

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**  
**FAKULTA STROJNÍ**  
**ÚSTAV AUTOMOBILŮ, SPALOVACÍCH MOTORŮ A KOLEJOVÝCH**  
**VOZIDEL**



**Návrh kloubových hřídelí pro pohon vozu Formula Student**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**2021**

**Peter PRAŽENICA**

**Studijní program:** Teoretický základ strojního inženýrství

**Studijní obor:** studijní program je bezoborový

**Vedoucí práce:** Ing. Jiří Pakosta, Ph.D.

## Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že bakalársku prácu s názvom: „Návrh kloubových hřidelí pro pohon vozu Formula Student“ som vypracoval samostatne a s použitím podkladov uvedených v zozname použitej literatúry pod vedením Ing. Jiřího Pakostu, Ph.D.

V Prahe .....

.....

Peter Praženica

## PodĎakovanie

Týmto by som chcel poĎakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce Ing. Jiřímu Pakostovi, Ph.D. za odborné vedenie bakalárskej práce, konzultácie a užitočné rady.

Taktiež by som sa chcel touto cestou poĎakovať mojej rodine za ich podporu a trpezlivosť počas celej doby môjho štúdia.

Moja vĎaka patrí tiež súčasným aj bývalým členom tímu CTU Cartech za ich pomoc, rady a konzultácie.

## Anotačný list

Meno autora:	Peter Praženica
Názov BP:	Návrh hnacího hřídele a homokinetického kloubu pro vůz Formule Student
Anglický názov BP:	Design of Drive Shaft for Formula Student
Rok:	2021
Študijný program:	B2342 Teoretický základ strojního inženýrství
Ústav:	12120 - Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel
Vedúci BP:	Ing. Jiří Pakosta, Ph.D.
Bibliografické údaje:	počet strán 62 počet obrázkov 51 počet tabuliek 5
Klíčové slová:	hnací hřídel, hnací hriadeľ, homokinetický kloub, homokinetický klb, kloubový hřídel, klbový hriadeľ, Výpočet metódou konečných prvkov, metoda konečných prvků, příprava na tenzometrické meranie, tenzometrické měření Formula Student
Keywords:	drive shaft, constant velocity joint, constant velocity drive shaft, finite element method, tensiometer measurement
Anotácia:	Témou bakalárskej práce je návrh klbového hriadeľa pre závodný voz Formula Student. Práca sa zaoberá rešeršou používaných klbových hriadeľov na osobných a závodných automobiloch. Ďalej sa práca zaoberá novými návrhmi klbových hriadeľov, zameranými na zníženie hmotnosti a momentu zotrvačnosti. Práca obsahuje analytické výpočty a simulácie metódou konečných prvkov potrebné k návrhu. Pre overenie správnosti výpočtov, sa práca v poslednej časti zaoberá tenzometrickým meraním, na pôvodných klbových hriadeľoch.
Abstract:	This thesis focuses on design of new drive shafts used for Formula student vehicle. Thesis start with overview of drive shafts used in regular and racing cars. Next the Thesis deals with new design for drive shafts, oriented on reducing the weight and moment of inertia. Needed dimensions were calculated analytically and by using the simulations of finite elements. For validation of my calculations, the last part is dedicated to preparation of tensiometer measurement.

## Obsah

Úvod .....	1
1. Použití kloubů a kloubových hřídelů v dopravní technice.....	2
1.1 Podélné hnací hřídele .....	2
1.2 Příčné hnací hřídele .....	3
1.3 Požadavky na hnací hřídele .....	5
2.1 Konštrukcia kĺbových hriadeľov .....	9
2. Rešerše hnacích hriadeľov .....	13
2.1. Rešerš hnacích hriadeľov pre bežné automobily .....	13
2.2. Rešerš hnacích hriadeľov pre závodné automobily .....	14
2.3. Rešerš hnacích hriadeľí používaných na monopostoch Formula Student .....	14
3. Rešerš homokinetických kĺbov .....	15
3.1. Tracta homokinetický kĺb .....	15
3.2. Rzeppa homokinetický kĺb.....	16
3.3. Homokinetický kĺb Tripod.....	16
3.4. Weissov homokinetický kĺb .....	17
3.5. Zdvojený Hookov kĺb .....	18
3.6. Thomsonova spojka.....	19
4. Hnací hriadeľ a homokinetický kĺb používaný na voze FS.12 .....	20
5. Návrh nového hnacieho hriadeľa a homokinetického kĺbu pre voz FS.13 .....	22
5.1 Výpočtová časť .....	22
5.1.1 Maximálny krútiaci moment na jednej hnacej hriadeľi.....	22
5.1.2 Maximálny krútiaci moment prenesený pneumatikou .....	23
5.1.3 Rozhodnutie o maximálnom momente na hnacej hriadeľi použitého vo výpočtoch .....	23
5.1.4 Určenie maximálnych otáčok hnacích hriadeľov .....	24
5.1.5 Určenie počtu cyklov hnacej hriadele za jednu závodnú sezónu .....	24
5.2 Voľba materiálu .....	25
5.3.1 Návrh č.1.....	25
5.3.2 Návrh č.2.....	26
5.3.3 Návrh č.3.....	26
5.3.3 Návrh č.4.....	32
5.3.5 Návrh č.5.....	33
5.4. Výber návrhu .....	34
6. Simulácie MKP .....	35
6.1. Simulácie MKP pre návrh č.3.....	35

6.1.1 Simulácia karbónovej trubky .....	35
6.1.2. Simulácia zostavy karbónovej trubky a titánových koncoviek .....	37
6.2. Simulácie MKP pre návrh č.4.....	40
6.3. Simulácie MKP pre návrh č.5.....	40
7. Príprava na tenzometrické meranie .....	43
7.1 Úvod k tenzometrii.....	43
7.2 Odporové elektrické tenzometre .....	43
7.3 Princíp merania kovovým tenzometrom.....	45
7.4 Zapojenie tenzometrov .....	46
7.5 Inštalácia tenzometrov .....	49
7.5.1 Lepenie pájkovacích kontaktov .....	50
7.6. Meracia ústredňa .....	51
7.7. Meracia základňa.....	52
7.8. Zhrnutie prípravy na tenzometrické meranie .....	52
8. Porovnanie návrhu s doteraz používaným riešením .....	53
Záver .....	54
Použitá literatúra.....	55

## Úvod

Formula Student (též Formula SAE) je konstrukční soutěž pro studenty inženýrských škol. Vznikla v USA v roce 1981. Od roku 1998 existuje její evropská odnož, Formula Student. Obě soutěže mají stejný cíl a prakticky stejná pravidla. Každý rok se v rámci Formula Student/SAE pořádá 12 jednotlivých soutěží po celém světě. V současné době v seriálu Formula Student/SAE soutěží více než 500 univerzitních týmů z celého světa.

Formula Student/SAE je konstrukční úkol, který by mohla položit jakákoliv automobilová výrobní firma. Zadáno je fiktivní výběrové řízení na vývoj vozu formulového typu. Zákazník, pro kterého je vůz určen, je víkendový neprofesionální závodník holdující autokrosu nebo sprintu. Vůz proto musí disponovat velkým výkonem ve smyslu co nejlepší akcelerace, brzdění a ovladatelnosti. Musí být levný, spolehlivý, údržba musí být snadná a musí být konkurenceschopný. Vůz by tedy měl být také esteticky na úrovni, pohodlný a využívat co nejvíce běžně dostupných součástí. Produkční plán je 1000 vozů za rok. Týmy pak mají za úkol vyvinutý vůz demonstrovat jedním prototypem.

Úkol zní: Navrhnout vůz, který co nejlépe splňuje uvedené požadavky. Na konci bude vůz porovnán s návrhy konkurence. A pouze nejlepší návrh se dočká "výroby".[1]

Tým CTU Cartech vznikol v roku 2007 na ČVUT Fakultě strojní, keď sa zrodil nápad zúčastniť sa týchto prestížnych celosvetovo organizovaných pretekov. Prvý monopost uzrel svetlo sveta v roku 2009 s názvom FS.01. Od tej doby každý rok prišiel na svet jeden nový závodný monopost. V roku 2019 CTU Cartech vyhral prvýkrát post šampióna na závodoch Formula Student Czech Republic so závodným monopostom FS.11.

S tímom CTU Cartech som sa zoznámil ešte pred nástupom na ČVUT. Tento projekt ma veľmi zaujal a bol jedným z dôvodov nástupu práve na ČVUT. V prvom ročníku som vstúpil do tímu a začal sa zaujímať o skupinu Drivetrain, tj. prenos sily z motora až na kolesá. V treťom ročníku nastal moment výberu bakalárskej práce a tak som si vybral návrh hnacieho hriadeľa z dôvodu úspory hmotnosti v tomto prípade významnom, pretože ide z časti o neodpruženú a zotrvačnú hmotu ktorá pôsobí na motor a celkovo celý monopost pri akcelerácií a brzdení. Druhý dôvod bola možnosť zvýšenia objemu motora z 600ccm na 700ccm a tým pádom aj zvýšenie krútiaceho momentu o približne 10Nm.



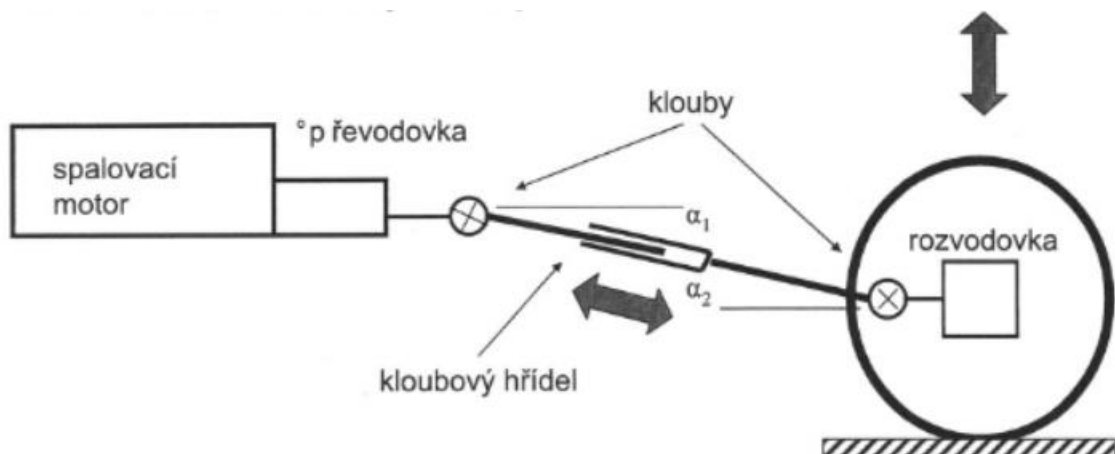
Obrázok č. 1: Logo CTU Cartech [2]

# 1. Použití kloubů a kloubových hřídelů v dopravní technice

Klouby nacházejí uplatnění v případě požadavku na přenos mechanické energie rotačního pohybu mezi zařízeními, jejichž hřídele jsou v takové poloze, že vzájemné spojení je obtížně realizovatelné některým z převodů, nebo – což je nejtypičtější případ – mění za provozu svoji polohu. Vzájemná změna polohy je častá právě u dopravních prostředků, u kterých je zdroj energie (spalovací motor, elektromotor popř. další) pro standardní uspořádání pohonných řetězců součástí odpružené hmoty vozidla, zatímco hnací kola vozidla – na které je mechanická energie přenášena – jsou součástí nápravy – tedy neodpružené hmoty. Důsledkem je během jízdy neustálá změna úhlu zalomení hřídele popř. hřídelů, kterými jsou jednotlivé části navzájem propojeny. V některých případech je možné pro tyto účely použít pružné nebo zubové spojky avšak ve většině aplikací je z důvodu, které si dále objasníme, nutné použít kloubových hřídelů sestavených z různých typů kloubů. [3]

## 1.1 Podélné hnací hřídele

V konstrukci dopravních prostředků se lze setkat s různým uspořádáním pohonného ústrojí vozidla. V minulosti bylo možné považovat za nejbežnější umístění motoru vpředu podélně a pohon zadních kol. Dnes je toto řešení používáno převážně u nákladních nebo terénních automobilů a některými výrobci osobních automobilů. Příklad takového uspořádání zobrazuje Obrázek č. 2. Kloubový hřídel zde zajišťuje v podélné ose vozidla spojení mezi převodovkou a rozvodovkou. Sklonění hřídele je charakterizováno úhly zalomení  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$ . Pokud není rozvodovka upevněna přímo k rámu, ale tvoří součást nápravy, musí kloubový hřídel zároveň umožňovat změnu jeho délky.



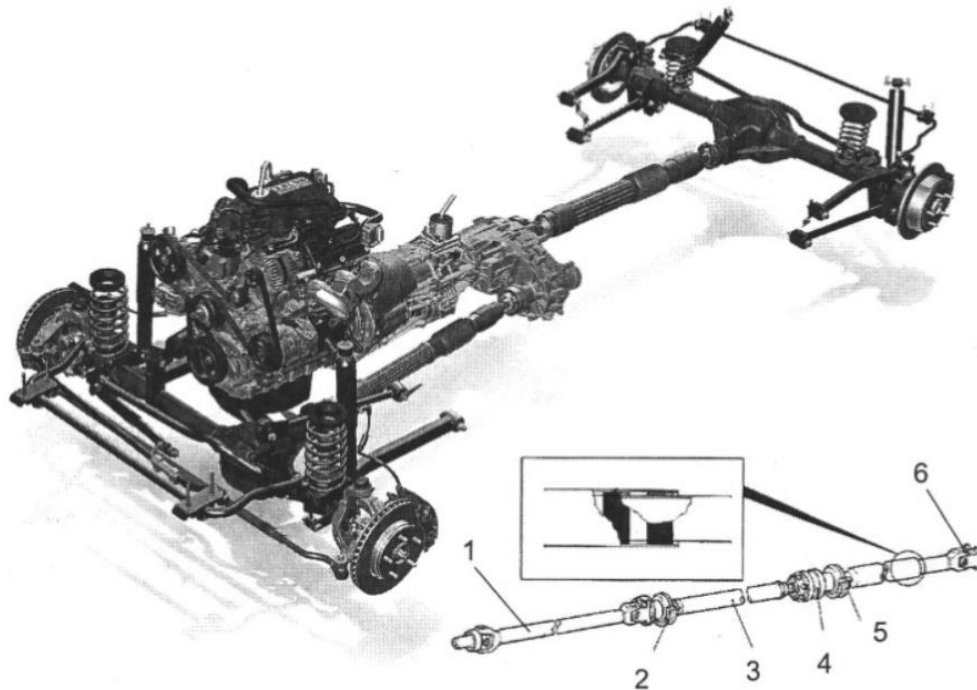
Obrázek č. 2: Uspořádání pohonného ústrojí vozidla s podélným hnacím hřídelem [3]

V tomto případě hovoříme o tzv. podélných hnacích hřídelích. Příklad konstrukčního provedení ukazuje Obrázek č. 3. V jeho horní části je zobrazeno uspořádání pohonného řetězce vozidla 4 x 4. Obě hnací nápravy jsou v uváděném příkladu tuhé a není tedy nutné použít kloubové hřídele mezi rozvodovku a kola zadní nápravy. Přední náprava je vybavena klouby na hnacích hřídelích pouze ze strany kola, aby bylo umožněno rejdivání. Z rozdělovací převodovky vedou k nápravovým rozvodovkám podélné kloubové hřídele. Ve spodní části obrázku je příklad



konstrukčního řešení takového hnacího hřídele. Jeho základ obvykle tvoří trubka, na jejíž oba konce jsou připevněny unášeče kloubů. Požadavek na změnu délky hřídele při svislých pohybech nápravy je zajištěn drážkováním, nebo použitím stejnoběžných kloubů s axiálním posuvem.

Podélné hnací hřídele jsou nejtýpovějším zástupcem, kde jsou dodnes s výhodou používány křížové klouby. U podélných hřídelů je možné zajistit stejné úhly zlomu  $\alpha_1 = \alpha_2$ . [3]

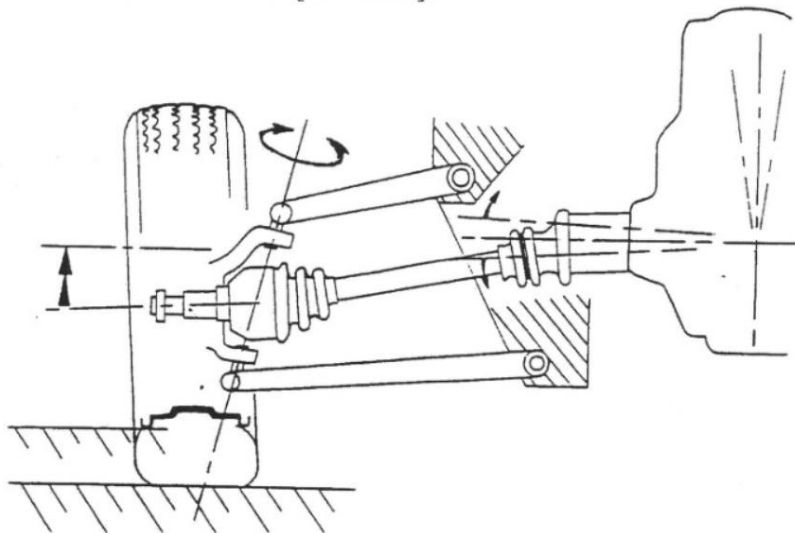


Obrázek č. 3: Uspořádání pohonného řetězce s podélnými hnacími hřídeli, příklad konstrukčního řešení [3]

**Legenda:** 1 – Hřídel s křížovými klouby, 2 – Ložisko, 3 – Střední hřídel, 4 – Kloub Lobro, 5 – Ložisko, 6 – Křížový kloub

## 1.2 Příčné hnací hřídele

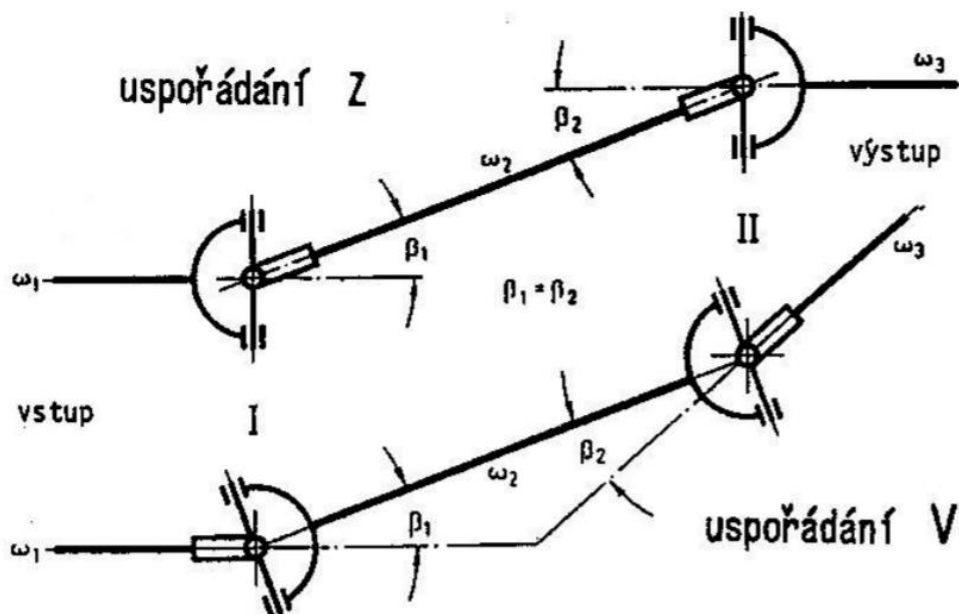
Dnes je možné považovat, za nejběžnější provedení pohonného řetězce u osobních automobilů, uspořádání motor vpředu napříč před nebo nad přední nápravou a pohon předních kol. Hnací hřídele, které přenáší moment z diferenciálu na kola, tak musí nejenom vyrovnávat rozdíly délek při pružení, ale zajistit i řiditelnost předních kol. Tuto situaci znázorňuje Obrázek č. 4. Vnitřní kloub (u převodovky) musí umožňovat axiální posuv až do hodnoty přibližně 50 mm s úhlem zalomení maximálně do 25 stupňů. Kloub na straně kola (vnější) je, z důvodu dosažení co nejmenšího poloměru otáčení, charakteristický vysokou hodnotou možného úhlu zalomení a to až 52 stupňů.



Obrázok č. 4: Uspořádání pohonného ústrojí vozidla s příčným hnacím hřídelem [3]

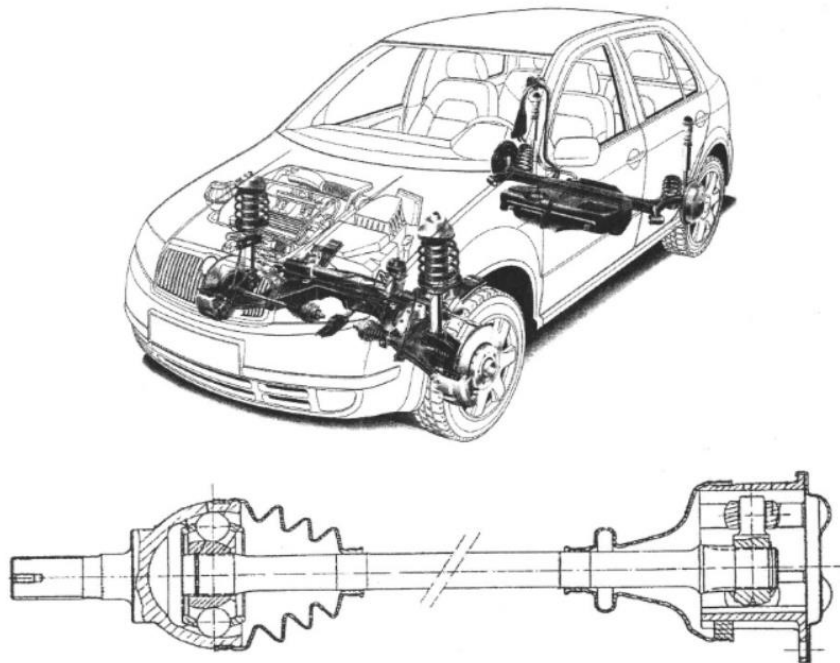
Jak si vysvětlíme v kapitole 1.3 požadavky úhlu zlomu, které vyplývají z příčného uložení hnacího agregátu, nejsme schopni pokrýt „klasickým“ hřídelem s křížovými klouby tak aby si vozidlo zachovalo funkčnost a jízdní pohodlí. Byla to právě příčná zástavba agregátu, jež vyprovokovala zejména ve 20. letech minulého století vlnu patentů a nových konstrukcí stejnoběžných kloubů, tedy kloubů, jež při rozdílném úhlu zlomu jsou schopni dosáhnout stejných otáček na výstupním jako na vstupním hřídeli. [3]

Nerovnoměrnost křížového kloubu roste progresivně s růstem úhlu  $\beta$ . K tomu aby se nerovnoměrnost otáčení odstranila, konstruují se tři hřídele s dvěma křížovými klouby do tvaru písmene „Z“ nebo „V“ podle obrázku č. .... [28]



Obrázok č. 5: Znárodnenie usporiadania do Z a do V [28]

Příklad uspořádání vozidla s motorem umístěným vpředu a pohonem předních kol je na následujícím obrázku (obrázek č. 6). V jeho spodní části je příklad častého konstrukčního řešení příčného hnacího hřídele pro dané uspořádání pohonného řetězce. Na straně převodovky (na obrázku pravý kloub) je použit kloub Tripod, který umožňuje axiální posuv. Na straně kola je kloub Rzeppa. [3]



Obrázok č. 6: Příklad konstrukčního provedení příčné hnací hřídele [3]

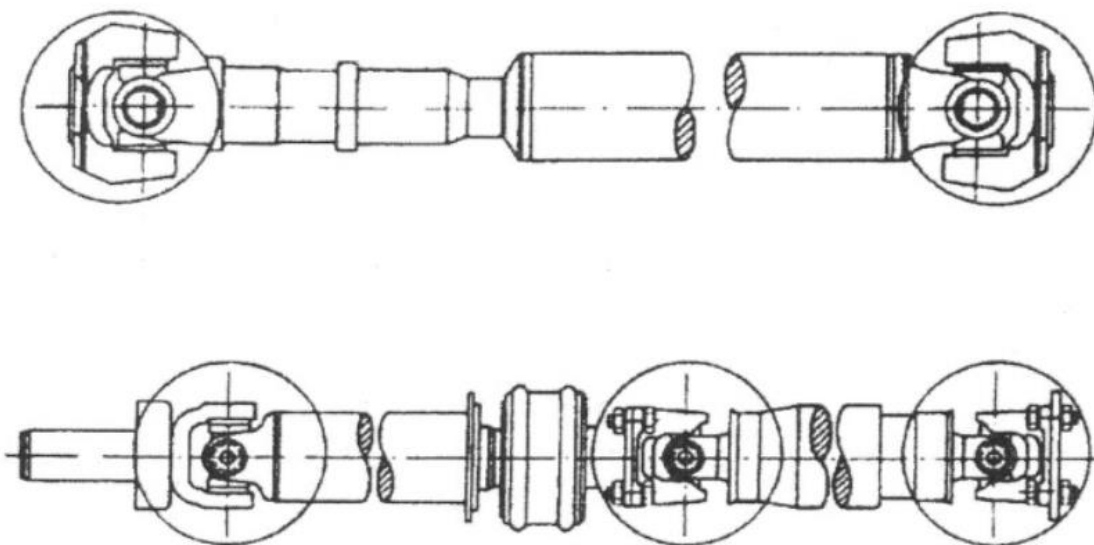
### 1.3 Požadavky na hnací hřídele

Na základě okolností uvedených v předchozích kapitolách, které vyplývají z konstrukce jednotlivých typů pohonných řetězců, je možné definovat obecné požadavky na konstrukci podélných a příčných hnacích hřídelů:

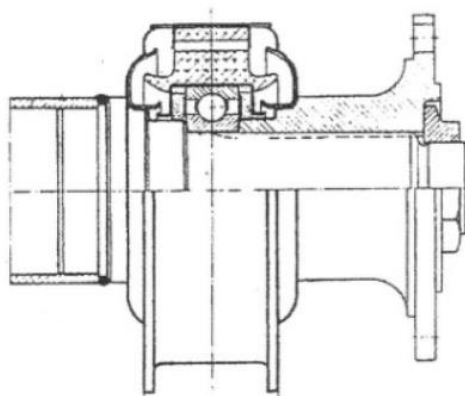
- Hnací hřídele musí zajistit přenos relevantních sil a to při zachování stejných otáček vstupní a výstupní části a vyrovnávání rozdílné potřebné délky hřídele vznikající při prohuzení vozidla.
- V případě říditelné nápravy je nutné zajistit dostatečný úhel natočení kol – použít kloub s velkým možným úhlem zalomení.

