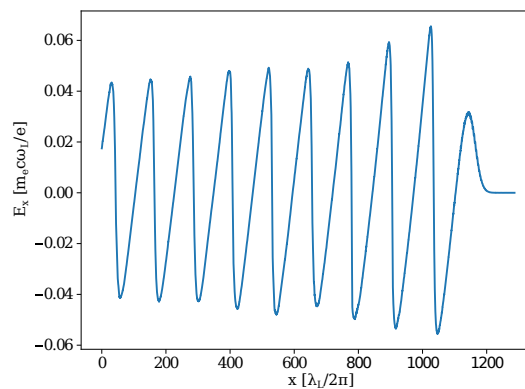
Nyní se podíváme jak vypadá simulace pro jeden laserový impulz, která nám bude sloužit jako referenční případ pro následující podkapitoly. Na obrázku 6 můžeme vidět, jak vypadá pole vzniklé za brázdovou vlnou generovanou laserovým impulzem gaussovského profilu. Na obrázku 7 jsou příslušné změny hustoty plazmatu po průchodu laserového impulzu a na obrázku 8 můžeme pozorovat amplitudy podélného elektrického pole E_x . Pro všechny demonstrovány výsledky v této kapitole byl vybrán simulační čas $t = 864$ fs. To znamená, že impulz urazil vzdálenost přibližně 260 μm .



Obrázek 6: Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



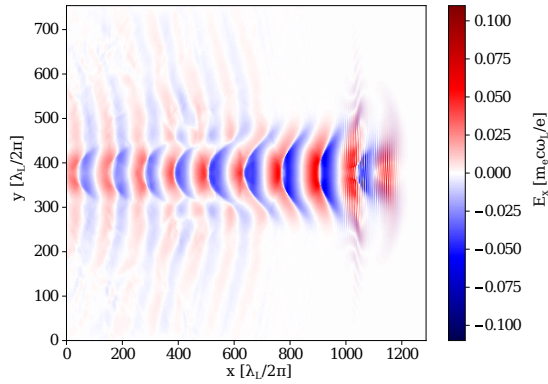
Obrázek 7: Elektronová hustota plazmatu n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



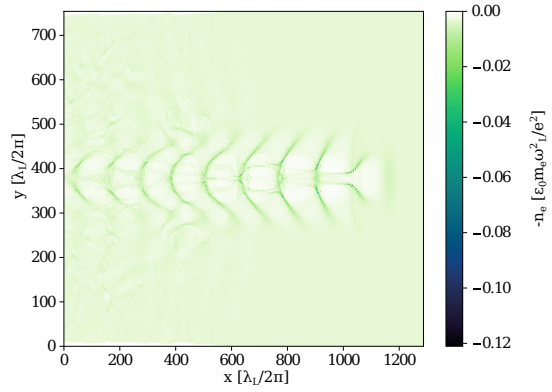
Obrázek 8: Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.

5.3 Simulace pro dva laserové impulzy

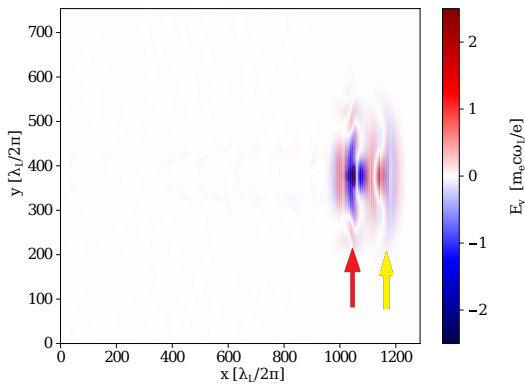
Jak už bylo zmíněno v teoretickém úvodu, generovat plazmovou vlnu můžeme také pomocí tzv. "vláčku" laserových impulzů. Při užití dvou po sobě jdoucích impulzů je za určitých podmínek dokonce možné do brázdové vlny následně injektovat elektrony, které se urychlují.[56][57] V této kapitole budeme demonstrovat, jak se výsledky simulací změny po přidání druhého impulzu v závislosti na vzdálenosti mezi impulzy. Konkrétně jsme pro účely této práce zvolili posun druhého impulzu za prvním o jednu plazmovou vlnovou délku $\lambda_p = 14,6 \mu\text{m}$ a půlku plazmové vlnové délky $\lambda_p/2 = 7,3 \mu\text{m}$. Hlavní motivací k užití více impulzů ke generaci plazmové vlny je snaha maximalizovat amplitudy brázdového pole. Na obrázcích 9, 10 a 12 vidíme jak se simulace změny po přidání druhého laserového impulzu posunutého o jednu vlnovou délku. Oba impulzy je možné pozorovat na obrázku 11. Na obrázcích 13, 14 a 16 pak vidíme simulace provedené pro druhý impulz posunutý o půlku vlnové délky a oba impulzy pak názorně vidíme na obrázku 15.



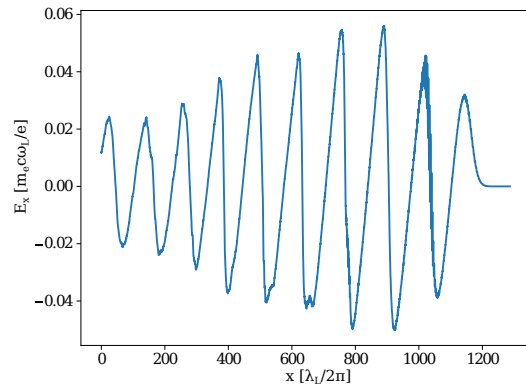
Obrázek 9: Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



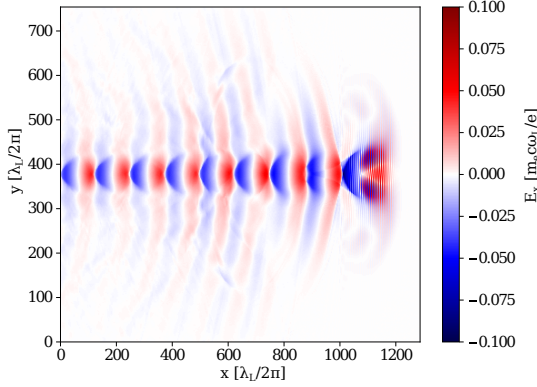
Obrázek 10: Elektronová hustota n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované dvěma impulzy, kde druhý je opožděn o jednu plazmovou vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



