



Posudek školitele bakalářské práce

Student: Bořivoj Kronowetter

Název práce: Numerické řešení adjungované rovnice pro mřížkovou Boltzmannovu metodu

Tato práce zkoumá možnost využití optimalizačních úloh s vazbami danými parciálními diferenciálními rovnicemi za účelem zlepšení kvality dat naměřených pomocí magnetické rezonance. Konkrétně jde o tzv. 4D flow tedy animaci 3D proudění krve v srdečních tepnách. Data získaná ze skeneru pro magnetickou rezonanci mají poměrně nízké rozlišení a mohou obsahovat šum. Snahou je použít mřížkovou Boltzmannovu metodu (LBM) pro rekonstrukci detailnějšího proudového pole. Za tím účelem lze řešit optimalizační úlohu, ve které se snažíme nastavit model mřížkové Boltzmannovy metody tak, aby řešení výsledné rovnice bylo co nejbližší naměřeným datům. Tuto optimalizační úlohu lze řešit metodou největšího spádu a za účelem efektivního výpočtu gradientu lze řešit tzv. adjungovanou úlohu.

Autor nejprve v první kapitole popisuje základy mřížkové Boltzmannovy metody, konkrétně její SRT variantu. V druhé kapitole pak nejprve popisuje aparát pro obecné odvození adjungovaných rovnic a následně provede konkrétní odvození adjungované rovnice pro LBM-SRT model. Ve třetí kapitole pak uvádí výsledky provedených numerických výpočtů.

Při hodnocení této práce musím v první řadě vyzdvihnout, že se jednalo o nadstandartně náročné téma. Autor se musel seznámit jak s metodou LBM, kterou si i sám implementoval, tak i s řešením optimalizačních úloh pomocí adjungovaných rovnic. Zejména optimalizační úlohy s vazbami danými pomocí parciálních diferenciálních rovnic jsou v naší skupině poměrně nové téma a veškeré zkušenosti s ním teprve získáváme. Dostupná literatura, alespoň pokud je mi známo, se věnuje hlavně teoretické analýze těchto úloh, ale ne numerickému řešení. To je právě poměrně náročné. Autor tak touto prací udělal spíše takový první průzkumný vrt, který nám ukázal, jaké přístupy k řešení této úlohy se ukazují jako vhodnější, a které méně. Z těchto důvodů došlo k drobné odchylce od zadání v tom směru, že místo fitování vstupní podmínky hledáme pouze vhodné silové členy působící na proudící tekutinu. To sice není fyzikálně správně, ale ukazuje se, že tento přístup by mohl být mnohem snazší k řešení a je dost možné, že by mohl poskytovat dostatečně dobré řešení. Dále se ukázalo, že odvození adjungované rovnice ve spojitěm tvaru není v případě kombinace s LBM metodou zcela vhodné a zřejmě bude lepší provést odvození až v diskrétním tvaru. To by mělo napomoci k odvození vhodných okrajových podmínek. Právě toto jsou hlavní přínosy této bakalářské práce a jsou velice užitečné pro další výzkum v této oblasti. Jen drobné zklamání pociťuji z toho, že autor provedl jen fitování konstantního silového vektoru nezávislého jak na čase tak i na prostoru. Domnívám se, že fitování vektorového pole nezávislého na čase by nebylo o mnoho složitější a bylo by mnohem blíže k zadání práce.

Text práce je dobře strukturovaný a dobře srozumitelný. Většinu svých připomínek jsem sdělil autorovi ještě před odevzdáním bakalářské práce. Přesto mám na autora dva dotazy:

1. Jaký význam má směrová derivace s ve vztahu (2.44), když hledaný parametr je vektor \mathbf{a} ?
2. Jak náročnější by bylo provést výpočty pro fitování vektorového pole místo konstantního silového vektoru?

Jako školitel jsem s prací velice spokojen. Na bakalářskou práci šlo o poměrně těžké téma, se kterým si ale autor poradil velmi dobře, a i když se nepodařilo splnit poslední bod zadání, dosažené výsledky jsou velice cenné pro další výzkum. Všechny výše uvedené výtky jsou pouhé drobnosti. Vzhledem k výše uvedenému navrhuji bakalářskou práci ohodnotit známkou **A** tedy **výborně**.

V Praze, 17. srpna 2022.

Doc. Ing. Tomáš Oberhuber, Ph.D.
katedra matematiky
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Trojanova 13
120 00 PRAHA 2