Z těchto požadavků vyplývají zásady, které je nutno vzít v úvahu při vlastní konstrukci.

Chování podélných hřídelů je ovlivněno použitým materiálem a konstrukčním řešením. Délka hnacího hřídele může být omezena výskytem ohybových kmitů. Pokud je pro danou aplikaci nezbytné použít dlouhý hřídel, lze pro zvýšení kritických otáček provést jeho rozdělení a použít vložené ložisko. Příklad jednoho z možných řešení středového ložiska je na následujícím obrázku (Obrázek č. 8). Pro výše uvedenou okolnost je také nutné dbát na pečlivé vyvážení a správnost sestavení celku.

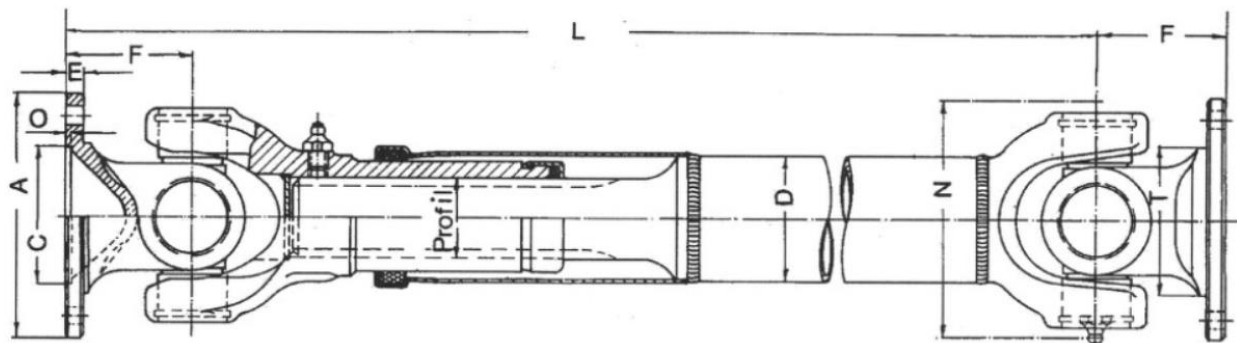


Obrázok č. 7: Možná konstrukce „dlouhého“ hřídele [3]



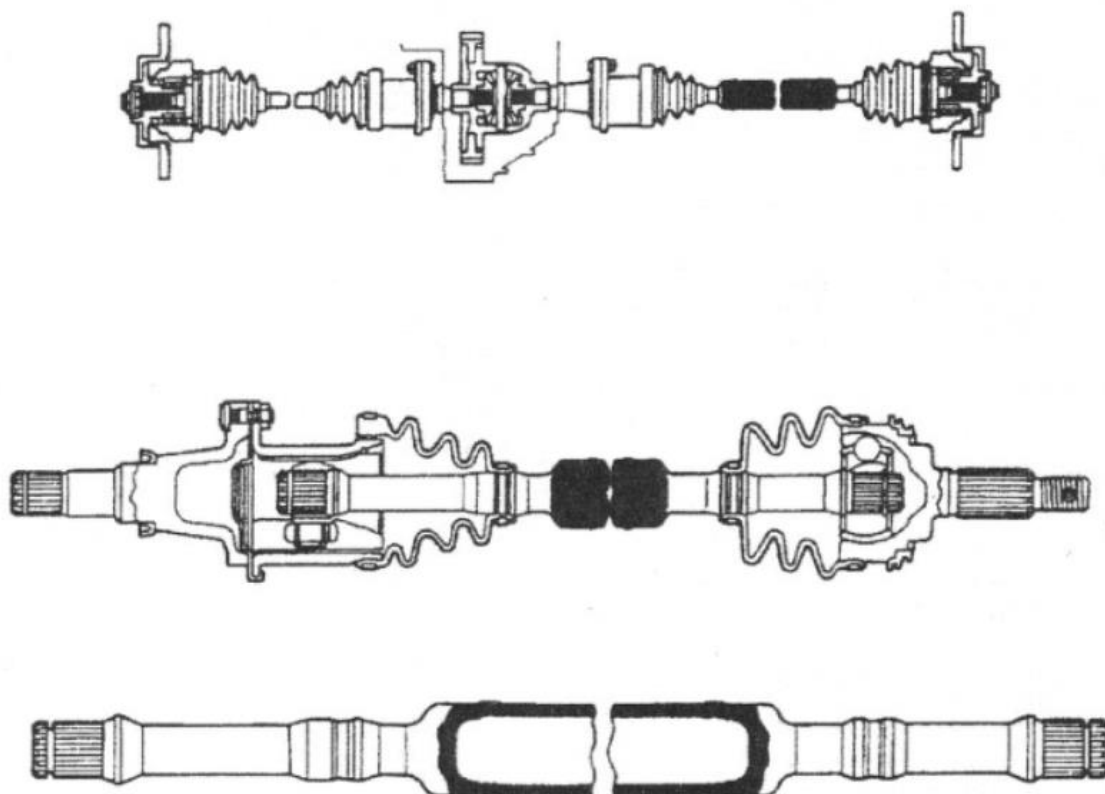
Obrázok č. 8: Středové ložisko [3]

Pro zajištění změny délky hřídele se u podélných hnacích hřídelů používají buď stejnoběžné klouby s možností axiálního posuvu (zpravidla řešení u osobních automobilů), nebo drážkové spojení mezi trubkami příslušejícím jednotlivým křížovým kloubům (často u terénních vozidel a díky větší momentové kapacitě než nabízejí stejnoběžné klouby, jsou k nalezení prakticky u všech nákladních vozidel a autobusů) – viz obrázek č. 9. Křížové kloubové hřídele nejsou zdaleka doménou pouze motorových vozidel, ale najdeme je i v aplikacích kolejových vozidel, včetně například pohonné jednotky vozidel TGV.



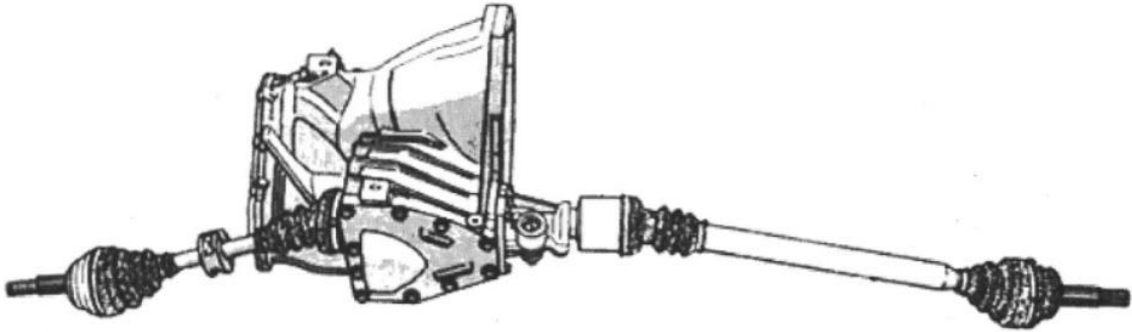
Obrázok č. 9: Hřídel s křížovými kluby a délkovým posuvem [3]

Technické řešení příčných hnacích hřídelů je problematičtější. To je dáno zejména požadavkem na zajištění říditelnosti předních kol. V základním uspořádání vychází při návrhu nesejde délky hřídelů. V případě předního pohonu se jejich rozdílná délka, ovlivňující ve skutečnosti tuhost hřídelů, může projevit na zhoršení jízdních vlastností vozidla. Bez konstrukčního zásahu, by se vozidlo díky rozdílným tuhostem hřídelů začalo chovat nepředvídatelně zejména v průběhu zrychlování. Zlepšení je možné dosáhnout použitím tlumiče kmitů, který je pružně upevněn na delším z dvojice hnacích hřídelů. Jiné řešení je naznačeno na následujícím obrázku. Delší z hřídelů je vyroben z trubky, kratší pak z plné tyče. Toto opatření zajistí stejné dynamické chování pro oba hřídele.



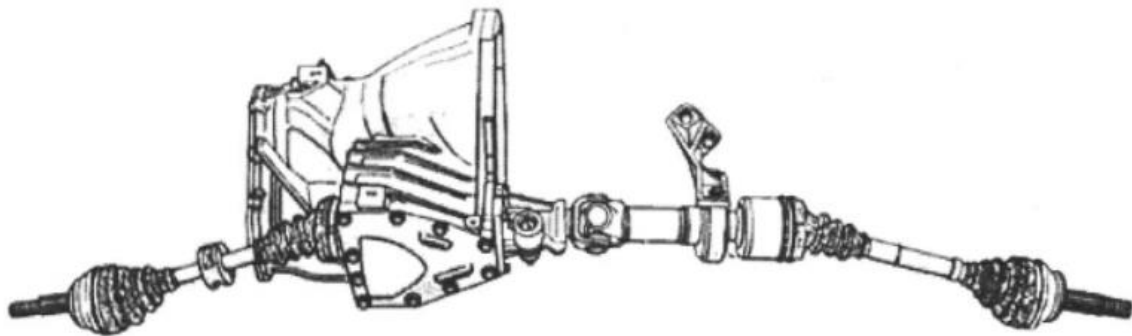
Obrázok č. 10: Použití dutého hnacího hřídele [3]

Není možné opomenout další nepříjemnou okolnost vyplývající z konstrukčního řešení, které využívá příčné hnací hřídele o nestejně délce. Jak je zřejmé z obrázku č. 11, v případě nestejně délky hřídelů, je zároveň rozdílný jejich úhel zalomení, tedy je i rozdílný reakční moment na čepech řízení v obou kolech. Díky rozdílným úhlům zalomení tedy může v některých režimech jízdy docházet ke směrové nestabilitě vozidla.



Obrázok č. 11: Rozdílné úhly zalomení při nestejně délce hnacích hřídelů [3]

Takovému chování lze zamezit použitím hřídelů se stejnou délkou a vloženým hřídelem. Pro správnou funkci musí být vložený hřídel navržen s co nejvyšší torzní tuhostí.



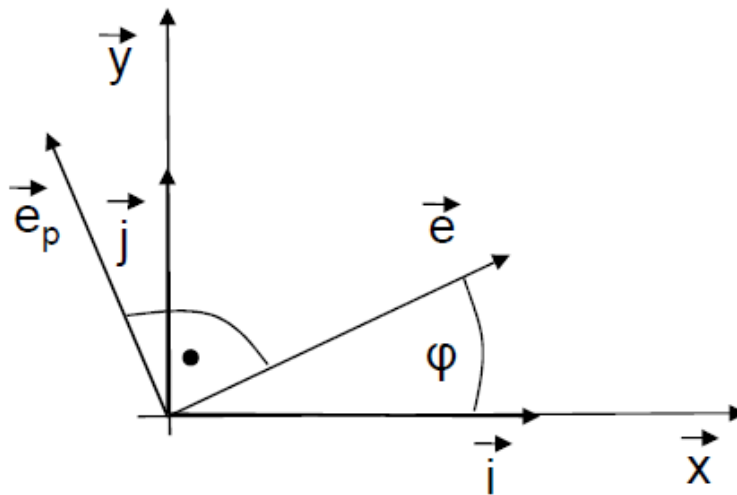
Obrázok č. 12: Stejně délky hnacích hřídelí – vložený hřídel [3]

Z hlediska údržby není potřeba kloubovým hřídelům věnovat přílišnou pozornost. Klouby mají trvalou mazací náplň, jsou chráněny pryžovými manžetami. Při servisních kontrolách je potřeba kontrolovat neporušenost manžet a případně vůli. [3]

## 2.1 Konštrukcia kĺbových hriadeľov

Konštrukcia priečných hnacích hriadeľov pre neriadenú nápravu nie je tak komplikovaná ako pre nápravu riadenú. Pri konštrukcii pre riadenú nápravu hriadele musia nielen kompenzovať zmenu dĺžok vplyvom pohybu zavesenia, ale musia umožniť rovnaký pohyb aj pri natočení kolies. Kĺb u kola musí byť schopný ohybu o pomerne veľký uhol 40 až 50°. Na takto veľký uhol sa dostaneme napríklad za pomoci homokinetického kĺbu Rzeppa. [16] [17]

**Kinematika kĺbového hriadeľa** je určená pohybom priamky v rovine. Pohyb priamky v rovine je určený polohou jedného bodu na priamke definujúcim jeho smer. Vid' obrázok č. 13.



Obrázok č. 13: Znáozornenie kinematiky kĺbového hriadeľa [3]

kde kinematické rovnice majú tento tvar:

$$\vec{e} = \cos\varphi \cdot \vec{i} + \sin\varphi \cdot \vec{j}$$

$$\vec{e}_p = -\sin\varphi \cdot \vec{i} + \cos\varphi \cdot \vec{j}$$

$\vec{i}; \vec{j}$  – jednotkové vektory

**Sférická trigonometria** je popísaná týmto spôsobom. Průsečíky tří různých hlavních kružnic na povrchu koule – body A, B, C vytyčují sférický trojúhelník. Pokud platí předpoklad, že poloměr koule=1, potom jsou strany trojúhelníka a, b, c přímo určeny velikostmi úhlů BSC, ASC, ASB. Vid' obrázok č. 14.

U sférického trojúhelníka se součet úhlů pohybuje od 180° do 540°. Sférický trojúhelník je určen třemi parametry. Na rozdíl od planimetrického to může být i třemi úhly. Pro určení zbývajících parametrů lze využít sinovou nebo kosinovou větu.

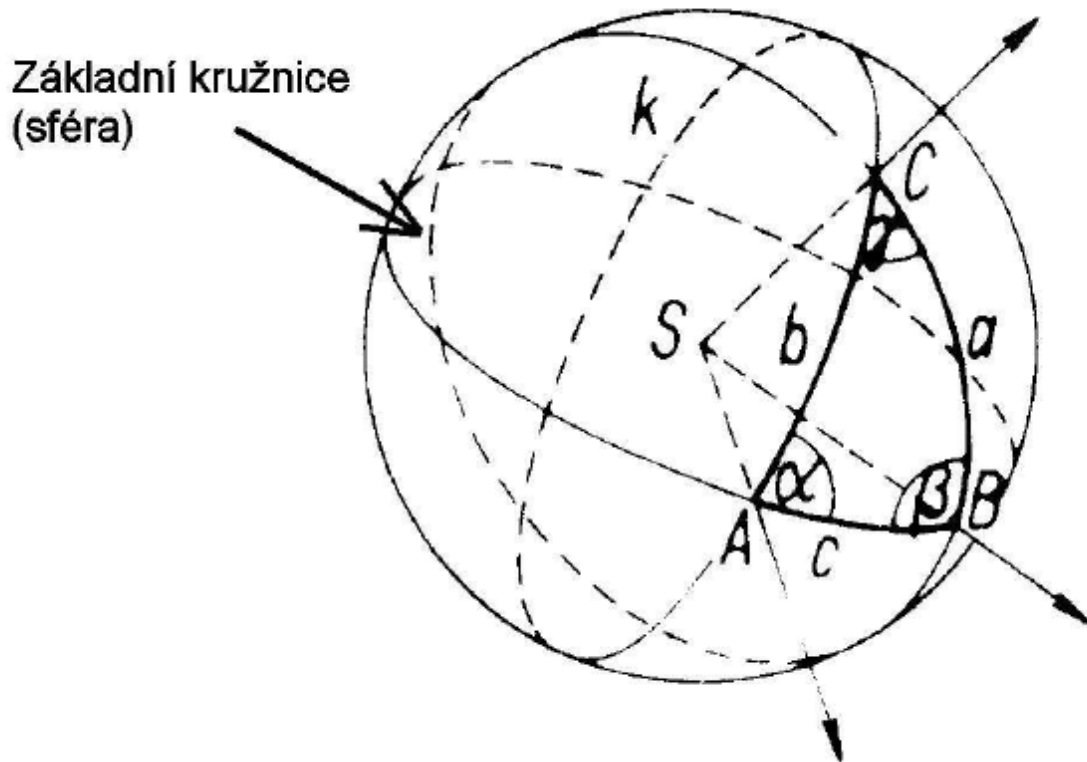


Sínová veta:  $\sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$

Kosínová veta:  $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha$

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos a$$

Prevod po prvého kvadrantu:  $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$  [3]



Obrázok č. 14: Priesečníky troch rôznych hlavných kružníc na povrchu gule [3]

### Kritická uhlová rýchlosť otáčenia (zamezení ohybovému kmitání)

U rotujících hřídelů nastává nebezpečí vibrací z důvodů nevyváženosti. Nevyvážená hmota má za následek působení přídavných odstředivých sil. U dlouhých hřídelů může dojít vlivem samotné tíhy hřídele k jeho prohnutí a tím k vyosení těžiště hřídele mimo osu rotace. Pokud se sejdou účinky působení odstředivé síly s vlastními kmity hřídele, dochází k rezonanci v kritických otáčkách. Pokud by se ohybová frekvence rotujícího dílu shodovala s budicí frekvencí, dojde k rezonanci a poškození hřídele.

Určení vlastní ohybové frekvence vychází z teorie pružnosti a pevnosti.

První vlastní uhlová rychlost:

$$\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{\rho \cdot S}}$$

kde  $l$  – délka hřídele,  $E$  – modul pružnosti,  $J$  – moment zotrvačnosti,  $\rho$  – hustota materiálu,  $S$  – průřez hřídele,  $J = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$ ,  $S = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$



Výsledný vzorec potom vyzerá takto:

$$\omega_{krit} = \frac{\pi^2}{4 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot (D^2 + d^2)}{\rho}} \quad [rad/s]$$

Po úprave môžeme dopočítať kritické otáčky:

$$n_{krit} = \frac{30 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{\sqrt{(D^2 + d^2)}}{l^2}$$

[18]

### **Pevnostná a tuhostná podmienka:**

Podľa pevnostnej podmienky nesmie najväčšie šmykové napätie prekročiť dovolené napätie v šmyku, t.j. musí platiť:

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_D$$

kde  $\tau_{max}$  – najväčšie dovolené napätie v šmyku,  $\tau_D$  – dovolené napätie v šmyku,  $M_k$ - veľkosť krútiaceho momentu,  $W_k$  – prierezový modul v krútení

Dovolené napätie v šmyku  $\tau_D$  určíme pre húževnatý materiál podľa vzorca:

$$\tau_D = \sigma_D \cdot 0,57$$

Dovolené napätie v šmyku  $\tau_D$  pre krehký materiál určíme podľa vzorca:

$$\tau = \frac{\sigma_D}{1+\mu} \leq \tau_D$$

kde  $\mu$  – Poissonovo číslo

Podľa tuhostnej podmienky nesmie skrut  $\vartheta$  prekročiť dovolenú hodnotu  $\vartheta_D$ , t.j. platí:

$$\vartheta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_k}{G \cdot J_p} \leq \vartheta_D$$

kde  $\vartheta$  – skrut,  $\vartheta_D$  – dovolená hodnota skrutu,  $\varphi$  – uhol skrútenia,  $l$  – dĺžka hriadele,  $M_k$ - veľkosť krútiaceho momentu,  $G$  – modul pružnosti v šmyku,  $J_p$  – polárny moment prierezu

### **Polomer plného a dutého kruhového hriadeľa:**

Polomer plného kruhového hriadeľa určíme zo vzorca:

$$r_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot W_k}{\pi}}$$

Polomer dutého kruhového hriadeľa určíme zo vzorca:

$$r_2 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot W_k}{\pi \cdot (1 - \beta^4)}}$$

Kde  $\beta$  – pomer vnútorného polomeru voči vonkajšiemu

**Spotreba materiálu** je úmerná ploche priečného prierezu.

V prípade plnej kruhovej hriadele určíme spotrebu materiálu zo vzorca:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}$$

V prípade dutej kruhovej hriadele určíme spotrebu materiálu zo vzorca:

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot (1 - \beta^2)$$

Spotreba rovnakého materiálu pri návrhu na rovnaký krútiaci moment je pri použití dutej hriadele oveľa menšia vďaka lepšiemu pevnostnému využitiu materiálu. Použitím dutej hriadele dokážeme ušetriť veľkú časť hmotnosti ak to zástavbový priestor dovoľuje. [18]

**Túto skutočnosť si môžeme ukázať na príklade:**

Majme zadaný prierezový model v krútení:  $W_k = 7,5 \cdot 10^{-6} m^3$  a konštantu  $\beta = 0,8$

Z čoho môžeme dopočítať polomer plnej hriadele  $r_1$  a polomer dutej hriadele  $r_2$ :

$$r_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot W_k}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 7,5}{\pi}} \cdot 10^{-2} = 1,68 \cdot 10^{-2} m \Rightarrow \text{volím } d_1 = 34 mm$$

$$r_2 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot W_k}{\pi \cdot (1 - \beta^4)}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 7,5}{\pi \cdot (1 - 0,8^4)}} \cdot 10^{-2} = 2,00 \cdot 10^{-2} m \Rightarrow \text{volím } d_2 = 40 mm$$

Z priemeru môžeme dopočítať spotrebu materiálu, vnútorný priemer  $d_{21}$  je  $(0,8 \cdot 40)$  **32mm**

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 34^2}{4} = 907,92 mm^2$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot (1 - \beta^2) = \frac{\pi \cdot 40^2}{4} \cdot (1 - 0,8^2) = 452,39 mm^2$$

Z výpočtu môžeme vidieť, že **trubka** väčšieho priemeru prenesie pri **polovičnej hmotnosti** rovnaký krútiaci moment ako plná tyč menšieho priemeru.

