Posudek oponenta bakalářské práce Barbory Bumbálkové *Optimalita včelích pláství a související problémy*

Bakalářská práce je motivována pravidelnými strukturami, které můžeme pozorovat v přírodě. Největší pozornost autorka věnovala struktuře včelích pláství, která je tvořena pravidelnými šestiúhelníky. Optimalita v tomto případě znamená, jak co nejefektivněji využít daný prostor rozdělením na menší segmenty. První část problému je vyplnění roviny beze zbytku pomocí rovinných útvarů, což vede na matematický problém dláždění v rovině. Druhá část se týká výběru takových rovinných útvarů k dláždění, aby vzhledem ke svému obvodu měly co největší možný obsah. Odpověď poskytuje isoperimetrická nerovnost. Struktura včelích pláství vzbuzuje zájem hned v několika oborech a cílem této práce bylo zprostředkovat matematický vhled do této problematiky.

První kapitola je motivační a obsahuje několik příkladů struktur tvořených pravidelnými šestiúhelníky, které lze pozorovat v přírodě. Autorka zde téma představuje v širším kontextu.

Druhá kapitola začíná vzorci pro výpočet obsahu obecného čtyřúhelníku a n-úhelníku, které jsou doplněny důkazy. V důkazu vzorce pro výpočet obsahu obecného n-úhelníku by bylo vhodné podrobněji popsat způsob očíslování vrcholů, což by přidalo na srozumitelnosti důkazu. Následuje důkaz vzorce obsahu rovinného útvaru, jehož hranice je tvořena uzavřenou křivku. Bohužel v důkazu jsou jisté nedostatky, a to především v limitním přechodu, který je finálním krokem důkazu a není nijak komentován. Avšak hlavní částí této kapitoly je diskrétní isoperimetrická nerovnost, kterou autorka uvádí s kompletním důkazem pro trojúhelníky a čtyřúhelníky, a dokonce částečným důkazem pro n-úhelníky. V závěru kapitoly je také zmíněna a komentována isoperimetrická vlastnost kruhu.

Třetí kapitola se zabývá dlážděním v rovině a je zde ukázáno, že rovina lze pokrýt stejnými pravidelnými n-úhelníky pouze v případě trojúhelníků, čtyřúhelníků a šestiúhelníků. Kapitola končí matematicky rigorózním vysvětlením optimality včelích pláství na základě článku: T. C. Hales, *The Honeycomb Conjecture*. Disc. Comput. Geom. 25, 2001.

Čtvrtá kapitola obsahuje výsledky ze spektrální geometrie, a to konkrétně Faber-Krahnovu nerovnost, dokonce i její diskrétní verzi. Obě verze jsou doplněny důkazem. Nakonec autorka zmiňuje i mnohem obecnější výsledky pro Robinovy okrajové podmínky.

Z práce je zřejmé, že se autorka snažila získat komplexní náhled na celou problematiku, čemuž musela věnovat nemalé úsilí. Navíc se musela seznámit s tématy a technikami nad rámec předmětů nabízených v bakalářském programu. Práce shrnuje známé geometrické a spektrálně geometrické výsledky a velmi srozumitelně je využívá k osvětlení optimality včelích pláství. Bakalářskou práci navrhuji hodnotit známkou **A (výborně)**.

V Praze, 12. srpna 2022 Ing. Romana Kvasničková