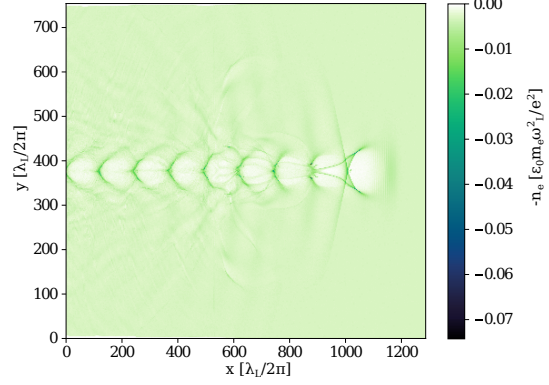
Obrázek 11: Elektrické pole E_y laserových impulzů, kde žlutá šipka ukazuje na první laserový impulz a červená šipka ukazuje na druhý impulz opožděný o jednu vlnovou délku, tj. 48,7 fs, s hodnotou $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.



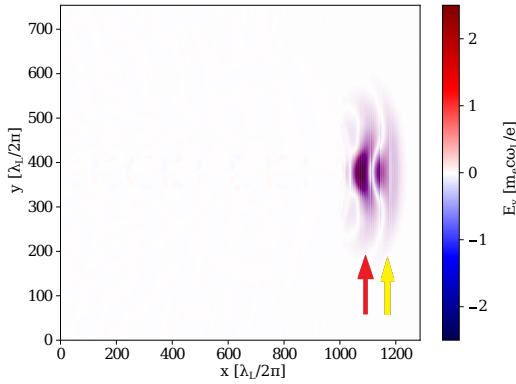
Obrázek 12: Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



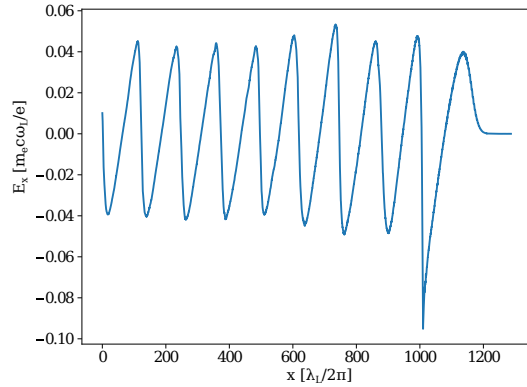
Obrázek 13: Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.



Obrázek 14: Elektronová hustota n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované dvěma impulzy, kde druhý je opožděn o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.

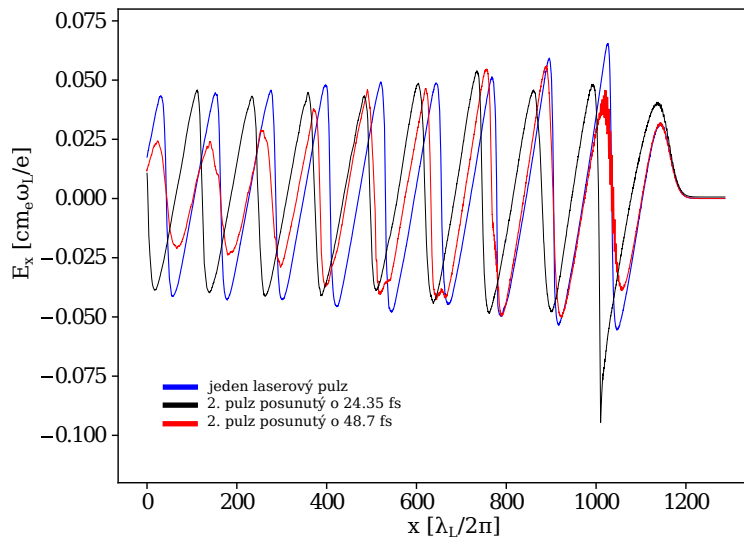


Obrázek 15: Elektrické pole E_y laserových impulzů, kde žlutá šipka ukazuje na první laserový impulz a červená šipka ukazuje na druhý impulz opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s hodnotou $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.



Obrázek 16: Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.

Na obrázcích 8, 12 a 16 můžeme pozorovat, že podélné elektrické pole E_x se na ose šíření pulzu, kde dochází k nejvýraznějšímu urychlování, mění při přidání dalšího pulzu. Proto je vhodné tuto amplitudu pro dané případy porovnat. Na obrázku 17 můžeme vidět, že amplituda v první bublině se sníží po přidání druhého pulzu posunutého o jednu vlnovou délku a naopak se zvýší po přidání druhého impulzu posunutého o půlku vlnové délky. Druhý impulz posunutý o půlku vlnové délky tedy pravděpodobně přispěl svojí intenzitou ke zvýšení amplitudy brázdrového pole i v první bublině. Můžeme si však všimnout, že při přidání druhého impulzu však dochází k poklesu amplitud v druhé bublině a ta je stále největší pro případ s jedním laserovým impulzem. Laserový impulz posunutý o jednu vlnovou délku tedy nezpůsobil vybuzení druhého maxima brázdrové vlny navzdory tomu, že byl posunut o jednu plazmovou vlnovou délku, tedy do předpokládaného lokálního maxima E_x . Dále pozorujeme, že vlny nejsou zcela ve fázi. K mírnému rozfázování dochází již v prvních pěti periodách a značně většímu rozfázování u zbytku period.