[19]

## 2. Rešerše hnacích hriadeľov

Hnací hriadeľ má za úlohu prenášať krútiaci moment medzi dvoma rotačnými súčiastkami a poskytnúť výhodný spoj pre homokinetické kĺby. Hnacie hriadele používané v dopravnej technike môžu byť priečne alebo pozdĺžne. Priečne sa najčastejšie využívajú na prenos krútiaceho momentu od výstupu diferenciálu k hnaným kolesám. Pozdĺžne sa najčastejšie používajú na prenos krútiaceho momentu od jednej nápravy na ďalšiu nápravu z dôvodu pohonu viacerých kolies. V tejto práci sa budem ďalej podrobnejšie venovať len priečnym hnacím hriadeľom.

### 2.1. Rešerš hnacích hriadeľov pre bežné automobily

Hnacie hriadele pre bežné typy automobilov bývajú takmer vždy vyrábané z ocelevej plnej tyče s vonkajším drážkovaním. Je to z dôvodu jednoduchosti výroby a možnosti ľahkej výmeny homokinetických kĺbov. Plná tyč dostatočného priemeru umožňuje použitie lacnejšieho materiálu na rozdiel od vrtanej odľahčenej polosi a taktiež odpadá zložitá operácia hĺbkového vrtania. Homokinetické kĺby bývajú zaistené z jednej strany ukončením drážkovania a z druhej poistným krúžkom, z jednej strany osadením a z druhej poistným krúžkom alebo z oboch strán poistnými krúžkami.



Obrázok č. 15: Homokinetický kĺb zaistený osadením a poistným krúžkom [5]



Obrázok č.16: Homokinetický kĺb zaistený koncom drážkovania a poistným krúžkom [6]

## 2.2. Rešerš hnacích hriadeľov pre závodné automobily

Závodné hnacie hriadele sa od tých pre bežné použite líšia vývrtom cez celú dĺžku hriadeľa z dôvodu zníženia hmotnosti. Najčastejšie spojenie homokinetického kĺbu je drážkovaním a zaisteným z jednej strany osadením a z druhej poistným krúžkom. Toto zaistenie je výhodné z dôvodu pevného spoja a z dôvodu použitia len jedného poistného krúžka na konci hnacieho hriadeľa, čím sa zabráni ďalším koncentrátorom napätia.



Obrázok č. 17: Vývrt po celej dĺžke hnacieho hriadeľa z dôvodu odľahčenia [7]



Obrázok č. 18: Zaistenie homokinetického kĺbu krúžkom nalisovaným na drážkovaní ktorí plní funkciu osadenia na jednej strane a poistným krúžkom na druhej strane[7]

## 2.3. Rešerš hnacích hriadeľí používaných na monopostoch Formula Student

Tímy Formula student ktorým ide hlavne o čo najnižšiu cenu používajú hnacie hriadele z plného oceľového materiálu s vonkajším drážkovaním.

Tímy bežne používajú oceľové hriadele s vývrtom z dôvodu ušetrenia hmotnosti. Viď obrázok č. 17.

Veľmi obľúbené sú aj hnacie hriadele z kompozitnej karbónovej trubky s nalepenými krátkymi drážkovanými hriadeľmi. Veľké problémy však nastávajú pri lepených spojoch ktoré často nedosahujú dostatočnú pevnosť alebo hriadele s drážkovaním začínajú mať príliš veľkú hmotnosť z dôvodu ich dĺžky.

Niekoľko tímov používa aj hnacie hriadele z iného materiálu ako je Titán.



Obrázok č. 19: Karbónová hnacia hriadeľ s nalepenými drážkovanými hriadeľmi [8]

### 3. Rešerš homokinetických kĺbov

Homokinetický kĺb je kĺb ktorý umožňuje prenos otáčok medzi dvoma súčiastkami za pomoci hriadeľa v rôznom uhle pri zachovaní konštantnej uhlovej rýchlosti. Najčastejšie sa používa na hnanej a zároveň aj riadenej prednej náprave automobilov, ale aj na hnanej zadnej náprave s nezávislým zavesením. Pri homokinetických kĺboch je dôležité dostatočné mazanie správnym mazivom a ochrana proti vniknutiu nečistôt z okolia pomocou manžiet alebo iného tesnenia.

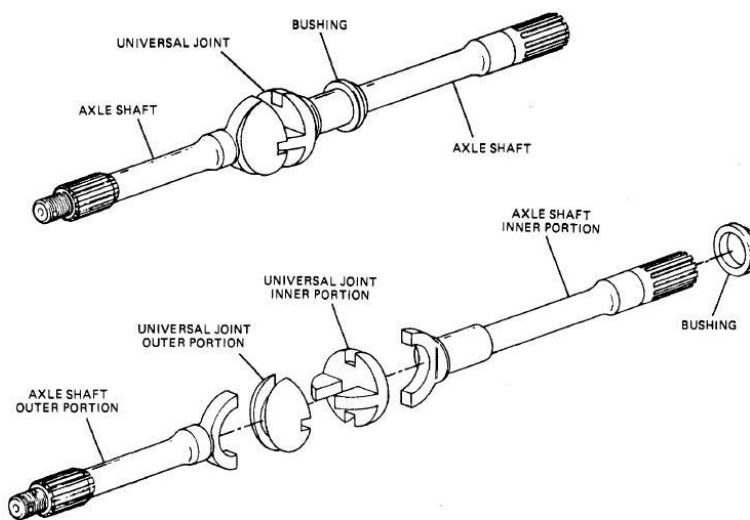
#### 3.1. Tracta homokinetický kĺb

Tento kĺb bol vynájdený v roku 1926 a funguje na princípe dvojitého spoja vidlička-drážka. Skladá sa zo štyroch častí, dve vidličky jedna na konci hnacej a jedna na konci hnanej hriadele, ktoré pomocou kontaktného spoja zapadajú do dvoch sférických častí ktoré sú spojené navzájom vďaka dvom drážkam vzájomne pootočených o 90 stupňov. Vďaka tomuto spoju sa popri rotačnom pohybe, môžu hriadele voči sebe pohybovať axiálne aj radiálne. Tento spoj je schopný prenášať moment až do uhlu 40 stupňov a jeho mohutná konštrukcia ho robí vhodnou pre poľnohospodárske a vojenské vozidlá. Montáž a údržba tohto kĺbu sú veľmi jednoduché. Trenie častí klzajúcich sa po sebe ho ale robí vysoko neefektívnym. [9]

Výhody: -schopnosť prenášať veľké krútiace momenty

-jednoduchá montáž a údržba

Nevýhody: -veľké trenie robí tento kĺb vysoko neefektívnym



Obrázok č. 20: jednotlivé časti homokinetického kĺbu Tracta[9]

### 3.2. Rzeppa homokinetický kĺb

Homokinetický kĺb Rzeppa bol taktiež vynájdený v roku 1926 a pozostáva z unášača , klietky, náboja zaisteného na hriadeli a šiestich ložiskových guľičiek. Unášač a klietka majú voľné sférické drážky po celej dĺžke, ktoré umožňujú guľičkám pohyb v axiálnom smere. Guľičky zabezpečuje proti vypadnutiu klietka s prispôsobenými otvormi. Používa sa najčastejšie na predných nápravách automobilov , kedy koleso musí byť schopné natáčania sa, čím spĺňa úlohu riadenia. Typický Rzeppa kĺb umožňuje 45-48 stupňové natočenie. Špeciálne vyhotovenia Rzeppa kĺbu umožňujú natočenie až 54 stupňov. Náboj prenáša krútiaci moment z hnacieho hriadeľa najčastejšie pomocou drážkovania a býva zaistený poistným krúžkom. Unášač prenáša krútiaci moment na koleso tiež pomocou drážkovania a býva zaistený maticou z vonkajšej strany kolesa. [29]

Výhody: -veľký maximálny uhol natočenia

Nevýhody: -zložitá konštrukcia

-nižšia únosnosť



Obrázok č. 21: Jednotlivé časti homokinetického kĺbu Rzeppa[10]

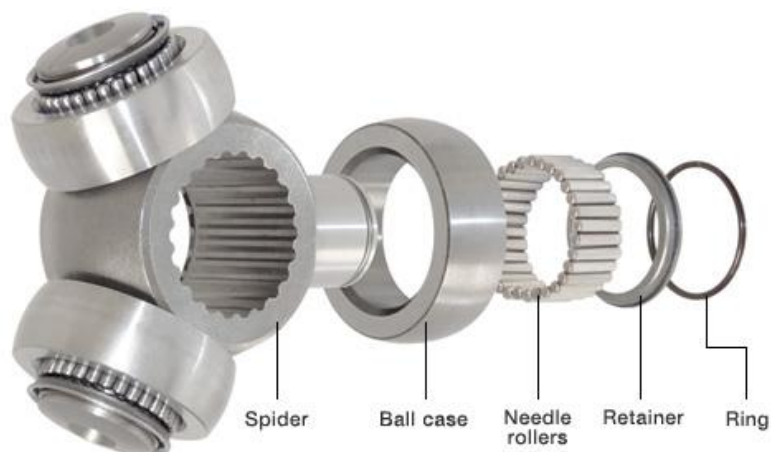
### 3.3. Homokinetický kĺb Tripod

Tento kĺb pozostáva z unášača(tzv. trojnožky) a troch ihličkových zostáv, ktoré spĺňajú funkciu radiálnych ložísk, ktoré sa odvalujú vo vnútri náboja v ktorom je vložený tripod, podložiek pod poistné krúžky a poistných krúžkov. Používa sa na neradených nápravách, kde je potrebný voľný pohyb len v jednej osi a to axiálne na hnací hriadeľ. Homokinetický kĺb tripod, umožňuje len 26 stupňové natočenie, čo je ale postačujúce v konkrétnom prípade. Tripod nemá taký uhlový rozsah natočenia ako iné homokinetické kĺby ale poskytuje vyššiu účinnosť, jednoduchosť a nízke výrobné náklady. [3]

Výhody: -vysoká účinnosť prenosu krútiaceho momentu

-jednoduchá výroba

Nevýhody: -malý maximálny uhol natočenia



Obrázok č. 22: Ukážka jednotlivých častí tripodu[11]

### 3.4. Weissov homokinetický kĺb

Pozostáva z dvoch identických unášačov v ktorých sú vložené štyri ložiskové guličky. Unášače sú v jednej osi spojené vďaka jednej prevrtanej guličke ktorá je zaistená kolíkom v jednom unášači. Guličky, na rozdiel od Rzeppa kĺbu nepotrebujú klietku kvôli tesnému spojeniu. Prenos krútiaceho momentu zabezpečujú vždy dve guličky a ostatné dve guličky vymedzujú vôle a zabezpečujú ďalší prenos krútiaceho momentu pri zmene smeru zaťaženia. Stredná gulička zaistená vo vonkajšom unášači pôsobí ako zámok proti rozobratiu. Maximálny uhol natočenia 40-45 stupňov. [30]

Výhody:        -veľký uhol natočenia  
                   -vyššia účinnosť ako kĺb Tracta

Nevýhody:     -zložitá konštrukcia



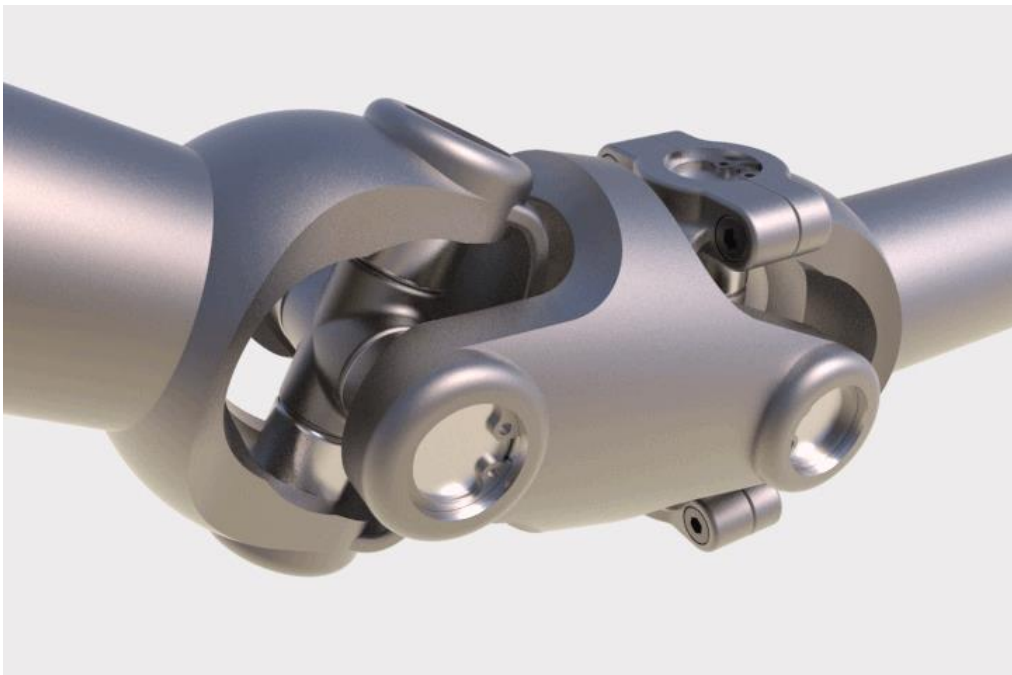
Obrázok č.23: dva unášače a guličky weissovho homokinetického kĺbu, na pravom unášači vidno kolík na zaistenie guličky[12]



### 3.5. Zdvojený Hookov kĺb

Tento kĺb sa skladá z dvoch Hookových kĺbov nazývaných tiež kardanové kĺby. Jeden samostatný Hookov kĺb sa tiež používa na prenos momentu cez dva hriadele, ktoré majú navzájom odlišné osi ale pri väčších natočeniach nespĺňa homokinetickosť (rýchlosti navzájom spojených hriadeľov pod uhlom sú odlišné). Pre dokonalý homokinetický prenos potrebuje dvojitý Hookov kĺb vystreďovací prvok, ktorý však spotrebúva časť krútiaceho momentu a pri vyšších rýchlostiach spôsobuje vibrácie. Dvojitý Hookov kĺb sa využíva v stĺpkoch riadenia alebo pre prenos veľkých krútiacich momentov, najmä pri väčších rázoch ako napríklad hnacie hriadele pre ťažkú techniku. Jeho výhody sú vysoká odolnosť a pevnosť ktorá sa dá dosiahnuť pri menšej zástavbe ako pri iných druhoch homokinetických kĺbov. [31]

- Výhody:
- vysoká únosnosť
  - dobrá odolnosť voči rázom
- Nevýhody:
- zložitá konštrukcia
  - nižšia účinnosť
  - vyššie vibrácie pri vyšších rýchlostiach



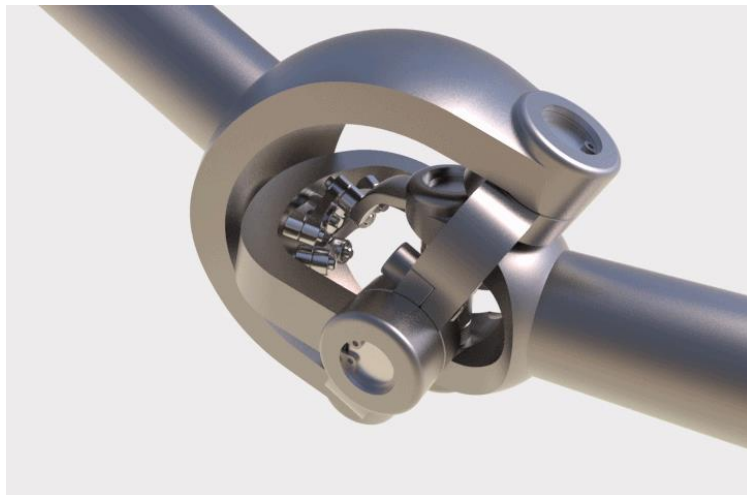
Obrázok č. 24: Ukážka kĺbu dvojitého kardanu[13]



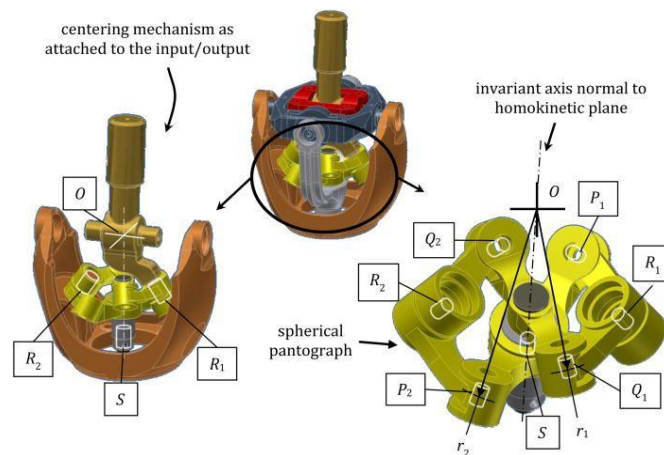
### 3.6. Thomsonova spojka

Thomsonova spojka je najmladšia spomedzi všetkých homokinetických kĺbov. Bola vynájdená v roku 1999 Glennom Thomsonom. Základ pozostáva z dvoch kardanových kĺbov s riadiacim mechanizmom. Riadiaci mechanizmus využíva sférický pantografový mechanizmus, ktorý rozdeľuje uhol medzi vstupným a výstupným hriadeľom, a tým udržiava hriadele v nulovom fázovom uhle. Týmto sa stáva kĺb homokinetickým s minimálnymi trecími stratami a minimálnymi vibráciami pri akomkoľvek pracovnom uhle, na rozdiel od ostatných homokinetických kĺbov, kde sa so zväčšujúcim uhlom zvyšujú trecie straty a vibrácie. Trecie straty sú minimálne aj pri vysokých krútiacich momentoch a axiálnych zaťaženiach. Vďaka týmto vlastnostiam sa tento kĺb hodí do najnáročnejších podmienok, ako napríklad použitie homokinetického kĺbu pre hlavný rotor vrtuľníka. [32]

- Výhody:
- vysoká účinnosť
  - veľká únosnosť
  - malé vibrácie aj pri vysokých rýchlostiach a veľkých uhloch natočenia
  - dovoľuje aj axiálne zaťaženie
- Nevýhody:
- zložitosť konštrukcie



Obrázok č. 25: Thomsonova spojka ako homokinetický kĺb[14]



Obrázok č. 26: Detail riadiaceho mechanizmu Thomsonovej spojky [15]

## 4. Hnací hriadeľ a homokinetický kľb používaný na voze FS.12

Doteraz používaný hnací hriadeľ na voze FS.12 bol z materiálu 34CrNiMo6 (16 343). Rozmer trubky je 20,5x2,75 s vonkajším evolventným drážkovaním na oboch koncoch. Na jej koncoch sú nasadané homokinetické kľby typu tripod. Tripod bol zaistený na hnacom hriadeľi z jednej strany osadením a distančnou trubicou a na druhej strane poistným krúžkom. Keďže išlo o použitie na zadnej náprave, ktorá je neriadená bolo potreba zaistiť len axiálny pohyb z dôvodu prepruženia.

Minimálna medza pevnosti ocele 34CrNiMo6 = **1350 MPa**

Dĺžka pravej hnacej hriadele:  $L_R = 460\text{mm}$

Dĺžka ľavej hnacej hriadele:  $L_R = 420\text{mm}$

Najväčší vnútorný priemer:  $d = 15\text{mm}$

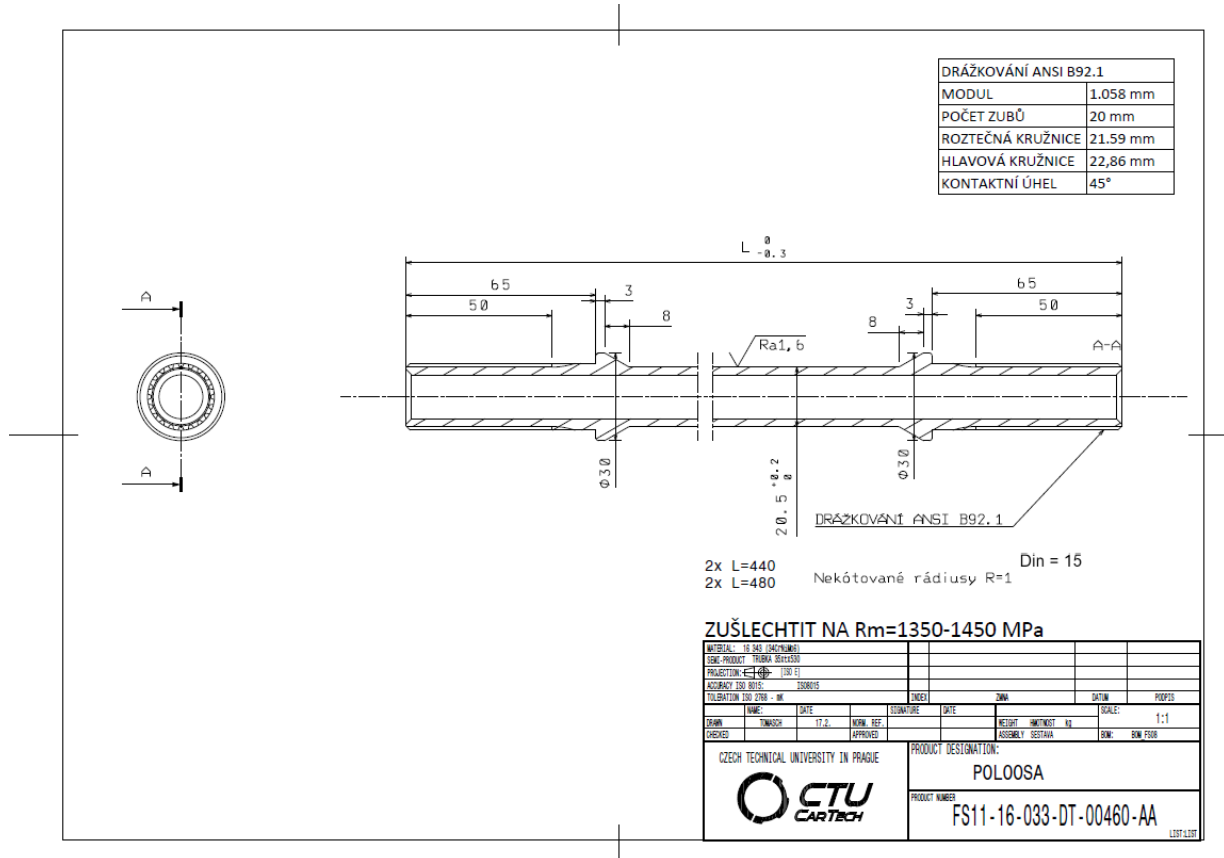
Najmenší vonkajší priemer:  $D = 20,5\text{mm}$

Maximálny možný prenášaný moment:  $M_k = \tau_d * W_k = \sigma_{pt} * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{D^4 - d^4}{D}$

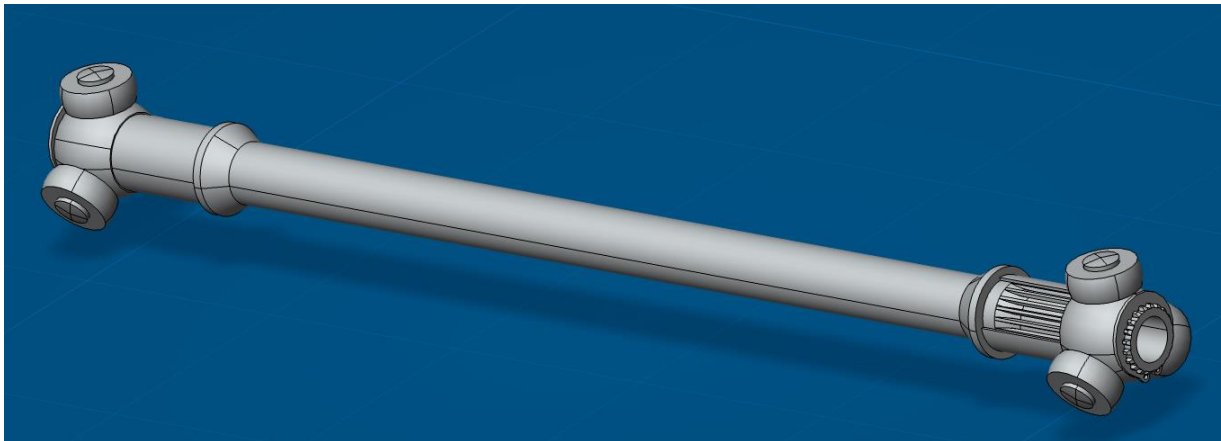
$$M_k = \tau_d * W_k = 1350 * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{20,5^4 - 15^4}{20,5} = \mathbf{928 \text{ N.m}}$$

hmotnosť zostavy hnacieho hriadeľa z CAD programu Catia V6:  $m = \mathbf{1\ 044 \text{ g}}$

Moment zotrvačnosti:  $J = \mathbf{1,88 * 10^{-4} \text{ kg * m}^2}$



Obrázok č. 27: Výkres hnacieho hriadeľa na voze FS.12



Obrázok č.28: Zostava hnacieho hriadeľa v programe CATIA V6 používaná na voze FS.12



Obrázok č. 29: Hnací hriadeľ na závodnom monoposte FS.11

## 5. Návrh nového hnacieho hriadeľa a homokinetického kĺbu pre voz FS.13

Hlavným cieľom bolo znížiť hmotnosť a moment zotrvačnosti z dôvodu rýchlejšej reakcie na akceleráciu a brzdenie zadnej nápravy a tým pádom zvýšiť ovládateľnosť vozidla. Nemenej dôležité bolo zachovať alebo zvýšiť tuhosť hnacích hriadeľov. Výroba by mala byť jednoduchá kvôli preplnenému časovému harmonogramu a za prijateľnú cenu.

