

Ing. František Štampach, Ph.D.  
Katedra matematiky FJFI ČVUT v Praze:

Posudek školitele bakalářské práce  
Tomáše Hrdiny

*Lokalizace spektra diskrétního bilaplaceova operátoru s komplexním  
potenciálem*

Bakalářská práce pana Tomáše Hrdiny je věnována přibližné lokalizaci spektra operátoru

$$\Delta^2 + V$$

uvažovaném na prostoru  $\ell^2(\mathbb{Z})$ , kde  $\Delta$  je diskrétní laplacián na  $\mathbb{Z}$  a porucha  $V$  je diagonální operátor, který je dán  $\ell^1$ -posloupností s komplexními prvky. Hlavním cílem práce je rozšířit výsledky známé pro případ diskrétního Schrödingerova operátoru  $\Delta + V$  z článku [1] na případ biharmonického operátoru s komplexním potenciálem.

Práce je dělena do tří kapitol. Původní výsledky obsahuje kapitola 3. V první kapitole student shrnul vybrané výsledky z funkcionální analýzy a teorie operátorů. Větší důraz je kladen na výklad speciálních vlastností Laurentových operátorů a Birmanův–Schwingerův princip, což jsou hlavní nástroje pro analýzu studované třídy operátorů.

Druhá kapitola připomíná metodu použitou k lokalizaci spektra diskrétního Schrödingerova operátoru z článku [1] a také důkaz optimality výsledné lokalizace. Tato metoda je následně aplikována na případ diskrétního biharmonického operátoru v kapitole 3. Na rozdíl od případu diskrétního Schrödingerova operátoru, kdy je postup poměrně přímočarý, je analýza biharmonického operátoru obtížnější. Pro získání optimální lokalizace je nezbytná optimální horní mez pro Greenovo jádro bilaplaciánu, která byla uhodnuta na základě numerických experimentů, ale zůstává zatím nedokázána. S hypotézou, že zmíněný odhad platí, jsou v práci odvozeny optimální spektrální obálky operátoru  $\Delta^2 + V$  pro všechny komplexní  $\ell^1$ -potenciály  $V$ . Hrubší odhady, které již nejsou podmíněny platností hypotézy a které vedou na méně přesnou lokalizaci spekter studované třídy operátorů, jsou také diskutovány. Získané výsledky jsou přesnější než přibližné lokalizace, které lze odvodit aplikací obecných vět poruchové teorie. Nalezené spektrální obálky jsou přehledně numericky ilustrovány na několika obrázcích.

Student splnil zadání bez výhrad. Práce je logicky strukturovaná a má dostatečný rozsah. Výklad použitých obecných principů a jejich aplikace na konkrétní studovaný model je až na několik nepřesností jasný a korektní. Dosažené výsledky mají potenciál být v budoucnu publikovány v mezinárodním vědeckém časopise, podaří-li se studentovi dokázat výše zmíněnou hypotézu a dále rozšířit analýzu modelu.

K práci mám několik drobných výhrad. Dobrý dojem kazí poměrně velký počet překlepů a typografických chyb (např. v názvu Sekce 2.1, ve Větech 1.8.4 a 1.9.2, "[zdroj]" na str. 29, "tvrzení7" na str. 30) a gramatických chyb (často chybí čárky před spojkami, např. str. 17, 18, 29). K přetečení okraje došlo na str. 22. První věta pod Definicí 1.2.1 není pravdivá. Závěr důkazu Lemma 2.2.1 je matoucí. V důkazu Lemma 1.9.1 by bylo na místě zmínit také omezenost operátoru  $(AB - \lambda)^{-1}$ . Pod rovnicí (3.21) by bylo vhodné připomenout, že inkuze platí za předpokladu Hypotézy 1. Některé pasáže výkladu Sekce 1.8 týkající se vztahu Laurentových matic a operátorů násobení funkcí by bylo vhodné přepracovat.

I přes uvedené výtky, které jsou spíše formálního charakteru, považuji práci za velmi zdařilou s kvalitním obsahem a novými výsledky. Chtěl bych vyzdvihnout píli autora, jeho aktivní přístup a zájem o studovanou problematiku, který projevoval během celého roku. Proto *doporučuji bakalářskou práci pana Tomáše Hrdiny k obhajobě a navrhuji ji hodnotit známkou A (výborně)*.

V Praze 25. 7. 2022

Ing. František Štampach, Ph.D.