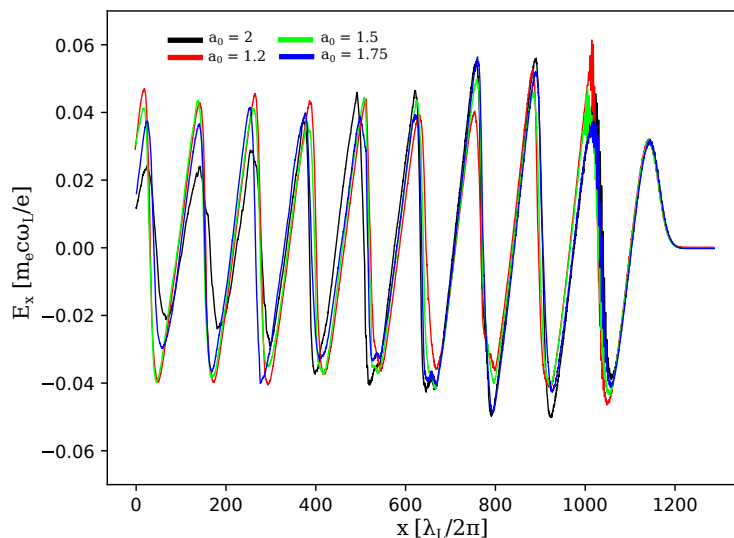


Obrázek 17: Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdrových vln generovaných (a) jedním laserovým impulzem (modrá) s $a_0 = 2$, (b) s přidáním 2. laserového impulzu opožděným o půlku vlnové délky tj. o 24,35 fs (černá) s $a_0 = 2$ a (c) s přidáním 2. laserového impulzu opožděným o jednu vlnovou délku tj. o 48,7 fs (červená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.

5.4 Změna amplitudy v závislosti na intenzitě laserového impulsu

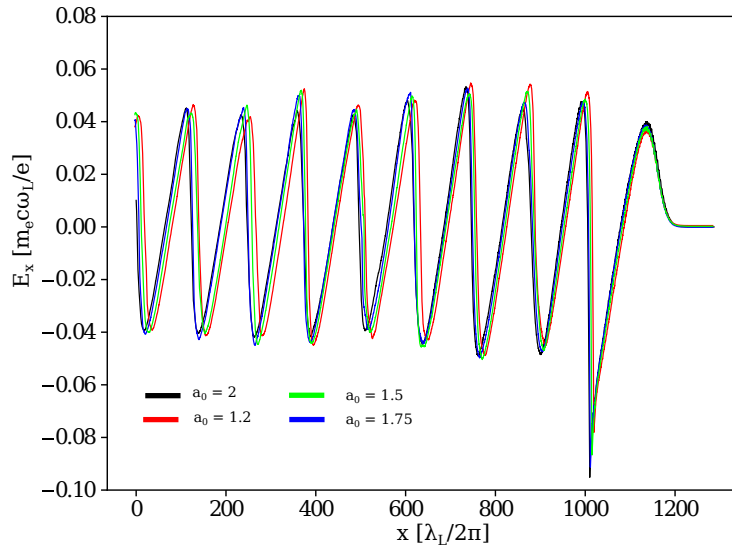
Další zajímavý fakt co můžeme zkoumat je jak se mění amplitudy podélného elektrického pole E_x v závislosti na intenzitě opožděného laserového impulsu.

Na obrázku 18 můžeme vidět jak se tyto amplitudy mění pro pole brázdové vlny po přidání druhého impulsu opožděného o jednu vlnovou délku v závislosti na jeho intenzitě. Vidíme, že v zadní části první bubliny elektrony můžou být nejvíce urychlované pro hodnotu $a_0 = 1,2$ a naopak nejméně pro hodnotu $a_0 = 1,75$. V zadní části druhé bubliny je amplituda nejmenší pro nižší intenzity tj. pro $a_0 = 1,5$ a $a_0 = 1,2$ a nejvyšší pro hodnotu $a_0 = 2$. Zajímavým pozorováním tedy je, že velikost amplitud v závislosti na hodnotě a_0 se v první bublině a v druhé bublině jeví opačně, tj. že pole E_x dosahuje v první bublině nejnižší minimum, tedy nejefektivnější urychlovací pole pro elektrony pro nižší hodnoty a_0 , což je v souladu s pozorováním v sekci 5.3. V zadní části druhé bubliny je E_x nejvyšší pro vyšší hodnoty a_0 . Dále si můžeme všimnout, že dochází k mírnému rozfázování v posledních periodách, ze začátku jsou periody v podstatě ve fázi. Zásadní rozdíl v amplitudách pro různé hodnoty a_0 je viditelný také až v posledních třech periodách, kdy největší pokles pole E_x nastává pro hodnotu $a_0 = 2$. Jak se ukázalo, přidání dalšího laserového impulsu posunutého o λ_p vede k zmenšení absolutní hodnoty urychlovacího pole v první bublině. Na obrázku 18 vidíme, že zvyšováním intenzity opožděného impulsu se tento efekt více prohlubuje.



Obrázek 18: Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdových vln generovaných dvěma laserovými impulsy, kde druhý laserový impuls je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o $48,7 \text{ fs}$ (a) $a_0 = 2$ (černá), (b) $a_0 = 1,2$ (červená), (c) $a_0 = 1,5$ (zelená) a (d) $a_0 = 1,75$ (modrá) v simulačním čase $t = 864 \text{ fs}$.

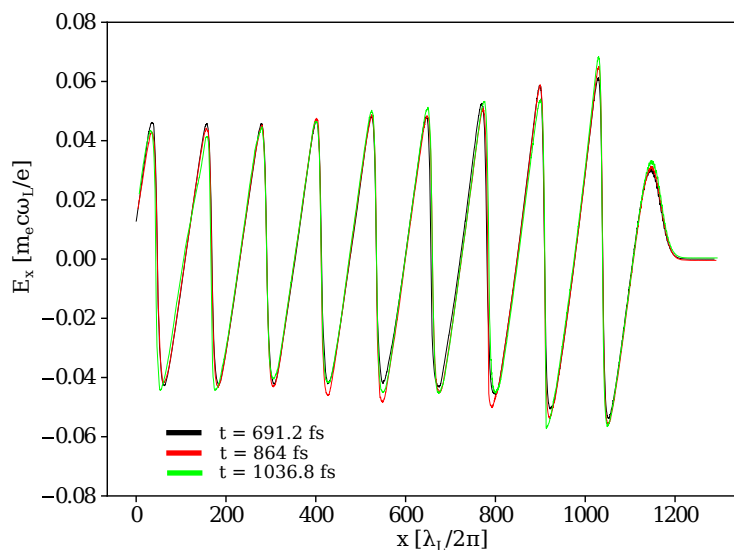
Na obrázku 19 můžeme vidět změnu amplitud pro pole brázdové vlny po přidání druhého impulzu opožděného o půlku vlnové délky v závislosti na parametru a_0 . Velikost amplitud je relativně stejná a periody jsou poměrně ve fázi. Celkově můžeme pozorovat, že změna intenzity laseru po druhý impulz posunutý o půlku vlnové délky amplitudy nijak zásadně nezmění, největší změna nastává v první bublině, kde hodnota pole E_x v zadní části bubliny je nejnižší pro $a_0 = 2$.