Na začiatku návrhu som zvolil typ homokinetického kĺbu tripod, z dôvodu dlhoročných pozitívnych skúsenosti na našom voze. Tento kĺb poskytuje vysokú účinnosť, jednoduchú montáž, údržbu a nízku cenu. Po dôkladnejšom prieskume sa javilo najvýhodnejšie zakomponovať trojnožku tripodu do hnacieho hriadeľa a použiť ihličkové ložiská a presne brúsené kamene, ktoré zabezpečujú prenos momentu medzi nábojom a hriadeľom, z kupovaných tripodov. Pri návrhu hnacieho hriadeľa na nový monopost FS.13 som sa sústredil hlavne na zníženie hmotnosti a momentu zotrvačnosti vďaka použitiu ľahších materiálov. Uvažoval som nad hliníkom, titánom a kompozitnými materiálmi. Hliník bol po konzultácií s odborníkmi vyradený z dôvodu nízkej pevnosti a zlým vlastnostiam voči otláčaniu ložísk tripodu. Titán a kompozitný karbónový materiál bol vybraný pre návrh nových hnacích hriadeľov.

### 5.1 Výpočtová časť

Ako prvý si musíme stanoviť maximálny krútiaci moment na hnacích hriadeľoch a trakčný limit pneumatík. Maximálny krútiaci moment na hriadeľi nastáva pri prvom prevodovom stupni a najväčšom krútiacom momente na výstupe kľukovej hriadele. Trakčný limit pneumatík dokážeme spočítať s najväčšieho pozdĺžneho preťaženia a celkovej hmotnosti vozidla.

#### 5.1.1 Maximálny krútiaci moment na jednej hnacej hriadeľi

Vstupné parametre:

maximálny krútiaci moment na kľukovom hriadeľi:  $M_{KH} = 70 \text{ N} \cdot \text{m}$

primárny prevodový pomer:  $i_{pr} = 2,073$

prevodový pomer 1. prevodového stupňa  $i_1 = 2,583$

sekundárny prevodový pomer:  $i_{se} = 2,667$

Svornosť diferenciálu:  $s = 51\% \Rightarrow 0,51$

Výpočet:

Maximálny krútiaci moment, ktorý môže nastať na diferenciáli dopytáme z krútiaceho momentu na výstupe kľukovej hriadele vynásobeného prevodovými pomermi:

$$M_d = M_{KH} \cdot i_{pr} \cdot i_1 \cdot i_{se} = 70 \cdot 2,073 \cdot 2,583 \cdot 2,667 = \mathbf{999,64 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

maximálny moment na jednej hriadeli určíme v prípade najvyššej svornosti diferenciálu:

$$M_h = M_d \cdot 0,5 + \frac{M_d}{2} \cdot s = 999,64 \cdot 0,5 + \frac{999,64}{2} \cdot 0,51 = 754,73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Pri výpočte boli zanedbané trecie straty ktoré dosahujú hodnoty približne 5-10%.

### 5.1.2 Maximálny krútiaci moment prenesený pneumatikou

Vstupné parametre a výpočet:

hmotnosť vozidla:  $m_{voz} = 192 \text{ kg}$

hmotnosť vodiča:  $m_{vod} = 75 \text{ kg}$

celková hmotnosť:  $m = m_{voz} + m_{vod} = 192 + 75 = 267 \text{ kg}$

maximálne pozdĺžne preťaženie:  $G_p = 2 G$

gravitačné zrýchlenie:  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

maximálne pozdĺžne zrýchlenie:  $a_p = G_p \cdot g = 2 \cdot 9,81 = 19,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

maximálna hnacia sila:  $F_h = m \cdot a_p = 267 \cdot 19,62 = 5238,54 \text{ N}$

polomer pneumatiky:  $r = 203,2 \text{ mm} = 0,2032 \text{ m}$

krútiaci moment pri akcelerácii:  $M_a = F_h \cdot r = 5238,54 \cdot 0,2032 = 1064,47 \text{ N} \cdot \text{m}$

krútiaci moment pri akcelerácii na jednej hriadeli  $M_{hr} = \frac{M_a}{2} = \frac{1064,47}{2} = 532,24 \text{ N} \cdot \text{m}$

[20]

### 5.1.3 Rozhodnutie o maximálnom momente na hnacej hriadelí použitého vo výpočtoch

Ako vstupnú hodnotu do ďalších výpočtov a simulácií volím vyšší teoreticky vypočítaný moment ktorý by musela byť schopná prenášať hnacia hriadel' pri najvyššom zaťažení. Maximálny krútiaci moment prenesený pneumatikou síce vyšiel nižší, ale pri tomto výpočte sme uvažovali, že diferenciál rozdeľuje moment rovnomerne na obidve zadné kolesá pri jazde priamo, pri jazde v zatáčke diferenciál pri svojej minimálnej svornosti dokáže preniesť vyšší krútiaci moment na jednu hnaciu hriadel'. Na vonkajšie koleso pôsobí vyššia hmotnosť a tým pádom je schopné preniesť vyšší krútiaci moment.

Volím teda moment vypočítaný z hodnoty momentu na kľukovej hriadeľi, hodnôt prevodových pomerov a svornosti diferenciálu. Aby sa mi ľahšie počítalo volím hodnotu maximálneho momentu 750 N.m. Pri výpočte neboli zohľadnené trecie straty a tak si môžeme dovoliť zaokrúhliť hodnotu jemne nadol.

$$M_h = 754,73 \approx 750 \text{ N} \cdot \text{m}$$

#### 5.1.4 Určenie maximálnych otáčok hnacích hriadeľov

Pre porovnanie vypočítaných kritických otáčok pre ohybové kmitanie hnacích hriadeľov, dôležité vypočítať maximálne možné otáčky na hnacích hriadeľoch.

$$\text{maximálna rýchlosť vozu : } v = 120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}$$

$$\text{uhlová rýchlosť kolesa: } \omega = \frac{v}{r} = \frac{33,33}{0,2032} = 163,88 \text{ rad/s}$$

$$\text{frekvence: } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{163,88}{2\pi} = 26,08 \text{ Hz}$$

$$\text{maximálne otáčky hnacích hriadeľov: } n_{max} = f * 60 = 26,08 * 60 = 1564,8 \text{ ot/min}$$

#### 5.1.5 Určenie počtu cyklov hnacej hriadele za jednu závodnú sezónu

Monopost formuly student za sezónu najazdí len určitý počet kilometrov a jeho súčiastky nemusia mať neobmedzenú životnosť. V motoršporte sa kladie dôraz na čo najmenšiu hmotnosť každej súčiastky a preto sa snažíme použiť všade čo najľahšie konštrukčné riešenia. Najľahšie konštrukčné riešenie je možné dosiahnuť presným určením okrajových podmienok, kedy sa môžeme čo najviac priblížiť koeficientu bezpečnosti 1. Hnacie hriadele sú z hľadiska únavy zaťažované nekonštantne čo je zapríčinené neustálym zrýchľovaním a spomaľovaním závodného vozidla. Keďže takýto výpočet premenlivého zaťaženia by bol nad rámec tejto bakalárskej práce prevediem výpočet zjednodušený. Za jeden cyklus budem považovať každú otáčku kolies zadnej nápravy. Na našom monoposte používame momentálne 16 palcové kolesá a cez sezónu najazdíme približne 1 000km.

$$\text{Požadovaný nájazd za sezónu: } A = 1\,000 \text{ km}$$

$$\text{Obvod 16 palcového kolesa: } o = 2 * \pi * r = 2 * \pi * 0,2032 = 1,277 \text{ m}$$

$$\text{Počet cyklov za sezónu: } N = \frac{1\,000\,000}{1,277} = 7,83 * 10^5 \text{ cyklov}$$

Keďže v tabuľkách sa nachádzajú hodnoty pre mocniny desiatky výsledok zaokrúhlíme:

$$N \approx 1 * 10^6 \text{ cyklov}$$

## 5.2 Voľba materiálu

Volím **Titán grade.5** a oceľ **34CrNiMo6** (16 343) s nasledujúcimi vlastnosťami.

	Medza klzu v ťahu (Re) [MPa]	Medza pevnosti v ťahu (Rm) [Mpa]	Medza únavy v ťahu po 10 <sup>6</sup> cykloch [MPa]
34CrNiMo6	1000	1350	560
Titán Grade.5	880	950	540

### 5.3.1 Návrh č.1

Prvý návrh pozostával z Titánovej trubky na ktorej koncoch boli implementované čapy homokinetických kĺbov typu tripod. Na tieto čapy sa nasadzujú ihličkové ložiská a sférické kamene ktoré prenášajú krútiaci moment medzi nábojom a hriadeľom. Zaistené by boli na vonkajšej časti čapov pomocou príložky a poistného krúžku.

*Minimálna medza únavy Titánu Grade.5 po 10<sup>6</sup> cykloch = 540 MPa*

*Dĺžka(dlhšieho) pravého hnacieho hriadeľa: L<sub>R</sub> = 450mm*

*Najväčší vnútorný priemer trubky: d = 26 mm*

*Najmenší vonakjší priemer trubky: D = 31 mm*

*Maximálny možný prenášaný moment trubkou:  $M_k = \tau_d * W_k = \sigma_{pt} * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{D^4 - d^4}{D}$*

$$M_k = \tau_d * W_k = 540 * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{31^4 - 26^4}{31} = 909 \text{ N} \cdot \text{m}$$

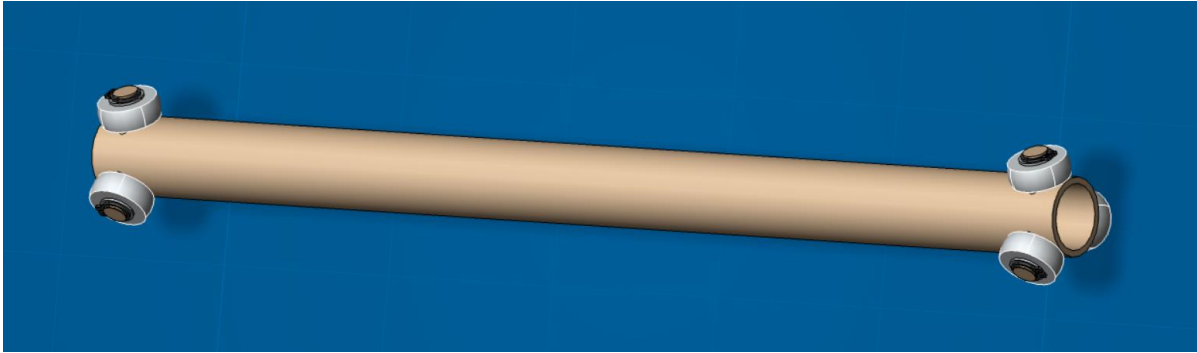
$$\text{Bezpečnosť trubky hnacieho hriadeľa: } k = \frac{M_k}{M_h} = \frac{909}{750} = 1,21[-]$$

*hmotnosť zostavy hnacieho hriadeľa z CAD programu Catia V6: m = 648 g*

$$\text{Moment zotrvačnosti: } J = 1,18 * 10^{-4} \text{ kg} * \text{m}^2$$

*Dĺžka(dlhšieho) pravého hnacieho hriadeľa: L<sub>R</sub> = 450mm*

$$\text{Kritické otáčky: } n_{krit} = 23\,861 \text{ ot/min}$$



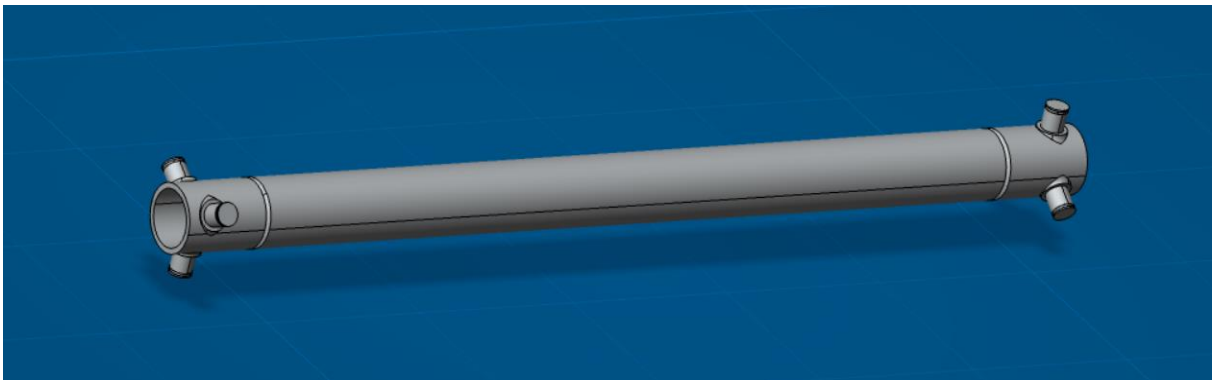
Obrázok č.30: Návrh č.1 pre voz FS.13

Keďže by sa tento hriadeľ musel vyrobiť celý z jedného kusu titánového polotovaru, vyhodnotil som tento návrh ako nevyhovujúci, z dôvodu vysokej ceny materiálu a vysokej ceny výroby trieskovým obrábaním.

### 5.3.2 Návrh č.2

Druhý návrh bol s prvým veľmi podobný. Zmena nastala v tom, že aby sa nemusel celý hnací hriadeľ obrábať z jedného kusu polotovaru, kúpila by sa trubka o správnom rozmere a na jej oba konce by sa privarili obrábané koncovky, ktoré tvoria časti tripodu.

Z tohto návrhu sa taktiež ustúpilo pretože titán sa musí zvärať pod ochranou atmosférou počas zvarovania a aj počas chladnutia zvaru, pokiaľ teplota neklesne pod 500 °C. Z tohto dôvodu by sa hnací hriadeľ musel zvärať v zväracom boxe s ochranou atmosférou čo je finančne veľmi náročné.



Obrázok č.31: Návrh č.2 pre voz FS.13

### 5.3.3 Návrh č.3

Ďalší návrh tvorí kompozitná trubka z karbónových vlákien, na ktorej konce by sa na vnútorný priemer nalepili obrábané titánové koncovky, ktoré tvoria časti tripodov. Novou technológiu pre spájanie karbónových hriadeľov je aj takzvaný integrovaný spoj, ktorý sa ale pre našu aplikáciu



nehodí. Tvarový spoj ako napríklad spoj pomocou drážkovania medzi karbónovým hriadeľom a obrábanou koncovkou nie je možný. Ložiská a kamene by boli zaistené na čapoch rovnako ako v návrhu č.1.

### Voľba kompozitnej trubky

Pri voľbe kompozitnej trubky som začal získavaním informácií o tomto materiáli a rešerši odvetví v ktorých sa používajú kompozitné hriadele namáhané na krut. Po tomto prieskume som sa rozhodol zvoliť trubku z karbónového vlákna s orientáciu vlákien pod uhlom 45stupňov. Po výpočtoch, konzultácií s firmou Compotech Plus s.r.o a možností zástavbového priestoru monopostu som zvolil parametre kompozitnej hriadele.

$$M_k = \tau_d * W_k = 340 * \frac{\pi}{16} * \frac{36^4 - 30^4}{36} = 919 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Bezpečnosť kompozitnej trubky hnacieho hriadeľa: } k = \frac{M_k}{M_h} = \frac{919}{750} = 1,23[-]$$

*hmotnosť zostavy hnacieho hriadeľa z CAD programu Catia V6:  $m = 560 \text{ g}$*

*Moment zotrvačnosti zostavy:  $J = 1,84 * 10^{-4} \text{ kg} * \text{m}^2$*

*Dĺžka(dlhšieho) pravého hnacieho hriadeľa:  $L_R = 450 \text{ mm}$*

*Kritické otáčky zostavy:  $n_{krit} = 45\,210 \text{ ot/min}$*

Parameter	Hodnota
medza pevnosti v krute [Mpa]	385
medza klzu v krute Mpa]	340
orientácia vlákien [-]	$\pm 45^\circ$
Hustota [kg/m <sup>3</sup> ]	1600
Poissonove číslo [-]	0,33
Vnútorňý priemer trubky [mm]	30
Hrúbka steny trubky [mm]	3
Maximálna teplota lepeného spoja	80°C

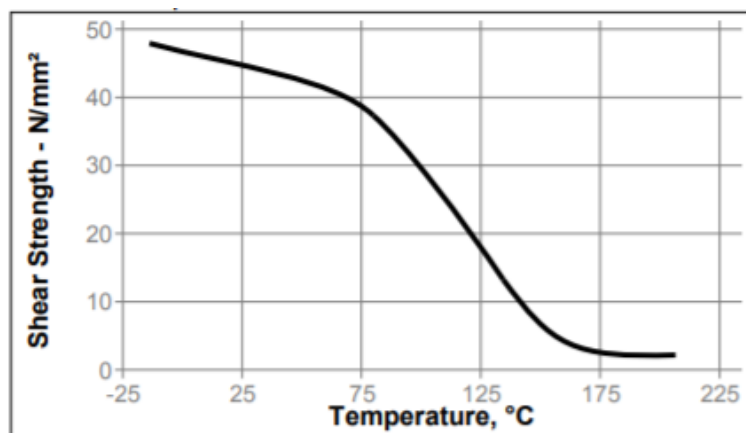
*Tabuľka č.1: dôležité parametre karbón kompozitovej trubky [27]*

## Výpočet lepeného spoja

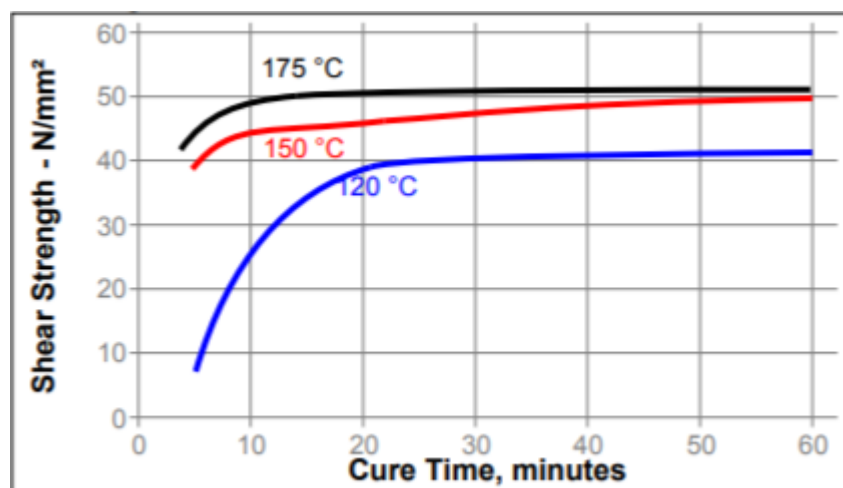
Výpočet lepeného spoja nie je jednoduchou inžinierskou otázkou a vždy je potreba pomocou skúšobných testov, overiť správnosť výpočtov, a vlastnosti daného lepidla pri daných podmienkach. Tieto testy môžu byť statické alebo dynamické.

Po konzultácii s firmou Loctite som vybral nasledujúce druhy lepidiel: Loctite EA 9466, Loctite EA 9514 a Loctite EA 9497. Lepidlo Loctite EA 9466 je nevyhovujúce z dôvodu nízkej pevnosti pri danej teplote. Loctite EA 9497 je nevyhovujúci z dôvodu nízkej pevnosti v šmyku. Loctite EA 9514 disponuje dostatočne vysokou pevnosťou v šmyku aj za vyšších teplôt, takže volím toto lepidlo. Technické listy jednotlivých lepidiel sú v prílohe.

Loctite EA 9514 je jednozložkové epoxidové lepidlo vytvrdzujúce za pomoci tepla. Toto lepidlo má výbornú pevnosť v šmyku a odolnosť voči odlupovaniu aj pri vyšších teplotách.



