

Posudek školitele bakalářské práce Jiřího Koláře
Kvantové systémy se smíšenou dimenzionalitou

Matěj Tušek, 29. července 2022

Hlavním cílem bakalářské práce bylo detailně zrekonstruovat výsledky pro tzv. kvantovou anténu obdržené v [1] a pokusit se je nějakým způsobem zobecnit. Kvantovou anténou míníme provázaný systém polopřímky a roviny, na kterém "žije" např. elektron. Matematicky se jedná o problém zavedení samosdruženého laplaciánu na jmenovaném provázaném systému. Je známo, že existuje reálně čtyřparametrická množina realizací tohoto operátoru.

Práce sestává ze dvou kapitol. První obsahuje základní definice a několik výsledků z teorie neomezených lineárních operátorů. Podsekcce 1.2 a 1.3 mohly být detailněji zpracovány, ale jinak považuji tuto krátkou kapitolu za dobře sepsanou a logicky uspořádanou. Druhá kapitola obsahuje analýzu dílčích podsystémů, tj. kvantové částice na polopřímce a kvantové částice s bodovou interakcí v rovině, a je završena konstrukcí samosdružených realizací pro provázaný systém v duchu článku [1]. Přínosem autora je reformulace popisu příslušných definičních oborů v termínech "hraničních trojic" (boundary triplets). Tyto techniky vedou k přímému a jednotnému popisu všech samosdružených realizací. Poznamenejme, že v době pulikace [1] však ještě nebyly rozvinuty.

Vzhledem ke stutečnosti, že rozsah práce je spíše menší (24 stran) a že student měl nakonec v podstatě sepsat kalkulace získané během našich společných konzultací, bych očekával vyšší kvalitu prezentace druhé kapitoly. Výrazný výskyt překlepů (nejhůře je na tom v tomto ohledu sekce 2.3.1), který se nevyhýbá ani notaci, komplikuje čtení textu. Některé úvahy nejsou ani plně dotaženy-viz. dotazy níže. Další drobnější výtky se týkají toho, že autor nezřídka používá věty bez přísudku, a faktu, že abstrakt obsahuje větu "Účelem je přiřadit fyzikální interpretaci vlastním číslům.", což je v práci absolutně nediskutovaný problém.

Na druhou stranu musím zdůraznit, že z matematického pohledu se jednalo o poměrně obtížné zadání a student bezesporu prokázal, že si alespoň část pojmů a technik dobře osvojil. Proto navrhuji bakalářskou práci hodnotit známkou **C (dobře)**.

Reference

- [1] P. Exner, P. Šeba, Quantum motion on a half-line connected to a plane, *J. Math. Phys.* **28** (1987).

Dotazy k obhajobě

1. V diskuzi spektra na str. 14 se řeší i zvláštní případ, kdy $k = -\alpha$ pro $\alpha < 0$. Víme, že v této situaci má laplacián na polopřímce vlastní hodnotu, tj. prvek bodového spektra. Jak se to odráží na uvažovaném řešení ψ ?
2. V sekci 2.3.1 vidím ověřenou jen jednu, byť nejzásadnější, podmínku pro hraniční trojici. Jak by se ověřily ty zbývající?

V Praze dne 29.7. 2022

Ing. Matěj Tušek, Ph.D.