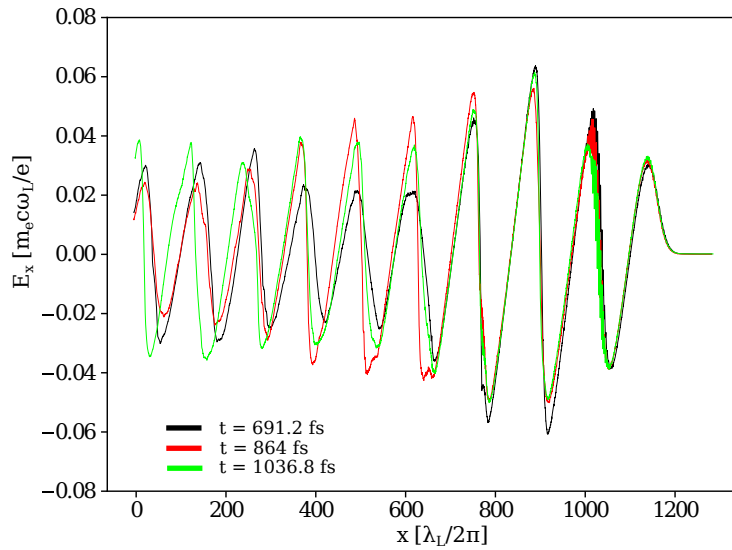
Obrázek 19: Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdových vln generovaných dvěma laserovými impulzy, kde druhý laserový impulz je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o $24,35 \text{ fs}$ s (a) $a_0 = 2$ (černá), (b) $a_0 = 1,2$ (červená), (c) $a_0 = 1,5$ (zelená) a (d) $a_0 = 1,75$ (modrá) v simulačním čase $t = 864 \text{ fs}$.

5.5 Vývoj elektrického pole v čase

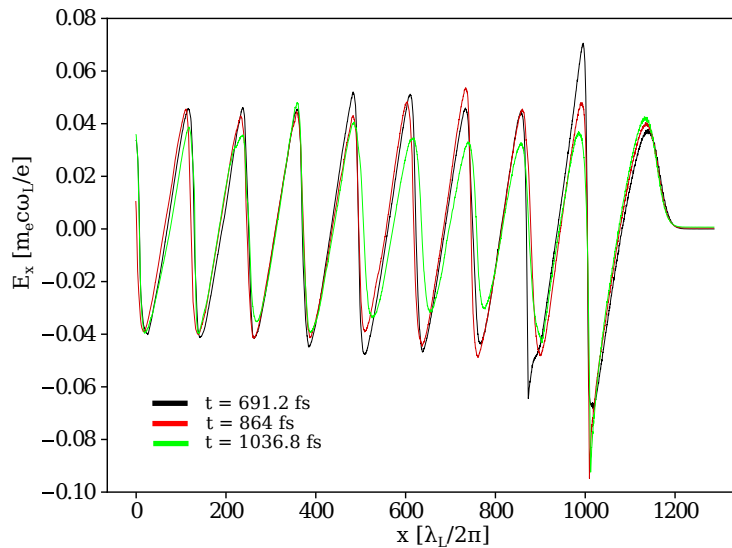
V každé provedené simulaci jsme elektrické pole diagnostikovali každých 100 časových kroků. Jelikož se elektrické pole vyvíjí v čase bylo by užitečné výsledky porovnat také v různých časových krocích. Na obrázcích 20, 21 a 22 můžeme vidět jak se pole časově vyvíjí pro simulace s jedním laserovým impulzem a s přidáním druhého laserového impulzu v simulačním čase $t = 691,2$ fs, $t = 864$ fs a $t = 1036,8$ fs. Vidíme, že pro případ vývoje jednoho impulzu v čase se nevyskytly výraznější změny v elektrickém poli. Vidíme ale, že amplituda narůstá. Při přidání druhého laserového impulzu jsou změny v čase výraznější. Můžeme si všimnout, že pro časový krok $t = 691,2$ fs se amplitudy v 3. - 7. periodě sníží pro posun druhého impulzu o λ_p , naopak pro posun druhého impulzu o $\lambda_p/2$ jsou již velikosti amplitud ve střední části podobné amplitudám pro časový krok $t = 864$ fs a někdy je dokonce i přesahují. Pro oba případy však amplituda v zadní části druhé bubliny bude největší právě pro časový krok $t = 691,2$ fs. Dále můžeme pozorovat, že periody jsou většinou celkem ve fázi. Menší rozfázování pozorujeme v posledních periodách na obrázku 21. Z těchto výsledků můžeme pozorovat, že charakter podélného elektrického pole E_x se s přidáním druhého laserového impulzu může v čase výrazně měnit, i přes fixní nastavení opoždění impulzu. Pro hlubší zkoumání by však bylo potřeba pole simulovat delší čas.



Obrázek 20: Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2$ fs (černá), (b) $t = 864$ fs (červená) a (c) $t = 1036,8$ fs (zelená).



Obrázek 21: Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulsy, kde druhý impuls je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o $48,7 \text{ fs}$ s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2 \text{ fs}$ (černá), (b) $t = 864 \text{ fs}$ (červená) a (c) $t = 1036,8 \text{ fs}$ (zelená).