Obrázok č.32: Závislosť pevnosti lepidla v šmyku(zvislá os) na teplote (vodorovná os)[33]



Obrázok č. 33: Závislosť pevnosti lepidla v šmyku(zvislá os) na teplote a čase(vodorovná os) vytvrdzovania[33]

Vzhľadom k opravným faktorom, ktoré je nutné definovať pre výpočet lepeného spoja, bola predbežne určená dĺžka lepeného spoja 40mm. Statická šmyková pevnosť lepidla pri teplote 80°C bola odčítaná z grafu:  $\tau_b = 38 \text{ MPa}$

### Vzťah pre výpočet krútiaceho momentu lepeného spoja:

$$T = \frac{\pi * d_j^2 * L}{2000} * (\tau_b * f_c) + (P * \mu) [N \cdot m]$$

Kde:

$T$  – krútiaci moment [N · m]

$d_j$  – menovitý priemer spoja [mm]

$L$  – dĺžka spoja [mm]

$\tau_b$  – statická šmyková pevnosť lepidla [MPa]

$f_c$  – násobok opravných faktorov  $f_c = f_1 * f_2 * f_3 * f_4$  [-]

$P$  – radiálny tlak na styku s presahom (suvné uloženie  $P = 0$ ) [MPa]

$\mu$  – koeficient trenia [-]

### Určenie opravných faktorov:

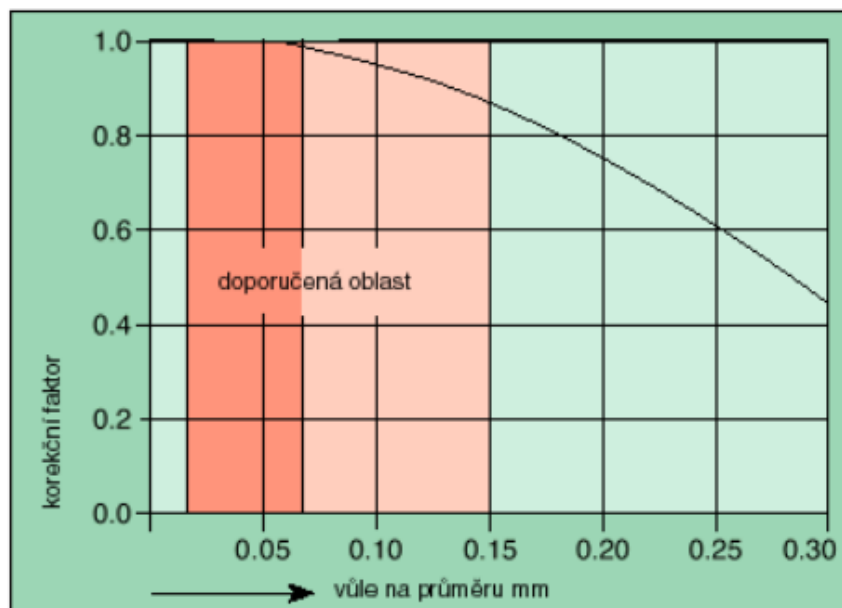
$f_1 = 1$  [-], podľa druhu zvoleného materiálu

$f_2 = 1$  [-], podľa druhu spoja (hodnota pre suvné uloženie)

$f_3 = 0,87$  [-], podľa vôle v spoji na priemeri

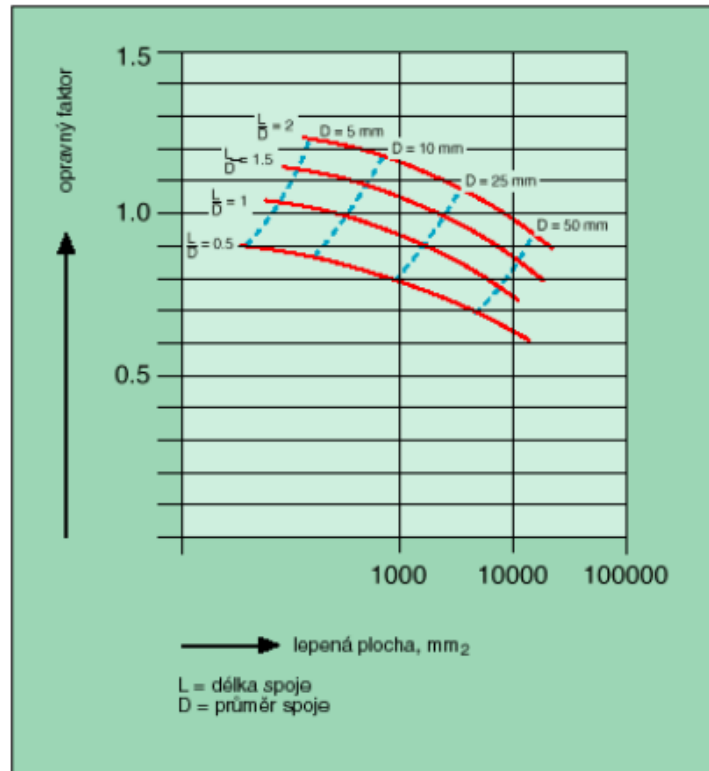
$f_4 = 0,9$  [-], podľa pomeru  $L/D$

Doporučená vrstva lepidla daná výrobcom je v rozmedzí 0,05 až 0,20 mm. Volím hodnotu 0,15 mm. Hodnotu opravného faktoru  $f_3$  odčítam z obrázku č.



Obrázok č. 34: Závislosť korekčného faktoru  $f_3$  od vôle

U lepených valcových spojov, nie je napätie pôsobiace v spoji rozdelené rovnomerne a maximálne napätie sú lokalizované na koncoch lepenej plochy. Z toho vyplýva, že pevnosť lepeného spoja sa nezvyšuje úmerne s dĺžkou lepenej plochy. Existuje určitý bod, kedy už začína byť zväčšovanie dĺžky zbytočné. Táto skutočnosť je znázornená v obrázku č. 34 a závisí od neho korekčný faktor  $f_4$ .



Obrázok č. 35: Závislosť opravného faktoru  $f_4$  od lepenej plochy

Obsah lepenej plochy:  $S = 2 * \pi * r * L = 2 * \pi * 15 * 40 = 3769,9 \text{ mm}^2$

Pomer L/D:  $x = \frac{L}{D} = \frac{40}{30} = 1,33 [-]$

Opravný faktor  $f_4$  odčítaný z obrázku č. 35:  $f_4 = 0,9 [-]$

Po určení všetkých chýbajúcich hodnôt, môžeme dosadiť do vzťahu.

Maximálny prenášaný moment v lepenom spoji:

$$T = \frac{\pi * 30^2 * 40}{2000} * (38 * 1 * 1 * 0,87 * 0,9) + (0 * \mu) = 1\,682 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Bezpečnosť lepeného spoja: } k = \frac{T}{M_h} = \frac{1682}{750} = 2,24[-]$$



Obrázok č.36: Návrh č.3 pre voz FS.13

### Výpočet titánovej koncovky na krut

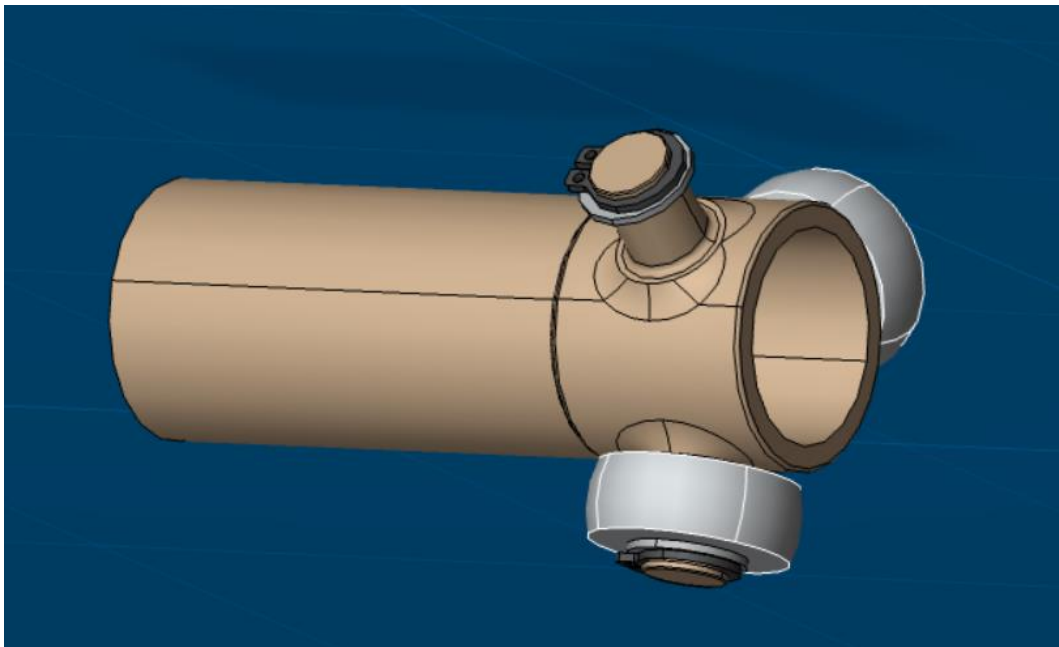
Minimálna medza únavy Titánu Grade.5 po  $10^6$  cykloch = **540 MPa**

Najväčší vnútorný priemer koncovky:  $d = 25 \text{ mm}$

Najmenší vonakjší priemer koncovky:  $D = 30 \text{ mm}$

$$M_k = \tau_d * W_k = 540 * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{30^4 - 25^4}{30} = \mathbf{844 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Bezpečnosť trubky hnacieho hriadeľa: } k = \frac{M_k}{M_h} = \frac{844}{750} = \mathbf{1,13[-]}$$



Obrázok č. 37: Titánová koncovka

### 5.3.3 Návrh č.4

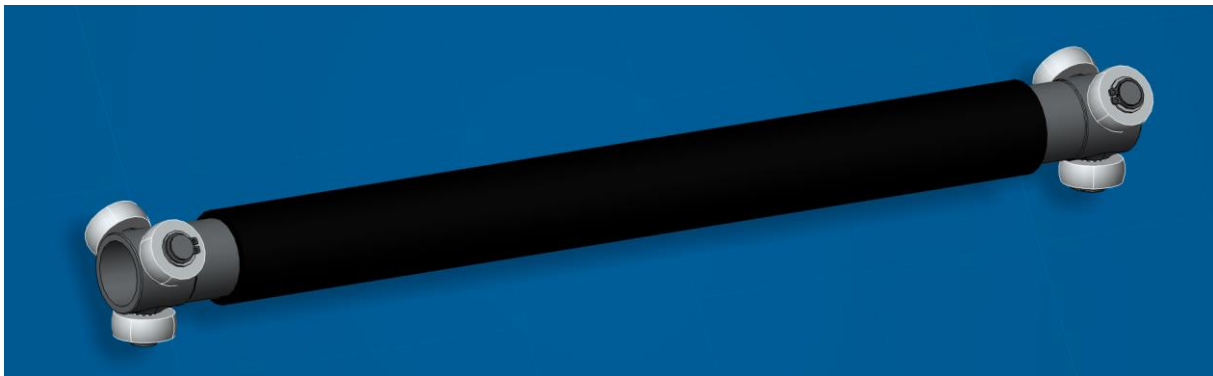
Návrh č.4 je zhodný s návrhom č.3 až na voľbu materiálu vlepéných koncoviek. Materiál koncoviek bol zvolený ako oceľ 34CrNiMo6. Je to kompromis z finančného hľadiska kvôli cene materiálu.

*hmotnosť zostavy hnacieho hriadeľa z CAD programu Catia V6:  $m = 716 \text{ g}$*

*Moment zotrvačnosti:  $J = 2,18 * 10^{-4} \text{ kg} * \text{m}^2$*

*Dĺžka (dlhšieho) pravého hnacieho hriadeľa:  $L_R = 450 \text{ mm}$*

*Kritické otáčky zostavy:  $n_{krit} = 45\,210 \text{ ot/min}$*



Obrázok č. 38: Návrh č.4

#### Výpočet ocelevej koncovky na krut

*Minimálna medza únavy ocele 34CrNiMo6 po  $10^6$  cykloch =  $560 \text{ MPa}$*

*Najväčší vnútorný priemer koncovky:  $d = 25 \text{ mm}$*

*Najmenší vonakjší priemer koncovky:  $D = 30 \text{ mm}$*

$$M_k = \tau_d * W_k = 560 * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{30^4 - 25^4}{30} = 876 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Bezpečnosť koncovky hnacieho hriadeľa: } k = \frac{M_k}{M_h} = \frac{876}{750} = 1,17[-]$$

### 5.3.5 Návrh č.5

Tento návrh je taktiež kompromis z finančného hľadiska. Tento návrh som zvolil ako alternatívu keby nám v tíme nevyšiel rozpočet na predchádzajúci návrh číslo 3 a 4. Ako materiál by bola zvolená oceľ 34CrNiMo6, ktorá je niekoľko násobne lacnejšia ako zostava návrhu č.3 a 4, s titánovými koncovkami nalepenými na vnútornú stranu karbónovej trubky.

Konštrukčný návrh by bol rovnaký ako Návrh č.1.

*Minimálna únavová medza únavy ocele 34CrNiMo6 po  $10^6$  cykloch = 560 MPa*

*Dĺžka pravého hnacieho hriadeľa:  $L_R = 440\text{mm}$*

*Najväčší vnútorný priemer:  $d = 26\text{ mm}$*

*Najmenší vonkajší priemer:  $D = 31\text{ mm}$*

*Maximálny možný prenášaný moment:  $M_k = \tau_d * W_k = \sigma_{pt} * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{D^4 - d^4}{D}$*

$$M_k = \tau_d * W_k = 496 * 0,57 * \frac{\pi}{16} * \frac{31^4 - 28^4}{31} = 949 \text{ N.m}$$

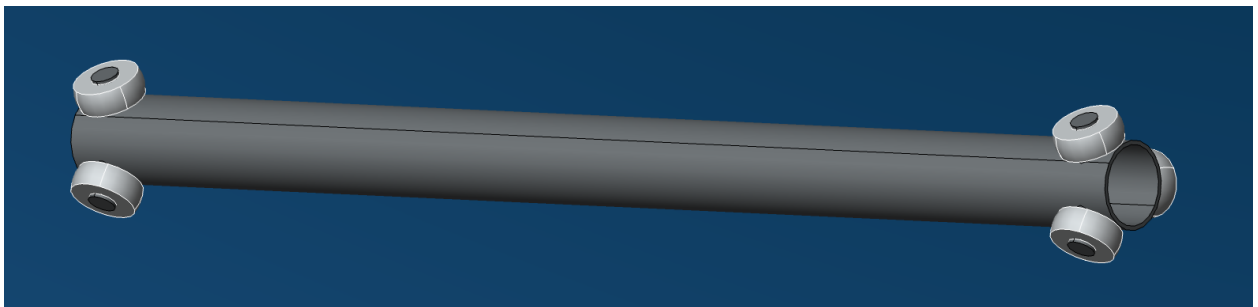
*hmotnosť zostavy hnacieho hriadeľa z CAD programu Catia V6:  $m = 717\text{ g}$*

*Moment zotrvačnosti:  $J = 1,43 * 10^{-4} \text{ kg} * \text{m}^2$*

*Dĺžka (dlhšej) pravého hnacieho hriadeľa:  $L_R = 450\text{mm}$*

*Kritické otáčky zostavy:  $n_{krit} = 25\ 140 \text{ ot/min}$*

$$\text{Bezpečnosť trubky hnacej hriadele: } k = \frac{M_k}{M_h} = \frac{949}{750} = 1,27[-]$$



Obrázok č.39: Návrh č.4 pre voz FS.13

## 5.4. Výber návrhu

Po zhodnotení viacerých faktorov, ako cena materiálu, cena a zložitosť výroby, spoľahlivosť a životnosť bol vznesený k výberu návrhu takýto záver. Návrh č.1 a č.2 bol zamietnutý z dôvodu príliš vysokej ceny materiálu, ceny a zložitosti výroby. Ako primárnu možnosť volím návrh č.3 z dôvodu najnižšej hmotnosti. Ak by z nejakého dôvodu tento návrh zlyhal budem najskôr voliť návrh č.5, lebo má takmer rovnakú hmotnosť ako návrh č.4 ale menší moment zotrvačnosti a následne návrh č. 4.



## 6. Simulácie MKP

Simuláciami MKP sa budem hlavne zaoberať pre primárny návrh č.3. Taktiež ale použijem simulácie pre sekundárne návrhy č.4 a č.5. Návrh č.1 a č.2 simulovať nebudem z dôvodov popísaných v predchádzajúcej časti.

Výpočet simulácií budem vykonávať v Programe Ansys Workbench 2020 R1 00.0. Jeho výhodou je podpora veľkého množstva formátov geometrie modelov a taktiež možné dodatočné úpravy, prípadne opravy chybné alebo nevhodnej geometrie k výpočtu.

### 6.1. Simulácie MKP pre návrh č.3

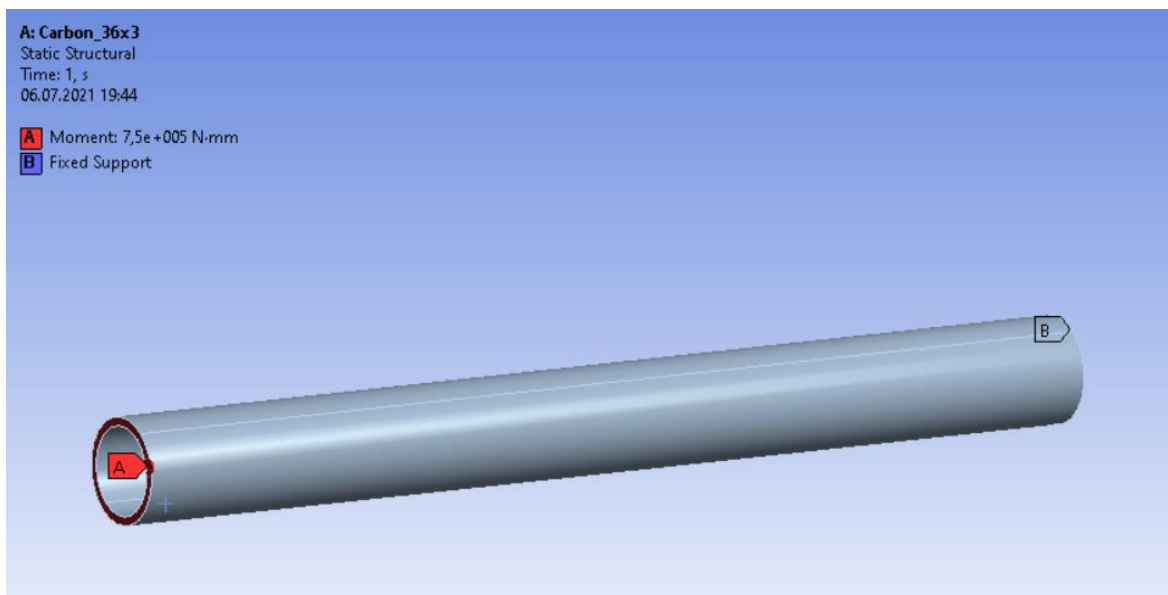
Simuláciám predchádzalo vytvorenie dostatočne presného CAD modelu v programe CATIA V6. Model bol rozdelený na dve časti na samotnú karbónovú trubicu a zostavu hnacích hriadeľov s implementovanými čapmi homokinetického kĺbu typu tripod. Lepený spoj nebude simulovaný, pretože bol navrhnutý s dostatočnou bezpečnosťou už v analytickej časti.

#### 6.1.1 Simulácia karbónovej trubky

Parametre trubky sú v tabuľke (na obrázku) ....

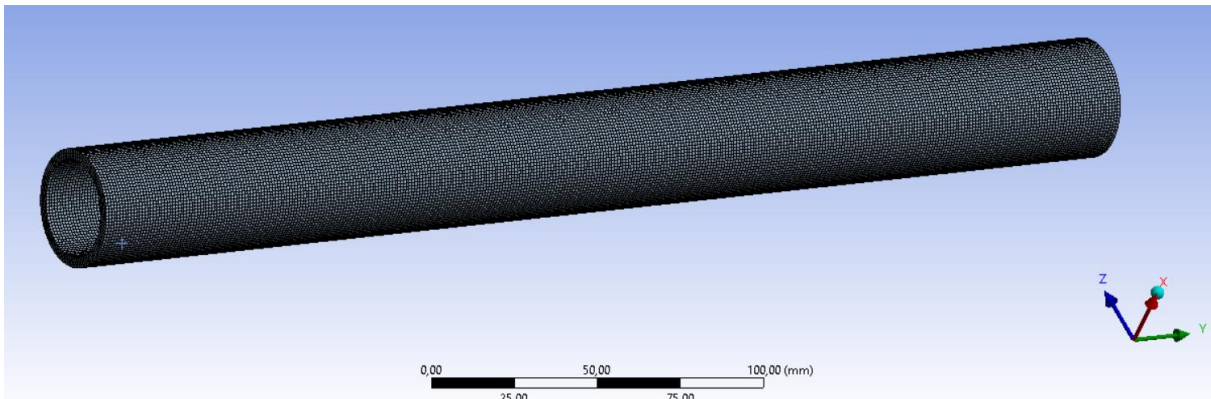
##### Okrajové podmienky

Krútiaci moment o veľkosti 750 N.m bol zadany na jeden koniec karbónovej trubky(zvýraznené červenou farbou), na druhý koniec bola umiestnená pevná podpora(zvýraznená modrou farbou).



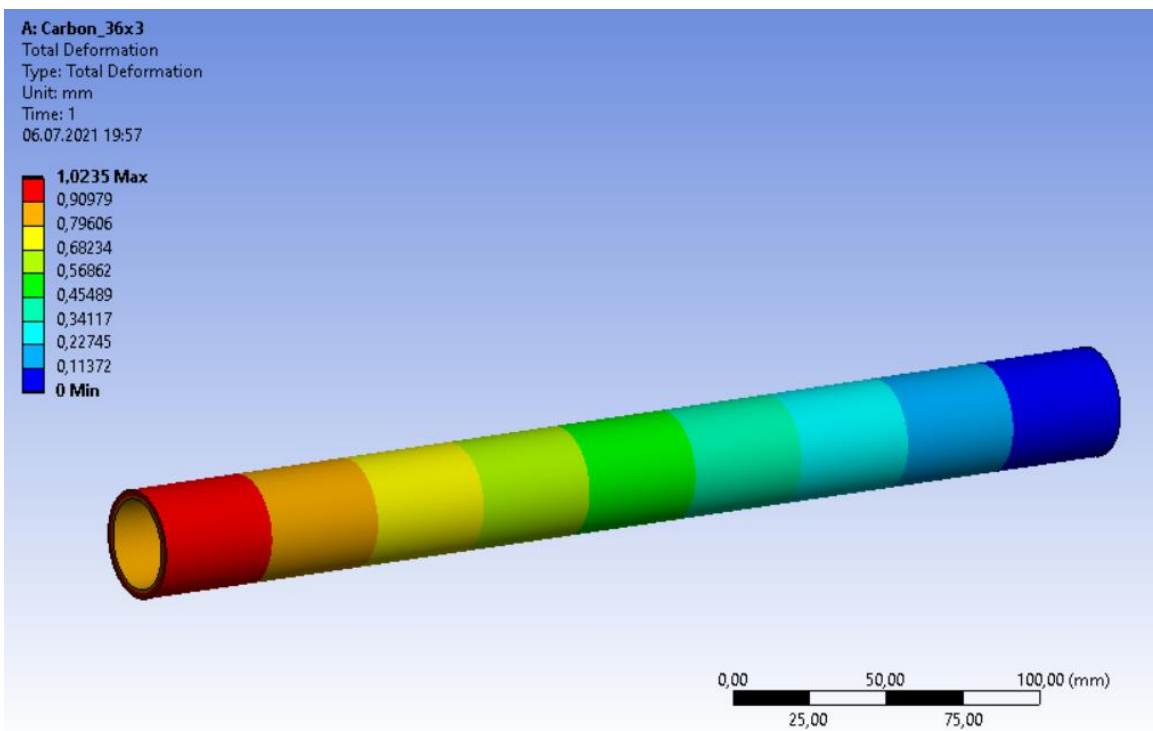
## Sieťovanie

Sieťovanie bolo zvolené o veľkosti 1 mm pre jeden element. Celkový počet elementov bol 140 890.



