

Posudek disertační práce

Uchazeč Ing. Petra Vacková

Název disertační práce Matematické modely proudění vazké nestlačitelné tekutiny
na omezených oblastech

Studijní program

Školitel Doc. RNDr. Petr Kučera, CSc.

Oponent Prof. RNDr. Jiří Neustupa, CSc.

e-mail neustupa@math.cas.cz

Aktuálnost tématu disertační práce

komentář: Téma disertační práce, tj. matematická teorie proudění vazké nestlačitelné tekutiny kanálem, s uvažováním honogenní Dirichletovy nebo Navierovy okrajové podmínky na pevné stěně kanálu a umělé tzv. „do nothing“ okrajové podmínky na vtoku nebo výtoku z kanálu, je aktuální a zajímavé.

 vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Splnění cílů disertační práce

komentář: Nikde jsem nenašel přesnou formulaci cílů práce. Nicméně, lze konstatovat, že dosažené výsledky představují zajímavý a užitečný přínos k teorii matematických modelů proudění kanály, a to zejména těch 2D modelů, kde jsou kombinovány Navierovy a „do nothing“ okrajové podmínky.

 vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Metody a postupy řešení

komentář: V první kapitole, kde je studována regularita slabého stacionárního řešení 2D smíšené okrajové úlohy pro lineární Stokesovy rovnice, je užita metoda, navržená V.I.Kondrat'evem (1967) a později rozpracovaná pro Stokesovy rovnice se smíšenými Dirichletovými a „do nothing“ okrajovými podmínkami P.Kučerou a M.Benešem. Metoda je velmi technická a její konkrétní aplikace vyžaduje, aby části hranice svíraly pravý úhel v bodech, kde se stýkají okrajové podmínky různých typů. Ve druhé a třetí kapitole, kde jsou zkoumány nestacionární problémy, je aplikován standardní aparát funkcionální analýzy a moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic (Schauderova věta o pevném bodu, spojitá a kompaktní vnoření užitých prostorů funkcí, interpolační prostory, a priorní odhadování, apod.). Za vyzdvihnutí stojí vhodná a jemná volba užitých funkčních prostorů, která umožňuje odvození potřebných odhadů.

 vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Výsledky disertace - konkrétní přínosy disertanta

komentář: Hlavním výsledkem první kapitoly je tzv. maximální regularita řešené okrajové úlohy, což znamená, že je-li zadána vnější objemová síla integrovatelná s kvadrátem, pak řešení má derivace až do řádu dva rovněž integrovatelné s kvadrátem. Tento výsledek je

dobře znám (a hojně používán) v případě Stokesových rovnic v oblasti s hladkou hranicí a Dirichletovy okrajové podmínky na celé hranici. V disertační práci je však řešen obtížnější problém, protože uvažovaná oblast není hladká a okrajové podmínky jsou dvou různých typů. Na druhé straně, disertantka se mohla opřít o předcházející již zmíněný výsledek Kučery a Beneše [3] a jejím hlavním přínosem je adaptace metody na případ Navierovy okrajové podmínky na pevné stěně místo Dirichletovy podmínky. Věty o lokální existenci slabých řešení v čase, odvozené ve druhé a třetí kapitole, jsou cenné zejména proto, že uvažovaná umělá „do nothing“ podmínka na vtoku a výtoku připouští zpětné toky, které hypoteticky mohou do kanálu přivádět libovolně velké množství kinetické energie, a disertantka se tak musela obejít bez klasické energetické nerovnosti. Výhodou však opět bylo, že měla k dospozici některé dřívější výsledky Kučery, Beneše, Skaláka, a dalších, kde byla na pevné stěně zejména uvažována Dirichletova okrajová podmínka, a hlavním úkolem disertantky proto byla adaptace metod na případ Navierovy okrajové podmínky na pevné stěně.

vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Význam pro praxi a pro rozvoj vědního oboru

komentář: Vytvoření konzistentní matematické teorie proudění v kanálech je velmi důležité, zejména pro potřeby numerických simulací a jejich využití v praxi. Kombinace Navierovy a „do nothing“ okrajové podmínky má velký potenciál a lze očekávat, že i v budoucnu bude příslušným úlohám věnována pozornost, a to jak v oblasti čistě teoretické, tak i v oblasti numerických výpočtů.

vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Formální úprava disertační práce a její jazyková úroveň

V práci jsem nalezl řadu překlepů a drobných nepřesností, které však nestojí za to, abych je zde vyjmenovával. V podstatě však nemám proti formální úpravě disertační práce vážné námitky. Některé formulace, a to se týká hlavně kapitol, které obsahují anglicky psané články, by se však daly značně vylepšit.

vynikající nadprůměrný průměrný podprůměrný slabý

Vyjádření k dodržení citační etiky

Nemám žádné námitky.

Připomínky

- 1) Výsledek Kiseleva a Ladyženské (str. 12) rozšířil nejen Giga, ale postupně i celá řada dalších autorů.
- 2) Předpoklad o tom, že kvadratická forma s maticí $\nabla n + (\nabla n)^T$ je negativně semidefinitní (str. 17), je dle mého názoru příliš silný. Normálové pole n je definované pouze na hranici Omega a platnost předpokladu závisí na tom, jak je n rozšířeno do okolí hranice Omega. Stačilo by předpokládat, že hranice oblasti Omega je v bodech Gamma_1 konvexní vzhledem ke vnějšku Omega.
- 3) Pokud se dvě části křivky Gamma_1 stýkají pod pravým úhlem a vytváří na hranici Omega vrchol, pak regularitu v okolí takového bodu by bylo třeba zkoumat podobně, jako ve vrcholech, kde se stýkají Gamma_1 a Gamma_2. To se však v práci nekomentuje, i když postup by evidentně byl jednodušší, než v případě vrcholů na styku Gamma_1 a Gamma_2.

Závěrečné zhodnocení disertace

Práce má dobrou úroveň a autorka si rozhodně zaslouží, aby jí na základě její obhajoby byl udělen titul PhD.

Doporučuji po úspěšné obhajobě disertační práce udělení titulu Ph.D. ano ne

Datum: 25.11.2022

Podpis oponenta:...