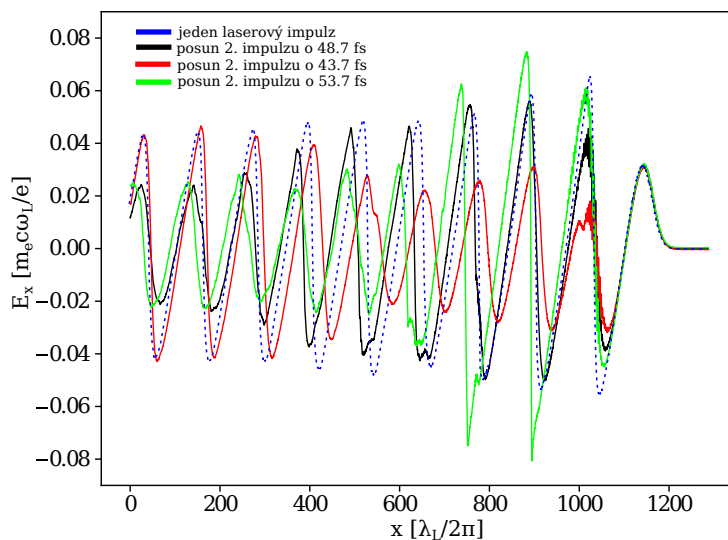
Obrázek 22: Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulsy, kde druhý impuls je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o $24,35 \text{ fs}$ s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2 \text{ fs}$ (černá), (b) $t = 864 \text{ fs}$ (červená) a (c) $t = 1036,8 \text{ fs}$ (zelená).

5.6 Citlivost metody

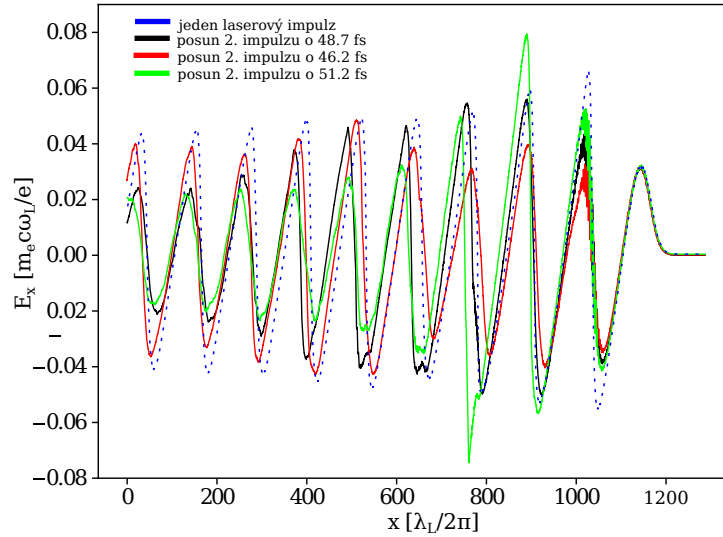
V poslední části výsledků se podíváme na to jak je metoda přidání druhého laserového impulsu citlivá na mírnou odchylku opoždění. Byly provedeny čtyři dodatečné simulace, kde jsme druhý laserový impuls opožďili o 2,5 fs méně a více a o 5 fs méně a více od původních 48,7 fs.

Z výsledků pro elektrické pole E_x na obrázku 23 je zřejmé, že amplitudy pro posun o 5 fs se poměrně liší od původních 48,7 fs. Je vidět značný pokles amplitudy pro impuls opožděný o 43,7 fs v prvních periodách s následným rozfázováním, a poté podstatný nárůst amplitudy v posledních periodách, kde se vlny opět vrací zpět do fáze. U impulsu opožděného o 53,7 fs dochází naopak k nárůstu amplitudy v prvních periodách podélného elektrického pole E_x .

Na obrázku 24 můžeme pozorovat výsledky pro elektrické pole E_x , kde druhý impuls byl posunut o 46,2 fs a o 51,2 fs. Je zřejmé, že amplitudy jsou již více podobné s původním posunem o 48,7 fs. Můžeme sledovat podobný trend jako pro předchozí případ, periody jsou však více ve fázi.



Obrázek 23: Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované (a) jedním laserovým impulzem (tečkovaná modrá) a dvěma laserovými impulzy, kde druhý impuls je opožděný o (b) 48,7 fs (černá), (c) 43,7 fs (červená) a (d) 53,7 fs (zelená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.



Obrázek 24: Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované (a) jedním laserovým impulzem (tečkovaná modrá) a dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o (b) 48,7 fs (černá), (c) 46,2 fs (červená) a (d) 51,2 fs (zelená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.

Celkově pozorujeme, že pro posun o trochu vyšší hodnoty, než je jedna plazmová vlnová délka, má urychlovací pole E_x v druhé periodě brázdové vlny menší minimum, než při použití jen jednoho impulzu. Zároveň vidíme, že amplitudy jsou v prvních periodách více synchronizované s vlnou jednoho impulzu. Z toho můžeme dedukovat, že pro vyvolání výraznějšího urychlovacího pole pro elektrony v druhé iontové bublině je potřebné užít druhý impulz posunutý o hodnoty trochu větší vlnovou délku než je plazmová vlnová délka.

6 Závěr

V této práci jsme se seznámili s principem urychlování částic pomocí LWFA. Tento typ urychlovačů nám nabízí revoluční možnost urychlování elektronů, kde jejich hlavní předností jsou kompaktní rozměry a jejich široká aplikace ve vědeckém výzkumu, medicíně či vývoji nových technologií. [7] [55] Výzkum kompaktních laserových urychlovačů elektronů v posledních desítkách let učinil obrovský pokrok. Klíčovým faktorem tohoto pokroku je oddělení injekčních fází elektronů a jejich urychlování, jež nám poskytuje větší kontrolu nad dynamikou svazku, která následně může vést k většímu zisku energie a navýšení produkce betatronového záření z urychlených svazků. [56] Od první zmínky konceptu LWFA bylo zkoumáno několik návrhů metod jak zvýšit energii injektovaných elektronů. Jedna z metod představuje generování plazmových vln pomocí více laserových impulzů [54], kdy úspěšně dochází ke zvýšení amplitud brázdové vlny a tím pádem ke zvýšení energie urychlovaných elektronů. [56][53]

Cílem této práce bylo studium vlastností plazmové vlny generované pomocí krátkého laserového impulzu v podkritickém plazmatu, jež jsme demonstrovali v teoretickém úvodu. V rámci této práce byly dále zkoumány základní parametry plazmové vlny při použití více než jednoho laserového impulzu pomocí PIC simulací.