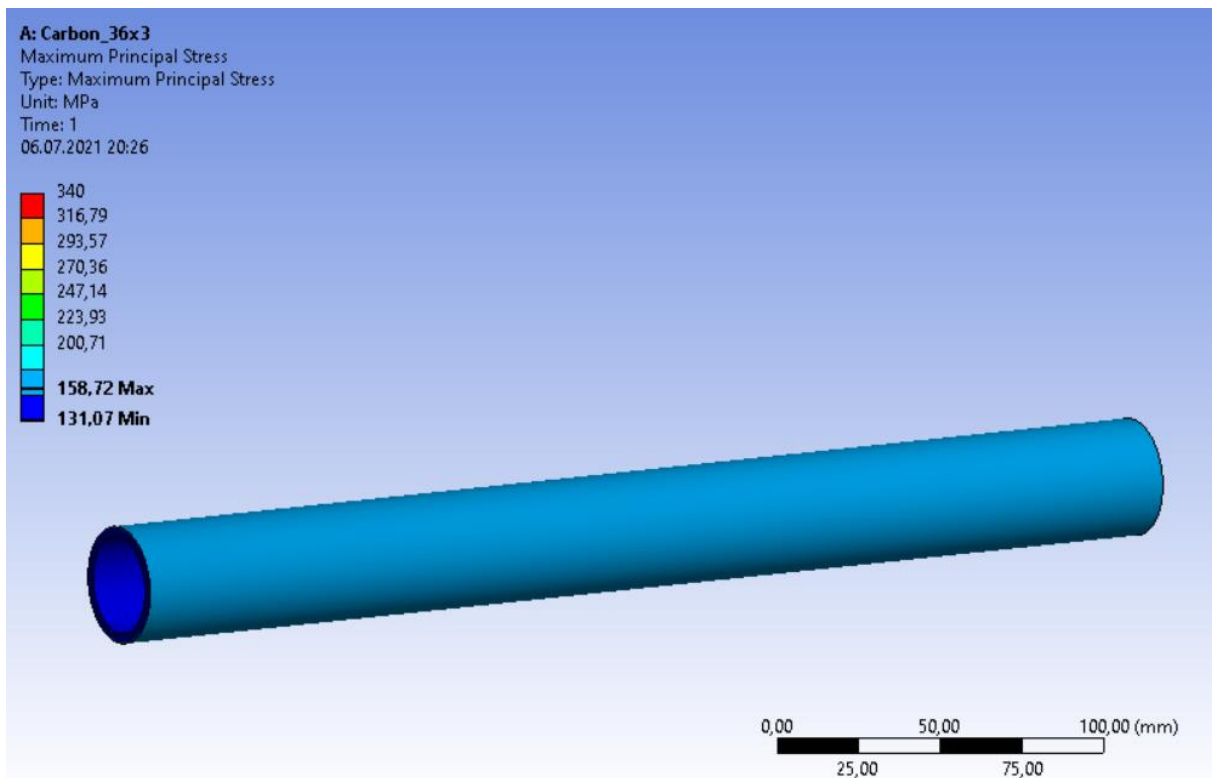
## Výsledky

Celková deformácia vyšla maximálne 1mm, čo je pri 450mm dlhej trubke prípustné. Deformácia v realite bude podstatne menšia, pretože moment a pevná podpora bude prenášaná cez oveľa väčšiu plochu nalepených titánových koncoviek.



Pre výpočet najväčšieho napätia som vybral hypotézu maximálneho hlavného napätia(Rankinova hypotéza), ktorá sa používa pre krehký materiál a namáhanie v krute.

Maximálne pôsobiace napätie vyšlo takmer 159 MPa po celej dĺžke trubky čo je pre náš prípad vyhovujúce. Statická bezpečnosť podľa tejto metódy vychádza 2,14 čo je oveľa vyššia hodnota ako pri našom analytickom výpočte. Tento výsledok nám dokazuje, že vybratá karbónová trubka je pre náš prípad vyhovujúca.

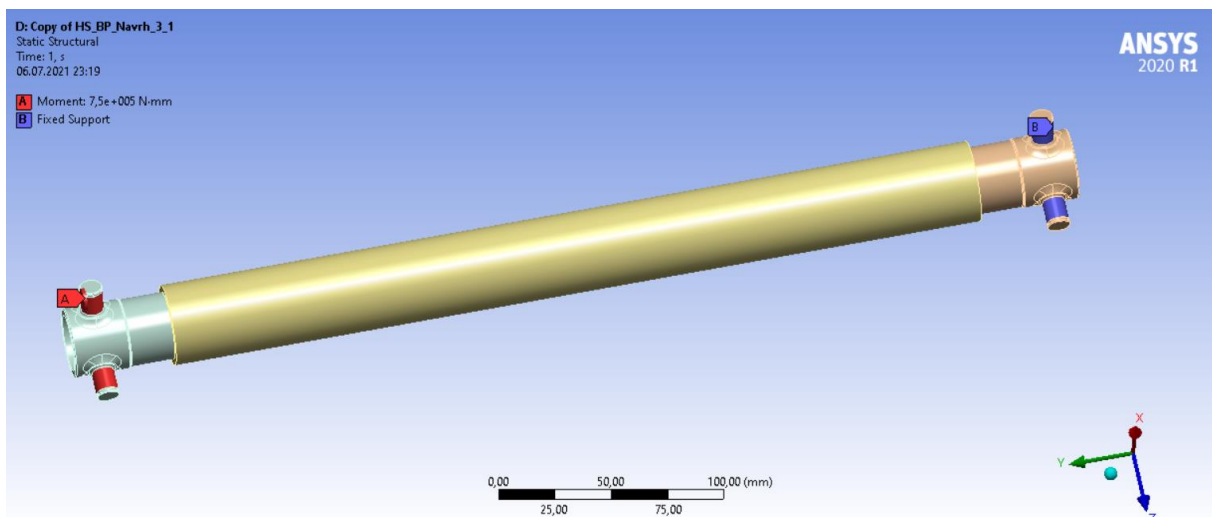


### 6.1.2. Simulácia zostavy karbónovej trubky a titánových koncoviek

Ako druhú simuláciu som zvolil zostavu karbónovej trubky a titánových koncoviek. V tejto simulácii som sa zameril najmä na výsledky na titánových koncovkách.

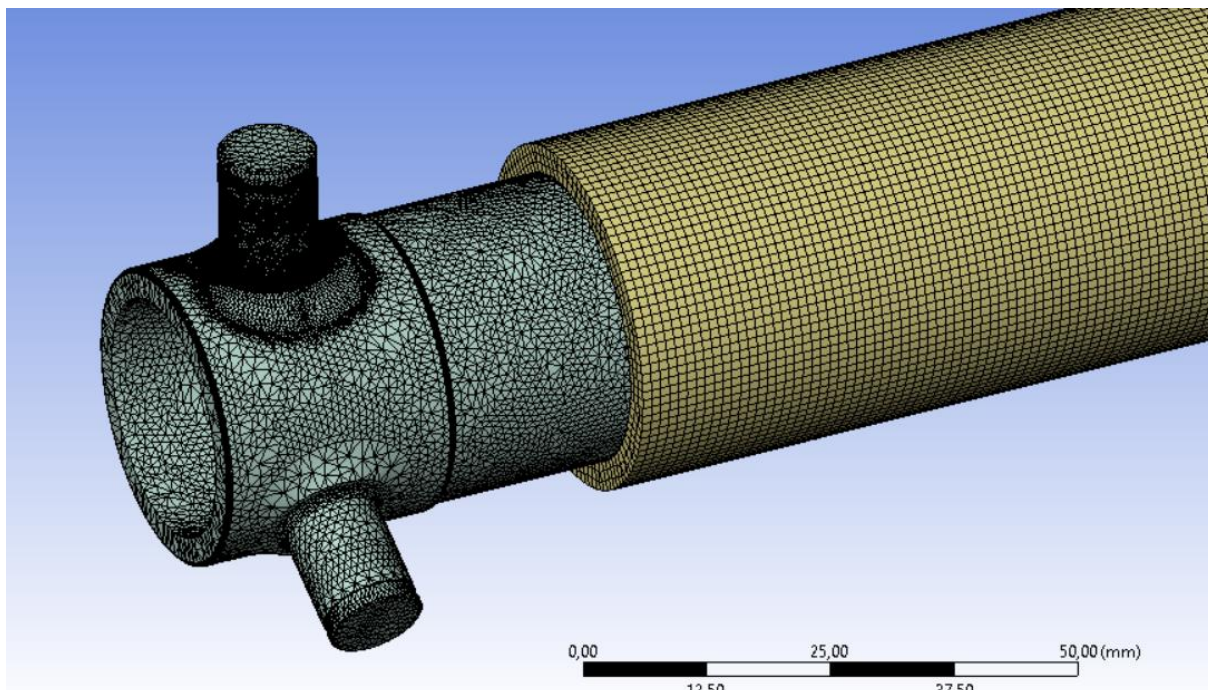
#### Okrajové podmienky

Krútiaci moment o veľkosti 750 N.m bol zadaný tangenciálne na jeden koniec hriadeľa rovnomerne rozložený na tri čapy tripodu. Toto rozloženie momentu si môžem dovoliť z dôvodu veľmi presného spoja medzi kĺbom tripodu a unášačom tripodu. Na druhý koniec hriadeľa bola použitá pevná podpora na všetky tri čapy. Spoj medzi karbónovou trúbkou a titánovými koncovkami bol určený ako pevný.



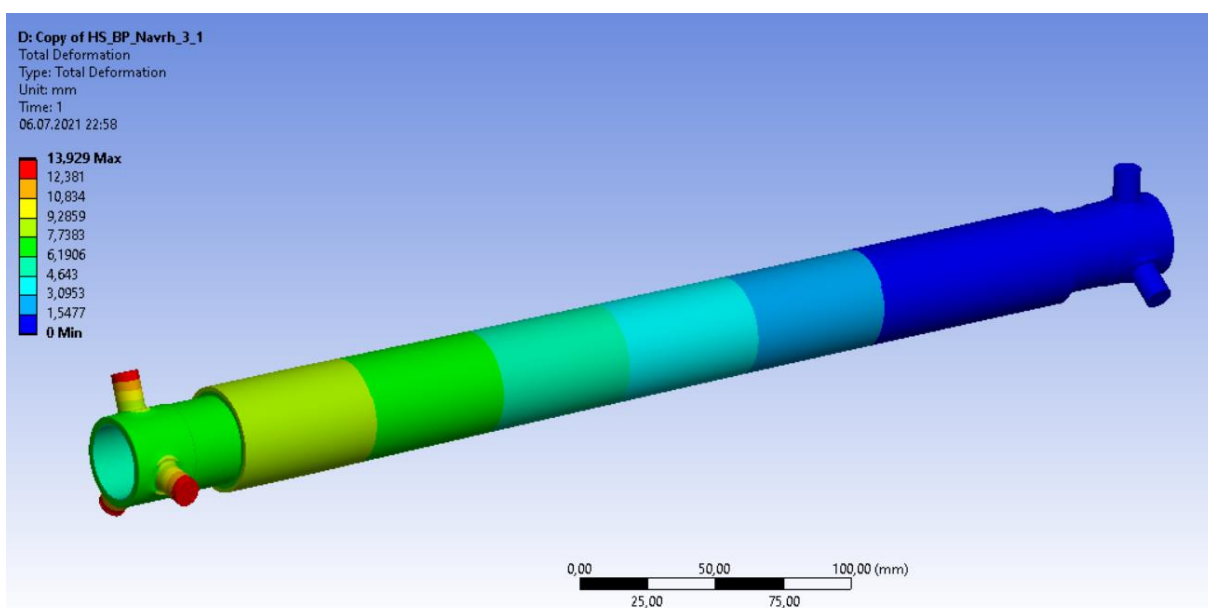
## Sieťovanie

Na modeli bolo zvolené sieťovanie o veľkosti elementu 1 mm, v okolí jedného čapu na každej strane bola na zjemnenie siete použitá funkcia Refinement o veľkosti 2.



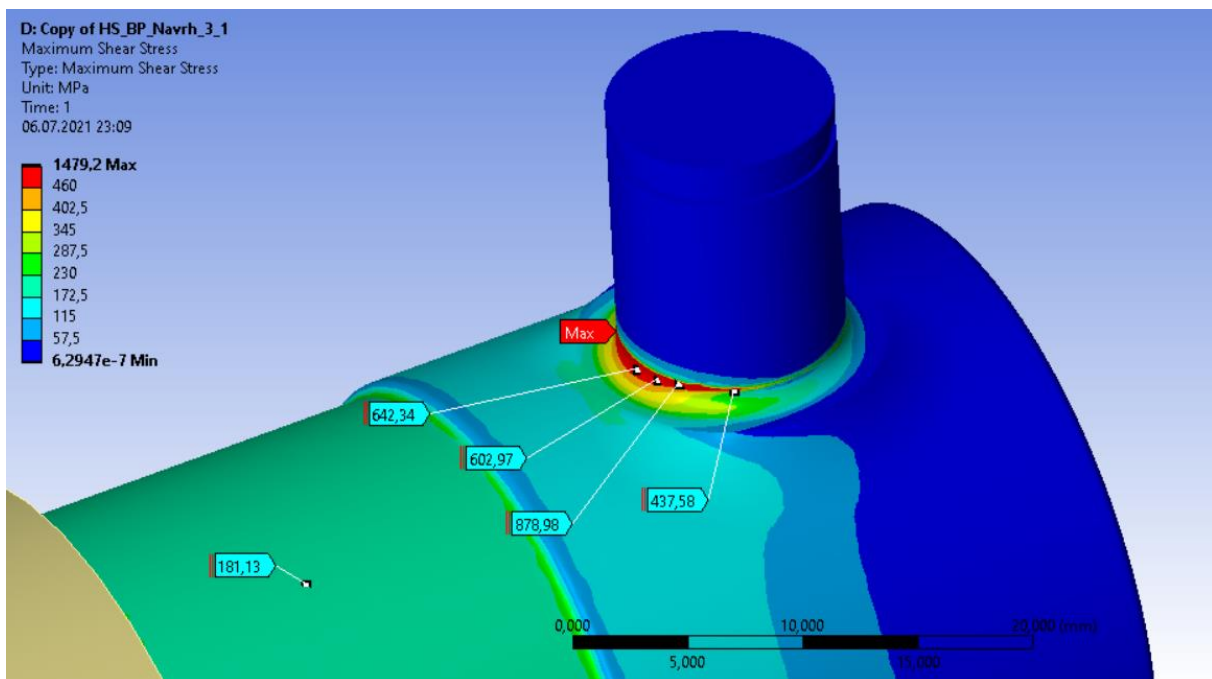
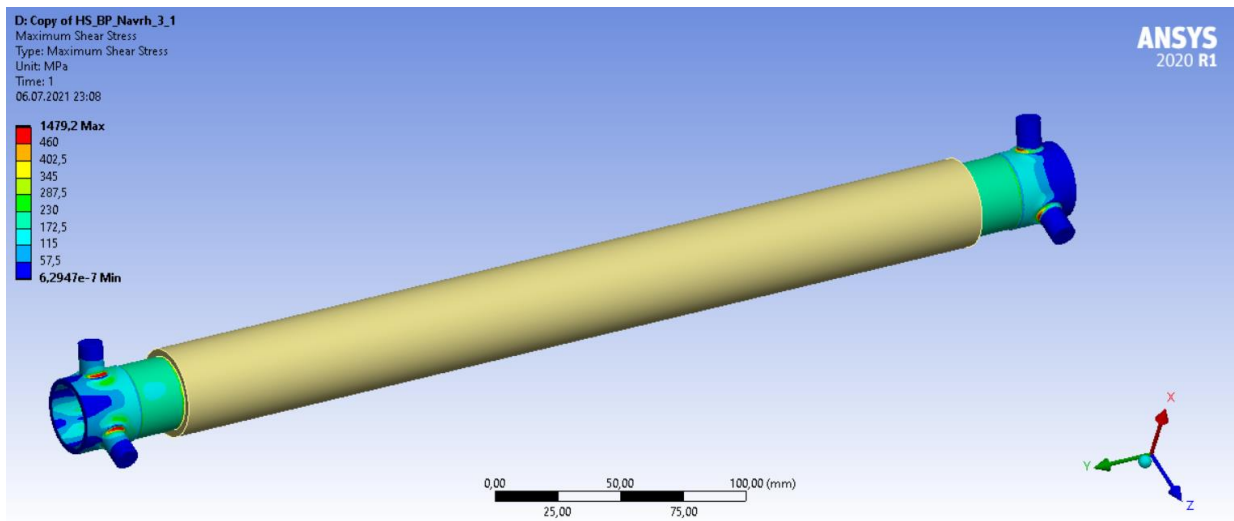
## Výsledky

Celková deformácia vyšla podľa očakávaní na koncoch zaťažených čapov. Maximálna hodnota deformácie je prípustná keďže čapy budú prostredníctvom kameňov tripodu tlačiť na unášač tripodu a táto deformácia nenastane.

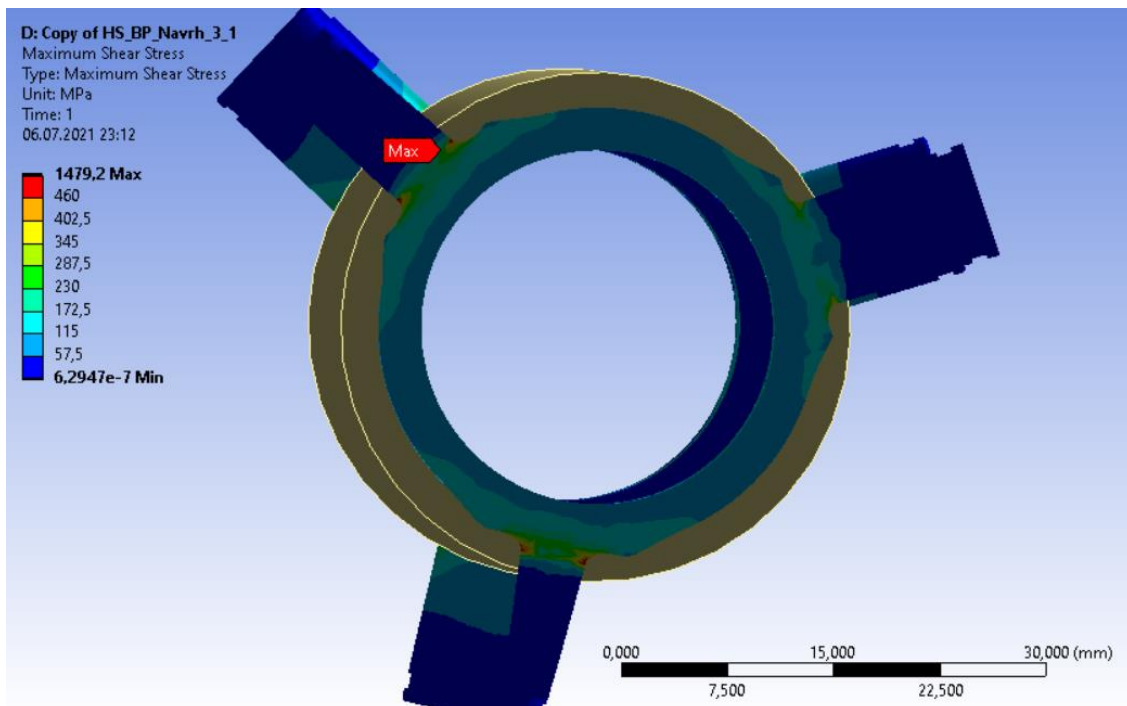


Pre výpočet najväčšieho napätia som vybral hypotézu maximálnych šmykových napätí (Trescova hypotéza), ktorá sa používa pre húževnatý materiál a namáhanie v krute.

Napätie pôsobiace na povrchu koncovky dosahovalo hodnoty menej ako 200 MPa, čo je v našom prípade prijateľné. Statická bezpečnosť kruhovej časti pre titánové koncovky je  $k = 2,2$ . Vyššie ako dovolené napätie pôsobí na prechode čapu a vonkajšom priemere kruhovej časti koncovky. Toto napätie pôsobí na veľmi malej ploche nepôsobí do veľkej hĺbky ako môžeme vidieť v reze na obrázku .... Po konzultácii s odborníkom som dospel k záveru, že tam dôjde len k minimálnej deformácii po dlhšom čase prevádzky a návrh je dostatočný.







## 6.2. Simulácie MKP pre návrh č.4

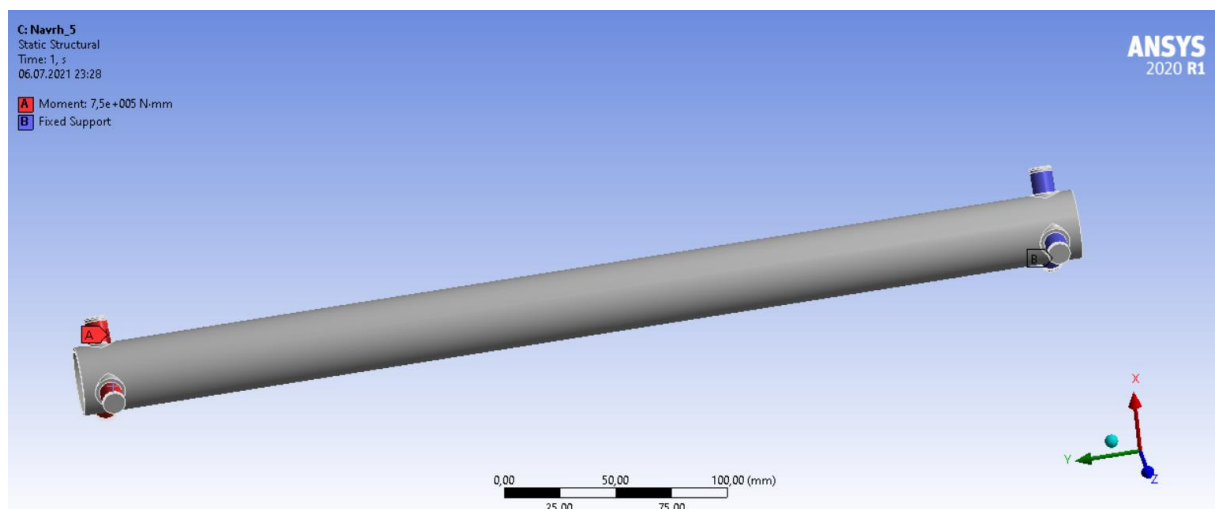
Táto simulácia je veľmi podobná ako v prípade návrhu č.3. Karbónová trubka by bola použitá rovnaká ako pri návrhu č.3 a koncovky by boli z ocele 34CrNiMo6. Keďže táto ocel má veľmi podobnú hodnotu medze klzu, nemá zmysel túto simuláciu opakovať. Jedinou výhodou by mohla byť vyššia odolnosť voči otláčaniu od ložísk tripodu keďže ocel sa vyznačuje vyššou tvrdosťou ako titán.

## 6.3. Simulácie MKP pre návrh č.5

Aj napriek tomu, že preferovaný návrh č.3 je vyhovujúci, rozhodol som sa z dôvodu nižšieho momentu zotrvačnosti spraviť simuláciu aj pre návrh č.5

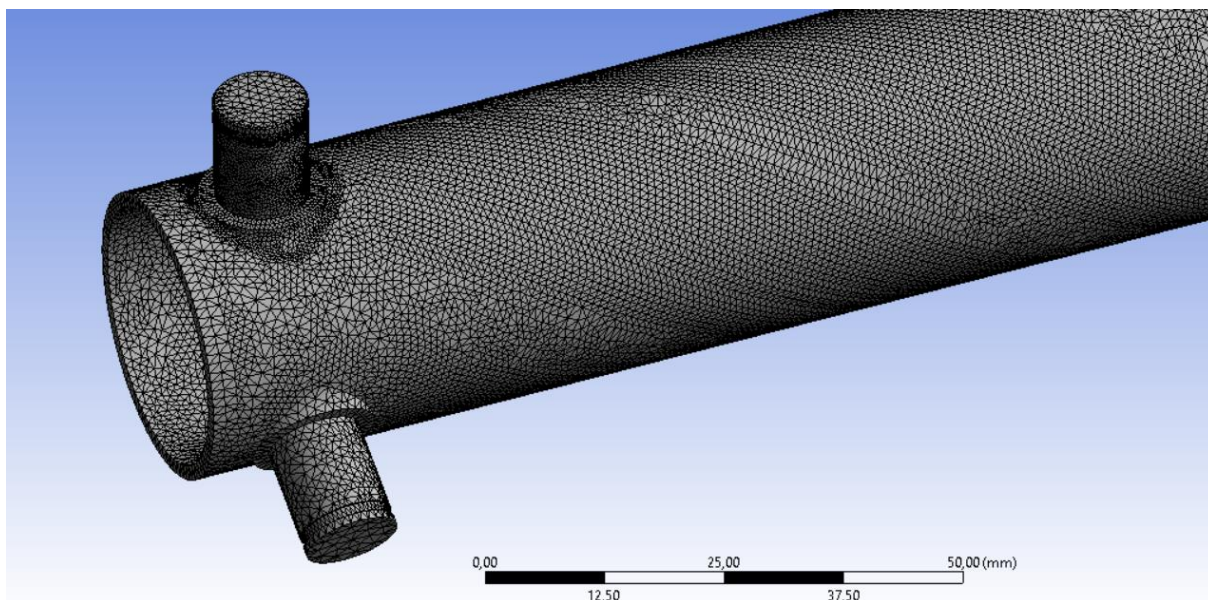
### Okrajové podmienky

Krútiaci moment o veľkosti 750 N.m a pevná podpora bola zadaná rovnako na čapy tripodov ako v návrhu č.3.



