



Posudek školitele na bakalářskou práci

studenta MI-MM Dominika Žurka

"Dynamika šíření signálu v excitovatelném prostředí"

Předkládaná práce vznikla v rámci vývoje matematických modelů v biomedicínské oblasti dané spoluprací s Institutem klinické a experimentální medicíny v Praze a INRIA v Paříži. Cílem práce bylo seznámit se se současnými poznatky a trendy v elektrokardiologii vedoucími k využití reakčně-difuzních rovnic popisujících vznik a šíření elektrických signálů v prostředí srdečního svalu a osvojit si základní matematické postupy pro analýzu a numerické řešení takových matematických modelů.

První část práce je věnována shrnutí vybraných poznatků o mikroskopické stavbě a funkci myokardu, vzniku a šíření elektrického signálu a jeho poruch. V další části autor uvádí podrobnosti o současné hierarchii matematických modelů v elektrofyzilogii formulovaných na základě zákonů zachování a doplněných o konstitutivní vztahy. Zjednodušený popis vyústí do formulace počáteční úlohy pro soustavu obyčejných reakčních rovnic FitzHugh - Nagumova typu popisující excitaci prostředí a pro příslušnou reakčně-difuzní soustavu popisující excitaci a šíření signálu v prostředí myokardu. Autor rovněž komentuje model dvou oblastí a difuzi na varietách, které jsou v současné době předmětem dalšího vývoje a zkoumání odbornou veřejností.

Třetí část se zabývá matematickými metodami pro studium difuzních a reakčně-difuzních rovnic. Popisuje metody, mezi něž patří existence řešení, jednoznačnost, možnosti analytického řešení, princip maxima a invariantní regiony. Kapitola zahrnuje formulaci slabého řešení a postup vedoucí k důkazu jeho existence a jednoznačnosti. Autor též formuluje transportní úlohu na křivkách a připravuje se tak na řešení úloh excitovatelného prostředí na varietách.

Další část práce je věnována numerickému řešení zkoumaných modelů pomocí přímočaré časové diskretizace Eulerovým schématem. Autor se seznámil s použitím této jednoduché metody, vyjasnil možnosti měření chyb aproximace a intenzivně je využil pro studii chování řešení rovnice lineární difuze. Tyto metody použil při osvojení vlastností rovnice Allenovy - Cahnovy, kterou lze chápat jako prototyp difuzní rovnice s kubickou nelinearitou. Na základě těchto zkušeností se autor podrobně venoval FitzHugh-Nagumovu systému se soustředěnými a distribuovanými parametry v 1 dimenzi v závislosti na vybraných parametrech biofyzikálních a numerických. Podařilo se mu reprodukovat typické chování modelu včetně šířícího se pulzu.

Na daném tématice pracoval student do značné míry samostatně, aktivně využil doporučené literatury, dalších informačních zdrojů a vlastních zkušeností získaných v průběhu studia. Kromě pečlivě sestaveného úvodu do problematiky v práci dosáhl zajímavých a hodnotných vlastních výsledků v přehledné parametrické studii chování řešení FitzHugh-Nagumova systému.

Do diskuse v rámci obhajoby předkládám následující otázku:

Komentujte chování řešení úloh dle Nastavení výpočtů 3 a 4 na str. 58 a 61, pokud se změní velikost numerické sítě.

Práce je psána v českém jazyce s použitím vhodné terminologie. Práci považuji za cenný příspěvek ke znalostem dané problematiky. Navrhuji proto známku A (výborně).

Michal Beneš
(katedra matematiky)

V Praze dne 11. srpna 2022