Simulace byly provedeny pro plazmové vlny generované jedním laserovým impulzem a dvěma laserovými impulzy, kde v jednom případě jsme druhý impulz opoždili o jednu plazmovou vlnovou délku a v druhém případě byl impulz opožďen o půlku vlnové délky. Z porovnání amplitud podélného elektrického pole E_x pro všechny případy ve stejném časovém kroku jsme vypořizovali, že přidáním druhého laserového impulzu nezpůsobíme vybudění maxima brázdové vlny a amplituda urychlovacího pole zůstává nejvyšší pro případ s jedním laserovým impulzem.

Změnu amplitudy jsme zkoumali i v závislosti na intenzitě laserového impulzu. Zde docházíme k zajímavému závěru, že po přidání druhého impulzu posunutého o jednu vlnovou délku se velikost amplitud v závislosti na hodnotě a_0 pro první bublinu a druhou bublinu jeví přesně opačně. To znamená, že amplituda urychlovacího pole v první bublině je větší pro nižší hodnoty a_0 a v druhé bublině je větší pro vyšší hodnoty a_0 .

Kvůli časovému vývoji impulzů a následně urychlovacího pole se můžou výsledky změnit, pokud bychom prodloužili délku šíření impulzu v plazmě. Pro účely této práce jsme vybrali k porovnání tři časové kroky, které při porovnání pro všechny případy ukazují malé změny v amplitudách elektrického pole E_x , avšak indikují časový vývoj E_x , který se může dále prohlubovat.

Jelikož jsme pro provedené simulace užívali 2D geometrii, bublina může být oproti 3D geometrii mírně podélně prodloužena. Pro přesnější výsledky, kdy bublina bude mít sférický tvar, by bylo nutné užít 3D geometrie. [23] Nicméně rozložení sil působící na elektrony uvnitř bubliny zůstává téměř stejné. Zajisté však změny ve struktuře brázdového pole nejsou jedinou odlišností při užití 2D geometrie a 3D geometrie.

Změny nastávají i pro samofokusaci laserového svazku. Všechny tyto změny by měly být brány v potaz při tvoření všech závěrů.[58] Zároveň se při $a_0 = 2$ už projevuje nelinearita plazmové vlny, která vlnovou délku ovlivňuje.[23]

Z výsledků dále také plyne, že metoda užití dvou laserových impulzů ke generaci plazmové vlny je velmi citlivá na časový posun impulzů. Už při odchylce posunu impulzů jen o 2,5 fs, může nastat situace, že urychlovací pole E_x v druhé periodě brázdové vlny bude menší, než při užití jednoho laserového impulzu. Při mírně větším opoždění druhého impulzu, než je jedna plazmová vlnová délka může však skutečně dojít k vybudování větší amplitudy brázdového pole E_x , než při užití pouze jednoho impulzu a potenciálně tak i k dosažení vyšších energií urychlovaných elektronů. Vzhledem na vysokou citlivost metody, by však mohlo být velice náročné experimentálně naladit přesné opoždění druhého impulzu.

V poslední řadě je dobré zmínit, že pomocí simulací a experimentálně se teprve nedávno podařilo zjistit, že plazmová vlnová délka může být, kromě hustoty plazmatu a intenzity laserového impulzu, silně ovlivněna příčným poloměrem laserového svazku a může se měnit během urychlování. Proto hodnota silně závisí na nastavených experimentálních parametrech laseru a plazmatu, a taky na poloze impulzu během šíření se plazmatem. [54]

Seznam obrázků

1	Druhy ionizace polem	15
2	Pohyb elektronu v laboratorní soustavě.	17
3	Druhy laserových plazmových urychlovačů	22
4	Brázdové pole plazmové vlny v důsledku působení ponderomotorické síly.	22
5	Standratní Yeeho buňka	31
6	Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	37
7	Elektronová hustota plazmatu n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	37
8	Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	37
9	Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	38
10	Elektronová hustota plazmatu n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované dvěma impulzy, kde druhý je opožděn o jednu plazmovou vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	38
11	Elektrické pole E_y laserových impulzů, kde žlutá šipka ukazuje na první laserový impulz a červená šipka ukazuje na druhý impulz opožděný o jednu vlnovou délku, tj. 48,7 fs, s hodnotou $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.	39
12	Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	39
13	Podélné elektrické pole E_x brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	40
14	Elektronová hustota plazmatu n_e v jednotkách kritické hustoty pro pole brázdové vlny generované dvěma impulzy, kde druhý je opožděn o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	40
15	Elektrické pole E_y laserových impulzů, kde žlutá šipka ukazuje na první laserový impulz a červená šipka ukazuje na druhý impulz opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s hodnotou $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.	40
16	Amplituda podélného elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulzu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impulz je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs, s $a_0 = 2$, v simulačním čase $t = 864$ fs.	40

17	Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdových vln generovaných (a) jedním laserovým impulzem (modrá) s $a_0 = 2$, (b) s přidaným 2. laserovým impulzem opožděným o půlku vlnové délky tj. o 24,35 fs (černá) s $a_0 = 2$ a (c) s přidaným 2. laserovým impulzem opožděným o jednu vlnovou délku tj. o 48,7 fs (červená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs. . . .	41
18	Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdových vln generovaných dvěma laserovými impulzy, kde druhý laserový impuls je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs s (a) $a_0 = 2$ (černá), (b) $a_0 = 1,2$ (červená), (c) $a_0 = 1,5$ (zelená) a (d) $a_0 = 1,75$ (modrá) v simulačním čase $t = 864$ fs. . . .	42
19	Porovnání amplitud podélných složek elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdových vln generovaných dvěma laserovými impulzy, kde druhý laserový impuls je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs s (a) $a_0 = 2$ (černá), (b) $a_0 = 1,2$ (červená), (c) $a_0 = 1,5$ (zelená) a (d) $a_0 = 1,75$ (modrá) v simulačním čase $t = 864$ fs.	43
20	Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované jedním laserovým impulzem s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2$ fs (černá), (b) $t = 864$ fs (červená) a (c) $t = 1036,8$ fs (zelená).	44
21	Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impuls je opožděný o jednu vlnovou délku, tj. o 48,7 fs s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2$ fs (černá), (b) $t = 864$ fs (červená) a (c) $t = 1036,8$ fs (zelená).	45
22	Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované dvěma laserovými impulzy, kde druhý impuls je opožděný o půlku vlnové délky, tj. o 24,35 fs s $a_0 = 2$ v simulačním čase (a) $t = 691,2$ fs (černá), (b) $t = 864$ fs (červená) a (c) $t = 1036,8$ fs (zelená).	45
23	Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované (a) jedním laserovým impulzem (tečkovaná modrá) a dvěma laserovými impulzy, kde druhý impuls je opožděný o (b) 48,7 fs (černá), (c) 43,7 fs (červená) a (d) 53,7 fs (zelená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.	46
24	Amplitudy elektrického pole E_x (na ose šíření laserového impulsu $y = 48 \mu\text{m}$) brázdové vlny generované (a) jedním laserovým impulzem (tečkovaná modrá) a dvěma laserovými impulzy, kde druhý impuls je opožděný o (b) 48,7 fs (černá), (c) 46,2 fs (červená) a (d) 51,2 fs (zelená) s $a_0 = 2$ v simulačním čase $t = 864$ fs.	47