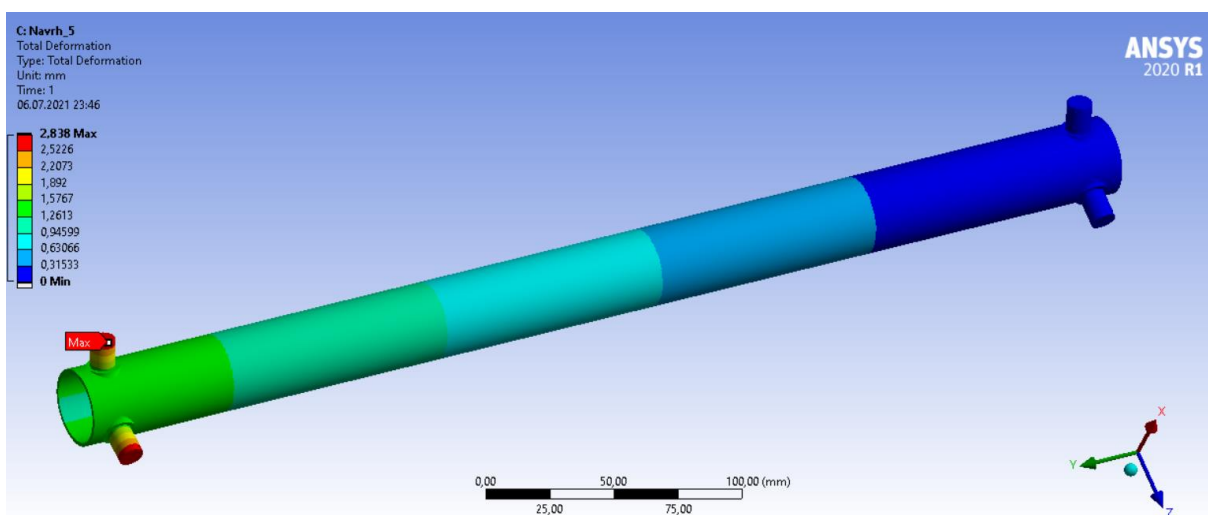
## Sieťovanie

Na modeli bolo zvolené sieťovanie o veľkosti elementu 1 mm, v okolí jedného čapu na každej strane bola na zjemnenie siete použitá funkcia Refinement o veľkosti 2. Rovnako ako pri simulácií v návrhu č.3.



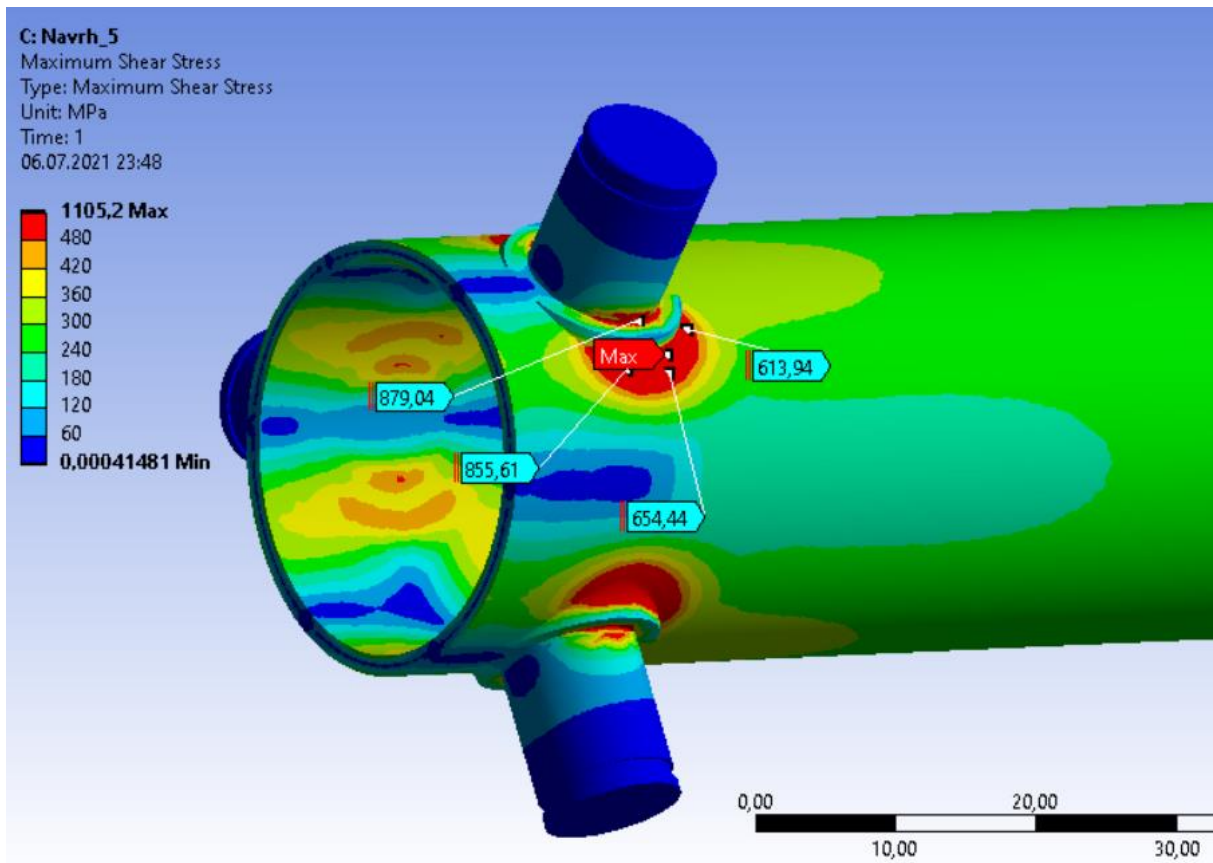
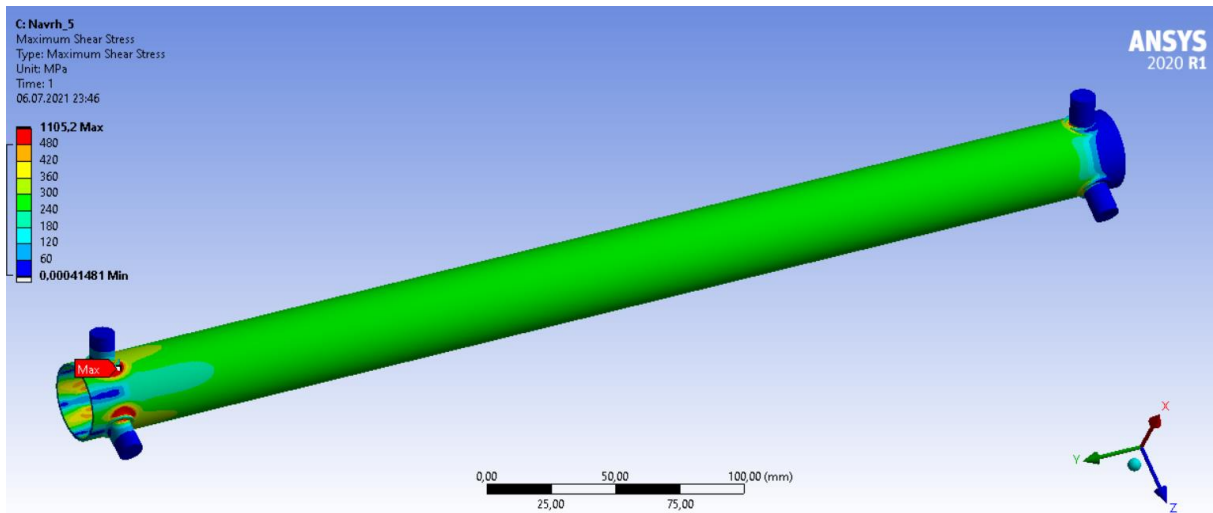
## Výsledky

Maximálna deformácia vyšla opäť na koncoch čapov a hodnota približne 2,8 mm je pre nás prijateľná.



Pre výpočet najväčšieho napätia som opäť vybral hypotézu maximálnych šmykových napätí (Trescova hypotéza), ktorá sa používa pre húževnatý materiál a namáhanie v krute.

Napätia na kruhovej časti hriadele bolo približne 300 MPa, čo je vyhovujúce. Napätie ktoré pôsobilo v okolí koncovky ale presahovalo hodnotu medze klzu na väčšej ploche a zasahovalo hlboko do materiálu. Z tohto dôvodu hodnotím návrh ako nevyhovujúci.





## 7. Príprava na tenzometrické meranie

### 7.1 Úvod k tenzometrii

Pre overenie teoretických výpočtov, zisťovanie neznámych vstupných parametrov a kontrolu životnosti využívame experimentálnu metódu pružnosti. Medzi tieto metódy patrí tenzometria, fotoelasticimetria, metóda moaré, metóda sietí a odtlačkov, krehké laky, rentgenografické meranie napätosti a analógové metódy.

Tenzometre sú snímače pre meranie deformačných zmien v bode na telese. Meranou veličinou je pomerné predĺženie resp. deformácia, z ktorej môžeme pomocou známych vzťahov dopočítať napätosť v meranom mieste.

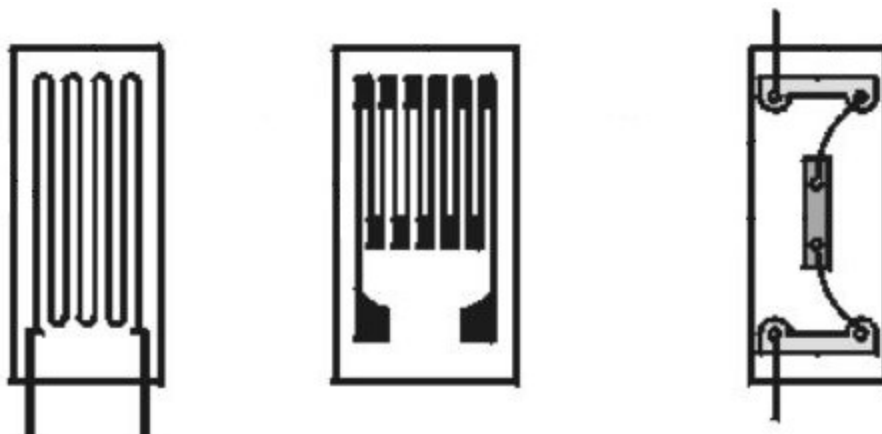
Z charakteru merania na jazdiacom vozidle a dostupnosti boli zvolené elektrické odporové tenzometre, ktorým sa budem ďalej venovať.

### 7.2 Odporové elektrické tenzometre

Odporové tenzometre využívajú princíp zmeny odporu v elektrickom vodiči vplyvom mechanického napätia (deformácie). Táto deformácia je prenášaná z povrchu meranej súčasti na tenzometer.

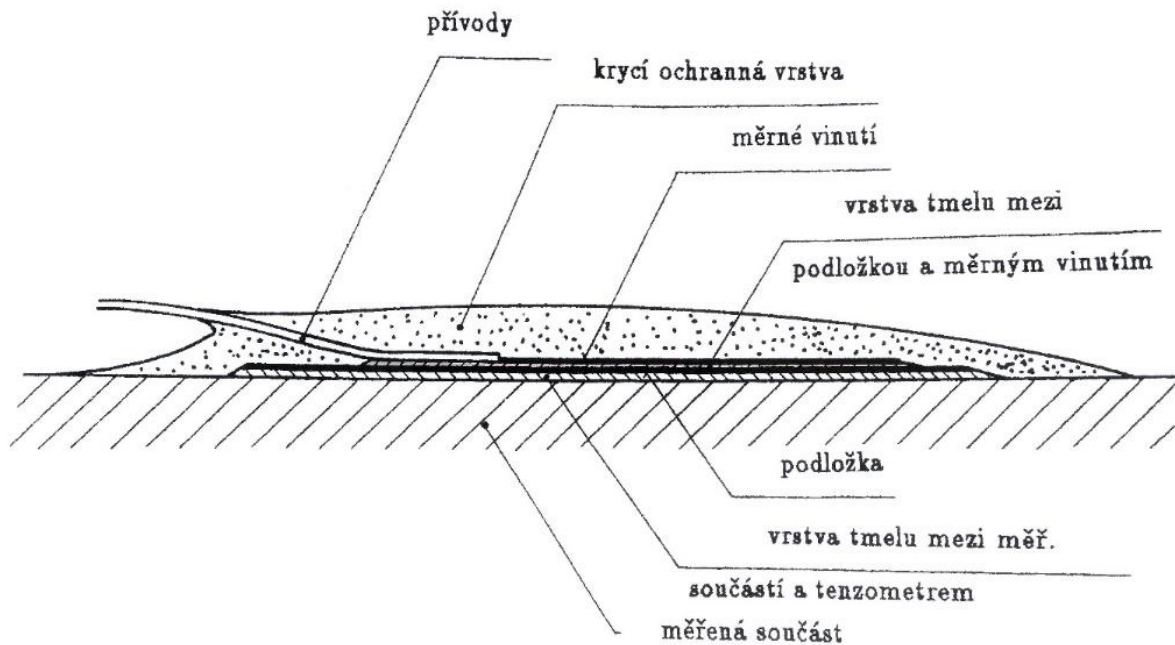
Podľa veľkosti deformácie a podmienok merania môžeme zvoliť odporové tenzometre

- kovové – vhodné hlavne vďaka lineárnej závislosti elektrického odporu na deformácií
  - drôtové
  - fóliové
- polovodičové



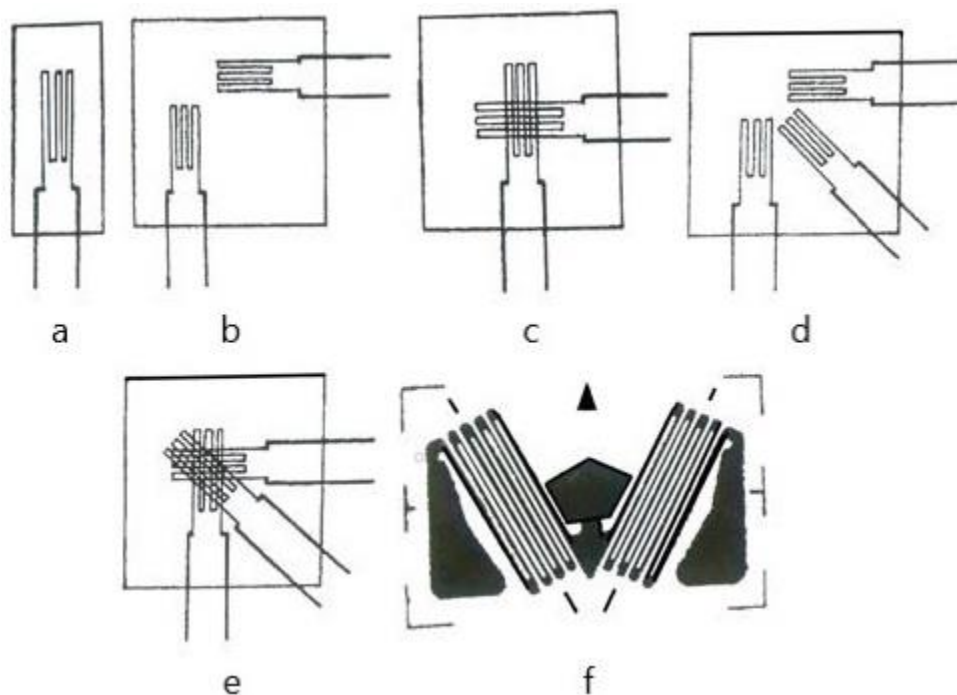
Obrázok č. 41: Schéma drôtového (vľavo), fóliového (v strede) a polovodičového (vpravo) tenzometru [21]

Kovové (fóliové) odporové tenzometre sú dnes najpoužívanejšie hlavne vďaka lineárnej závislosti elektrického odporu na zmene deformácie. Skladajú sa z podložky, meraného vinutia, krycej ochrannej vrstvy a prívodu pre pripojenie meracej aparatúry. K umelohmotnej podložke resp. k papieriku je tmelom pripevnená fólia resp. navinutý drôt s prívodmi resp. letovacími bodmi a vrstva tmelu tvorí ochrannú vrstvu (obr. č. 42).



Obrázok č. 42: Schematický prierez kovovým tenzometrom [21]

Podľa požiadaviek merania môžu byť na podložke rôzne usporiadania meraného vinutia. Najbežnejšie usporiadanie meraného vinutia tenzometrov je znázornené na (obr. č. 43). Tieto tenzometre musia byť orientované v smere pôsobenia zaťaženia.



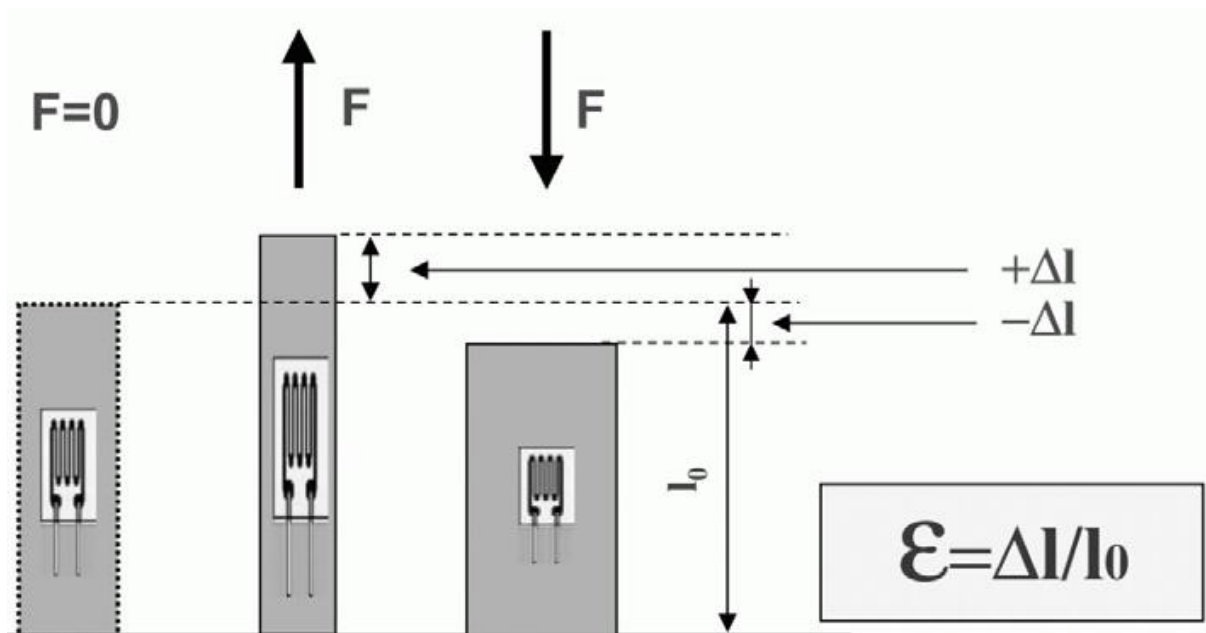
Obrázok č. 43: Schémy usporiadania najbežnejšie využívaných meraných vinutí tenzometrov [21]

- Tenzometer pre meranie jednoosej napätosti – V prípade jednoosej napätosti, u ktorej je známy smer (Obr. č. 43a).
- Tenzometrický kríž – V prípade dvojosej napätosti, u ktorej je známy smer (Obr. č.43b,c).
- Tenzometrická ružica (najčastejšie v orientácií 0°- 45°- 90°) - V prípade dvojosej napätosti, u ktorej nie sú známe smery (Obr. č.43d,e).
- Tenzometer na meranie krutu a šmyku – V prípade merania krútiaceho momentu na kruhovej hriadeli (obr. č. 43f [21, 22, 23])

### 7.3 Princíp merania kovovým tenzometrom

Nutnou podmienkou pre tenzometrické meranie je dostatočná väzba medzi povrchom meraného telesa a tenzometrom. Táto väzba je zaistená lepidlom, ktoré je zvolené podľa prostredia a podmienok pri meraní (napr. lepidlo odolné vysokým teplotám). Vnútorne tenzometrické meranie (meranie vo vnútornom objeme telesa) je možné, ak sú tenzometre do objemu telesa umiestnené už počas výroby (napr. u plastových výrobkov, počas odlievania, vstrekovania).

Princíp činnosti kovového tenzometru je založený na vzťahu mechanického napätia a odporu elektrických vodičov. Každý elektrický vodič mení svoj elektrický odpor pôsobením ťahových resp. tlakových síl, ktoré spôsobujú deformácie vodiča (zmena prierezu a dĺžky) a zmenu meraného elektrického odporu vplyvom mikroštruktúrnych zmien. Toto je vyjadrené vzťahom . Platí predpoklad malých deformácií a teda platnosť Hookovho zákona. [21, 22, 24]



Obrázok č. 44 Schéma zmeny relatívneho predĺženia pri tenzometrickom meraní

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

kde  $l_0$  je počiatková dĺžka a  $l$  je dĺžka po predĺžení

Využijeme vzťah pre odpor drôtového vodiča:

$$R = \rho * \frac{l}{A}$$

kde  $\rho$  je merný elektrický odpor vodiča,  $l$  dĺžka vodiča a  $A$  je plocha prierezu vodiča

Využijeme vzťah pre deformačnú citlivosť vodiča  $K$ :

$$K = 1 + 2\nu + \frac{d\rho}{\rho} \frac{dl}{l}$$

kde  $\nu$  je Poissonovo číslo

po úpravách získame vzťah:

$$\frac{dR}{R} = K * \frac{dl}{l}$$

Pre malé deformácie môžeme teda použiť nasledujúci vzťah:

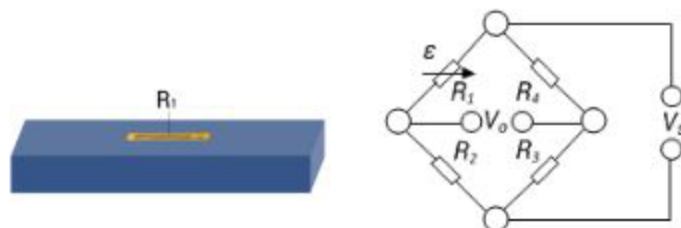
$$\frac{\Delta R}{R} = K * \varepsilon$$

## 7.4 Zapojenie tenzometrov

Najbežnejšie zapojenie tenzometrov je do Wheatstoenovho mostíku, ktoré je vhodné pre meranie malých zmien odporu. Zapojenie môže byť využité k určení absolútnej hodnoty porovnaním s inou známou hodnotou odporu alebo k určení pomernej zmeny odporu. Wheatstoenov mostík umožňuje meranie zmien odporu v rádoch  $10^{-4} - 10^{-2} \Omega$  s vysokou presnosťou. V tomto zapojení sú podľa počtu tenzometrov nahradzované niektoré členy pasívnymi odpormi. Tieto odpory majú rovnakú hodnotu odporu ako zapojené tenzometre. Najbežnejšie hodnoty odporov sú 120, 350 a 1000  $\Omega$ . Budenie mostíka je obvykle stabilizovanú jednosmerné napätie. Podľa počtu nahradených členov rozlišujeme štvrtmostíkové, polmostíkové zapojenie a zapojenie do plného mostíka. [25, 26]

Štvrtmostíkové zapojenie:

Najjednoduchším zapojením tenzometrov do Wheatstonovho mostíka je štvrtmostíkové zapojenie. V tomto zapojení sa využíva jeden tenzometer a mostík je doplnený tromi odpormi rovnakej hodnoty. Toto zapojenie sa využíva v najjednoduchších meraniach, pretože má najmenšiu citlivosť. Využívané pre meranie ťahového, tlakového a ohybového napätia.