Reference

- [1] M. Králová, "Urychlovače částic", dostupné na: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/atomy-castice/urychlovace-castic>, [citováno 23.12.2021].
- [2] Cern Accelerating science, "The large hadron collider", dostupné na: <https://home.web.cern.ch/science/accelerators/large-electron-positron-collider>, [citováno 2.1.2022].
- [3] Cern Accelerating science, "Facts and figures about the LHC", dostupné na: <https://home.cern/resources/faqs/facts-and-figures-about-lhc>, [citováno 2.1.2022].
- [4] T. Tajima, J. M. Dawson, "Laser Electron Accelerator", *Physical Review Letters* 43 (4): 267–270, 1979.
- [5] J. P. Couperus, A. Köhler, A. Jochmann, O. Zarini, A. Debus, A. Hübl, M. Bussmann, A. Irman a U. Schramm, "Laser wakefield acceleration of electrons", Laser Particle Acceleration Division Institute of Radiation Physics HZDR, Germany, dostupné na: https://indico.cern.ch/event/368273/sessions/157678/attachments/732257/1629444/JurjenCouperus_Liverpool_Symposium_June2015.pdf, [citováno 28.12.2021].
- [6] C. Joshi, S. Corde, W. B. Mori, "Perspectives on the generation of electron beams from plasma-based accelerators and their near and long term applications", *Physics of Plasmas* 27(7): 070602, 2020.
- [7] P. Kulhánek, "Surfování na vlnách – urychlovače budoucnosti?", AGA (Aldebaran Group for Astrophysics) Číslo 39, 2006, dostupné na: https://www.aldebaran.cz/bulletin/2006_39_1wa.php, [citováno 30.12.2021].
- [8] D. R. Nicholson, "Introduction to plasma theory", Wiley; 1. vydání, 1983.
- [9] Z. Samsonova, "Relativistic interaction of ultra-short laser pulses with nanostructured solids", disertační práce, Physikalisches-Astronomisches Institut der Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2019.
- [10] P. Gibbon, "Short Pulse Laser Interactions with Matter: An Introduction", Imperial College Press, 2005.
- [11] Proceedings of the CAS–CERN Accelerator School: "Plasma Wake Acceleration", 2014, CERN Yellow Reports: School Proceedings, editováno B. Holzerem, 2016.
- [12] Z. Deng and J. H. Eberly, "Multiphoton absorption above ionization threshold by atoms in strong laser fields", Optical Society of America, 1985.
- [13] K. Lemr, L. Borovcová, "Elektronová ionizace", *Chemické Listy* 114, 101-105, 2020.

- [14] J. Ju., "Electron acceleration and betatron radiation driven by laser wakefield inside dielectric capillary tubes", disertační práce, Université Paris Sud - Paris XI, 2013.
- [15] F. F. Chen, "Úvod do fyziky plazmatu", Academia Praha, 1984.
- [16] D. Bauer, P. Mulser a W-H. Steeb., "Relativistic ponderomotive force, uphill acceleration, and transition to chaos", Physical Review Letters 75.25, 4622, 1995.
- [17] AGA (Aldebaran Group for Astrophysics), "Plazmový vesmír, Vlny v plazmatu", dostupné na: <https://www.aldebaran.cz/astrofyzika/plazma/waves.php>, [citováno 30.12.2021].
- [18] J. Limpouch, FJFI ČVUT, "Základy fyziky plazmatu, přednáška 7, Vlny", 2019, dostupné na http://kfe.fjfi.cvut.cz/~limpouch/plazma/07_Vlny1L.pdf, [citováno 30.12.2021].
- [19] P. McKenna, D. Neely, R. Bingham, D. Jaroszynski, "Laser-Plasma Interactions and Applications (Scottish Graduate series)", Springer, 2013.
- [20] Admin Atominfo.cz, "Fúze, to není jen vtip II: Čtvrté skupenství hmoty", 2013, dostupné na: <https://atominfo.cz/2013/12/fuze-to-neni-jen-vtip-ii-ctvrte-skupenstvi-hmoty>, [citováno 30.12.2021].
- [21] J. Limpouch, FJFI ČVUT, "Základy fyziky plazmatu, přednáška 1, Úvod", 2020, dostupné na: http://kfe.fjfi.cvut.cz/~limpouch/plazma/01_uvod.pdf, [citováno 30.12.2021].
- [22] R. Bingham, "Laser Plasma Accelerators", Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxon, OX11 0QX, 1996.
- [23] E. Esarey, C. B. Schroeder, "Physics of Laser-Driven Plasma-Based Accelerators", LBNL Report, LBNL 53510: 1-39, 2003.
- [24] E. Esarey, C. B. Schroeder, W. P. Leemans, "Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators", Reviews of Modern Physics 81 (3), 1229, 2009.
- [25] O. Jansen, "Electron acceleration in the bubble regime", disertační práce, Universitäts-und Landesbibliothek der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 2014.
- [26] S. Kalmykov a kol., "Electron self-injection and trapping into an evolving plasma bubble", Physical Review Letters 103.13, 135004, 2009.
- [27] S. Corde a kol., "Observation of longitudinal and transverse self-injections in laser-plasma accelerators", Nature Communications 4.1, 1–7, 2013.
- [28] S. Bulanov a kol., "Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking", Physical Review E 58.5, R5257, 1998.

- [29] D. Umstadter, J. K. Kim a E. Dodd, "Laser injection of ultrashort electron pulses into wakefield plasma waves", *Physical Review Letters* 76.12, 2073, 1996.
- [30] E. Esarey a kol., "Electron injection into plasma wakefields by colliding laser pulses", *Physical Review Letters* 79.14, 2682, 1997.
- [31] C. Thaury, E. Guillaume, A. Lifschitz, K. Ta Phuoc, M. Hansson, G. Grittani, J. Gautier, J.-P. Goddet, A. Tafzi, O. Lundh a V. Malka, "Shock assisted ionization injection in laser-plasma accelerators", *Scientific reports* 5.1: 1-7, 2015.
- [32] M. Chen a kol., "Electron injection and trapping in a laser wakefield by field ionization to high-charge states of gases", *Journal of Applied Physics* 99, 056109, 2006.
- [33] W. Lu, "Nonlinear Plasma Wakefield Theory and Optimum Scaling for Laser Wakefield Accelerator (LWFA) in the Blowout Regime", disertační práce, University of California Los Angeles, 2006.
- [34] H. T. Kim, V. B. Pathak, C. I. Hojbot, M. Mirzaie, K.H. Pae, C. M. Kim, J. W. Yoon, J. H. Sung a S. K. Lee, "Multi-GeV Laser Wakefield Electron Acceleration with PW Lasers", *Applied Sciences*, 11, 5831, 2021.
- [35] J. Faure, "Plasma Injection Schemes for Laser-Plasma Accelerators", *CERN Yellow Reports CERN 2016-001*, 143-157, 2016.
- [36] J. Derouillat, A. Beck, F. Pérez, T. Vinci, M. Chieramello, A. Grassi, M. Flé, G. Bouchard, I. Plotnikov, N. Aunai, J. Dargent, C. Riconda and M. Grech, "SMILEI: a collaborative, open-source, multi-purpose particle-in-cell code for plasma simulation", *Comput. Phys. Commun.* 222, 351-373, arXiv:1702.05128, 2018.
- [37] G. Lapenta, "Kinetic Plasma Simulation: Particle In Cell Method", Center for mathematical Plasma Astrophysics, KU Leuven, Belgium, 2015.
- [38] A. S. Lipatov, "The hybrid multiscale simulation technology: an introduction with application to astrophysical and laboratory plasmas", Springer Science Business Media, 2002.
- [39] M. Shalaby a kol., "SHARP: a spatially higher-order, relativistic particle-in-cell code.", *The Astrophysical Journal* 841.1, 52, 2017.
- [40] V. Kraeck, I. Hahn, "Finite-difference time-domain (FDTD) algorithm for multi-block grids", *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2014
- [41] R. Courant, K. Friedrichs, H. Lewy, "Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik", *Mathematische Annalen* 100.1, 32-74, 1928.
- [42] D. A. Jaroszynski, R.A. Bingham, R.A Cairns, "Laser-Plasma Interactions (Scottish Graduate Series)", CRC Press, 2009.

- [43] O. Klimo, FJFI ČVUT, "Metody počítačové fyziky, hodina 8.", dostupné na: <http://pi.fjfi.cvut.cz/html/joomla/images/mpf/lekce8/text7n.pdf>, [citováno 30.12.2021].
- [44] S. D. Gedney, "Introduction to the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method for electromagnetics", Morgan and Claypool Publishers, 2011.
- [45] Neznámý autor, "Text o FDTD – kopie kapitoly z knihy – pouze pro studenty FEL ČVUT, předmět CAD a Mikrovlny", dostupné na https://moodle.fel.cvut.cz/pluginfile.php/16171/mod_resource/content/1/FDTDStudent%C5%AFm.pdf, [citováno 4.7.2021].
- [46] O. Klimo, FJFI ČVUT, "Metody počítačové fyziky, hodina 5.", dostupné na: <http://pi.fjfi.cvut.cz/html/joomla/images/mpf/lekce/text5n.pdf>, [citováno 30.12.2021]
- [47] D. Hubík, "Návrh optických rezonátorů", Bakalářská práce, VUT Brno, 2016.
- [48] Virtuální organizace MetaCentrum VO, "O MetaCentru", dostupné na: <https://metavo.metacentrum.cz/cs/about/index.html>, [citováno 30.12.2021].
- [49] Virtuální organizace MetaCentrum VO, "Průvodce pro začátečníky - MetaCentrum", dostupné na: https://wiki.metacentrum.cz/wiki/Pruvodce_pro_zacatecniky, [citováno 23.12.2021].
- [50] Virtuální organizace MetaCentrum VO, "Čelní uzel", dostupné na: https://wiki.metacentrum.cz/wiki/Celni_uzel, [citováno 23.12.2021].
- [51] Informační systémy a technologie ČVUT v Praze, "Portable batch system (PBS)", dostupné na: <https://ist.cvut.cz/nase-sluzby/superpocitani/superpocitani-pbs/>, [citováno 23.12.2021].
- [52] P. Kulhánek, "Úvod do teorie plazmatu", AGA, 2011.
- [53] Z. M. Chitgar, P. Gibbon, J. Böker, A. Lehrach, M. Büscher, "Enhanced betatron-radiation energy using two collinear laser pulses", Plasma Physics, arXiv:1807.07845, 2018.
- [54] D. Umstadter, E. Esarey, J. Kim, "Nonlinear plasma waves resonantly driven by optimized laser pulse trains", Physical Review Letters 72.8, 1224, 1994.
- [55] P. Preuss: "Laser Wakefield Acceleration: Channeling the Best Beams Ever", Research News, Berkeley Lab, 2004.
- [56] Z. M. Chitgar, P. Gibbon, J. Böker a kol., "Electron self-injection threshold for the tandem-pulse laser wakefield accelerator", Physics of Plasmas 27, 023106, 2020.

- [57] V. Horný, D. Mašlárová, V. Petržílka, O. Klimo, M. Kozlová a M. Krůs, "Optical injection dynamics in two laser wakefield acceleration configurations", *Plasma Physics and Controlled Fusion* 60, 064009, 2018.
- [58] A. A. Golovanov, I. Yu., Kostyukov, "Bubble regime of plasma wakefield in 2D and 3D geometries", *Physics of Plasmas* 25, 103107, 2018.