Obrázok č. 45: Schéma zapojenia tenzometru do jednoduchého štvrtmostíka

Výhody:

- Jednoduchosť
- Cena

Nevýhody:

- Najmenšia citlivosť
- Absencia teplotnej kompenzácie
- Nie je možné rozlíšiť ťahové a ohybové napätie

Polmostíkové zapojenie:

Toto zapojenie využíva dva tenzometre a mostík je doplnený dvomi odpormi o rovnakej hodnote. Výhoda tohto zapojenia spočíva vo vyššej citlivosti než v prípade štvrtmostíkového zapojenia. Využívané najmä pre meranie ohybového napätia.



Obrázok č. 46: Schéma zapojenia tenzometru do jednoduchého polmostíka

Výhody:

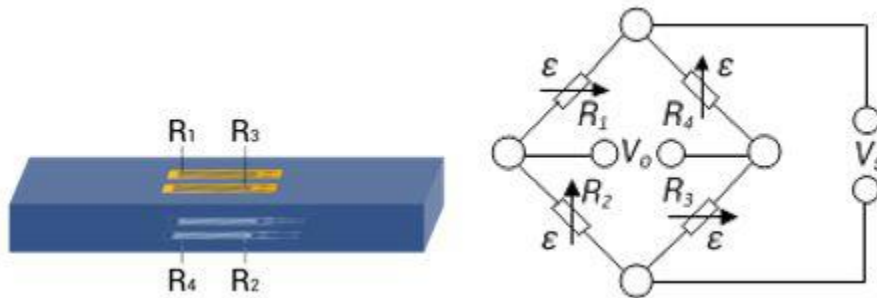
- Vyššia citlivosť
- Možnosť teplotnej kompenzácie
- Eliminácia vplyvu ťahového napätia

Nevýhody:

- Nižšia citlivosť než pri zapojení do plného mostíka
- Vyššia cena (použitie dvoch tenzometrov oproti štvrtmostíku)
- Lepenie dvoch tenzometrov miesto jedného

### Zapojenie do plného mostíka:

Toto zapojenie využíva štyri tenzometre, ktoré sú priamo zapojené do zosilovača. Využívané pre meranie ohybového napätia, pri natočení tenzometrov o  $90^\circ$  pre meranie ťahového napätia.



Obrázok č. 47: Schéma zapojenia tenzometrov do plného mostíka

### Výhody:

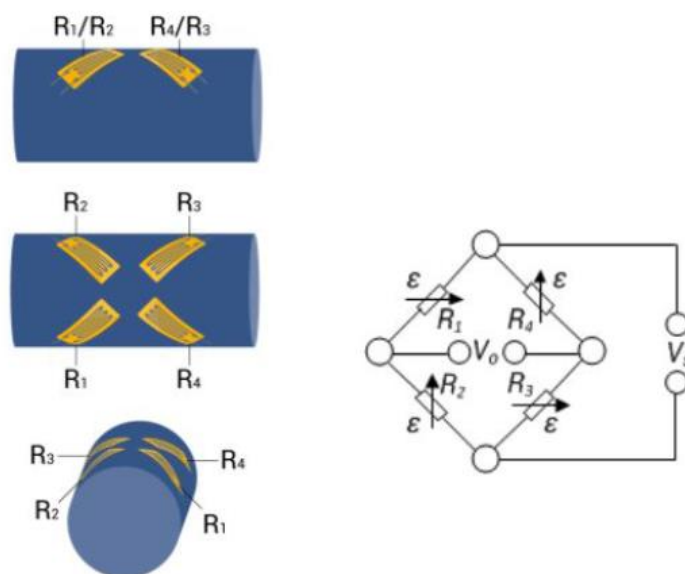
- Najvyššia citlivosť
- Možnosť teplotnej kompenzácie
- Eliminácia vplyvu ťahového napätia

### Nevýhody:

- Vyššia cena (použitie štyroch tenzometrov oproti jednému alebo dvom)
- Vyššia zložitosť inštalácie

### Zapojenie do plného mostíka pre meranie šmykového napätia:

Zapojenie do plného mostíka so štyrmi aktívnymi tenzometrami s natočením  $45^\circ$  voči ose meraného telesa. Využívaný pre meranie tečného napätia.



Obrázok č. 48: Schéma zapojenia do plného mostíka pre meranie šmykového napätia

Výhody:

- Najvyššia citlivosť
- Možnosť teplotnej kompenzácie
- Eliminácia vplyvu ťahového napätia

Nevýhody:

- Vyššia cena (použitie štyroch tenzometrov oproti jednému alebo dvom)
- Vyššia zložitosť inštalácie

**Tento typ zapojenia je jediný vhodný pre náš konkrétny prípad, pretože potrebujeme odmerať tečné napätie.**

## 7.5 Inštalácia tenzometrov

Keďže sme v minulosti už tenzometrické merania u nás v tíme už uskutočňovali, mali sme k dispozícii tenzometre uvedené v tabuľke nižšie.

Umiestnenie tenzometrov je zvolené na základe MKP simulácií (obr. č. 49).



Obrázok č.49: Umiestnenie tenzometra je znázornené zelenou značkou

Parametr	Hodnota
Název	HBM 1-LY13-3/350
Typ	Jednoosý tenzometr
Odpor tenzometru	$350 \Omega \pm 0,35 \%$
Součinitel citlivosti	$2,04 \pm 1,0 \%$
Maximální dovolené napětí	14,5 V
Délka tenzometru	3 mm

Tabuľka č. 2: Relevantné hodnoty pre tenzometer HBM 1-LY13-3/350

Pred inštaláciou tenzometrov je dôležitá príprava povrchu na ktorý budú tenzometre prilepené. Všetky úkony spojené s lepením musia byť robené v dôkladnej čistote, napr. za pomoci vyčistených pinziet a musí sa dbať na nekontaminovanie lepeného povrchu najmä na ploche tenzometra.

1. Očistenie meraného povrchu pred nečistotami
2. Ľahké zdrsnenie povrchu brúsnyim papierom
3. Opäť dôkladné očistenie a odmastenie povrchu
4. Príprava tenzometrov na dané miesta, prilepenia lepiacou páskou z jednej strany tenzometra, aby bolo možné pracovať s lepenými plochami
5. Oblepenie ploch na ktoré nemá byť nanesené lepidlo
6. Posledné dôkladné očistenie pred samotným lepením
7. Nalepenie tenzometru
8. Zaťaženie a stabilizovanie lepeného spoja

Voľba lepidla bola tiež ovplyvnená tým čo sme už mali v tíme. Na hnací hriadeľ pôsobia vyššie teploty od trenia homokinetických kĺbov a od náboja kola ktorý je zahrievaný teplom od brzd. Z tohto dôvodu bolo radšej zvolené lepidlo s vyššou teplotnou odolnosťou (tabuľka č.3).

Parametr	Hodnota
Název	HBM X280
Forma	Dvousložkové lepidlo
Typ	Epoxidová pryskyřice
Teplotní minimum/maximum	-200°C/+280°C
Pro povrchy	Porézní, hladké

Tabuľka č. 3: Relevantné hodnoty pre lepidlo HBM X280

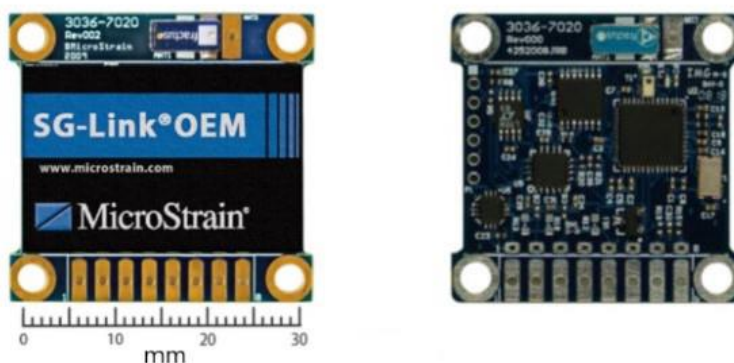
### 7.5.1 Lepenie pájkovacích kontaktov

Pájkovacie kontakty nám zabezpečia jednoduchšie zapojenie a bezpečné upevnenie vodičov. Pri lepení pájkovacích kontaktov nie sú kladené tak vysoké nároky ako pri lepení tenzometrov (neprenášajú mechanickú deformáciu). Pre lepenie týchto kontaktov som zvolil lepidlo Loctite 421 (kyanoakrylátové jednosložkové sekundové lepidlo, vhodné pro lepenie širokej škály materiálov, vrátane kovov a plastov). Postup lepenia je podobný ako pri lepení tenzometrov, nemusíme však tak veľmi dbať na presnú polohu nalepenia.



## 7.6. Meracia ústredňa

Meraciu ústredňu volím MicroStrain SG-Link OEM, ktorá je navrhnutá na meranie pohyblivých alebo rotačných súčiastok. Táto ústredňa dokáže vysielat' dáta počas merania v reálnom čase alebo ich ukladať do internej pamäte. Varianta ktorú budeme používať, obsahovala vnútorný zosilovač výstupných signálov, teplotný snímač a bola pripravený pre zapojenie do plného mostíka.



Obrázok č. 50: Meracia ústredňa MicroStrain SG-Link OEM

Parametr	Hodnota
Název	SG-Link OEM 2.4 GHz Wireless Module
Rozmery	30 x 30 x 6 mm
Hmotnosť	4,3 g
Rozpätí teplotného snímača	-40°C/+70°C
Datový limit	1 000 000 datových bodů, mērených pri 2048 Hz
Přesnosť mērení	±0.1%
Paměť zařízení	2 MB
Maximální limit zrychlení	500 g
Napájení	Vnější baterii s napětím 3,2 – 9 V

Tabuľka č. 4: Tabuľka dôležitých údajov Meracej ústredne MicroStrain SG-Link OEM

## 7.7. Meracia základňa

Pre komunikáciu s meracou ústredňou volím meraciu základňu MicroStrain USB Base Station, ktorá komunikuje pomocou rádiového signálu o frekvencii 2,4 GHz.



Obrázok č. 51: Meracia základňa MicroStrain USB Base Station

Meracia základňa sa dá pripojiť k počítaču pomocou USB portu. Pre ovládanie tejto základne pomocou počítača volím softvér Node Commander.

## 7.8. Zhrnutie prípravy na tenzometrické meranie

Pre tenzometrické meranie momentu na hnacej hriadeli bolo zvolené zapojenie štyroch tenzometrov do plného mostíka vhodné pre meranie šmykového napätia (viz. Obrázok č. ...). Umiestnenie tenzometrov bolo zvolené na základe MKP simulácií (viz obrázok č. ...). Tenzometre a kontakty tenzometrov budú nalepené podľa postupu uvedeného vyššie. Pred finálnym meraním bude prevedené kalibračné meranie v prípravku, ktorý je ešte v procese návrhu. Pri finálnom meraní bude použitá bezdrôtová ústredňa a bezdrôtová základňa na príjem dát do počítača.

## 8. Porovnanie návrhu s doteraz používaným riešením

Po výpočtoch a simuláciách sa ako jediný vhodný javí návrh č.3. V porovnaní s doteraz používaným riešením je jeho hlavnou výhodou znížená hmotnosť o 54 % a znížený moment zotrvačnosti o 2,2 %. Viz tabuľka č. ... Ďalšou obrovskou výhodou je vysoká tuhosť karbónovej trubky oproti oceľovej.

Znížením hmotnosti hnacích hriadeľov dostaneme menšie zotrvačné sily pôsobiace na motor a na kolesá. Toto nám prinesie rýchlejšie reakcie pri akcelerácií a pri brzdení a menšie namáhanie ostatných komponentov hnacieho ústrojenstva. Taktiež dosiahneme ušetrenie hmotnosti (uvažujeme 50%) na neodpruženej časti monopostu, ktoré je veľmi významné a často sa uvádza, že jeden kilogram hmotnosti ušetrený na neodpruženej časti vozidla sa rovná trojnásobku ušetrenej hmotnosti na odpruženej časti vozidla.

Nový návrh za použitia kompozitnej trubky má nevýhodu vo vyššej zložitosti výroby, ceny a takmer dvojnásobného priemeru hnacích hriadeľov, z čoho by mohli vzniknúť problémy zástavby, pre iné súčasti monopostu.

	<i>Moment zotrvačnosti</i> <i>[kg * m<sup>2</sup>]</i>	<i>Celková hmotnosť</i> <i>[g]</i>
Pôvodný hnací hriadeľ	$1,88 * 10^{-4}$	1 044
Návrh č.1	$1,18 * 10^{-4}$	648
Návrh č.2	$1,18 * 10^{-4}$	648
Návrh č.3	$1,84 * 10^{-4}$	560
Návrh č.4	$2,18 * 10^{-4}$	716
Návrh č.5	$1,43 * 10^{-4}$	717

Tabuľka č. 5: Porovnanie jednotlivých návrhov a pôvodného riešenia

## Záver

V tejto bakalárskej práci som navrhol nový typ hnacích hriadeľov pre použitie na monoposte tímu CTU Cartech v nasledujúcich sezónach. Návrhom sa dosiahla úspora hmotnosti až o 968 gramov, táto úspora je veľmi významná, keďže sa jedná o rotačnú hmotu, a to z časti neodpruženú. Taktiež sa dosiahlo zníženie momentu zotrvačnosti o 2,2 %.

Postup návrhu začal dôkladným pochopením postupu návrhu hnacích hriadeľov a rešeršou doteraz používaných riešení pre podobné aplikácie. Po zhodnotení všetkých aspektov som vybral homokinetický kĺb typu tripod, z dôvodu vysokej efektivity a dlhoročných dobrých skúseností s týmto typom kĺbu. Následne som zhotovil niekoľko návrhov hnacích hriadeľov. Najlepšie riešenie pre ušetrenie čo najviac hmotnosti, bolo implementovanie časti homokinetického kĺbu, priamo na hriadeľ zostavy hnacieho hriadeľa. Podľa tohto riešenia som navrhol päť návrhov.

Návrhy č.1 a č.2 boli neskôr zamietnuté z dôvodu vysokej ceny materiálu ktorým mal byť Titán Grade 5 a vysokej ceny výroby. Návrh č.3, pozostávajúci z kompozitnej trubky s nalepenými, obrábanými titánovými koncovkami sa javil ako najlepšie riešenie, a tak bol vybraný ako primárny. Hlavne z finančného hľadiska vznikli aj Návrhy č.4 a č.5 ako sekundárne riešenie.

Nasledovali analytické výpočty so snahou určiť čo najpresnejšie okrajové podmienky pre ďalšie výpočty a simulácie. Maximálny krútiaci moment bol určený z maximálneho krútiaceho momentu motora, prevodových pomerov a svornosti diferenciálu v zákrute. Maximálny krútiaci moment pôsobiaci na jednu hnaciu hriadeľ bol určený na 750 N.m.

Mohol som začať s výpočtom jednotlivých častí pre návrh č.3. Začal som výberom kompozitnej trubky, s čím mi pomohla firma Compotech s.r.o a vypočítal potrebné rozmery. Ďalej bolo potrebné vybrať vhodné lepidlo pre nalepenie titánových koncoviek, ktoré spĺňa všetky požiadavky potrebné pre našu aplikáciu, tento výber bol taktiež konzultovaný s firmou Loctite. Nakoniec ostal výpočet rozmerov titánových koncoviek z materiálu Titán Grade.5. Pre tento návrh je potrebné použiť časti nasledujúcich vlastností: Karbón kompozitovú trubku 36x3, lepidlo Loctite EA 9514 a titánové koncovky o priemere trubky 30x2,5.

Návrh č.4, je totožný s návrhom č.3 okrem materiálu použitého na výrobu koncoviek hnacieho hriadeľa. Materiálom je oceľ 34CrNiMo6. Všetky rozmery jednotlivých častí a použité lepidlo sú rovnaké.

Návrh č.5 pozostával z oceľovej trubky 31x1,5 z materiálu 34CrNiMo6, na ktorej koncoch by boli obrobené čapy tripodu. Hnacia hriadeľ by bola vyrobené z jedného kusu polotovaru.

Na simulovanie metódou konečných prvkov som použil program ANSYS Workbench 2020 R1. Simulácie návrhu č.3, potvrdili naše analytické výpočty pre návrh č.3 a č.4 a potvrdili tieto návrhy ako úspešné. Jediný problém by mohol nastať pri prechode čapov na väčší priemer koncoviek, kde by mohla vzniknúť deformácia, prípadne porušenie materiálu. Tieto miesta sa budú musieť pri testovaní na závodnom monoposte, pravidelne kontrolovať. Návrh č. 5 vyšiel ako nevyhovujúci, z dôvodu príliš veľkých plôch napätí ktoré prekročili medzu klzu.

Pre overenie správneho určenia maximálneho momentu na hnacích hriadeľoch počas jazdy monopostu, sa použije tenzometrické meranie na staršom type hnacieho hriadeľa pred výrobou nového typu hnacieho hriadeľa.

## Použitá literatura

- [1] <https://cartech.cvut.cz/formula-student/>
- [2] CTU CARTECH. Logo [online]. 2015 Dostupné z: [https://fbcdnphotos-h-a.akamaihd.net/hphotos-ak-xpf1/v/t1.0-9/1560498\\_10152059397178639\\_787914759628283310\\_n.png?oh=0fe522371c94ed729f5b5f077be9c6eb&oe=55A68838&\\_\\_gda\\_\\_=1440792402\\_9a8944c69c74ee808a67c00fee7fcccc](https://fbcdnphotos-h-a.akamaihd.net/hphotos-ak-xpf1/v/t1.0-9/1560498_10152059397178639_787914759628283310_n.png?oh=0fe522371c94ed729f5b5f077be9c6eb&oe=55A68838&__gda__=1440792402_9a8944c69c74ee808a67c00fee7fcccc)
- [3] Achtenová, Gabriela: Převodná ústrojí motorových vozidel. Kloubové hřídele, Nakladatelství ČVUT, 2018. ISBN 978-80-01-06470-2
- [4] [http://cf.linnbenton.edu/eit/auto/krolicp/upload/Front\\_Drive.pdf](http://cf.linnbenton.edu/eit/auto/krolicp/upload/Front_Drive.pdf)
- [5] <https://www.amazon.com/Shaft-28X586-5X28-Febest-2212-SEDRH-0K554-25-700A/dp/B085LQP7HH>
- [6] <https://www.dingocroft.co.uk/acatalog/Rear-Half-Shaft-Left-Hand-FRC1645D.html>
- [7] <http://www.talosa.info/cz/motorsport/hridele/>
- [8] <https://www.rcvperformance.com/rcv-ultimate-carbon-fiber-prop-shaft-for-yamaha-yxz.html>
- [9] <http://automotiveenginemechanics.tpub.com/TM-9-8000/TM-9-80000560.htm>
- [10] [http://www.dgmc.org/sub04/sub04\\_01\\_2.asp?p\\_code=P\\_DQFL51960](http://www.dgmc.org/sub04/sub04_01_2.asp?p_code=P_DQFL51960)
- [11] [https://www.gmb.jp/en/product/driveline/tripod\\_joint.html](https://www.gmb.jp/en/product/driveline/tripod_joint.html)
- [12] <https://grabcad.com/library/weiss-joint-1>
- [13] <https://grabcad.com/library/double-cardan-joint-1>
- [14] <https://grabcad.com/library/thompson-coupling-1>
- [15] <https://i.pinimg.com/originals/6d/1c/1d/6d1c1d5129f1765350f2fe3d2ac24e80.jpg>
- [16] JAN, Zdeněk, ŽDÁNSKÝ, Bronislav a ČUPERA Jiří. Automobily (2): Převody. Brno:Avid, spol. s.r.o., 2009. ISBN 978-80-87143-12-4
- [17] VLK, František. Převody motorových vozidel. Brno: František Vlk, 2006. ISBN 80-239-6463-1
- [18] Achtenová , prezentácia Klouby a kloubové hřídele
- [19] <http://web.tuke.sk/lf-kli/Semrad%20Karol/Pruznost%20a%20pevnost/05-Smyk.pdf>,  
<http://web.tuke.sk/lf-kli/Semrad%20Karol/Pruznost%20a%20pevnost/07-Krut.pdf>
- [20] Vojtech\_Bartoska-170994\_BP\_Brno\_poloosy
- [21] F. Valenta a kol.: Pružnost a pevnost III, 2003, ČVUT v Praze
- [22] HOFFMANN, Karl. An Introduction to Measurements using Strain Gages. Darmstadt: HBM, 1987
- [23] Odporové tenzometry - princip, provedení, použití, historie [online][cit. 2019-07-12]. <https://automatizace.hw.cz/foliove-odporove-tenzometry-princip-provedeni-pouziti-historie.html>
- [24] Snímače s odporovými tenzometry [online][cit. 2019-07-24]. [http://www.umel.feec.vutbr.cz/bmms/projekty\\_2005/Reznicek/soubory/odpor.html](http://www.umel.feec.vutbr.cz/bmms/projekty_2005/Reznicek/soubory/odpor.html)
- [25] HOFFMANN, Karl. Applying the Wheatstone Bridge Circuit. Darmstadt: HBM, 2001
- [26] HBM The Wheatstone Bridge Circuit Explained [online][cit. 2019-07-20]. Dostupné z: [https://www.hbm.com/en/7163/wheatstone-bridge-circuit/?fbclid=IwAR03WcLVdAnuxy\\_pwNgSl63bhezopexJbvL30MJfRhZQk9CNgjuMdyB2kzU](https://www.hbm.com/en/7163/wheatstone-bridge-circuit/?fbclid=IwAR03WcLVdAnuxy_pwNgSl63bhezopexJbvL30MJfRhZQk9CNgjuMdyB2kzU)

- [27] [https://www.researchgate.net/figure/E-x-Young-modulus-for-a-0-45-45-90-epoxy-based-composite-laminate\\_fig4\\_236899970](https://www.researchgate.net/figure/E-x-Young-modulus-for-a-0-45-45-90-epoxy-based-composite-laminate_fig4_236899970)
- [28] [http://www.lowlevel.cz/log/files/04\\_Hridele.pdf](http://www.lowlevel.cz/log/files/04_Hridele.pdf)
- [29] [https://www.globalspec.com/learnmore/motion\\_controls/power\\_transmission\\_mechanical/constant\\_velocity\\_joints\\_cv\\_joint](https://www.globalspec.com/learnmore/motion_controls/power_transmission_mechanical/constant_velocity_joints_cv_joint)
- [30] <https://www.beyonddiscovery.org/vehicle-technology/627-carl-weiss-constant-velocity-joint.html>
- [31] <https://worldwide.espacenet.com/patent/search/family/024737432/publication/US1979768A?q=pn%3DUS1979768>
- [32] <https://thompsoncouplings.com/about-us/>
- [33] [https://www.henkel-adhesives.com/si/en/product/structural-adhesives/loctite\\_ea\\_9514.html](https://www.henkel-adhesives.com/si/en/product/structural-adhesives/loctite_ea_9514.html)